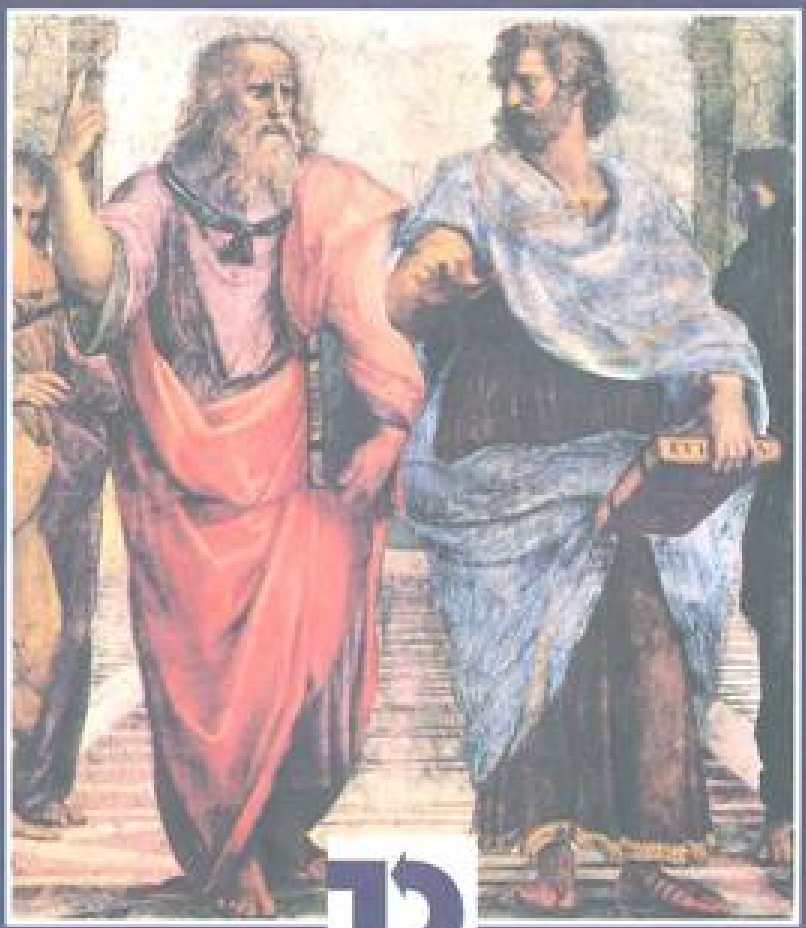
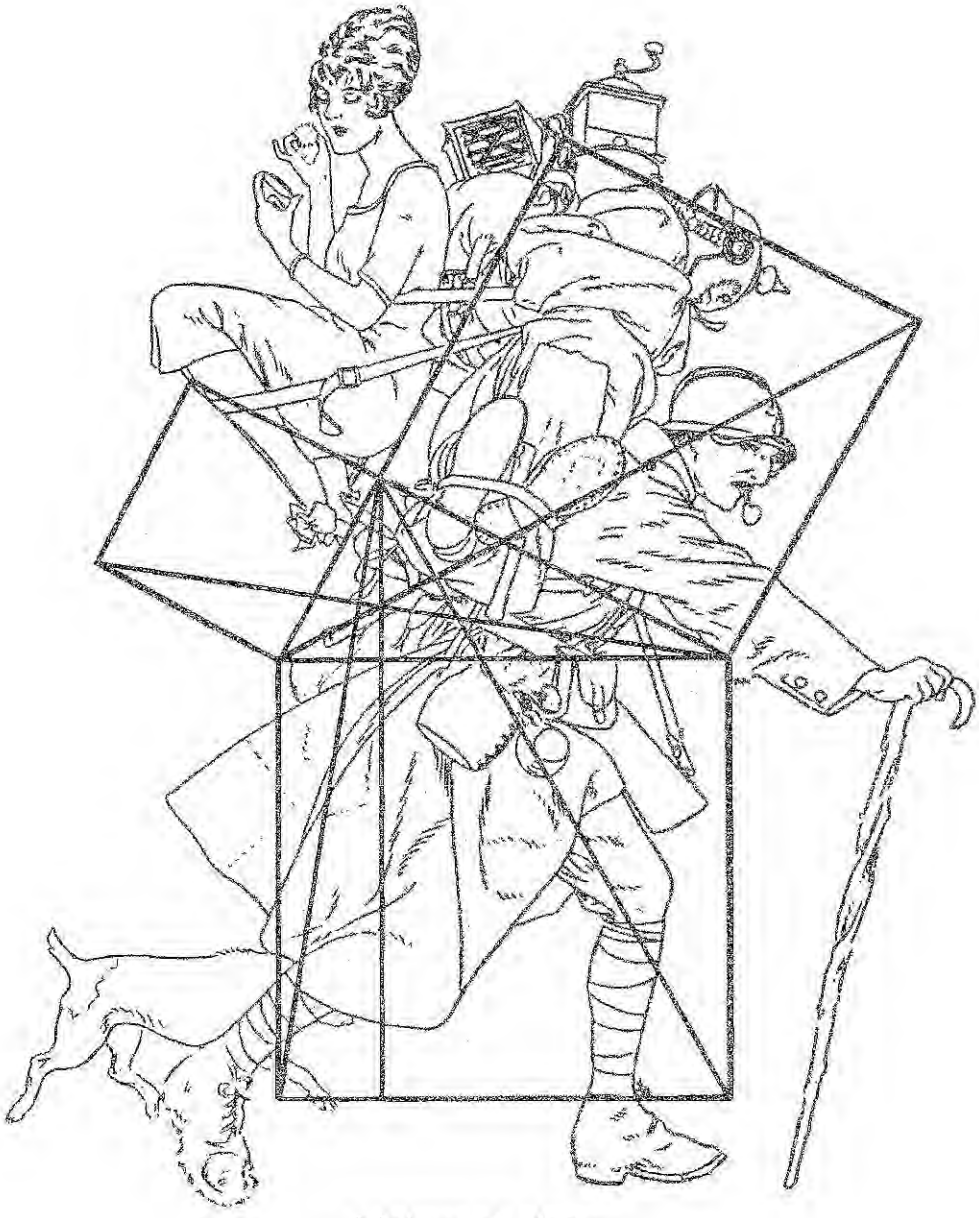
PROF. DR. ALİ DÖNMEZ

MATEMATİĞİN ÖYKÜSÜ VE SERÜVENİ



YUNAN ve ROMA MATEMATİKÇİLERİ

DÜNYA MATEMATİK TARİHİ ANSİKLOPEDİSİ



τὸ θεώρημα τῆς νύμφης.

MATEMATİĞİN ÖYKÜSÜ VE SERÜVENİ

"DÜNYA MATEMATİK TARİHİ ANSİKLOPEDİSİ"

Prof. Dr. Ali DÖNMEZ

YUNAN VE ROMA MATEMATİKÇİLERİ III. CİLT

TOPLUMSAL DÖNÜŞÜM YAYINLARI

Toplumsal Dönüşüm Yayınları
Kurucuları: *Hayri BİLDİK / Hatice BAHTİYAR*

Toplumsal Dönüşüm Yayınları: 191
Matematiğin Öyküsü ve Serüveni
"Dünya Matematik Tarihi Ansiklopedisi": 3
Prof. Dr. Ali DÖNMEZ
Yunan ve Roma Matematikçileri: 3

1. Basım Toplumsal Dönüşüm Yayınları
1500 Adet Ağustos 2002 İstanbul

© Prof. Dr. Ali Dönmez / Toplumsal Dönüşüm Yayınları
ISBN: 975 6774-95-X

Genel Yayın Yönetmeni : *Hayri Bildik*
Editör : *Hatice Bahtiyar*
Düzelti : *Gürhan Dönmez*
(Doğuş Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Öğretim Görevlisi)
Yayınevi Önsözü : *Arif Hikmet Bildik*
Kapak Tasarımı : *Ayten Köse*
Grafik : *Sadık Uygur*
Sayfa Tasarımı : *Ruhsan Gözüm Bildik*

Bu kitap 1500 Adet basılmış olup 150 Adeti numaralandırılarak
satış dışı tutulmuştur.

Genel Dağıtım
KARDAK / Narlıbahçe Sok. No: 6
34 420 Cağaloğlu - İSTANBUL
Tel/Faks: 0 212 528 66 89 - 511 62 04

Baskı - Cilt
Ege Basım
0216. 472 84 01 (pbx)

SUNU

"Matematik Yaşamın Soyutlanmış Biçimidir." şeklinde yapılan tanım herhalde en gerçekçi ve geniş haliyle matematiği ifade eder. O halde matematik yaşam kadar eski, yaşamla birlikte gelişen, insanlık tarihi ile paralel bir gelişim gösteren bilim dalıdır. İnsanın insanlaşma sürecinde matematiğin gelişim seyri de izlenebilir. Bu boyutu ile belki de en eski bilim olup diğer bilimlerin de anasıdır.

İnsan tasarlayabildiği sürece ve soyutlayabildiğince insanlaşmış, tarihsel sürecinde avcı toplayıcı toplumdan yerleşik düzene, tarım toplumuna geçmiş önce köy, sonra kent kurmuş ve daha sonra büyük devletler, imparatorluklar örgütlemiştir. Toplumsal gelişmeyle birlikte matematikte gelişmiştir. Ya da başka bir ifade ile matematiği gelişen tüm toplumlar komşu toplumlara oranla daha fazla ve hızlı bir gelişme göstermişlerdir. Hatta günümüz bilim dünyasını geliştiren ve modern toplumu yaratanlar büyük matematikçilerdir denebilir.

Tarihsel süreçte (0) sayısının bulunması bir dönüm noktasıdır. İnsanın soyutlama yeteneğinin nitelik değişimlerinden birini oluşturur. Yine (0 ve 1) sayılarından oluşan digital sistem günümüz bilgi toplumunun görsel ve işitsel iletişim ağının en gelişmiş biçimini oluşturmaktadır. Tüm bilgisayar sistemleri, televizyon ve telefon sistemleri bu teknolojiye dayanmaktadır.

Matematik bilimi ciddi bir iştir. Ama aslında asık yüzlü ve korku duyulan bir disiplin olmayıp, tersine yaşam gibi eğlenceli, neşeli ve insanı dinlendiren uğraş alanıdır da. Tüm dünyada bilgisayar oyunları, eğlence oyunları, satranç gibi, dama gibi oyun ve sporlar dahi matematiğe dayanmaktadır. Matematiği sevmek, bilmek ve onu yaşamda kullanmak insanı ayrıcalıklı yapar. O insana saygı duyulur, o insan sevilir.

*Ülkemizde matematik tarihi konusunda hemen hemen bir çalışma yoktur. Böyle bir boşluğu doldurmak amacı ile değerli bilim adamı Prof. Dr. Ali Dönmez 40 yıllık çalışması sonucu "**Matematiğin Öyküsü ve Serüveni**" adlı 10 ciltlik eserini meydana getirmiştir. Bize de, öğretmenlere, öğrencilere ve aydınlara bu eseri ulaştırmada yayınlama görevi düştü.*

Türkiye'de böyle bir kitap dizisinin yayınlanabilmesi, matematiğin teorik bilgiden öteye toplumsal, kültürel, ekonomik yaşamla bağlarının oluşmasına katkıda bulunmayı amaçlayan bir dünya görüşünün yoğun çaba ve özverisi ile mümkün olabilmektedir. Sunmaktan onur duyduğumuz bu eseri ilgili herkesin beğeneceğini umuyoruz.

Toplumsal Dönüşüm
Yayınları

ÖNSÖZ

Yabancı kaynaklara bakıldığında, çok sayıda matematik tarihi kitabı vardır. Bu yönde yapılan özel matematik tarihi araştırmalarıysa, elden geçirilemeyecek kadar fazladır. Özellikle, İngilizce yayınlar ve araştırmalar, kütüphaneler dolduracak boyutlara ulaşmıştır. Fransızca ve Almanca'da da durum buna yakın düzeydedir. Bu konuda araştırma yapmak oldukça zordur. Özellikle Türkiye koşullarında bu daha da güçleşmektedir. Çünkü, kaynak bulma sorunu başta gelen konudur.

İkinci güçlük de, eski devirlerde yaşayan atalarımızın matematiği hakkında hiç bir bilgiye sahip olamayışımızdır. Bilebildiğimiz kadarıyla, başlattığımız matematik tarihi bize yakın dönem sayılır. Uygarlığın ve insanların yaşadığı her yerde matematik vardır. Mağara devrinde bile matematiğin varolduğu kuşkusuz. Çünkü, duvarlarda ve taşlardaki çizgilerin matematikle bağlantısı vardır. En ilkel dönemlerde de en azından saymayı biliyorlardı. Hayvanları ehlileştirdikleri zaman, kaç hayvanın veya koyunun olduğunu kontrol etmek için hayvan sayısı kadar taş toplayıp onunla karşılaştırma yapabiliyorlardı.

Bugün, Avustralya adalarında, Güney Amerika ve Afrika'da henüz uygarlığın çok az girdiği yerlerde yapılan matematik araştırmalarına göre, oldukça ilkel yaşam sürdüren ve uygarlığın çok az girdiği bu topluluklarda bile kullanılan matematik bilgisi var. Örneğin parmaklarını saymada kullanıyorlar. Aynı şekilde, mağaralarda ve ağıllarda taş yığınlarından sayma işinde yararlanıyorlar. Yiyecek ve meyvelerin azlığı veya çokluğu hakkında bir ölçüleri var. Kuşkusuz, ilkel dönemlerde bile insanların matematiği vardı. Geçirdiği evrim içinde de bu matematiği gelişmiş ve uygarlık ile birlikte bugünkü düzeye ulaşmıştır. Çok az da olsa, bazı hayvanlarda sayı kavramı olduğu deneylerle kanıtlanmıştır. Örneğin, bir köpeğin iki veya daha fazla köpekten kaçması gibi. Bundan başka, maymunlar üzerinde de ilginç deneyler yapılmıştır.

Tüm canlı yaratıkların en zekisi ve en beceriklisi olan insanların, ilkel devirlerde matematiğe ilk olarak sayma ile başladığını sanıyoruz. Bu da, İ. Ö. 50.000 yıl önce olabileceği sanılıyor. Bunu kanıtlayan mağaralar var. Daha öncede başlamış olması olasıdır. Yine kalıntılara göre, İ. Ö. 25.000 yıllarında mağara duvarlarında ilkel geometrik şekiller görülmekte. Bugünkü dille söylersek, hayvan ağılları bile oldukça eski kalıntılardır. Yine, incelemelere göre insanlığın başlangıcı İ. Ö. iki milyon yıl önce olduğu tahmin ediliyor. Buna göre, İ. Ö. 6000 tarihi ile başlattığımız matematik tarihi oldukça kısa bir süredir. Bundan önceki yıllara ve insanların matematiğine ait bilgilerimiz oldukça az. İ. Ö. 10.000 yıllarında ziraat yapıldığına göre, en azından ürünü için kullandığı bir matimatik olacaktır.

Atalarımızın matematiğini bilemediğimiz için üzülmeye pek gerekte yok. Bu kadar uzak devirlere bile gitmeye çalışmayalım. Biz Türkler'in anayurdu olan Ortaasya'daki Türk atalarımızın matematiğini bile bugün bilemiyoruz. Fakat, uygarlığın olduğu yerde muklaka bir matematik var. Çağına göre atalarımızından kalan kalıntılara ve bugün Çin'de bulunan belgelere ve kazılara göre uygarlığı oldukça ileri düzeydeydi. Öyleyse bir matematikleri olması gerekir.

Dikkat edilirse, uygarlıkla matematik beraber gelişmiştir. Örneğin, uygarlık ovalık ve verimli yeri seçmiş ve buna bağlı olarak oralarda matematik gelişmiştir. Mezopotamya, Mısır'ın Nil Vadisi, Ege sahillerimiz, Hindistan'daki ovalık bölgeler buna en güzel örneklerdir. Tarihi gelişim içinde uygarlık matematiği doğurmuştur.

Bizde, bu yönde Türkçe yazılmış bir matematik tarihi yoktur. Türkçe kaynak yönüyle bu saha oldukça boştur. Öğrencilerimden gelen istek ve destekle böyle bir çalışmaya girdim. Matematiğin gelişimi hakkındaki boşluğu biraz doldurdum sanıyorum. Öğrencilerin, meslektaşlarımın ve meraklı okuyucuların severek okuyacağını umuyorum.

Bu eserde, yaşam öykülerini anlatacağım ve tanıtacağım matematikçilerin nasıl varolduklarını ve nasıl yokolduklarını vurgulamaya çalıştım. Zaten üstün zekalı kimselerin yokolması çok kolaydır. Onlar birer gül gibidir. Bir gün sulanmazsa bir çiçek gibi solar giderler. Hiç kimse de bunu farkedemez. Türkiyemiz için bu olay daha da acıdır. Önce şunu kabul etmek gerekir. Piyano olmayan evden bir Mozart veya Chopen çıkmaz. Bunun gibi, Türkiye'de üstün zekalı birçok matematikçi çıkmış ve ortam bulamadığı için yokolup gitmiştir. Burada vurgulamak istediğimiz de budur. Üstün zekalı bir çocuğun diğer çocuklardan pek farkı yoktur. Hatta bazen hiç dikkat bile çekmez. Belki sınıfının en başarısızlarından biri olabileceği gibi, en yaramaz ve derisine bile sığmayabilir. Bu eserde bunları görecek ve okuyacaksınız. Öğretmen olarak, eğitici olarak, anne ve baba olarak insanlık ve uygarlık bizden üstün zekalı kimseleri yok etmememizi ve onları korumamızı istiyor.

Genel olarak, tarihi akış içinde, burada yaşam öykülerini anlattığım matematikçileri doğum tarihlerine göre sıralamayı uygun buldum. Bazılarının yaşam öyküleri hakkında yeterli bilgi bulamadığımdan onları atladığım da oldu. Bunun yanı sıra, bazılarının yaşam öykülerini fazla ilginç bulmadığım için de fazla derinlemesine inmedim. Fakat ilginç olan ve eğitim için gerekli gördüğüm matematikçilerin yaşamlarını en ince noktalarına kadar anlatmayı bir görev saydım.

Matematik, oldukça teknik ve kavranması çok güç bir bilimdir. Böyle bir tarihi yazarken, özellikle kaçındığım bir nokta, olanaklar ölçüsünde matematiğin teknik tarafına girmeden ve okuyucuları sıkmadan bir biyografi türünde yazmaya çalıştım. Zaten bu kadar matematikçinin matematik buluşlarından ve kendileri tarafından yapılanları buraya aktarma olanağı yoktur. Bunu hiç bir matematikçinin de beceremeyeceği açıktır. Ancak, bir ekiple bu problem çözülebilir. Bunun dışında parça parça araştırma yapılabilir.

Türkiye'de, matematik tarihi bakımından matematik öğrencilerinin bu bilgisini doldurabilmek amacıyla işe başladık. İleride daha iyi olması arzusundayız. Okuyuculara ve öğrencilere biraz yararlı olabilirsek, kendimizi mutlu sayacağız. Bazı yanılgıların veya boşlukların bu tür eserlerde olması doğaldır. Gelecek her türlü öneri geliştirici bilgilere açık olduğumu hemen söyleyeyim. Saygılarımla.

Ali DÖNMEZ

İÇİNDEKİLER

Thales	13
Anaximander	53
Anaximenes	58
Eunopides	60
Pisagor	61
Parmenides	119
Oenopides	121
Anaxagoras	122
Eubulides	125
Eurytus	129
Agatharchus	130
Philolaus	130
Zenon	131
Antiphon	140
Sokrates	144
Hippocrates	159
Democritus	167
Hippias	172
Euclides	176
Archytas	178
Eflatun	185
Theaetetus	192
Eudoxus	193
Theodorus	205
Aristoteles	206
Dinostratus	219
Menaechmus	220
Eudemus	224
Dicaearchus	227
Autolycus	227
Callippus	228
Euclides	229
Aristarque	266
Archimedes	270
Eratosthenes	301
Apollonius	317
Nicomedes	373

Diocles 374
Hipparchus 376
Sezar 395
Strabon 398
Geminus 401
Dionysodorus 401
Cleomedes 402
Vitruvius 402
Diadorus 404
Pliny 404
Plutarkhas 407
Frontinus 410
Serenus 411
Heron 412
Menelaus 437
Nicomachus 438
Theodosius 444
Hyginus 445
İzmirli Theon 445
Thymaridas 446
Ptolemaios 447
Marinus 465
Diophantus 466
Porphyrius 471
Pappus 472
İskenderiyeli Heron 476
Hypatia 477
Proklos 483
Capella 487
Boethius 489
Cassiodorus 500
İsidorus 501
Genel Kaynaklar 507
Tarih Tablosu 509
Dizin 515

TALES (İ. Ö. 640 - 548)

Milaslı Thales, Mısır matematik okulunun ilk öğrencisi, Mile Okulu'nun kurucusu Yunanlı büyük bir matematik bilgini ve filozofudur. Aynı zamanda batı felsefesinin kurucusu sayılır.

Thales.

Thales, İsa'dan önce yaşayan yedi büyük bilginden en eskisi ve en ünlülerinden biridir. Aristo onu, İyonya filozoflarının ilki olarak saymıştır. Bazı kaynaklar, Apollondor'un ileri sürdüğüne dayanarak, onun otuz beşinci Olimpiyat'ın birinci yılında, yani İ. Ö. 640 yılında doğmuş olduğunu kabul ederler. Son Alman kaynaklarına göre de İ. Ö. 625 yılında eskiden Mile, bugün Milas denen yerde doğup İ. Ö. 545 yılında öldüğünü kabul ederler. Ya da İ. Ö. 550 yılında ölmüştür. Diogenes Laertius'a göre yetmiş sekiz yaşında elli sekizinci olimpiyat oyunları sırasında doğduğu yer olan Milas'ta ölmüştür. Doğumu gibi ölüm tarihi de tam olarak belli değildir. Kesin olan şey, doğum ve ölüm yılları bu tarihler dolaylarındadır.

Ege bölgesinde matematiğin yayıldığı o dönemin yerleşim şehirleri

Thales.

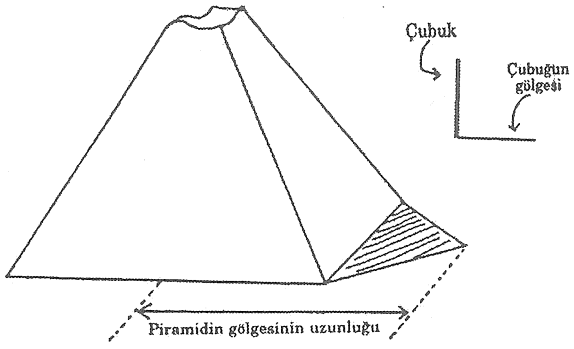
Eski Yunan yedi bilgesinden biri sayılan Thales'in ataları Fenikelidir. Aristo onun atalarının Kadmüs'ten geldiğini kabul ederek, kendisine felsefenin piri sıfatını verir. Onun Sami bir ırktan olduğunu sayanlar da vardır. Fakat babasının adı Examyes'tir. Bu isim Sami olmaktan çok Carieliler tarafından kullanılan isimdir. Onun yaşamına ilişkin bilinen tek şey, kendisinin bir bilgin, bir bilge, politikacı, tüccar ve çok iyi bir matematikçi oluşudur. Yaşamı hakkında kesin ve derin olan bilgiler yoktur. Mısır'da geometrinin temellerini öğrendiği sanılır. Kendisinden önce gelen bilgilerin tümünü öğrenmiş ve bunları toplamıştır. Bir dairenin içine üçgen çizilmesi promlemini o çözümlemiştir. Ters açıların eşitliğini doğruladığı söylenir. Manisa yöresindeki mıknatısların çekim özelliğini ilk görenlerden biridir. Suyun, maddenin ilkesi olduğunu ileri sürmüştür.

Thales.

Suyu ve havası matemetikçilere çok yaramış bir şehirdeyiz. Burası tarihi Milet şehri. İ. Ö. 640 yıllarında, yani zamanımızdan 2500 yıl önce, burada Thales doğmuş. Thales'in yaşamı hakkında fazla bir bilgimiz yok. Fakat bildiğimiz kadarıyla zengin bir aileden gelmiş ve zamanın modası uyarınca o da İskenderiye'ye gitmiş.Thales İskenderiye'deyken Mısırlılar bir problemle uğraşıyorlarmış. O da zamanın aşımına uğrayarak tepesi alçalan piramitlerin o zamanki gerçek yüksekliğinin ne olduğunu ölçmek. Thales buna pratik bir çözüm getirmiş. Yere bir çubuk dikin demiş, "ne zaman çubuğun gölgesi kendi yüksekliğine eşit olur, o zaman piramidin gölgesini ölçün. O size piramidin yüksekliğini verecektir." Mısırlılar bu pratik ve zeki çözüm karşısında çok etkilenmişler.

Thales bununla da yetinmiyor. O sıralarda yaklaşmakta olan bir güneş tutulmasını haber veriyor. Bunu biraz fazla buluyorlar ve inanmıyorlar, ama söylediği gün civarında bir güneş tutulması olunca Tahles'e iman ediyorlar. Thales bu başarılarından sonra zamanın Amerikası sayılan İskenderiye'den sevilen ve ünlü bir insan olarak Milet'e dönüyor.

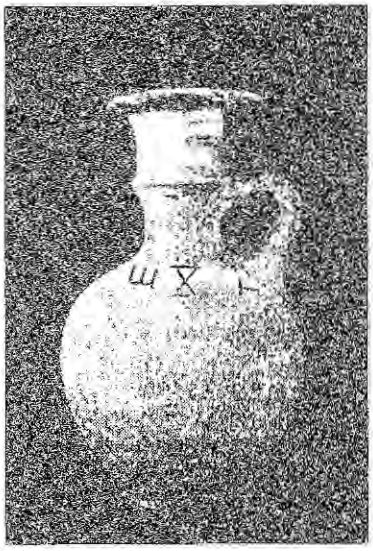
Thales'in düzlem geometrisi üzerinde çalıştığını biliyoruz. Özellikle bugün Thales teoremi diye bilinen benzer üçgenler teoremi bugün hemen hemen bilimin bütün dallarında kullanılan çok temel bir kavramdır.



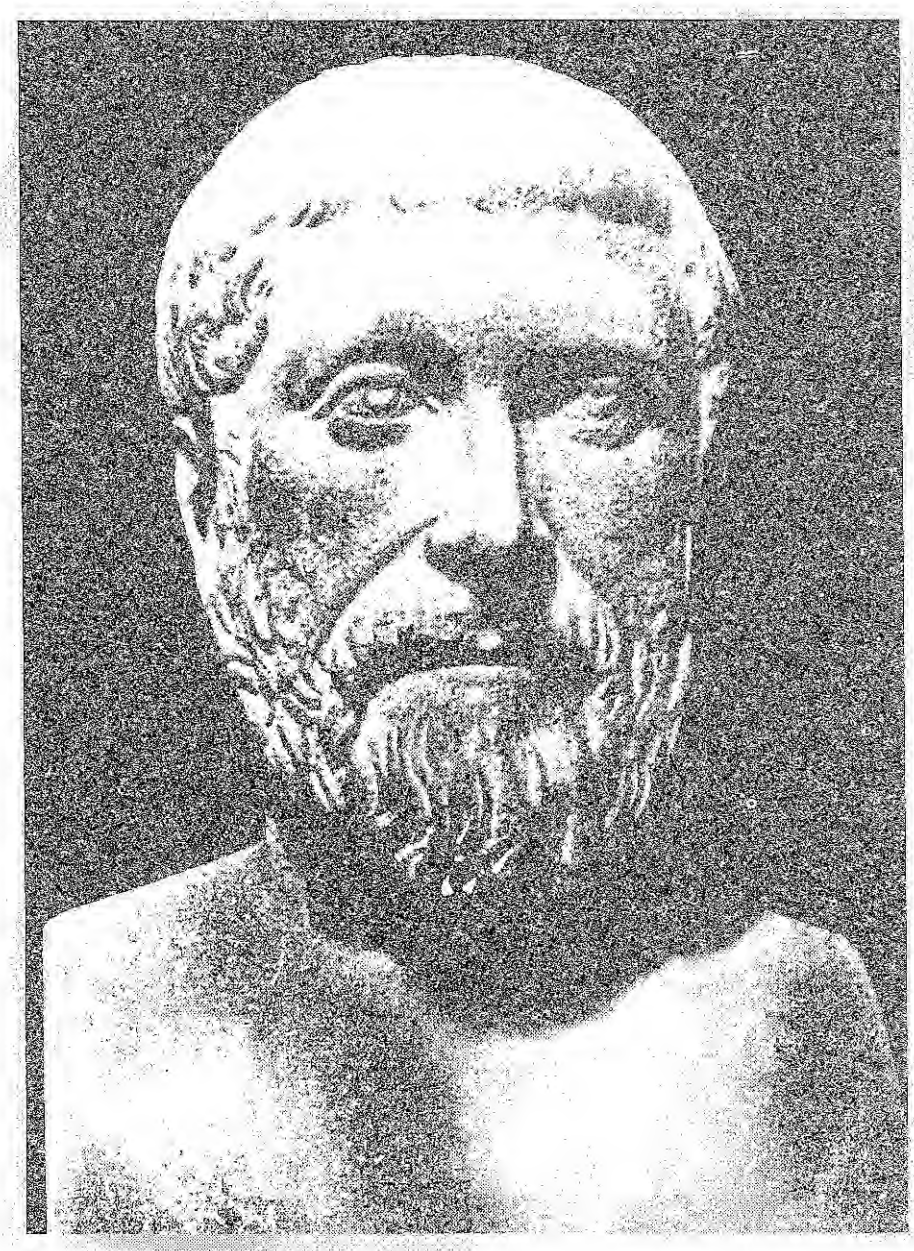
Piramidin yüksekliğini bulmak için, yere dikilen bir çubuğun gölgesinin uzunluğunun, çubuğun uzunluğuna eşit olmasını beklemek ve o anda piramidin gölgesinin uzunluğunu ölçmek gerekir. Thales teoremine göre bu uzunluk piramidin yüksekliğini verir.

Eflatun, Teetet adı diyaloğunda, onun bir gün gökyüzüne bakarak giderken önündeki bir kuyuya düştüğünü ve bu olayın orada bulunan uşaklardan birini çok güldürmüş olduğunu anlatır. Bu olay özel bir amaç için uydurulmuş olsa bile, Thales'in araştıran, inceleyen ve düşünen bir insan olduğuna aracılık eder. İ. Ö. birinci ve ikinci yüzyıl yazarları onun Mısır ve Girit'e seyahat etmiş olduğunu yazarlar. Bu olaylar doğru olsa bile kendisinin oralardan ne gibi bilgiler getirdiği bilinmemektedir. Çünkü, o tarihlerde bu bölgelerde ne gibi bilgilerin olduğu da açıkça bilinmektedir.

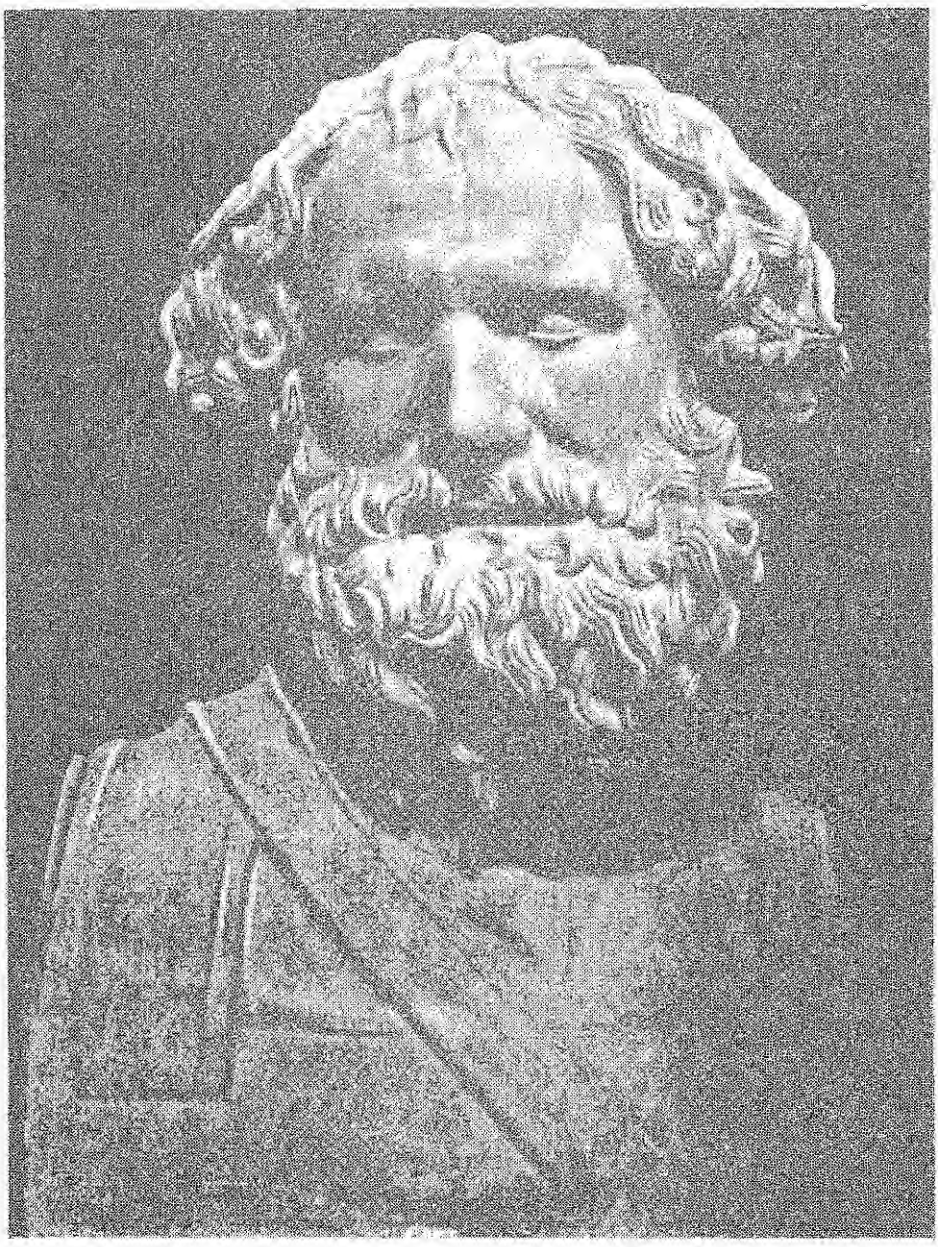
Doğal miknatısın demir parçalarını çekmesi.



Üzerinde Thales ismi bulunan bir vazo.
TA+LE+SE



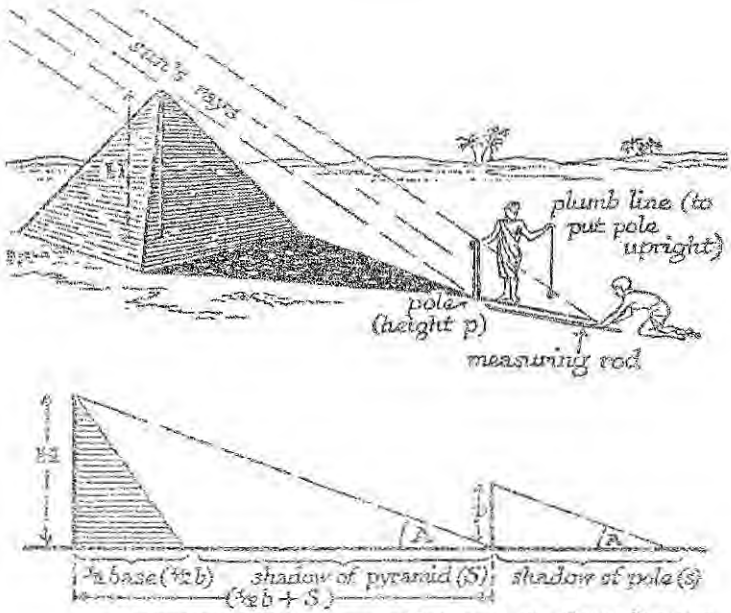
Pisagor
(İ. Ö. 569? - 500?).



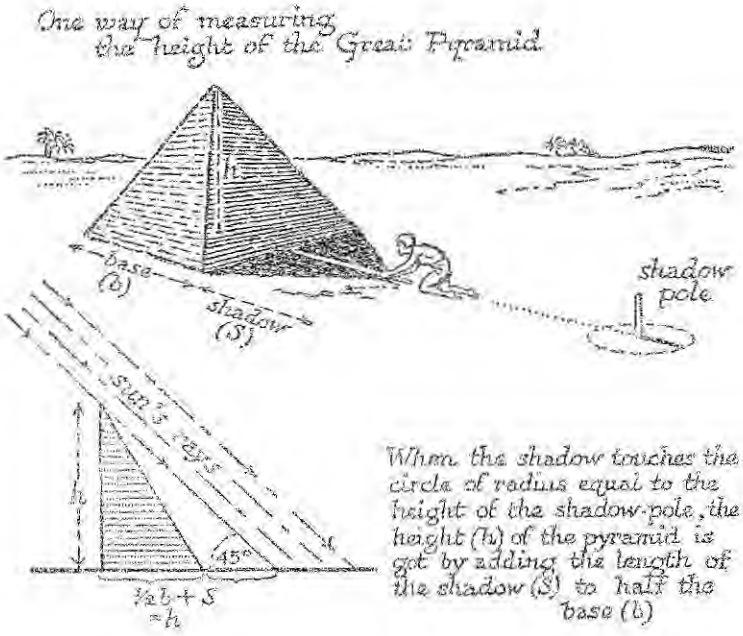
Archimedes
(İ. Ö. 287 - 212).

Çıkrıkla su çekme işlevi.

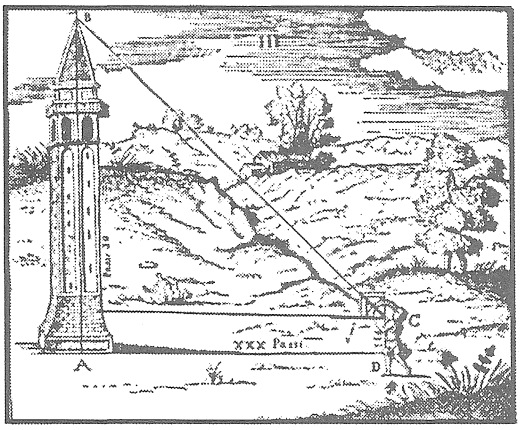
Günlük yaşamda matematik.

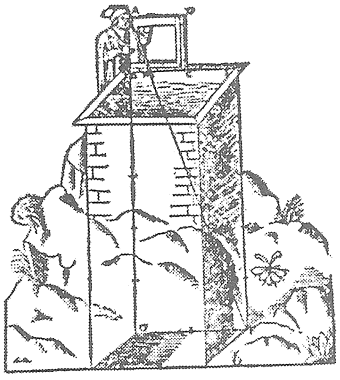


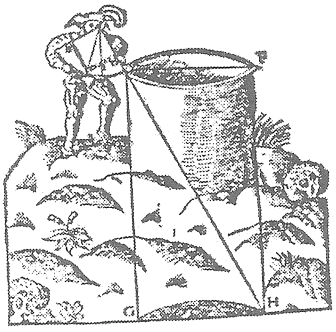
How Thales Measured the Height of the Great Pyramid

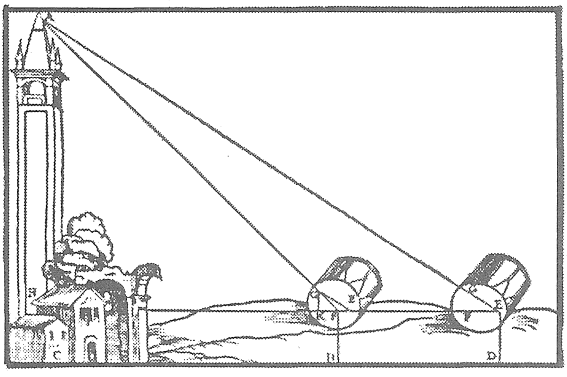


Thales teoreminin uygulamaları.

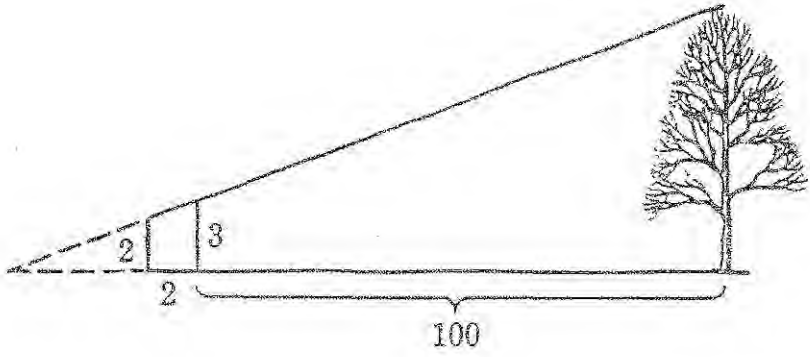


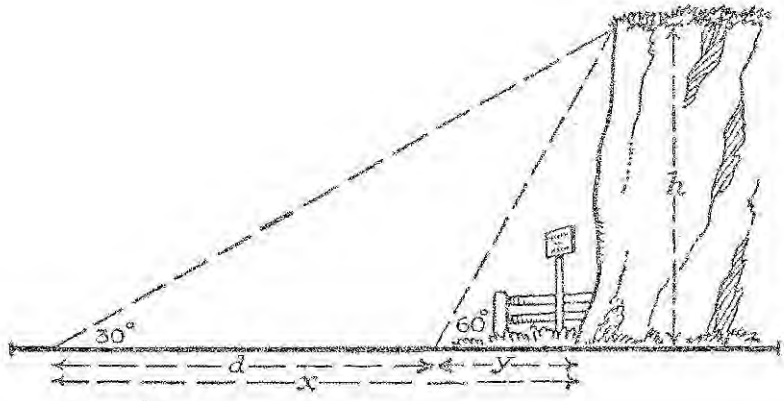


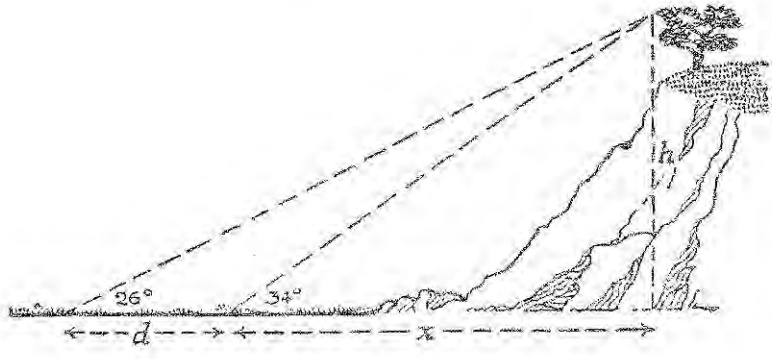




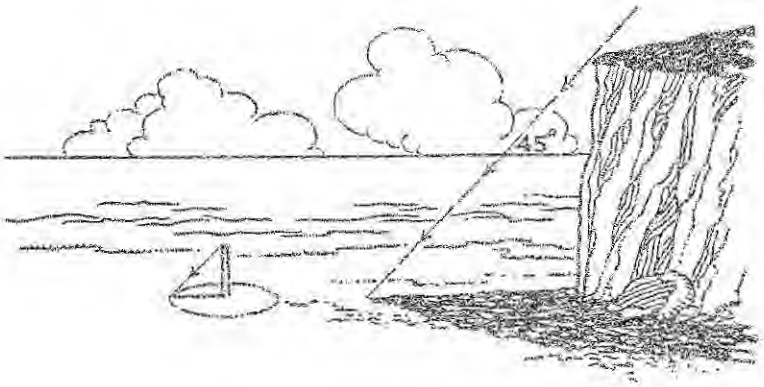
Yanına varılamayan uzaklıkların ölçümü.

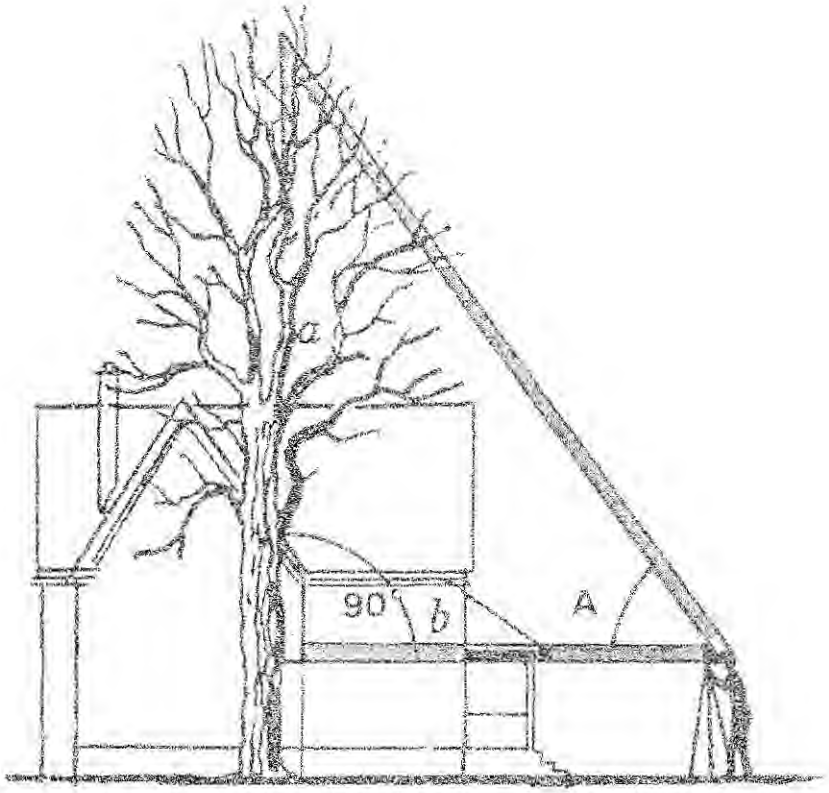




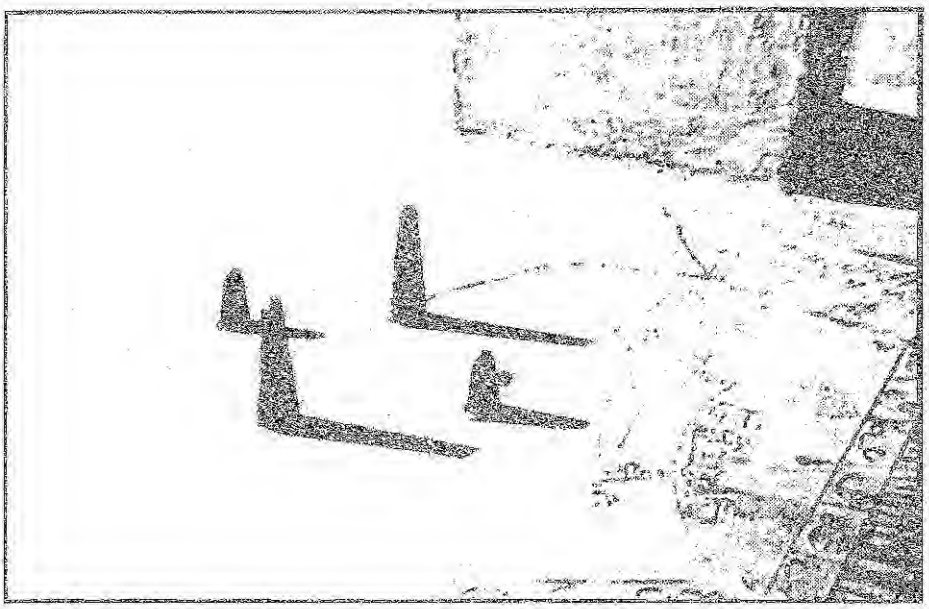


Yanına varılamayan uzaklıkların ölçümü.

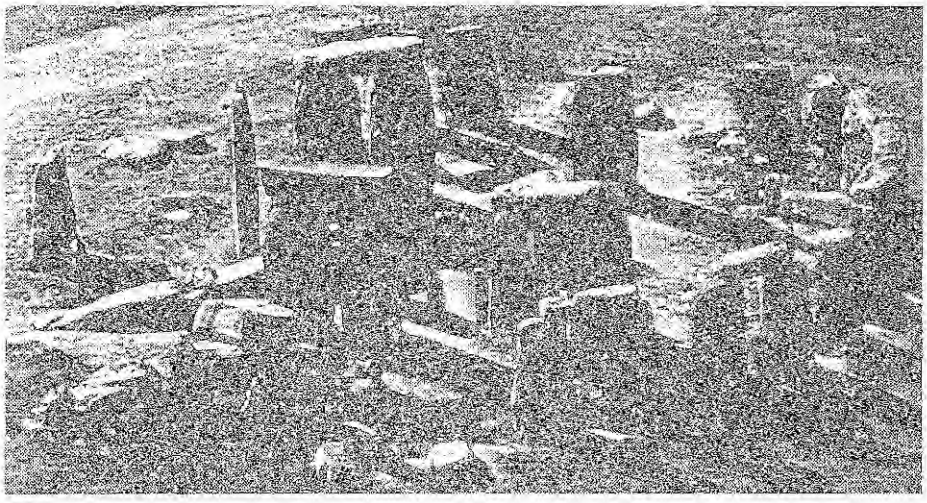




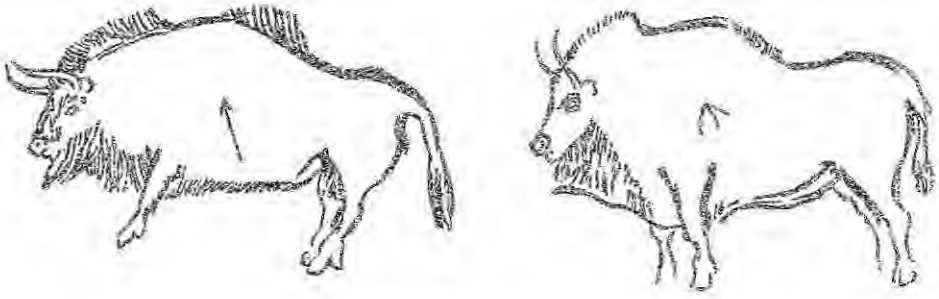
Yanına varılamayan uzaklıkların ölçümü.



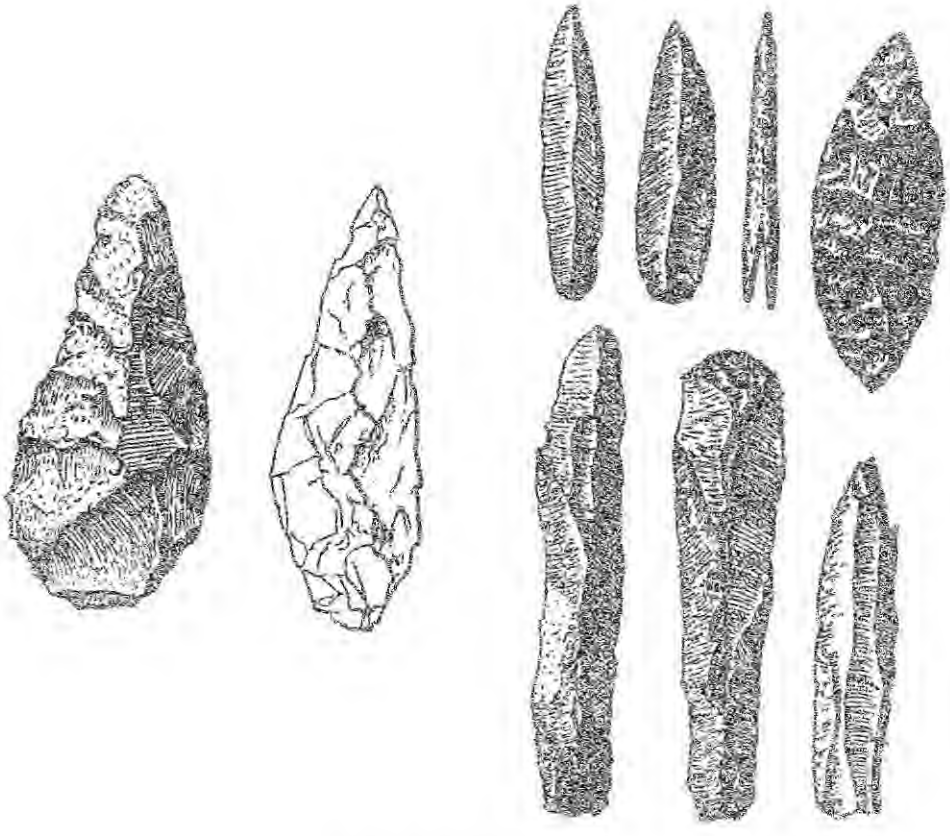
Güneş saati.



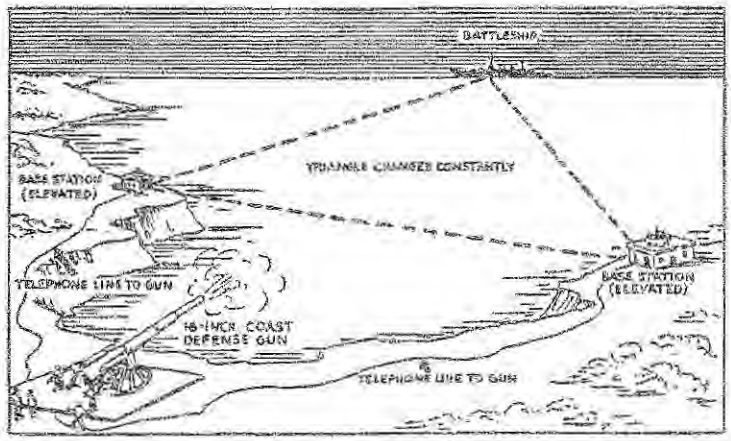
Taş devri kalıntıları.

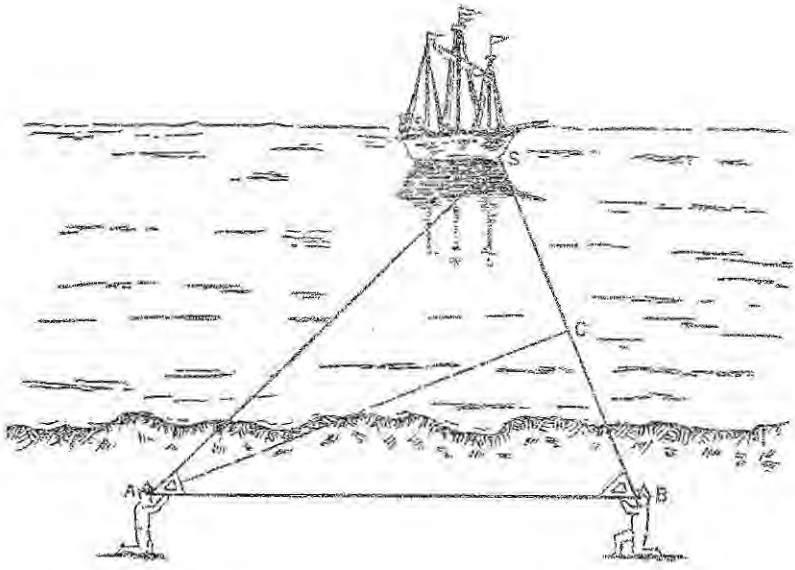


Mağra devri duvar resimleri.



Taş devri taş aletleri.



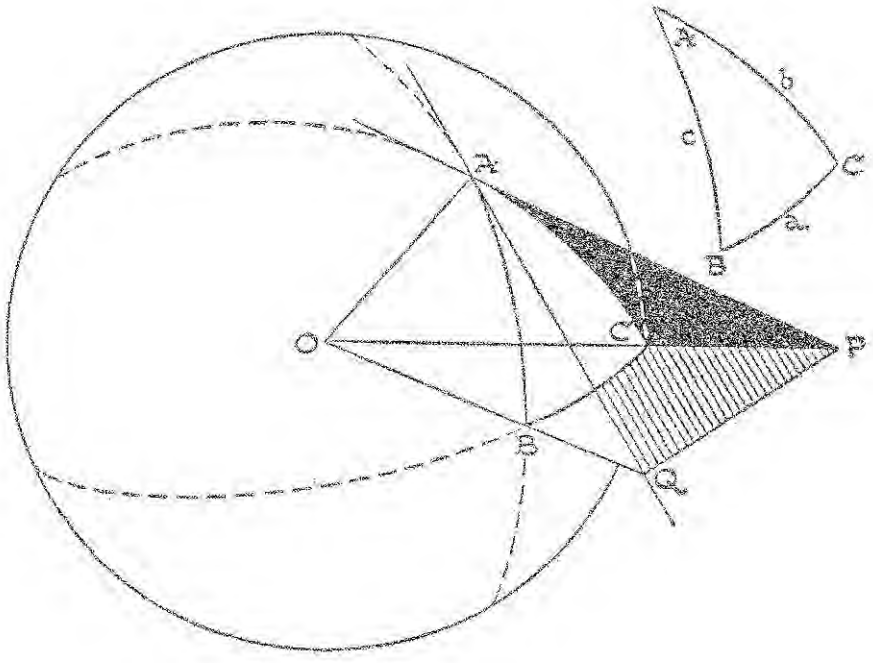


Yanına varılamayan uzaklıkların ölçümü.

Üçgenlerin özellikleri ve Thales bağıntıları, Mısır'daki piramitlerin yüksekliklerinin bulunmasında kullanılmıştır. Bugün bile, klasık geometride kendi adıyla anılan birçok teoremi vardır. Bunlar özellikle birinci ve ikinci Thales teoremleri olarak bilinir. Ortaokul öğrencilerine bu bağıntılar halen öğretilmektedir. Bu bağıntıların oldukça kullanılma alanları vardır. Zaten, Güneş ışığı ve ağacın gölgesinin uzunluğu aracılığıyla, ağacın boyu hesaplanır. Çok sayıda uygulamaları olan bu bağıntılarla, yanına kolaylıkla varılamayan uzaklıkların uzunluğunu hesaplamak olanağı vardır. Askeri amaçla da kullanılan bu bağıntılarla Mısır'daki piramitlerin yüksekliklerini de hesaplamıştır.

Thales, siyasal ve askersel işlerle de uğraşmıştır. Lidya Kralı Krezüs, ülkesini tehdit ettiği zaman, Hallys nehrinin akıntısını yarım çember şeklinde bir kanalla değiştirmeyi düşünmüş ve Teos'u ulusal bir merkez haline getirip Genel Meclis'i burada toplamayı önermişti. İranlılara karşı Yunan şehirlerini bir konfedarasyon haline getirmek istemiştir. Bu şekilde birleşme ve savunma o dönemlerde kimsenin bilmediği bir şekildi.

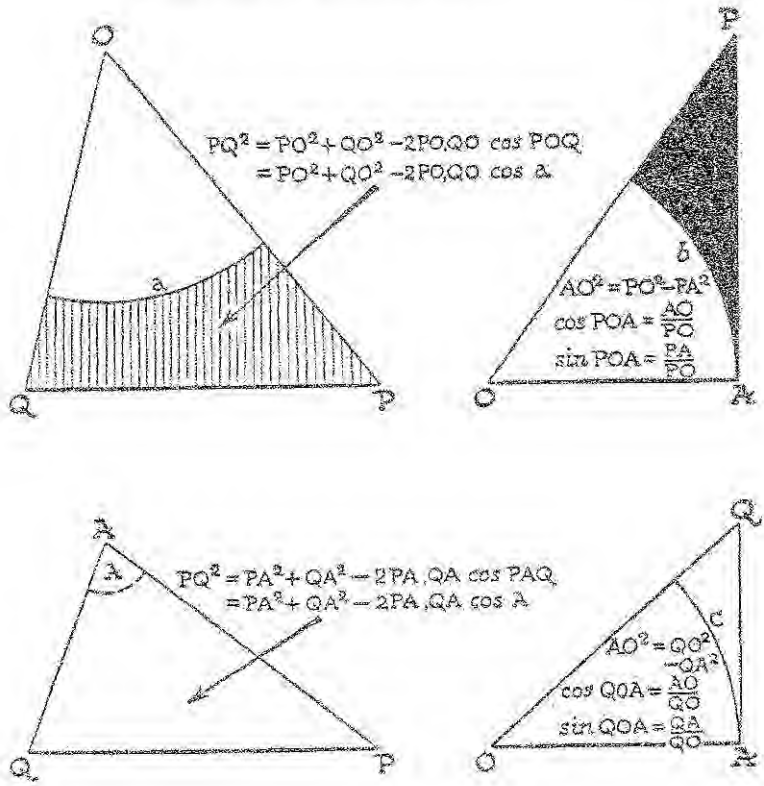
Fenikeliler denizci bir ulustu. Bu nedenle Thales'in deniz astronomisi üzerine şiirsel bir eser yazdığı ve bununla gece ve açık denizlerde yol bulduğu söylenir. Ayrıca, Xenophan ve Parmenides gibi Doğa Hakkında adlı yine şiirsel bir eseri vardır. Fakat bu eserlerin hiçbiri zamanımıza kadar gelememiştir. Bu eserlerin aslı olmasa bile, onun gemici Fenikelilere yıldızlar aracılığıyla denizlerde yol almayı öğrettiği anlaşılmaktadır. Aristo, Thales'i fiziğin ve doğal felsefenin kurucusu saymaktadır. Bu nedenle, bu filozofun düşünceleri bir bilim, bir de felsefe yönünden incelenebilir. Ödem'in Astronomi Tarihi adlı eserinde söylediği gibi, Thales geometri ve astronominin kurucusudur. O, bir kulenin tepesinden gemilerin kıyıya olan uzaklıklarını kolayca bulmuştur. Piramitlerin, ağaçların, binaların ve kulelerin yüksekliklerini gölgeleriyle hesaplamış, küresel üçgenlerin bazı özellikleri bulmuştur. Geçilemeyen ırmakların ve bataklıkların, boyutlarını kendi Thales teoremini yardımıyla hesaplamıştır. İkiz kener bir üçgenin taban açılarının eşit olduklarını ilk kez o kanıtlamıştır. Bunun gibi daha birçok buluşu vardır.



Küresel üçgenler.

Thales, İ. Ö. 585 yılında 28 Mayıs günü Güneş'in tutulacağını önceden haber vermiş ve bununla ünlü olmuştur. Geometri ve astronomi bilgisini bir gök olayına bağlamasını bilmiştir. Astronomide Güneş tutulmasını önceden haber verdiğine göre, onun Güneş ile Ay'ın evrelerini hesaplayacak kadar bir bilgiye sahip olduğu anlaşılır. Bu Güneş tutulmasının İ. Ö. 585 yılında 28 Mayıs günü meydana geleceğini ve onun bu olayı önceden haber vererek Medlerle Lidyalılar arasındaki savaşı durdurduğu tarihsel bir gerçek olarak bilinmektedir. Thales, Ay ışığını Güneş'ten alan, ışığı geçirmeyen bir cisim olduğunu kabul eden bir bilgindir. Yılı 365 güne ayırmıştır. İlim noktalarının saptanması, yeryüzünün Güneş ve Ay'a olan uzaklığının da ilk kez hesaplanması Thales tarafından yapıldığı kabul edilir. Fakat, onun pratik olan bu bilgilerinin kurumsal temellerini bilip bilmediğini belirlemek oldukça güçtür.

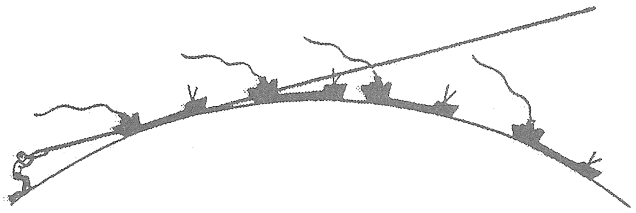
$$\cos a = \frac{AO}{PO}\cdot\frac{AO}{QO} + \frac{PA}{PO}\cdot\frac{QA}{QO}\cos A$$
$$= \cos POA \cos QOA + \sin POA \sin QOA \cos A$$
$$= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$$



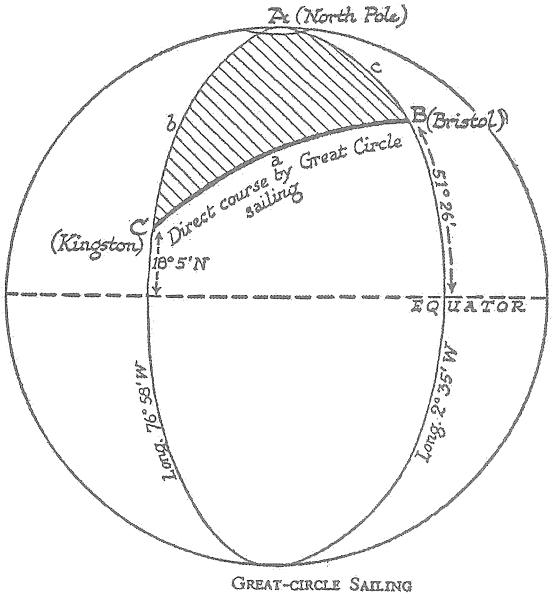
cos a = cos b cos + sin b sin c cos A

Yine Milas'lı Thales'e göre, Dünya geniş bir su üzerinde yüzen bir gemiye benziyordu. Depremler, bu suyun hareketinden doğardı. Buna karşın, Pisagor Dünya'nın hareketli olduğunu ileri sürmüştü. Pisagor teoremi Thales ve Pisagor'dan çok önce Babilliler ve Mısırlılar tarafından bilindiği halde, Thales'in çalışmalarında Pisagor teoremine ilişkin hiç bir bilgiye rastlanılmaması ilginçtir.

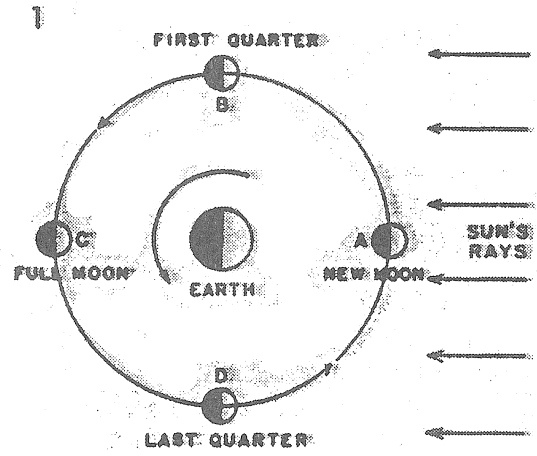
Thales'in hiç bir çalışması ve yapıtı günümüze ulaşamamıştır. Yaşadığı döneme ait kaynaklarda da adına rastlanılmaz. Eski Yunan'ın yedi bilgesinden biri olduğu kabul edilir ve çoğu kuşkusuz yakıştırma olan pekçok olay ve söz ona ait olduğu öne sürülür. Herodot'a göre Ege bölgesindeki İon kentlerinin bir federasyon içinde birleşmesini savunan bir devlet adamıydı. O, bu birleşmeyle düşmanlarına karşı daha kuvvetli olacaklarını biliyordu.



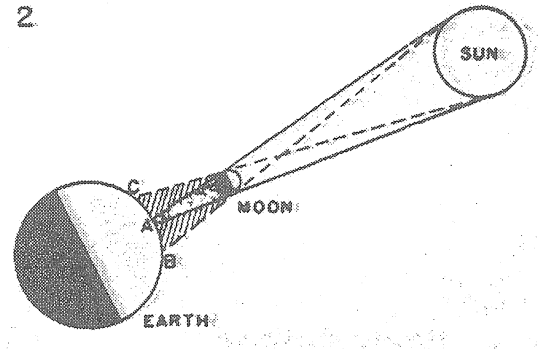
Geminin gelişinin görüntüsü.



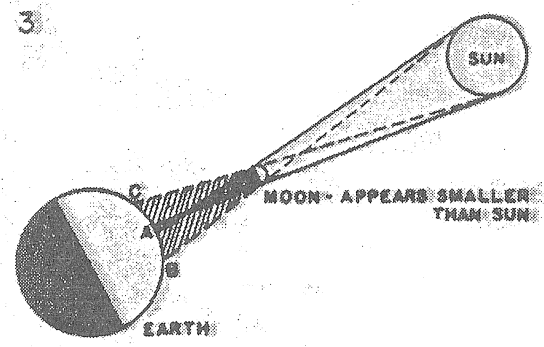
Gemilerin izledikleri yol.



The phases of the moon.

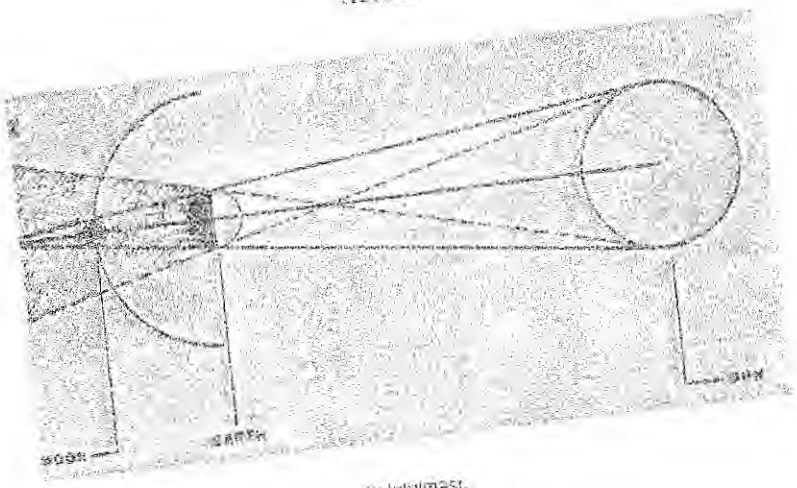


A total eclipse at *A*. A partial within *B*-*C*.

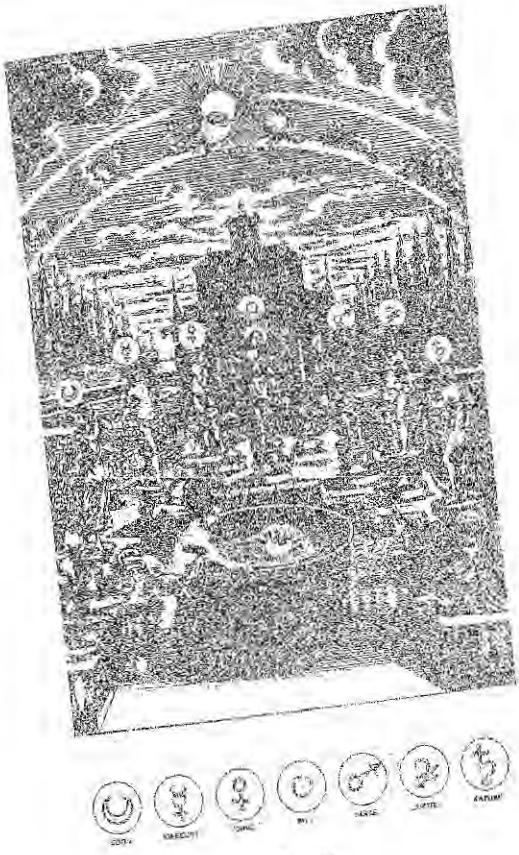


Annular eclipse at *A*. A partial within *B*-*C*.

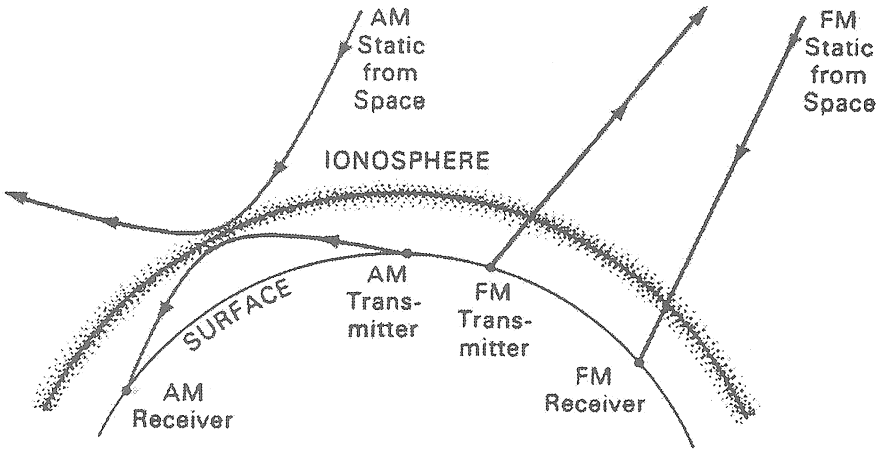
Güneş tutulması.



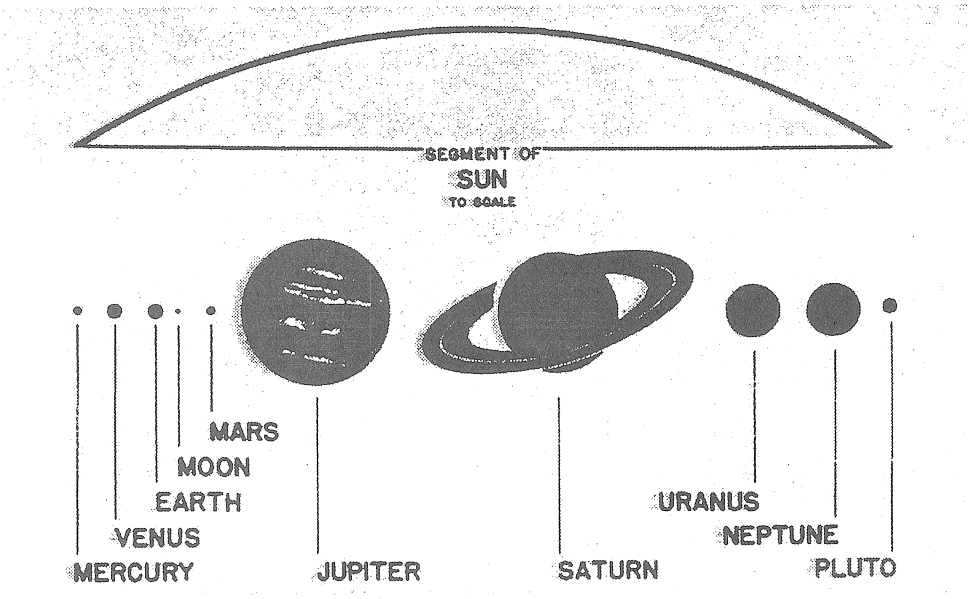
Ay tutulması.



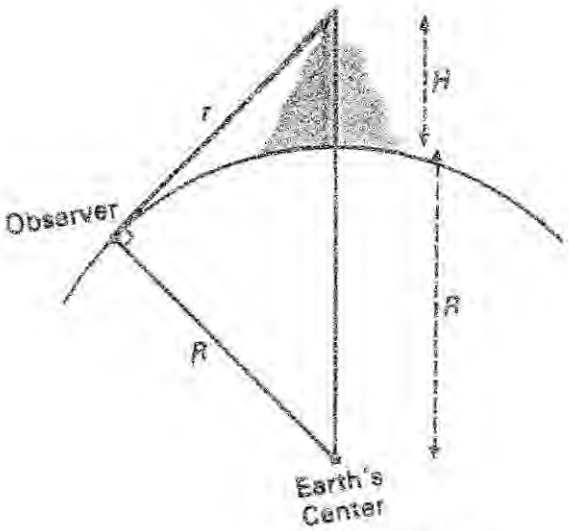
Burçlar.



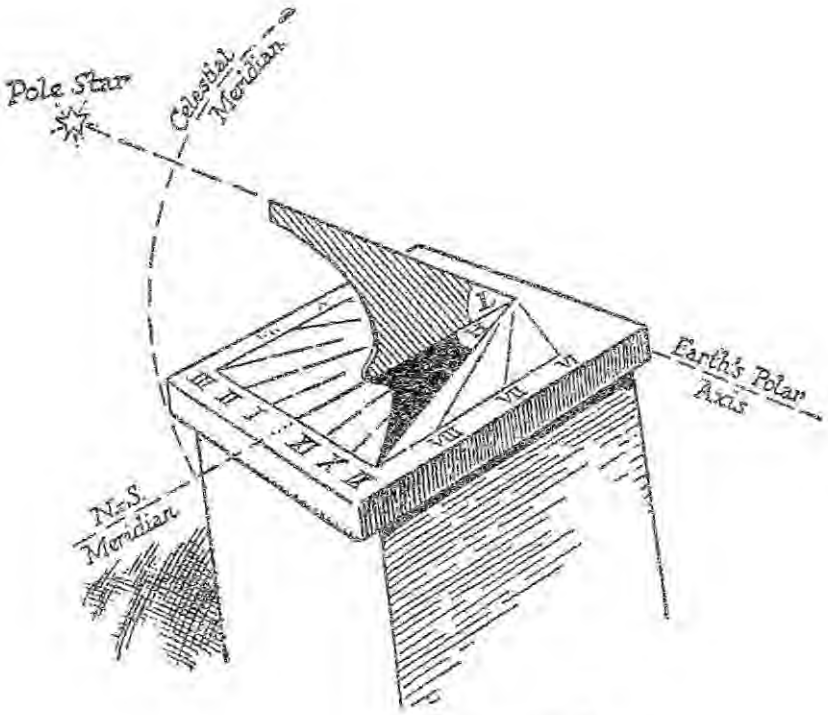
İyonosferde kırılma.



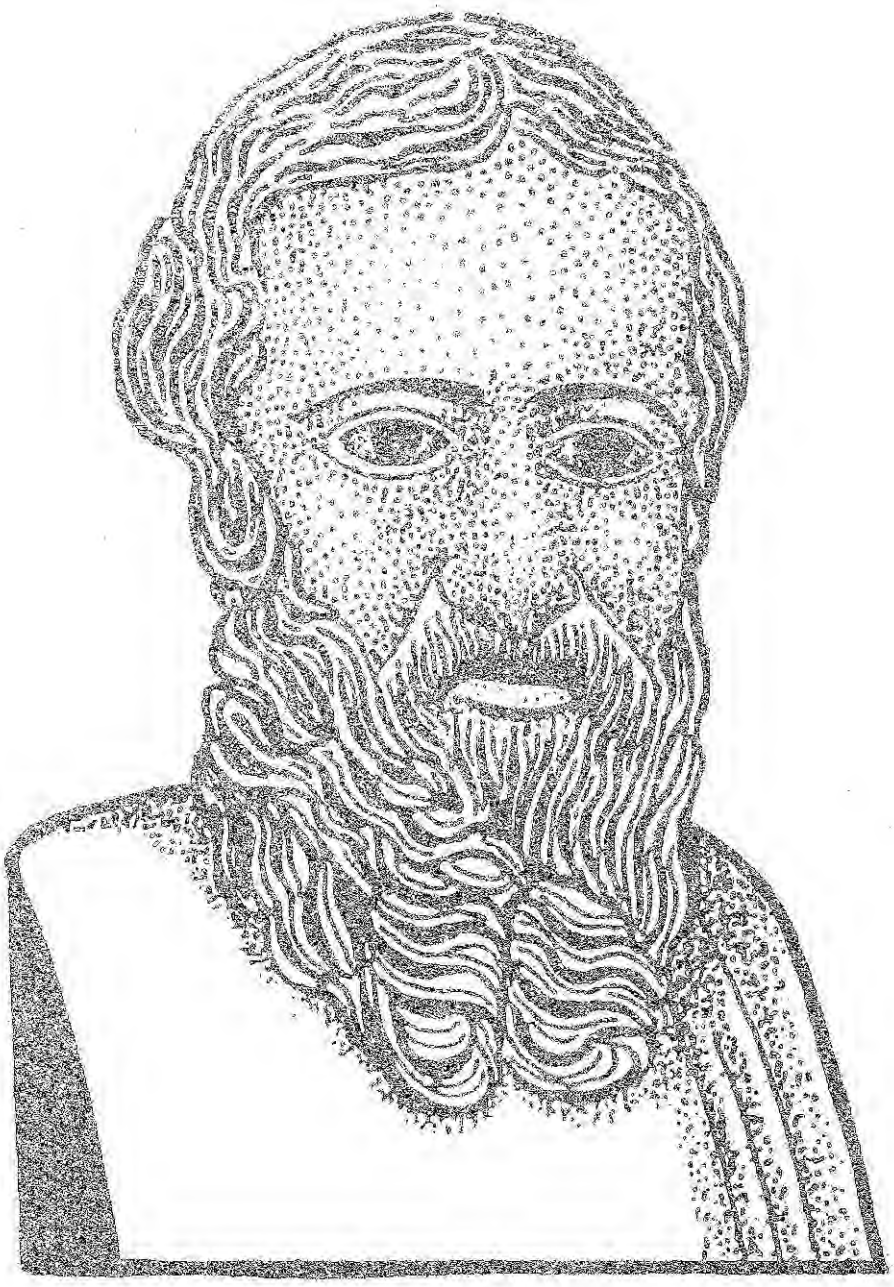
Güneş, Ay ve gezegenlerin birbirilerine göre büyüklükleri.



Dünya'nın yarıçapının ölçümü.



İspanyol Güneş saati.



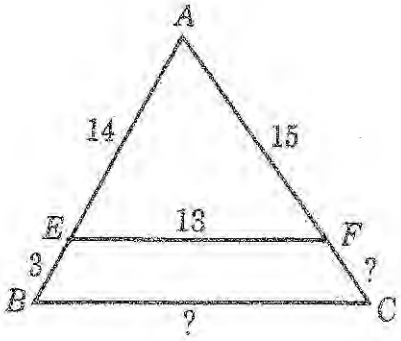
Herodot (İ. Ö. 484 - 420)

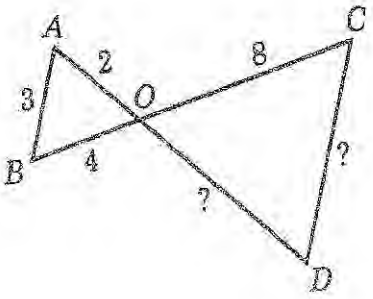
Eski Yunan bilginlerinden Kallimakhos'un aktardığı bir inanca göre denizcilere kuzey takım yıldızlarından Büyükayı yerine Küçükayı'ya bakarak yön bulmalarını öğütlemişti. Geometri bilgisini kullanarak Mısır piramitlerinin yüksekliklerini ölçtüğü ve gemilerin kıyıdan uzaklaştıklarını hesapladığı yazılır. Bu tür öykülerin gerçek olup olmadığı tartışılmalıdır. Hatta Thales bağıntılarının bile ona ait olmadığını ileri sürenler vardır. Kimin olduğunu da gösterememektedirler. Bunlar doğru olmasa da bunların tümü Thalas'ın ününün birer göstergesidir. Bugün bilim adamları Thales'in Güneş tutulmasının yerini ya da niteliğini yanılışsız öngörmesini sağlayacak bilgileri olamayacağı görüşündedir. Bunun ancak yaklaşık bir kestirme olduğu ileri sürülür. Herodot da bunu destekleyecek bir biçimde, Thales'in bu Güneş tutulmasının yalnızca yılını önceden bildiğini yazar. Neredeyse tam bir Güneş tutulması olması ve yaşamsal bir savaş sırasında gerçekleşmesi, astronom olarak ününün abartılmasına katkıda bulunmuş olabilir. İyi bir astronom ve devlet adamı olan Solon (İ. Ö. 639 - 559), Thales'le çok ilgilenmiştir. Hatta (İ. Ö. 594) yılında bir de Atina takvimini yapmıştır.

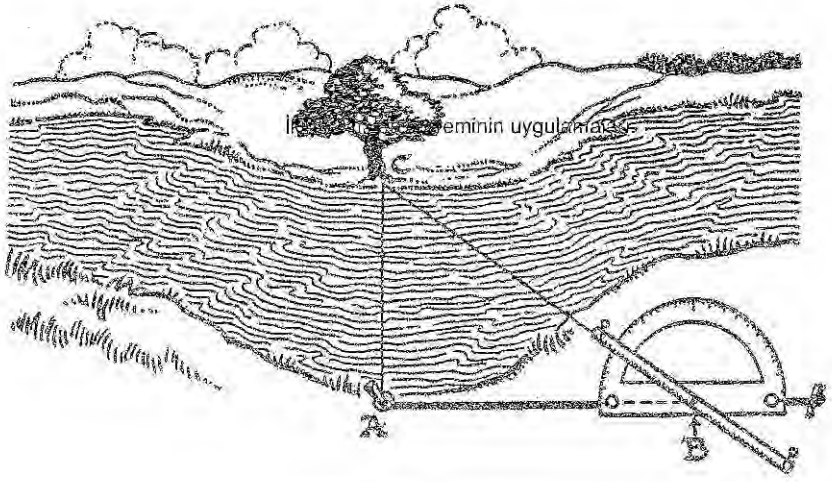
Thales, evrenin üst tabakasının hava, alt tabakasınınsa ateş halindeki kordan oluşturduğu görüşünü ortaya atmıştı. Arada Dünya'yı kaplayan bir gökyüzü boşluğu yer alıyordu. Gökyüzünü "meteora" sözcüğüyle açıklıyordu. Bu biçimde devam eden bugün için yanlış olan bir dizisi görüşleri vardı. Ona göre her kavramı açıklayan tanrıları vardı. Bu tanrılar belli güç ve özelliklere sahipdiler. Örneğin, mıknatısın açıklanamaz çekim gücü ve kehribarın bir çuhaya sürtünmesinden sonra çöp ve saman parçalarını çekmesi gücü açıklanamazdı. Onda, felsefenin mitolojiden kurtularak gerçek bir neden, sabit bir ilke arama şeklini aldığı görülmektedir. Eskiden, hiçbir şeyin yoktan oluşamayacağı düşüncesi bir inanç halindeydi. Thales buna dayanarak doğada tüm varlıkları doğuran bir öge aradı. Kendi deyimiyle evrenin tohumunu aradı. Ona göre bu tohum, bu öğe "su" dur. Plütarchus'a inanılırsa, Thales suda şu temelleri kabul eder. Su nemlilik kaynağıdır. Tüm hayvanların tohumları nemlidir. Nemlilik bitkiler için de zorunludur. Güneş ve yıldızların sıcaklığı da yeryüzünün buharıyla beslenir. Su her şekle girer. Cisimlerin oluşumunda da vardır. Son derecesinde ateş olur. Yoğunlaşmasının son noktasında toprak olur. Hava, bu son iki uçun ortasıdır. Thales'in suyu ölü bir madde değildir. O, ruhlu ve tanrısal bir şeydir. Bunun gibi daha birçok yakıştırmaları bir dizi halinde devam edip gider. Kehribar da cisimleri çektiği için ruhludur. Thales bir tek ruha inanıyordu. O da her şeyi sudan yaratan tek düşüncesiydi. Madde sonsuza kadar bölünebilirdi.

Diogene Laerce, onun Atina'da arhontluk yapan Damasias zamanında Bilge ünvanının almış olduğunu kaydeder. Nil'in taşmasındaki nedeni açıklayan bir kuramı dolayısıyla, onun Mısır'a kadar gitmiş olduğunu ve geometriyi bu bölgenin rahip ve din adamlarından öğrenmiş olabileceğini ileri sürerler. Yine Diogene Laerce, onun bilgeliğini göstermek için, kendisinden kalan şu parçaları söyler: "Varlıkların en eskisi Tanrı'dır. Çünkü o, doğurulmamıştır. En güzel olan evrendir. Çünkü o, Tanrı'nın eseridir. En güzel olan uzaydır. Çünkü o, her şeyi içine alır. En hızlı olan ruhtur. Çünkü o, her yere koşar. En güçlü olan zorunluluktur. Çünkü o, her şeyin sonunda gelir. En bilge

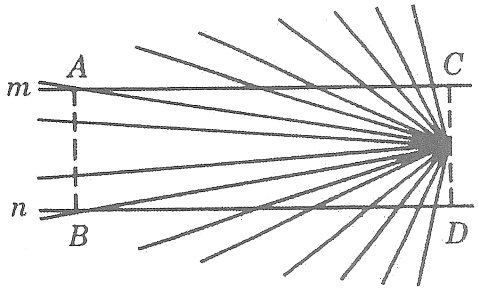
olan zamandır. Çünkü o, her şeyi keşfeder. ...". Thales, "Ölümün yaşamaktan hiç bir farkı yoktur" dediği için, kendisine "Öyleyse kendini niçin öldürmüyorsun?" demişler. O da, "Çünkü yaşamla ölüm birdir" demiştir. "Gece mi, gündüz mü önce yaratılmıştır?" sorusuna, "Gece, bir günün önündedir" yanıtı vermiştir. "Bir insanın kötü eylemleri, tanrıların gözlerinden kaçar mı?" sorusuna da, "Onlar, hatta kötü düşünceleri bile görürler." karşılığını vermiştir. "En zor nedir?" sorusuna karşılık, "Kendini bilmek" demiş ve "En kolay nedir?" sorusuna da, "Başkasına bir öğüt vermek" diye yanıtlamıştır. En mutlu insanın sağlıkla servete sahip olan kimseler olduğunu vurgulamıştır. Bunlar gibi daha çok sayıda ünlü ve ders alınması gereken sözleri vardır.

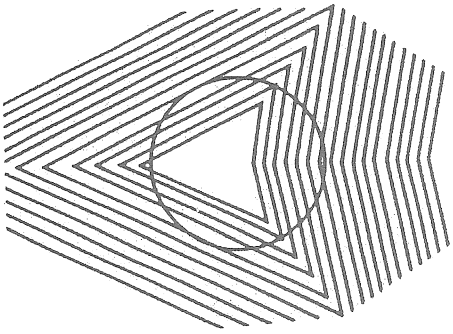


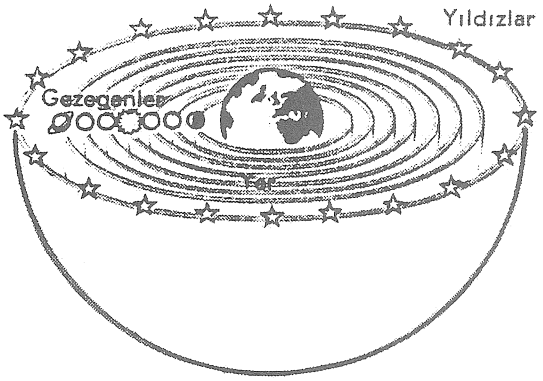




İrmağın genişliğinin hesabı.

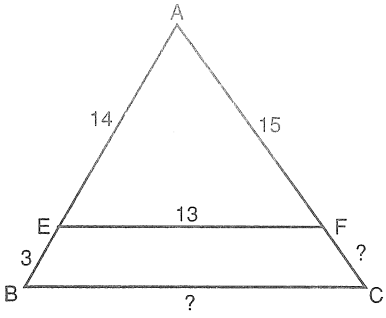


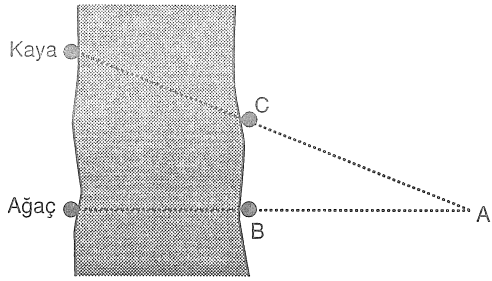


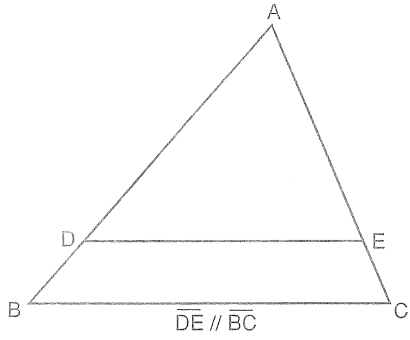


Yukarıda: İlk kez Aristarchus'un (İ. Ö. 280) tasarladığı "Dünya Sistemi'ni" Ptolemy geliştirdirdi. Bu sisteme göre: Yer, evrenin merkezinde hareketsizdi. Ay, Merkür, Venüs, Mars, Jüpiter, Satürn ve Güneş, Yer etrafında dolanan gezegenlerdi. Bunların ötesinde sabit yıldızların yer aldığı bir küre vardı.

Yanda: Yunan filozofu Thales (İ. Ö. 624 - 545) dünyanın düz olduğuna ve suda yüzdüğüne inanıyordu. Thales'in görüşüne göre yapılmış bir 16. yüzyıl yapıtında Adem ile Havva.







Thales teoreminin uygulamaları.

Yine Diogene Laerce'nin anlattıklarına göre, Thales yalnız yaşamayı severmiş. Bazıları onun evlenmiş ve bir kız babası olduğunu söylerlerse de, başkaları onun bekar kaldığını, hiç evlenmediğini söylerler. Kız kardeşinin oğlunu evlat edindiğini ve kendisine niçin çocuklara sahip olmak istemediği sorulunca, "Çocuklara karşı olan aşkımdan!" cevabını verdiği ve annesinin Thales'e evlenmesi için yaptığı baskılara karşı, "Hayır Zeus hakkı için daha zamanı değil" diyerek annesinin bu isteğini geri çevirdiği anlaşılmaktadır. Bu ve bunun gibi bazı söz ve düşüncelerin ne denli güvenilir oldukları bilinmemekle birlikte, Thales'in yaşam ve ahlak anlayışı bakımından bazı gerçekleri ortaya çıkardığı görülüyor.

Thales, Solon'un çağdaşıdır. Diogene Laerce göre, onun biri Pherisid'e diğeri de Solon'a yazılmış iki mektubunun olduğunu uzun uzun anlatır. Yine geleneksel söylentilere göre bir tür büyüteç olan mikrometreyi icat etmiştir.

Thales ve Pisagor'un o zaman sahip oldukları matematik bilimine, sistematik bir şekil veren Euclides olmuştur. Bu sistemli bilgiler, halen lise öğrencilerine öğretilir. 2600 yıldır öğretilen bilgiler bundan böyle de öğretilmeye devam edilecektir.

Eski Yunan matematiği, öğretim yöntemlerine pek bağlı değildir. Belli okulları da yoktur. Thales, Pisagor ve Öklit, bu öğretim yöntemi ve kurallarını Yunan matematiğine getirmişlerdir. Sümer, Babil ve Mısır matematiği ile aralarında amaç bakımından biraz da farklılıklar vardır. Mezopotamya ve Mısır matematiği, uygulamalar ve bunlardan yararlanma fikri ağır basar. İnşaat, arazi ve gök olaylarında matematiğin uygulanması amaçlanıyordu. Bunda da başarılıydılar. Yunan matematiği ise, matematikte uygunluk, sadelik ve zarif olan şeylerin incelenmesi fikrine dayanıyordu. Yunan matematiğinin temel özelliği, kurumsal oluşundadır. Buna bağlı olarakta, eski Grek'lerde sanat zevki ve sanatta ilerlemeleri bu yüzden olmuştur. Helenlere göre, matematik bir bilim olduğu kadar, aynı zamanda bir sanattır. Sümer, Babil ve Mısır matematiğinin kurumsal bir amaca yönelmediği, bundan dolayı söylenir. Soyut matematiğin kurucusu olarak, Pisagor'un adı geçer.

Thales'in bazı geometri teoremlerini bulduğu da ileri sürülür. Çap, çemberi iki eşit parçaya böler. İkiz kenar bir üçgenin taban açıları birbirine eşittir. İki doğrunun kesişme noktasındaki ters açılar birbirine eşittir. Köşesi çember üzerinde olan ve çapı gören çevre açı bir dik açıdır. Tabanı ve buna komşu iki açısı verilen üçgen çizilebilir. Ama İlkçağ'da belirli buluşlar genellikle ünlü bilgelere yakıştırıldığından Thales'in bu alandaki gerçek başarılarını değerlendirmek güçtür.

Thales'in, bazı felsefesinin kurucusu olduğu savı, onun evreni ilk kez tek bir maddi temele bunu su ya da nemle açıkladığını aktaran Aristoteles'ten kaynaklanır. Thales'in maddeyi bir başka madde ile açıklaması, evreni mitolojinin öğeleriyle açıklayan gelenekten bir kopuş olarak görülür. Ama bu açıklamasıyla da Eski Yunan geleneğinden tümüyle ayrılmamıştır. Thales'in önemi, suyu temel töz saymasından çok, doğayı, olguları basitleştirerek açıklama çabasında ve olayların nedenlerini insan biçimli tanrılar-

dan çok doğanın içinde aramasında yatar. Mitolojik açaklamalar ile ussal açıklamalar arasında bir köprü kurmuş, kendisinden sonra Anaksimandros ve Anaksimenes de aynı çizgide ilerlemiştir.

Erken yaşlarda ticaret ve halk işleriyle uğraşan Thales hakkında iki tane öykü zamanımıza kadar gelmiştir. Bu da onun zekiliğini ve okumuş biri olduğunu gösterir. Katırlarla tuz yükü taşıyan Thales'in katırlarından birisini ırmağı her geçişinde suya yatar, tuzun büyük bir kısmı suda eriyince kalkar, yükünün hafiflediğini anlar ve yoluna az yükle devam edermiş. Bunu alışkanlık haline getiren katıra, bir ders vermek gerekiyormuş. Bunun için katırın yükünü paçavra ve sünger olarak yüklemiş. Aynı ırmaktan geçerken alışkanlığını tekrarlayan katır, suyu emen paçavra ve süngerin ağırlığı altında yükünü güçlükle taşımak zorunda kalmıştır. Ya da ırmaktan çıkamayarak boğulup gitmiştir.

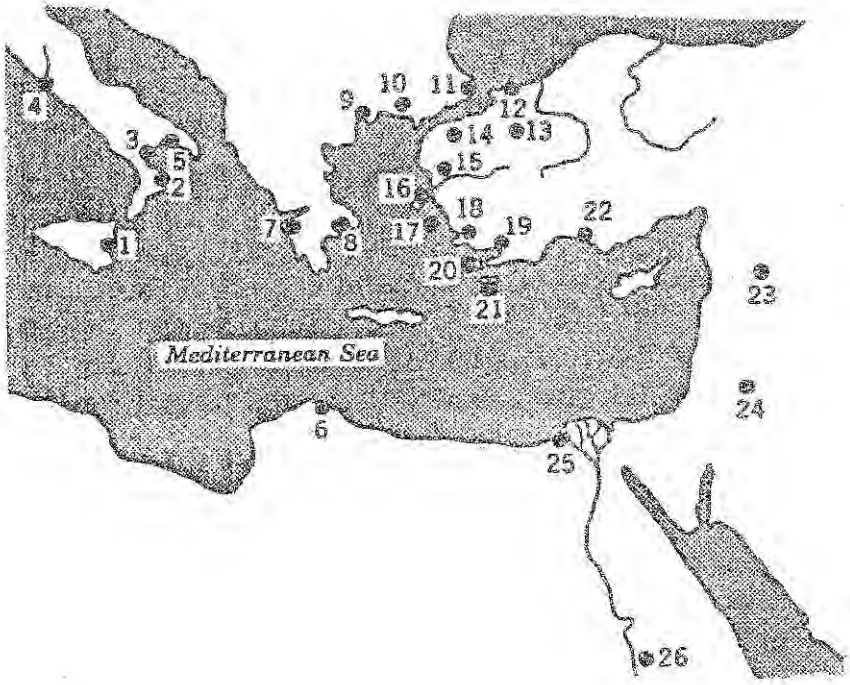
Aristo'nun anlattığına göre, bilgisiyle daha kış ortasındayken o yıl zeytinin çok fazla olacağını kestirmiştir. Bunun üzerine çok düşük bir ücretle zeytinyağı çıkaran değirmenleri önceden kiralamıştır. Mevsimi gelince sıkışan zeytincilere bu değirmenleri daha yüksek bir ücretle devretmek gibi ayrı bir ticaret zekasını da göstermiştir.

Tüccar olan Thales, genç yaşlarında Mısır'a gitti ve orta yaşlarında Milet'e döndü. Yoğun ticaret işleri arasında geometri öğretti. Onun bu geometri çalışmaları kısaca şöyle özetlenebilir.

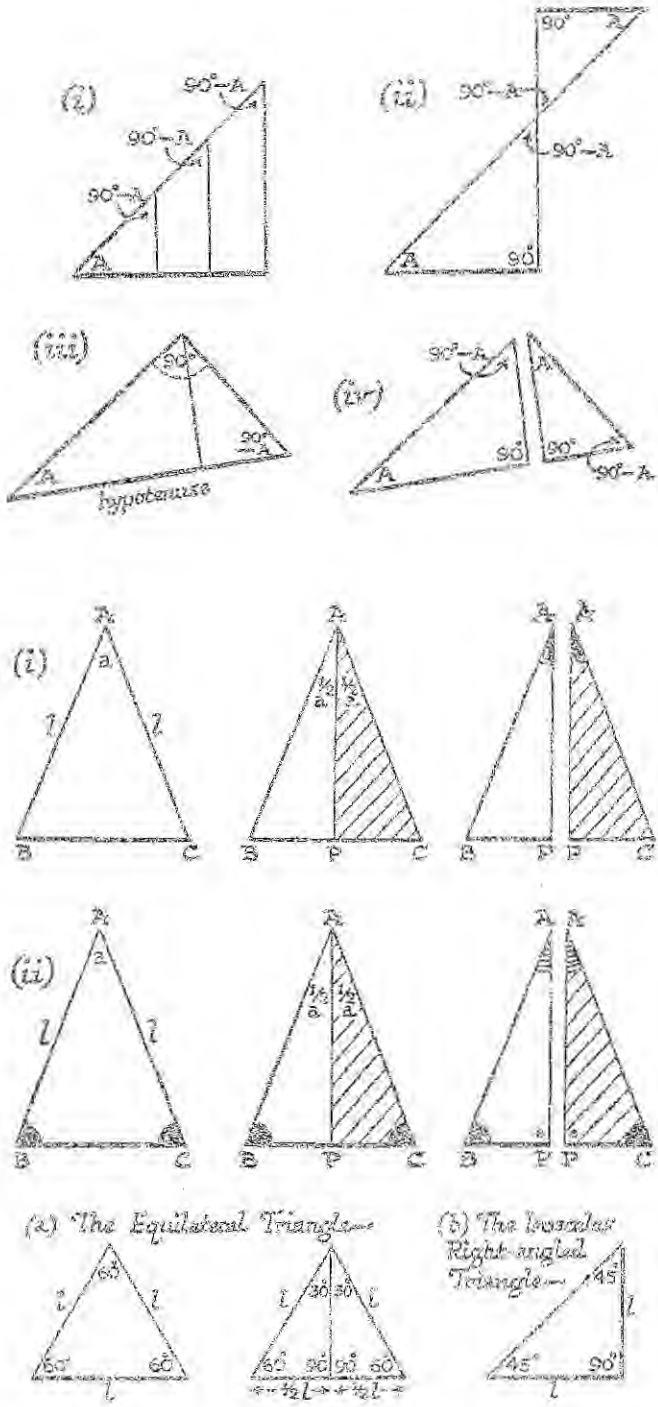
İkiz kenar bir üçgenin taban açıları birbirine eşittir. Bu teorem Euclides'in birinci kitabında 5. Teorem olarak geçer. Ters açılar eşittir. Bu da Euclides'in aynı kitabında 15. Teoremdir. Bir kenarı ve bu kenara bitişik açıları verilen üçgen çizilebilir. Bu da yine birinci kitapta 26. Teorem olarak geçer. Bu teoremin uygulaması da çok yapılmıştır. Denizlerdeki gemilerin kıyıya olan uzaklıkları ve bir kulenin yüksekliğinin bulunuşu bu teoremle hesaplanmıştır. Eşit açılı üçgenlerin kenarları orantılıdır. Bu da Euclides'in altıncı kitabında 4. Teorem olarak geçer. Thales, bu teoremi kullanarak, Mısır'da bulunduğu yıllarda piramitlerin yüksekliklerini hesaplamada kullanmıştır.

Büyük bir olasılıkla, Thales geometriyi Mısır'da öğrendiğine göre bu teoremler Mısır'da biliniyordu. Plütarchos'un diyaloğunda, Thales kaynak gösterilerek bu uygulama şöyle yapılır. Piramidin gölgesinin bittiği yere bir sopa dikilir. Gölgelerin uzunlukları arasındaki oran yüksekliklerin arasındaki orana eşittir. Yine Plütarchos'a göre, Mısırlılar bu teoremi biliyorlardı. Çünkü, Thales bu uygulamayı Mısır'da yaptığı zaman, yanında bulunan Mısır kıralı Amasis, kuramsal bilimin bu biçimde uygulanmasına hayran kalmıştır.

Çap, daireyi ve çemberi iki eşit parçaya böler. Çapı gören çevre açı diktir. Bu da Euclides'in üçüncü kitabında 31. Teoremdir. Dikdörtgenin köşegenleri birbirine eşit ve birbirlerini ortalar. Bundan yararlanarak, dikdörtgenin çevrel çemberini çizmiştir. Yine bu özelliği kullanan Thales, bir dik üçgenin iç açılarının toplamının iki dik açı ol-



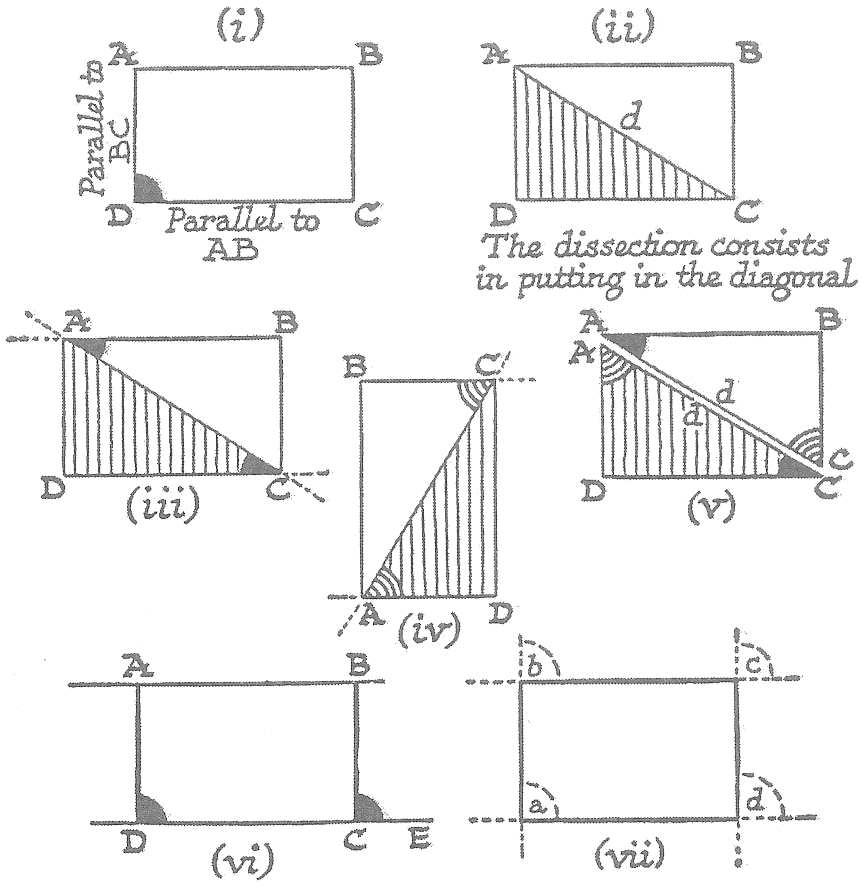
1. Syracuse	Abdera	10 (Democritus)
2. Crotona	Alexandria	25 (Euclid, Heron, Ptolemy, Pappus, Menelaus and others)
3. Elea	Athens	8 (Plato, Theaetetus)
4. Rome	Byzantium	11 (Proclus)
5. Tarentum	Chalcedon	12 (Xenocrates)
6. Cyrene	Chalcis	23 (Iambilichus)
7. Elis	Chios	16 (Hippocrates)
8. Athens	Cnidus	20 (Eudoxus)
9. Stagira	Crotona	2 (Pythagoras)
10. Abdera	Cyrene	6 ((Theodorus, Eratosthenes)
11. Byzantium	Cyzicus	14 (Callippus)
12. Chalcedon	Elea	3 (Parmenides, Zeno)
13. Nicaea	Elis	7 (Hippias)
14. Cyzicus	Gerasa	24 (Nicomachus)
15. Pergamum	Miletus	19 (Thales)
16. Chios	Nicaea	13 (Hipparchus)
17. Samos	Perga	22 (Apollonius)
18. Smyrna	Pergamum	15 (Apollanius)
19. Miletus	Rhodes	21 (Eudemus, Geminus)
20. Cnidus	Rome	4 (Boethius)
21. Rhodes	Samos	17 (Pythagoras, Conon, Aristarchus)
22. Perga	Smyrna	18 (Theon)
23. Chaleis	Stagira	9 (Aristotle)
24. Gerasa	Syene	26 (Eratosthenes)
25. Alexandria	Syracuse	1 (Archimedes)
26. Syene	Tarentum	5 (Pythagoras, Archytas, Philolaus)



Üçgenlerde bağıntılar.

duğu sonucuna varmıştır. Evlerin çatıları da bu hesaplarla yapılmıştır. Bir doğruya dışındaki bir noktadan dikme inme veya bir doğru üzerindeki bir noktadan bu doğruya dikme çıkma problemleri Thales'e aittir veya Thales bunu Mısırlılardan öğrenmiştir. Eşit iki dik üçgen ters bir biçimde yanyana konarak dikdörtgen elde edilir. Dikdötgenin iç açıları toplamı dört dik açıdır. Daha ileri, herhangi bir üçgenin dış açılarının toplamı dört dik açıdır.

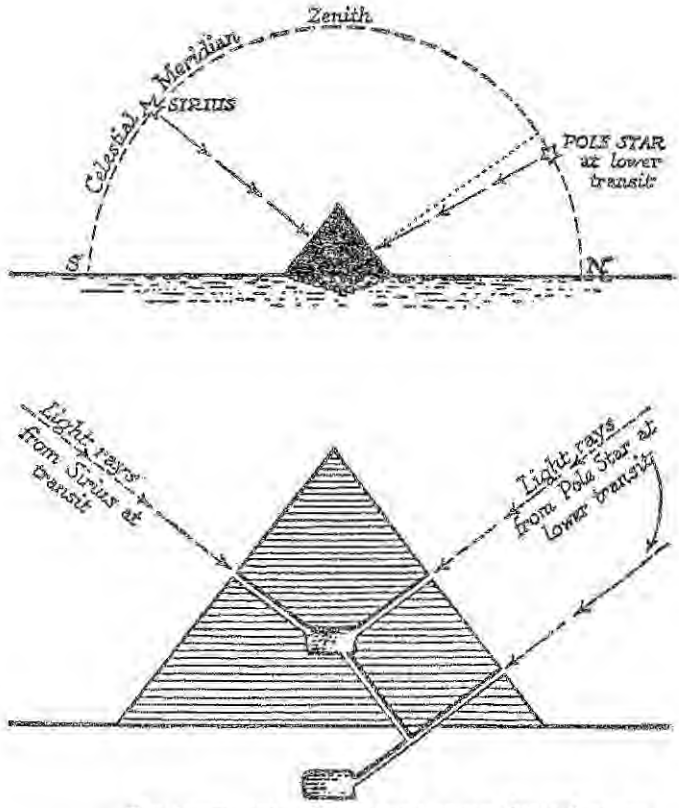
Thales, astronomi üzerine de bir kitap yazmıştır. Onun çağdaşları onun bir geometriciden çok bir astronom olarak tanımışlardır. Bir gece gökyüzüne bakarak yürürken bir kuyuya düşen Thales'e yaşlı bir kadın, "Ayağının önünde duran kuyuyu göremezken gökyüzünde ne olup bittiğini nasıl görebilirsin?" sözü zamanımıza kadar bir öykü olarak gelmiştir.



Dikdörtgenin özellikleri.

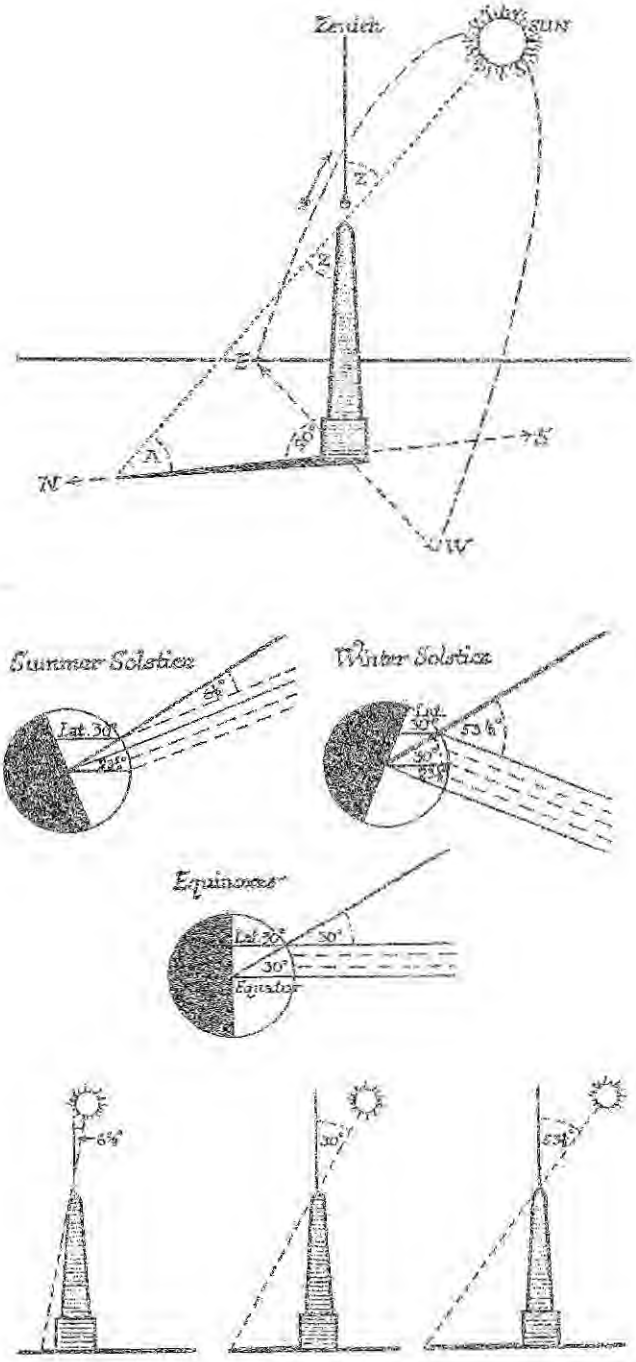
Thales'in bir yılı 365 gündür. Yıl on iki ay ve her ay otuz gündür. Bu kabullerin eski Mısır ve Babillilerde de olduğunu hatırlatmak gerekir. Zaten bunları Thales Mısır' dan almıştır.

İ. Ö. 800 yılından İ. S. 800 yılına kadar olan döneme matematikte Thales çağı denir. Bazıları da buna Akdeniz yöresinde geliştiği için deniz çağı derler. İlk olimpiyat İ. Ö. 776 yılında yapıldı. Mezopotamya'da ve Mısır'da gelişen matematik, toprak ve kil tablet ve papirüslerle uzun yıllar yaşadı. Mum tabletler de bu dönemlerde çok kullanıldı. Akdeniz yöresinde gelişen bu uygarlık için İ. Ö. 6. yüzyıla kadar yazılı kaynağa rastlanılmamıştır. Bu yüzyılda iki ünlüye rastlanır. Onlar da Thales ve Pisagor' dur. Bunlara gelinceye kadar olan bilgiler kulaktan kulağa aktarılmıştır. Ancak, 1940 yılından sonra Babil tabletleri dikkatlice okunarak matematik bilgilerinin çok eski olduğu meydana çıktı. Bu iki bilgine kadar da belli bir matematik vardı. Patlama noktası bu iki bilgin dönemine rastladı. Bu iki bilgine ilişkin bilgiler de yine Rodoslu Eudemus'un yapıtlarından alınmıştır.

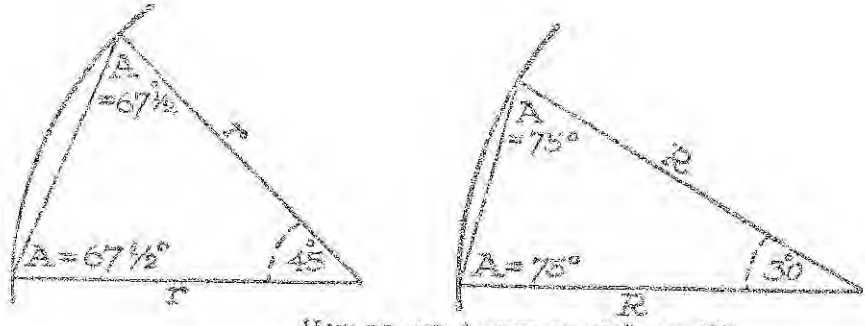


THE ASTRONOMICAL ORIENTATION OF THE GREAT PYRAMID

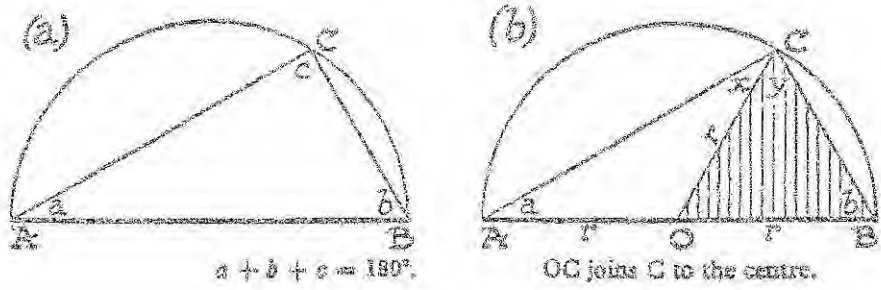
Büyük piramitte astronomiye ilişik gözlemler.



Güneş saati ile ekinoksun hesaplanması.

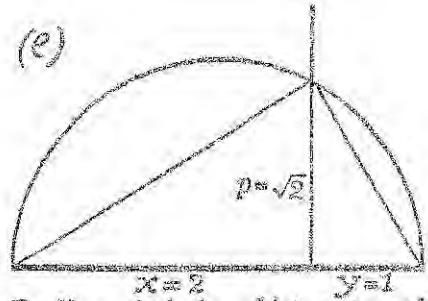


How to get Angles of 67½° and 75°



$a + b + c = 180°$.

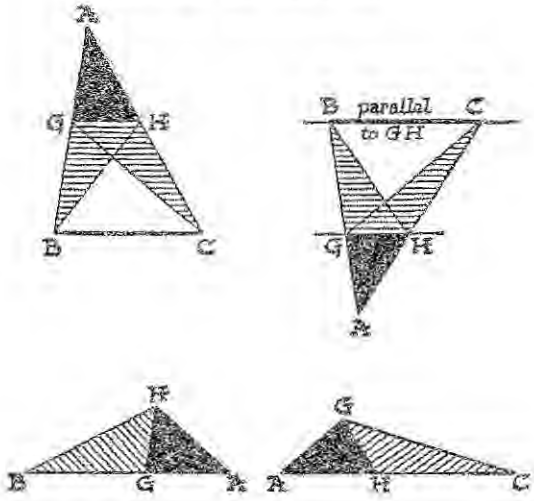
OC joins C to the centre.

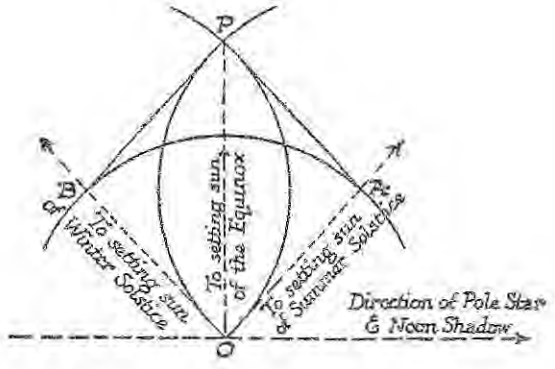


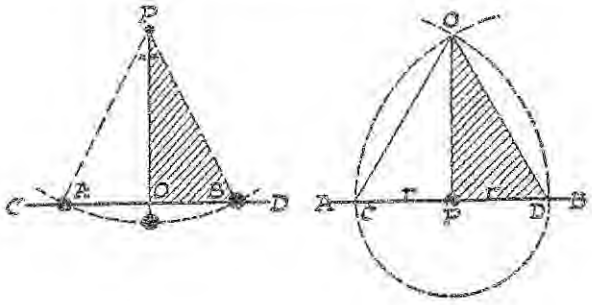
Radius of circle $= \frac{1}{2}(x+y)$ *or* $1\frac{1}{2}$

Yay - kiriş bağıntıları.

GH = EF and AG = DE



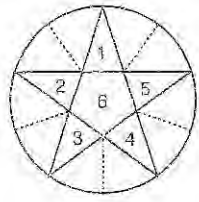


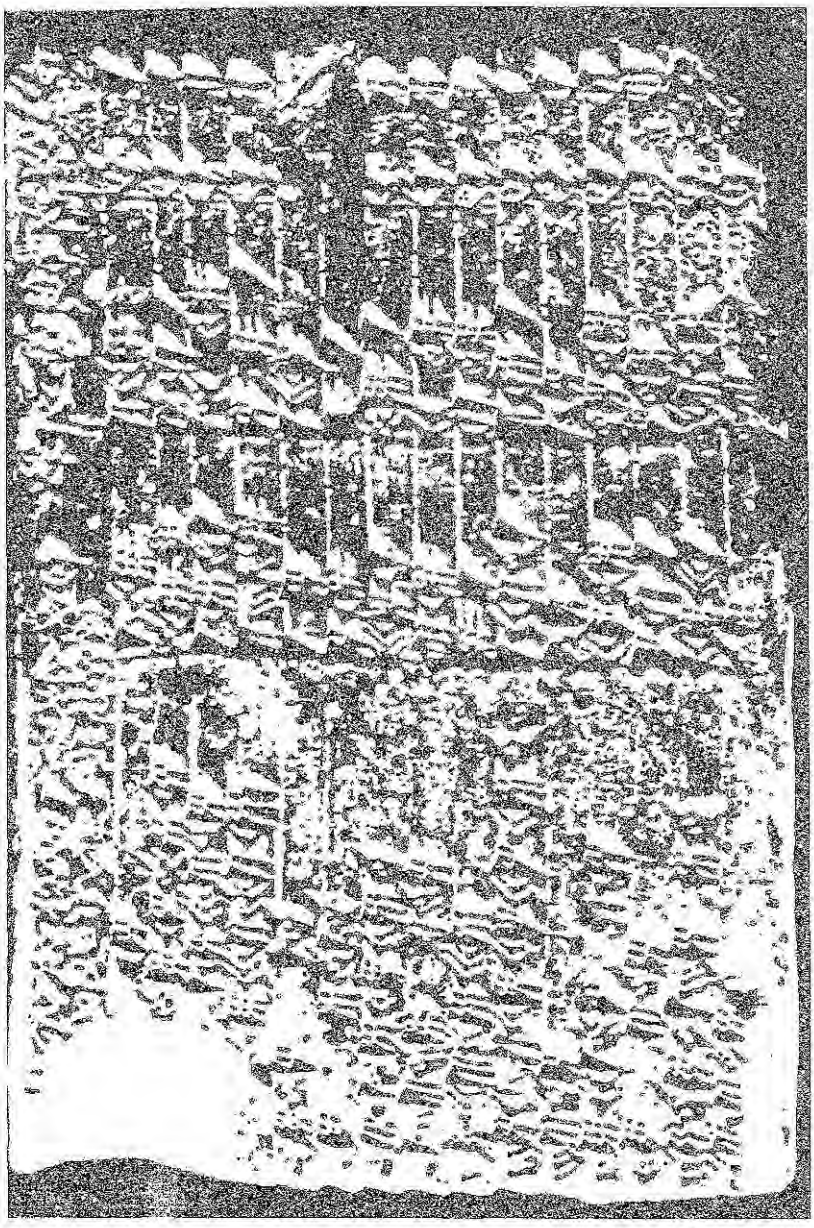


Anaximander, Anaximenes, Mamercus ve Mandryatus, Thales'in yetiştirdiği öğrencilerden bazılarıdır. Anaximander dışında, diğerleri hakkında fazla bir bilgi yoktur. Anaximander (İ. Ö. 611 - 545) daha çok tanınır. Suidas'ın yazdıklarına göre Anaximander geometri üzerine bir kitap yazmış, bu kitapta özellikle kürenin özelliklerini incelemiştir. Güneş saatini kullanmayı öğretmiştir. İç içe olan aynı merkezli üç daire çizmiş ve güneş saatinin gölgesi her iki saatte bir, bir çemberden diğerine geçecek şekilde ayarlanmıştır. Bu tür güneş saatleri daha sonra Pompei ve Tasculum şehirlerinde bulunmuştur. Bu güneş saati yardımıyla meridyenler belirlenmiştir. Güneş ve Ay'ın gölgeleri incelenerek ekvatorun eğimi bulunmuştur. Bu yöntemlerle Isparta şehrinin enlemi doğru olarak hesaplanmıştır.

Thales'in diğer öğrencileri daha çok filozofi ile uğraşmışlar ve az matematik yapmışlardır. Thales'in yaşamı ise şöyle özetlenebilir. Gençlik yıllarında başarılı bir tüccar, orta yaşlarında iyi bir devlet adamı ve yönetici, yaşamının son yıllarında da iyi bir matematikçi, astronom ve düşünürdü. Hippocrates de Thales gibi tüccar bir matematikçiydi. Mısır'ı, Mezopotamya'yı ve Anadolu'yu gezerek oralarda zeytin yağı ve bal sattı. Mısır gezilerinde birimi oradan öğrendi ve sayıların kurulmasını öğretti. Yunan astronomisi, geometrisi ve aritmetiğinin babası Thales'tir. Çok pratik bir matematikçi olan Thales, sayıların aralarındaki birçok özelliği biliyordu. Ahmes'in papirüsünde olduğu gibi birçok diziden haberi vardı. Su, her şeyin başlangıcıdır. Ruhun başlangıcı harekettir. Yunan geleneğine göre hareket eden ilk doğa düşünürü Thales'tir. Bütün doğa olayları, katı, sıvı ve gaz hallerinde bulunabilen birtek maddenin, suyun değişimleri halinde açıklamaya çalışan Thales, dünyanın düzenliliği ve ussallığı, nesnelerin yaradılışında var olan ve onları kararlaştırılmış sona yönlendiren tanrısal bir gücün güvencesi altındaydı. Evrenin bütün kesimlerinin nesnelerin genel düzeni içinde bir amacı olduğu ve nesnelerin doğal olarak yazgılarına doğru devindikleri görüşüne dayanan teoloji, bir iki ayrıcalık dışında hem eski Yunan bilimine, hem de çok daha sonraki bilime sızmıştır.

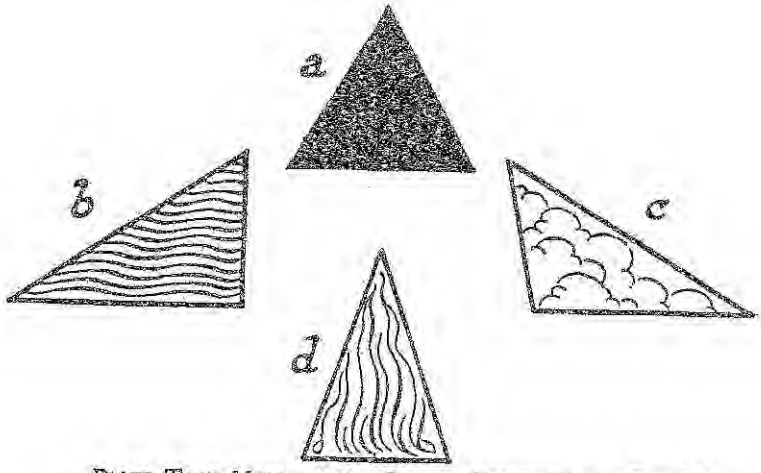
Thales'in bütün maddelerin temel öğesi olarak suyu belirlemesi, birçok düşünürün bu konuyu eleştirel bir biçimde yeniden ele almasına yol açtı. Örneğin, Anaximander suyun temel madde olarak alınamayacağını, çünkü suyun, özünde nemlilik taşıdığını ve hiç bir şeyin kendisiyle çelişemeyeceğini ileri sürdü. Bu nedenle, nemliliğin karşıtının, yani dünyadaki kuru olan nesnelerin var olmaması gerekiyordu. O halde Thales yanılıyordu. Thales'ten iki yüzyıl sonra doğa felsefecilerinin pekçoğu dört öge öğretisini kabul ettiler. Bunlar, soğuk ve kuru olan toprak, sıcak ve kuru olan ateş, soğuk ve nemli olan su ve sıcak ve nemli olan hava şeklindeydi. Her madde toprak, ateş, su ve havadan oluşuyordu.





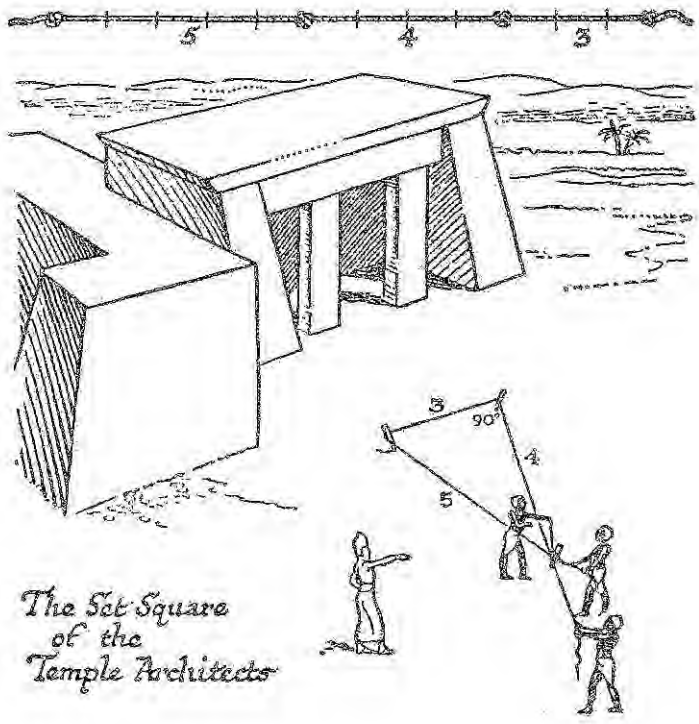
Plimpton 322

Babil tableti.



PLATO TOOK MEASUREMENT OUT OF GEOMETRY AND PUT MAGIC IN ITS PLACE

a. Toprak, b. Su, c. Hava ve d. Ateş.



ANAXİMANDER (İ. Ö. 611 - 545)

Yunan düşünürlerinin ilki Thales, ikincisi de Thales'in öğrencisi olan Miletli Anaximander'dir. İ. Ö. 611 yılında Thales'in doğduğu yer olan Milet'te doğmuştur. Thales'in bir kuşak sonrası olan Anaximander, hem Thales'in öğrencisi hem de onun ardılı olmuştur.

Doğum yılı kırk ikinci olimpiyatın ikinci yılı olarak gösterilmektedir. Çünkü, Apollondor kırk üçüncü olimpiyatta 64 yaşında olduğunu söylemektedir. Aynı tarihçi onun az sonra öldüğünü yazmaktadır. Bu halde asıl yaşadığı tarih yaklaşık olarak İ. Ö. 611, 615 ile 545 yılları arasındadır. Thales'in yurttaşı ve öğrencisi olmasına karşın ondan çok farklı görüşleri vardır. Onun yaşadığı dönemde etkisi devam eden Orpheciliğin kötümserlik ve mistikliği bulunmasına karşın, o Dinamikçiliği kabul eden bir maddeci olarak geçer.

Anaximander, eski Mezopotamya'da öteden beri bilinen coğrafya, matematik ve astronomiye ilişkin bilgileri Yunanistan'a yaymış olduğu anlaşılmaktadır. Güneş saatini bu kişi bulduğu gibi gün dönüm noktalarını belirleyen ve burçlar bölgesinin eğri olduğunu da o tanıtlamıştır. En uzun ve en kısa gün ve geceleri gösteren tropika sistemini Anaximander göstermiştir. Yer kürenin insanları bulunduran kısımlarını madenden bir levha üzerine çizmiş ve gökküresini somut olarak yapma başarısını göstermiş olan da odur. Eski Sümerler haritayı biliyordu. Bunlara göre daha iyi haritayı ilk çizen yine Anaximander'dir. Yıldızlara ilişkin olaylarla yer depremi, rüzgar, yağmur ve yıldırım gibi doğa olaylarının nedenlerini biliyordu. Yerin yuvarlak olup, evrenin merkezinde olduğunu, Ayın ışığını Güneşten aldığını, yer büyüklüğünde olup çok saf bir ateşten oluştuğunu da ileri sürmüştü. Onun bu keşif ve açıklamaları, İyonya okuluna bağlı olanlar tarafından düzeltilip daha ileri götürülmüştür.

Anaximander'in bu astronomi ve fiziğe ilişkin olan düşünceleri, hatta yaşamın kaynağına ilişkin hipotezleri kozmoloji hakkındaki düşüncelerine bir başlangıçtır. Bunlar yardımıyla eşyanın ve varlığın kaynağına ilişkin olan felsefi görüşlerini hazırlar. Onun düşüncelerinde bilim tarihi için önemli olan nokta, evrenin sistemli bir tasarımını kurmaya çalışmış olmasıdır.

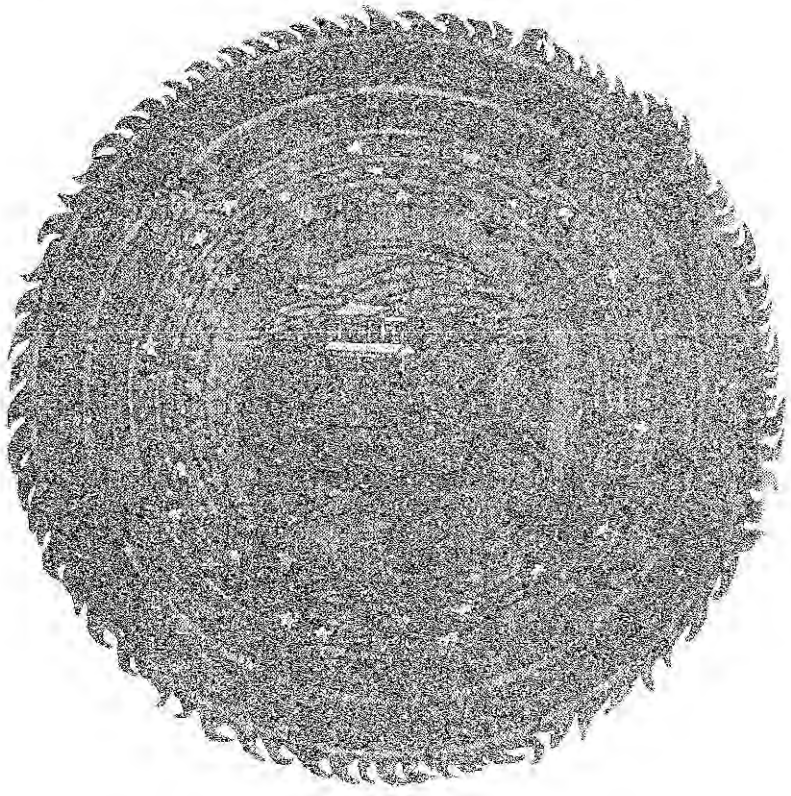
Anaximander'a göre rüzgarlar, bulutların arasına sıkışmış olup, kendi şiddetiyle bulutları kırar. Bu zorlu kırılma yıldırımları ve gök gürültülerini oluşturur. Hava da bir buhardır. Gökte kalın bulut kınları, yoğunlaşmış olan havanın saydam kınını meydana getirir. Bu kın, çiğnemek suretiyle yapılmış olan bir hava keçesine benzer. İçsel bir rüzgar, bu kını ateş yardımıyla yırtar. Bu biçimde meydana gelen yırtıklardan ateş püskürür. Bu kınlar küre şeklindedir. Yerin çevresinde bir araba tekerleğini çevreleyen demir çember gibi kuşatmış bir halde bulunur. Yıldızlar, bu yırtıklardan çıkan bir tür içsel ateşten başka bir şey değildir. Bu yırtıkların birdenbire açılıp kapanmalarından

Anaximander.

Güneşin tutulması ve Ayın evreleri meydana gelir. Dünyadan en uzak yerde, yine bir yıktıktan veya delikten başka bir şey olmayan Güneşle Ayın kını vardır. En aşağıda ise sabit yıldızlarla pek çok delikleri bulunan Samanyolunun kınları bulunur. Bizim gökte gördüğümüz parlaklıkların tümü bu açılıp kapanmadan oluşan ateşten başka bir şey değildir.

Güneş yörüngesiyle Ayın sabit yıldızlarla gezegenlerin çizdiği dairelerin büyüklük ve uzaklıkları üzerinde ilk düşünen düşünür yine Anaximander'dir. Ona göre, Güneş dairesi en uzakta olup, Yerin çevresine oranla 27 kez daha büyüktür. Bu hesapta elde edilen rakamlar bir gözlemin veya hesaplamaların ürünü değildir. Yerin çevresi 3, 9, 18 ve 21 gibi kutsal sayılarla gösterilmiştir.

Yerin, gökküresinin tam ortasında ve desteksiz olarak durduğuna inandığı için, dengesinin bozulmadığını sanır. Anaximander, Yerin tabanını yüksekliğinin üçte birine eşit sayar. Üzerinde oturduğumuz yüksek kısmın biraz şişkin olması gerektiğini kabul eder. Aynı zamanda, Yer'in bir sütun halinde sonsuzluğu batmış bir tabana sahip olduğunu da ileri sürer. İşte yıldızlar böyle anlaşılmış olan Yerin çevresini kuşatan havada, bir araba tekerleği gibi yassılaştırılmış birtakım daireler veya silindirlerden başka bir şey değildirler. Bunların tümünün içi de ateşle doludur. Göğün oluşumu, bir fırtınanın oluşumundan çok da farklı değildir. Bir ağacı kendi kabuğu nasıl kaplamışsa, Yer'i de öylece dönensel bir devinimle canlanmış olan üç yuvarlak daire kuşatır. Fiziğin bu en önemli olayı, sıcaklığın etkisi altında suyun buharlaşmasıdır. Bulutta rüzgar türünden olan şeyleri meydana getiren bu buharlaşma, eski Yunanda, bir gelenek olarak yaşamsal bir özelliğe sahipmiş gibi kabul edilmiştir. Bunun için olacak, Anaximander canlıların Güneş etrafında kendini gösteren sıcak buharların etkisiyle oluştuklarını söyler. Bu, eski bir düşüncenin devamından başka bir şey değildir. Anaximander, felsefe bakımından da öğretmeni Thales'i açıklamalarında yetersiz bulur.



Anaximander'ın evreni ve etrafındaki ateş küreleri. Evrende her şey bir düzen içinde, karşılıklı ve simetrik yapıdadır.

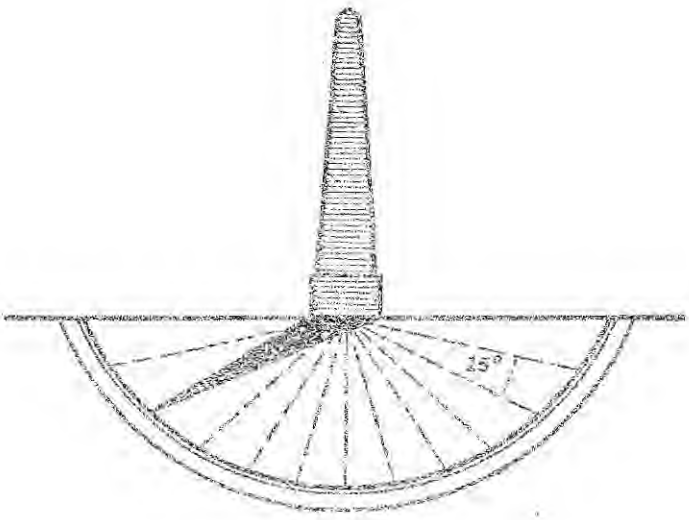
Sıcaklık suyun buhar haline dönüşmesine yardım eder. Bu da, hava ve rüzgarın hareketlerini yapar. Yavaş yavaş kurumak üzere olan tortulardan Yer ve deniz oluşur. Anaximander bu evrimi yaşama da uygular. Yaşam, ortam değişmelerine uyarak meydana çıkan çeşitli türleri yaratır. İlk canlılar buharlanmalardan, yani su, toprak ve havanın alaşımından oluşmuştur. İlk canlılar balıklara benzerlerdi. Bunlar pullu bir kılıfa sahiptiler. Yüzyıllar geçtikçe daha kuru bölgelere geldiler ve pulları döküldü. İnsan türü ise, diğer hayvanlardan çok farklı ve geç bir evrim geçirmiştir. Onun bu düşüncelerinde bir yandan dönüşümcülüğün, bir yandan da evrimciliğin pek uzak sezişleri görülmektedir. Sıcak ve soğuk gibi karşıtların birbirine karşı oluşları, ödemenin bütün bir denge sistemini oluşturur. Örneğin, sıcaklık Yer'in suyunu çeker. Buhar onu yağmur halinde Yer'e geri verir. Fakat bir gün gelecek, tümüyle kuruyacak olan Yer, hava buharlarıyla beslenmeye son verecek, sıcaklık, soğukla nemliliğe, bunlardan aldığı fazla şeyleri ödeyecektir.

Aristo ve Theopheraste, bu düşünür hakkında çok geniş bilgi verirler. Ondan kalan eski metinlerden bazı parçaları Hippolite ve Aetius saklamıştır. Bu yapıtlarda, onun evren ve doğa olayları hakkında yazdıklarını en ince noktalarına kadar görebiliriz. Zaten doğa üzerine ilk yapıtı Anaximander verilmiştir. Anaximander'in kendine özgü bir doğa görüşü vardı. Yerküre, Thales'in dediği gibi düz bir tepsi biçiminde değil, silindirimsi bir yuvarlak biçiminde serbest olarak durur. Gökyüzü de Yer'in etrafında döner.

Yeryüzü önce denizlerle kaplıydı. İlk meyadan gelen canlılar suda yaşayan balık gibi yaratıklardı. Bunlardan, onun deniz hayvanlarının fosillerini görmüş olacağı sanılıyor. Anaximander, coğrafya ile çok ilgilenmiştir. O döneme göre Dünya haritasını en ince ayrıntılarına kadar çizmiştir. Bu çizimlerinde, Mezopotamya'daki uygarlıktan çok yararlanmıştır. Güneş saatini de yine Babil ve Mısır kaynaklarından elde etmiştir. Güneş saatindeki direk ve gölge hesaplarını ilk kez o yapmıştır. Bu hesaplamalarda, tanjant ve kotanjant sözcüklerini kullanmadan bu kavramları ilk kez kullanmıştır. Bu gölgeler saat saat hesaplanmıştır. Bu hesaplamalar sonucunda en kısa ve en uzun günleri belirlemiştir. Gece ve gündüzlerin hangi günlerde eşit olduklarını da bulmuştur. Astronomik kavramları geliştirmiştir. Ağır cisimlerin büyüklükleri ve yerküresine olan uzaklıkları üzerine ilk düşünceleri ileri süren bilgin yine Anaximander'dir.

Sindas'ın söylediğine göre, Anaximander bir geometri kitabı yazmıştır. Konuları Thales'in çalışmaları paralelindedir. Fakat, bu kitap daha çok astronomi, coğrafya ve felsefenin genel konularına ağırlık vermektedir. Bu geometriden başka On Nature adlı bir doğa kitabı daha vardır. Bu kitabı İ. Ö. 545 yılında ölmeden önce yazmıştır. Theophrastus, Anaximander'ın yaşamını, görüşlerini, düşüncelerini, geniş ilgi alanlarını ve üstün bir zekaya sahip olduğunu anlatır. Hatta, onun zamanından tam iki bin yıl önce doğmuş olduğunu söyler. Çünkü o, çağdaş düşünce olarak dönemindeki bilim adamlarından bilim yönüyle iki bin yıl ilerideydi. İnsanlık ve uygarlık, onun düşüncelerine ancak iki bin yıl sonra ulaşmıştır. Evrim kuramını bilim dünyasına ilk kez o tanıtmıştır. Onun ölümünden sonra Milet okulu onun düşüncelerini İ. Ö. 400 yılına kadar ancak

OCEANUS
EUROPA
SCYTHIA
ISSEDONES
Haemus M.
Lukine
Caspian Sea
Tigris
Euphrates
Indus
Carthage
Columns of Hercules
LIBYA
Thebes
Arabian Gulf
Nile
OCEANUS


15°

Güneş saati.

sürdürebildi. Fakat, daha sonra kendiliğinden terkedildi ve unutuldu.

Coğrafya, astronomi ve kozmoloji üzerine birkaç yüzyıl geçerliliğini korumuş olan incelemeler yazmıştır. Görüşlerinde simetriye ağırlık vermiş ve gök haritalarını çıkarırken geometriden ve matematiksel oranlardan yararlanmıştır. Bu nedenle onun kuramları, geçmişin daha mistik evren kavramlarından ayrılarak, sonraki astronomların başarılarını hazırlamıştır. Onun yazdıklarından günümüze hemen hemen hiç bir kayıt gelmemiştir. Onun buluşlarıyla ilgili kayıtlar, sonraki yazarların ondan aktardıklarıdır. Ondan kalan tek cümle, su ve ateş kavramıdır.

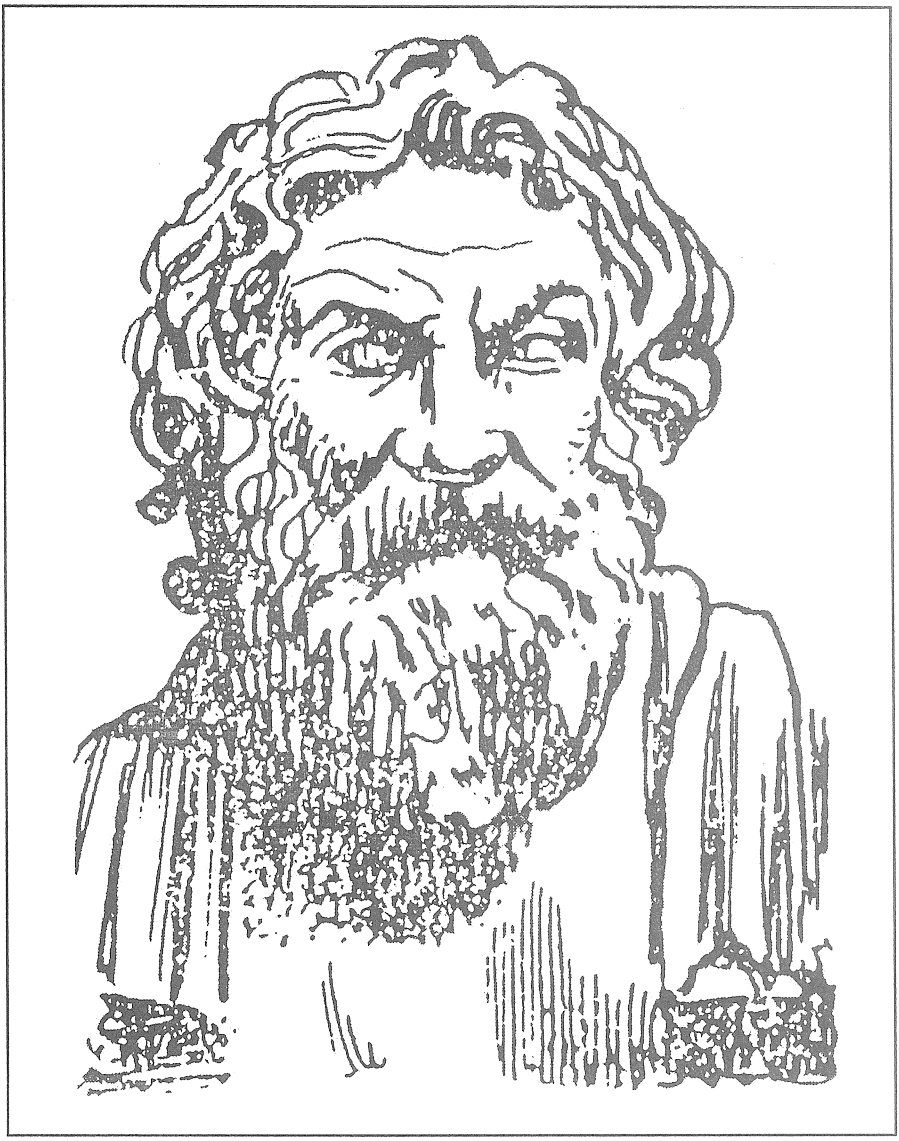
ANAXİMENES (İ. Ö. 588 - 525)

Anaximenes, doğa düşünürü ve geleneksel olarak batı dünyasının ilk düşünürleri kabul edilen Miletli üç düşünürden biri ve bunların sonuncusudur. Kendisi Anaximander'in öğrencisidir. Öğretmeni Anaximander ve Thales'in düşüncelerini toplayıp bir fizik kuramı kurmuştur. Doğa felsefesi çığırını açan diğer düşünürler gibi, Anaximenes de ilk madde olan arke problemi üzerinde durur. Varlığın temeli olan ana maddenin bir bütün ve sonsuz olması gerektiğini söyler. Ona göre ilk madde havadır. Hava, sonsuz bir hava denizi olarak evreni kuşatır. Yer de hava denizinde düz bir tabak gibi yüzmektedir.

Anaximenes'in Helenistik Döneme ulaşabilen yazılarından günümüze kalanlar yalnızca, sonraki yazarların kendi çalışmalarına aldıkları bazı bölümlerdir. Bu nedenle Anaximenes'in düşüncelerine ilişkin yorumlar çoğunlukla birbirleriyle çelişir. Bununla birlikte Anaximenes'in, her biri maddenin farklı biçimlerine özgü yoğunlukların karşılığı olan farklı nem yoğunlaşması derecelerinin varlığına inandığı açıktır. Bu nedenle sıcaklık ve kuruluk seyrekliği ifade ederken, soğukluk ve ıslaklık yoğunlaşmış maddeyle ilişkindir.

Anaximenes'in, buharın sonsuz bir hareket içinde olduğuna ilişkin varsayımı, onun aynı zamanda buharın canlı olduğunu düşündüğünü de gösterir. Sonsuza değin canlılığını koruduğu için, tanrısallığın tüm niteliklerini barındırır. Evrenin temeli olan hava ile insanlara can veren hava, yani ruh arasında kurulan yaygın benzetmeye Anaximenes'in de başvurduğu anlaşılmaktadır.

Anaximenes iki yeni görüş geliştirmiştir. Bunlardan biri ruhtur. Ruh kavramı ilk kez Anaximenes tarafından ortaya atılmıştır. Ona göre ruh, insan vücudunu ayakta tutan, onu canlı kılan, vücudun cansız bir şekle gelmesini önleyen şeydir. O, ruhu soluk ile bir tutar. Hava da ruh gibi evreni canlı tutar, etkin olur.



Anaximenes.

İkinci olarak, bütün varlıkların kendisinden çıkmış olduğu kabul edilen ilk maddede, cansız madde ile canlı arasındaki ayrım ilk kez Anaximenes'de ortaya çıkar. Ona göre ana madde arke canlı olmalıdır. Anaximenes, kendine özgü fizik düşünceleri bakımından zengin bir kimsedir. Çakılı yıldızlar deyimini ilk kez o kullanmıştır. Yine ilk kez Ay tutulmasını doğru olarak o açıklamıştır. İlginç olan bir deprem kuramı ortaya koymuştur.

Anaximenes, pratiğe yönelik işlek bir zekaya ve engin bir düşgücüne sahip yetenekli bir gözlemci ve bilgindi. Zaman zaman Ay ışığında görünen gökkuşaklarından söz etmiş, suyu yaran bir küreğin çıkardığı yakamozları tanımlamıştır. Düşüncesi, mitolojiden bilime geçişin tipik özelliklerini taşır. Gökkuşağının bir tanrıça olarak değil de, Güneş ışınlarının yoğunlaşmış hava üzerindeki etkisi biçiminde ele almıştı. Onun bu düşüncesi onun akılcı yanının bir kanıtıdır. Ancak, evrenin bir yarımküre olduğu yolundaki inancından da anlaşılacağı gibi, kendinden önceki mitolojik ya da mistik eğilimlerden yine de tümüyle arınabilmiş değildir. Bu nedenle Anaximenes'in kalıcı katkısı evren bilimi denen kozmolojisinde değil, evrenin yapısında yoğunlaşmanın ve seyrelmenin de bir yeri olduğu görüşünde yatar. Onun bu görüşü ve maddeler arasındaki açıkça görülebilir niteliksel farklılıkları yalın nicelik farklılıklarına indirgemesi, bilimsel düşüncenin gelişmesinde çok etkili olmuştur.

Anaximenes, Milet okulunun son düşünürüdür. Milet şehri İ. Ö. 494 yılında Perslerin eline geçince, bu çığırın buradaki gelişimi de sona ermiş oldu. Ama İyonya doğa felsefesi, kısa zamanda doğduğu şehrin sınırları dışına da taştı. Anaximenes'in verdiği biçimiyle başka yerlere yayıldı. Çünkü, Herakleitos, Pisagor ve Xenophanes, Miletlilerin öğretisini biliyorlardı. Milet öğretisi onların aracılığıyla Güney İtalya ve Yunanistan'a da ulaştı.

Her şeyin havadan türediğine inanan Milet okulunun eski Anadolu düşünürü, böylece havanın basıncı azaldığında ateş ve su, daha sonra da yine havanın yoğunlaşmasıyla toprak meydana gelmişti. Anaximenes, Thales'in öğrencileri olan Anaximander, Mamercus ve Mandryatus gibi onun matematiğini de devam ettirdi. Fakat o matematikten çok işin düşünce yönüne ağırlık veriyordu. Astronomiyle de ilgilenmiştir.

EUNOPİDES (İ. Ö. 5. YÜZYIL)

Sakızlı olan Eunopides, Eflatun'a göre Anaxagoras'ın çağdaşı olan bir Pisagorcu düşünür ve matematikçidir. İ. Ö. 5. yüzyılda yaşamıştır. Yaşamına ilişkin hemen hemen hiç bilgi yoktur. Aritmetik, geometri ve astronomiye ilişkin bilgileriyle tanınır. Euclides'in Öğeler adlı yapıtının birinci kitabındaki on ikinci önermenin ifade ettiği şu problemi Eunopides'in bulduğunu söylerler. Yani, bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir tek paralel çizilir.

Sicilyalı Diodoros'a göre, Eunopides, tutulma dairesinin eğikliğini ve Güneş'in bu dairede kendine özgü olan hareketini ilk görenlerdendir. Fakat bu keşfin onuru kendisinden önce gelmiş olan bilginlere ait olduğunu hemen söyleyelim. Şüphesiz o zaman Güneş'in döndüğü sanılıyordu.

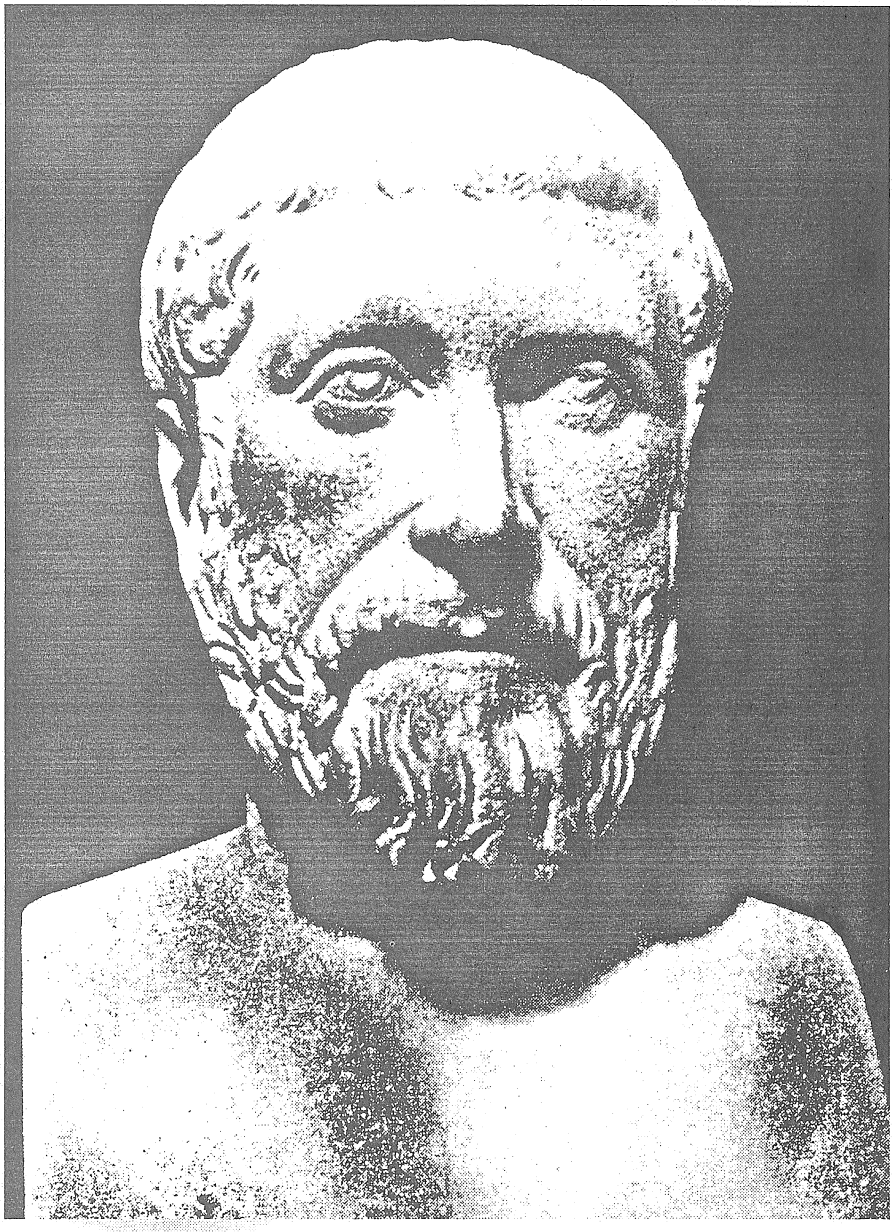
Eunopides, eşyada iki ilke, yani maddenin iki öğesini kabul eder. Bunlar da hava ve ateştir. Ona göre, samanyolu zamanında Güneş'in izlediği yoldur. Güneş yılı ise 365 gün ve 8 saat olarak alınmıştır. Sonunda Güneş ile Ay'ın evrimleri birbirine uygun gelen bir devir meydana getirir. O, büyük bir yıl adını verdiği 59 yıllık bir döneme uygulanmış olan astronomik hesaplarının serisini bir tunç levhaya yazdırmış ve bundan tüm Yunanlılar yararlansın diye, bu levhayı Olimpiyat duvarına astırmıştır.

PİSAGOR (İ. Ö. 580 - 495)

İtalya okulunun kurucusu ve kendi adını taşıyan bir tarikatın şefi olan Pisagor, bir söylentiye göre İ. Ö. 584, 572, 570 veya 569 yıllarında, bazı kayıtlara göre de İ. Ö. 580 veya 590 yıllarında Sisam adasında doğmuştur. Bu tarihler de ellinci ve elli ikinci olimpiyatlar arasına rastlar. Adı, Pythoras, Pythagoras, Fisagor, Pitagor veya Pisagor şeklinde söylenir. O dönemlerde nasıl söylendiği ve okunduğu şimdi belli olmadığından değişik ülkeler ve ırklar kendilerine göre bu isimleri söylemişlerdir.

Samos'lu Pisagor'un, İsa'dan önce 596 yıllarında doğduğu tahmin ediliyor. Doğumu gibi ölüm tarihi de kesin değildir. Bugünkü adıyla bilinen Sisam Adası'nda İ. Ö. 596 veya İ. Ö. 582 yılında doğmuştur. Hayatı hakkında çok az bilgi vardır. Bu bilgilerin birçoğu da kulaktan kulağa söylentiler biçiminde gelmiştir. Fakat, önceleri doğduğu yer olan Sisam adasında okuduğu, daha sonraları Mısır ve Babil'e giderek oralarda bilgilerini ilerlettiği ve ülkesine geri dönerek dersler verdiği söylenir. Kendisinden önceki bilgilerin tümünü öğrenmiş ve derlemişti. Kendisi, bir Yunan filozofu ve matematikçisidir. Ülkesinde hüküm süren politik baskılardan kaçarak, İtalya'nın güneyindeki Kroton şehrine gelmiş ve ünlü okulunu burada açarak şöhrete kavuşmuştur.

Pisagor'un ölüm tarihi de tam olarak belli değildir. İ. Ö. 501, 500, 497, 498 veya 495 yıllarında Metaponte'de, yani Tarentum'da ölmüştür. Babası Tyrell Minesark adında bir taş yontucusuydu. Pisagor, Thales'in çağdaşıdır. Önce Syroslu Pherecydes'ten, sonra da Anaximander'den dersler alarak öğrenim gördü. Thebes ya da Memphis'e gitmesi önerildi. Oralarda yıllarca çalıştı ve kendini yetiştirdi. Mısır'dan ayrıldıktan sonra Batı Anadolu'ya geçti. Birçok yeri gezerek dolaştı. Sonra bugünkü Sakız Adası'na gelerek yerleşti. Fazla başarılı olmayan dersler verdi. İ. Ö. 529 yılında annesi ile birlikte Sicilya'ya gitti. Buradan Tarentum şehrine geçti. Ardından hemen Kroton'a yerleşti. Kroton, Güney İtalya'da bir Dor kolonisiydi. Burada bir okul açtı. Kalabalık bir öğrenci grubu oldu. Her kesimden dinleyicileri oldu. Özellikle üst sınıf halkı onun okuluna devam ederdi. Daha önce kadınların toplantılara katılması yasak olduğu halde, Pisagor'u dinlemeye gitmek için bu yasak kuralı yıkıldı. Bu kadınlar arasında onu dinleyen ve derslerine en iyi devam eden biri vardı. O da, onun ev sahibi olan Milo'nun genç ve

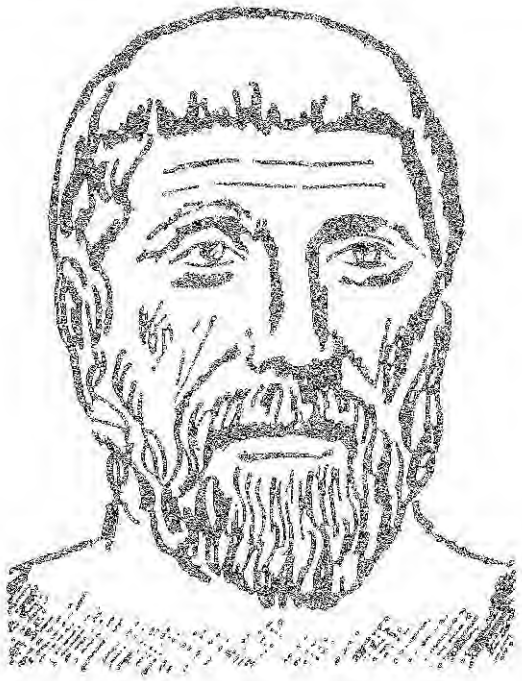


Pisagor.
(İ. Ö. 569? - 500?).

güzel kızı Theano'dur. Yaşları arasında fark olmasına karşın, yaşça daha büyük olan Pisagor, Theano ile evlendi. Onunla oldukça mutlu bir yaşam sürdürdü. Theano, kocası Pisagor'un yaşam öyküsünü yazdı. Fakat bu biyografi zamanla kayboldu. Bu nedenle Pisagor'un yaşamı hakkında fazla bilgi olmadığı gibi, bilinenlerin de daha sonra gelenler tarafından uydurulmuş olabileceği sanılıyor.

Yarı söylentilere göre, felsefe okulunun kurucusudur. Bu okul aynı zamanda dini bir topluluk ve o zamanın politikasına oldukça egemendi. Yine söylentilere göre, Pisagor'un matematik, fizik, astronomi, felsefe ve müzikte getirmek istediği yenilik, buluşlar ve ışıkları hazmedemeyen bir takım siyaset ve din yobazları halkı Pisagor'a karşı ayaklandırarak okulunu ateşe vermişler, Pisagor ve öğrencileri bu okulun içinde alevler arasında İ. Ö. 500 yıllarında ölmüşlerdir. Bu nedenle, Pisagor ve yaptıkları hakkında az bilgiler bize kadar gelmiştir. Pisagor'un ve öğrencilerinin yaptıklarının birçoğu bu alevler arasında yok olup gitmiştir.

Pisagor'un okulu kardeşlik temeline dayanıyordu. Tüm şeyleri ortaktı. Aynı felsefi ve siyasal inanç, aynı tür şeylerle uğraşan insanlardı. Öğretmenlerine ve okullarına yeminle bağlıydılar. Sırlarını dışarı söylemezlerdi. Yiyecekleri oldukça basit ve kendilerine özgü bir disiplinleri vardı. Gizli bir disiplin ve gizli bir organizasyon içinde çalışırlardı. Pisagor taraikatının bu gizliliği, onların karşıtlarını ve hasımlarını çileden çıkarıyordu. Bu gizlilik, Pisagor ve birçok taraftarının öldürülmesine kadar gitti.



Pisagor

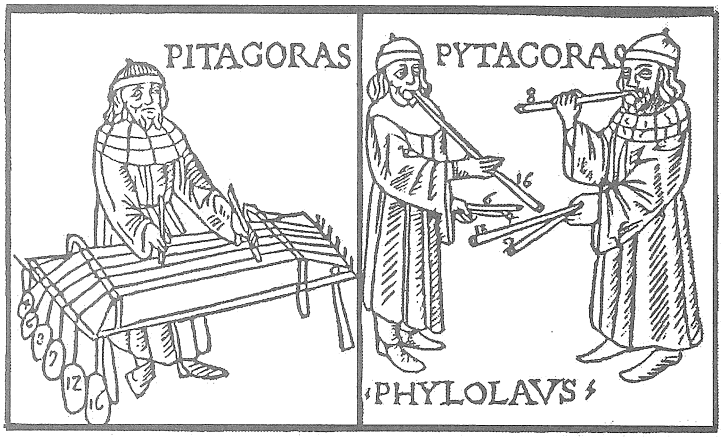
Pisagor'un yetiştirdiği çırakların, onun okulunun, tarikatının, felsefesinin ve kurduğu matematik derneğinin hasımları Pisagor'un Tarentum'a taşınmasına neden oldular. Pisagorcular Tarentum'u bir karargah yaptılar ve bir yüzyıldan fazla bu etkinliklerine devam ettiler. Pisagor'un kendisinin herhangi bir kitap yazmadığı söylenir. Onun fikirleri ve yaptıkları ya öğrencileri ya da ondan sonraki bilginler kaleme aldılar. Bu yazarların en ünlüleri, İ. Ö. 470 yıllarında tanınmış Philoaus adlı bilgindir. Philoaus, Pisagor'un söylevlerini, matematiğini, düzgün katı n-gonlarını, yeminlerini, öğretimini, eğitimini ve doktrinlerini ilk kez kitap haline getirendir. Bu kitabın bir kopyası Eflatun tarafından elde edilmiş ve saklanmıştır. Pisagor'un sırlarını ve yeminini dışarıya ilk kez İ. Ö. 470 yıllarında Hippasus sızdırmıştır. Bu da onun diğer tarikat üyeleri tarafından dışlanmasını gerektirmiş ve böylece cezalandırılmıştır.

Pisagor'un yaşamına ilişkin bilgilere güvenmek oldukça güçtür. Çünkü, çoğu türlü efsanelerle süslenmiş olan kayıtlardan, onun bir yarı Tanrı, peygamber, filozof, politikacı, matematikçi, fizikçi ve mistik bir kişilik sayıldığı görülür. Tarihçilerin az çok farkla üzerinde birleşebildikleri noktalar şunlardır: İ. Ö. 494 yılında Mile'nin İranlılar tarafından harap edilmesinden sonra, İyonya bölgesine kaçan düşünürlerin çoğu, İtalya'nın güney sahillerine ve Sicilya'ya göç etmişlerdi. Bu çevre, Batı Anadolu'da gelişmiş olan düşünce hareketlerinin kolaylıkla ilerlemesine elverişli ve Doğu'da baskı gören her bilgin ve düşünüre en emin, doğal bir sığınak görevini görüyordu. Burası, yeni geleneklere daha az bağlı, fakat tutku veren bir çevreydi. Kroton'da da önce bir hekimlik okulu açılmıştı. Bir söylentiye göre Pisagor da Polykrat'ın sıkıyönetiminden korunmak için bu bölgeye gelerek Kroton'da bir okul açmıştır. Onun Thales, Pherecyde ve hatta Anaximandros'tan ders aldığı kabul edilir. Bazıları onun Sami ırkından, bazıları Suriyeli veya Tyreli ya da Syreneli olduğunu ileri sürerler. Fenikeli olduğunu da ileri sürenler vardır. Güya babası Fenike'den Sisam adasına gelip yerleşmişti.

Pisagor İ. Ö. altıncı yüzyılda, dünyanın güneş etrafında haret ettiğini ileri sürdüğü zaman, oldukça sert olan bir hareketle karşılaşmıştı. O tarihlerde kağıt olmadığı için, bu buluşların nasıl elde edildiği, yine bu devirlerdeki bilgilerin hangisinin Pisagor'a ait olduğu kesin olarak bilinmemektedir. Hatta, okuldaki öğretim araçlarının masa üzerindeki ıslak kum olduğu söylenir. Bu koşullar aldındaki bilimi gerçeklerin tümü o zaman yazıya geçmediği için, birçoğu da zamanla kaybolup gitmiştir. Bu nedenle, Pisagor'un okulu ve öğrencileri ile birlikte yanmalarından, eser bırakıp bırakılmadığı da kesin olarak belli değildir. Geometride, aksiyomlar ve postülatlar her şeyden önce gelmelidir. Sonuçlar bu aksiyom ve postülatlardan yararlanılarak elde edilmelidir, düşüncesini ilk bulan ve ilk uygulayan matematikçi Pisagor'dur. Matematiğe aksiyomatik düşünceyi ve ispat fikrini getiren yine Pisagor'dur. Çarpma cetvelinin bulunuşu ve geometriye uygulanması, yine Pisagor tarafından yapıldığı söylenir. En önemli buluşlarından biri de, doğadaki her şeyin matematiksel olarak açıklanması ve yorumlanması düşüncesidir. Yaşayış ve inanışı, bilimle açıklama ve yorumlamayı o getirmiştir.

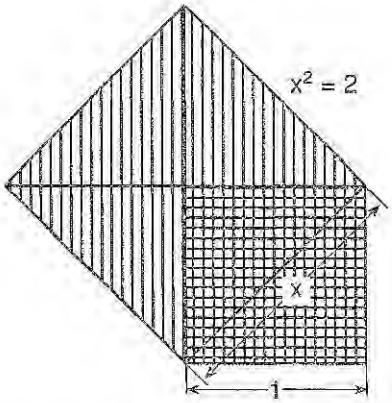
Pythagoras

Müzik üzerine de çalışmaları vardır. Müzik tonlarının, telin uzunluğunun oranlarına bağlı olduğunu keşfetmiş ve bunun tüm sayılara yorumlamasını düşünmüştür. Bir yerde bugünkü gerçel ekseni söylemeden düşünmüştür. Bu da, bugünkü kullandığımız gerçel eksenin sayı sisteminde kullanılmasından başka bir şey değildir. Fakat, eski Yunan matematikçileri gerçel sayıları bilmiyorlardı. O zamanlar, rasyonel sayıları uzunlukları ölçmek için kullanıyorlardı. Bunun için belli bir birim alıyorlar ve bu birime oranlayarak iki nokta arasındaki uzunluğu ölçüyorlardı. Rasyonel sayılarla ölçülemeyen uzunluğun keşfi, 2600 yıl önce Yunan matematikçileri tarafından olmuştur. Bu sonuçta, halen değerini koruyan ve koruyacak olan ünlü Pisagor teoremine dayanır. Pisagor teoremi, matematikteki en büyük buluşlardan biridir. Hele zamanımızdan 2600 yıl önce bulunduğu gözönüne alınırsa, bundan daha büyük bir buluş düşünülemez. Pisagor'un adını 2600 yıldır andıran, onu ünlü yapan ve insanlığın varolduğu sürece de sonsuza kadar da andıracak meşhur teoremi şudur: Bir dik üçgende, dik kenarlar üzerine kurulan karelerin alanlarının toplamı, hipotenüs üzerine kurulan karenin alanına eşittir.



Pisagor'un müzik çalışmaları.

Pythagoras.



Pisagor teoremi, rasyonel sayılarla ölçülemeyen uzunluğun da varolduğunu gösterir. Örneğin, yukarıdaki şekilde olduğu gibi, dik kenarları birer birim olan dik üçgeni gözönüne alalım. Geometrik olarak, bu özel hal için, Pisagor teoremi gerçeklenir. Yani, büyük karenin alanı, dik kenarlar üzerine kurulan karelerin alanları toplamıdır. Diğer bir deyimle, $x^2 = 2$ olur. Bu denklemin kökü de rasyonel olmayan $x = \sqrt{2}$ uzunluğudur. Bunun gibi, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, . . . gibi uzunluklar da oluşturulabilir.

Rasyonel sayılarla ölçülemeyen uzunlukların bulunuşu ile ilgili bir efsane de vardır. Güya tanrılar, evrenin gizli sırrını açıklayan Pisagor'u yakarak cezalandırmıştır.

Yunan matematikçileri gerçel sayıları bilmiyorlardı. Üstün zekalı Eudoxos tarafından bulunan oranlama yöntemini kullanıyorlardı. Aslında, gerçel sayıların oluşumu kavramı bir ya da birçok insanın buluşu değildir. Rasyonel sayıların günlük hayatta kullanılması sırasında kendi kendine gelişmiştir. On tabanına göre sayıların sayılması ve yazılması, büyük bir olasılıkla iki eldeki parmakların sayılmasından doğmuştur. Şu sırada bile ilkel yaşam sürdüren bazı kabilelerde buna benzer sayma yöntemi vardır. On tabanına göre sayıların yazılması ve okunması, Avrupa'ya Crusades'ten sonra Arap dünyasından gelmiştir. Bunu Araplar Hitlilerden, Hintliler de Helen uygarlığından aldılar. Yunanlı astronomlar bu sayı sistemini, İ. Ö. 1500 yıllarından beri kullanan Babillilerden almışlardır.

"Evrenin hakimi sayıdır. Sayılar evreni yönetiyor" sözleri de Pisagor'a aittir.

Matematik tarihi hakkında eser vermek oldukça zordur. Birinci güçlük, çok eskilere ait bilgilerin olmayışı gelir. Şüphesiz, uygarlığın olduğu her toplumda mutlaka bir matematik kavramı vardır. İlkel bir toplumun matematiği de bağıl olarak ona göre değerlendirilecektir. Örneğin, Orta Asya'da yaşayan Türklerin tekerleği kullandığı ve sabanı buldukları gözönüne alınırsa, buna bağlı olarak kullandığı bir matematiğin olduğu kaçınılmazdır. Fakat, bunlar hakkında bilgi edinilememiştir. Bunun gibi dünyanın diğer ilkel toplumlarından da matematik bilgisi iletilememiştir. Matematik tarihi bakımından

bilinen ve zamanımıza kadar gelen bilgiler çok yakın sayılabilecek kadar kısa bir zaman sürecidir. İnsanlığın varoluşu iki milyon yıllık bir süre olduğu düşünülürse, bizim burada başlattığımız tarih çok kısadır.

Mağaralarda yaşayan insanların bile saymayı bildikleri kanıtlanmıştır. Koyunlarını otlatan çobanın akşam koyunları ağıla koyarken koyun sayısı kadar taşları bir yere yığdığı bililen bir gerçektir. Yine mağaraların duvarlarına çizilen çizgiler ve işaretler varolan insanın matematik kullandığının delilidir.

Bugün, Güney Amerika, Afrika ve Avusturalya'nın bazı adalarında yaşayan ve uygarlığın çok az girdiği ilkel yaşayış döneminde olan kabileler üzerinde yapılan araştırmalarda, onların bile matematik bildiği doğrulanmıştır. Örneğin, ellerinde parmakları saymaları, onu ilerletmeleri gibi kuralları vardır. İnsanların oluşundan bugüne bağıl olarak matematik olmuştur ve bundan sonra da değişik bir biçimde matematik gelişerek yaşamını sürdürecektir.

Matematik tarihi bakımından ikinci güçlükte, yazacak kimsenin kültür düzeyi, tarafsız olma ve doğru yazabilme yeteneğidir. Üçüncü güçlükte, matematikçilerin hayatları ve yaptıklarını anlatma bakımından karşılaşılan teknik yöndür. Bu alanda yalnız Cantor, Matematik Tarihi adı altında üç ciltlik bir eser vermiştir. Daha sonra, çalışma arkadaşları bu esere dördüncü cildi eklemişlerdir. Sık yazılarla yazılmış olan bu tarihi eser, 3600 sayfayı bulmuştur. Cantor'un bu eseri, 1800 yılına kadar olan matematiği derinliğine girilmeden, tarih ve biraz da teknik bir dille yazılmıştır. Cantor'un yazdığı hız ve açıklamalarla bu esere devam edilseydi, 1930 yıllarına doğru yirmi cilte ve 1985 yılına kadar bu yazmalar sürseydi belki yüz cilte ulaşırdı. Bu da yaklaşık 100.000 sayfanın çok üstüne çıkardı.

1800 yılından önce, başlangıcı bilinmeyen matematik, kesin olarak ikiye ayrılır. Bu, başlangıcı bilinmeyen matematikten 1700 yıllarına kadar olan matematik, diğeri ise, 1642 - 1727 yıllarında yaşayan Newton ve onun çağdaşı olan Leibniz (1646 - 1716) devridir.

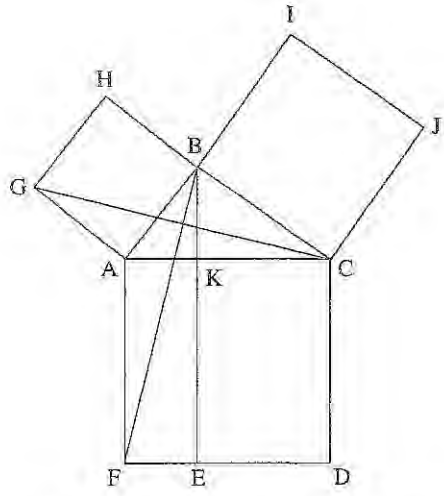
Matematiğin ne kadar eski olduğunu da bilemiyoruz. Burası oldukça karanlık bir çağdır. İ. Ö. 2000 yıllarında Mezopotamya'daki Babilliler ve Sümerler, Hindistan'da Hintliler, Mısır'da Mısırlılar ve Ege'deki Helenlerin matematiğin, öncüleri olduğu sanılmaktadır. İspat fikri Ege'de Helenler tarafından kullanıldığ ileri sürülse de, ilk görüş ve kullanma Babilliler tarafından olmuştur. Buna göre matematik, Babil çağı, Helen çağı, Newton çağı ve yaşadığımız modern çağ olarak dört büyük devreye ayrılır.

Matematiğin, ilkel insanlar ve ilkel toplumlardan bugüne gelişinde, tarih öncesi çağlardaki dahileri bilemiyoruz. Matematik, bu çağlar boyunca kendi yolunda devam ederek Helen devrine kadar her ne yolla olmuşsa gelmiştir. Değişik biçimlerde sayılar için işaretler kullanılmıştır. Sayıların on tabanına göre yazılması ve kullanılması ne zaman ve kimler tarafından kullanıldığı da kesin olarak bilinmemektedir.

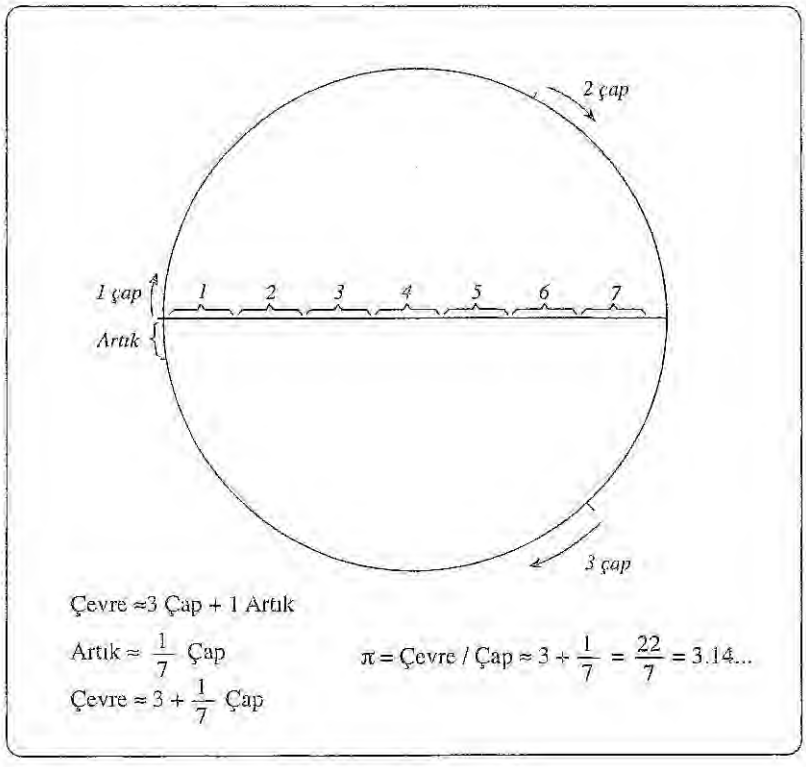
O çağlarda uygarlığın Orta Asya'dan göç eden Türkler tarafından Önasya, Avrupa ve Kuzey Afrika'ya götürüldüğü düşünülürse, Orta Asya'da yaşayan atalarımızın da mutlaka bir matematiği vardı. Bunda şüphe yok. O devirde ve daha sonraki zamanlarda kullanılan yazıtların okunması bile unutulmuştur. Göç eden insanlar göç koşulları ve yaşamak için verdiği yaşam savaşları bu bilgilerin yok olmasına neden olduğu sanılmaktadır.

Çağdaş anlamda matematikte söz sahibi ve kurucusu olarak, Zeno (İ. Ö. 495-435), Eudoxus (İ. Ö. 408-355), Pisagor (İ. Ö. 569?-500?), Archimedes (İ. Ö. 287-212) ve Euclides'ten (İ. Ö. 330?-275?) söz edilir. Geometri ise, Apollanius'tan (İ. Ö. 260?-200?) söz edilmeden geçilemez. Neden bu kimseler? Çünkü, bu matematikçiler, Kronecker (1823 - 1891), Brouwer (1881 - 1967) adlı matematikçiler kadar eski ve yine Weierstrass (1815 - 1897), Dedekind (1831 - 1916) ve Cantor (1845 - 1918) adlı matematikçiler kadar da modern ve yenidirler. Eski zamanın en büyük zekası olan Archimedes, tepeden tırnağa modern ve kendisinden 2000 yıl sonra yaşamış Newton'la düşüncede çağdaştır. Eğer Archimedes yaşasaydı ve Einstein, Bohr, Heisenberg ve Dirac'la karşılaşsaydı, birbirleriyle kolayca anlaşabilirlerdi. Bu nedenle, bu matematikçiler modern ve yenidirler. Tarihin en büyük üç matematikçisi arasında mutlaka Archimedes'in adı da olmalıdır. Diğerleri de Newton (1642 - 1727) ve Gauss (1777 - 1855) olmalıdır. Bir de, bu devlerin yaşadığı dönemlerdeki matematiğin ve fiziğin ilerlediği gözönüne alınırsa, Archimedes daha da ağır basar.

Pisagor, Archimedes'ten oldukça farklıdır. Pisagor hem mistik ve hem de matematikçidir. Mistik tarafları çoktur. Bunlar, efsaneleşmiş bir biçimde destan olarak anlatılmış, evren hakkında bu günkü gerçeklere uymayan düşünceler de ileri sürmüştür. Bunları bir tarafa bırakırsak, yine yaşadığı çağa göre matematikçi yönü çok ağır basar. Pisagor, Mısır'da ve Babil'de çok gezdi. Rahiplerden bilim öğrendi. Çok tanrılı olan o zamanın dini inançlarını benimsedi. Yaşadığı çağı ve aldığı rahip eğitimi gözönüne alınırsa, bunda yadırganacak pek bir şey de yoktur. Oldukça doğaldır. Matematiğe ispat fikrini getiren Pisagor için, sosyal ve şahsi yaşantısı bu kadar eleştiriye değmez. Yalnız, Pisagor ve bazı Yunan filozofları, örneğin, Euclides, Eflatun ve Aristo gibi alimleri, yaşadığı devirlerde, bugün için bilinen bilimsel gerçeklerde hataya düşmüşlerdir. Bu filozofların felsefeleri, modern matematiğin kurucusu Descartes (1596-1650) ve Newton (1642-1727) kadar, modern fiziğin kurucusu Galile (1564-1642) ve modern kimyanın kurucusu olan Lavoisier (1743-1794) zamanına kadar iki bin yıllık bir gecikmeye neden olmuşlardır. Eğer Yunanlılar Euclides, Eflatun ve Aristo yerine Archimedes'i izlemiş olsalardı, Descartes, Newton, Galile ve Lavoisier'in kurdukları modern bilme iki bin yıl önce ulaşır ve bugün içinde bulunduğumuz uygarlığa iki bin yıl önce varılırdı. Yani, Archimedes'le Newton, Galile ve Lavoisier arasında tam iki bin yıllık bilimsel boşluk vardır. Bu boşlukta kolay kolay doldurulamaz. Bu nedenle, Yunanlıların uygarlığın ilerlemesine iki bin yıllık bir gecikmeye neden oldukları bir gerçektir. Avrupa'da uzun yıllar egemen olan ve hüküm süren skolastik düşüncenin temeli Yunanistan'da atılmış ve İtalya'da geliştirilmiştir. Bu nedenle de uzun yıllar bu skolastik düşünce yenilememiştir. Bu uğurda çok sayıda bilim adamı yok edilmiştir.



Dik üçgen teoreminin bilinen ilk yazılı ispatı Öklit tarafından verilmiştir. ABF üçgeni ile ACG üçgeni aynıdır. ABF üçgenin alanı, AKEF dörtgenin alanının yarısı, ACG üçgeninin alan ABHG karesinin alanının yarısıdır ("Taban çarpı yükseklik" formülünü uygulayın). Buna göre AKEF dörtgeninin alanı ABHG karesinin alanına eşittir. Benzer şekilde CKED dörtgeninin alanı CBIJ karesinin alanına eşittir. Sonuç olarak $AC^2 = AB^2 + BC^2$ olur.



Çevre ≈3 Çap + 1 Artık

Artık ≈ $\frac{1}{7}$ Çap

Çevre ≈ $3 + \frac{1}{7}$ Çap

π = Çevre / Çap ≈ $3 + \frac{1}{7} = \frac{22}{7} = 3.14...$

Örneğin, Yunanlılarda çok tanrı vardı ve din bu çok tanrılara inanmaktı. İyilik, kötülük, savaş, barış, güzellik, şarap v.b. gibi tanrılar vardı. Hintlilere göre, Dünya altın bir tabak üzerinde, bu tabağı filler ve filleri de bir kaplumbağa taşıyordu. Kaplumbağa da dolanmış bir yılanın üzerindeydi. Eski Türklerde, Dünya öküzün boynuzları üzerinde dengede durur şeklide bir inanç vardı. Aristo, Dünya toprak, su, hava ve ateşten oluşmuştur, diyordu. Thales, Dünya düzdür ve suda yüzer şeklinde söyleyordu. Bunun gibi bilimsel gerçek olmayan görüşler uzun yıllar egemenliğini koruduları. Euclides de Dünya'nın düz olduğunu kabul etmişti. Bu görüşler, Ortaçağ boyunca en katı tutumunu sürdürdü. Romalılar bu devirde bu karanlık çağın yaşatılmasını sağladılar.

Pisagor'dan önce, geometride, şekillerin aralarındaki bağıntılar gösterilmeksizin elde edilenler, görenek ve tecrübeye dayanan bir takım kurallardı. Bu nedenle, daha önce gelen bir yetkili ne demişse o sürüp gidiyordu. Pisagor'un matematiğe ispat fikrini sokması bu yüzden çok önemlidir. O çağlarda çok tanrılı din vardı. Pisagor daha da ileri gidiyor ve "tanrı sayıdır" diyordu. Bu sayılar, 1, 2, 3, ... şeklinde bugün bildiğimiz doğal sayılardı. Tüm doğanın, tüm evrenin, fizik, metafizik, ahlak ve her şeyin bu doğal sayıların "süreksiz" modeline dayandığını ve tanrılar tarafından verilen bu elemanların yardımıyla olayların yorumlanacağını söylemişti. Daha sonra, kendi kendine bir çelişkiye düştüğünü, tamsayıların hatta rasyonel sayıların bile matematiğe yetmediğini, kendi adıyla anılan Pisagor teoremiyle gördü. Buna bir süre karşı da çıktı. Fakat, sonunda bu yenilgiyi kabul etmesini de bilmişir. Olayda, $\sqrt{2}$ şeklinde rasyonel bir uzunluğun olmaması problemidir. Oysa Pisagor teoremine göre böyle bir uzunluk vardır. Pisagor'un kuramını yıkan problem $a^2 = 2b^2$ denklemini gerçekleyen a ve b gibi iki tamsayıyı bulmak olanaksızdır. Pisagor'un karşılaştığı ikinci güçlük, bir karenin kenarının köşegenine bölümünün rasyonel bir sayı olmayışıdır. Bu söylediğimiz, $a^2 = 2b^2$ denkleminde adı geçen olaya eşdeğer olduğu açıktır. Bu problemi bugünkü matematik diliyle söylersek, $\sqrt{2}$ sayısı irrasyonel bir sayıdır. İşte, karenin köşegeni gibi basit bir uzunluk, Pisagor'un doğal sayılar kümesine meydan okuyarak, Pisagor'un ilk felsefe kuramını yalanlamıştır. Böylece, hiç bir zaman tekrar etmeyen sonsuz ondalıklı olan irrasyonel sayı bulunmuş olunur. Pisgor'un bu buluşu, modern analizin kökünü keşfetmiştir. Bu problem bir yerde, "sıfır ile iki sayısı arasını rasyonel sayılarla kaplayabilir miyiz?" sorusunu doğurur. Yanıt hemen hayır olacaktır. Çünkü, $0 < \sqrt{2} < 2$ olan $\sqrt{2}$ sayısı rasyonel değildir. 1,41 ile 1,42 sayıları arasında rasyonel olmayan bir sayıdır. Öyleyse, sayı doğrusu üzerindeki her bir noktaya bir gerçel sayı karşılık gelir postülatını şimdilik kabul edebiliriz. Bu görşe Pisagorculuk denir ve bu görüşe ileride Kronecker tarafından itiraz edileceğini hemen söyleyelim.

İşte, sayı doğrusu üzerinde rasyonel sayılarla sıfır sayısından iki sayısına sürekli olarak gitmek mümkün diyenlerle, mümkün değildir diyenler arasında uzun yıllar tartışma olmuştur. Yüzyılımızda çıkan Brower'e kadar bu tartışma çeşitli şekillerde karşımıza çıkmıştır. Mümkün değil diyenler hiç bir ilerleme göstermeden yerinde sayarak ve az hata yapmışlar fakat, mümkün diyenlerse çalışarak ve biraz da fazla hata yaparak bugünkü modern matematiğe ulaşmışlardır. Doğrunun sürekli olup olmadığı uzun yıllar tartışılmıştır.

Pisagor, bu kuramlarla, sayılar aracılığıyla ve kendi yöntemleriyle evrenin doğal dengesini ve evrendeki cisimlerin ilişkilerini açıklamaya çalışmıştır. Şüphesiz, bu görüş ve düşünüşlerin birçoğu bugün geçerli değildir. Yine de, modern matematiğin temelini Pisagor atmıştır. Oysa, İ. Ö. 500 - 428 yıllarından Pisagor devrinde yaşamış olan Anaksgoras, Güneş'i, Dünya'dan kat kat daha büyük kızgın bir demir kütlesi olarak tanımlamıştır. Ay ışığının Güneş'ten gelen ışınların bir yansıması olduğunu da öne süren kişi olduğu sanılmaktadır. Bu nedenle, Pisagor mistik olduğu kadar üstün zekalı bir matematikçidir sıfatları yerinde kullanılmıştır.

Geleneklere göre Pisagor da geziler yapmış, matematiğe ilişkin olan ilkeleriyle ruh gücüne bağlı olan inançlarını Mısır'da öğrenmiş, İran'a gitmiş, orada büyücü Zaratas ile görüşmüş, Gal kıralına giderek oradaki Druitlerle tanışmıştı. Sözde bir görev ile gönderilmiş olduğu Mısır'da, Menfis'de bulunan İzis tapınağına kabul edilmiş ve orada yirmi yıl kaldıktan sonra bu yerlerin İranlılar tarafından alınması üzerine tutsak olarak Babil'e götürülmüştür. Kendisinin Sümer ve Asur'daki bilgilerle Zerdüşt ve Buda'nın sırları hakkındaki bilgiyi de şüpheli olan bu gezilerde elde ettiğini kabul edenler vardır. Pisagor teoremini de Babil'de öğrendiği sanılıyor. Otuz iki yıl sürdüğü söylenen bu gezilerden sonra Pisagor, İ. Ö. (ya da 530 - 520) yılına doğru İtalya'ya geçmiş ve Kroton'daki tarikatını kurmuştur. Kendisine ve öğrencilerine mal edilen öğretilerde, gerek öğe, gerek temel olarak göze çarpan düşüncelerde, kendisinin bu gezileri yapmamış olsa bile, doğu dünyasındaki bilim ve bilgelikleri ciddi olarak incelemiş olduğu yadsınamaz. Bazı yazarlar onun tümüyle ulusal bir kaynaktan yararlandığını ileri sürerler. Güya Pisagor, Yunanistan'da Girit Jüpiteri'nin mağarasına Thales'in de çağdaşı olan Epimenid'le birlikte inmiş ve oradaki gizemi kavramış ya da Delphes rahibesinden kendi ahlak görüşlerinin çoğunu almıştır. Söylendiğine göre, Kroton sitesinin yasalarını Pisagor yazmış, üç yüzü aşmış olan öğrencileri Büyük Yunanistan'ın değişik şehirlerini yönetmiş ve buralarda yönetimi düzeltmek koşuluyla aristokrasiyi ve yönetimi korumuştur.

Pisagor, daha ilk geldiği günlerde söylevler ve dini konular üzerindeki konuşmaları ile halk üzerinde derin etkiler yapmış ve orada bir "kahinlik" denen şeyi ve bir de "ayin" denen mistik töreni açıklayan kitabı yazmıştır. Onun bu konularda kitap yazdığı biraz şüphelidir. Roma'dan, Sicilya'dan ve bütün İtalya'dan pek çok sayıda mürit toplamış olan Pisagor'un okulu, bir tür tekkeydi. Bu tarikatın şeyhi olan Pisagor'a başbağlayan çok sayıda insan vardı. Öğrencileri arasında kadınlarla dışarıdan istekli olan da girebiliyorlardı. Burada, tarikata türlü alıştırma denemeleri yapılıyor, sembolik ve kapalı bir dille şeyhin sözlerine kutsal bir değer veriliyordu. "Onu, üstadımız, pirimiz ve ulumuz söyledi" sözü, bütün taraftarlar arasında bir dinsel ayetin bıraktığı etkiyi yapardı. Pisagor, taraftarlarını bir "susma yasası"na koşulsuz bağlamış ve üç tür susma olduğunu öğretmişti. Birincisi beş yıllık susma, ikincisi deney susması ve üçüncüsü de devamlı ve mistik susma olarak adlandırılıyordu. Bunlara her Pisagorcu boyun eğmek ve kabul etmek zorundaydı. Jamblik, bu toplulukta bir tür kominizmin bulunduğundan söz ederse de, bunu başka hiç bir kaynak doğrulamamıştır. Belki de bu Pisagor'un, "Dostlar

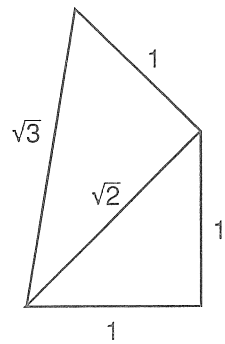
arasında her şey ortaklır" sözünün bir sonucudur. Fakat Pisagorcuların birbirlerine karşı olan bağlılıkları ve birbirlerini tutmaları söz götürmez bir gerçektir. Genelde her tarikatta bu tür yaklaşımlar, aralarında sevgi ve birbirlerini tutma eğilimi vardır. Pisagorcuların da bu yönde bağları vardı.

Pisagor'un Altın Mısralar başlıklı bir eserinin olduğu da söylenir. Fakat içinde Pisagor'un felsefi sistemini değil, sadece ahlakını toplamış olup, zamanımıza kadar gelebilmiş olan bu eserlerin ona ait olduğu da şüphelidir. Pisagor'un yaşamı hakkındaki bilgimiz görüldüğü gibi, pek fazla değil, hatta çok eksiktir. Hıristiyanlığın birinci yüzyılında meydana gelen Yeni Pisagorculuğun kurucuları, bu düşünürün yaşamına ilişkin pek garip efsaneler ve masallar uydurmuşlar, zamanla kulaktan kulağa söylenerek, biraz da kendileri katarak devam edip gitmiştir. Bunlar gerçek olmasa bile hoş şeyler oldukları için kimseye de zarar vermemiştir. Sanki ortak bir halk bilimi olmuştur. Onun ölümünden elli yıl sonra bile Empedokles, Pisagor'u "üstün bir insan" olarak kabul etmiş, yaşamının önemli bir kısmı İtalya'da ve Pisagorcular arasında geçmiş olan Herodot da onun adını Salmoxis veya Zalmoxis'le karıştırmıştır. Abaris ve Aristo kategorisinden olan bu Zalmoxis, sözde Pisagor'un kölesiymiş ve onun da doğa üstü sayılan ve insanları hayran bırakan dersleri varmış.

İ. Ö. dördüncü yüzyıldaki yüksek kültürlü kimseler, Yeni Eflatunculuğa yakınlığı ve ilişiği olan Pontlu Heraklit, Aristo ve bunun öğrencilerinden Diseark, Kleark, Hieronim, veya Aristoxen, hep onun yaşamı hakkındaki efsaneleri toplamış ve bunlara özel bir değer vermişlerdir. Bunlara göre Pisagor, Tanrı Apollon veya Hermes'in oğludur. Cehennemlerden gelmiş ve yine cehennemlere dönmüştür. Kalçaları, altındadır. Bu sayede o, istediği anda zaman ve uzaklıkları aşar, istediği yerlerde bir Tanrı gibi görünebilir. Her türlü keşif ve keramet denilen ermiş sayılan insanların doğaüstü birtakım yetenekleri bulunduğuna inanılan şaşkınlık uyandırıcı durum da onun doğal yeteneklerinden biri sayılıyordu. Aristo, Pisagor'dan çok, ona bağlı olanlardan söz eder. Pisagor'un bilinmedik bir kişilik olduğunu gösterir. Aristo, Pisagor'un sistemini, kuvvetle yaymış olan Philoaus'tan da ancak bir kez söz etmiştir. Eflatun ise, Pisagor ve doktrininden pek az şey iletmiştir. Pisagor, yurdundan ayrıldığı zaman kırk yaşındaydı. Herodot, onun Sisam adasındayken, yukarıda adı geçen kölesinin İyonyalılar gibi özel yaşama biçimini efendisinden öğrendiğini söylemiş olduğundan söz eder. Bundan, Pisagor'un Mile Okulu'nun fiziğini de bildiği sonucu çıkarılmaktadır. Bu tarihçi, onun felsefi çalışmalarından çok, dinsel düşünceleri üzerine bilgiler verir. Xenophon ve Heraklit, Pisagor'a karşı olmakla birlikte, onun bilimine değer verirler ve onun önce öğrenimini kendi yurdu olan Sisam adasında yaptığını söylerler.

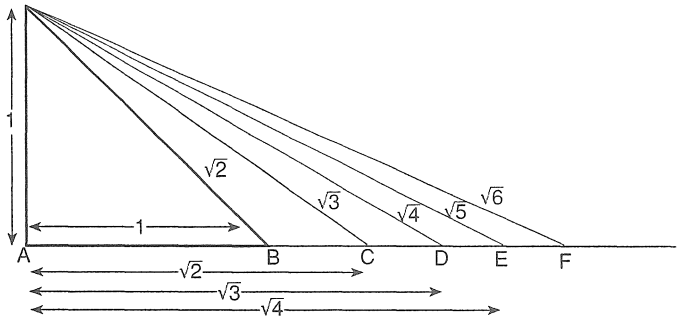
Pisagor'un doktrinlerini yazılı olarak İ. Ö. 335 yıllarında ünlü olan Rodoslu Eudemus anlatmıştır. Bu yapıtın aslı kaybolmasına karşın, sonraki yazarlar tarafından bu yazılar korunmuştur. Homeros'un şiirlerinde bu doktrinler görülür. İ. Ö. beşinci yüzyılda yaşayan Krotonlu Philolaus ve İ. Ö. 400 yıllarında ünlü olan Tarentumlu Archtas, Eflatun'un arkadaşları ve daha sonra yaşayan birçok yazarın yapıtlarında hep Pisagor görülür.

Pisagor'un tarikatında hem eğitim, hem bilgi hem de mistik çalışmalar ve etkinlikler vardır. O, demokrasinin karşısındaydı. Disiplinli bir aristokrasi kurmak amacındaydı. Bu bakımdan onun okulu bir taraftan siyasal bir topluluk manzarası da gösterirdi. Kroton'daki "Ana Kurum"un dışında bu kuruma evlatlık olarak girenler kendi üye oldukları illerin siyasal yaşamı üzerinde büyük rol oynarlardı. Bu şekilde İtalya'nın güney bölgesindeki birçok site Pisagor sisteminde bir yaşama ve yönetime zorunlu olmuşlardı. Pisagor'a bağlı olanlar, onun görev ve kişiliğindeki üstün insanlığa hayrandılar. Zaten onda bu yetenek ve kültür olmasaydı bu kadar insanı etrafında toplayıp bir tarikat kuramazdı. Bunlar, Aristo'nun ilettiklerine göre, iki türlü düşünen gruptu. Bunlardan biri Tanrı, diğeri insandır. Pisagor ise üçüncü düşüneni temsil ediyordu. Kendisini insanla Tanrı arasında bir aracı, bir tür peygamber sanıyordu. Fakat ona bu bağlılık çok devam etmedi. Zengin ve asil bir aileden olan Sylon ve Krotomat, isyan ettiler. Bir gün içinde topluluk şeflerinin ve ileri gelenlerin toplandığı Milon adındaki bir kişinin evini kuşatarak yaktılar. Bu yangından yalnız Lysis ve Archipos kurtularak Thebes sitesindeki Epaminondas'a yol gösteren önder oldular. Bu olaydan sonra daha önce, Pisagor'la aralarında anlaşmazlıklar bulunan Diseark'la Aristoxen'in başka bir ülkede bu tarikatı yaymakta olduğu söylenir. Bunlardan ikincisi, uzun bir geziden ve kırk gün süren bir oruçtan sonra ölmüştür. Pisagor'un kendisi de, bir söylentiye göre bu isyanın ve ayaklanmanın kovuşturmasından kurtulamamış, Metaponte'da ileri bir yaştayken öldürülmüştür. Diogene Laerce'in anlattıklarına göre Pisagor, silahlı düşmanlarından kaçarken, önüne bir bakla tarlası çıkmış, bu sebze onun dini inançlarına göre dokunulmazlar arasında bulunduğu için, tarlaya girmek cesaretini gösterememiş, bu yüzden kendisine yetişen düşmanları tarafından öldürülmüştür. Oysa, Eflatun'un çağdaşı ve bir devlet adamı olan Tarentumlu Archytas, Eflatun'u ölümle tehdit eden genç Denys'e baş vurarak, Pisagorculuk düzeni adına büyük filozofun yaşamını kurtarmada başarılı olmuştu.



Pisagor'un kendi eseri olarak zamanımıza hiç bir belge gelmemiştir. Bu nedenle onun hiç bir şey yazmamış olduğunu ve derslerini yalnız anlatmak biçiminde öğrettiğini kabul etmek zorundayız. Bunun için onun sistemini öğrencileriyle sonradan yeni şekillere giren Pisagorcuların anlayış ve anlatışlarına göre belirleyeceğiz. Pisagorculuğun temelini sayılar kuramı, müzik ve deneyler oluşturur. Bu sisteme göre, matematik kav-

ramların en basit olan sayılarla olay ve varlıklar arasında büyük bir benzeyiş ve ilişki vardır. Sayılar hem eşya, hem de eşyanın şeklidir. Eşya ile sayılar arasındaki benzeşme durumu, onların kendilerinin de sayı olmalarındandır.



Köklü irrasyonel sayıların çizimi.

Pisagor'un yazamadığı veya yok olduğu düşünülen yapıtları için bazı gerekçeler de vardır. Çünkü, o dönemde parşömen henüz bulunmamıştı. Balmumu tabletleri çok özel yazılar için kullanılıyordu. Babil türü tabletler de çok sınırlı olarak kullanılıyordu. Mısırlıların kırılan ince nazik papirüsleri de İtalya'da onun bulunduğu yerlerde yoktu. Bu nedenle Pisagor'un izlediği sözlü bir öğretim yöntemi vardı ve bu yöntemi uyguluyordu. Eflatun döneminde Atina'da kitapçı yoktu. Euclides zamanında da İskenderiye şehri henüz kurulmamıştı.

Pisagor, çiftler sonsuzun aynıdır, tekler sonludur diyordu. Öyleyse her şey sonlu ve sonsuz öğelerle karışıktır. Bu nedenle gerçeklik, birbirine karşıt olan şeylerin bir uzlaşmasından meydana gelmiştir. Yani, her şey sayı ve her şey bir uyumdur. Sayılar, eşyanın kaynağı oldukları için, en sonunda eşya yine sayılara dönecektir. Sayılar eşyanın birer nedeni ve köküdür. Aristo buna bir üçüncü nitelik daha ekler. Sayılar, eşyanın kendilerini taklit ettiği modellerdir. Uyum da sayıdan farklı değildir. Hatta bunun kendisi de bir sayıdır. Bu evrende her şey düzenlenmiş, musikileştirilmiştir. Bunun nedeni, eşyanın öğelerinin, yani sayıların kendilerinin de düzen ve musiki olmalarıdır. Fizikteki ses konusunun kurucusu olan Pisagor ve öğrencileri, Düzen, Ölçü ve Uyum'u, yalnız fiziğe değil ahlak ve dini inançlarına kadar uygulamışlardır. Bir müzik akordu nelerden oluşuyorsa, birbirinden değişik aralıklarla ayrılmış bulunan birtakım ilkel seslerin birleşmesinde rastgele bazı seslerin birleşmesinden doğru bir akort meydana gelemez. Bu iş için araların sınırlanmış olması gerekir. Eğer seslerin birleşmesi zamandaş olursa, yine akort olmaz ve art arda gelmelerinde uyum sağlanmaz. Her sesin aralarındaki aralarla belirlenmiş ve sınırlı olmadıkça kulak bu seslerin birleşmesinden hoşlanmaz. Çeşitli notaları birbirinden ayıran tonlar veya yarım tonlardır. Aralık denilen şey de bu tonlardır. Eğer bu tonları düşüncemizle kaldıracak olursak notalar arasında

hiç bir fark kalmaz. Bütün sesler bir ses halinde birleşir, karışır ya da ses kalmaz. Çünkü her ses belirlenmiş olduğu için, yalnız bu belirlenmiş veya sınırlanmış olmaları dolayısıyla bile bir sesi diğer bir sesten ayıran bir aralık gerekir. Şu halde aranın kaldırılması, kendisiyle birlikte sesi ve uyumu da birlikte kaldırır. Pisagor, sesle sayılar arasında hep bir ilişki kurmuştur. Her tamsayıya bir nokta karşılık getirmiştir. Daha sonra bunların aralarındaki sayılara da yarım veya daha küçük olan sesleri karşılık getirmiştir. O, müzikte de sayıyı arıyordu. Ona göre her şey sayı ve özünde sayı yatıyordu.

Boethius, Pisagor, Eflatun ve Nicomachus müzik notalarını da bulan dört antik matematikçidir. Yukarıdaki resim Boethius'un çalışmasından alınmıştır.

Şu halde ses nedir? Bu belirli bir şeydir. Aralık nedir? Bu da belirlenmemiş bir şeydir. Ses, aralığın sınırıdır. Bununla kendisi sınırsız olur. Şu halde bir akort, bir melodi, belirlenmişlerle belirlenmemişlerin, yani sınırlarla sınırsızların birleşmesidir. Pisagorcu bir dille söyleyecek olursak, sonlu ile sonsuzun birleşmesidir. Pisagor, müziksel ilişki ve niteliklerinin gelenekten oluştuğunu çok iyi anlamıştır. Çekiç, örsün üzerine değdiği zaman, sesin yüksekliği çekicin ağırlığına göre değişir. Aynı şekilde başka başka kitlelerle gerilmiş olan tellerde de durum aynıdır. Sesler bizi kolayca sayılara götürür. Her akort bir sayıdır. Çünkü her akort, zorunlu olarak birbirinden ayrılmış birçok seslerden bileşiktir. Şu halde sayının kendisi de birliğin birleşimidir. Bir tek birlik, bir sayı oluşturmaz. Fakat bir birliğin diğer birliklerle birleşmesi için bu birlikler arasında bazı farkların veya hiç olmazsa bazı ayrılıkların, yani yine bazı birtakım araların bulunması gerekir. Bu araları zihnimizle kaldıracak olursak, birleşmiş olan birlikler, bir birlik halinde birikirler ve sayılar kaybolur. O halde bu aralar çokluğun ilkesidir. Öyleyse sayılar, birle çokların birleşmesidir ya da eğer birlik çift değilse ilk iki sayısı çifttir. Başka bir deyimle, sayı çiftle çift olmayanın birleşimidir.

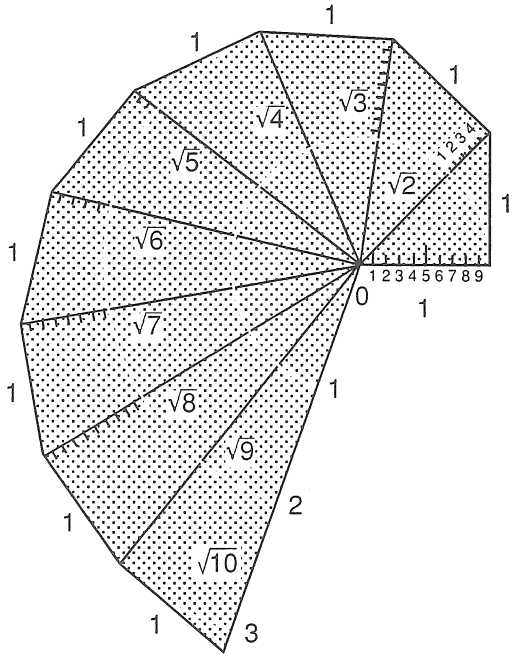
Pisagorcular bu düşünceyi maddeye de uyguladılar. Sayıların eşyaya benzerliği düşüncesini genç Pisagorcular getirmiştir denebilir. Bunun daha pek ilkel mezheplerin bir kalıntısı olduğundan da şüphe edilemez. Çünkü, sayılara birtakım mistik özellikler ve kutsal değerler vermek daha çok eski inançlarda da vardı. Pisagorculara göre sayılar, müzikteki akordun temeli olunca, onunla karşılaştırılarak diğer şeylerin de sayı olmalarında hiç bir sakınca yoktur. Böylece, örneğin yedi, sağlığı ve tehlikeli zamanları temsil eder. Çünkü bu sayı, gün, ay ya da yıl dönemleriyle varlıkların gelişmesinde önemli bir rol oynar. Beş, evlenmeyi temsil eder. Çünkü ilk çift olan iki ile ilk tek olan üç sayısından birleşerek oluşmuştur. Dört ya da dokuz adaleti temsil eder. Bunun nedeni de, ilk çift olan ikinin veya ilk tek olan üçün karesidir. Daha açıkça adalet, ödünün karşılığıdır ve eşit iki faktörün sonucudur. Aşk ve dostluk ise, uyumla eşdeğerdedir. Bu da müzikte oktavla sağlandığından bunu temsil eden sayı sekizdir. Kendi kendine her zaman hareketsiz olan zihin, birlikle anlatılır. Bayağı düşünceler, yani görüş iki ile temsil olunur. Çünkü bu, hareketli ve kararsızdır. Aristo, Pisagorcuların bu tür örneklerini çoğaltmadıklarını söylerse de Eurytus, renkli taşları saymak suretiyle insan ve hayvan sayısını bile bulduğunu ileri sürer. Pisagorculara göre tanımadığımız her şeyin bir sayısı vardır. Sayısız hiç bir şey algılanamaz, öğrenilemez. Bu nedenle her şeyin kökeni sayıdır ve ondan daha bilge olan hiç bir şey yoktur.

Bu sistemin özel yapısında on'a kadar olan sayıların temsil ettiği düşünceleri şöyle sıralayabiliriz:

1. sayı, bütün varlıkların değişmez, sonsuz kaynağı ve sarsılmaz ilkesidir.

2. sayı, dişiliği ve doğanın bu dişilikten meydana geldiğini anlatır. Yani genel enerjiyi ifade eder. Bu iki tek arasında dengesiz bir haldedir.

3. sayı, bu uyum ve düzenle maddenin kapsadığı üçlü öğeleri temsil eder. Üç boyut, ateş, su ve hava gibidir. Bu hem erkekliği, hem de bütün doğada Tanrısal birliğin mutlak ve zorunlu olan varlığını gösterir.



Köklü sayıların çizimi.

4. sayı, Tanrısal gücü temsil eder. Çünkü, Kroton tapınağındaki Hestia, kare taban üzerinde bir eliyle ocağı korur ve bir eliyle de gökyüzünü gösterir.

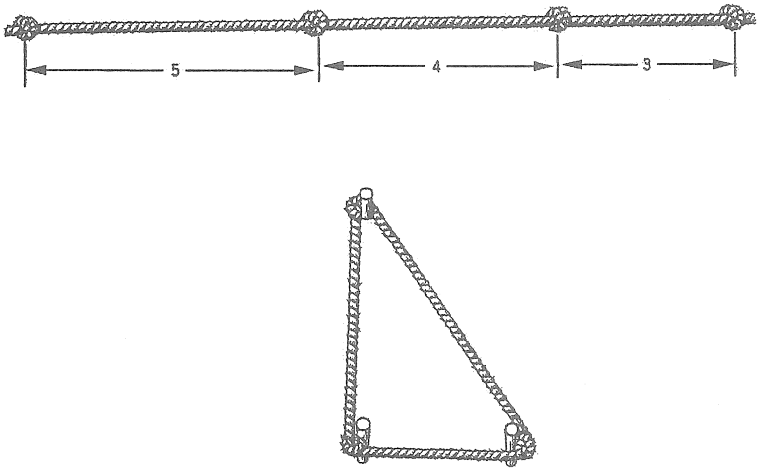
5. sayı, evlenmenin simgesidir. Bu 2 + 1 + 2 olduğuna göre, bir'in iki tarafında bir eşitliği gösterir. Aynı zamanda eşyadaki çeşitliliği de anlatır.

6. sayı, organik ve hayatsal varlıkların türlü şekillerini temsil eder. Bunda dişilik ilkesi olan iki, erkeklik ilkesi olan üç, mutlak (bir)le birleşmiş görüldüğü için, kuşakların devamını da bu sayı gösterir.

7. sayı, hem tehlikeli zamandır, hem de akıl, ışık ve kuvvetin simgesidir. Bu doğanın ebedi değişikliğini ve sonunda her şeyin bir birliğe döneceğini gösterir.

8. sayı, ahlak ve erdemi temsil eder. Çünkü, bu küpün temelini oluşturan çiftlerden oluşur.

9. sayı, adaleti, yüce yetkinliği temsil eder. İlk tek sayının karesi olduğu için, her şeyin bir evrime zorunlu olduğunu anlatır.

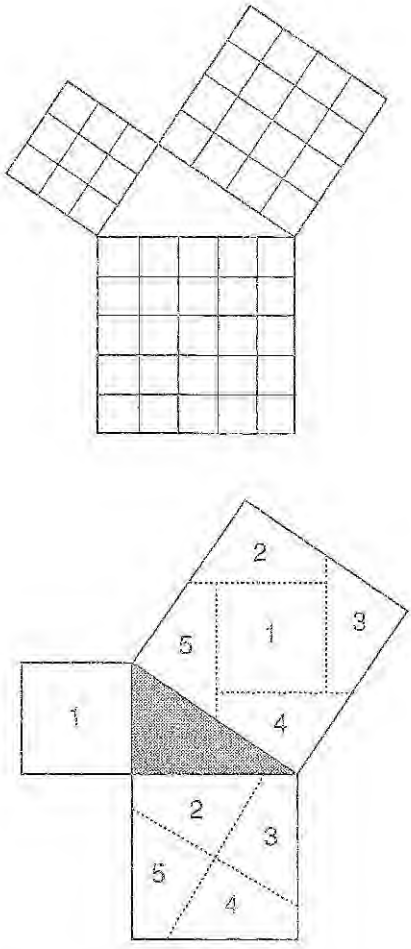


Pisagor teoreminde 3, 4 ve 5 kuralı.

10. sayı, kutsal kareye eşdeğerdir. Bu sayı ilk yetkin tek ve çift sayıların toplamıdır. Yani, 1 + 2 + 3 + 4 = 10 olur. Bu, kutsal bir dörtlüktür. Sonsuz olan doğanın kaynağını da kapsar. Pisagorcuların yeminleri de bu gizemli sayı üzerine olurdu. Onlar bu sayıları hep kutsal terimlerle ifade ederlerdi.

Pisagorcuların bu ve buna benzer daha çok yorumlamaları ve benzetmeleri vardı. Örneğin (1) monat, (2) diyat, (3) triyat'tı şeklinde söylenebilirdi. Triyat, evrendeki sonsuz üçlüğün bir simgesi olarak yorumlanıyordu. Çünkü evren, beden, can ve ruhtan birleşikti. Diğer bazı kavramlar da bu üçlüklerin birleşimi şeklinde söyleniyordu. Dikkat edilirse, Pisagorcularda bir sayı mistizimi vardır. Her şeyin bileşimi üç olduğu gibi, yaratma da bu üçlükten kurtulmuş değildir. Yaratıcı düşünce, yıldızsal akım, her gün biraz daha yetkinleşen evrenler gibi daha birçok kültür birikimi vardı.

İ. Ö. beşinci yüzyılın ilk başlarında, Pisagor çağdaşlarının çok çok ilerisindeydi. Bu yüzyılın sonlarına doğru onun buluşları ve doktrinleri tüm dünyada tanınmaya başlandı ve bu etkinlikler Atina'ya taşındı. Pisagor'un okulu tarafından yapılan buluşların hangisinin kendisi tarafından yapıldığını ayırmak oldukça güçtür. Bundan sonra Pisagorculuk bir Pisagor değil de bir okul ve bir akım olmuştur. Proclus'un yazdıklarına göre, Pisagor'un tümdengelim yöntemine dayanan bir geometrisi vardı. Liberal eğitimin kurucusuydu. Konularını mantıksal bir sırada veriyordu. Yine Aristoxenus'un yazdıklarına göre, onun okulunun şan, ün ve şöhreti, tüccarların gereksinim duydukları matematiğin çok çok üstünde bir aritmetik geliştirmesiydi.



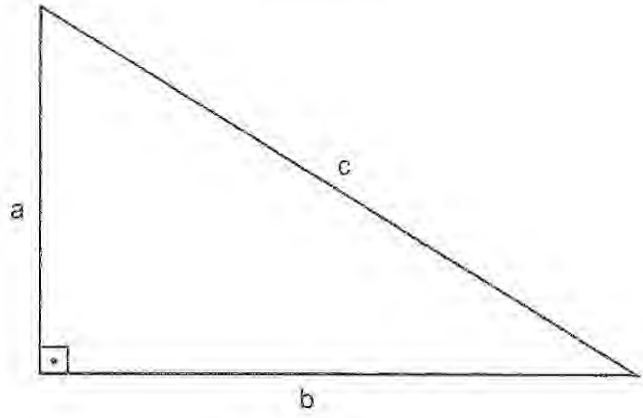
Pisagor teoreminin geometrik görünümlü ispatları.

Pisagor, önce bir ahlak ve felsefe yenilikçisiydi. Fakat onun bu ahlak ve felsefe reformu matematik buluşları üzerine kurulmuştur. Onun matematik konuları dörde ayrılıyordu. Birincisi soyut sayılar veya aritmetikti. İkincisi uygulamalı sayılar veya müzikti. Üçüncüsü de büyüklük veya geometri, sonuncusu da harekette büyüklük ya da astronomiydi. Bu dörtlüye Latince dille quadrivium deniyordu. Geometri ve aritmetik herkese öğretilen temel derslerdi. Herkes bunları öğrenmek zorundaydı. Bunlara ek olarak astronomi bilimi, mekanik ve müzik de öğretilen ve önem verilen konular arasındaydı. Gözlem ve deney de sonuçların emniyeti ve kontrolü için gerekli görülüyordu. Biraz da metafizik öğretilirdi. Aristo'nun (İ. Ö. 384 - 322) söylediğine göre, Pisagor sayıların erdemine inanır ve güvenirdi. Plütarchos'a göre, Pisagor Yer'in düzgün katı altıgen olduğunu söylerdi.

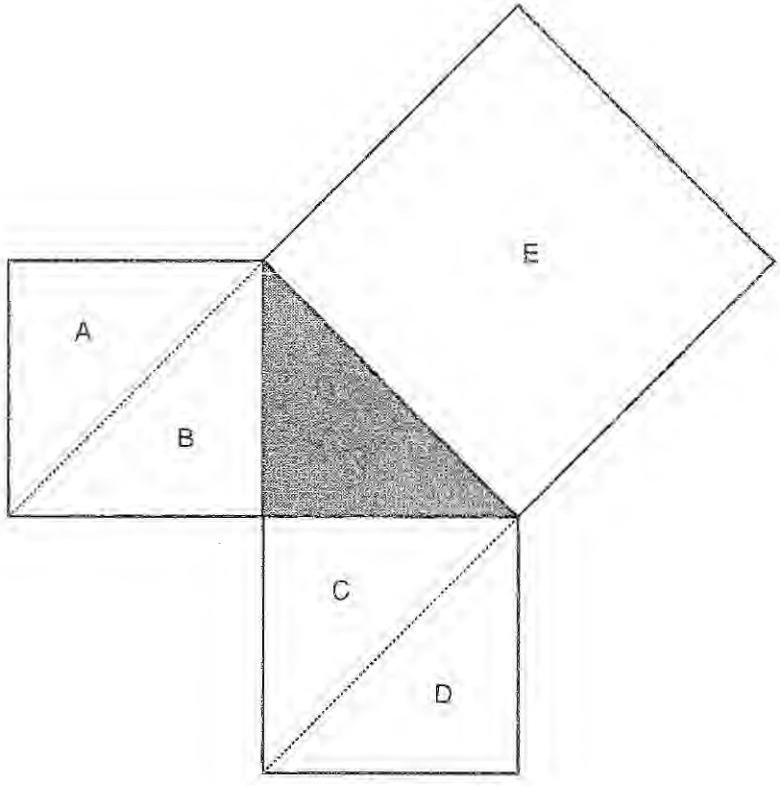
Pisagor, Euclides'in Elements adlı dizi kitaplarının ilk ikisinde geçen bilgilerden harberi vardı ve onları çok iyi biliyordu. Örneğin, paralellik, üçgenler, paralel kenarlar ve bu kitaplarda geçen bazı teoremlerin onun tarafından bilindiği söylenebilir. Yani, Pisagor'a kadar gelişmiş bir matematik vardı. Bu bir olgu halinde nesilden nesile aktarılmıştı. Hatta Pisagor teoremi ondan en az 1200 yıl önce Babil'de tabletlere yazılmış bulunuyordu. Bu tabletlerde bazı Pisagor sayıları yer alıyordu. Yani, bir dik üçgenin dik kenarlarının uzunluklarının karelerinin toplamı hipotenüsün uzunluğunun karesine eşit olması bugün Pisagor teoremi olarak bilinir. Eğer dik kenarlar a ve b, hipotenüs de c ile gösterilirse $a^2 + b^2 = c^2$ bağıntısı çok eskiden biliniyordu. İlk bulgular Babillilerde vardır. Buradan Çin'e taşınmıştır.

$a^2 + b^2 = c^2$ bağıntısını sağlayan a, b ve c tamsayılarına Pisagor üçlüleri denir ve (a, b, c) biçiminde yazılır. Örneğin, (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17), (7, 24, 25), ... şeklinde sonsuz tane bu üçlülerden vardır. Pisagorcular evrenin temel maddesinin tamsayılar olduğuna inandıkları için sayıların özelliklerine, aralarındaki bağıntılara ilgi duyuyorlardı. Matematiksel bilgi, mutlak, değişmeyen tek bilgiydi. Pisagor İyonyalı olmasına karşın mistik eğilimleri yönünden Milet Okulu düşünürlerinden olan Thales, Anaksimandros ve Anaksimenes'in bilimsel geleneğinden oldukça farklı bir yol izler. Pisagorcularda gizlilik ortak bir ilkeydi. Bu nedenle buluşlarını ve tarikatlarındaki geleneklerini bir sır olarak saklıyorlardı. Pisagor teoremi olarak adlandırılan bağıntı, Pisagor'dan en az 1200 yıl önce Mısır'da ve Mezopotamya'da biliniyordu. İ. Ö. 1900 ile İ. Ö. 1600 yılları arasına ait olan ve şimdi Colombia Üniversitesi'nde bulunan Plimpton koleksiyonundan 322 numaralı kil tablette dört sütun halinde yazılmış sayılar vardır. Bu tabletin bazı kısımlarındaki sayılar aşınmıştır. Buradaki sayılar bu Pisagor üçlülerinden oluşmaktadır. Bazı sayıların yazılışında hatalar da vardır. Zamanla bu bağıntı Çin'e kadar gitmiştir. Hatta Mezopotamya'da bulunan çok eski tabletlerdeki bazı problemler her şeyi ile aynı olmak üzere Çin'deki kaynaklarda görülür. Örneğin, Nine sections denen Dokuz Bölüm adlı kitaplarda Pisagor üçgeni ile ilgili Babil problemleri vardır. Fakat, bu teoremin matematiksel ispatı ne Mezopotamya'da ne de Çin'de görülmemiştir. Geometrik olan şekilli ispat Çin kaynaklarında vardır. Ama matematiksel ispat Çin'de de yoktur. İlk matematiksel ispatın Pisagor tarafından yapıldığı sanılıyor. Matematik dünyasına bu teorem Pisagor ve Pisagorcular tarafından tanıtıldığı için bundan böyle de bu teorem bu adla söylenecektir. Bugüne kadar çok sayıda ve birbirlerinden farklı ispatları yapılan Pisagor teoreminin bundan sonra da değişik yollarla ispatları yapılacak, genelleştirilmeleri de görülecektir.

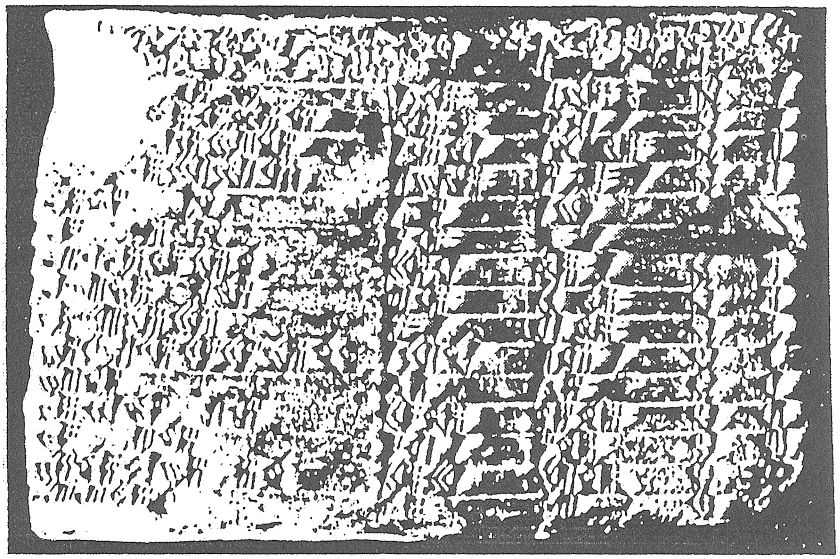
Pisagor'a kadar bir olgu ve gelişme halinde gelen matematik, belki de çok eskilere dayanıyordu. İrrasyonel uzunluk da Pisagorcular tarafından biliniyordu. 1 sayısının birim uzunluk olarak işaret edilmesi Pisagor'a aittir. Yine Euclides'in birinci kitabında geçen, 13., 29., 32., 47. ve 48. teoremler, Pisagor tarafından öğrencilerine öğretiliyordu. Bunun gibi Pisagor, Euclides'in kitaplarında geçen bazı teoremlerden de haberdardı. Düzlemi, eşkenar üçgen, kare ve düzgün altıgen ile doldurulacağını ilk kez Pisagor söylemiştir. Ama bu doldurma işlemleri Pisagor'dan yüzlerce yıl önce Mezopotamya, Mısır, Girit ve Kıbrıs'taki taban döşemelerinde, duvar süslerinde ve tapınak avlularındaki bezemelerde görmek mümkündür. Bu kural da Pisagor'dan çok önce biliniyordu.



$$a^2 + b^2 = c^2$$



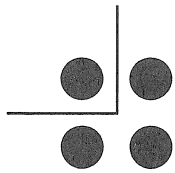
Pisagor teoremi.



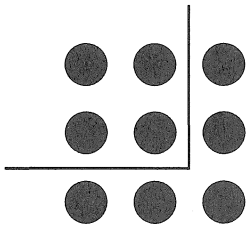
Plimpton 322.

Pisagor'un sayıları geometrik bir değere sahiptirler. Ona göre cisimler veya şekiller, öğelerine bölünürse, birtakım yüzeyler, çizgiler ve noktaların var olduğu görülür. O, çizgileri gerçekten var olan noktaların sıralamasından meydana geldiğini, cisimlerin de bir birliklerin ve sayıların toplamı olacağını sanmıştır. Sayıların tek ve çift oluşu, onların sonlu ya da sonsuz oluşu, kendisine eşyanın da böyle niteliklere sahip olması gerektiğini ilham etmiştir. Sayıların bu somut ve cisimleşmiş değerlerini şekillerle açıklamıştır. Sonlu sonsuz, tek çift, birlik çokluk, sağ sol, erkek dişi, durağan haketli, doğru ve eğri çizgi, aydınlık karanlık, hayır şer, kare dikdörtgen gibi zıt şeyler hep kutsaldır. Zıtlıklar ve uyum matematiği doğurur.

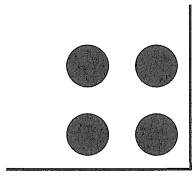
Spösip, Pisagorik Sayılar başlıklı eserinde bu konuyu daha somut bir şekilde açıklar. Bu sistemde sayıların sadece matematik bir toplam değil, suretler ve miktarlardan oluştuğunu da görür. Örneğin, (1) noktadır, (2) çizgidir, (3) üçgendir, (4) ise dört yüzlü bir şekildir. Sayılar, noktaların şekillerini belirlediği gibi, eşyayı belirler ve tanımlarlar. Buna göre, alfabe harfleri gibi sembolik işaretler, sayıları temsil etmeye yeterli değildir. Her şeyden önce, onları sezgisel olarak göstermek gerekir. Bu sistemde sayılar, kesin ve soyut bir şey olarak da anlaşılmamıştır. Çünkü onlarda sayılar, sürekli olarak tasarlanmıyor, birbirinden ayrılmış noktalardan bileşik uzaysal birtakım şekiller gibi, yani domino taşları üzerindeki noktalar gibi düşünülüyordu. Ancak bu şekilde eşyayı maddi olarak tanımlamanın olanaklı olabileceğini kabul ediyorlar ve yine bu şekilde eşyanın bir cinsten çokluklar oluşturabileceklerini ve algılamamıza girebileceklerini ileri sürüyorlardı. Pisagorcular, sayıları bir marangoz gönyesiyle ifade eder ve eşyayı da onunla tanımlarlardı. Böylece, bir nokta olarak kabul edilmiş olan (1) sayısının etrafına gönyeyi koyarak üç nokta şöyle görünür.



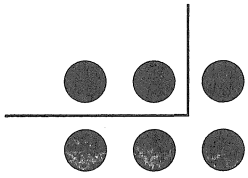
Böylece elde edilmiş olan şeklin, yani dört noktanın etrafına beş nokta koyacak olursak şu şekli elde etmiş oluruz.



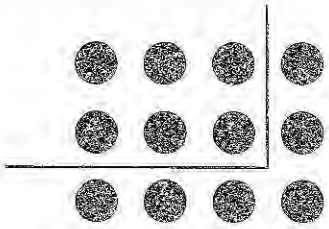
Böylece, gönyenin dışında her zaman tek sayıların toplandığını görürüz. Bunlar da (3, 5, 7) gibi sayılardır. Bu şekli diğer sayılara da uygularsak, her zaman gönye içinde kare olan sayıların toplandığı görülür.



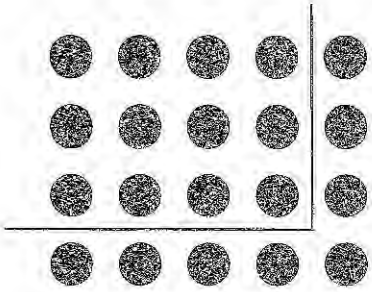
Buna göre bütün kareler tek tarafındadırlar. Yani bunların gönyeleri dışında her zaman rakamlar bulunur. Tekler ise sınırlıdır. Çünkü tek olan sayılarda, eşit iki parti arasındaki boşluk bir aracı ile doldurulur. Gönye içinde bir nokta yerine iki nokta koyup gönye dışına bunun gerektirdiği (4) sayısını temsil eden dört nokta koyacak olursak, şeklin değiştiği ve birtakım çift serilerin meydana geldiği görülür. Bu da şu biçimde görülür.



Bu şekli toptan gönye içine alacak olursak,



şekli ortaya çıkar. Sonunda bu şekli de toptan gönye içine alırsak,



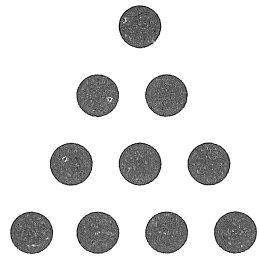
şekli meydana gelir. Böylece, dik dörtgen biçimli sayılar, çift seriler elde edilmiş olunur. Çünkü, yukarıdaki şekilleri gönyelerinden ayırırsak, toplamlarının her zaman çift olduğu görülür. Demek ki elde edilen şekillerde yanların ilişkisi ile aynı değildir. Yani gönyenin dışında 4, 6, 8 gibi çift sayılar toplanmakta ve bunların etrafındakilerle birlikte 6, 12, 20 gibi çift sayılar elde edilmektedir. Bunun sonucu olarak bir dik dörtgenle ifade edilebilen şekiller elde edilmektedir. Bu şekilde çiftlerin sonsuz oldukları görülür.

Pisagorcular aynı yöntemle diğer bazı sayı türlerini daha ayırmışlardır. Bunlardan bir kısmı düzlemdir. Doğrular ve çok yüzeyli şekiller gibi, en basit görünümlüsü üçgendir. Diğer bir kısmı da üç boyutludur. Bunlar sınırlayıcı maddeler ve genel olarak tek yapılıdırlar. Kendileri de tektir. Bunlar bir birlik olmamakla birlikte, kendilerini diğer hiç bir sayı ölçemez.

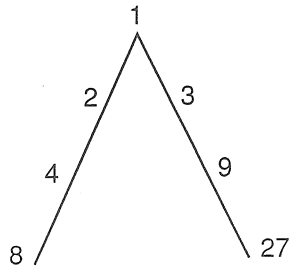
Pisagorculukta (3), başlangıç, orta ve son olan tek sayıdır. Bu ilk yetkinlik, onunla uyum ve bütünlük ifade eder. Fakat sayıların en yetkini, daha önce de söylediğimiz gibi onluktur. Çünkü bu erdemi on sayısı temsil eder. O, büyüktür, yetkindir, her şeyi gerçeklendirir, yaşamın ilke ve önderidir. İnsel olmaktan çok gökseldir. On sayısında ilk kez eşit sayıda tek ve çiftler birleşmiştir. Çünkü $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ biçimindedir. Yani, iki tekle iki çift $(1 + 3) + (2 + 4) = 10$ biçiminde bir araya gelmiştir. Bu, $(1 + 2) + (3 + 4) = 10$ biçiminde de yazılabildiğinden (10) tüm sayıların temelidir. (7) sayısı on-

luk içindeki sayıların hiç biri tarafından doğurulamamış, kendisi de hiç birimi vücuda getirmemiş olan bir sayıdır. Bu sayı aynı zamanda (4) ile (1) ve (10) sayısı arasında ortalama bir yerde bulunur. Bu sayıların içinde seçkin olanlardan biri de (9) sayısıdır. Bu sayı, ilk tek kare olan bir sayıdır. Yani, 3 x 3 = 9 biçimindedir. (4) sayısı ile karıştırılmaması gereken türlü şekilleri vardır.

(10) sayısının bu kadar değerli oluşu Pisagorcularda özel bir yer edinmiştir. Bu kutsal üçgen, kutsal piramit, Pisagorcuların en temel simgelerinden biridir. Çünkü bu üçgen doğa şekillerinin mutlak (1) biriminde toplandığı görülür. Bu şeklin her parçası da ayrı ayrı birer üçgendir. Buna ileride Pascal üçgeni adı verilecektir.

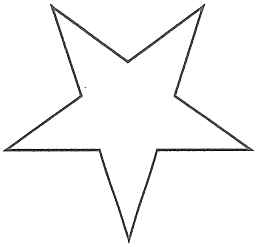


Bu onluk üçgende (2) sayısının oluşturduğu küp (8) ve (3) sayısının oluşturduğu küpse (27) sayısıdır. Bu küpler de Pisagorcular tarafından bir açının kenarları ile gösterilir.

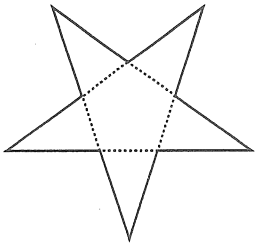


(2) küpünden doğan (8) ile (3) küpünden doğan (27) sayılarını toplayıp, bunlara (1) sayısı eklenirse (36) sayısını elde ederiz. Bu da (1) sayısından (8) sayısına kadar olan sayıların toplamıdır. Bu da toplamı (9) olan (3) ve (6) sayılarının bileşimidir. Bu iki sayının sembolik anlamı hatırlanırsa, doğanın yetkinleşmekte olduğuna işaret ettiği anlaşılır. Bunun ve bunlar gibi daha çok sayıda sayısal oyunlar Pisagorcuların uğraştığı temel konulardır.

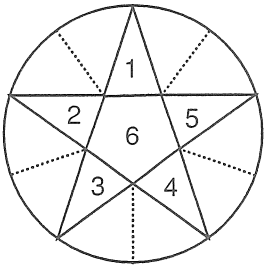
Söylentilere göre Pisagor, dik açı kirişlerinin karesi, diğer kenarlar karesi toplamına eşit olduğunu bu tür çalışmalarla elde etmiş ve çok sevinmiştir. Bu sevincine karşılık Tanrılara bu ilhamlara verdiği için bir erkek keçi kurban etmiştir. Fakat bu işin hikaye yönüdür. Çünkü, Pisagor teoremi ondan en az 1200 yıl önce Mısırlılar ve Babilliler tarafından biliniyordu. Yalnız, bu teoremin bilinen yazılı ispatı Pisagor tarafından yapılmıştır. Pisagor bu teoremi Mısır ve Mezopotamya'ya yaptığı ve oralarda bulunduğu yıllarda görmüş ve öğrenmiştir. Pisagorcular, adına Pantalpha dedikleri mistik armalarını da şöyle elde etmişlerdir. Bugünkü İsrail devletinin bayrağında da görülen ve eskiden Hazreti Süleyman'ın Mühürü denilen birbiri üzerine tersine çevrilmiş ve bir yıldız şeklini almış olan bu arma Pisagorcularda şöyle belirlemiştir. Önce beş açılı bir yıldızın tepeleri noktalarla birleştirildiği zaman beş kenarlı bir şekil oluşur.

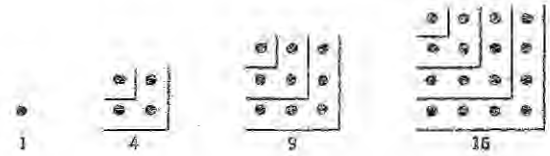


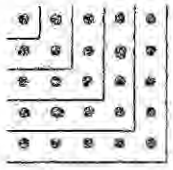
Bu şekil, beşer kenarlı olan düzgün beşgen şekle indirgenir. Bu da şu biçimdedir.

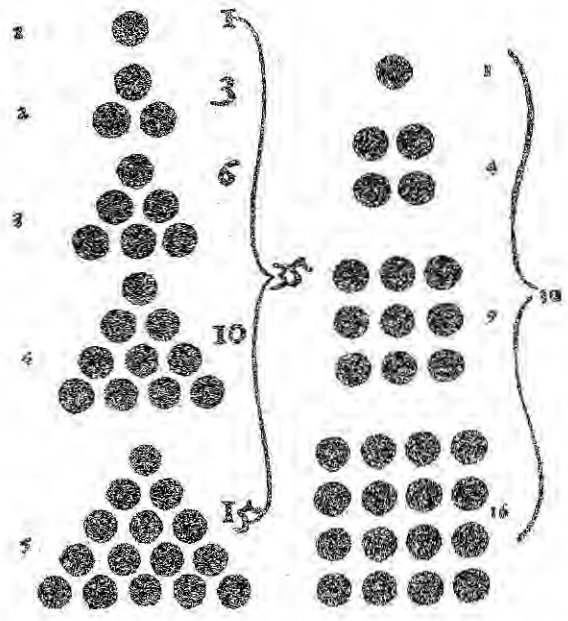


Armanın tam şekli bu biçimdedir. Bu şekillerin her biri ayrı bir mistik ve sembolik bir anlama da sahiptir.









Piramidal sayılar.

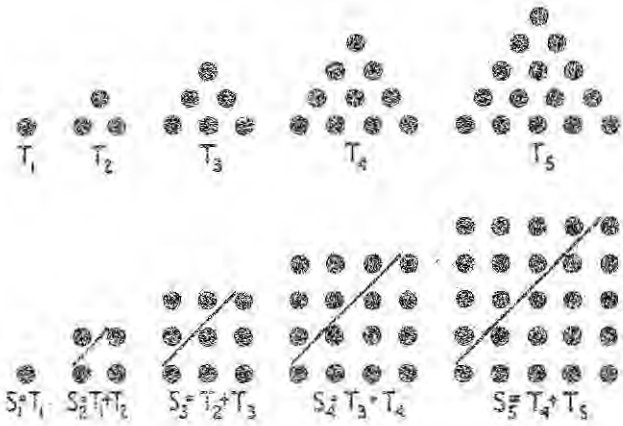
Sayıların kutsallığı konusu çok eskidir ve sadece Pisagorcularda görülmez. Hatta bugün bile eskiden kalma mistik sayılar vardır. Falcılar bile bu sayıların bazılarını kendi çıkarları için kullanırlar. Sayılara bu şekilde metafizik anlam vermek, çok eski çağlardan beri yaygın bir inanış olarak görülmektedir. Eski Yunan'da bu inanç Pisagor öğretisinin temelini oluşturmuştur. Pisagor, öğrencilerine dinsel bir törebilim veya siyasa öğrettiği, sayı gizemciliğine dayanan gizli bir din okulu kurmuştur. Hatta bunları kendi aralarında tarikatın sırlarını dışarı sızdırmamak için şifre olarak bile kullanmışlardır. Pisagor'a göre evrenin temeli sayıdır. Bir sayı uyumu olan evrendeki bütün nesneler, duyulur hale gelmiş olan sayılardır. Bir sayı hem tek hem çifttir. Erkek bir ilkeyle dişi bir ilkenin birleşimidir. O halde iki sayısı bir sayısından çözümlenmiştir. Erkek ilkeyle, dişi ilkenin bileşiminden doğan varlık ise bir üçlükle tekliktir. Bir sayısı bu üçe yeniden katılırsa dört meydana gelecektir. Öteki diğer sayılar bu kutsal ilk dört sayının çarpılmasından veya toplanmasından elde edilmişlerdir. Haftada yedi gün, boyunda yedi kemik, gökte yedi kat bulunması nedeniyle yedi sayısı kutsaldır. Bu inanış Yunan düşüncesinde pekçok alanda görülmektedir. Yirminci yüzyılın çekirdek fiziğinde de 2, 8, 20, 50, 82 ve 126 sayılarına esrarlı sayılar denilmektedir. Çünkü bu sayılarda nötron veya proton taşıyan çekirdeklerde güçlü bir enerji bulunmakta, bu sayılardan az veya fazla nötron veya proton taşıyan çekirdeklerde ise güçlü enerjiye rastlanılmamaktadır.

Pisagorcular, düzlemin eşkenar üçgenlerle, karelerle ya da düzgün altıgenlerle doldurulabileceğini biliyorlardı. Bunun sonucu olarak döşemeler, duvarlar, mozaikler ve süsler Mezopotamya, Mısır, Yunanistan, Girit, Kıbrıs ve Anadolu'da yaygın bir şekilde süs olarak kullanılıyordu. Küre içine düzgün beşyüzlü çizebiliyorlardı. Buna, katıların en kusursuzu adını vermişlerdi. Pisagorcuların sayıları da dört grupta toplanmıştı. Bunlar, poligonal sayılar, çarpanlı sayılar, bölümlü ve oranlı sayılar ve serisel sayılar şeklindeydi. Poligonal ve oranlı sayıları geometrik yöntemlerle inceliyorlardı. Tek sayıları erkek ve çift sayıları da dişi olarak adlandırıyorlardı. Tek ve çift sayıların evlendirilmesinden tamsayıları elde ediyorlardı. $2n + 1$ şeklindeki bir tek sayı her zaman $(n + 1)^2$ ve n^2 şeklindeki iki kare sayısının farkıdır diyordu. Bu özellik daha sonra Hintlilere de geçmiştir. İki sayının çarpımına düzlem ve üç sayının çarpımına da katı sayı deniyordu. Eğer üç sayı eşitse çarpımı küp oluyordu. Üçgensel sayıların toplamının

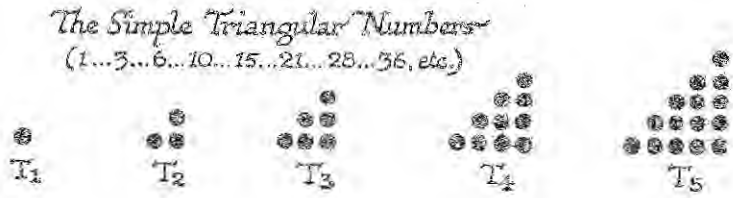
$$n + (n - 1) + (n - 2) + \ldots + 2 + 1 = n(n + 1) / 2$$

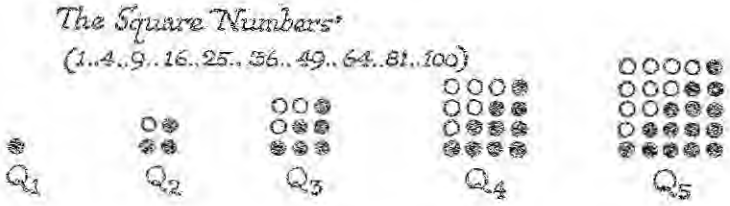
biçiminde olduğunu biliyorlardı. Onlara göre, sayıların mistik bir görünümü vardı. Sayıların postülatları üzerine kurduğu bir düşüncesi vardı. Sayıların değerini yükseltmek için, mantıksal düşünceden ve gerçek öneminden ayrılmıştır. Onlara çeşitli adlar vermiştir. Sayıların bilimini, aritmetik, müzik, geometri ve astronomi olarak dört sınıfa ayırmıştır. Onun bu ayırışı Ortaçağ'a çok etkili olmuştur.

Pisagor'a bir tüccar, kendisine matematikte ne öğretebileceğini sorar. O da, "saymayı" diye yanıt verir. Saymayı bildiğini söyleyen tüccar başlar, bir, iki, üç, dört der demez "tamam" der Pisagor. "dörtten sonra on diyeceksin. Çünkü onlar kusursuz üçgensel sayılardır" der.



aritmetik orantı a – b = b – a
geometrik orantı a : b = b : c
harmonik orantı (a – b) : (b – c) = a : c





	1	3	6	10	15	21	28	36 . . .
1	3	6	10	15	21	28	36	. . . . .
1	4	9	16	25	36	49	64	. . . . .

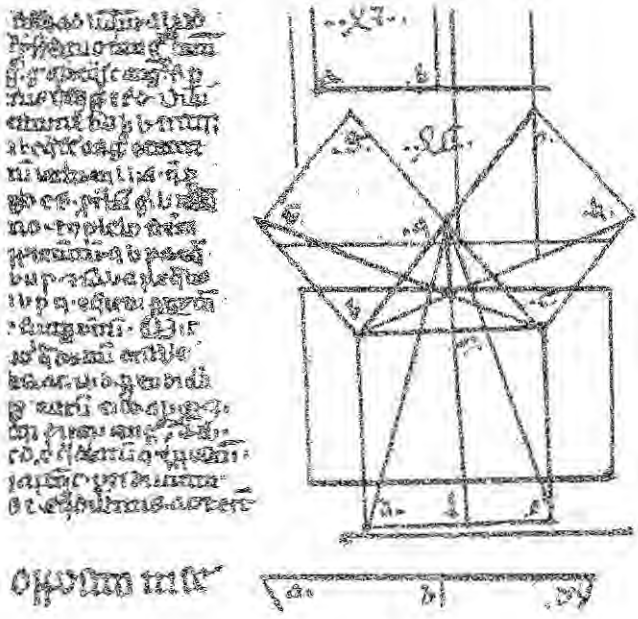
Üçgensel ve karesel sayılar.

Pisagor, İran'a ve Hindistan'a kadar gider. Hindistan'a gittiğinde Buda'yı ziyaret eder. Kendi kurduğu tarikat yöntemlerinde ve usullerinde Buda dini davranışları görülür. Çin ve uzak doğu geleneklerinden de etkilenmiştir. Pisagor teoremini Hindistan'da öğrendiği de söylenir ama bu o kadar doğru değildir. Onun Pisagor teoremini Mezopotamya'da ve Mısır'da öğrendiği sanılıyor. Kendisi çok iyi bir öğrenici ve aynı zamanda çok iyi de bir öğreticiydi. Bu nedenle geniş halk kitlelerini kendisine bağlamayı bilmişti. O dönemdeki tüm dünya kültürüne sahipti. Bunları da gezerek öğrenmişti. Konuştuğu kimseleri etkisi altına alma gücü çok kuvvetliydi. Söylentiye göre Zeus'un sırları ile eğitilmişti. İ. Ö. 150 yıllarında yaşayan Appuleius'un anlattıklarına göre Persler tarafından tutuklandı ve orada da bazı şeyler öğrendi. Mısır'da bulundu. Babil'e gitti. Çalışmalarında Babillilerin etkisi çok görülür.

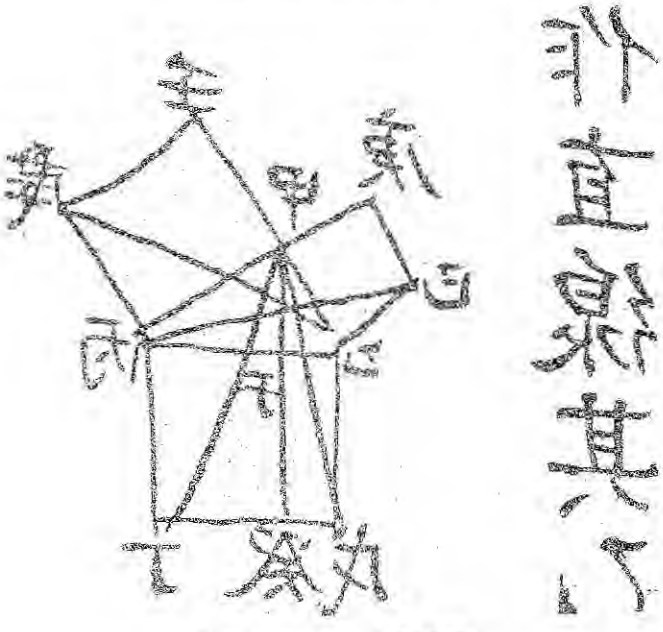
Pisagorcular, bu matematik çalışmalarla ilkelerini oluşturan müzik akortları hakkında büyük keşiflerde bulundular. Philolaos, oktav üzerinde ciddi bir inceleme yapmıştır. Onlar buna uyum ya da ahenk diyorlardı. Bir lirin dört teli arasındaki ilişkilerden alçak, tiz, yüksek ve orta sesleri çıkarmıştır. Bunlar (6, 8, 9 12) sayıları ile gösterilmiştir. Bu Pisagorcu seslerin sayısal ilişkilerini ve aralıkları hesap etmiş ve geometrik uyuma küp adını vermişti. Çünkü bunda (12) durak, (8) tepe ve (6) yön vardır. Pisagorcular, sayılarla geometrik şekiller arasında bir ilişki görmüşler, her sayıyı kapsadığı birlikler kadar noktalarla ifade etmiş ve noktaları geometrik bir düzene göre sıralamışlardır. Sonra bunlara özel birtakım sembolik anlamlar vermişlerdir. Böylece bütün evrenin sırlarını ve niteliğini açıklamaya çalışmışlardır. Bütün bunlarda mistik hayal gücünün nasıl çalışmakta olduğu açıkça görülür. Kesikli ve kesiksiz nicelikler arasındaki ilgiyi de görmüş gibi görünen bu açıklamalardan, Pisagorcuların analitik geometriyi hazırladıklarının sanırsak yanılırız.

Philoaus'un söylediğine göre, Pisagor kulaktan öğretim yaparken ses ve müziğe de önem verirdi. Beş sayısı renklerdir, altı sayısı soğuktur, yedi sayısı sağlık ve sıhhattır ve sekiz sayısı aşktır şeklinde bir öğretim yolu izlerdi. Bunların söylenişi de bir ses uyumu içinde müzikseldi. Pisagor'un bu tür eğitimi ve sesli olan müzikli öğretimi Çin'de vardır. Pisagor belki Hindistan'a gittiğinde bu tür bir öğretimin yapıldığını işitmişti veya öğrenmişti. Örneğin Çinliler beş sayısı rüzgarı, iki sayısı yeryüzünü gösterir şeklinde söylerlerdi. Böylece, uzak doğu ile Pisagor'un mistik okulu arasındaki ilişki ortaya çıkar. Onun uzak doğu ile olan bu benzerlikleri, Suidas tarafından daha derin olarak incelenmiştir. Hatta Shakespeare bile Pisagor'un Hint inançlı olduğunu söyler.

Pisagor birimi kabul etmiş ve diğer sayıları bu birimden türetmiştir. Sonlu ve sonsuzluğu da bu sayılarla göstermeye çalışmıştır. İ. S. ikinci yüzyılda yaşayan Diogenes Laertius'a göre, Pisagor sayılarla çok ilgilenmiş, sayıları aritmetiğin diğer dallarına uygulamıştır. Noktayı, düzlemi ve uzayı da tanımlamıştır. Onun bu tanımı bugünkü tanımdan fazla bir farkı yoktur. Üçgenler, kareler, düzgün çokgenler onun ilgilendiği geometrik şekillerdir. Mozaik geometrisi de onun dikkatini çekmiştir. Bunlara ilişkin çok sayıda buluşu vardır. Yer'in küre biçiminde olduğunu düşünmüştür. Müzik telleri arasındaki oranlarla müzik harmonisini bulmuştur. Bu müzik bilgisini Mısır'dan almış

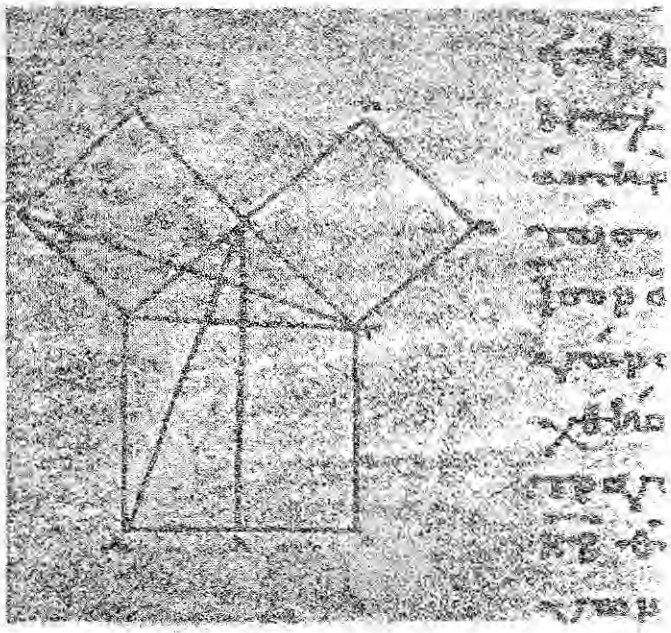


Latin, 1120

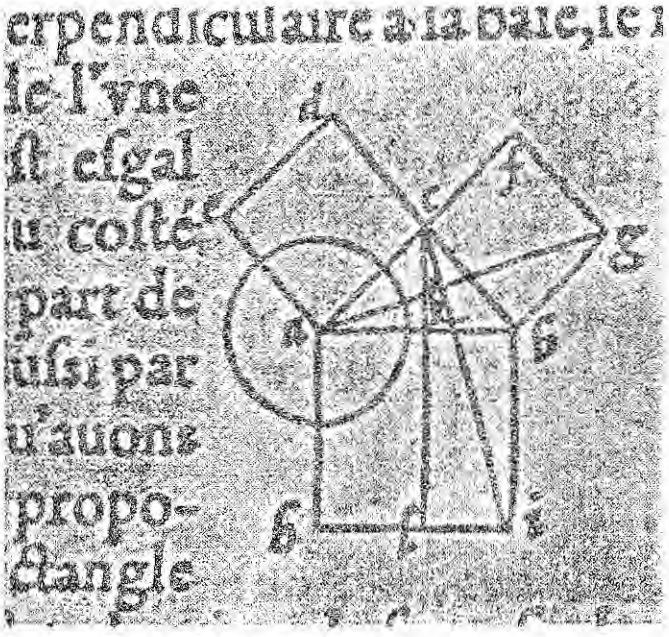


Chinese, 1607

Latinlerde ve Çinlilerde Pisagor teoremi.

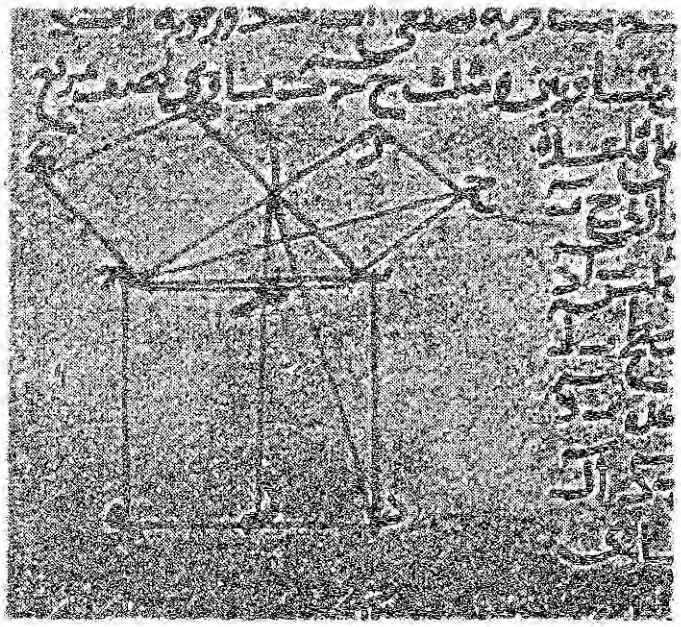


Greek, c. 800

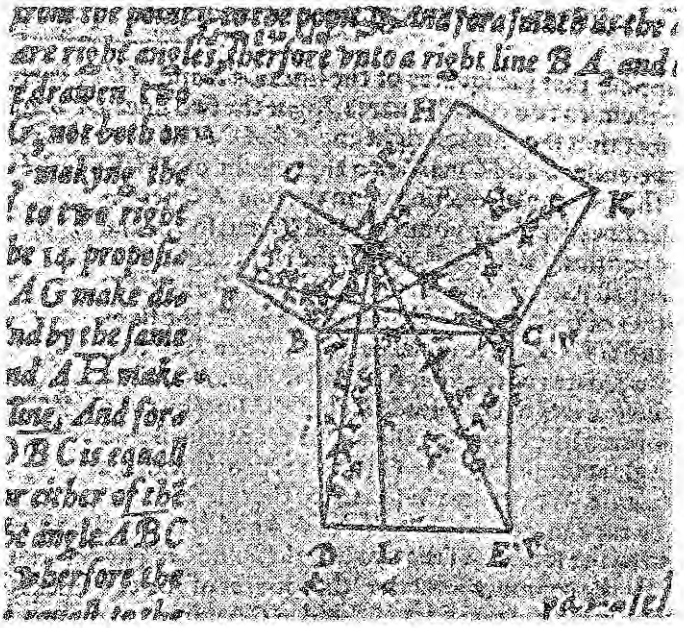


French, 1564

Yunanlılarda ve Fransızlarda Pisagor teoremi.



Arabic, c. 1250



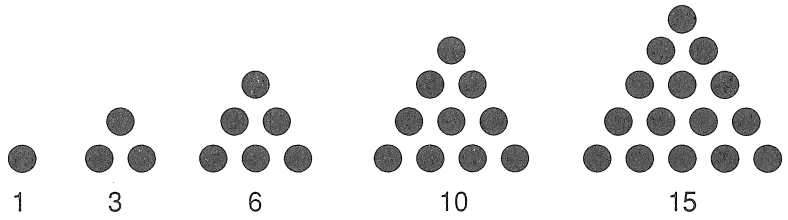
English, 1570

Müslümanlarda ve İngilizlerde Pisagor teoremi.

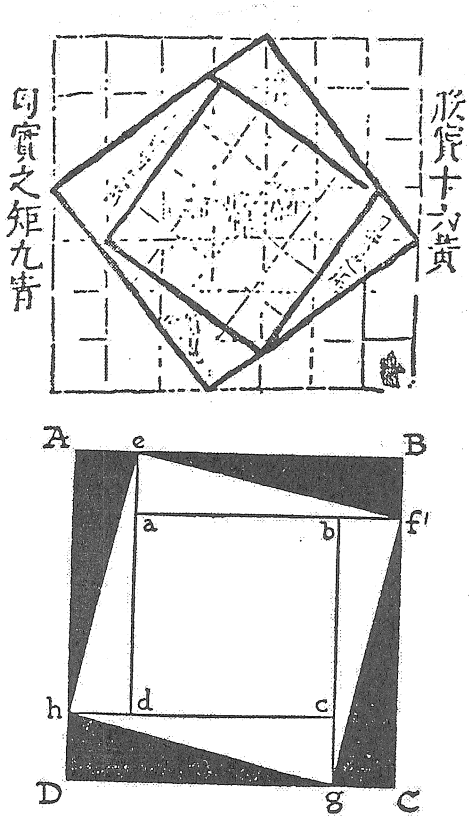
ve onu çok geliştirmiştir. Bu nedenle müzik biliminin kurucusu Pisagor olarak kabul edilir. Fakat hangi sistemi kullandığı kesin olarak bilinmiyor. Özet olarak, Pisagor müziği ve matematiği seven bir matematikçiydi. Yunanistan'da çok ünlüydü. Onun bu ünü Kroton kentine de yayılmıştı. Ölümünden iki yüzyıl sonra Roma Senatosu'nca onurlandırılmıştır. Birçokları onun sülalesinden geldiklerini daha sonraki yıllarda kendilerine birer övünç ve gurur kaynağı olarak anlatmışlardır. Pisagor, öğrencileri ve sonra gelen yazarlar tarafından kulaktan kulağa nesiller boyunca birbirlerine doğru ya da yanlış bir şekilde anlatılmıştır. Bazıları da bunlara uydurma ekler yaparak bu olayları söylemişlerdir. Buna benzer konular Homeros ve Hesiod'un eserlerinde de görülür. Thales ve Pisagor, kendi dönemlerinde sivrilmiş iki kişi olduklarından haklarında çok şeyler söylenmiştir. Thales ile Pisagor birbirlerinden bir şeyler almadan bağımsız birer matematik yapmışlardır . Yalnız, her ikisi adına verilmiş matematiklerin onlar tarafından yapıldığı da kesin değildir. Çünkü, onlardan daha eski yıllarda da bu matematiklerin çoğu vardı. Belki de onlar bu buluşları ünlü yaptıklarından ve yaydıklarından bu teoremlere onların adları verildi. Miletli Thales (İ. Ö. 624-548) ve Sisamlı Pisagor, ikisi de astronomiyi, geometriyi ve aritmetiği Babil ve Mısır'dan öğrendiler. Özellikle onların öğrenmelerine ve eğitilmelerine Kaldeliler çok etkili oldu. Her ikisinde de Kaldelilerin kuralları açık bir şekilde görülür.

Thales, astronomi tablolarını ve aletlerini Babil ve Mısır'dan aldı. Söylentiye göre bu aletleri buralarda görüşü İ. Ö. 585 yıllarındaydı. Pisagor, gittiği Babil, Mısır ve Hindistan'ın sadece matematiğini öğrenmekle kalmadı. Onların astronomilerini, soysal, yaşamlarını, dinlerini ve inançlarını da öğrendi. Buralarda öğrendiklerini kafasında yoğurdu ve pişirdi. Kroton'a yerleşince okulunda bunları öğretti. Çok sayıda öğrencisi oldu. Eskiçağ'da onun ölümünden sonra hakkında çok sayıda yaşam öyküsü yazıldı. Bu öykücülerin başında Aristo gelir. Fakat, Pisagor'un tarikatı gizlilik temeline dayandığı için onun yaşamı dönemindeki bu sırları kimse dışarı vurup yazamadı. Büyük bir tarikat baskısı ve otoritesi vardı. Karısının yazdığı yaşam öyküsü de zamanla kaybolup gitti. Böylece, Pisagor'un sırlarının birçoğu zamanla tarikatıyla birlikte yok olup gitti. Kalan bilgilerin çoğu yine halk tarafından yayılmış doğru veya yanlış bilgilerdi. Bu nedenle Pisagor'la anlatılanların çoğu daha sonra Pisagorcular tarafından topluma yayılıp ortak bir halk kültürü olmuştur.

Pisagor'un okulu ve üyeleri politik yönüyle oldukça tutucuydular. Üyeleri birbirleriyle gizli kod ve şifrelerle anlaşıyorlardı. Sebze ve meyve yiyerek yaşarlardı. Et yemezlerdi. Nedeni de, hayvanların kendi ruhlarından birisi olabileceğine inanmalarındandır. Bu tarikat üyelerine diğer bir yasak da, tohum ve özellikle mercimeğin yenmemesiydi. Felsefe ve matematik çalışmaları, onların moral gücünü yüksek tutan temel öğelerdendi. Pisagor, doğada ve uzayda en güzel şeklin küre, düzlemde de dairedir diyordu. Sayıların içinde (10) sayısı kutsaldı. Çünkü diğer sayıları oluşturan 1, 2, 3 ve (4) ile Pascal üçgenini oluşturabiliyordu.

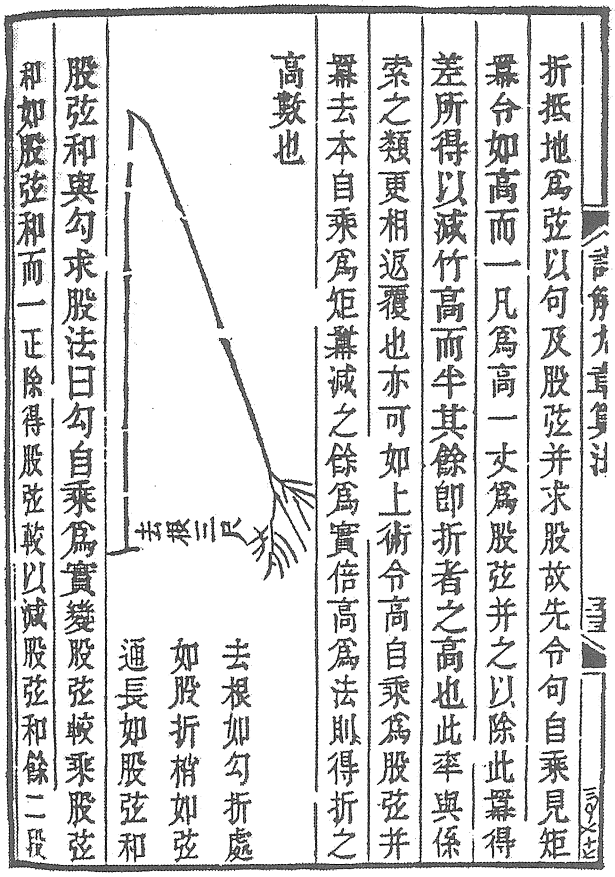


Pisagorcuların kullandıkları sözcüklerin çoğu filozofik şeylerdi. Onlarca bilgili ve bilim sevgisinin olması büyük bir erdemlilikti. Zaten bilgili olmak matematik bilmek demekti. Pisagor'un iki tür öğrencisi vardı. Bir grup okula kayıtlı olanlar, diğeri de geniş halk topluluklarıydı. Birinci gruba Pisagor'un kendisi özel olarak ders verirdi. Bu da, kendisinin matematikte yaptığı buluşları onlara anlatmak şeklindeydi. Bu arada Thales'in geometrisini de öğrencilerine anlatmayı bir görev bilirdi. Thales, onun en beğendiği matematikçilerden biriydi. Bu nedenle, Pisagor'un matematiğin geniş hak topluluklarına yayılmasındaki hizmetleriyle matematik tarihine geçmiş birisidir.



Pisagor teoreminin Çin'deki geometrik ispatı.

Babil ve Mısır'da yapılan matematiklerde, sayısal ve uygulamalı olarak verilen problemlerin çözümleri önplana alınmıştı. Teoremlerde ispat düşüncesi hemen hemen yoktu. Problemlerin çoğu yaşamın içinden geliyordu. Oysa, Thales ve Pisagor'da ispat önplandadır. Örneğin, Pisagor teoremi ve uygulamaları Babil ve Mısır matematiğinde olmasına karşın, bu teoremin ispatını veren bir kil tablet veya papirüs bulunamamıştır. Benzer olarak Çin ve Hindistan'da da ispatlı hali görülmemiştir. Yalnız Çinlilerde geometrik görünümlü bir ispat vardır. Mezopotamya ve Mısır'da, Pisagor teoremini içeren çok sayıda problemler ve bu problemlerin çözümleri vardır. Kırılan bambu ağacı problemi Çinlilerin en ünlü problemlerindendi. Kesik piramitlerin hacimlerinin hesaplanmasında Pisagor teoremi Babillilerce usta bir şekilde kullanılıyordu. Gölge hesapları ve bununla ilgili problemler Thales'ten alınmıştı. Pisagor'un öğrencileri bu konularda oldukça iyi eğitim ve öğretim görmüşlerdi. Onlar sadece matematikle de yetinmiyorlardı. Astronomi onların en çok ilgilendikleri ve sevdikleri konuların başında geliyordu. Pisagor da bu konuda ustaydı.


折抵地爲弦以句及股弦并求股故先令句自乘見矩
冪令如高而一凡爲高一丈爲股弦并之以除此冪得
差所得以減竹高而半其餘卽折者之高也此率與係
索之類更相返覆也亦可如上術令高自乘爲股弦并
冪去本自乘爲矩冪減之餘爲實倍高爲法則得折之
高數也
去根如勾折處
如股折梢如弦
通長如股弦和
股弦和與勾求股法曰勾自乘爲實變股弦較乘股弦
和如股弦和而一正除得股弦較以減股弦和餘二段

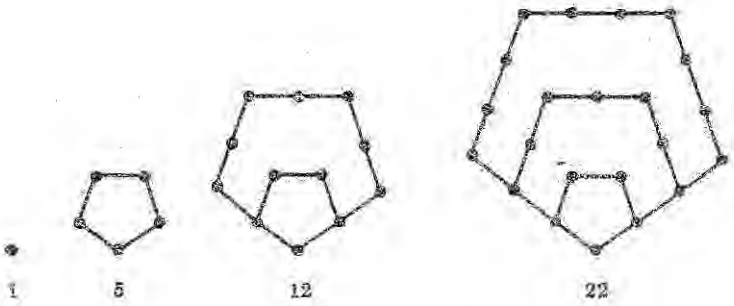
Çinlilerin kırılan bambu ağacı problemi.

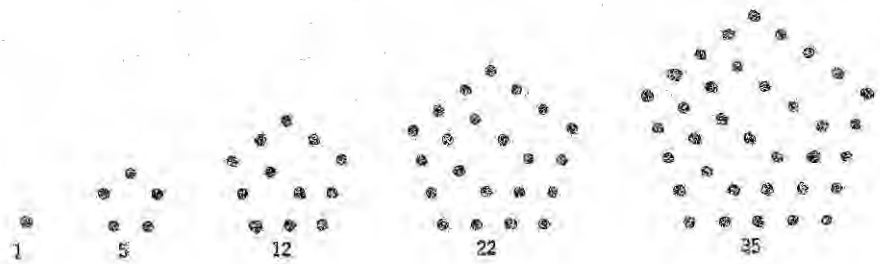
Çok sayıda değişik ispatları olan Pisagor teoreminin yazılı ilk ispatını Pisagor vermiştir. Çinlilerin bu teorem üzerindeki ispatı da geometrik görünüme dayanıyordu. Mısırlıların 3, 4 ve 5 şeklindeki ilmekli iplerle piramitlerde ve yapılarda dik açıyı elde edebiliyordu. Benzer şeyler Babilliler için de geçerliydi.

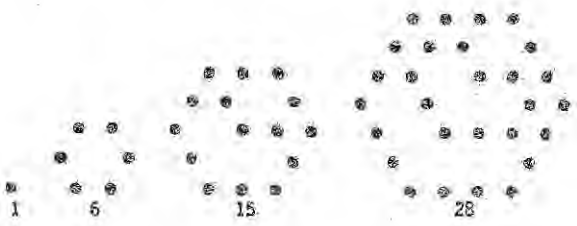
Matematiğe ispat fikrini sokanların Thales ve Pisagor oldukları sanılıyor. Belki onlardan önce ispat düşüncesi gelişmiş olabilir. Yalnız yazılı kaynaklar ispat yöntemini Thales ve Pisagor'da olduğunu gösteriyor. Matematikteki bu ispat düşüncesi, bu bilime ciddi bir yer vermiş ve yapı kazandırmıştır. Buna bağlı olarak Thales ve Pisagor da matematik tarihinde bir daha sökülemeyecek yerlerini almışlardır. Bu ispat fikriyle ve bu matematikçilerin sayesinde matematik bilimlerin sevgilisi, kıraliçesi, kıralı ve hizmetçisi olmuştur. Diğer bilimlere yaptığı hizmetten dolayı da onların hizmetiçisi ve uşağıdır. Diğer bilimler ancak matematiksel ölçülere vurulursa bilim olma hüviyetini kazanırlar. Örneğin, rüyayı matematiksel hiç bir ölçüye vuramadığımız için bilim olamamıştır. Oysa, suyu H_2O biçiminde yazarken matematiksel bir ölçü kullandığımız için kimya bir bilimdir.

τὸ θεώρημα τῆς νύμφης.

Matematik bilimlerin sevgilisi, kıraliçesi, kıralı ve hizmetçisidir.







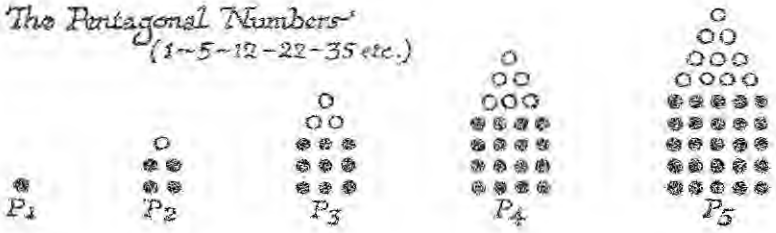
$$
\begin{aligned}
1 &= 1\\
1+2 &= 3\\
1+2+3 &= 6\\
1+2+3+4 &= 10\\
&\vdots\\
1+2+3+4+\cdots+n &= \frac{n(n+1)}{2}
\end{aligned}
$$

Pisagor'un yaptıklarına bakılırsa, onun bir düşünür mü, astronom mu, matematikçi mi, horlanan biri mi, aziz mi, evliya mı, mübarek mi, peygamber mi, Tanrı için söz söyleyen bir kimse mi, mucizeler yaratan biri mi, sihirbaz mı veya şarlatan biri mi olduğunu söylemek oldukça zordur. Ancak, Yunanistan'da ve İtalya'da çok derin izler bırakmış biri olduğunu kesin olarak söyleyebiliriz.

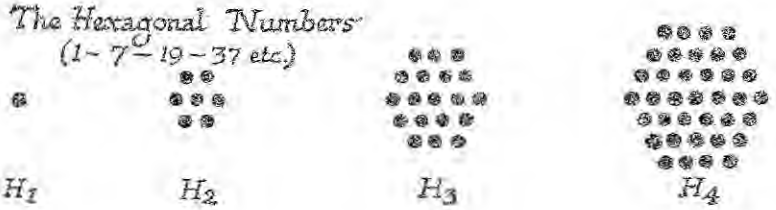
Tarikat üyeleri Pisagor'u gözlerinde ve düşüncelerinde çok yüksek katlarda görüyorlardı. Ruhsal yönden ona ulaşamayacaklarını kabul ediyorlardı. Oysa onun müzik harmonisine uygun gelen matematiksel rakamları, akıl almaz denen felsefesi ve matematiği, dini tören ve ayinlerinin temel konularıydı. Onun bu kadar efsaneleştirilmesi, o dönemin halkının kültürü, ekonomik yaşam düzeyi ve uygarlıktan ve uygarlık araçlarından yoksun oluşlarıyla açıklanabilir. Bir de gizli dini bir tarikat oluşunu dışlamamak gerekir. Bunun da oldukça etkili olduğu söylenebilir.

Pisagor Okulu'nda anlatılanların büyük bir çoğunluğu, Babillilerin matematiğinden alınmaydı. Bunun dışında, bu okulun üyeleri, Eudemus ve Proclus'un anlattıklarına göre o kadar da taklitçi değillerdi. Örneğin, düzgün katı çokgenler hakkında bazı özellikleri incelemişlerdi. Düzgün katılardan düzgün dörtyüzlü, küp ve düzgün on iki yüzlü geometrik şekiller onlar tarafından çok iyi bir biçimde incelenmişti. Doğada zaten kristal olan bu şekillerden düzgün on iki yüzlü şekil, eski İtalyalı Padua dönemine yakın bir zamanda, İ. Ö. 500 yıllarından önce incelenmişti. Pisagorcular, düzgün sekiz yüzlü ve düzgün yirmi yüzlü şekilleri büyük bir olasılıkla bilmiyorlardı. Yalnız, düzgün beşgenin ve yıldızın bazı özelliklerini biliyorlardı. Özellikle düzgün beşgenle çizilen beş köşeli ve beş köşegenli olan yıldızı çok iyi incelemişlerdi. Bu yıldız, Pisagor Okulu'nun özel bir sembolü ve işaretiydi. Yıldız şekli eski Babillilerin sanatında da görülür. Bu şekille, Babillilerin ve Pisagor'un matematiği arasındaki ilişkiyi hemen söyleyebiliriz. Yalnız, bu yıldız şekilli süslemeler daha önce geometrik dönemde de görülür. Süsleme ve bezeme sanatı olduğu için Mısır, Girit, Kıbrıs, Yunanistan, Filistin ve Anadolu'da çok sayıda örnekleri vardır. Pisagorcular yıldıza özel bir değer verdiklerinden onlar için bir sembol olmuştu. Yoksa bu şekil özgün olarak Pisagorcuların değildir. Düzgün beşgen ve yıldız şeklinde Babillilerden kalma bir matematik de vardır. Pisagorcular da bu matematiği incelemişlerdir. Gerek Babilliler gerekse Pisagorcular bu yıldızın köşegenlerinin birbirlerini bugün altın oranlar dediğimiz oranlarda kestiklerini görmüşlerdir. Ancak, doğadaki ve geometrik şekillerdeki bu güzel görünümü temsil eden oran Pisagorculardan iki bin yıl sonra Kepler tarafından kullanılmıştır. Golden section dedikleri altın oranların çizimi ve bulunması, Babilliler tarafından çözülen ikinci derece bir denklemin çözümüne dayanır. Babilliler ikinci derece bir denklemi bugün tam kareye tamamlama dediğimiz yöntemle ve cebirsel olarak çözebiliyorlardı. Bu türde çok sayıda çözülmüş problemleri vardır. Yıldız şeklinin nasıl çizileceğinin yöntemi Euclides'in Elements adlı kitabında vardır. Zaten Euclides'in bu kitabının ilk ikisinin konularının çoğunun kaynağı Pisagor'dur. Bu nedenle, Thales ve Pisagor'a "Yunan mucizesi" adı verilmiştir. Oysa bu deyimde biraz haksızlık vardır. Çünkü, Tarentumlu Archytas (İ. Ö. 428-365), yalnız geometri değil tek başına aritmetikte de doyurucu ispatlar yapmıştır.

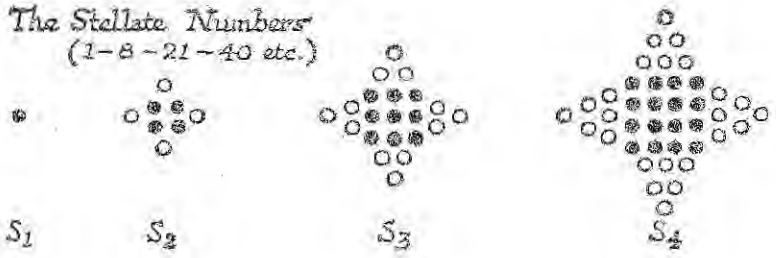
The Pentagonal Numbers
(1–5–12–22–35 etc.)

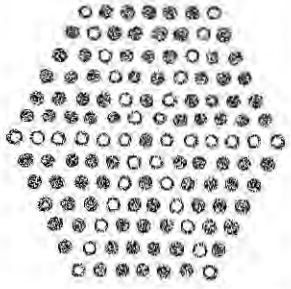


The Hexagonal Numbers
(1–7–19–37 etc.)



The Stellate Numbers
(1–8–21–40 etc.)





The Seventh Hexagonal Number

Sayıların bilinmez sırlarının başlangıcı Pisagorculara da ait değildir. Örneğin, yedi sayısı yedi gezegeni temsil eder ve bu sayı bu gezegenlerin sayısından üretilmiştir. Teksayılar erkekleri ve çift sayılar da dişileri gösteren yalnız Pisagorcular değildir. Sadece bu iş bir numaralamadan böyle gelmiştir. Hatta çok eski uygarlıklardaki numaralamada da bu böyle olmuştur. Mitolojilerde de bu türde yakıştırmalar vardır. Daha ileri Adem yaratılmış bir ve erkektir. Sonra Havva yaratılmış iki ve dişi benzetmeler yapılmıştır. Yalnız burada bir noktayı daha açıklamak gereklidir. O da, hem Thales hem de Pisagor tarafından yapılan çalışmaların tümü kendilerine özgün değildir. Yapılanların büyük bir bölümü insanların ve uygarlığın gelişimi sürecinde olmuş bir birikimin sonucudur. Thales ve Pisagor gibi üstün zekalı kimseler bu meyveleri yemeyi bilmişlerdir.

Pisagor için $2n^2 + 2n + 1$, $2n^2 + 2n$ ve $2n + 1$ sayılarının özel bir önemi vardı. Çünkü bu sayılar bir dik üçgenin kenarlarını gösterirler. Benzer olarak $m^2 + n^2$, $2mn$ ve $m^2 - n^2$ sayıları da yine bir dik üçgenin kenarlarıdır. Pisagor öldükten sonra öğrencilerinden olan Epicharmus, Theodorus, Timaeus, Bryso, Hippasus, astronom olan Philolaus, Archippus ve Lysis; hep onun izinden yürüdüler ve Pisagorculuğu devam ettirdiler. Pisagor'un öldürülmesinden bir yüz yıl sonra, onun okulunun başına Archytas'ın geçtiğini görürüz.

Pisagorcular, yalnız maddesel evreni değil, tinsel evreni de sayılara dönüştürmüşlerdir. Fakat onların mutlak bir şekilde önem verdikleri bu zeka oyununun ereği nedir? Onlar, sayıları hatta zihinsel ve ahlaksal alanda bile eşyanın gerçek özü saymış olmakla neyi düşünmüş oluyorlardı? Bu soruya yanıtı Gomperz vermektedir. Üç sayısının kutsallığı daha önce Homeros'ta da görülür. Örneğin, Zeus, Athene ve Apollon bu üçü temsil etmektedir. Atalara tapma inançlarında babaların üçlüğü temeli vardır. Baba, dede ve dedenin babası bu üçü temsil eder. Üç ve bunun karesi dokuz yalnız Yunanlılar ve İtalyanlarda değil, doğu bilginlerinde de önemli bir rol oynar. Hintlilerin ve diğer milletlerin de bu tür üçlemeleri vardır.

Pisagor'un astronomi üzerine de çalışmaları olmuştur. Ona göre gökyüzünde sabit yıdızlar vardır. Bunlar doğudan batıya doğru kendi eksenleri çevresinde dönerler. Merkezsel ateşe karşı olan diğer bir ateş vardır. Bunun içindeki öğeler tümüyle saftır. Bunun altında da kozmos bulunur. Bunun içinde beş gezegen hareket eder. Bunların hareketleri sabit yıldızlarla güneş, ay ve gökyüzünün hareketine göre terstir. Sonunda yeryüzü ve ay dairesi dışında bir uranüs alanı vardır. Pisagor'un astronomi hakkında bu ve buna benzer olan bugünkü evren modeliyle hiç uyuşmayan görüşleri çoktur.

Pisagorculukta ruhların göç etmesi de kabul edilir. Bu mezhepte ruh sonsuzdur ve ölmez. Türlü hayvanlar şeklinde bedenden bedene gezer. Yeniden eski hayatına döner. Böylece bütün canlılar bir cinsten olmuş olur. Kaynağını daha çok Orphecilikten alan bu görüş, Pisagor'da küçük değişikliklere uğrar. Ruh, hayvandan bitkiye geçer. Cehennemde cezalarını tamamlar ve ancak eski haline dönebilir. Yeniden dünyaya geliş kurtuluşun son evresidir.

Pisagor'un çağdaşı olan Xenophan, onunla bu konuda şöyle alay eder: "Bir gün Pisagor bir köpeğin çok kötü bir şekilde dövüldüğünü görerek fazlaca üzülür. Aman onu dövme! O gördüğün köpek eski dostlarımdan birinin ruhunu taşıyor. Ben onu sesinden tanıdım" diyor. Bu tarikata göre, herhangi bir ruh herhangi bir cesede girebilir. En hakim olan ne vardır? Sayılar. En güzel olan şey nedir? Uyum, İşte Pisagorculuğun temeli budur. Her şeyde bir uyum arayan Pisagor, bir artist gibi yaşamış, kendisine bağlı olan müritlerini felsefi ve mistik olduğu kadar estetik heyecanlara alıştırmıştır. Ona göre güzel bir uyum ve ahenktir. İlk kez erkek ve kadın güzelliklerini ayırt eden de Pisagor'dur. Ona göre, erkek güzelliği güçlü, kadın güzelliği sakin ve ahenklidir. Müzik bütün doğal uyumları kendisinde topladığı için, işlerin ve sanatların en yücesidir.

Pisagor'un ses üzerine ve uyumla ilgili bir deneyi vardır. Pisagor bir gün bütün duyuları yöneten kurallar gibi, kulak için de bazı kuralların bulunacağını düşünmüş ve bir demirci dükkanının önünden geçerken çekiç vuruşlarının her dört keresinde bir kez demirin şiddetli ve iniltili bir ses çıkardığını işitmiştir. Demir ve çekicin ağırlık nedeniyle (6, 8, 9, 11) sayıları ile orantılı bir değeri olduğunu hesaplamıştır. Sonunda kalınlıkları ve uzunlukları birbirine eşit dört tel germiş ve herbirine daha önce tarttığı ağırlıkları bağlamıştır. Böylece, gerilen tellerden demirle çekicin çıkardığı sesi elde etmeyi başarmıştır. Daha sonraki çalışmaları ile de diğer ses derecelerini bulmuştur.

Pisagor'un tarikatına girmek o kadar kolay değildi. Kroton'daki Delf tapınağının bütün müritleri de bu mistik yaşam içinde birtakım sınav ve deneylerden geçer, yıllarca üzüldükten, sabır ve sükunla çalıştıktan sonra, tarikatın yüksek gizlerini öğrenebilirlerdi. İlk kez tarikata girecek olanın sınavı bir dağ başında geçirdi. Orada yalnız başına kalan adaya, bir üçgeni tepelerinden kesen dairenin ne demek olduğunu ve (12) kenarlı bir geometrik şeklin niçin kozmosu temsil ettiği sorulur. Alınacak yanıtlardan sonra bazı koridorlardan geçilir, daha önce tarikata girebilmiş olan kimselerin alaylı soruları karşısında iradesi denenen çırak, dayandığı durumda çıraklık dönemine kabul edilirdi. Müridin Paraskeiye adı verilen bu dönemde kendisine verilen dersleri hiç karşı koymadan sessizlik içinde dinlemesi gerekliydi. Bu dönemde kendisine, anne ve babaya karşı sevgi öğretilir, bu sevgi yavaş yavaş yükseltilerek Tanrı'ya kadar genişletilirdi. Bazı güçlüklere dayanma temeli öğretildikten sonra kendisine bir dost bulurdu. Müzik buralarda yedi telli bir sazla çalınırdı. Bu matematik ve ahlaksal uyumu temsil ederdi. Müritler arasına kadınlar da girebilirdi. Bunlar da derece derece ve tarikatta yükselebilirlerdi. Terfi gününe Altın Gün adı verilirdi.

Pisagorcuların birinci derece sınavları, birtakım zihinsel sorunların çözümünden oluşurken, ikinci derecedekilere matematik öğretilirdi. Üçüncü derecede ise, Pisagor' un sözlü olarak öğrettiği psikoloji ve kozmogoni dersleri verilirdi. İkinci derecede bir çırak, Pisagor'un kendisiyle bir hücrede buluşur, burada ders almaya başlardı. Sayıların gizli sırları ve ruhun yüceliği burada öğretilirdi. Pisagorculuğun eğitimi bu şekilde sıkı bir gizlilik içinde devam edip giderdi.

Pisagor, üçüncü dereceye yükselmiş müritlerine Seres tapınağının taraçasında denize karşı ve geceleyin telkinlerde bulunur ya da dehlizlerde kutsal gizleri ona söylerdi. Bütün bu derslerin ve telkinlerin kimseye açıklanmaması şarttı. Aslında bütün mistik sistemlerde ve hele tarikatlarda gizin saklanması ortak bir kuraldır. Pisagor da bunu yapıyordu. Örneğin, Hermesçilikte, Ölüler Kitabı'nın verdiği bilgilere göre, gizleri açıklayanlar, yeminlerine uymayanlar öldürülür ve kalbi parçalanırdı. Tapınağa kabul edilen kimselerin daha ilk törende yemin etmeleri gerekti. Yemin de şöyleydi. "Bu tapınakta görüp öğreneceğim hiç bir şeyi dışarıda bulunanlara açıklamayacağıma yemin ederim..." şeklinde devam ediyordu.

Pisagorculuğun yönetimi de çok sıkıydı. Tarikat üyeleri sabah çok erken kalkar ve birlikte Apollon'a dua ettikten sonra dans ederlerdi. Daha sonra tapınakta sessiz bir şekilde düşünerek dolaşırlardı. Her uykudan uyanış yeniden hayata geliş demekti. Bedeni de ruh gibi temiz tutmak gerekti. Bunun için birçok kez yıkanırlardı. Küçük topluluklar halinde ormanın ağaçları altında toplanırlar ve öğretmenlerinin verdiği dersleri dinlerlerdi. Böylece bir dizi geleneksel sıralardan geçerlerdi. Öğle yemekleri çok basitti. Ekmek, bal ve zeytinden başka bir şey yemezlerdi. İnançlarına sıkı sıkıya bağlıydılar. Disiplinli ve perhizli bir yaşam sürerlerdi. Yakınlarından birinin ruhu bir hayvan kalıbında da yer alabilir düşüncesinden dolayı et yemezlerdi. Maddi zevklerden uzak dururlardı. Bu tarikat siyasi olarak daha sonra yönetime de geçmiştir. Fakat bir ayaklanma onların sonunu getirmiştir.

İ. Ö. beşinci yüzyılda yalnız Miletus ve Tarentum bilim merkezi değildi. Bu merkezlerde yoğun bilimsel çalışmaların yapıldığı bir gerçeği vardı. Fakat Chio, Elea ve Thrace kentlerinde de aynı yoğunlukta çalışmalar vardı. Özellikle bu merkezlerde felsefe ve geometri üzerine yapılan çalışmalar çok yoğundu. Chioslu Oenopides (İ. Ö. 500-430), astronomide başta geliyordu. Pisagor gibi Mısır'a gitti ve orada geometri öğrendi. Onun iki problemi ünlüdür. Biri, bir doğruya dışındaki bir noktadan dikme çizmedir. Bu problem, Euclides'in birinci kitabında 12. Teorem olarak geçer. İkincisi de 23. Teoremdir ve verilen bir açıya eşit bir açının çizilmesi problemidir.

Diğer önemli bir merkez de İtalya'da Elea şehridir. Bu okulun temeli Sicilya'da Xenophanes tarafından atılmış ve İtalya'daki Elea kentine taşınmıştır. Bu okulun en tanınmışları, Sicilyalı Xenophanes, Parmenides, Zeno ve Melissus'tur. Elea Okulu'nun dikkat çekici yanı, sonsuz serilerle uğraşmalarıdır. Bunların içinde en ünlüsü Zeno'dur.

Üçüncü bilim merkezi de Thrace'dir. Burası atomik okulun karargahıdır. Bu okulu Zeno'nun öğrencisi olan Leucippus kurmuştur. Bundan sonra Abderalı Democritus (İ. Ö. 460-370) gelir. Democritus, felsefe dışında, düzlemsel ve katı geometriler, çizilemeyen uzunluklar, izdüşümler ve sayılar üzerine çalışmıştır.

Pisagor'un okulu yakıldıktan sonra onun yöntemleri ve Pisagor okulu iki yüzyıl daha yaşadı. Pisagorcuların arasında Philolaus ve Archytas en önde gelenlerdendi.

Philolaus, Pisagor'un öğretileri üzerine bir kitap yazdı. Pisagorculuğun ne olduğunu gelecek kuşaklara ancak bu kitap öğretti. Pisagorculuğun en parlak bilgini, devlet adamı, generali, belediye başkanı ve valisi olan, her şeyi ile imrenilecek geometricisi ve aritmetikçisi Archytas'tı (İ. Ö. 428-347). Archytas, geometriyi mekaniğe ilk uygulayan bir bilgindi. Konuları, çok iyi bir yöntemle inceleyen ve sıralayan ilk Yunanlı düşünürdü. Küpün ikiye katlanması problemini oldukça zeki bir yolla çözmüştü. Çözümü, koniklerle silindiri kesiştirerek yapıyordu. Çözümü pergel ve cetvelle değildi.

Pisagor'un ne zaman ve kimden doğduğu da çok önemli değildir. O, döneminin bilimini kuran ve uygarlığını geliştiren ve o uygarlığa damgasını vuran biridir. Onun dinsel felsefesini Hindistan'da Buda, Çin'de de Konfiçyüs ve Lao Tze uygulamıştır. O sadece doğuda ve uzak doğuda değil, ilkeleriyle tüm dünyada yaşamıştır. Onun sayıları Babil, düşünceleri de Hint kökenlidir. Uygarlığı da Yunan, Hindistan, Çin ve İran' dan esinlenmiştir. Geometrisi tümüyle Mısır kökenlidir.

Pisagor, birçok doğulu bilgin ve Thales'te olduğu gibi yazılı bir kaynak bırakmamıştır. Tüm öğretileri ağızdan ve sözlü olmuştur. Düşüncelerinde mistik bir ruh vardır. Yazılı yapıt vermemesinin nedeni, yazılacak eşyanın bulunmadığı gösterilir. O dönemlerde yazılar mum tabletlere yazılıyordu. Pisagor'un ilkelerini Aristo'nun öğrencisi olan Rodoslu Eudemus, İ. Ö. 335 yıllarında yazmıştır. Bu yazmaların asılları zamanla kaybolmuşsa da daha sonraki yazmaları zamanımıza kadar gelmiştir. Pisagor'dan bazı alıntılar İ. Ö. beşinci yüzyılda yaşayan Krotonlu Philolaus'un çalışmalarında görebiliriz. Ayrıca, Tarentumlu Archytas'ın İ. Ö. 400 yıllarında yazdıklarında yine Pisagor anlatılır. Bundan sonra gelen her yazar hemen hemen Pisagor hakkında bir şeyler yazmıştır.

Pisagor'un yaşamı ve yaptıkları üzerine çok sayıda eser yazılmıştır. Bunların çoğu eski olmakla birlikte, bu eski kaynakların taranmasından çok sayıda eserler ortaya çıkmıştır. Hatta Pisagor'un yaşamı üzerinde araştırma yapıp ünlü olanlar bile vardır. Yeni Eflatunculardan da Pisagor'a ilişkin çok bilgiler aktarılmıştır. Jamblik'in Pisagorcu Yaşam adlı kitabı bu konuda önemli bir eserdir.

Bugün kullandığımız sayı sistemi Hint-Gobar sayılardan gelişerek oluşmuştur. Bu sistem ilk dokuz rakam için dokuz işaretten ve sıfır için başka bir işaretten meydana gelmiştir. Bir sayıdaki rakamın konumu, o rakamın birlerden, onlardan, yüzlerden, binlerden, v.s. hangisi olduğunu gösterir. Örneğin 238 sayısında 8'in sekiz tane biri, 3'ün üç tane onu, 2'nin de 2 tane yüzü gösterdiğini biliyoruz. Sıfır için bir işaretin olması gereklidir. Böyle bir işaret olmazsa yirmi üç ile, ikiyüz üç arasındaki farkı bulamayız.

Onlar	Birler
2	3

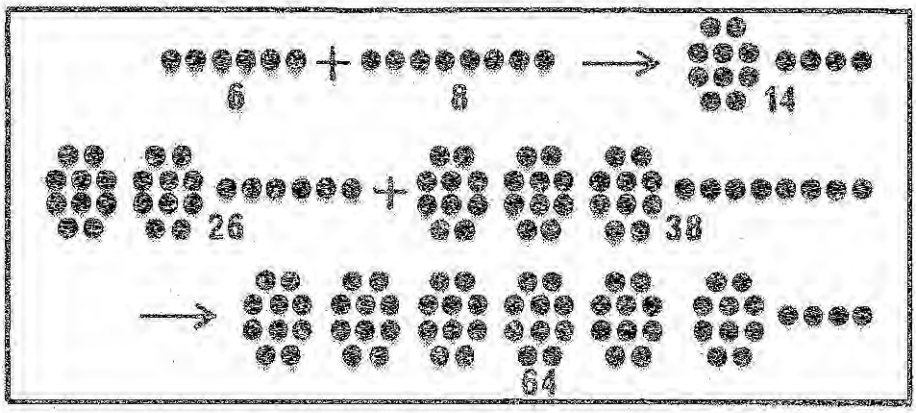
Yüzler	Onlar	Birler
2	0	3

İki grup eşya birleştirilerek daha büyük bir grup meydana getirilebilir. Bu işlem, yani sayıların toplanması, matematiğin temelidir. Toplama, birinci sayının üzerine ikin-

ci sayıya eşit bir nicelik sayarak yapılabilir. Şema, 5 ile 4'ün toplanmasını gösteriyor.

↱	1	2	3	4	5
	5	6	7	8	9

Bizim sistemimiz, sayıları onluk gruplara ayırdığına göre, önce birlerle birleri, sonra da, onlarla onları, yüzlerle yüzleri, v.s. toplayabiliriz. Şema, 26 ile 38'in nasıl toplandığını gösteriyor. 6 ve 8'in toplamı 14'dür, yani bir onluk grup ve dört tane birlik.

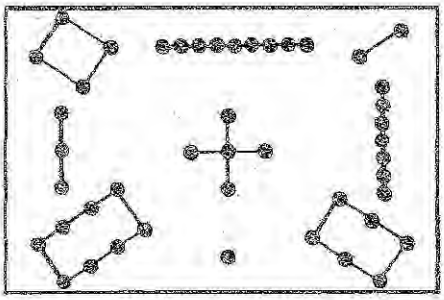


Bu, altı tane onluk grup olduğunu gösterir. Bu nedenle tümü, 64 olarak yazılır.

Sayıların ilginç bir şekilde dizilmesinden sihirli kare meydana gelir. Bir seri sayı, bir kare içinde öyle bir şekilde dizilecektir ki, her sıra, her sütun ve her köşegenin toplamı aynı olsun. Şemada üç sıralı ve dört sıralı sihirli kareler görüyoruz. Bunlardan dört sıralı olan biri, Dürer'in Melancolia adlı oymasında görülür. Bu oyma1514'te yapılmıştır. Kaydedilmiş en eski sihirli kare I Ching adlı eski bir Çin kitabındadır. Sayılar, düğümler ve iplerle gösterilmiştir.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

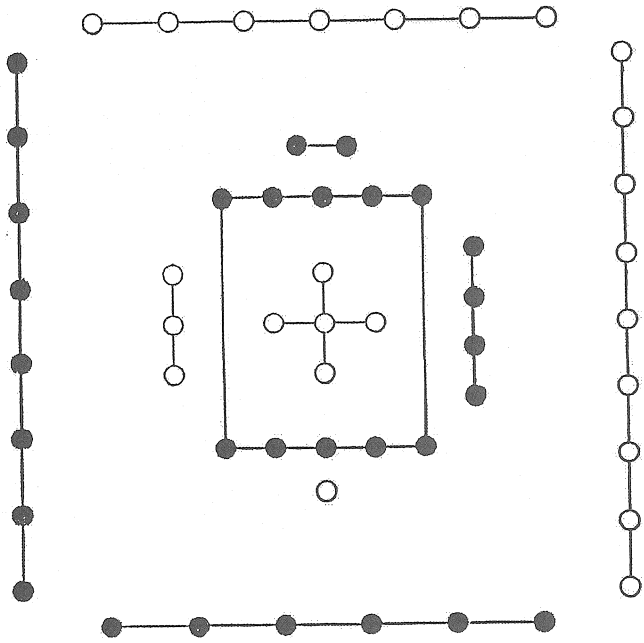
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



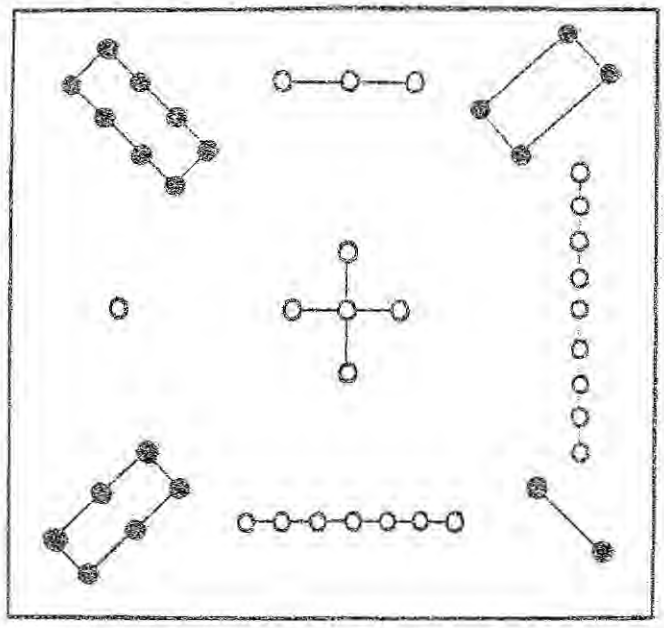
Toplamanın tersini yapmak istediğimizde çıkarma işlemini kullanırız. Bir sayıyı başka bir sayıdan çıkarmak veya iki sayı arasındaki farkı bulabilmek için kendimize şöyle bir soru sorabiliriz. "Büyük sayıyı bulmak için küçük sayıya ne ekleyebiliriz?" 8 – 5 = ? hesap etmek 5 + ? = 8 hesap etmenin aynıdır.

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

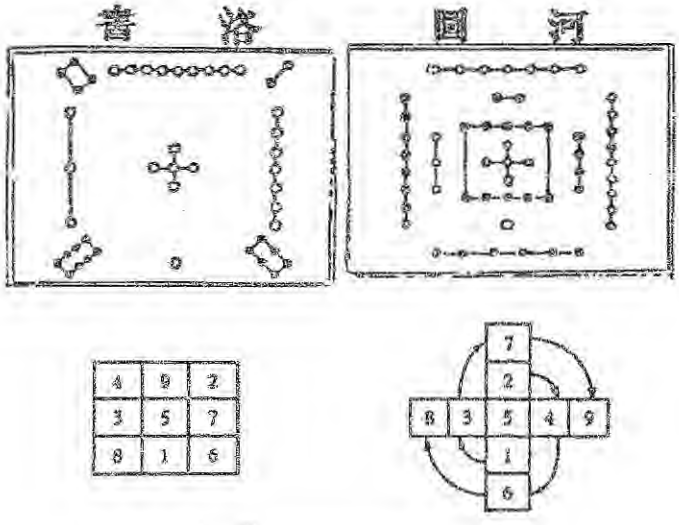
Sator arepo tenet opera rotas



Büyülü kareler.



Çinlilerin büyülü kareleri.

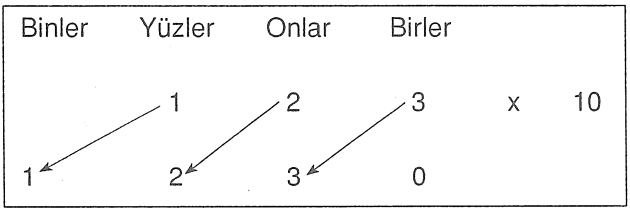


Çinlilerin büyülü kareleri.

İki sayıyı çarptığımız zaman tekrarlanmış bir toplama işlemini uyguluyoruz demektir. 5 x 4 ün anlamı dört tane 5'in toplanmasıdır. 5 + 5 + 5 + 5. Çarpım tabloları, toplamanın tekrarlanmasıyla kolayca hesaplanabilir. Tabloları en uygun şekilde, karelerle gösterebiliriz.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

On'la çarpmak, her rakamı sola doğru bir basamak kaydırmak demektir. Böylece, birliler onlu, onlular yüzlü olur ve bu böylece devam eder.



Bir sayıyı 37 gibi bir sayıyla çarpmak istediğimiz zaman, o sayıyı 7 ve 30 ile çarpabilir ve çıkan iki sonucu toplayabiliriz. Aslında 30 ile çarparken önce, 3 ile çarpar ve çıkan sonucu bir basamak sola alırız. Bu yöntem aşağıda da gösterildiği gibi her büyüklükteki sayıya uygulanabilir.

123 x 37 123 37 861 3690 4551	216 x 134 864 Çarpı 6480 Çarpı 21600 Çarpı 28944

Çarpım tablosundaki köşegen üzerinde bulunan 1, 4, 9, 16, . . . 81 sayıları bir sayının kendisiyle çarpımından meydana gelir. Bunlara kare sayılar denir, nedeni de, kareler şeklinde düzenlenmiş bir takım noktalarla gösetrilebilmesidir. Bir kare sayıdan bir diğerine

Albert Dürer'in büyülü kareli Melankoli tablosu.

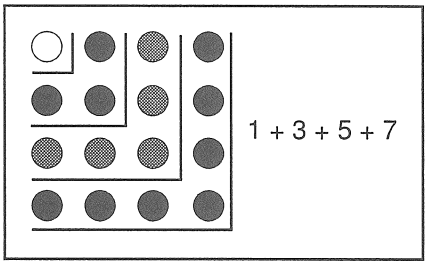
geçirildiğinde ilgi çekici bir şekil meydana çıkar.

$1 = 1$

$4 = 1 + 3$

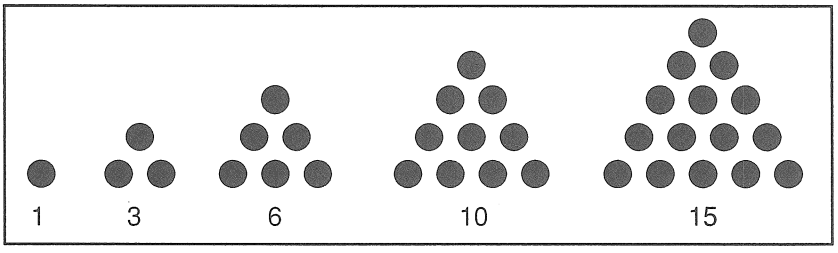
$9 = 1 + 3 + 5$

$16 = 1 + 3 + 5 + 7$

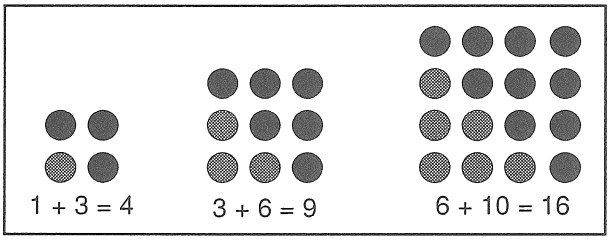


Noktalarla dikdörtgen ve üçgen şekiller yapılabilir. Üçgen sayılar şunlardır; 1, 3, 6, 10, 15, . . .

Bir üçgen sayıdan, ondan sonra gelene geçerek, meydana gelen şekli anlamak kolaydır.



Şema, üçgen sayılarla kare sayılar arasında ilgi çekici bir bağ gösteriyor.



BAZI ASAL SAYILAR

1	**13**	25	**37**	49	**61**	**73**	85	**97**	**109**
2	14	26	38	50	62	74	86	98	110
3	15	27	39	51	63	75	87	99	111
4	16	28	40	52	64	76	88	100	112
5	**17**	**29**	**41**	**53**	65	77	**89**	**101**	**113**
6	18	30	42	54	66	78	90	102	114
7	**19**	**31**	**43**	55	**67**	**79**	91	**103**	115
8	20	32	44	56	68	80	92	104	116
9	21	33	45	57	69	81	93	105	117
10	22	34	46	58	70	82	94	106	118
11	**23**	35	**47**	**59**	**71**	**83**	95	**107**	119
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120

121	133	145	**157**	169	**181**	**193**	205	217	**229**
122	134	146	158	170	182	194	206	218	230
123	135	147	159	171	183	195	207	219	231
124	136	148	160	172	184	196	208	220	232
125	**137**	**149**	161	**173**	185	**197**	209	221	**233**
126	138	150	162	174	186	198	210	222	234
127	**139**	**151**	**163**	175	187	**199**	**211**	**223**	235
128	140	152	164	176	188	200	212	224	236
129	141	153	165	177	189	201	213	225	237
130	142	154	166	178	190	202	214	226	238
131	143	155	**167**	**179**	**191**	203	215	**227**	**239**
132	144	156	168	180	192	204	216	228	240

241	253	265	**277**	289	301	**313**	325	**337**	**349**
242	254	266	278	290	302	314	326	338	350
243	255	267	279	291	303	315	327	339	351
244	256	268	280	292	304	316	328	340	352
245	**257**	**269**	**281**	**293**	305	**317**	329	341	**353**
246	258	270	282	294	306	318	330	342	354
247	259	**271**	**283**	295	**307**	319	**331**	343	355
248	260	272	284	296	308	320	332	344	356
249	261	273	285	297	309	321	333	345	357
250	262	274	286	298	310	322	334	346	358
251	**263**	275	287	299	**311**	323	335	**347**	**359**
252	264	276	288	300	312	324	336	348	360

BAZI ASAL SAYILAR

361	373	385	397	409	421	433	445	457	469
362	374	386	398	410	422	434	446	458	470
363	375	387	399	411	423	435	447	459	471
364	376	388	400	412	424	436	448	460	472
365	377	389	401	413	425	437	449	461	473
366	378	390	402	414	426	438	450	462	474
367	379	391	403	415	427	439	451	463	475
368	370	392	404	416	428	440	452	464	476
369	381	393	405	417	429	441	453	465	477
370	382	394	406	418	430	442	454	466	478
371	383	395	407	419	431	443	455	467	479
372	384	396	408	420	432	444	456	468	480

481	493	505	517	529	541	553	565	577	589
482	494	506	518	530	542	554	566	578	590
483	495	507	519	531	543	555	567	579	591
484	496	508	520	532	544	556	568	580	592
485	497	509	521	533	545	557	569	581	593
486	498	510	522	534	546	558	570	582	594
487	499	511	523	535	547	559	571	583	595
488	500	512	524	536	548	560	572	584	596
489	501	513	525	537	549	561	573	585	597
490	502	514	526	538	550	562	574	586	598
491	503	515	527	539	551	563	575	587	599
492	504	516	528	540	552	564	576	588	600

601	613	625	637	649	661	673	685	697	709
602	614	626	638	650	662	674	686	698	710
603	615	627	639	651	663	675	687	699	711
604	616	628	640	652	664	676	688	700	712
605	617	629	641	653	665	677	689	701	713
606	618	630	642	654	666	678	690	702	714
607	619	631	643	655	667	679	691	703	715
608	620	632	644	656	668	680	692	704	716
609	621	633	645	657	669	681	693	705	717
610	622	634	646	658	670	682	694	706	718
611	623	635	647	659	671	683	695	707	719
612	624	636	648	660	672	684	696	708	720

BAZI ASAL SAYILAR

721	**733**	745	**757**	**769**	781	793	805	817	**829**
722	734	746	758	770	782	794	806	818	830
723	735	747	759	771	783	795	807	819	831
724	736	748	760	772	784	796	808	820	832
725	737	749	**761**	**773**	785	**797**	**809**	**821**	833
726	738	750	762	774	786	798	810	822	834
727	**739**	**751**	763	775	**787**	799	**811**	**823**	835
728	740	752	764	776	788	800	812	824	836
729	741	753	765	777	789	801	813	825	837
730	742	754	766	778	790	802	814	826	838
731	**743**	755	767	779	791	803	815	**827**	**839**
732	744	756	768	780	792	804	816	828	840

841	**853**	865	**877**	889	901	913	925	**937**	949
842	854	866	878	890	902	914	926	938	950
843	855	867	879	891	903	915	927	939	951
844	856	868	880	892	904	916	928	940	952
845	**857**	869	**881**	893	905	917	**929**	**941**	**953**
846	858	870	882	894	906	918	930	942	954
847	**859**	871	**883**	895	**907**	**919**	931	943	955
848	860	872	884	896	908	920	932	944	956
849	861	873	885	897	909	921	933	945	957
850	862	874	886	898	910	922	934	946	958
851	**863**	875	**887**	899	**911**	923	935	**947**	959
852	864	876	888	900	912	924	936	948	960

961	973	985	**997**	**1009**	**1021**	**1033**	1045	1057	**1069**
962	974	986	998	1010	1022	1034	1046	1058	1070
963	975	987	999	1011	1023	1035	1047	1059	1071
964	976	988	1000	1012	1024	1036	1048	1060	1072
965	**977**	989	1001	**1013**	1025	1037	**1049**	**1061**	1073
966	978	990	1002	1014	1026	1038	1050	1062	1074
967	979	**991**	1003	1015	1027	**1039**	**1051**	**1063**	1075
968	980	992	1004	1016	1028	1040	1052	1064	1076
969	981	993	1005	1017	1029	1041	1053	1065	1077
970	982	994	1006	1018	1030	1042	1054	1066	1078
971	**983**	995	1007	**1019**	**1031**	1043	1055	1067	1079
972	984	996	1008	1020	1032	1044	1056	1068	1080

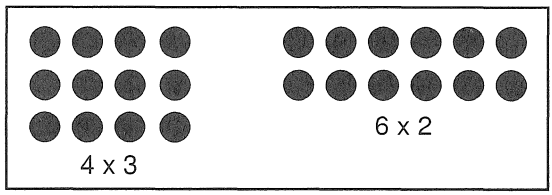
BAZI ASAL SAYILAR

1081	1093	1105	1117	1129	1141	1153	1165	1177	1189
1082	1094	1106	1118	1130	1142	1154	1166	1178	1190
1083	1095	1107	1119	1131	1143	1155	1167	1179	1191
1084	1096	1108	1120	1132	1144	1156	1168	1180	1192
1085	1097	1109	1121	1133	1145	1157	1169	1181	1193
1086	1098	1110	1122	1134	1146	1158	1170	1182	1194
1087	1099	1111	1123	1135	1147	1159	1171	1183	1195
1088	1100	1112	1124	1136	1148	1160	1172	1184	1196
1089	1101	1113	1125	1137	1149	1161	1173	1185	1197
1090	1102	1114	1126	1138	1150	1162	1174	1186	1198
1091	1103	1115	1127	1139	1151	1163	1175	1187	1199
1092	1104	1116	1128	1140	1152	1164	1176	1188	1200

1201	1213	1225	1237	1249	1261	1273	1285	1297	1309
1202	1214	1226	1238	1250	1262	1274	1286	1298	1310
1203	1215	1227	1239	1251	1263	1275	1287	1299	1311
1204	1216	1228	1240	1252	1264	1276	1288	1300	1312
1205	1217	1229	1241	1253	1265	1277	1289	1301	1313
1206	1218	1230	1242	1254	1266	1278	1290	1302	1314
1207	1219	1231	1243	1255	1267	1279	1291	1303	1315
1208	1220	1232	1244	1256	1268	1280	1292	1304	1316
1209	1221	1233	1245	1257	1269	1281	1293	1305	1317
1210	1222	1234	1246	1258	1270	1282	1294	1306	1318
1211	1223	1235	1247	1259	1271	1283	1295	1307	1319
1212	1224	1236	1248	1260	1272	1284	1296	1308	1320

1321	1333	1345	1357	1369	1381	1393	1405	1417	1429
1322	1334	1346	1358	1370	1382	1394	1406	1418	1430
1323	1335	1347	1359	1371	1383	1395	1407	1419	1431
1324	1336	1348	1360	1372	1384	1396	1408	1420	1432
1325	1337	1349	1361	1373	1385	1397	1409	1421	1433
1326	1338	1350	1362	1374	1386	1398	1410	1422	1434
1327	1339	1351	1363	1375	1387	1399	1411	1423	1435
1328	1340	1352	1364	1376	1388	1400	1412	1424	1436
1329	1341	1353	1365	1377	1389	1401	1413	1425	1437
1330	1342	1354	1366	1378	1390	1402	1414	1426	1438
1331	1343	1355	1367	1379	1391	1403	1415	1427	1439
1332	1344	1356	1368	1380	1392	1404	1416	1428	1440

Dikdörtgen sayılar, aynı sayıda sıralar halinde gösterilebilir. 12, 3 sıra 4 ile veya 2 sıra 6 ile gösterilebilir.



Bazı sayılar yalnız bir sıra noktalarla gösterilebilir, yani bunlar, yalnız bir sayısıyla ve kendi kedileriyle bölünebilirler. Bunlara asal sayılar denir. İlk birkaç asal sayılar şunlardır:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, . . .

Aritmetikteki dördüncü işlem bölmedir. "24, 6 ile bölününce ne çıkar?" sorusu ile "24 elde etmek için 6 ile neyi çarpmam gerekir?" sorularına verilen cevap aynıdır.

Böylece, bölme işlemlerini yapmak için çarpım tablosundan yararlanabiliriz.

Aritmetik, bilimde, ticarette, günlük hayatta gerekli bir bilgidir, fakat sayıları ve onların özelliklerini araştırmak çok ilginç bir inceleme konusudur.

Pisagor teoremini çoğumuz biliriz. Bir dik üçgenin dik kenarlarının uzunluklarını a, b ve hipotenüsünün uzunluğunu da c ile gösterirsek, a, b ve c sayıları arasında $a^2 + b^2 = c^2$ bağıntısı vardır. Yani, bir dik üçgende dik kenarlar üzerine kurulan karelerin alanlarının toplamı hipotenüs üzerine kurulan karenin alanına eşittir. Bu tür üçgenler Pisagor üçgenleri olarak adlandırılır. Yaygın olarak, a, b ve c pozitif tamsayılar olmak üzere $a^2 + b^2 = c^2$ bağıntısını sağlayan (a, b, c) üçlülerine Pisagor üçlüleri adı verilir. Örneğin, (3, 4, 5), (5, 12, 13), (8, 15, 17), (7, 24, 25), . . . üçlüleri Pisagor bağıntısını sağlar. İkiden büyük her a tamsayısı için (a, b, c) Pisagor üçlüsü olacak şekilde b ve c tamsayılarını her zaman bulabiliriz. Bu nedenle Pisagor üçlüleri sayısı sonsuz tanedir.

Şimdi a çift bir sayı olsun. Bu halde a sayısı iki sayısı tarafından kalansız olarak bölünebilir. Yani a/2 bir tamsayı olur. Bu durumda dört sayısı a^2 sayısını böler. O halde

$$b = \frac{a^2 - 4}{4} \quad \text{ve} \quad c = \frac{a^2 + 4}{4}$$

sayıları Pisagor bağıntısını sağlayan pozitif tamsayılardır.

Eğer a tek bir sayı ise n tamsayısı için $a = 2n + 1$ şeklinde yazılabilir. $b = 2n^2+2n$ ve $c = 2n^2 + 2n + 1$ olarak alınırsa $a^2 + b^2 = c^2$ olan bağıntının sağlandığı Pisagorcular tarafından biliniyordu.

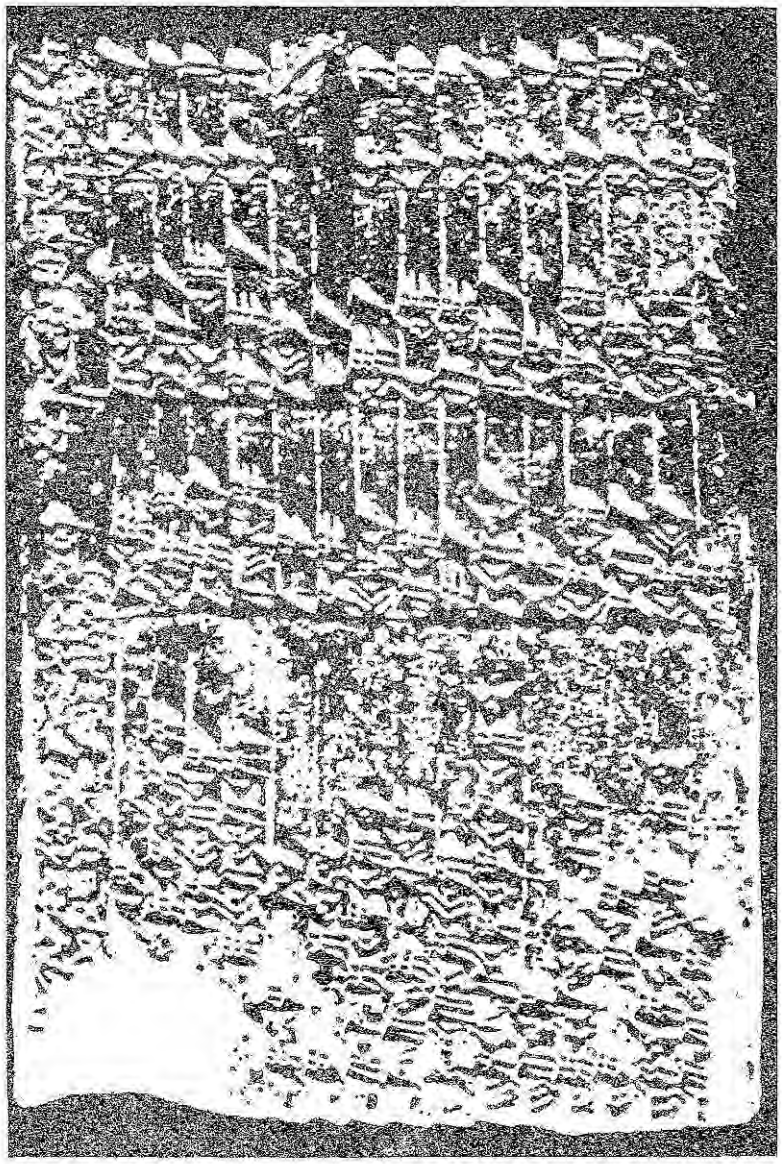
Pisagorcuların varlıkları hatta matematiksel buluşları ortaktı ve çoğu gizli tutuluyordu. Bu yüzden Pisagor'un matematiğinden değil de Pisagorcuların matematiğinden sözetmek daha doğru olur. Pisagor'un İtalya'da Kroton kentine yerleşmeden önce epeyce seyahat ettiği ve bu gezileri sırasında Mısır ve Mezopotamya matematiğini öğrendiği sanılıyor.

Dik üçgenlerin Pisagor teoremi olarak isimlendirdiğimiz özelliği Pisagor'dan en az 1200 veya 1500 yıl önce hem Mısır'da hem Mezopotamya'da biliniyordu. Tarihi tam ve kesin olmayan İ. Ö. 1900 ile 1600 yılları arasında kalan ve şimdi Columbia Üniversitesi'nde bulunan Plimpton 322 numaralı kil tablet Pisagor teoreminin çok eskilerden bilindiğinin yazılı kanıtıdır.

Plimpton 322 kil tabletinde on beş değişik Pisagor üçlüsünü göstermektedir. Tabletin birinci sütununda c^2 / a^2 sayıları azalan bir dizi olarak veriliyor. Bu sayıların ilki yaklaşık $\sec^2 45°$ ve sonuncusu da yaklaşık $\sec^2 31°$ değerindedir. A açısı 45°, 44°, 43°, 42°, . . . 32° ve 31° olmak üzere bu tablo $\sec^2$ A değerleridir. Kısacası, Plimpton 322 tableti bize $a = 2xy$, $b = x^2 - y^2$ ve $c = x^2 + y^2$ eşitliklerini kullanarak Pisagor üçlülerini elde edebildiklerin gösteriyor. Ancak bu yolla tüm Pisagor üçgenlerini elde edebileceklerini veya Pisagor teoremini kanıtlamış olmaları olası değildir. Bu nedenle Pisagor teoreminin ilk kez Pisagorcular tarafından kanıtlandığı düşünülüyor.

b	c	a	x	y
119	169	120	12	5
3367	4825	3456	64	27
4601	6649	4800	75	32
12709	18541	13500	125	54
65	97	72	9	4
319	481	360	20	9
2291	3541	2700	54	25
799	1249	960	32	15
481	769	600	25	12
4961	8161	6480	81	40
45	75	60	2	1
1679	2929	2400	48	25
161	289	240	15	8
1771	3229	2700	50	27
56	106	90	9	5

Plimpton 322 tabletinin ondalık sisteme göre yazılışı bu biçimdedir.



Plimpton 322 tableti.

Pisagor teoremini içeren Plimpton 322 tabletinin aslı altmış tabanına göre dört sütun halinde on beş satırdır. Tabletin sol baş kısımlarında büyük kırıklar ve hasarlar vardır. c^2/a^2 özelliği kullanılarak bu hasarların yerlerinde bulunan rakamlar elde edilmiştir. Ayrıca, tablette bulunan bazı hatalar yine bu bağıntı aracılığı ile düzeltilmiştir.

PARMENİDES (İ. Ö. 540-480)

En eski Yunan filozoflarından biri olan Elealı Parmenides, Elea okulunun kurucusudur. Kendisi aynı zamanda iyi bir devlet adamıydı. Babası Pires, İ. Ö. 540 veya 539 yıllarında Foça'ya sığınanlar tarafından Önotri'de kurulmuş bir sömürge olan Hiyele ya da Elia veya Velia sitesinin yurttaşlarındandı.

Parmanides.

Parmenides, Güney İtalya'nın bir kenti olan Elea şehrinde doğmuştur. Burada aristokrat bir aileden geldiği anlaşılmaktadır. Diogenes Laerce göre, onun elli dokuzuncu Olimpiyat'ta, yani İ. Ö. 504 ile 500 yıllarında parladığını anlatır. Eflatun da Parmenides adlı diyaloğunun başında, Theete ile Sofist diyaloglarında bu filozoftan söz eder. Ayrıca altmış beş yaşındayken, öğrencisi Elealı Zenon ile birlikte Atina'ya geldiğini ve o zaman çok genç olan Sokrates'in kendisi ile görüştüğünü anlatır. Parmenides, Sokrates öncesi en önemli felsefe okulu olan Elea Okulu'nun kurucusudur. Sokrates, İ. Ö. 399 yılında yetmiş yaşındayken ölüme çarptırıldığına göre ve Sokrates, Parmenides ile görüştüğü zaman on sekiz ya da yirmi yaşlarındadır. Bu hesaplara göre Parmenides Atina'ya İ. Ö. 451 veya 449 yıllarında gelmiş ve bu tarihlerde seksen yaşına ulaşmış olduğu kabul edilmektedir. Buradan onun İ. Ö. 531 veya 529 yılarında doğmuş olduğu anlaşılır. Fakat, son Alman kaynakları Parmenides'in İ. Ö. 540 yılında doğup, İ. Ö. 480 yılında öldüğünü kabul etmektedirler. Amerikan kaynakları ise onun İ. Ö. 456 yılında öldüğünü yazmaktadır.

Parmenides, yalnız çığır açan ve kuran bir düşünür değil, doğum yeri olan Elea' da devlet adamı ve yasa koyucu olarak da bilinir. Yurttaşları için yasalar hazırlamış, memurların her yıl yasalara bağlı kalacaklarına ilişkin yemin etmelerini şart koşmuştur. Öğretisinde, kendisinden önceki filozofların, Anaximenes, Xenophanes ve Pisagorcuların etkisi olmakla birlikte düşünceleri kendine özgüdür. Yunan mantık ve diyalektiğinin kurucusu sayılır. Parmenides, Yunanistan'ın düşünce babasıdır. Birimi ilk kabul eden ve Yer'in küre biçimli olduğunu söyleyen bir bilgindir. Matematik tarihine, Dünya'nın yuvarlak bir küre biçiminde oluşunu söylemekle geçmiştir. Ondan sonra bu konu çok çok tartışılmış, ancak bu görüş Roger Bacon tarafından 1250 yıllarında şiddetle savunularak ispatlanmıştır. Parmenides, matematikçiliğinden çok iyi bir düşünürdü. Parmenides, Zeno ve Melissus, Elea Okulu'nun üç ünlü düşünürüydü. Sonsuz serileri ilk kez bu düşünürler kullanmışlardı.

Parmenides, Zeno'dan yirmi beş yaş daha büyüktü. Eflatun, Sofist (bilge) diyaloğunda, onun Xenophan'ın öğrencisi olduğunu yazarsa da, bu olay kuşkuludur. Sadece bu filozoftan küçük bir yaşta olduğu halde, onun ve düşünceleri ile alay ettiği Heraklit'in ve Melissus'un çağdaşı olduğu kuşku götürmez bir gerçekliktir. Parmenides'in sisteminde, matematiğe verilmiş olan önem ve "mutlak birlik" kuramı, onun Xenophan'dan çok Pisagorculuğa bir yakınlığı olduğuna aracılık eder. Onu felsefeye alıştıran Pisagorcu Ameinias'tır. Parmenides, buna bir Heroon, yani kutsal bir mihrap da yaptırmıştır. Metapont'da, Pisagor için bir mezar anıtı diktirmiştir. Çünkü, Strabon da, onun Pisagorcular gibi yaşadığını söyler. Diğer yandan, Parmenides Pisagor doktrinine bağlı kalmamıştır. O, döneminin düşünürleri gibi politikaya karışmış, ülkesinin yasalarını hazırlamıştır. Parmenides'ten söz eden tüm filozof ve felsefe tarihçilerinin hemen hepsi ona saygı gösterirler. Eflatun kendisine "büyük saygı değer, korkunç, asil ve derin sözlerinde anlaşılmazlık tehlikesi bulunan söylevci" sıfatlarını verir. Aristo, onu diğer Elea düşünürlerinden üstün görür.

Parmenides, daha çok İ. Ö. 475 yılarına doğru ünlü olmuştur. Yetiştiği çevrede,

Mile Okulu'ndan pek farklı bir bilgi yaşamı vardı. Burada, edebi şekil ve uslup bile ayrı karakterlere sahiptir. İlk olarak düzenli bir felsefe sistemini şiirsel bir dille o yazmıştır. O dönemin yazarlarındaki geleneklere uyarak, Doğaya İlişkin adını verdiği bu şiirsel eseri, bulanık bir dille yazılmıştır. Bu eserden zamanımıza ancak yüz elli beş beyit gelebilmiştir.

Parmenides, doğrunun ne olduğunu yalnız akılla bulur. Bu aklı var olanın var olmayan olmasını ve bunun tersini kavrayamaz. Onun kendinden önce gelen düşünürlerden ayıran özelliği, deneyi bırakıp salt düşünce ile var olanın özelliklerini açığa çıkarmaya çalışmasıdır. Ona göre doğa, hafif ve aydınlık olan ateş ile ağır ve karanlık olan gecenin birlikte çalışması sonucu meydana gelmiştir. Elealı Zenon ve Eflatun, Parmenides'ten etkilenen düşünürlerdir. Fakat öğretileri ise taban tabana zıt olan Heraklit ile hem çağdaş hem de arkadaştır.

Parmenides'in Nesnelerin Yaradılışı Üzerine adlı bir eseri vardır. Bu eserde Güneş kızlarının kendisini bir tanrıçanın karşısına çıkardığını, tanrıçanın da kendisini insanlara öğretsin diye her şeyi öğrettiğini anlatmıştır. Kitabının birinci bölümünde bir varlık, ikinci bölümünde de evren doğum ele alınmıştır.

OENOPİDES (İ. Ö. 500-430)

Oenopides, eskiden Chios bugün Sakız adası olarak bilinen yerde doğdu. Bu nedenle kendisine Chioslu Oenopides takma adı verilmiştir. Ölümü gibi doğum tarihi de tam ve kesin değildir. Bilinen tek şey İ. Ö. 465 yılları yöresinde yaşadığıdır. Oenopides, Pisagorcu biri ve döneminin önde gelen bir astronomudur. Astronomi bilgilerini Mısır'a giderek orada öğrenmiş, dönüşünde bir papaz olarak çevresine astronomi öğretmiştir. Yıldızlar üzerinde gözlemler yapmış, Mısır'da bulunduğu yıllarda gün dönümünü belirleyerek araştırmalar yapmıştır. Bu araştırmaları için özellikle piramitleri ve onların gölgelerini kullanmıştır. Ay yılı ile güneş yılının elli dokuz yılda bir çakıştığını hesaplamış ve bulmuştur. Güneş yılının 365 gün ve dokuz saatten az olduğunu hesaplamıştır. 460 yıllarında yaşayan Proclus'a göre, Euclides'in kitaplarında geçen iki teorem onundur. Yani, bir doğruya dışındaki bir noktadan dikme çizimi ve verilen bir açıya eşit bir açının çizimi ona aittir. Eğer bu söylenenler doğru ise, Oenopides'in, Euclides geometrisi hakkında bilgileri olduğu söylenebilir. Ölüm tarihi, Pisagor'un ölüm tarihinden sonraki yüzyıl içinde olduğu tahmin ediliyor. Oenopides'in bu çizim geometresini Euclides'ten çok önce bilmesi ve çizimleri yapması oldukça dikkate değer bir noktadır.

ANAXAGORAS (İ. Ö. 500-428)

Aristo'ya göre, Empedocle'den birkaç yıl önce, yetmişinci Olimpiyat içinde Batı Anadolu'da Klazomenai (bugünkü İzmir'in Urla kenti) kasabasında doğan Anaxagoras, bir Yunan düşünürü, felsefecisi, fizikçisi, astronomu, coğrafyacısı, eğitimcisi ve matematikçisidir. Onun doğum tarihi yaklaşık olarak İ. Ö. 500 yılına rastlar. Seksen yaşında öldüğüne göre İ. Ö. 420 veya bazı kaynaklara göre İ. Ö. 428 yılına kadar yaşadı.

Anaxagoras aristokrat bir aileden geliyordu. Gerek servet gerek yetenek bakımından "Aydın zekaların dikkatini çekecek olan tek bilgi" saydığı matematik, astronomi ve felsefeyle uğraşabilecek bir durumdaydı. Bilemediğimiz bazı nedenlerden dolayı yirmi beş yaşındayken Atina'ya gelmiştir. Perikles, Protagoras ve Euripides'in dostluğunu kazanmıştır. Atina'da Arkhon Kallias zamanında felsefeyle uğraşmaya başlamıştır. Perikles'e gerçek bir halk yöneticisinde olması gereken ağırbaşlılığı, kendine güveni ve konuşma sanatını öğretmiş, onun yakın dostluğunu kazanmıştır. Euripides'i de etkilediği söylenir. Bu ünü sayesinde tam otuz yıl Atina'da yaşadı ve düşündüklerini serbestçe yaymayı başardı. Kozmoloji, Ay ve Güneş tutulmalarının gerçek nedenini bulmasıyla ünlenen doğa filozofu, Atinalı devlet adamı Perikles'in yakın çevresinde yer aldı.

İ. Ö. 480 yıllarında, o dönemde Atina Yunan kültürünün merkeziydi. Anaxagoras, yeni olan felsefe uygulamalarıyla bilimsel araştırma ruhunu İyonya'dan kendisi ile birlikte getirdi ve Atina'da felsefe okulunu açtı. Politik yaşama hiç karışmamış olmasına karşın, şair Aristophenes'in Bulutlar adlı eserinde anlattığı gibi, o zamanlar Atina'da halkın yaşam düzeyi ve ruh hali, filozofların serbest düşüncelerine dayanabilecek kadar gelişmemişti. Güneşin kızgın bir maden külçesi, Ayın da toprak olduğunu söylemişti. İnsanlık tarihi boyunca, değişik kabileler ve insanlar tarafından Güneş ve Ay kutsal sayılmış, tapılmış ve dokunulmazlığa büründürülmüştür. Anaxagoras, göksel cisimlerin tanrılığını kabul etmemekle birlikte, onların kor halinde taş ve topraktan oluştuğunu söylemiş olmakla suçlanmıştır. Bu kadar ağır suç yetmiyormuş gibi bir de İran tarafını seçmiş olmakla sanık tutulmuştur. Çok sert bir kararla öldürülecekken, Perikles'in koruyuculuğu ve bazı zor koşullar altında İ. Ö. 434 yılında bugünkü Lapseki'ye sürülmüştür. Yaşamının son yıllarını burada geçirmiştir. Orada halkın büyük sevgi ve saygıları içinde İ. Ö. 428 yılında Lapseki'de ölmüştür.

Atinalıların düşünürlerine karşı ilk önemli saldırganlığını Anaxagoras'a yaptılar. Bir düşünceye, bir inanışa körükörüne bağlanıp ondan başkasını düşünmeme durumu ve bağnazlığı, Atina'da bundan sonra sık sık düşünce ve fikir adamlarına saldırma ve öldürme şeklinde bir alışkanlık haline gelecektir. Anaxagoras, yalnız doğum yeri olarak İyonyalı değildir. Belki hocaları bakımından İyonyalıdır. Çiçeron, Strabon, Diogene Laerce, Semplisius ve kendisi, Anaximenes'in öğrencisiydi. Fakat onu asıl İyonyalı yapan şey, üzerinde çalıştığı konuların yönü ve aldığı eğitimin genel karakteriydi.

Anaxagoras.

Bu nedenle, Güneşin Peloponnesos bölgesinden biraz daha büyükçe, kor halinde bir taş kütlesi olduğunu ileri sürmesi, dinsizlikle suçlanması, Atina'dan ayrılmaya zorlanması ve son yıllarını Lapseki'de (Lampsakos) yalnız başına geçirmesi şanssızlığına götürmüştür. Zaten Milet kökenli olan dört İyonyalı bilgin vardır. Bunların başında Thales (İ. Ö. 640-546) gelir. Anaximender (İ. Ö. 610-547) ikinci, Anaximenes (İ. Ö. 585-528) üçüncü ve Herakleitos'da (İ. Ö. 540-480) dördüncü sırada gelir. Eski Yunanlılar Güneş'i altmış santimetre çapından büyük olmayan parlak bir cisim olarak düşünmüşlerdi. Buna göre, Anaxagoras eski Yunanlılardan Güneş'i daha büyük olarak düşünmesi o dönem için ileri bir adımdı.

Anaxagoras, düşüncelerini Doğa Hakkında adlı yapıtında toplamıştır. Güneş tutulmalarına ilişkin doğru fikirler ileri sürmüş, Ayın Güneşten ışık aldığını, Güneş ve yıldızların kızgın taşlardan oluştuğunu ilk kez o söylemiştir. Maddenin sonsuz sayıda ilkel parçalardan kurulu olduğunu ve varlıkların, evrenin her yerinde dağılmış olan bu

ilkel parçacıklardan oluştuğunu ileri sürdü. Anaxagoras'ın Nus diye adlandırdığı bu ilkel madde her türlü hareketin ilkesidir. Ona göre, evrenin her yanında uyumu ve düzeni sağlayacak olan da bu Nus'tur. Bu doğa kurallarını açıklamasından olacak, kendisine "Üstün Fizikçi" adı takılmıştır. Anaxagoras dış alemle uğraşmayı çok severdi. Özverili, yüksek ve karşılık beklemez bir kişiliğe sahipti. Lapseki'ye sürgün edilince orada da bir okul açmıştır. Bu okuldaki yerini Atinalı Archelaus'un aldığı sanılmaktadır. Felsefeyi Atina'ya ilk getiren Anaxagoras'tır. Anaxagoras'ın yetiştirdiği öğrencilerden Lapsekili Metrodore ve arkadaşı Megaryalı Theogenes, şiirlerde görülen tanrılar ve diğer ruhsal varlıkların bazı sembol ve benzetmelerden başka bir şey olmadıklarını ileri sürerek yorumlamışlardır. Yunan düşünürleri içinde düşündüklerini yazmış olan yine ilk bilim adamı Anaxagoras'tır.

İyonya'nın son düşünürü, Atina'nın en önemli bilgini Anaxagoras, Atina'da tutuklu olduğu yıllarda dairenin kareleştirilmesi hakında bir eser de yazmıştır. İ. Ö. 500 ile 440 yılları arasında yaşayan Agrigentumlu Empedocles, suyla dolu bir borunun üst tarafı parmakla kapatılınca suyun aşağı doğru akmadığını ve parmağını bırakır bırakmaz aktığını görmüştür. Aynı deneyi Anaxagoras da yapmıştır. Dünya merkezli bir evren, Ay, Güneş ve yıldızlar onun etrafında dairesel yörüngelerde dönüyor tezini ortaya atanlardandı. Şüphesiz, görünüş yönüyle bu model çok eski yıllardan beri biliniyordu.

Anaxagoras'ın yazılarından ancak küçük bölümler korunabilmiş ve çalışmalarına ilişkin birkaç farklı yorum yapılmıştır. Yine de düşüncesinin temel özellikleri belirgindir. Anaxagoras'ın kozmolojisi, fiziksel evreni tek bir temel öğeyle, arkhe varsayımıyla açıklamaya çalışan kendisinden önceki Yunan düşünürlerinin çabalarından kaynaklanır. Parmenides, böyle bir varsayımın hareketi ve değişmeyi açıklayamayacağını ileri sürerken, Empedokles bu güçlüğü dört temel bileşen varsayımıyla aşmaya çalışmıştı. Anaxagoras ise sonsuz sayıda bileşen varsayımını getirdi. Isı ya da suyu temel öğe kabul eden daha önceki düşünürlerden farklı olarak Anaxagoras, et, kemik, kabuk, yaprak gibi canlı organizmalarda bulunan öğeleri de işin içine katıyordu. Çünkü ona göre, örneğin etin, et dışında başka bir şeyden türemesi olanaksızdı. Anaxagoras, kökenlerin kendini yeni görünümlerde ortaya koyduğu biyolojik değişmeleri de açıklıyordu. İnsan yedikçe ve içtikçe eti, kemiği ve saçları da gelişip büyüyordu. Anaxagoras, değişmenin çeşitlilik ve zenginliğini açıklamak amacıyla şöyle diyordu. "Her şeyde her şeyin, yani her temel maddenin bir bölümü vardır, fakat her şey, en belirgin olarak, içinde en çok barındırdığı şeyle bir tutulur."

Anaxagoras'ın en özgün yanı, zihin ya da us öğretisidir. Evren, zihin tarafından iki aşamada biçimlendirilmiştir. Bunların birincisi, hala sürmekte olan dönme ve karışma süreci, ikincisi de canlı varlıkların gelişimidir. Birincisinde bütün "karanlıklar" geceyi, "sıvılar" okyanusları oluşturmak için bir araya gelmiş ve öteki öğelerle bu süreç böylece devam etmiştir. "Benzerlerin benzerleri" çekmesi süreci ikinci aşamada ortaya çıkmış ve yine bu aşamada et ve öteki öğeler zihin tarafından büyük ölçülerde bir araya ge-

tirilmiştir. Bu aşama, özgün karışım içinde bulunan hayvan ve bitki tohumlarının aracılığıyla gerçekleşmiştir. Anaxagoras'a göre canlı varlıkların gelişimi, bu canlıları, kendilerini çevreleyen maddelerden beslenme olanağı sağlayabilecek konuma getiren ve yine bu organizmaların her birinde varolan zihnin gücüne bağlıdır. Anaxagoras zihin kavramı ile daha sonraları Aristoteles'in övgüsünü kazanmıştır. Ama hem Eflatun hem de Aristoteles, etik ilkeler, yani evrenin "en iyi çıkarları" doğrultusunda davranan bir zihin kavramına yer verilmemesini de eleştirmişlerdir.

Anaxagoras'ın perspektiflik üzerine de bir çalışması vardır. Bu yapıt, 1827 yılında Leipzig'de Anaxagorae Fragmenta adıyla basılmıştır. Bu çalışmalar 1829 yılında Bonn' da ve 1840 yılında da Berlin'de basılmıştır. Atina'dan çok kötülükler gören Anaxagoras'ın şu sözü çok ünlüdür. "Ben Atina'yı kaybetmedim. Atina beni kaybetti." diyordu. Anaximenes'in öğrencisi olan Anaxagoras, dairenin kareleştirilmesi problemini ilk ortaya atan ve bu konuda uzun çalışmalar yapan bir matematikçi olarak bilinir. Diğer çalışmaları daha çok astronomi ve doğanın sırları üzerinedir. Pi sayısının tam değerini bulmak için de çalışmıştır. Fakat onun bu konu üzerindeki çalışmaları, Babilliler, Mısırlılar, İbraniler, Çinliler ve Hintlilerin yaptığı yöntemlerden oldukça farklıdır. Bu nedenle iyi bir sonuca gidememiştir. Fakat, onun bu girişimi pi sayısı üzerinde çok kafa yorulmasını başlatması yönünden önemlidir. Pi sayısının hesabı problemini Anaxagoras ünlü yapmıştır.

Anaxagoras'ı konu alan çalışmalar arasında J. Zafirolpulo'nun 1948 yılında yayınladığı Lapsekili Anaxagoras ile F. M. Cleve'in 1949 yılında yayınladığı Anaxagoras'ın Düşüncesi adlı kitaplar sayılabilir.

Anaxagoras, yaşadığı dönemin en büyük doğa bilginidir. Matematikteki bilgileriyle ün salmıştır. Astronomideki buluşları da önemlidir. Tam bir bilgin hayatı yaşamıştır.

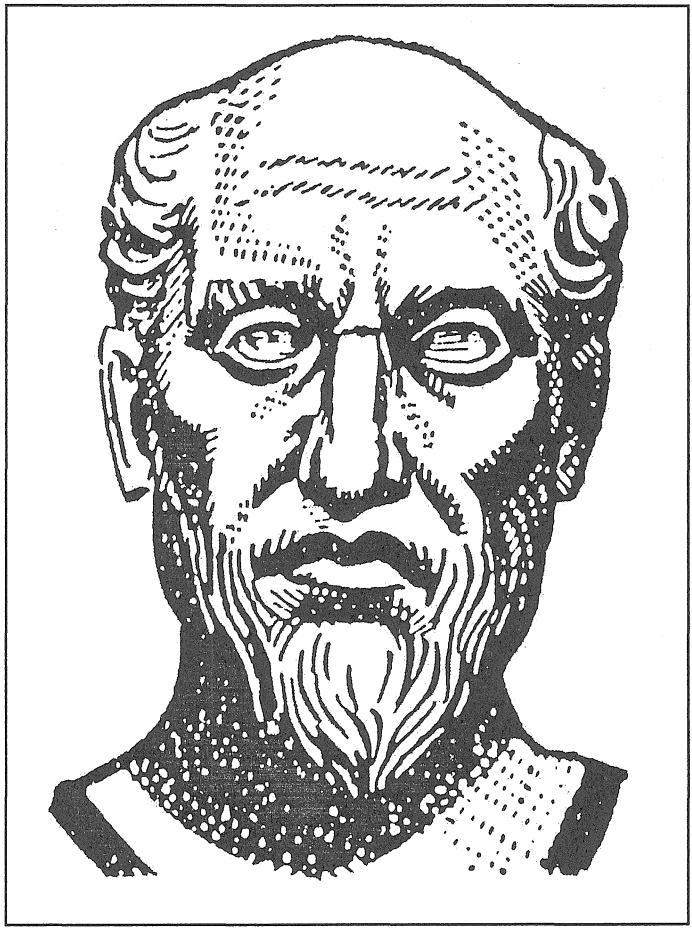
EUBULİDES (İ. Ö. 4. YÜZYIL)

Eubulides, Megarya okulu düşünürlerindendir. İ. Ö. 4. yüzyıl ortalarında yaşamıştır. Euclides'in öğrencisi olduğu sanılıyor. Çünkü, yapıtlarında onun ilkelerine bağlı olduğu görülür. Bir söylentiye göre, kendi sınıf arkadaşı olan İchthyas'tan sonra Megarya okulunun başına geçmiştir. Alexinus, Diodor Cronos ve belki Demostenes'in de öğretmenidir. Bu okulda kendisine "yorumcu" takma adı verilmiştir. Tüm yaşamı Aristo'ya karşı boş bir savaşla geçmiştir. Yaptığı savaşlar Galile türünde olsaydı belki şu anda dünyanın bir numaralı bilgini ünvanını alırdı.

Eubulides, sağduyuya karşı aldatıcı bir mantığı üstün tutmaya çalışmıştır. Eubulides'in okulu, kendi kendine benzeyen ve kendi kendisiyle özdeş olan "bir"den başka

bir gerçek olmadığını ileri süren ilkelerden hareket etti. Fakat, daha ilk adımda karşısına çağdaş bir okulu, yani gezimciliği kurmuş olan Aristo'yu buldu. Aristo, felsefi konuşma ve tartışmalarını Eflatun gibi oturarak değil de bir aşağı bir yukarı gezinerek yaptığı için bu okula ve bu yönteme gezinenler ya da gezinimcilik adı verilmiştir. Aristo, deneyi bilmin koşulu saymıştır. Eşyanın özünü Megarya okulunun yokluk adını verdikleri şey ile, eşyayı birbirinden ayıran farklar içine yerleştirilmiştir.

İşte Eubulides, gezinimciliğin dayandığı bu temellere saldırdı. Örnek tuttuğu ve okulun bilim ve sanat alanında üstün bilgisi ve yeteneği olan Elealı Zenon gibi çözülmez bir zorluk göstermeyen birtek deneysel kavramın bile varolmadığını kanıtlamaya çalıştı. İleri sürdüğü o zaman içinde anlamsız ve boş sözlerini Diogene Laerce'ten öğreniyoruz. Bugün paradoks ya da çelişki dediğimiz bu ifadelerin sayısı yedidir. Bunlar,



Eubulides.

1. Yalancı,
2. Örtünmüş,
3. Elektra,
4. Çalınmış,
5. Yığın ya da sorit,
6. Boynuz ve
7. Saçsız

ifadeleridir. Bunlardan 2., 3. ve 4. ifadeler değişik sözcüklerle söylenmiş aynı şeylerdir. 5. ve 6. ifadeler de birbirlerinin aynıdır. Şimdi bu paradoksları açıklayalım.

Yalancıyım diyen adam doğru mu yalan mı söyler? Eğer doğru söylüyorsa doğru söylediği için yalancıdır. Bu da hipotezle bir çelişkidir. Yalan söylüyorsa yalancı olduğunu doğru bir şekilde söylediği için doğru söyler. Bu da bir çelişkidir. Bu ifadenin değişik kelimelerle ve cümlelerle çok sayıda söyleniş biçimleri vardır. Örneğin, bir İyonyalı bir İyonyalıya her İyonyalı yalancıdır der. Doğru mu yalan mı söyler? Belli bir şehirde kendi kendini traş edemeyen adamları traş eden berberi kim traş eder?

O dönemlerde boş ve anlamsız gibi görünen bu ifadeyi, çağımızın düşünürlerinden Russell çözmüş ve buna Russell paradoksu adı verilmiştir. Bu matematiksel bir dille söylenirse,

$$Z = \{X: X \notin X\} \text{ ya da } Z = \{X: X \in X\}$$

ifadeleri birer çelişmedir. Sözcüklerle söylemek gerekirse, kendisini öğe olarak içermeyen ya da kendisini öğe olarak içeren kümelerin kümesi anlamsızdır. Tüm kümelerin kümesi de anlamsızdır. Buna da Cantor paradoksu denir. Bu nedenle, kümeler kuramında çalışırken temel (evrensel) kümeyi keyfi olarak seçemeyiz. Bu kısıtlamada, üzerinde çalıştığımız belli ve sabit bilinen kümeye temel küme deriz.

İkinci ifadedeki örtünmüş de şudur:

– Babanızı tanıyor musunuz?
– Evet.
– Şu örtülü adamı tanıyor musunuz?
– Hayır.
– Bu örtülü adam sizin babanızdır. Öyleyse siz babanızı hem tanıyor, hem de tanımıyorsunuz. Şüphesiz bu da bir çelişkidir. Bu da matematiksel bir dille, kendisini öğe olarak kabul eden kümelerin kümesidir ve bir çelişkidir.

Beşinci olan yığın ifadesi de şöyledir:

– Bir buğday tanesi bir yığın yapar mı?

– Hayır.
– İki buğday tanesi bir yığın yapar mı?
– Hayır.
•
•
•

biçiminde soru tekrarlanır. Bu şekilde karşımıza yüz bin buğday tanesinin de bir yığın oluşturamayacağını ya da bir yığın buğdayın bir tek buğdaydan oluştuğunu kabul etmek zorunda oluruz. Bu da tüm kümelerin kümesi paradoksudur ve anlamsızdır. Elektra, adı konmadan erkek kardeşine rastladığı zaman, onu tanımadan tanımış olur.

Altıncı ifade boynuzla ilgilidir.

– Boynuzunuzu kaybettiniz mi? Eğer "evet" derseniz, öyleyse boynuzunuz vardı, karşılığı verilir. Eğer kaybetmedim derseniz, öyleyse kaybettiğiniz şeyiniz vardı karşılığı verilmiş olur.

Son olarak saçsız ifadesi sözle şöyledir: Bir adamın tümüyle saçsız olabilmesi için başından kaç saç çekilmelidir? Bu adamın başından bir saç almakla bu adam saçsız olmaz. İki, üç, dört, . . ., saç almakla da saçsız olmaz. Öyleyse bir insanın tüm saçları alınsa da o adam saçsız olmaz.

Bu paradoksların bir kısmını Aristo çözmüştür. Bir kısmı da zamanımıza kadar gelmiştir. Bunların en önemlileri Cantor ve Russell paradokslarıdır. Bu tür boş ve asılsız sözlerin bazılarının felsefesel ve matematiksel olarak çok önemi vardır. Bunlar, duyularla elde edilmiş olan kavramların kesin olmadıkları ve maddesel şeylerin doğasını açıklamanın zor olduğunu gösterir. Bunların bazılarıysa, boş sözler ve sözcük oyunlarıdır. Sadece karşımızdakini şaşırtmaya yarar. Örneğin, "yığın" kanıtı, kısımlardan birleşik olanların, bir art arda geliş ve uzamı ifade eden şeylerin bir varoluşa aracılık edemeyeceğini, yani deneyin tükenmez bir yanılma kaynağı olduğunu ifade eder.

"Örtünmüş" ve "Boynuz" kanıtları da, akıl ve deneyin sözde çelişikliğini ve bu iki bilgi tipinden birinden vazgeçmeden diğerini kabul edemeyeceğimizi kanıtlamaya yarar. Tüm bunlar, bugüne kadar çözülen ve çözülemeyen paradoksların bazılarıdır. Hegel'in söylediği gibi, karşılıklı evet ya da hayır sözlerinden oluşmuştur. Bunlar, evetle hayırdan birini seçmenin, yani belli bir kavram yardımıyla tartışmanın olamazlığını sırasında doğan bazı mantık oyunlarıdır. Bu oyunları, Theophrast ve Krisip gibi ünlü düşünürler de çözmeye çalışmışlardır. Böylece, Eubulides Megarya okulunun kuşkuculuğa sürükleyen ilk düşünür olmuştur.

Yunanlı ünlü avukat Protagoras, verdiği özel dersin ücreti ile ilgili olarak öğrenci-

siyle bir anlaşma yapar. Bu anlaşmaya göre, öğrencisi aldığı ilk davayı kazanırsa bu ücreti öğretmeni olan avukata ödeyecek, kazanamazsa ödemeyecektir. Dersin bitiminden hemen sonra herhangi bir dava alamayan öğrencisinden ses seda çıkmaz. Sabrını yitiren avukat bir dava açarak ders ücretini öğrencisinden ister. Yeni avukat olan öğrencisi bu ilk davasında kendini savunmayı üstlenir. Öğrenci para öder mi ödemez mi? Bu ifade matematiksel bir dille nedir?

EURYTUS (İ. Ö. 4. YÜZYIL)

Eurytus, Tarentum ya da Croton'da doğmuş bir matematikçi ve Pisagorcu bir düşünürdür. İ. Ö. 4. yüzyılda yaşamıştır. Doğum ve ölüm tarihleri belli olmadığı gibi, yaşamı hakkında fazla bir bilgi de yoktur. Onun Philont'da bir Pisagorcu okul açtığı, burada matematik öğrettiği ve Pisagorculuğu yaydığı sanılır. Kendisinin dolaysız olarak Pisagorcu mu, yoksa Philolaus'un mu öğrencisi olduğuna ilişkin düşüncelerde birlik yoktur. Onun hakkında Jamblik bazı bilgiler verir. Ona göre, Eurytus gençken Pisagor oldukça yaşlıymış. Pisagor'un derslerini hep izlemiş, onu dinlemiş ve biliminden yararlanmıştır. Bazıları da Pisagor'un çağdaşı olduğunu söyler. Fakat bu olsa olsa fikir yönüyle Pisagor'un çağdaşı olabilir. Çünkü, o daha genç yaşlarındayken Pisagor oldukça yaşlı ve yaşamının son günlerini geçiriyordu. Jamblik'in Vie Pytharoge adlı eserin başka bir yerinde de Philolaus'un öğrencisi olduğunu anlatır. Bu ikinci öneriyi Eurytus'un öğrencilerinden olan Aristoxen de onaylar ve öğretmeninin son Pisagorculardan olduğunu yazar. Bunun doğru olduğu anlaşılıyor.

Eurytus, öğretmeni Philolaus'u çok beğenir ve severdi. Ona son derece bağlıydı. Öğretmeninin büyüklüğüne ve onun bilimine inanmıştı. Eurytus, öğretmeni Philolaus'un ölümünden çok sonra mezarından sesinin geldiğini ve bu sesleri işittiğini ileri sürer. Hatta kendisine bu konuda çok sayıda öğütler verdiğini ve yol gösterdiğini söyler. Şüphesiz bu duygu ve düşüncelerin hangi mistik bir ortamda geçtiğini tahmin edebiliriz.

Aslında Eurytus sıradan bir matematikçi ve düşünür de değildi. Diogen ve Apule de onu büyük bir bilgin olarak görürler ve kabul ederler. Onu, Yunanistan'da Eflatun'un sık sık ziyaret ettiğini, onun biliminden yararlandığını ve büyük Pisagorcular arasında yeri olduğunu yazarlar. Eurytus çok sayıda değerli olan Pisagorcu öğrenciler de yetiştirmiştir. Bunlardan Ochekrat, Xenohil, Diocles . . . gibi son Pisagorcuların çoğu, Yunanistan'daki öğrencileridir. İtalya'da da öğrencileri olmuştur. Fakat, kendisi yaşamının bir kısmını İtalya dışında geçirmiştir. Okulda özel bir otoritesi ve yeri olduğu anlaşılmaktadır. Konusuna oldukça hakimdi. İyi de bir öğretmendi. Aristo, Metafizik atlı kitabında ondan çok söz eder ve Eurytus'un sayılar üzerindeki matematiğini överdi. Bu konuda Eurytus'un kendine özgü bir doktrini ve yöntemi olduğunu yazar.

Eurytus'un sayılar üzerindeki çalışmalarını sadece Aristo anlatmaz. Örneğin, Spösip de Pisagorik Sayılar adlı eserinde, Eurytus'un sayıları uzamla ifade ettiğini, yani onları birtakım şekiller, simgeler ve çokluklar olarak tasarladığını anlatır. Örneğin 1 sayısını nokta, 2 sayısını çizgi, 3 sayısını üçgen . . . gibi gösterdiğini anlatmak istemektedir. Çünkü, eski Yunanistan'da matematikte rakamlar yoktu. Sayılar doğru parçalarıyla veya alanlarla gösteriliyordu. Yani, bu dönemde sembollere geçilmemişti. Sembollere geçip sayıları simgelerle Yunanistan'da ilk gösterenlerden biri Eurytus'tur. Bu nedenle matematikte simgesel gösterimlere geçmede Eurytus'un hizmeti büyüktür. Ona göre sayılar, eşyanın nedenleridir. Eşyalar var olduğu için sayılar vardır. Bu nedenle eşyaları sayı veya bugün rakam dediğimiz simge veya sembollerle göstermek oldukça doğaldır. Aslında bu düşüncenin gelişimi o kadar kolay olmamıştır. Noktalar veya simgeler nasıl şekilleri sınırlar veya onları gösteriyorsa, sayılar da eşyayı sınırlayan ve onları belirten terimlerdir. Spösip, Pisagor Sayıları Üzerine adlı yapıtında, Eurytus'un bu konudaki düşüncelerini ve gösterimlerini uzun uzun anlatır. Eurytus, sayıları soyut olarak düşünmüş değildir. Ona göre sayılar somut birer varlıktır.

Eurytus'un yazdığı eserlerin hiçbiri zamanımıza kadar gelememiştir. Hemen hemen tümü kaybolmuştur. Onun matematiği hakkındaki bilgiler, öğrencilerinden öğrencilerine aktarılanlar ve yazılanlardır.

AGATHARCHUS (İ. Ö. 470 YILLARI)

İ. Ö. 470 yıllarında yaşayan Agatharchus, Atinalı bir ressam ve sanatkar biridir. Stereometriyi perspektif kurama uygulayan biridir. Çok sayıda tiyatro sahneleri tabloları yapmış, resimlerinde geometriyi ve izdüşümü açıklamıştır. Matematik tarihine izdüşüm geometrisini ilk kez tanıtan biri olarak geçmiştir. Doğum ve ölüm yılları bilinmediği gibi, yaşamı hakkında da fazla bir bilgi yoktur.

PHİLOLAUS (İ. Ö. 460 YILLARI)

Pisagorcuların en önde gelenlerinden biri olan Philolaus, Crotona belki de Tarentum'da doğdu. Eflatun'a göre Philolaus, Sokrates'in çağdaşıydı. Doğum ve ölüm tarihleri kesin olarak belli olmadığı gibi yaşamı hakkında da fazla bilgi yoktur. Bilindiği gibi, Pisagor'un yazılı bir eser bırakmadığı, doktrinlerini sözlü olarak ağızdan söylediği ve öğrettiği bir gerçektir. 275 yıllarında yaşayan Porphyrius söylediklerine göre, Pisagor'un söylediklerini yazılı olarak ilk kez yazan ve Pisagorculara yazılı olarak öğreten Philolaus'tur. Bu nedenle Philolaus, Pisagorcu düşünceleri halk kitlelerine en iyi ileten biri

olmuştur. Bu konuda yazdığı Pisagor'un Düşünceleri adlı kitabından bazı parçalar zamanımıza kadar gelebilmiştir. Bu parçalar da Pisagor'un matematiğinden çok onun Pisagorcu düşünceleri ve onun tarikatı üzerinedir. Philolaus'un değindiği tek konu gölge saati üzerine yaptığı çalışmalardır. Euclides'in birinci kitabı paralelinde bir kitabını Eflatun'un elde ederek sakladığı söylenir.

Pisagor ile Eflatun dönemi arasında Atina'da yetişmiş astronom olan Pisagorcular vardır. Bunlar, Meton, Phaeinus ve Euctemon'dur. Bu üç bilgin ve astronom da İ. Ö. 432 yılları yöresinde yaşamışlardır. Bu astronomlar birbirlerine çok yakın çalışmalar yaptıkları için, bu çalışmaların hangisi hangisine aittir bilinmemektedir. İ. Ö. 350 yıllarında yaşayan Theophrastus'un söylediklerine göre, Phaeinus, Lycabettus'un çalışmaları üzerinde Atina'da astronomik gözlemler yapmıştır. Meton, on dokuz yıl süren devirleri yapmış ve bunlara Meton Devirleri adı verilmiştir. Ptolemaios'ın (85 - 165) yazdıklarına göre, Meton ve Euctemon Atina ve diğer bazı bölgelerde astronomik gözlemler yapmışlardır. Yine Ptolemaios'ın belirttiğine göre, Meton bir yılı 365 $\frac{1}{4}$ gün + 1/76 gün olarak almıştır. Bu da gerçek yıldan 30 dakika daha fazladır. On dokuz yıllık devirlerin Meton'a ait olduğu bilinse de, bu konu Oenopides tarafından da biliniyordu. Bu nedenle, bu on dokuz yıllık devirler büyük bir olasılıkla Mısır'dan ya da başka kaynaklardan alındığı sanılmaktadır. Ama gerçek de bilinmemektedir.

ZENON (İ. Ö. 495 -435)

Zenon ya da Zeno, İ. Ö. 490 veya 495 yılında İtalya'daki Elea şehrinde doğmuş olan bir Yunan düşünürü ve matematikçisidir. Matematik tarihinde daha çok Elealı Zenon olarak geçer. Aristoteles tarafından diyalektiğin bulucusu olarak adlandırılmıştır. Mantık ve matematiğin gelişmesinde önemli rol oynayan ünlü paradoksları süreklilik ve sonsuzluk kavramlarının kesinleşmesine değin çözümsüz kalmıştır.

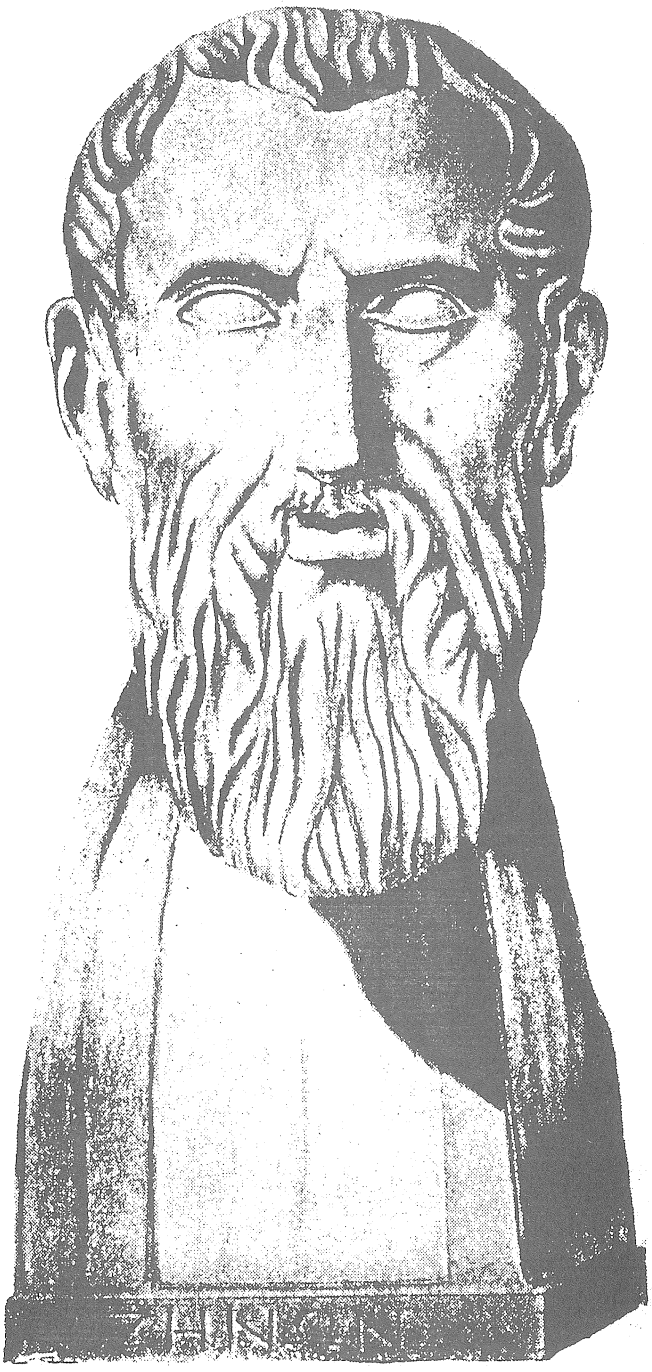
Eflatun'un Parmenides adlı diyaloğundan öğrendiğimize göre, Zenon, öğretmeni ve arkadaşı olan Parmenides ile birlikte Atina'ya gelmiştir. Öğretmeninden yirmi beş yaş küçüktür. Strabon, onun Pisagorcu olduğunu ve Elea'yı çok iyi yönettiğini anlatır. Diogene Laerce'e göre, Zenon, Telentagoras'ın piçidir ve Parmenides tarafından evlat edinilmiş ve yetiştirilmiştir. Eflatun, Parmenides adlı diyaloğunda Sokrates'i Parmenides ve Zenon ile konuşturur ve Zenon'un Parmenides yorumuna ilişkin büyük olasılıkla doğru bilgiler verir. Zenon'un gençlik yıllarında kanıtlamalarını bir kitapta topladığı söylenir. Eflatun'a göre bu kitap kendi bilgisi dışında elden ele dolaşmıştır.

Öğretmeniyle Atina'ya geldiği zaman, yirmi yaşında olan Sokrates, her ikisinin de derslerini dinlemişti. Zenon, güzel, sağlam, uzun boylu, yakışıklı ve zengin olmak

gibi doğanın her türlü nimetlerine sahip olan yüksek yaradılışlı bir insandı. Bu nedenle Eflatun, Parmenides ve Phaidros adlı diyaloglarında ona Eleali Palamed adını vermiştir. Çünkü, Palamed, Troya savaşlarında kendini gösteren ünlü kahraman prensin adıdır.

Zenon.

Zenon, Neark ya da Diodemon adında zulüm yapan birini devirmek için giriştiği harekette düşmanının eline düşmüştür. Kendisine uzun süre işkenceler edilmiş, suç ortaklarının adlarının söylemesi ve Lipara'ya silah taşıdığını söylemesi baskısı yapılmıştır. Bunun üzerine düşünür, önce zulüm yapanın tüm arkadaşlarını saymış, sonra da zulüm yapanın kendi adını söylemiştir. Sonunda onun kulağına bazı şeyler söyleyeceğini anlatarak, sözde düşmanın kulağını ya da burnunu ısırarak bir parça koparmıştır. Bu sırada etrafının sarmış olanlara, "Yapmak istediğim şeyden sonra, zulmedenin köleleri olmaya devam ederseniz alçaklık etmiş olursunuz!" diyerek kendi dilini de ısırarak koparmış ve düşmanının yüzüne fırlatmıştır. Bu söylenti şüphesiz biraz abartılmıştır. Sonraki yıllarda buna daha başka abartmalar eklenmiştir. Bu olay doğru olmasa bile onun bu davranışı Zenon'un yurtseverliğiyle cesaretinin kanıtıdır. Diogene Laerce'in yazdığına göre, Zenon taşlanarak ya da bir değirmentaşı altında ezilerek İ. Ö. 435 veya İ. Ö. 430 yıllarında öldürülmüştür. Ozan Hermip bir şiirinde onun için, "Senin bedenin parçalandı, fakat kendin değil!.." demiştir.



Zenon (İ. Ö. 495 - 435).

Zenon.

Zenon, sövüp saymalara dayanamazmış. "Böyle hareket etmezsen, övmelere karşı nısıl duygulu olabilirim?" dermiş. O, her zaman Elea'da oturur, zaman zaman Atina'ya gelmiş. Güzel ve çekici bir dille konuştuğu için seçkin bir gençlik grubunu toplamayı başarmıştır. Plütarchos'a inanılırsa, Perikles de onun derslerine devam edermiş.

Zenon, çok yüksek bir ücretle ders verirdi. Bu gelenek Sokrates zamanına kadar yaygın olarak devam etti. Zenon, Parmenides'in sistemine bir şey eklemiş değildir. Sadece onu, İyonya Okulu'na karşı savunmuştur. Aristo onu, diyalektiği yaratmış sayar. Elea Okulu'nda düşündüklerini düz yazı türünde ilk yazan düşünürdür. Diogene Laerce ve Suidas onun bazı kitaplar yazdığını kaydederler. Bazı eserler yazmış olduğunu, bunları istemeyerek yayınladığını ve gençliğinde yazmış olduğunu söyler. Diyaloğunu yazdığında kırk yaşındadır. Söylev adlı yapıtı da hasımlarına karşı kendini savunma türündedir. Hasmının kabul ettiği postülatları kabul ederek bundan iki karşıt sonuç çıkarıyor ve çürütüyordu. Bu savunmalarında çok becerikli olduğundan, kendisine "Elea cambazı" sıfatı verilmiştir.

Zenon üç temel öncülden yola çıkar. Birincisi, her birimin bir büyüklüğü vardır. İkincisi, her birim sonsuz bölünebilirlik niteliği taşır. Üçüncüsü de her birim bölünemez niteliktedir. Bunlar için tek tek getirdiği kanıtlar şöyledir. Birincisi, başka bir şeye eklendiğinde ya da ondan çıkarıldığında ikinci terimi artırmayan ya da eksiltmeyen şey, hiç

bir şeydir. İkincisinde, her birim bir olduğu için türdeştir. Dolayısıyla da eğer bölünebilirse, şu noktadan bölünemez olamaz. Üçüncüsü, bir birim eğer bölünebilirse, ya da ikinci öncülle çelişecek biçimde yer kaplayan en küçüklere ya da ilk öncül nedeniyle hiç bir şeye bölünebilir.

Zenon'un kullandığı ikilem biçimindeki bu güçlü ve karmaşık kanıtlamanın bir ucunda bölünemezliği öngören bir varsayım, öteki ucunda ise sonsuz bölünebilirliği öngören bir varsayım yer alır. Bunların her ikisi de ilk varsayımla çelişkiye yol açar. Zenon, Parmenides'in soyut, analitik tarzını sürdürmüş, ama rakiplerinin tezlerinden yola çıkarak "saçmaya indirgeme" yöntemiyle bunları çürütmüştür. Aristoteles tarafından diyalektiğin bulucusu kabul edilmesi nedeni de büyük olasılıkla bu çıkış noktası ve çok etkili olan çürütme yöntemidir.

Zenon'un yaşamı süresinde matematik çıkarsamalarının etkili olduğunu düşünmek zordur. Ama paradokslarıyla ortaya koyduğu matematiksel bir sürkliliğe ilişkin mantıksal sorunlar ciddi ve temellidir. Aristoteles'in bunlara getirdiği çözüm de oldukça yetersiz kalır.

Elealı Zenon deyince, hemen paradoks denen çelişmeler akla gelir. Atina'ya arkadaşı Parmenides ile gittiğinde o zaman icat etmiş olduğu dört paradoksla dönemin filozoflarının şaşırtmıştır. O dönemin düşünürleri ve matematikçileri onun bu paradokslarının çürüklüğünü ya doğru olup olmadıklarını ispat edemediler.

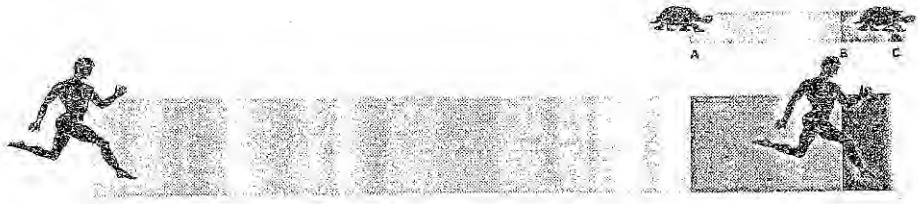
Perikles, bir mermer büstten ayrıntı; Vatikan Müzesi, Roma.

Zenon'un kendi kendini yetiştirmiş bir köylü çocuğu olduğu söylenir. Şimdi, bu paradokslardan kısaca söz edelim. Bu paradoksların ilk ikisi, Dichotomie ve Achilles paradokslarından çıkar. İlk olarak Dichotomie paradoksunu açıklayalım.

Her türlü hareket olanaksızdır. Atılan bir ok veya bir taş yerinde hareket etmeden durur. Ya da, atılan bir taş duvara varamaz ve olduğu yerde hareketsiz durur. Çünkü, hareket eden her şey, varacağı yolun sonuna gelmeden, önce bu yolun ortasına, bu orta noktaya gelmesi için dörtte birine gelmelidir. Bu düşünceyle sonsuz kez devam edilirse, hareket hiç bir zaman başlamayacaktır.

İkinci paradoksta, Achilles tarafından verilendir. Achilles, önünde ilerleyen kaplumbağayı hiç bir zaman yakalayamayacaktır. Çünkü, Achilles kaplumbağayı yakalamak için, önce kaplumbağanın olduğu yere varmalıdır. Oraya varınca, bu noktanın ilerisinde bulunmuş olacaktır. Bu düşünce ve hareket sonsuz kez tekrarlanınca, kaplumbağa her zaman Achilles'in önünde olacak ve Achilles kaplumbağaya yetişemeyecektir.

Üçüncü paradoks, atılan okla ilgilidir. Yani, atılan bir ok her zaman hareketsiz veya hareket halindedir. Eğer an bölünemezse, ok hareket etmez. Çünkü, ok hareket edebilseydi, an hemen bölünebilecekti. Oysa, zaman anlardan oluşmuştur. Mademki ok bir anda hareket edemiyor, öyleyse ok hiç bir zaman hareket edemez. Yani, ok sürekli hareketsiz kalır.



Zenon'un dördüncü paradoksu zamanla ilgilidir. Bu paradoks Atina'lı filozofları daha çok şaşırtmış ve Zenon'u Atina'da tutmalarına neden olmuştur. Bu meşhur paradoksta şöyledir: Bir zamanın yarısı, aynı zamanın iki katına eşittir. Bunun için şu üç diziyi gözönüne alalım.

Birinci durum	İkinci durum
(A) o o o o o	(A) o o o o o
(B) o o o o o	(B) o o o o o
(C) o o o o o	(C) o o o o o

olsun. (A) sırası sabit, (B) ve (C) sıraları eşit hızlarla ters yönde hareket etsinler. Hareketin aynı bir anında (B) sırası (A) sırasının kaç eşya kadar ötesine gitmişse, onun

iki katı kadar (C) sırasını geçecektir. (B) ve (C) sıralarının (A) sırası durumuna gelmeleri için geçen zaman aynıdır. Öyleyse, zamanın iki katı aynı zamanın yarısına eşittir.

İşte, matematiksel olmayan bir dille, eskilerin sürekliliğe ve sonsuza ait problemlerde karşılaştığı güçlükler bunlardır.

Burada dikkat edilirse, sonlu bir doğru parçası sonsuz bir uzunluk gibi gösterilmesi problemi vardır. Sonsuz kez de bölünce, bu ikiye bölme yönteminde elde edilen

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \ldots + \frac{1}{2^n} + \ldots$$

biçimdeki geometrik serisi yakınsaktır. Bu daha çok, Cantor tarafından verilen "sonsuz pozitif kavramı" ile ilgilidir.

Zenon, hıyanet veya ona yakın bir suç ile başı kesilmiştir. Diogenes Laertios'a göre, Zenon doğduğu şehrin tiranı tarafından işkence ile öldürüldü. Zenon, varlığın birliğini kabul ettirmek için, haklı olarak ün yapmış kanıtlarıyla, hareketin yani çokluğun olanaksızlığını göstermeye çalıştı. Ona göre, zamanın ve mekanın sonsuza kadar bölünebilirliği, hareketi olanaksız kılar. En küçük bir hareket bir sonsuzu tüketir. Bu yüzden hareket kavramı bir çelişme taşır. Bundan dolayı da gerçek değildir.

Zenon'un en ünlü iki paradoksu, Achilles ve kaplumbağa ile atılan ok örneğidir. Aristo ve Simplicus'a bakılırsa, Zenon mekanın da yokluğunu kanıtlamaya çalışmıştı. Mekanın varolması için onu kapsayan bir mekanın olması gerekir. Bu hep böyle devam eder diyordu.

Zenon'un paradoksları üzerine her çağın en büyük bilginleri kafa yormuşlardır. Olmayan ergi yöntemi çok erken bir tarihte bu paradokslara parlak bir biçimde uygulanmıştır. Bazı yazarlarca doğru düşünme yöntemi, kendisinden önce yaşamış olan Herakleitos'un elbirliğiyle bulduğu ileri sürülür. Başlıca eserleri, "Tabiat Üstüne", "Karşı Fikirler" ve Emperdokles üstüne eleştirili bir "Yorumlama"dır.

Aslında Zenon'un bu paradoksu yüzyıllarca çözülemeden kaldı. Ancak bin yıl kadar sonra, matematikte sonsuz serilerin yakınsaklığı kavramı ortaya konulduktan sonra paradoks çözülebildi. Bilindiği gibi bir sonsuz serinin toplamı, belli bir sayıyı veriyorsa yakınsak, sonsuzu veriyorsa ıraksak bir seriden söz edilir. Problemin özünü değiştirmeyeceğinden, kaplumbağanın hızını epey abartmalı alalım. Koşucunun hızı v ve kablumbağanın hızı v/2 olsun. Bu durumda BC = AB/2, CD = BC/2, DE = CD/2, ... olacaktır. Hız sabitken, zaman alınan yolla doğru orantılıdır. Buna göre koşucunun AB yolunu geçmek için geçen süre t_0, BC yolunu geçmek için harcadığı süre t_1, CD yolunu geçmek için harcadığı süre t_2, ... ise, $t_1 = t_0/2$, $t_2 = t_1/2$, ... olur. Böylece,

B noktasından itibaren gidilen yollar için harcanan toplam zaman

$$\frac{t_0}{2} + \frac{t_0}{4} + \frac{t_0}{8} + \frac{t_0}{16} + \ldots$$

olur. Diğer yandan

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \ldots = 1$$

olduğundan, yukarıdaki sonsuz serinin toplamı t_0 olarak bulunur. Yani, koşucu AB yolunu geçmek için harcadığı zaman kadar sonra kaplumbağaya yetişecektir. Koşucu kaplumbağaya X noktasında yetiştiyse AB = BX olmak zorundadır.

Aslında bunu daha somut olarak da gösterebiliriz: Koşucunun hızı 10 m/sn, kaplumbağanın hızı 5 m/sn ise ve bu ikisi arasında 10 metre uzaklık varsa, koşucu kablumbağaya 10/5 = 2 saniye sonra yetişecektir. Buna göre, buluşma noktası koşucunun çıkış noktasından 20 metre ve kaplumbağanın çıkış noktasından 10 metre ötede gerçekleşecektir. Bu paradoks bize şu önemli kuralı öğretiyor. Sonsuz sayıda değişimler sonlu bir zaman parçası içinde yer alabilir.

Asılan adam paradoksu: Mahkum yargıca şöyle diyor. "Gelecek Pazar beni asamazsınız. Çünkü, Cumartesi günü asılmadığımdan, Pazar günü asılacağımı önceden bilmiş olacağım. Beni Cumertesi günü de asamazsınız. Çünkü, Cuma günü asılmayınca Cumartesi günü asılacağımı önceden bilmiş olacağım. Gerçi Cuma günü asılmayınca beni Cumartesi veya Pazar günü asabilirmişsiniz gibi görülüyor. Oysa az önce asma işini son gün olan Pazara bırakamayacağınızı kanıtladım. Demek ki Cuma günü asılmayınca gerçekten beni Cumartesi günü asacağınızı tahmin edebileceğim. Aynı düşünceyle beni Cuma günü de asamazsınız. Çünkü, Perşembe günü asılmayınca, Cuma günü asılacağımı önceden bileceğim. Çünkü Perşembe günü asılmazsam, Pazar ve Cumartesi günleri asamayacağınızı kanıtladığıma göre, geriye bir Cuma günü kalır. Benzer düşünceyle beni Perşembe, Çarşamba, Salı ve Pazartesi günleri de asamazsınız."

Gerçekten de bu düşünüş biçimi kusursuzdur. Mahkum gerçekten yedi gün boyunca hangi gün asılacağını bir gün önceden bilebilmek durumundadır. Asılmanın son güne bırakılamayacağını anlamak en kolaydır. Çünkü, doğal olarak asılma yedi gün içinde olacağına göre, o zaman mahkum altı gün içinde asılmayınca asma işinin yedinci günde olacağını anlayacaktır. Bu da yargıcın kuralına aykırı bir davranıştır. Ancak yedinci günü çıkardıktan sonra altıncı gün, bu kez yedinci gün durumuna geçmektedir. Yani mahkum ilk beş gün asılmayınca, "Nasıl olsa yedinci gün asamazlar" diyip asılma işinin altıncı gün olacağını önceden bilecektir.

Yedi günü iki güne indirgersek durumu daha iyi kavrayabiliriz. Yargıç mahkuma şöyle demiş olsun. "Seni bugün veya yarın asacağız. Fakat sana söz veriyorum. Asılacağını önceden bilmeyeceksin. Asılacağın günü bilirsen de asılmayacaksın." Bu konuşma Pazar günü olmuşsa, asma işi Pazartesi günü olabilir mi? Şüphesiz olamaz. Çünkü, Pazar günü asılmadığını gören mahkum, onu Pazartesi asacaklarını önceden tahmin edebilecektir. Demek ki onu Pazartesi günü asamazlar. Oysa o zaman asmak için yalnız Pazar günü kalmaktadır. Doğal olarak mahkum da bunu önceden bilebilecektir. Asılacağı günü bildiğine göre mahkum asılmayacaktır.

Buna değişik bir örnekle yine açıklayabiliriz. Öğretmen öğrencilerine, "Sizi Pazartesi, Salı, Çarşamba veya Perşembe günü yazılı yapacağım. Fakat ön koşulum şu. Ne gün yazılı yapacağımı önceden bilmeyeceksiniz. Yazılı yapacağım günü bilirseniz sizi yazılı yapmayacağım." Bu durumda öğretmen yazılı yapma işini Perşembe gününe bırakamaz. Çünkü, ilk üç gün yazılı olmazsanız doğal olarak geriye son Perşembe günü kalır. Bunu da önceden bilebilirsiniz. Öyleyse Perşembe günü yazılı yapılamaz. Bu nedenle Perşembe gününü sildik. Öğretmen Perşembe günü yazılı yapmıyor. Fakat Çarşamba günü de yazılı yapamaz. Çünkü, ilk iki gün yazılı olmayınca, son gün de devreden çıkarılmış olur. Geriye yazılı yapmak için yalnız Çarşamba günü kalır. Bu da olayın diğer bir yüzü. Bir bakıma siz önceden bilmeden bu dört günde yazılı sınavı olabilirsiniz. Ama diğer taraftan "Önceden bilmemek koşuluyla" denildiğinden, yazılı bu dört günün hiçbirinde yapılamaz.

Bu tür düşüncenin çarpıcı diğer bir örneğini verelim. Bir dostunuz size şöyle diyor: "Burada on tane kapalı kutu var. Siz görmeden bu kutuların yalnız birisinin içine son model bir mersedes arabanın altın bir anahtarını koyacağım. Sen bir numaralı kutunan başlayarak bu on kutunun kapaklarını açacaksın. Kapağı hemen açmadan önce "Bu kutuda anahtar var" dersen ve o kutudan gerçekten arabanın altın anahtarı çıkarsa sana altın anahtarla mercedesi vereceğim" diye söz verir.

Şimdi düşünelim. Bu koşullarda dostunuz anahtarı son onuncu kutaya saklamaya cesaret edebilir mi? Kesinlikle! Çünkü, ilk dokuz kutu boş çıkınca siz anahtarın onuncu kutuda olduğunu anlar ve bunu söyleyerek mercedesi alırsınız. Böylece onuncu kutuyu devreden çıkardık. Yani, anahtar onuncu kutuya konamaz. Peki, anahtar dokuzuncu kutuya konabilir mi? Asla! Çünkü, ilk sekiz kutu boş çıkınca ve onuncu kutuya koymak söz konusu olmayacağına göre siz anahtarın dokuzuncu kutuda olduğunu bilirsiniz. Benzer düşüncenin geriye doğru kaydırılmasıyla, anahtar bu on kutunun hiçbirine konamaz. Oysa on kutu içinden birinde anahtar bulma şansı onda bir gibi gelir bize. Gerçekten de bulma şansı onda birdir.

Burada yanılgı şudur: Dostunuz size "Bu on kutudan yalnız bir tanesini açmana izin vereceğim, orada altın anahtarı bulursan sana mercedesi de vereceğim" deseydi ödül alma şansınız onda bir olurdu. Oysa burada kutuları sırayla açıyorsunuz ve ilk kutular boş çıktıkça anahtarın yeri hakkındaki bilginizde bir artış oluyor. Böylece, anahtarı arama alanınız daralıyor.

Bu örneği de iki kutu olarak düşünürseniz daha iyi anlayabilirsiniz. Dostunuz anahtarı ikinci kutuya koyamaz. Çünkü, kutunun ilki boş çıkınca anahtarın ikinci kutuda olduğu hemen anlaşılır. Bu halde geriye tek yer kalır. O da birinci kutudur. İşin ilginç yanı dostunuz anahtarı oraya da koyamaz. Çünkü siz, "İkinci kutuda olamayacağına göre birinci kutudadır" dersiniz.

Anahtar yerine as, ikili, üçlü, . . . onlu içeren on iskambil kartının yüzleri kapalı sırayla yere atıldığını düşünelim. Hangi kartın onlu olduğunu yüzü kapalıyken bilen mercedesi alacak diyelim. Onlu hiçbir zaman onuncu kart olarak konamaz. İlk dokuz kartın onlu olmadığını gören, onuncu kartın onlu olduğunu anlar. Onlu, dokuzuncu kart da olamaz. Düşünce bu şekilde devam edip gider.

Asılan Adam Paradoksu çok güçlü bir mantığa dayanmaktadır. Bu nedenle yarım yüzyıldır matematik dergilerine konu olmaya devam etmektedir. Buradaki paradoks çok ilginçtir. Bir insan hangi gün asılacağını önceden bilemez diye öğrenmişizdir. Oysa bu paradoks bu olayın tersini kanıtlamaktadır. Tüm bunlara karşın hiç kimse bu paradokslara dayanarak on kutu ve anahtar kumarı oynayamaz veya oynamaya yanaşamaz. Çünkü, ilk altı kutu boş çıktıktan sonra anahtar hala yedinci, sekizinci, dokuzuncu veya onuncu kutulardan birinde olmak zorundadır. Paradoks bize "olamaz" demesine karşın olabilir. Bir bakıma kuramsal olarak doğru olan bu düşünce pratiğe uygulanamamaktadır. Yine de bu paradokslar matematiğin ve düşüncenin en güzel şiirlerindendir.

Yumurta mı tavuktan, tavuk mu yumurtadan çıkar? Buz mu sudan oluşur, su mu buzdan oluşur? Bu ve bunlar gibi daha çok sayıda paradokslar üretilebilir.

ANTİPHON (İ. Ö. 480 - 411)

Doğum ve ölüm tarihleri kesin olarak bilinmeyen Antiphon, İsa'dan önce beşinci yüzyılın sonlarında yaşamış matematikte ikinci bilgiç kişidir. Ünlü olduğu dönem İ. Ö. 420 yılları dolaylarındadır. Aslında bu isimde Yunanistan'da yaşayan birçok kişi vardır. Eflatun, Parmenid adlı eserinde bu düşünürden söz etmektedir. Burada sözünü edeceğimiz Antiphon, Xenophon'un Sokrates'le konuşturduğu bir bilgiçtir. Bu nedenle, doğum ve ölüm tarihleri kesin olarak bilinmeyen Antiphon'un İ. Ö. beşinci yüzyılda yaşamış olacağı sonucu çıkarılır. Bazı kaynaklar Antiphon'un İ. Ö. 480 yılında doğup İ. Ö. 411 yılında öldüğünü yazarlar. Ayrıca, Diogene Laerce de bu tarihleri yazmaktadır.

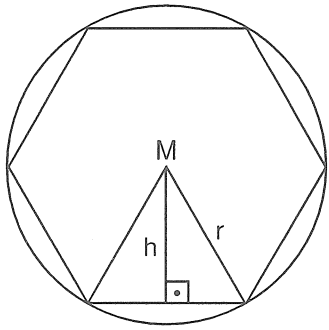
Antiphon'un gerçekte Uzlaşma ve Politika Hakkında başlıklı iki yapıtının olduğundan söz edilir. İkinci yapıtının söylevci olan Ramnuslu Antiphon'un olduğunu ileri sü-

renler de vardır. Bu son Antiphon, bir savunma yazarı ve politika adamıdır. Dörtyüzler hükümetinin kuruluş yılları olan İ. Ö. 412 ile 411 tarihleri arasında önsıralarda önemli görevler almıştır. Bu nedenle, bu iki Antiphon'u birbirlerinden ayırabilecek kesin bir kanıt yoktur. Burada sözünü ettiğimiz Antiphon bir söylevcidir. Aynı zamanda bir düş yorumcusudur. Kendisi aritmetik, geometri ve fizik profesörüdür. Ahlak ve politikaya ilişkin eserler de yazmıştır.

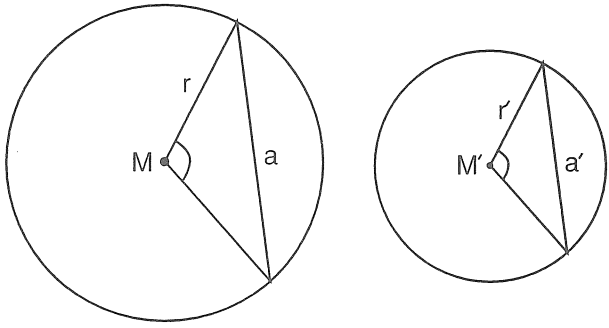
Gerek matematikte gerekse felsefede geniş bilgisi ve kültürü olan Antiphon, Sokrates'in çağdaşıdır. Yurduna ihanet suçuyla yargılanmış ve İ. Ö. 411 yılında baldıran zehiri içirilerek öldürülmüştür. Gerçek adlı kitabı iki kısma bölünmüştür. İkinci kitabından bazı parçalar zamanımıza kadar gelmiştir. Bunlarda, çok eski kuramları da hatırlatan bir doğa felsefesine bazı metafizik sorunlarıyla bilgi kuramına değindiğini anlatır. Onun bir de Teselli Sanatı adlı yapıtı vardır. Eskiçağda ilk kez yazılmış olan bu yapıt, sonraları birçok yazarda etkisini göstermiştir. Fakat, onun en önemli eseri, eskiler tarafından çok övülmüş olan Uzlaşma Hakkında başlığını taşıyanıdır. Bu eserde çok zengin düşünceler, parlak ve süslü bir yazım şeklinde anlatılmıştır. Bencillikten, karakter zayıflığından, kötülükten ve anarşiden nefret eder. Eğitimin önemini ve kendi kendine hakim olmayı över. Eğitim üzerine adlı bir yapıtı daha vardır. Doğal hukuk ile pozitif hukuk arasındaki karşıtlığı belirterek yalnız sanılara dayanan, insanlar tarafından konulmuş pozitif denen yasaların güçsüz olduğunu söyler. Buradan, insanların doğadan eşit oldukları sonucunu çıkarır. Yalnız Yunanlılar kendi aralarında değil, Yunanlılar ile Barbarlar da eşittir. Onun için, toplum içindeki sınıf ayrılıkları, ayrıcalıklar ve soyluluklar hep insanların kendi koymalarıdır. Oysa toplum insanoğlunun yararı için kurulmuştur. Bu nedenle, herkes ondan eşit olarak yararlanmalıdır.

Antiphon'un matematikte yaptıkları önemli bir yer tutar. Dairenin alanını bulmaya çalışan en eski birkaç eskiçağ yazarlarından biridir. Dairenin alanını, daire içine çizilmiş sonsuz sayıda kenarı olan düzgün çokgenlerin alanlarının toplamının bir limiti olarak düşünmüştür. Şüphesiz, burada kullandığımız limit sözcüğünü kullanmamıştır ama, bu hesaplamalarda limit kavramı kullanılmıştır. Bu kavramı Archimedes de kullanmıştır. Bu hesaplamalar için daireyi, dairenin merkezi tepeli ikiz kenarlı üçgenlerin alanlarının toplamlarının limiti veya dairenin kareleştirilmesi yöntemiyle bulmaya çalışmıştır. Onun bu yöntemi daha sonra dairenin kareleştirilmesi adıyla bilinen ünlü problemi doğurmuştur. Bu da, Heracleali Bryso'nun kullandığı yönteme benzer.

Şimdi çemberin uzunluğunu ve dairenin alanını veren formülleri bulalım. Bu yöntem oldukça eskidir. Bir çemberin çevresini yaklaşık olarak ölçmek istediğimizde, çemberin içine düzgün bir çokgen çizip bu çokgenin çevresini ölçmeyi düşünebiliriz. Çokgenin çevresini P, çemberin çevresini de Ç harfi ile gösterirsek, $P < Ç$ olur. Çokgenin kenar sayısı artarken çevresinin de artarak çemberin çevresine yaklaşmasını $P \rightarrow Ç$ biçiminde gösterelim. Buna matematiksel bir dille P sayısının limiti Ç sayısıdır denir.



Öyleyse, düşünce olarak bir çemberin çevresi, çember içine çizilen çokgenlerin kenar sayısı artarken, çokgenlerin çevrelerinin limitidir deriz. Buradaki temel önerme şöyledir. Çemberin çevresinin çapına bölümü her çember için aynı sayıdır. Tanım olarak bu sayıya pi deyip π işaretiyle göstereceğiz.



Şimdi, merkezleri M ve M′ olan r ve r′ yarıçaplı çemberleri düşünelim. Tepe açıları aynı ve bu açılar karşısındaki kenarları a ve a′ olan benzer üçgenleri çizelim. Çemberlerin çevreleri sırasıyla Ç ve Ç′ olsun. Her iki çember içine kenar sayıları aynı olan n kenarlı birer düzgün çokgen çizelim. Bu çokgenlerin yalnız birer kenarları ile bu kenarları taban alan ve tepeleri merkezlerde bulunan ikiz kenar üçgenleri düşünelim. K. K. K. benzerliği teoremine göre,

$$\frac{a}{r} = \frac{a'}{r'}$$

ya da buna eşdeğer olan

$$\frac{na}{2r} = \frac{na'}{2r'} \text{ ve } \frac{P}{2r} = \frac{P'}{2r'}$$

eşitliklerini yazabiliriz. Tanım gereğince, $P \to Ç$ ve $P' \to Ç'$ olduklarından,

$$\frac{P}{2r} = \frac{Ç}{2r} \quad \text{ve} \quad \frac{P'}{2r'} = \frac{Ç'}{2r'}$$

yazılır. Diğer yandan,

$$\frac{P}{2r} = \frac{P'}{2r'}$$

olduğundan bunların limitleri olan ifadeler de eşit olur. Böylece,

$$\frac{Ç}{2r} = \frac{Ç'}{2r'} = \text{sabit}$$

yazılır. Bu oran tüm çemberler için aynıdır ve adına da π sayısı denir. Öyleyse, çemberin uzunluğu $Ç = 2\pi r$ olur. Pi sayısı için eski çağlardan beri çalışmalar yapılmıştır. Hatta değerinin hesabı için bilgisayarlarla uğraşılmaktadır.

Şimdi r yarıçaplı bir daire ile bu daire üzerine çizilen n kenarlı düzgün bir çokgen düşünelim. Dairenin alanını A, çokgenin alanını A_n, çokgenin çevresini P ve ikiz kenar üçgenin yüksekliğini de h ile gösterelim. Buna göre çokgenin alanı

$$A_n = \frac{1}{2} Ph$$

olur. P, h ve A_n değerlerinin her biri n sayısına bağlı olarak değişir. Bir kere $A_n < A$ biçimindedir. n sayısı büyüdükçe A_n ile A sayısı arasındaki fark küçülür. n sayısı sonsuza giderse $A_n \to A$ olur. Dairenin alanının bulunması için temel düşüncemiz bu olacaktır. Öyleyse bir dairenin alanı, bu daireyi sınırlayan çemberin içine çizilen düzgün çokgenlerin alanlarının limitidir. Çember içine çizilen ikiz kenar üçgenin h yüksekliği hipotenüs olan r yarıçapından küçüktür. n sayısı sonsuza giderse $h \to r$ olur. $P \to Ç$ olduğunu da biliyoruz. Bu halde,

$$\frac{1}{2} Ph \to \frac{1}{2} rÇ$$

yazılır. $A_n = hP/2$ olduğundan, $A_n \to rÇ/2$ olur. Diğer yandan $A_n \to A$ olduğundan $A = rÇ/2$ sonucu elde edilir. $Ç = 2\pi r$ olduğu gözönüne alınırsa $A = \pi r^2$ formülü bulunur. Öyleyse, r yarıçaplı bir dairenin alanı πr^2 şeklindedir.

Şüphesiz, dairenin alanının bulunması problemi oldukça eskidir. Bu eskilik belki Babillilerden de öteye gider. Mısır'da da bu tür çalışmalar yapılmıştır. Bu konu üzerinde Yunanistan, Hint ve Çin'de uzun yıllar uğraşılmıştır. Her türlü övgüye değer olan bu çalışmaların ilk kopyalarının çoğu zamanla kaybolmuştur. Kulaktan aktarmalar ve söylenenlerle zamanımıza gelmesi sağlanmıştır.

İyi bir düşünür ve matematikçi olan Antiphon, dairenin kareleştirilmesi üzerine de çalışmıştır. Bu amaçla dairenin içine önce bir kare çizmiş, sonra bu karenin kenarlarının ikiye bölerek düzgün sekizgen şeklinde devam ederek düzgün 2^{n+1} kenarlı çokgenler elde etmiştir. Sonsuz kez bu bölme işlemi sürdürülünce elde edilen şeklin alanı dairenin alanına çok yanık olduğunu söylemiştir ama hiç bir zaman bu alan dairenin alanı olamamıştır. Buna karşın, Antiphon'un bu düşüncesi daha sonra sonsuz küçüklerin hesabını doğurmuştur.

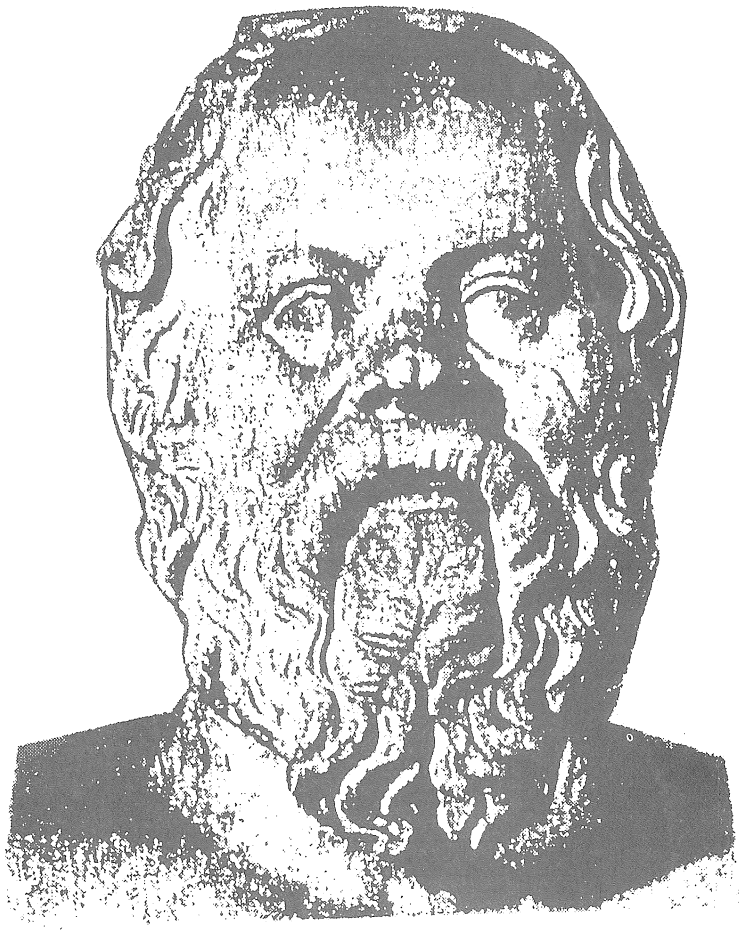
SOKRATES (İ. Ö. 470 - 399)

Sokrates kendine bir ev yapmıştı. Herkes bunun bir yanını kötüledi. Kimisi kalkıp kalesini eleştiriyor, kimisi de yerini beğenmiyordu. Evin içini gezenlerse, evini ve odalarının çok küçük olduğunu, bunlar dostlarını bile ağırlamaya yetmeyeceğin söylüyorlardı. Sokrates'in yanıtı oldukça ilginçti. "Bu ev ve odalar benim dostlarımı ağırlamaya yeter ve çok bile gelir. Çünkü, hakiki dost az bulunur gerçekte" diyordu. Sokrates bunları söylüyordu ama gerçekte çok sayıda dostu vardı.

Sokrates veya kısaca Sokrat, yetmiş yedinci Olimpiyat'ın dördüncü yılında, yani İ. Ö. 470 tarihinde Atina'da doğdu. Kendisi Yunan filozofudur. Babası heykeltraş Sophronisk'tir. Annesi Phenaret de tanınmış bir ebeydi. Sahip olduğu aile, o zamanlar Atina'da var olan göçebe Antiochidlere aitti. Babası, büyük Aristide'in oğlu Lysimak'ın arkadaşıdır. Ailesi fakir olmakla birlikte, o yüzyılda ilk öğretim, Atina'da hem parasız hem de zorunlu olduğu için Sokrates büyük bir özentiyle okutuldu. Damon ve Kunos'dan müzik, Cyrenalı Theodor'dan geometri öğrendi.

Sokrates, genç yaşta çağının tüm bilgilerini öğrendi. Kusursuz bir yurttaş oldu. Günlük olaylara göre değişmeyen bir kişiliği vardı. Çok cesur ve dayanıklıydı. Sırtında bir gömlek, başı açık ve ayakları çıplak dolaşırdı. Verdiği derslerden para almazdı. Yaşadığı sürece öğrendiklerini yaymaya çalıştı. Halkın toplandığı yerlere gider, özellikle gençlere düşünmelerini sağlamak için sorular sorardı. Öğretim yöntemi, karşılıklı konuşma biçimindeydi. Öğrencilerinden de sorular sormalarını isterdi. Gençlerin, önceden edindikleri yanlış bilgileri yıkmaya ve onun yerine kendi kendilerine edindikleri bilgileri koymaya çalışırdı. Kendisinin çok bilgili olduğunu söyleyenlere, "Ben yalnız bir şey bilirim. O da hiç bir şey bilmediğimdir" yanıtını verirdi.

Sokrates, Prodikus'un derslerini izlemiş ve Anaxagoras'ın doktrinini bu düşünürün eserlerinden okumuştur. Dilbilimi, jimnastik, şiir, astronomi ve matematiği, zamanındaki insanların bildiği kadar öğrenmişti. Bir taraftan da heykeltraşlık yaptı. Bu nedenle, Diogene Laerce'in anlattıklarına göre, Timon ona 'taş cilası" adını vermişti. Bu sanat, Sokrat Okulu'nda özel bir değeri olan sanat duygusunu ve güzellik zevkini yaratmıştır.



Sokrates (İ. Ö. 470 - 399).

Bununla birlikte bu sanat Sokrates'i kandıramamıştır. Öğrenme aşkı, onu döneminin en seçkin insanları ile tanışmaya sürükledi. Önce sofistlere karıştı. Parmenides ve Zenon'la görüştü. Öripides'le arkadaşlık etti. Bu şekilde çağının fizik hakkındaki bilgilerini de öğrendi. Fakat ne suyun, ne havanın, ne ateşin, ne de atomlardaki çarpışmanın ilk neden olabileceğini, ilk nedenin Tanrısal bir giz olduğunu ileri sürerek düşüncelerine büsbütün başka bir yön verdi. Eflatun, onun kuşkularına Anaxagoras'ın ruh kuramına son verdiğini, başlangıçta düşünmeli bir eleştiri ve bir düşünce aşılama evresinden başlayarak özünlü ve orjinal bir dalınç dönemine geçtiği ve daha sonra oluşu, tinsel şekiller ve temellerle açıklama derecesine yükseldiğini anlatır.

Bu dönemlerde Sokrates pek genç bulunuyordu. Tüm bu ilgiler ve hareketlere karşın Sokrates, Xenophon'un farkettiği gibi, kendi kendisinin bilimde, üstün bilgisi

ve yeteneği olan bir kimse oldu. Felsefi düşünceyi insana ve insan eylemlerine yönelten eski Yunan düşünürü, kendini bil ilkesini savunmasıyla anımsanır. Yazılı hiç bir yapıt bırakmamış, öğrencilerinin, özellikle Eflatun'un metinlerinde betimlenen kişiliğiyle tanınmış ve kendisinden sonraki felsefeyi derinden etkilemiştir. Eski Yunan felsefesi genel olarak Sokrates öncesi ve sonrası biçiminde iki döneme ayrılır.

Perikles döneminde yetişen Sokrates, soylu olmadığı gibi varlıklı da değildi. Yaşamının sonlarına doğru, karısı Ksanthippi ve üç oğluyla geçim zorluğu bile çekecekti. Geometri ve astronomi alanlarında derin bilgi edinmişti. Aristophanes'in İ. Ö. 423 yıllarında yazdığı Bulutlar adlı oyununda, bir sepetle göklerden inerken gösterilen Sokrates'in bu özelliği vurgulanmıştı. Eflatun da Phaidon adlı diyaloğunda bundan söz ediyordu. Sokrates gençliğinde, İ. Ö. 440 yılarında Sisam'da ve İ. Ö. 431 ile 404 yılları arasında Peloponnesos savaşlarının çeşitli çarpışmalarında dövüşerek dayaklılığı ve cesaretiyle de ün kazanmıştı. Kısa bir süre Atina'daki danışma meclisi Boule'ye üye olduysa da genellikle güncel siyasetle ilgilenmedi. Ama zaman zaman anayasa dışı bazı kararlara direndi. Otuz Tiran döneminde, Sokrates'le birlikte dört kişiden rakipleri Leon'u tutuklamalarını isteyen tiranların bu buyruğuna İ. Ö. 404 yıllarında açıkça karşı çıktı. Eflatun tarafından yazılan Sokrates'in Savunması adlı kitaba göre, daha sonra bu davranışıyla yaşamını gözden çıkardığını söyleyecekti.

İ. Ö. 403 yıllarında bir darbeyle yönetimi yeniden ele geçiren demokratlar, bir yoruma göre tiranlar arasında birçok öğrencisi bulunduğu için Sokrates'i suçlayarak mahkeme önüne çıkardılar. Sokrates'e yöneltilen dinsizlik suçlamasının başlıca nedeni, gençleri saptırmak ve devletin tanrılarını yok sayarak yeni tanrılar uydurmak biçimindeydi. Sokrates bu suçlamaları hafife alarak kabul etmedi. Suçlayıcıların başını çeken Anytos'u alaylı sorularıyla zor durumda bıraktı. Bir tür açığa vurma gibi de görülebilecek bir savunma yaptıktan sonra bir olasılıkla iki yüz yirmiye karşı iki yüz seksen oyla suçlu bulundu.

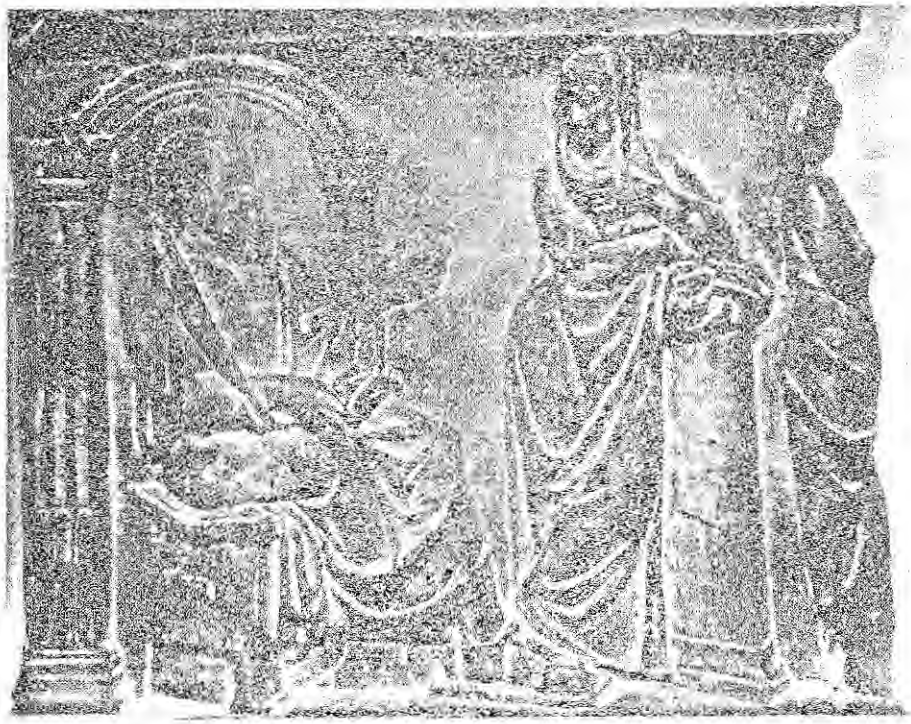
Sokrates, Xantip adında huysuz, kaba ve kocasını anlamaktan yoksun, terbiye ve bilgisi kıt bir kadınla evlenmiş ve bundan çocukları olmuştur. Eflatun, öğretmeninin ölümünü betimlerken bu kadını, çocuklarıyla birlikte Kritias'a çağırttığını ve onun teselli edilemeyecek kadar yüksek bir duygunluk gösterdiğini yazar.

Sokrates suçlu bulunduktan sonra yasal hakkı gereğince kendisine bir ceza önerme sırası gelince, aslında büyük bir hayır işlemiş sayılması gerektiğini öne sürerek devlete hizmet edenlerin bedava yemek yediği Pithaion'da karnının doyurulmasını önerdi. Sırf formaliteyi yerine getirmek için de para olarak kendisinin verebilecek ancak 1 minası olduğunu, ama dostlarının aralarında otuz mina daha topladıklarını söyledi. Bu tutumu Atina mahkemesinin üyelerini iyice öfkelendirdi ve daha büyük bir çoğunlukla ölüme mahkum edildi. Bunu izleyen son konuşmasında yalnızca beraat oyunu verenlere seslenerek onlardan, oğullarını, onurlu bir yaşam sürmezlerle, kendisinin herkesi uyardığı gibi uyarmalarını istedi. En ünlü deyişlerinden olan, "incelenmemiş bir yaşam insan için yaşamaya değmez" sözü de bu konuşmasında geçiyordu.

Sokrates.

Sokrates, Atina yasalarına göre yirmi dört saat içinde baldıran zehiri içerek ölmesi gerekirken, her yıl Delos'a gönderilen kutsal gemi dönmeden kimse idam edilemeyeceği için infaz bir ay gecikti. Bu süre içinde hapishanede her gün dostlarıyla her zamanki gibi konuşmayı sürdüren Sokrates, kendisini kaçırma önerisini, yasal bir mahkemenin kararına yanlış da olsa uymak gerektiği gerekçesiyle kabul etmedi. Sokrates'in son gününün ve baldıran zehirini içişinin öyküsü Eflatun'un Phaidon'unda kusursuz biçimde anlatılmıştır. Sokrates, bu kararın değiştirilmesi için hiç bir girişimde bulunmadı. Günü gelince, arkadaşları ve dostları yanında soğuk kanlılıkla ve cesaretle baldıran zehirini içti. Yetmiş bir yaşında bu koca dev öldü.

Sokrates, hiç seyahat etmemiştir. Yalnız Eflatun'un ifadesine göre, bir kez Korint boğazına kadar gitmiştir. Şehirden dışarıya çıkışı bile çoğu kez kendisine karşın olurdu. Atina kırlarına çıkışı sanki rastlantı ve kendi alışkanlıklarına karşı az görülen hareketlerdendi. Onun için her şey insandan başka bir şey değildi. Tüm yaşamını insanları ve kendini incelemekle geçirdiği için dış dünyaya karşı derin bir ilgi duyamıyordu. O, hayatını peygamber ve havarilerde görülen güçlü bir iman ve özveriyle geçirmişti. Yetiştiği dönemde, Atina her bakından alçalmıştı. Akın akın Atina'ya gelen köylüler, çalışmanın adiliğini, zevk ve eğlencenin adını öğreniyor, eski geleneklerinden uzaklaşmış olan halk, her çeşit ahlaksal bağları kırmış, bir tür sosyal anarşi içinde yaşıyorlardı. Aristphan, güldürücü şiirlerinde Tanrılar'la alay ediyor, örneğin, Kuşlar adlı eserinde Baküs'ü bir geveze ve Plutus adlı kitabında ise Merkür'ü imansız ve aç gözlü bir obur olarak betimliyordu. Siyasal hayatta da eski dayanıklılık kalmamış, sofistlerin şarlatanlıkları, çıkarcı ant düşünceleri, halkın ve gençliğin doğru bir yolda ilerleyebilmesine engel oluyordu. Bütün bu durumlar karşısında ciddî bir üzüntü duyan Sokrates, kendisinde bir üstat otoritesinin geliştiğini hissettiği gün, Delphi tapınağının kahininden, Atina'da en bilge olan birinin var olup olmadığını sorduğu zaman, tanrıların buna olumsuz yanıt verdiklerini öğrendi. Bundan sonra Sokrates, kendisini Apollon'un emri altında saydı. Bu karışıklığın nedenini aramak görevini üzerine aldı.



Sokrates ve Eros'un lahit kabartması (Louvre Müzesi, Paris).

Bu karşılığın nedenini aramak ödevi onun sonunu hazırladı. O, kendisinde hiç bir tür bilgelik hissetmiyordu. Bu nedenden bilge denilen insanlar kim olurlarsa olsunlar onları incelemeye koyuldu. Bu araştırmadan sonra onlardan daha üstün olduğunu öğrendi. Bunun birlcik kanıtı, kendisinin diğerlerinden farklı olarak bilgisizliğini kabul etmiş olmasıdır. O, başkalarında da bu eleştirmci düşünceyi geliştirmeye çalıştı. İnsan ruhu, düşünmeden kabul edilmiş olan birtakım dağınık ve adi düşüncelerden ancak bu şekilde kurtulabilirdi. Ona göre kendini oluşturmak için önce kendini bilmek gerekti. Sokrates, bu amacı anlatabilmek için, kendi ruhuna özen göstermek sözünü kullanıyordu.

Eflatun ve Aristo.

Sokrates, resmi işlerle uğraşmamış, çoğu kez eski fizolofların bu tür işlerden uzaklaşmayı öneren özdeyişlerini yineleyip durmuştur. O, insanları iyileştirmeyi üzerine almış bir adamın bir süre yaşamak istiyorsa, devlet işlerinden tümüyle uzaklaşması gerektiğine inanmıştı. Bununla birlikte Sokrates askerlik yapmış, Alcibiades'i Potide savaşında, Xenophon'u Delium'da ölümden kurtarmıştı. Potide'deyken en şiddetli bir kış mevsiminde, hiç kimsenin sokağa çıkmadığı, veya hiç olmazsa en ısıtan şeyler giyip ayaklarını koyun derileriyle sararak gezebildikleri bir zamanda o, yine büyük ve bol mantosuyla yalın ayak buzlar üzerinde dolaşırdı. Askerler onu, kendilerine cesaret vermek için böyle yapıyor sanarak sinirlenirlerdi. Alcibiades, "O, Delium'da sanki Atina sokaklarındaymış gibi rahatlık içinde gezer ve düşmanlarına çekinmeksizin bakardı" diye yazar.

Eflatun.

Sokrates, askerlik yaparken meydana gelen savaşlara kahramanca katıldı, savaşta aynı soğuk kanlılığını korudu ve özellikle o zamanlar bozulmuş olan askerlik yaşamının her türlü eğlence, zevk ve rezilliğine kayıtsız ve sorunsuz kaldı. Beşyüzler Senatosu'nu kuşatmaya çağrılmış, Prytane Komisyonu'na üye olmuş ve Meclis, Arginus adalarının başkaldıran generallerini, ölülerini gömdürmüş olmakla suçlandırarak idama mahkum etmişken, halkın arzusuna ve bu karara karşın haksız olan bu kararın oya konulmasına yalnız başına İ. Ö. 406 yılında karşı çıkmıştı.

Sokrates'in kişiliğinin İlkçağ yazarları arasında en çok dikkat çeken yanı mistik tutumuydu. Sık sık kendinden geçerek saatlerce hiç kıpırdamadan dururdu. İçinde küçük bir cin bulunduğunu, yanlış bir davranışa yeltendiği zaman onun kendisini uyardığını söylerdi. Klasik filoloji ve felsefe tarihinin en önemli sorunlarından biri, Eflatun'un yapıtları içinden Sokrates'in görüşlerini ayıklayabilmek olmuştur. Araştırmacıların ulaştığı sonuçlara göre Sokrates'in düşüncesinin temelinde, bütün evrenin düzenli bir bütün olduğu görüşü yatıyordu. Ama bu bütün, dolaysızca karşımızda duran bir şey değildi. Onu kavrayabilmek için çaba gerekiyordu. Hiç bir şeyi enine boyuna incelemeden kabul etmemek ilkesini benimsemişti. Sokrates'e göre, kötülüğün kaynağının yanlış bilgiyle ya da bilgisizlikten gelmiş olmasıdır. Ona göre, hiç bir kimse bilerek kötü olamazdı. İnsanların ahlak ölçüleri dışına çıkmaları temelde yanlış bilgilenmenin sonucuydu. Doğruları öğrenen her insan ister istemez iyi olacaktı. Onun dialektik sorgulama yöntemi de bu amaca yönelikti. Bu amaçla Atina sokaklarında dolaşan Sokrates insanları aydınlatmaya çalıştı.

Oligarşi yönetimindeyken de aynı cesaret ve tarafsızlığını koruduğu gibi, yaptığı tartışmalarda Atina Demokrasisinin büyük kurucularından olan Themistokles ve Perikles'i yurttaşlarına erdem aşkını aşılamamakla suçladı. Sürekli bir egemenlik ancak erdemle mümkün olabileceğini ileri sürerek döneminin tüm kötülüklerini sergileyip eleştirmekten çekinmedi. O, Atina'nın en bilge olana güven duymasını istiyordu. Otuz tiranın önünde herkes titreyip dururken Sokrates, Salamisli Leon adlı suçsuz bir adamın tutuklanıp idamını isteyen Kritias'ın emrini kabul etmedi.

Demokratlar yönetim başına gelince, bunlar Sokrates'in Otuz Tiran yönetimindeki yüksek kişiliğini unuttular. Yalnız, onun kendi aralarından bazılarıyla olan ilişkisini, demokrasinin eşitlik ve kura ile olan seçme sisteminin o zamanki şekilleri aleyhinde yaptığı eleştirileri anımsadılar. Özet olarak o, adaleti ve gerçeği tüm yönetimlere, halk ve kötülere karşı savunmaktan hiç çekinmedi. Siyasal yaşamın oyunlarını bilmeyen Sokrates'in hayatında ne okulu, ne de kitabı vardır. Nerede bir kalabalık görürse oraya sokulur, onlarla konuşmaya başlardı. O, insanları seviyor, insanları arıyor, herkesle her konuda konuşuyordu. Tüm konuşmalarına ahlaksal bir yön veriyordu. Dargınları barıştırmak, büyüklerin sözlerini dinlemeyenleri saygıya ve söz dinlemeye çağırmak, fakir insanlara servet ve çalışma kaynakları göstermek, onun sürekli işlerinden sayılırdı.

Eflatun geometri dersi verirken, Napoli Milli Müzesi, İtalya.

Çeşitli kaynaklardan aktarılan bilgilere göre, Sokrates'in temel yöntemi, konuştuğu kişilerin çeşitli konulardaki belirginleşmiş ya da kalıplaşmış görüşlerini çürüterek onları bu konular üzerine yeniden düşünmeye yöneltmekti. Kendisinin aslında hiç bir şey bilmediğini söyleyen Sokrates, başka kişilerle söyleşilerinde, onların ulaştığı sonuçların kendilerine ait olduğunu, kendisinin yalnızca annesi gibi ebelik yaparak doğruyu doğurttuğunu söylerdi. Genel tutumunu da şu öyküyle açıklıyordu. Delphoi'deki Apollon Tapınağı'nın medyumu Phytia bir gün bir soru üzerine, Tanrı Apollon'un ağzından "en bilge insanın Sokrates olduğunu" bildirmişti. Sokrates buna çok şaşırmıştı. Çünkü kendisinin hiç de bilge olmadığını biliyordu. Bunun üzerine tanrının yalanını çıkarmak için kendisinden daha bilge bir insan aramaya başlamıştı. Bütün soruşturmalarının nedeni buydu. Ama zamanla konuştuğu herkesin, bildiklerini sandıkları halde bilmedikleri şeyler bulunduğunu görmüştü. Oysa kendisi de herkes gibi hiç bir şey bilmemekle birlikte, onlardan farklı olarak hiç bir şey bilmediğini biliyordu. Bu nedenle en bilge insan olduğunu kabul etmişti. Sokrates bir başka açıklamasında da Atina'yı büyük ve soylu bir ata, kendisini de at uyuyakalmasın diye onu ısıran bir atsineğine benzetiyordu.

Parhasium'la resim, Kliton'la heykel, Aspasia ile güzel söz söyleme hakkında tartışmalar yapar, hatta Theodora adını taşıyan, döneminin ünlü bir yolsuz kadınına haz vermek ve haz almak sanatını öğretmekten çekinmezdi. Onun her zaman zeki

ve meraklı gençler kuşatırdı. O da büyük bir aşk ve heyecanla onlara yeni bir ahlak ve yeni bir din aşılamaya uğraşırdı. Ona göre, adalet ve acımanın temeli, büyüklerine saygı ve söz dinleme olduğu için annesinin pek büyük ve haksız saldırılarına uğrayan kendi büyük oğlu Lamprokles'e, bu düşünceleri aşılamaya çalıştı.

Sokrates, aşktan çok söz etmiş, bir Yunanlı artist gibi organsal güzelliklere karşı da duyarlık göstermişse de, ahlaksal güzelliği her şeyden üstün tutmuş ve kendisini saran seçkin gençlere üstün bir duygusallıkla bağlamıştı. Eflatun, "derslerindeki yüksek başarıyı, duyduğu bu duygudaşlığa borçludur" diyordu.

İnsanlık tarihinde bu denli metin ve orijinal bir kişilik yoktur denilebilir. Atina'nın, özellikle o dönemde pek fazla incelmiş olan kibar ve zarif hayatı içinde o, sanki doğa ve ilkelliğe dönmek isteyen bir adam manzarasını gösteriyordu. Genel olarak bir büyük manto giyer, yaz ve kış Atina sokaklarında yalın ayak gezerdi. Sabır ve azla yetinen ve eşi bulunmaz bir iradeye, dayanıklılık ve cesarette görülmemiş bir güce sahipti. Sabaha kadar kadeh çarpıştırılan büyük şölenlerde şarabın etkisiyle konuklar uyukladığı zaman o, bir kenara çekilir, Güneş çıkıncaya kadar düşünürdü. Hiç bir çalışma ve yorgunluk, onun gürbüz vücudunu sarsmazdı.

Eflatun, öğretmeninin Atina'yı ahlak ve zihin bakımından yüceltmek için askersel görevleri, gerekli söylevcilikleri, hatta evinin işlerini bile ihmal ettiğini anlatır. Atina'yı düşündürmek ve düzeltmek görevini Tanrı'dan aldığını sanan Sokrates, ancak otuz yaşını geçtikten sonra bu sitenin sokaklarında görünmeye başladı. Bir büyük kardeş gibi yurttaşlarına, hatta yabancılara sokulduğu, onlarla gevezelik ve iyilik hakkında tartışmalara giriştiği görüldü. Politikacıları, ozanları, sanatkarları ziyaret ediyor, onlarla gerçek erdemi uyandırmaya çalışıyor, girdiği dükkanlarda, aklın evi olan ruhun bedenden sonsuz bir şekilde yüce olduğunu tanıtlamak için usunmadan bıkmadan açıklamalarda bulunuyordu.

Sokrates, felsefe tarihinde kişiliğiyle en çok etkili olmuş bir filozoftur. Sokrates'in yaklaşımındaki "ironi" üzerinde ayrıntılarıyla duran Søren Kierkegaard, bir insanın kişiliği ile düşünceleri arasındaki uyuma onu örnek gösterir. Kierkegaard'a göre Sokrates'teki "ironi", kendi kişiliğini ona yabancı dünya karşısında sağlam tutmanın bir yoludur. Buna karşılık, Nietzsche, Sokrates'i yaşamın zenginliklerine ihanet etmekle suçlar ve anlamsız olanın sözcüsü sayar. Nietzsche'ye göre Sokrates ölümünü kendisi istemiş ve bunu bir kurtuluş saymıştır. Karl R. Popper, Sokrates'in, İlkçağ'ın kapalı toplumundan çıkışta açık toplum, özgürlük gibi düşünceleri ilk kez geliştiren bir düşünür olduğunu savunur. Popper'a göre öğretmeni ile karşılaştırıldığında bir reaksiyoner olan Eflatun kapalı topluma geri dönme özlemini temsil eder. Sokrates'in demokrasi düşüncesiyle ilişkisi son yıllarda felsefe çevrelerinde yoğun olarak tartışılır.

Ağır başlı, kaba yapılı ve ustaca konuşmasını bilen Sokrates, tüm sofistlerle başa çıkabiliyordu. Gençleri etkileyebilecek olan her çeşit güzel ve nezaket oyunlarını

pek güzel deneyip uygulayabiliyordu. O, hem bir diyalektikçi, hem de bir alaycıydı. Bir evliya gibi, bir Peygamber gibi mistik bir ruha da sahipti. "Bildiğim küçük bir bilim vardır. O da aşk bilmidir" diyordu. Kendi içinde her zaman Tanrı'nın sesini işittiğini sanan bu büyük adamın konuşurken sesinin tonuna ve mantığının gücüne dayanılmazdı.

Sokrates pek çirkindi. Yassı alınlı, basık burunlu, her tarafı görebilen öküz bakışlı gözleri vardı. Onu sevenler bile, kendisini kutsal bir maymuna benzetirlerdi. Eflatun, Şölen adlı eserinde, "Sokrates, heykeltraşın atölyesinde sergilenen kutsal maymunlara benzer. İçini açacak olursanız, kendisinde tanrılıkların hapsedilmiş olduğunu görürsünüz" diye yazar. Bu çirkin zarfın içinde, en parlak ve saf güzellik gizlidir.

Geleneklere göre Sokrates, çok fena yönelişlerle doğmuştur. Döneminin ünlü fizyonomi bilginlerinden Zophys, bir gün ona, gençlerle konuşurken rastlamış. Yüzündeki çirkin çizgileri inceledikten sonra Sokrates'in çok çirkin taraflarının bulunduğunu ilan etmiştir. Öğrencileri, bu garip tanıtıya gülünce Sokrates, onları susturmuş, Zophys'in doğru söylediğini, kendi doğuştan sahip olduğu kötü tutkulları, iradesiyle yendiğini kabul etmiştir.

Düşmanı olan Aristophan, onunla alay için, kendisinin bir okulu bulunduğunu ve oradan nasıl para aldığını, nasıl para verdiğini anlatırsa da, bunlar tümüyle kasıtlı ve asılsız bir söylentidir. Onun ne özel bir okulu vardı, ne de verdiği derslerden para alırdı. Çoğu kez gençlere rastladığı Palestr'i ziyaret etmediği zaman, Lyce jimnasiumunun bulunduğu yeri yeğlerdi. Yorulmak bilmeden sorar, karşısındakileri, bir gerçeği arama işinde birlikte çalıştırır, gerektiğinde uzun söylevler verir, ozanların metinlerini açıklar, okuma biçiminde okur ve okuturdu. O, bir üstat değildi ve üstat olmayı da istememişti. Filozof deyimini kendini beğenmiş sofistlere karşı bilgeliği seven anlamında olmak üzere alçak gönüllülükle kabul etmiş, kendisine çok candan bağlı bir ortam yaratmıştı.

Kendisiyle her zaman dolaşmayanlar bile, uzaktan onun ilkelerine bağlı bulunurlardı. Onu dinleyenler arasında çeşit çeşit yönelişlere sahip olan insanlar vardı. Kendi mesleğine bağlı olanlar arasında, Öklides, Antisthenes, Aristip, Phedon, Eflatun, Eschin . . . gibi tanınmış kimseler vardı. Onun meclisine böyle tamamıyla gelişmiş olanlardan başka, diğer bazı filozoflara bağlı olanlarla, giysi, servet ya da ün peşinde koşan insanlar da devam ederdi. Sokrates, ülküsüne o denli bağlıydı ki, çevresinde uyandırdığı tepkileri görmüyor ve görmek istemiyordu. Ona, önce sofistler düşman oldular. Ozanlar, kendisini ne yaptığını bilmemekle suçladılar. Politika adamları ona, Atina'nın bozulmasına çalışmak suçunu sürdüler. Halk ise, bu büyük adamın savunduğu düşünceleri anlayacak seviye ve ruhta değildi. Aristophan, hem halkı eğlendirmek, hem de kendisiyle alay etmek için onu, Bulutlar adlı eserine koydu. Sokrates'in düşünceleri bazı heykel satıcılarının çıkarlarına da uygun gelmiyordu. Çünkü o, soyut bir tanrıya inanıyordu.

Özet olarak, Sokrates'i düşmanları, dinsizlikle, gençlerin ahlakını bozmakla, Atina tanrılarını yadsımak, yerine yeni tanrılar getirmekle, sonunda Atina'nın tüm geleneksel

kurumlarına düşman olmakla suçlandırdılar. Hatta, Voltaire'in deyimiyle, "bir tanrıdan başka tanrı yoktur!" diyen bu büyük adamın bir tanrı tanımaz olduğunu ileri sürerek kendisini kura ile seçilen 500 bilgisiz üyesi olup, adına Heliast denilen mahkemeye verdiler. Bu suçlamaları yapan düşmanları arasında şu üçü özellikle, kendisinin idamında önemli rol oynadılar. Bunlar, ozan olan Melitus, iyi bir söylevci olan Lycon ve zengin bir derici olan Anytus'tur. Bunlar, onu idam ettirmekle, demokrasiyi ve halk inançlarını kuvvetlendireceklerini tasarlamışlardı. Eflatun, Apoloji, Kriton ve Phedon adlı üç eserinde, onun kendisini nasıl savunduğunu, yurdunun yasalarına saygılı olmak için kaçmayı ve kaçırılmayı kabul etmediğni ve ölümüne kadar hapishanede geçen yaşamının inceliklerini betimler. Sokrates, kaçabilecek veya kaçırılabilecek durumda olduğu halde bunu kendi kendine bir çelişki ve ülkesinin yasalarına ters düşeceği için kabul etmemiştir. Bu da onun ne kadar büyük bir erdem sahibi olduğunu gösterir.

Sokrates, kendisini kaçırmak isteyen Kriton'a düşünde, tanrılığın kendi ölümünün ne şekilde olacağı hakkında bilgi verdiğini ve bu önceden yazılan yazgıdan kaçamayacağını ve bir yetmiş bir yıl daha yaşayamayacak olan ihtiyar Sokrates'in gençlere, yurdunun yasalarına karşı gelmiş bir hain ve ahlaksız izlenimini bırakmak istemediğini anlatır. Sokrates, kendisini savunurken de, özgür hareketleri sırasında yaptığı sert ve kaba, halkın anlayabileceği örnek ve karşılaştırmalarla dolu, hatta alaycı ve şakacı konuşmasını bırakmamış, bu tehlikeli zamanlarda bile çocukluğundan beri içinden duyduğu Tanrısal sesin kulağına koyduğu sözleri tekrarlamaktan çekinmemiştir. Ona, zamanının geleneklerine göre, kendi cezasını yine kendisinin saptaması önerildiğinde, Sokrates: "Bana yaraşan şey mi? Fakat bu, bir ödülden başka bir şey olamaz. Size iyilik yapan ve sizin mutluluğunuzu sağlamaya çalışmak için bir konuta gereksinimi olan bu yoksul adama yaraşır olduğu şey, sadece bir ödüldür. Ben ölünceye dek, Prytane'de devlet hesabına beslenmemi isterim!"

Bu heybetli anlatım karşısında şaşıran ve kızan hakimler, küçük bir çoğunlukla onu ölüme çarptırdılar. Fakat onun ölümden de korkusu yoktu. Çünkü, mahkemede:

"Eğer siz bana, araştırmalarımdan ve felsefe yapmaktan vazgeçmek koşuluyla, Anytus'ün düşüncelerine katılmayacağız, seni berat ettireceğiz, fakat bu koşulun tersini yaparsan öldüreceğiz, demiş olsaydınız, size çekinmeden derdim ki: Ey Atinalılar, sizi seviyor, size karşı saygı duyuyorum. Bende bir tek nefes kalıncaya dek ve bir tek nefes alacak gücüm bulundukça felsefe yapmaktan vazgeçmeyeceğim. Size her zaman iyilik ve öğütler vermek için gelecek, her gün kullandığım dille, dostum, sen Atinalısın, sen kudret ve ünde en büyüksün ve bu şehirdensin..." şeklide uzun savunmasını yapar. Bu savunma oldukça etkili ve gerekçelidir.

Sokrates, sahte ve yalancı bir ülkücü değildi. O, ulusuna karşı yapmakla görevli olduğu işi o denli açıkça biliyor ve ona o denli ciddiyetle inanıyor ki, sonunda kendi imanının bu gücüne Tanrısal bir kaynak arıyordu. O, bu görevi Tanrı'dan aldığını sanıyordu. Bu nedenle bu yola baş koymuştu. Onun bu tanrısına, "Sokrates'in şeytanı"

adı verilir. O, bunun sesini işitmiş, en dar zamanlarında bile bu sesin ilham ettiği düşüncelerle, her çeşit zorlukları çözmeyi başarmıştı. Kendisini kaçırmak isteyenlere: "Bırakınız, Tanrı bizi nereye yöneltiyorsa oraya gidelim, korkmayalım!" demişti. Tüm üstün zekalılarda ve peygamberlerde görülen bu sarsılmaz enerji ve ülküler, hep ilhamlarını Sokrates'in tattığı kaynaktan almışlardır.

Sokrates, çoluk çocuğunu çağırarak sakin ve ciddiyetle onlara esenlikler diledi. Çevresindekilere ruhun ölmezliğine ilişkin bir konuşma yaptıktan sonra, zehir çanağını bir dikişte içti. Etrafında ağlayanlara: "İnsan tatlılıkla ölmelidir. Ağlamayınız!" Kriton'a, belki de Yunan tanrılarına bir saldırı olarak, belki de kendini yaşamın acılarından kurtardıkları için, Hekimlik tanrısı "Esküllap'a bir horoz adamıştım, bu borcu ödemeyi unutma!" demişti.

Böylece, çağının bilgisizlik ve ahlaksızlığına kurban giden Sokrates için, Xenophan, son satır olarak: "Tüm insanların en bilgesi, en doğrusu işte böyle öldü" demektedir. Tarih de İ. Ö. 399 yılını göstermektedir.

Sokrates hiç bir eser yazmamıştır. Düşüncelerini öğrencilerinin eserlerinden anlıyoruz. Eflatun, diyaloglarında kendi düşüncelerini, çok hayran olduğu öğretmeninin ağzından söylemiştir. Yalnız, Xenophan, Memorables, Apologie ve Banquet adlı kendi eserlerinde, Sokrates'in düşüncelerini daha doğru olarak iletir. Aristo ise ondan ancak dolaylı olarak söz eder.

Düşündüklerine ve inandıkları düşüncelere uygun bir şekilde yaşamış olan eski Yunan filozofları, her şeyi öğrenmek istiylorlardı. Evreni ve evrenin kaynaklarını, yapısını açıklamaya çalışıyorlardı. Yani, felsefeyi tümünü içine alan evrensel bir bilim sayıyorlardı. Sokrates ise, insanın eşya ile uğraşacak yerde, kendisiyle uğraşmasını istiyordu. Yani, Çiçeron'un deyimi ile, felsefeyi gökten yere indiriyordu. Çok sevdiği gençliğe, kuramsal olmaktan çok, pratik ahlak öğütlerinde bulunuyordu. Onun amacı Atina'nın geleceğini kurtarmaktı. O, bu işin, yurdunda ahlaksal ve dinsel bir yenilik yapmak süretiyle sağlanabileceğini sanıyordu. Böylece, Yunanistan'ın, erdem kazanacağını, erdemin ise, kuvvet ve büyüklük yaratacağını ileri sürüyor ve buna inanıyordu. O, hiç bir zaman kuşkucu ve hatta dogmacı değildi. Sokrates, Pisagor'dan sonra gelen ülkü adamlarının, bilim ve din kahramanlarının örnek tuttukları en büyük şehitlerden biridir.

Sokrates'in kişiliğini açıklamak yönünden Diogene Laerce'in vermiş olduğu şu notları iletmekte yarar vardır. Sokrates, Öripides ile birlikte çalışmış ve Eflatun'un Phedon diyaloğunda anlatıldığına göre, Protagoras'ın kitaplarını okumuş, fizikçi Archelaus'un derslerini izlemiştir. Diogene Laerce, onun önce köle olduğunu, sonra taş yontucusu olarak Aropol'daki giyinmiş Latifleri onun yaratmış olduğunu anlatırsa da, bunun başka bir Sokrates'e ait olduğu sanılmaktadır. Güzel söz söylemede usta olan Sokrates'in, söylev sanatını okutmasını otuzlar yasaklamıştır. Yaşama sanatı hakkında ilk kez söylev veren Sokrates'miş. Diogene Laerce, Aristoxen'den aktararak, onun ticaretle ve

vurgunculukla da uğraştığın, kumar oynadığını, çok para kazandığını ve bunu çok çabuk harcadığını anlatır. Fakat, Kriton, onun ruhsal değerlerinden hoşlanarak eğitimine hizmet etmek için kendisini atölyesine almış ve Sokrates, evreni incelemenin hiç bir yararı olmayacağını anlayınca, fizikten vazgeçerek ahlakı incelemeye koyulmuştur.

Sokrates çok heyecanlı konuşur, düşündüklerini, yumruklarını ileriye uzatarak ve kendi saçlarını yolarak anlatır ve çevresindekilerin gülmelerine aldırmazmış. Birisi, bir gün kendisine bir tekme atmış. Kızmadığını görenler, bunun nedenini sorunca, "Beni tekmeleyen bir eşekse, onun hakkında bir dava mı açmalıyım?" demiştir. Bir gün Öripides, kendisine okusun diye, Heraklit'in eserlerini vermiş. Sonra bunlar hakkında ne düşündüğünü sormuş. Sokrates de, "Bu eserden anladığım şeyler bana dahice görünmektedir. Geriye kalan anlayamadığım kısımların da öyle olduğunu sanıyorum. Fakat ben yorulmak için Delos'un iyi bir yüzücüsüne gereksinimim var" demiştir.

Alçak gönüllü ve ağırbaşlı olan Sokrates'e bir gün Alcibiades, bir ev yapması için büyük bir arazi vermiş. Sokrates ona, "ayakkabılara gereksinimim olsaydı, sen de bana bunları kendim yapmam için deri vermiş olsaydın ve ben de bunu kabul etmiş olsaydım gülünç olmaz mıydım sanırsınız?" demiştir. O, hemen her zaman satılmakta olan şeyleri gördükçe, kendi kendine "ne kadar da çok gereksinimim olmayan şeyler!" der ve durmadan şu dizeyi tekrarlarmış: "Süsler, gümüş ve sırmalar, yaşama değil, tiyatroya hizmet ederler!".

Sokrates'in iki karısı varmış. Biri Xantip'tir. Bu karısından Lamprokles adındaki oğlu dünyaya gelmiş, diğeri de Myrto'dur. Bu karısı ile çeyizsiz evlenmiş ve ondan Sophronisk ile Menexen adında iki oğul olmuştur. Sokrates, alay edenlerden hiç hoşlanmazdı. Elindekilerle övünür, kimseden para istemezdi. Aristophan, Bulutlar adlı oyundaki bir dizede, onun hakkında "Müthiş adam!" ... Açlıktan ölürken bile dalkavukluk yapamaz!" diye söz eder. Sokrates, giyimine ve temizliğine dikkat etmezmiş. Fakat bir zafer gününü kutlamak için hazırlanan şölene, yıkanmış ve sandallarını giymiş olarak geldiğini şaşkınlıkla görenlere, "Bunun nedeni, demiş, akşam yemeğini Agaton'un evinde yiyeceğim için kendimi güzelleştirdim. Çünkü bir güzel adamın evine giderken güzelleşmek gerekir." Onun için tek hayır, bilgi, tek kötü şey bilgisizlikti. Zenginlik ve soyluluk da bir onur değil, bir kötülüktü.

Bir köle olan Phedon'un kötü yerlerde dolaştığını anlayınca, onu sahibi ve efendisi olan Kriton'dan satın alarak filozof yapmıştır. Sokrates, ileri bir yaştayken lir çalmasını öğrenmiş ve insanın bilmediğini öğrenmesinin çok doğal olduğunu söylemiştir. Çok kez sağlığı için yararlıdır diyerek sık sık dans eden Sokrates, bir gün, Öripides'in Oges adlı onuyu oynarken, sahnede erdemden söz eden sanatçı, "en iyisi, onu terk etmektir" deyince Sokrates, "İnsan kaybolan bir kölesini aramak için bir hayli eziyet çekerken erdemin böyle öldürülmesi gülünçtür." diyerek tiyartrodan hemen ayrılmıştır.

Sokrates, gençlere sık sık aynaya bakmalarını öğütlerdi. "Eğer güzelseniz, gü-

zelliğinize yakışır bir şey olmaya çalışınız. Eğer çirkinseniz, bilginizle çirkinliğinizi unutturunuz" derdi. Bir gün evine zengin adamları davet etmiş. Yemek için hazırlığı olmayan karısı Xantip şaşırıp kalmış. Bunun üzerine Sokrates, "Boşuna şaşırma, onlar elindekilerle yetinenlerse memnuniyetle sofraya oturacaklardır. Kötü insanlarsa üzülmeye gerek yoktur. Çünkü zahmete değmez" demiştir. "Herkes yemek için yaşıyor, bense yaşak için yiyorum" diyen Sokrates'e baş vuran Echin, "Ben fakirim, hiç bir şeyim yok. Size kendi kendimi veriyorum" deyince, büyük düşünür: "Bunun bana verdiğin sunakların en büyüğü olduğunu hissetmiyor musun?" demiş. Ölüme çarptığıldığı zaman karısı, "Haksız yere mahkum edilmiş olduğundan" ağlayarak şikayet edince, Sokrates, "Haklı olarak mahkum edilmemi mi istiyordun? demiştir.

Baldıran zehirini içeceği zaman Apollondor, filozofa giyinmesi için bir güzel manto hediye etmek ister. Sokrates, "Yaşadığım zaman, eski mantom iyiydi. Ölürken de o daha uygun değil mi?" diyerek mantoyu kabul etmemiştir. Güldürü yazarlarının kendisini eleştirip sergilemelerinin gerekli olduğunu kabul eder. "Eğer onlar, gerçekten bende olan kusurlardan söz ediyorlarsa, beni düzeltiyorlar demektir. Değilse bana ne?" demiş. Bir gün karısı Xantip, ona kızarak, üzerine bir kova su dökünce, "Ben daha önce bu kadar gök gürültüsünden sonra yağmur yağar, dememiş miydim?" diyen Sokrates, Alcibiades, bu kadının çekilmez bir yaratık olduğunu söyleyince, filozof: "Ben ona, kazların bağırışmalarını dinliyormuşum gibi alıştım. Sen de kazların yaygaralarına dayanamıyor musun?" deyince Alcibiades, "Evet ama, kazlarım bana yumurta ve palazlar veriyor. Bunun için katlanıyorum" karşılığını vermiş. Bunun üzerine Sokrates, "Benimki de öyle. Karım da bana çocuklar veriyor!" demiş.

Sokrates, çoğu kez, azgın atlar gibi, tutulamaz kadınların da var olduğunu söyler. Bunları durdurabilen süvarilerin diğerlerini yola getirmekte hiç zorluk çekmeyeceklerini anlatır ve "Ben de karımla geçinmeyi bilirsem, başka kimselerle kolayca geçinebilirim!" dermiş. Zeller, Yunan Tarihi'nde, Sokrates'in karısı Xantip'in huysuzluklarına, kocasının hırçın karakterinin neden olduğunu anlatır. Diogene Laerce, Sokrates hakkında bu öykülerin bir kısmını anlattığı halde, onun düşüncelerine hiç değinmemiştir. Onun gerçek yüzü, Eflatun'un Şölen adlı yapıtında daha iyi görülür. Aristophan'ın şiddetli eleştirileri ve Xenophon'un vermiş olduğu bilgiler, onun nasıl bir adam olduğunu anlamamıza yetmez. Eflatun'un diyaloglarında, öğretmeninin düşünceleriyle bunlardan çok farklı olan kendi düşüncelerini karıştırır. Aristo ise, Sokrates'e yeter derecede önem vermiş değildir.

Diogene Laerce, biri tarihçi, biri Bitinili gezimcilerden, diğer ikisi de yergi ve yakarma yazarı olan dört Sokrates'in daha bulunduğunu yazar. Fakat önemli ve ünlü olan bu Sokrates'tir.

HİPPOCRATES (İ. Ö. 470 - 377)

Khioslu (Chios) Hipocrates'in doğum ve ölüm yılları tam olarak bilinmiyor. Ancak İ. Ö. 470 yıllarında doğduğu sanılıyor. Kesin olan şey, V. yüzyılda yaşamış olmasıdır. Eski Yunanlı bir matematikçi olan Hippocrates, bugünkü Sakız adası olan eski Khios' ta (Chios) doğduğuna ilişkin bilgiler vardır.

Hippocrates (İ. Ö. 470 - 377).

Yunanlılarda bu isimde birbirleriyle çağdaş olan iki Hippocrates vardır. Cosiu olan Hippocrates İ. Ö. 460 ile İ. Ö. 377 yılları arasında yaşamış ünlü bir doktor ve fizikçidir. Yunanlıların geometride en büyüklerinden biri olan ünlü matematikçi Hippocrates ise Chios'ta doğmuştur. Cos ve Chios adalarının ikisi de Ege Denizi'nde Dodeanese adalarındadır.

Hippocrates'in kendisi aslında bir tüccardı. Ama ünlü bir tüccar olan Thales kadar becerikli değildi. Daha sonra korsanlar tarafından soyularak malları yağmalanmıştır. Korsanları dava etmek için İ. Ö. 430 yıllarında Atina'ya gelmiştir. Mallarını geri alamadığı gibi elinde bulunanları da kaybettiği söylenir. Bu öykünün kesinliği de doğru değildir. Her nasıl olursa olsun, Hippocratesi Atina'ya İ. Ö. 430 yıllarında gelmiş, burada kalarak matematik derslerini izlemiştir. Yaşamını geometri dersleri vererek kazanmaya başlamıştır. Böylece Pisagorcu bir düşünür ve özel olarak matematikle ilgilenen ünlü biri olmuştur.

Aristo'ya göre Hippocrates'in iflas etmesi ve mallarını kaybetmesi öyküsü daha değişik biçimde anlatılır. Ona göre, Hippocrates bugünkü İstanbul'daki gümrük görevlilerinin kendisini dolandırmasına göz yummuş, böylelikle usta bir geometri bilgini olmasına karşın dünya işlerini yürütmekle beceriksiz olduğu izlenimi vermeyi amaçlamıştır. Her nasıl olursa olsun, Hippocrates tüccarlıkta başarılı olamadı ama geometrideki başarısı zamanımıza kadar geldi.

Hippocrates, İ. Ö. 460 veya 450 yıllarında ünlü olmuştur. Geometrinin Elemanları adlı yapıtını Euclides'ten yaklaşık bir yüzyıl önce derleyerek bu konudaki ilk kitabı yazan eski bir Yunanlı geometri bilgini olarak bilinir.

Fakat günümüze ulaşamamış olan bu kitabı Euclides'in kendi Elemanlar adlı yapıtı için bir model olarak kullandığı sanılmaktadır.

Burada bir noktayı açıklamak yerinde olur. Bugün olduğu gibi, eskiden de bilim bir kişinin ürünü değildi. İnsanlık boyunca bu bilgiler birbirini tamamlayarak yığıldı. İşte, Euclides Geometrisi de uzun yıllar boyunca birikerek belli bir olgunluğa geldi. Okullarda sözlü olarak yine uzun yıllar okutuldu ve öğretildi. Hippocrates ve Euclides gibi zeki kimseler bunları kendi yeteneklerini de kullanarak yazılı kitap haline getirdiler.

Hippocrates'in Elemanları adlı yapıtı hakkında ancak daha sonraki yazarların, özellikle eski Yunanlı düşünürlerden Proclos (410 - 485) ve 530 yıllarında ünlü olan Simplikios'un yapıtlarında geçen göndermeler aracılığıyla bilgi edinilebilmiştir. Hippocrates'in kitabı üzerine Aristo ve Eflatun okulunun bilginlerinden Leon'un da yazıları vardır.

Yunanlılarda, dairenin karelenmesi problemi oldukça eskiydi. Yani, verilen bir dairenin alanına eşit olan karenin pergel ve cetvel kullanarak çizimi problemi günceldi. Bu problemle hemen hemen her Yunanlı matematikçi uğraşmıştır. Yalnız cetvelin ölçüm aracı olarak kullanılmaması gerekir. Cetveli sadece çizgi çizmek için kullanmaya izin verilir. Hippocrates, dairenin alanına eşit olan karenin bulunması çabaları sırasında kesişen çemberler arasında kalan bazı aycıkların yani ay biçimli şekillerin alanlarının bazı üçgenlerin ya da karelerin alanlarına eşit olduğunu gördü. Hippocrates bu sonuçları iki dairenin alanları arasındaki oranın, bu dairelerin yarıçapları ya da çaplarının

birbirlerine oranlarının karelerine veya yarıçaplarının karelerinin ya da çaplarının karelerinin oranlarına eşit olduğu teoreminini ispatından yararlanarak kanıtladı. Bunlara Hippocrates aycıkları adı verilir. Bunlardan değişik şekillerde çok sayıda örnekler vardır. Aycıkların karelenmesine ilişkin bu teoremler ayrıntılı kanıtlarla Rodoslu Eudemus tarafından İ. Ö. 335 yıllarında özetlenmiş ve Simplikios'un yapıtları aracılığıyla günümüze kadar ulaşmıştır.

Aslında, İsa'dan önce beşinci yüzyıla ait çalışmalardan günümüze kadar fazla bir şey gelememiştir. Yalnız 520 ile 530 yıllarında ünlü olan Simplikios'tan bazı parçalar günümüze ulaşabilmiştir. Simplikios'un yazdıklarına göre, İ. Ö. 335 yıllarında ünlü olan ve ilk Matematik tarihi'ni yazan Eudemus, Hippocrates ve onun aycıkları üzerindeki çalışmalarını anlatır. Aycıkların karelenmesi üzerine en güzel ve doğru çalışmaları Hippocrates yapmıştır. Aycıklar, farklı yarıçaplı çemberler arasında kalan alandır. Hippocrates, aycıkların karelenmesi düşüncesine, dairenin karelenmesi probleminin çözümüne uğraşırken ulaşmıştır. Hemen belirtelim, aycıkların karelenmesi, dairenin karelenmesi probleminin çözümüne yeterli değildir.

Bir dairede kirişle bu kirişi çevreleyen alana dairenin kesmesi denir. Dairelerde, aynı merkez açı altında görülen daire kesmelerine benzerdir denir. Eudemus'un yazdıklarına göre, Hippocrates şu teoremi ispatlamıştır. Dairelerdeki benzer daire kesmelerinin alanlarının birbirlerine oranları, bu kirişler üzerinde kurulan karelerin alanları oranına eşittir. Bunu ispatlayan Hippocrates'in, Pisagor teoremini çok iyi bildiği ve bu teoremi çok iyi bir araç olarak kullandığı anlaşılmaktadır. Hippocrates'in, Pisagor felsefesiyle çok iyi eğitilmiş olduğu da görülür. Yine İ. Ö. 335 yıllarında ünlü olan matematik tarihçisi Eudemus'un yazdıklarına göre, Hippocrates dairelerin alanlarının oranları, çaplarının oranlarının karelerine ya da çaplarının karelerinin oranlarına eşit olduğunu göstermiştir. Yaşamını kazanmak için öğrendiği matematiğin sonunda bir okul açarak burada matematik derslerinin yanı sıra Pisagorculuğu da öğretmiştir.

Küpün ikiye katlanması problemi Hippocrates'ten oldukça eskidir. Eski Yunanlılar buna Delian problemi derlerdi. Delian bu problemi Eflatun ile karşılıklı görüşerek oluşturmuştur. Bu problemin oluşturulması ile ilgili bir de öykü vardır. Öykü, Atina'da İ. Ö. 430 yıllarında yaşayan Philoponus ile ilgilidir. İ. Ö. 430 yıllarından Atina'da tifo veya kızıl humma ya da veba gibi büyük bir salgın hastalık çıkar. İnsanları perişan eden ve öldüren bu hastalığa çare arayan Philoponus, Atina'da Delos'ta bu hastalığın durdurulması için eski Yunan dininde güzellik ve şifa dağıtan Güneş tanrısı olan Apollo'ya sorar. Apollo hemen yanıt verir. İbadet edilen yerde, üzerinde kurbanlar kesilen küp şeklinde büyük bir taş vardır. Eğer kurbanlar kesilen bu taşın hacmini iki katına çıkarırsanız salgın hastalık duracaktır sözlerini söyler. Kenarlarını iki katına çıkarırlar. Bu kez hacmi sekiz kat olur. Üzerine aynı küpten bir taş yapınca bu kez yeni şekil küp olmaz. Tüm uğraşmalar, üzerinde kurban kesilen küp şeklindeki taşın hacmini iki katına eşit hacimli küp şeklinde taşı yapamazlar. Salgın hastalık da önlenemez. Bunun üzerine Atinalılar o dönemin geometricisi Eflatun'a ve Euclides'e baş vururlar.

Eflatun ve Euclides bu problemle özel olark ilgilenirler. Daha sonra bu problem üzerinde Eratosthenes çalışır. Hippocrates ve onun gibi birçok matematikçinin çözümleri pergel ve cetvelle yapılmadığı için bunları Eflatun kabul etmez. Çünkü, çözüm ve çizim yalnız pergel ve cetvelle yapılmalıdır.

Şüphesiz, bu öykü bu problem için daha sonra mı uydurulmuş, yoksa bir sivri zekalı mı böyle düşünmüş belli değildir. Zaten eski Yunanlılarda hemen hemen her olay için tanrılarla ilişkili çok sayıda öyküleri ve mitolojileri vardır. Bu öykü de belli bu türde bir yakıştırmadır.

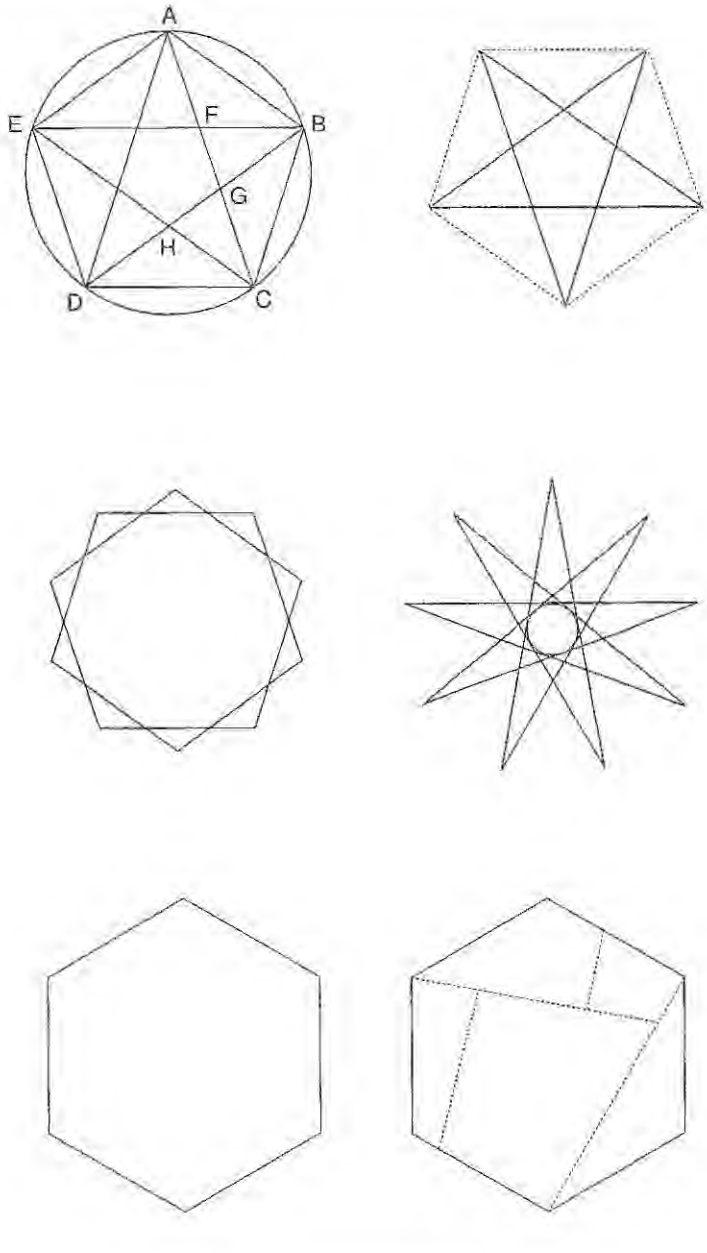
Bazıları, küpün ikiye katlanması problemini Hippocrates'in ortaya attığını söyleseler de bunu kanıtlayacak kesin bilgi yoktur. Ancak birçok Yunanlı matematikçi gibi Hippocrates de bu problemin çözümü üzerinde çalışmıştır. Yani, hacmi verilen bir küpün hacminin iki katı olan küp bir kenarının pergel ve cetvelle bulunması problemi o dönemde günceldir. Bu aletleri kullanarak çözüm aranırken, başka yollar da denenmiştir. Buna göre, eğer bir sayı ile bunun iki katı arasında orta orantılı iki sayı bulunabilirse, küpün iki katına eşit hacimli bir küp yapılabilir. Bir başka deyişle, $a/x = x/y = y/2a$ olacak biçimde x ve y sayıları bulunabilirse $x^3 = 2a^3$ olacaktır. Buradan, $x = a2^{1/3}$ yazılır. $2^{1/3}$ sayısı da pergel ve cetvelle çizilemez. Hippocrates, hesaplarla bu koşullarda x ve y sayılarını bulur ama, bu sayılar pergel ve cetvelle çizilebilecek türde değildir. Bu nedenle, Hippocrates'in bu çözümüne Eflatun şiddetle karşı çıkar.

Hippocrates'in Öğeler ya da Elemanlar adlı kayıp kitabının içerdiği geometri bilgisinin, Euclides geometrisinin bir öncüsü sayılır. Hippocrates'in tarihte ilk geometri kitabını yazan kişi olduğu sanılmaktadır. Bir de bu geometri bilgilerinin İskenderiye ve Atina okullarında çok eskilerden öğretildiklerini düşünürsek, bu bilgilerin ne kadar eski olduklarını tahmin edebiliriz.

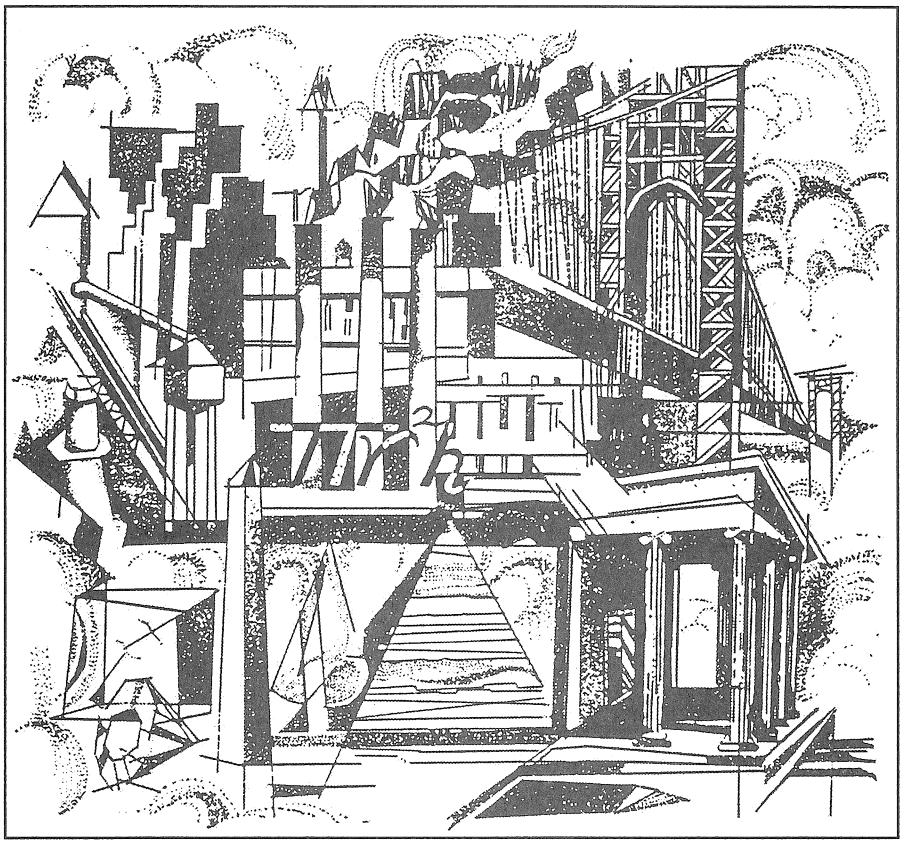
Hippocrates, okullarda okutulan ilk geometri kitabını yazmış ve bu kitabını kendi okulunda da okutmuştur. Geometrik şekillerde harfleri ilk kez yine o kullanmıştır. Örneğin P noktası, AB doğru parçası, ABC üçgeni ve E düzlemi gibi simgelerin gösterimi ona özgün olduğu sanılıyor. Çünkü, bu konuda ondan öncelerine ilişkin yazılı bir belge yoktur. Bu gösterimler belki daha eski olabilir. Ama bu konuda yazılı bir kaynak bulunamamıştır.

Moritz Cantor'a göre Pisagorcular düzgün beşgen ya da yıldız şeklinin köşelerini Yunancadaki beş harfle işaretliyorlardı. Geometrik şekillerin harflerle gösterimi Yunanlılara özgün bir yöntemdir. Oysa Hintli geometriciler, geometrik şekillerin tanıtılmasında kendilerine yardım amacıyla hiç harf kullanmamışlardır. Hippocrates, bir doğru parçası üzerine oturtulan kareyi kelimeyle yazıyordu. Bu da onun cebirde halen kullanılan üs ya da kuvveti teknik olarak kullandığını gösteriyor. Aslında bu kuvvet ya da üs sözcüğünün kullanılması da Pisagorculardan alınmadır. Bu da daha eski olan Babillilere ve Mısırlılara kadar gider. Çünkü, Pisagor teoreminde, bir dik üçgende dik kenarların

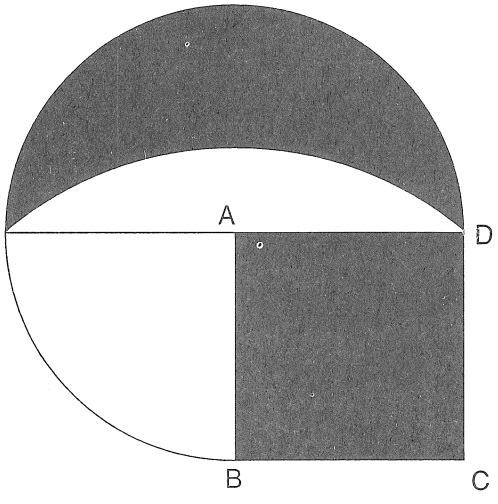
üzerinde kurulan karelerin alanlarının toplamı, hipotenüs üzerine kuralan karenin alanına eşittir. Bu da üsten ya da kuvvet gösteriminden başka bir şey değildir. Aynı şeyler Euclides'in kitabına da geçmiş ve orada kullanılmıştır.



Yıldızıl şekiller.



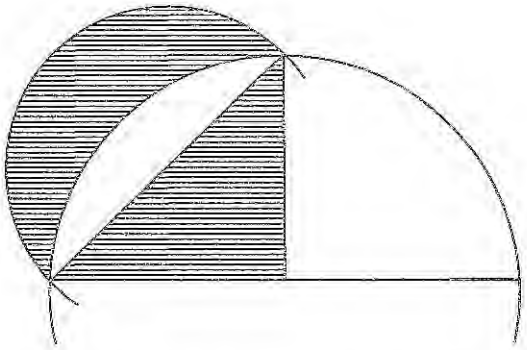
Geometri.



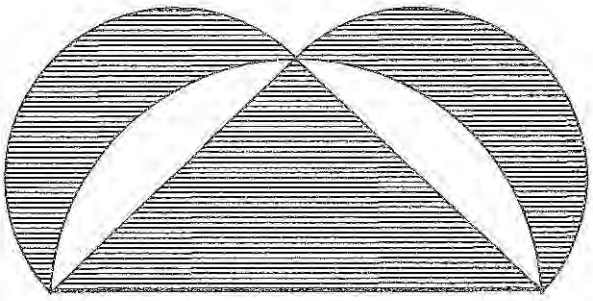
Hipocrates, yazdığı geometri ders kitabında, bir teoremi başka bir teoreme çevirme denen yöntemi tanıtmada başarılı olmuştur. Bu çevirmenin çok sayıda uygulamalarını da vermiştir. Çemberi en doğru ve en ince noktalarına kadar Hippocrates incelemiştir. Bununla ilgili çok sayıda önerme ve teorem ispatlamıştır. Hippocrates'in bu önerme ve teoremlerinin tümü daha sonra Euclides'in öğeler adlı kitabına aynen geçmiştir.

Hippocrates, aycıkları karelemeyi başaran ilk geometricidir. Örneğin, AD yarıçaplı bir çember ile BD yarıçaplı çember arasında kalan aycığın alanı, ABCD karesinin alanına eşittir.

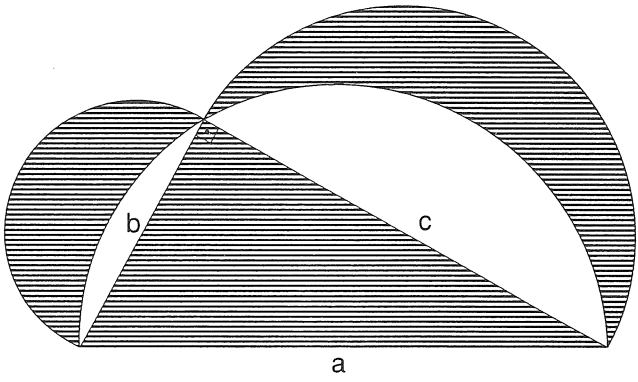
Benzer olarak, herhangi bir dairenin içine yarıçap üzerine çizelen ikiz kenar bir dik üçgenin alanı, bu çemberle bu ikiz kenar üçgenin hipotenüsünü çap kabul eden çember arasında kalan aycığın alanına eşittir. Bu ve yukarıdaki problemlerin gösterilmesi birer alıştırma olarak yapılabilir. Bu tür problemler daha sonraki yüzyıllarda okullarda sık sık öğretilmiştir. Bugün bile geometri kitaplarında bu yönde çok sayıda problem düzenlenerek çözülmüştür.



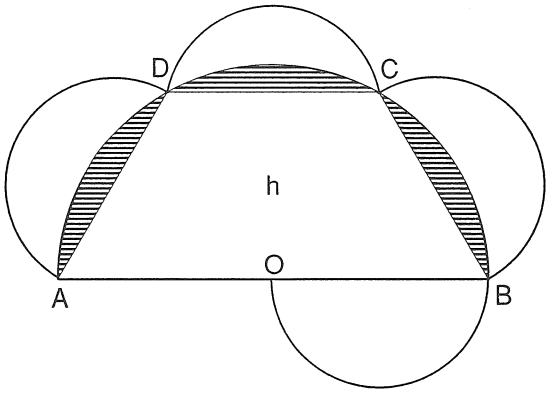
Bu problem şöyle düzenlenebilir. Bir dairenin çapını hipotenüs kabul eden ikizkenar bir dik üçgenin alanı, bu ikizkenar dik üçgenin dik kenarlarını çap kabul eden çemberlerle sınırlanan aycıkların alanlarının toplamına eşittir.



Bu problem daha genel bir biçimde de yapılabilir. Herhangi bir dik üçgenin alanı, bu dik üçgenin hipotenüsünü çap kabul eden çemberle, dik üçgenin kenarlarını çap kabul eden çemberlerin arasında kalan aycıkların alanları toplamına eşittir.



Merkezi O noktasında bulunan ABCD yarım dairesini çizelim. Bu yarım dairenin içine düzgün altıgenin yarısı



olan h ikiz kenar yamuğunu oluşturalım. OB çaplı yarım daireyi çizelim. Böylece diğer kenarlar üzerine de birbiriyle aynı alanlı olan üç yarım daireleri çizelim. Buradan, bu dört yarım dairenin alanı, büyük yarım dairenin alanına eşit olur. Eğer bu dört yarım dairenin alanından taralı olan üç aycığın alanları toplamını çıkarırsak, taralı olmayan üç aycığın alanları ile küçük yarım dairenin alanları toplamı, ikiz kenar yamuk olan h şeklinin alanına eşit olduğu gösterilmiş olunur. Dikdörtgen, yamuk, üçgen, paralel kenar, eşkenar dörtgen veya herhangi n kenarlı bir geometrik şekil, pergel ve cetvelle karelenebilir.

Hippocrates, her aycığın karelenebilir olduğu sonucunu ispatlayamamıştır. Dikkat edilirse, buradaki çizimlerin tümü pergel ve ölçüsüz cetvelle yapılmıştır. Yalnız, eğrilerle sınırlanmış alanların bulunması problemi oldukça eski ve Eudoxus'a kadar gider.

Hippocrates, tüm aycıkların karelenebileceğini sandı ama olmadı. Bunun üzerine dairelerin de karelenebileceği düşüncesine kapıldı. Fakat bu problemi Hippocrates çözemedi. Benzer olarak, bir açının pergel ve cetvelle üç eşit parçaya bölünüp bölünemeyeceği konusunda daha sonra Elisli Hippias çalıştı. Pergel ve cetvelin dışında daha başka yardımcı aygıtlar kullanarak bazı çözümler yaptı.

DEMOCRİTUS (İ. Ö. 470 - 360)

Abderalı Democritus, Trakya'da bir İyonya kentinin bir kolonisinde doğmuştur. Bu şehir, bugünkü Taşoz Adası'nın karşısında olan Abdera'dır. Democritus, o zaman İyonya sömürgelerinden olup, halkının deliliği ile ünlü olan Abder sitesi veya Mile'de

Democritus (İ. Ö. 470 - 360).

doğmuştur. Doğum tarihi üzerinde türlü yorumlar vardır. Protagoras'tan on iki yaş kadar küçük veya aynı yaştadır. Anaxagaros'tan kırk yaş küçük ve Sokrates'ten bir yaş büyük olarak öldüğü ileri sürülerek İ. Ö. 456 veya İ. Ö. 460 yıllarında doğduğu kabul edilmektedir. Sicilyalı Diodor'sa, onun İ. Ö. 496 yılında doğduğunu ileri sürer. Bazı tarihçiler bunun en doğru tahmin olduğunu kabul ederler. Kendisi, Abdera'da ve çok ileri bir yaşta, bazılarına göre 104, 108 veya 109 yaşlarında, Diodor'a göre 90 yaşında ölmüştür. En yeni Alman kaynaklarına göre İ. Ö. 460 yılında doğup, İ. Ö. 371 yılında öldüğünü kaydederler.

Democritus'un babası çok zengin biriydi. Oğluna çok iyi bir eğitim verdi ve onu çok iyi yetiştirdi. Onun, İranlı olan ve bazı gelecekten haber veren kimselerden dersler aldığı söylenirse de, bu söylentiye inanılmamaktadır. Her ne kadar o tarihlerde İranlılar Gümülcine yakınlarına kadar gelmişlerse de, bu dönemlerde Democritus çok küçük yaşlardaydı. Bununla birlikte bir söylentiye göre de, Xerexes, Salamin Savaşları'ndan sonra ülkesine dönerken, İ. Ö. 480 yıllarında, Democritus'a konuk olmuş, kıral da bunun şükranını ödemek için kendisine Keldanilerin ve Perslerin bilimlerini öğretmek üzere gelecekten haber veren adamlarını ona bırakmıştır. Bu söylentiler doğru olmasa bile, Democritus'un doğu bilimlerini öğrenmiş olduğu bir gerçektir.

Democritus, Hindistan, Habeşistan, Kalde ve İran'a kadar gittiği ve bu ülkelerin her türlü rahip, büyücü ve gelecekten haber verenleriyle görüştüğü, Yunanlılara geometriyle matematiği öğrettiği kabul edilmektedir. Bilgi edinmek ve öğrenmek arzusuyla yaptığı bu gezilerinde tüm malını ve servetini harcamış olan Democritus, yurduna döndüğünde, sitenin baştan başa yıkılmış olduğunu görmüş, kardeşlerinden biri olan Damasus'tan bir sığınak istemiştir. Fakat o zamanın insanlarına ve inanışlarına göre, servetini kaybedenlere cenaze töreninin yapılmamasını buyuran bir yasa bulunduğundan, Democritus bu ağır sonuçtan kurtulmak için açıkta dersler vermiş ve halkı o kadar hoşnut etmiştir ki, kendisine 500 talanlık büyük bir servet kazandırmıştır. Yani bugünkü uyarlamalarla iki buçuk milyon altın frank kadar bir paradır. Hatta, devletin yönetimi kendisine verilmişse de Democritus, alıştığı bilim ve hayat çalışmalarına koyulmak üzere bu işi çabuk bırakmıştır. Onun bir aralık Büyük Yunanistan'a, Güney İtalya'ya da giderek, Pisagorculukla Eleacılığı incelediği de ileri sürülür. Bu olay biraz şüphelidir. Çağdaşlarından Regiumlu Glokon, onun Pisagorculukla sıkı ve yakından bir ilgisi olduğunu anlatır. Apollodor da, Democritus'un Philolaos'la tanıştığını, hatta yapıtlarından birine Pisagor adını verdiğini de kaydeder. Bu söylenti de biraz şüphelidir.

Democritus'un son zamanlarda bir delirme veya bunama hareketleri gibi bozuk davranışları görülmüştür. Yurttaşları kendisini tedavi etmek için Hipokrates'e götürmüşlerdir. Democritus'u muayene eden Hipokrates, "Deli değil, büyük bir zeka" diyerek yanıt vermiştir.

Democritus, derin düşüncelerinin dağılmaması için yalnız başına ıssız olan mezarlar arasında dolaşırmış. Hatta daha iyi düşünebilmek için kendi gözlerini çıkarttırmıştır.

Şüphesiz bu öykülerin ne dereceye kadar doğru olduğunu belirlemek güçtür. Yalnız bunlardan onun, yaşadığı dönemde de büyüklüğüne değer verilmiş, beğenilmiş olduğunu gösterir. Democritus hakkında uydurulmuş daha birçok efsane ve hikaye vardır. Ona, ölümünden sonra "şaşkın" takma adı verilmiştir.

Göksel olaylar hakkında zamanından önce verdiği yerinde ve tutan düşünelerinden dolayı, kendisine "Tanrılardan ilham alan bir aziz" gözüyle de bakıldı. Ona, "Gözü yaşlı" adını alan Heraklit'e aykırı olarak, "Gülen" sıfatı verildiği söylenirse de bu, onun karekterine pek yakışmaz. Olsa olsa bu sıfat ona neşeli, insanların delilik ve boş tutkularıyla alay eden bir düşünür olduğu için verilmiştir. Gerçekte de o, her zaman iyimser bir felsefeyi savunmuştur. Onun gizli ve mistik bir tarikata bağıl olduğu ispat edilememiştir. O, bütün yaşamını akılsal ve bilimsel araştırmalara ayırmış ve yazılarında tinselcilik veya gizemciliğe ilişkin en ufak bir iz bırakmamıştır. Onun yapıtlarını Almancaya çevirmiş olan Mullach, Democritus'u ansiklopedik bilgi bakımından Aristo'ya benzetir.

Gezgin Democritus.

Kendi geniş bilgisiyle gururlanan Democritus, "Bilimin değil, zihnin dolgunluğuyla nefes almalıdır" diyordu. Her şeyi kendi kendine görmüş olmak, diğer bilginlerinkine uygun olarak düşünmemek ve matematik yöntemi benimsemekle övünür ve şöyle söylerdi. "Bütün çağdaşlarım arasında, yeryüzünün en büyük kısımlarını gezen, en uzak ülkeleri görmüş olan ve birçok iklim ve sahilleri aşarak pek çok düşünürleri dinlemiş olan yalnız benim. Hatta, aralarında bir yabancı olarak beş yıl yaşadığım Mısır geometri bilginleri de bulunduğu halde, hiç kimse benim kadar geometrik ispat ve yazıya dökerek bu konulara hakim olamamıştır". Zeller, onun Mısır'dan çok şeyler öğrendiğini ve oradaki Harpedonatların yüksek bir düzey ve bilgiye sahip olduklarını onayladığını anlatır.

Çağdaş bilim ve felsefeye büyük etkiler yapmış olan Democritus, ölümünden başlayarak birçok yüzyıllar hatırlanmamıştır. Onun unutulmasının başlıca nedeni olarak tarihçi Lange şöyle söyler. "O, diyalektik savaşlarına tutkulu bir insan değildi. Atina'ya gittiği zaman, oradaki düşünürlerden hiç birine kendini tanıtmadı". Onun kişiliğini tanımamıza yardım eden düşüncelerden birisi şudur. "Bir şeyin her zaman tersini söylemek ve gevezelik yapmaktan hoşlanan adam, her ne olursa olsun, ciddi bir şey öğrenmeye yetenekli değildir". Bu yaradılışta olan bir düşünürün, bilgiçlerin hakim olduğu bir yerde ün kazanabilmesi ve yaşamları diyalektik savaşları içinde geçmiş olan Sokrates ve Eflatun gibi düşünürlerle ilişkiye girişebilmesine engeldir. Unutulmuş olmasının diğer bir nedeni de, kendisinden sonra Yunanistan'da felsefesinin öznel konulara daha çok değer vermiş olmasıdır.

İçinde Pisagor ve Elealı Zenon'un birbirleriyle yarışan okullarının parladığ bir çevrede Democritus'un kendi sistemiyle bu okulları yıkmaya başladığı da söylenir. Bu daha çok onun iki sistemi de çok iyi bildiğini gösterir. Democritus, kendisini tanıtmadan, Sokrates ve Anaxagoras'ın derslerinde bulunmuştur. Homeomerielerle atomlar arasındaki andırışı bir yana bırakarak, Anaxagoras'ın felsefesiyle Democritus'un felsefesi arasında birçok bileşik noktalar bulunabilir.

Democritus'un felsefesi kesin olarak Epikür tarafından tamamlanmıştır. Aristo, Democritus'tan saygıyla söz eder. Fakat onu eleştirmek, yenilgiye uğratmak ve tarafsız davranmadan onu yok etmek ister. Eflatun da onun düşüncelerinden aktarmalar yapmasına karşın adını bile anmaz. Hatta, yapıtlarını toplatıp yakmak bile istemiştir. Democritus rastlantıya pek önem vermemiş olan bir maddecidir. Aristo ona, "Onursuz bir bilgin ve her anlamdan yoksun bir gevezelik yaratıcısı" diye tanıtırken, Bacon, Democritus'u hakkettiği yere getiren ilk düşünürdür.

Democritus'un mesleği "atomculuk"tur. Bunu kendisi ortaya çıkarmamışsa da, zamanına kadar hiç kimse bu görüşü onun gibi başarıyla ve bir sistem halinde savunmuş değildir. Bu sistem, Yunan bilim ve düşüncesine tümüyle yeni bir yön vermiştir. Bugünkü fizik ve kimyada geçerli olan atomculuk, bu sistemin yavaş yavaş geçirmiş olduğu aşamanın bir sonucudur.

Democritus'un eserlerini Diogene Laerce, ahlak, fizik, matematik, müzik ve güzel sanatlar olmak üzere beş kısma ayırmıştır. Onun eserlerinin toplamı 73 tanedir. Zamanımıza kadar gelen parçalar 230 özdeyişten oluşmaktadır. Matematik, biyoloji, fizik, kimya, coğrafya, astronomi, gökbilimi, ekonomi, sosyoloji ve felsefe gibi çok değişik alanlara yönelik bir bilgisi vardı. İnsanları konu alan çok sayıda yazılar yazmıştır. Fakat, bu eserlerin birçoğu kaybolmuş ve zamanımıza kadar gelememiştir.

Democritus, maddenin çeşitli boyutlarda ve biçimlerde, değişik hız dereceleri olan atomlardan oluştuğu düşüncesiyle, ilk atom kuramını ortaya atmıştır. Bu sözleri ve bu konuda yazdığı bir dizi yazıları vardır. Adı geçen açıklamaları ve ileri sürdüğü

görüşler arasında atom kuramının temelleri gizlidir. Hiç bir şey bir rastlantı sonucu ortaya çıkmaz. Ancak mantık ya da bir gereksinme sonucu var olur. Hiç bir şey yoktan var edilemez ve var olan hiç bir şey de tümüyle yok edilemez. Evren, bir dış etkenle oluşturulmadığı için de sonsuzdur. Var olan her şey atomlar ve bu atomların arasındaki boşluklardır. Yunan dehasının doğurduğu atomizm ve bu felsefe okulunun Leucippe ile beraber kurucusu sayılır. En küçük atomdan tutunuz da en büyük yıldızlara kadar her şeyin harekette olduğunu yine o zamanlar söylerdi. Bu kadar eski bir çağda bu kadar ileri görüşlü bir bilgin daha görülmemiştir. Matematik alanında epeyce çalışmaları vardı ve hepsi de ileri düzeydeydi. Sayılar, Teğetler ve İrrasyoneller belli başlı matematik yapıtlarıydı.

Democritus'un fizik ve kozmoloji öğretileri, öğretmeni Leukippos'un görüşlerinin daha gelişmiş ve sistemleştirilmiş biçimidir. Democritus, gerçekliğin öncesiz ve sonrasız, ayrımlaşmamış bir bütün olduğu konusunda Elea Okulu düşünürleriyle aynı görüştedir. Ama varlığın tekliği ve devinimsizliği savını yadsır. Dünya üzerindeki değişken fiziksel olayları açıklarken, varlığın yanında uzayın da aynı ölçüde var olduğunun dikkate alınması gerektiğini savunur. Ona göre boşluk, varlığı oluşturan sonsuz sayıda atomun devindiği sonsuz bir uzaydır. Bu görünmez atomlar öncesiz ve sonrasızdır. Daha da küçültülemeyecek kadar küçüktür. Yunancada atom zaten bölünmez demektir. Atomlar bütünüyle doludur. Delikleri olmadığı gibi kapladığı uzayı tümüyle doldurdukları için atomları sıkıştırmak olanaksızdır. Atomlar yalnız biçimleri, düzenlenişleri, konumları ve büyüklükleri bakımından birbirinden farklıdır. Atomlar arasında yalnızca nicelik farkı olduğu için, doğadaki nitelik farkları yalnızca görünüştedir ve atomların farklı bileşimlerinin duyularımız üzerinde yarattığı izlenimlerden kaynaklanır. Bir şeyin sıcak ya da soğuk, tatlı ya da acı, sert ya da yumuşak oluşu uzlaşıma bağlıdır. Gerçekten var olan yalnızca atomlar ve boşluktur. Örneğin suyun ve demirin atomları özdeştir ama pürüzsüz ve yuvarlak olan su atomları birbiriyle kenetlenmeden küçük küreler gibi yuvarlanıp gider. Oysa demir atomları pürüzlü ve çıkıntılı olduğu için birbirine kenetlenerek katı bir cisim oluşturur. Bütün fiziksel varlıklar aynı öncesiz ve sonrasız atomlardan oluşturduğuna göre, mutlak anlamda hiçbir şeyin yoktan var olmadığı ve hiçbir şeyin varken yok olmadığı söylenebilir. Bir nesnenin ortaya çıkışı ya da kayboluşu, yani doğuşu ve ölüşü, atom bileşimlerinin çoğalıp azalmasıyla açıklanabilir.

Nasıl atomlar herhangi bir nedenin sonucu değilse, öncesiz ve sonrasız birer nesne ise, devinim de öyledir. Democritus, devindirici bir ilke kabul eder. Evrenin kökenini de şöyle açıklar. Başlangıçta atomlar her yönde devinmektedir. Bu bir tür titreşim gibidir. Böylece atomlar birbirleriyle çarpışmaya ve giderek hızla dönmeye başlamış, bu arada benzer atomlar bir araya gelerek daha büyük cisimleri ve dünyaları oluşturmuştur. Bu, herhangi bir amacın ya da modelin değil, yalnızca bir zorunluluğu, yani atomların kendi niteliğinin olağan sonucudur. Atomlar sayıca sonsuz, boşluk da sınırsız olduğuna ve devinim hiç sona ermediğine göre, evrende her zaman gelişmenin ya da gerilemenin çeşitli evrelerindeki benzer atomlardan oluşan sonsuz sayıda dünya var olmuştur.

Democritus, algı ve bilgi sorunlarıyla da ilgilendi. Ona göre duyumlar, başka nesnelerin yaydığı ve ruha çarpan atomların ruhta oluşturduğu değişikliklerdi. Ruhun atomları ancak başka atomların değişinden etkilenebilirdi. Ama tatlılık ve acılık gibi duyumlar, yayılan atomların içerdiği özellikler değildi. Bunlar yalnızca atomların büyüklüğünden ve biçimlerinden ileri gelen sonuçlarıydı. Örneğin tatlılık duyumuna çok küçük olmayan yuvarlak atomlar yol açıyordu. Renkleri açıklama girişimi de ilk kez Democritus'tan geldi. Renk de kendi başına nesnel bir nitelik değil, atomların biçimlerinden çok konumlarına bağlı bir özellikti. Örneğin, beyazlık duyumunu, gölge düşürmeyecek biçimde pürüzsüz ve yassı atomlar oluşturuyordu. Siyahlık duyum ise pürüzlü, çıkıntılı atomların sonucuydu.

Democritus, halkın tanrılara olan inancını, gökgürültüsü, şimşek ve deprem gibi insan üstü olayları, yine insan üstü güçlerle açıklama arzusuna bağlar.

HİPPİAS (İ. Ö. 460 - 399)

Elisli olan Hippias'ın doğum tarihi kesin olarak bilinmemektedir. Ünlü olarak tanındığı dönem İ. Ö. 5. yüzyıldır. Eskiçağ Yunan felsefecisi ve matematikçisi olan Elisli Hippias'ın İ. Ö. 460 yılları dolaylarında Pelopponnes Yarımadasi'nın kuzey batısındaki Elis kentinde doğduğu sanılıyor.

Hippias, Sokrates zamanında yaşamış ve onun çağdaşıdır. Aynı zamanda Protogoras ve Gorgiyas da onun çağdaşı olan bilginlerdir. Eflatun'la Eflatun'u taklit edenler, Hippias adında iki diyalog yazmışlardır. Eflatun, Protogoras adlı diyaloğunda ondan söz etmiştir. Hippias, her şeyi bilmek, her şeyi tanımak gibi bir gösteriş içindeydi ve bu yeteneğiyle de övünürdü. İş yaşamında olduğu kadar bilimde de usta olduğunu söyleyen bu düşünüre yurttaşları çok fazla inanmışlardı. O, geometrici matematikçilerin ilklerindendi. Usta bir geometrici olduğu kadar usta bir aritmetikçiydi. Diğer Yunan şehirleriyle aralarında bir anlaşmazlık olduğu zaman bu ustalığı nedeniyle elçi olarak hep onu gönderirlerdi. Hippias bu sıfatla Lakedemonya'ya gönderilmiş ve orada genç bir adamın neyle uğraşması gerekli olduğu hakkında güzel bir söylev vermiştir. Fakat, onu dinleyenler onun bu güzel söylevindeki çekiciliğe karşın duyarsız kaldıklarından, onun istediğ şeyleri uygun bulmamışlardır.

Hippias, her fırsatta tüm Yunanistan'ı dolaşmış ve Olimpiyatlarda toplanan halka da söylevler vermekten çekinmemiştir. Onun aradığı şey, yalnız övünmelerine yarayan onurlardan ve şereflendirmelerden oluşmamıştır. Hippias, Sicilya'da Protogoras'ın adı çok yayıldığı bir dönemde, böyle bir adamın rakipliği, kendisi için korkunç olabileceği bir zamanda, söylevleriyle on beş gün içinde 150 altından fazla para kazandığını da övünerek söyler. Çünkü o, her şeyi bildiğinden, her şeyi de okutabiliyordu. Gençlerle

yaptığı görüşmelerde, yalnız söylevciliği üzerine değil, matematik, mantık, astronomi, dilbilimi ve edebiyattan da söz ederdi. Hippias, güzel sanatlardan en küçük ve sıradan el sanatlarına kadar her şeyi bildiğinden, resim ve heykeltraşlığa kadar her türlü konular üzerine eserler yazmıştır. Eflatun, onun adını taşıyan diyaloglarında, Hippias'la alay eder. Kendisine pek çok onur kazandırmış olan Olimpiyatlarda, ayağındaki sandallardan, omuzlarını örten mantoya, gösterişli peierine, parmaklarındaki gösterişli yüzüklere, hatta belindeki süslü kemerine, içine yağ koyduğu kaba ve mührüne kadar nesi varsa hepsini kendisinin üretmiş olduğunu söyler, bunlarla bile övünürdü. Sokrates'in anlattıklarına göre Hippias çok yakışıklı ve gösterişli bir bilgindi.

Hippias (İ. Ö. 460 - 399).

Hippias'a ait bilgiler, Eflatun'un Protagoras, Büyük Hippias ve Küçük Hippias adlı eserlerinde yer alır. Eski Yunan dünyasında trajedyalardan teknik konulara dek çok değişik konulardaki eserleriyle ünlenen Hippias, döneminin en önde gelen bilginlerinden biriydi. Çok yönlü edebi kişiliği ile tanınan Hippias, şiir yanında dilbilimi, tarih, politika, matematik ve astronomi dersleri de verdi. Eleji ve trajedyalarının yanında teknik konularda düzyazı denemeleri de yazdı. Homeros üzerine yetkin bir yapıtından başka eski Yunan ve yabancı edebiyat metinlerinden derlemeleri olduğu bilinirse de, bu yapıtla-

rından bazı parçalar ancak günümüze kadar ulaşabilmiştir. Açıları üç ya da verilen herhangi bir oranda eşit parçalara bölmede yararlandığı sanılan kuvadratriks adlı eğriyi bularak matematiğe önemli katkılarda bulunmuştur. O, usta bir matematikçiydi. Bulduğu bu eğriyle bir açıyı istediği oranda eşit parçalara bölebiliyordu. Fakat onun bu mekanik aleti sadece pergel ve ölçümsüz cetvel değildi. Bu nedenle Eflatun, bu çizim yöntemine karşı çıkmakla kalmadı, şiddetle reddetti. Kuvadratriksin Hippias'a ait olmadığını ileri sürenler de vardır.

Hippias, Trovalılar adlı bir diyalog yazmış, bunda Nestor ve Neoptoleme'ye namuslu yaşamak ve büyük bir ün kazanmak için gereken öğütleri vermiştir. Onun bu eserinden Hippias'ın ahlak görüşü kolayca görülür. Hippias üzerine incelemeleri en iyi bir biçimde Eflatun'un İkinci Hippias adlı yapıtında görebiliriz. Birinci Hippias da incelemeye değer türde bir yapıttır. Hippias, "Kendi kendine yeter ol" derdi. Bu diyaloglarda, Hippias'a söyletilen düşüncelerde onun kaybolan eserinin izleri varsa, kendisinin asil bir ahlakçı ruh ve vicdanını taşıdığına inanmak zorunda kalırız.

Hippias, her şeyden söz ederken düştüğü çelişkilere pek aldırmazdı. Çünkü, kendini her şeyin lehinde ve aleyhinde aynı kuvvetle düşünce yürütebilenlerden sayardı. Onun belleği de çok kuvvetliymiş. Verilen elli adı sıralarını karıştırmadan hemen ezberler ve tekrarlayabilirmiş. Bildiği şeylerin çokluğu nedeniyle, hiç bir bilmi de derinleştirememiştir. Değişik bilim dallarında gerçeği araştırmaktan çok, gerçeğe benzerler üzerinde durmuştur. Amacı, gençleri pratik ve uygulamalı yaşamda başarıya götürmek, her türlü tartışmalarda üstün gelmelerini sağlamaktır. O, insan için başarıdan başka bir amaç tanımadığından, her türlü aracı akla ve ahlaka uygun bulmuştur. Bu ilkeleri önce kendi iç dünyasına uyguladığından, derslerini çok yüksek ücretlerle vermiş ve çok zengin olmuştur.

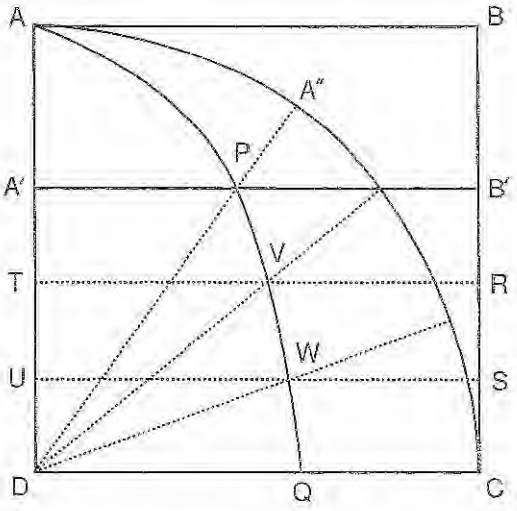
Hippias, güzel söz söyleme denen söylev sanatına hizmet etmiş, kafiyenin, ahengin, vezinlerin ve sesin uyumundaki özel değerlerini belirtmiştir. Homeros'un şiirlerini de derinden incelemiş olan Hippias, arkeoloji, Yunan ve barbarların şiirleriyle yazarları hakkında bir yapıtıyla Ameristos başlıklı bir söylev de yazmıştır. Bir de övgü yazısı vardır. Tüm bunlar, yazdığı sanılan diğer eserleriyle birlikte kaybolmuşlardır. Ondan yalnız Stobee tarafından iletilen şu özdeyişleri biliniyor:

"Başkalarının iyiliğini kıskananlar, hem kendi şanssızlıklarından, hem de başkalarının mutluluklarından dolayı iki kat şanssızdırlar."

Ansiklopedik olduğu kadar her türlü bilgilere sahip olan Hippias, geometriye çok büyük hizmetler etmiştir. Karanlıkta kalan bilgileri meydana çıkarmış, Yunan şehirleri ona hemşehrilik hakkını vermişlerdir. Eski düşüncelere bağlı olup, her türlü yenilikten nefret eden Ispartalılar, onun tarih ve ahlak üzerine olan yazılarını okumaktan çok hoşlanmışlardır. Kavimlerin Adları Üzerine adlı yapıtı da zamanla kaybolanlar arasında olduğu bilinmektedir.

Hippias, ilk kez Olimpiyat şampiyonlarının bir listesini yapmıştır. Bu olimpiyatlarda Dikkate Değer Olaylar adlı bir eser daha yazmıştır. O, belleği geliştirme yöntemiyle uğraşmış, müzik ve geometri üzerinde çalışmış, doğal hukuk ile yapay hukuk arasındaki ayırımları belirtmiştir.

Şimdi, Hippias'ın kuvadratriks denen eğrisini tanıtabiliriz. Herhangi bir oranda eşit parçalara bölünecek açı A″DC olsun. DC tabanlı ABCD karesini çizelim. AB doğru parçasını DC doğru parçasına paralel kalmak üzere düzgün bir hareketle aşağı doğru kaydırırken, DA doğru parçasını da D noktası sabit kalmak üzere saat ibresi yönünde yine düzgün bir hareketle döndürelim. Bu düzgün hareketler sonunda DA doğru parçası ile AB doğru parçalarının kesim noktalarının geometrik yeri APVWQ



Hippias'ın kuvadratriks eğrisi.

eğrisine Hippias'ın kuvadratriks eğrisi denir. İşte bu yay yardımıyla her açı istenilen oranda eşit parçalara bölünebilir. Kuvadratriksin açının kolunu kestiği nokta P olsun. P noktasından DC doğrusuna çizilen paralel DA doğru parçasını A′ noktasında kessin. Eğer A′D doğru parçasını n tane eşit parçaya böler ve bu noktalardan DC doğrusuna paraleller çizilirse, bu doğruların kuvadratriksi kestiği noktalarla D noktası birleştirilirse, A″DC açısı istenen oranda eşit açılara bölünmüş olur. Örneğin, A′D doğru parçasını üç eşit parçaya böler, T ve U noktalarından DC doğrusuna TR ve US paralelleri çizilirse, bu paraleller kuvadratriksi V ve W noktalarında keser. V ve W noktaları D noktası ile birleştirilirse A″DC açısı üç eşit parçaya bölünmüş olur.

Eğer DC uzunluğuna a, A″DC açısına θ ve DP uzunluğuna da r denirse, Hippias'ın kuvadratriks eğrisi, kutupsal koordinatlarla $\pi r = 2a\theta\csc\theta$ ya da $\pi r\sin\theta = 2a\theta$ olarak

ifade edilir. Aynı eğrinin dik koordinat sistemindeki ifadesi de

$$y = x\cot\frac{\pi x}{2r}$$

biçimindedir.

Hippias'ın bulduğu bu eğri ile verilen bir açıyı istenen oranda eşit açılara bölmesinden bir kaç yıl sonra, Menaechmus'un kardeşi ve Eflatun'un öğrencisi olan Dinostratus, bu eğriyi kullanarak dairenin alanını kareleştirmede kullanmıştır. Gerçekten, bu eğriyle dairenin alanına eşit bir kare çizmek olanağı vardır.

Dikkat edilirse, Hippias'ın kuvadratriks eğrisi yalnız pergel ve ölçüsü olmayan cetvelle çizilecek türde değildir. Bu nedenle her iki çözüm de pergel ve cetvelli olmadığı için Eflatun tarafından kabul edilmemiştir. Yalnız matematiksel olarak değerleri olan çözümlerdir.

EUCLİDES (İ. Ö. 440? - 360?)

Euclides, Megaryalı bir Yunan düşünürüdür. Takma adı Sokratçı'dır. İ. Ö. 440 ya da 400 yılına doğru Megarya'da doğmuş ve İ. Ö. 360 yıllarına doğru ölmüştür. Bir söylentiye göre İ. Ö. 450 - 380 yılları arasında yaşamıştır.

Bu Euclides ile Ptolemy'lerin çağdaşı olan İskenderiyeli ve geometrinin kurucusu sayılan Elements'in yazarı Euclides'le karıştırılmamalıdır. Bu Euclides'in ilk öğretmeni Parmenides'tir. Sokrates'in okuluna geldiği zaman, ilk üstadının yapıtlarını iyice kavramış bulunuyordu. Sokrates'in de özverili bir öğrencisi oldu.

Megaryalıların Atina'ya girmeleri ölüm tehdidi ile yasak edildiği zaman Euclides, karanlık basınca kadın giysileri giyerek şehre gelir ve öğle üzeri Megarya'ya dönermiş. Bu söylentinin doğruluğu kuşku ile karşılanmakla birlikte, kendisinin sık sık Atina'ya gelip Sokrates'i dinlediği anlaşılmaktadır. Sokrates ölüme çarptırılınca, öğretmeninin son sözlerini toplamak ve kendisini gözleriyle son bir kez daha görmek istemişti.

Euclides, Sokrates'e karşı olan derin sevgisine karşın ilk öğretmeninin düşüncelerine bağlı kalmamıştır. Yani, Elea okuluna bağlı kalmıştır. Bunun için olacak, Sokrates bir gün kendisine, "Sen, sofistlerle yaşayacaksın, fakat insanlarla değil!" demiştir. Euclides, bu sözden ürkmemiş ve daha öğretmeninin sağlığında Megarya'da bir okul açmıştır.

Euclides (İ. Ö. 440? - 360?).

Sokrates öldükten sonra, öğrencileri kendi yaşamlarından korkarak Atina'dan kaçmış ve Euclides'in evine gelmişlerdir. Orada yeni bir sığınak ve yeni bir düşünce merkezi bulmuşlardır. Bu nedenle onun öğrencileri arasına pek önemli sayıda Sokratçılar da karışmıştır. Bunlardan biri de Eflatun'dur. Euclides'in düşünceleri, Eflatun'a da etki etmiştir. Euclides'e göre, iyinin özü birliktir. Her şekliyle, hareketsizlik, özdeşlik ve süreklilikle kaplanmış olan birliktir. Bunlar zorunlu olarak duyulur. Alemin her zaman çeşitli, hareketli olduğu, onun ahlak ve iyi karakterine sahip olmadığı sonucu çıkar.

Diğer taraftan Euclides, varlığın aynı zamanda birlik, özdeşlik ve süreklilik olduğunu, bu nedenle sürekli bir akıntıya kapılmış olan duyulur alemin hiç bir yerde varoluşu yoktur, demektir. İyi ile varlık, karşılıklı olarak, aynı şeye, yani birliğe özdeş olunca,

iyi ile varlık da kendi aralarında özdeş olur. Bundan da varolan tek şeyin hayır olduğu anlaşılır. Şer denen kötü şey yoktur. Varolan her şey iyidir. Bu, Eflatun ve Leibniz'in metafizik iyimserliğini hazırlamış olan mantıksal iyimserliktir.

Sonunda hayır ile varlık, birlik ile tanımlanınca, kendinden hayrın ve kendiliğinden varlığın da bir olduğu anlaşılır. Fakat, bundan sadece bir varlık ve bir tür iyilikten başkası yoktur, sonucu çıkarılmamalıdır. Çünkü, birliğe birçok yerde rastlanılabilir. Bu nedenle, birlik olan her yerde iyilik ve varlık vardır. Birliğe sahip olmadan varlık ve iyilikle ilişkisi olabilen hiç bir şey yoktur. Euclides, iyilik ve varlığın, birliklerine karşın başka başka adlar aldığını, diğer bir deyimle, türlü şekillere büründüklerini okutmuştur. Örneğin, iyilik ve varlığın adları, Tanrı, bilgelik, zihin, önlem ve düşüncedir.

Eflatun, hem Sokrates'in hem de Megaryalı Euclides'in yönetimi altında çalıştı ve yetişti. Euclides yoğun geziler yapan biriydi. Yalnız Mısır ve İtalya'yı gezmemiştir. Sicilya'dan Anadolu'ya kadar bütün yerleri görmüştür. Bu nedenle gittiği yerlerdeki matematikçi, astronom ve düşünürlerle ilişki kurmuştur. Atina'ya geri dönünce gezdiği yerlerde öğrendiklerini uzun uzun anlatmıştır. En önemli yanı, matematiği bilimin ilkelerinde kullanmak ve analiz yöntemleriyle açıklamak olmuştur. Bu nedenle matematik üzerinde etkili olmuş ve matematiğin gelişmesine hizmet etmiştir.

ARCHYTAS (İ. Ö. 428 - 348)

Archytas, Anaxagoras'ın öldüğü İ. Ö. 428 yılında Güney İtalya'da Tarentum şehrinde doğdu. Bu tarih, Eflatun'un doğumundan bir yıl önce ve Perikles'in ölümünden bir yıl sonraydı. Tarentum şehrinin Yunanistan'a yakın olması nedeniyle, Archytas da bu kültürden etkilendi ve bu kültür ortamında yetişti. İsa'dan önce 4. yüzyılda yaşayan en ünlü Pisagorcu Archytas'dı. Geometri değil, yalnız aritmetik derdi. İspatların aritmetiksel olması gerektiğini savunurdu. İspatlar ancak aritmetiksel olursa doyurucu olabilir diyordu. Belkide Euclidean geometrisinin, kendi aksiyomları üzerine kurulmasına ilk karşı çıkanlardan biriydi. Bu nedenle, geometride az aksiyom kullanılması düşüncesini savunuyordu. Archytas'ın budüşüncesi, kendisinden tam 2200 yıl sonra yaşayan Gauss, Bolyai ve Lobatchewsky tarafından görülecekti.

Archytas'ın eserleri hakkında tam bir bilgimiz olsaydı, belki de ilkçağların en önde gelen düşünür ve bilim adamlarından biri olurdu. Kendisi Philolaus'un öğrencisidir. Aynı zamanda Pisagorcu bir düşünürdür. Pisagor'dan doğrudan doğruya dersler almıştır. İ. Ö. 400 yıllarına doğru büyük düşünür ve matematikçi Pisagor'un kurduğu tarikata üye olmuştur. Tarikatın yasak edilip Pisagor'un öğrencileriyle birlikte okulu yakıldığı zaman, Archytas bu ölümden Archippus ve Lysis ile birlikte iki arkadaşıyla

Archytas.

kaçarak kurtulmuştur. Kendisini Eflatun'un İtalya gezisine çıktığı yıl olan İ. Ö. 396 yılında Tarentum şehrinde buluruz. Demosthenes'e göre, Archytas o zamana dek yurttaşları tarafından küçümsenmiş, fakat Eflatun'la ilişki kurduktan sonra devletin çok önemli kişilerinden biri olmuştur. Hatta, politikadaki otoritesi ve gücü Siraküza'da tiranlık yapan Densy'e kafa tutacak kadar artmıştır. Hakkında söylenen birçok olayların bazıları değiştirilmesine karşın, Eflatun'la ilişki kurup tanıştığı ve İ. Ö. 4. yüzyılın ikinci yarısında Tarentum'da uzun bir süre yaşadığı doğrudur.

Uzun bir süre Tarentum'da yöneticilik yapan Archytas, Eliene'ye göre altı, Diogene Laerce'ye göre yedi kez Tarentumluların ve onlarla birlik olan devletlerin ordularına komutanlık yapmıştır. Mesinalılara karşı kazandığı zaferlerden başka, birçok savaşta sürekli olarak düşmanlarını yenmiştir. Mesina savaşından dönüşünde ihtiyar bir köy-

lüye söylediği ve eskiler tarafından sık sık tekrarlanan şu ünlü sözü kulaktan kulağa iletilerek bugüne kadar gelmiştir. O da, "Ben kızarsam, sen mutlu olursun!".

Archytas'ın yaşamının diğer olayları hakkında, farklı zamanlarda yaşamış ve yetişmiş olan bazı yazarların verdiği bilgiler de vardır. Tzetzes'e göre, Archytas, ihtiyar Densy tarafından bir köle olarak sattırılan Eflatun'u satın almıştır. Fakat bu olaya pek inanılmaz gözüyle bakanlar da vardır. Diogene Laerce göre, bu iki düşünür genç Densy'nin sarayında buluşurlar. Eflatun'un Siraküza'ya ikinci yolculuğunda Densy ile arası açık olduğundan Archytas, bu büyük düşünürü bir ölüm felaketinden kurtarmak için elinden geleni yapmış olduğunu yazarlar. Diogene Laerce, Archytas'ın bu amaçla genç Densy'ye bir mektup bile gönderdiğini kaydederler. Bu mektup şu cümlelerle başlar. "Eflatun'un dostu olan tüm bizler, zamanında sizinle aramızda geçen dostlukların anısına güvenerek, Photidesli Lomiscos'u, bu düşünürü bize getirmesi için sizlere yolluyoruz."

Eski Yunanlı bilgin, düşünür ve bazılarınca matematiğe dayalı mekaniğin kurucusu sayılan Pisagor matematikçisi olan Archytas, yakın arkadaşı Eflatun, matematikte onun yapıtlarından yararlanmıştır. Euclides'in de Stoikheia (Elemanlar) adlı yapıtının Sekizinci Kitabı'nda Archytas'tan alıntılar yaptığı konusunda kanıtlar vardır. Toplumsal olaylarda da etkili olan Archytas, yedi yıl boyunca yaşadığı kentin başkomutanlığını yapmıştır.

Pisagorcuların ikinci kuşağından olan Archytas, bütün olguları açıklamada sayıların ne kadar önemli olduğunu vurguladı ve Pisagor'un kuramını deneysel gözlemle bağdaştırmaya çalıştı. Geometride, küpün hacminin iki katına çıkarılması sorununu üç boyutlu bir moden kurarak çözdü. Bu probleme matematik tarihinde küpün katlanması problemi adı verilir. Bundan sonra da bu problem karşımıza sık sık çıkacaktır. Problemin çözümünden sonra ortaya çıkardığı oranlarla ilgili olarak a : b = b : c = c : d biçiminde ifade edilen sonuçları müzikte armoniye uyguladı. Böylece, kendisinden önce saptanan kromotik ve diyatonik dizilerdeki aralıklara ek olarak, anarmonik dizide yeni ses perdelerini ayırt eden aralıkları buldu. Telli sazlarda, çalınan notaların perdelerinin telin uzunluğuna ya da gerginliğine bağlı kaldığı savını kabul etmeyerek, perdenin titreşen havanın hareketine bağlı olduğunu savundu. Buna karşılık yanlış olarak, ses perdesinin belirlenmesinde titreşimlerin kulağa ulaşma hızının da bir öğe olduğunu ileri sürdü.

Archytas'ın bir bilim adamı ve matematikçi olarak ünü, Pisagorcu sayı kuramından yola çıkarak yaklaştığı insan ilişkileri ve toplum yapısı ile ilgili açıklamalardan çok, geometri, akustik ve müzik kuramındaki başarılarından kaynaklanır. Genellikle onun olduğu ileri sürülen matematik dışı konulardaki yazılar, örneğin adalet konusundaki bir parça, büyük bir olasılıkla başka yazarlara aittir. Onun bu konuda yazılar yazdığı biraz kuşkuludur.

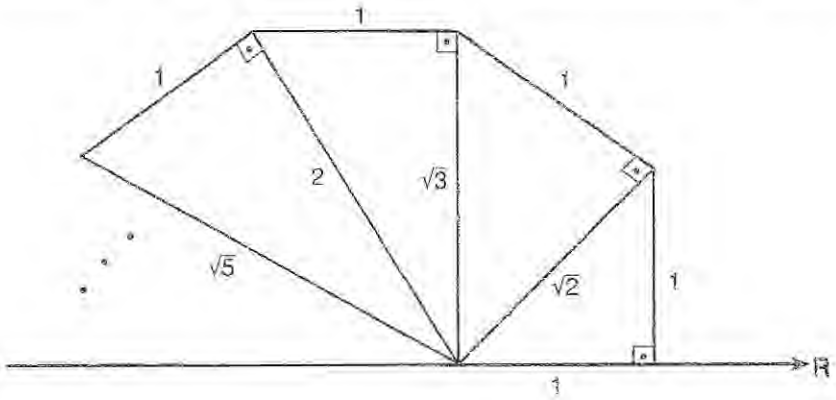
Archytas'ın yaşam öyküsünü yazanlardan Aristoxene'e göre, Çiçeron'la Athene

Archytas'ın da katıldığı iki felsefi konuşmasının anısını saklamışlardır. Fakat, bu konuşmanın tarihini belirlemek güçtür. Horace'ın güzel bir şiirinde Archytas'ın Apulie kıyılarında bindiği geminin batması yüzünden öldüğünü anlatmaktadır. Bu felaket Eflatun'un ölümünden az önce İ. Ö. 348 yılındadır.

Yaklaşık olarak İ. Ö. 430 yılından İ. Ö. 348 yılına kadar süren seksen iki yıllık yaşamında yüksek bir matematikçi ve düşünür olan Archytas çok sayıda eser vermiştir. Geometriyi mekaniğe metotlu olarak ilk uygulayan yine Archytas'dır. Çalışmalarını şöyle özetleyebiliriz. İlki, geometride küpün iki kat hacimli bir küp elde edilmesi üzerine olan yöntemi ve o çağlarda mekaniğin şaheseri sayılan uçan güvercin aletiyle bu türden diğer bazı buluşlarıdır. Bugüne kadar tam allmış eseri ele geçmiştir. Bunlar, müzik, aritmetik, astronomi, varlık, bilgelik, ruh ve duyu, eşyanın ilkeleri, kanun, adalet, ahlak, mutluluk, erdem, zıtlıklar, tümeller ve kategoriler konularında yazılmış eserlerdir. Bunlardan başka, Archytas'ın flütlere, oluklara, mekaniğe, astronomiye, tarıma, çocukların eğitimi üzerine eserler de vermiştir. Çok sayıda olan bilimsel mektupları da vardır. Bu yapıtlardan ve parçalardan bazılarının kendisine ait oldukları şüpheliyse de, onun olduğu savunulan bazı düşüncelerin ve kuramların gerçekte Eflatun ve Aristo'nundur. Örneğin, Simplicius'ün "Aristo'nun Kategorini Yorumlama" adlı yapıtında sakladığı parçalar vardır. Bunlar gerçekte, Aristo'nun eserinde yarım kalmış bir parçadan başka bir şey değildir.

Bütün Pisagorculuk tarihinde olduğu gibi, ona yükletilen bu parçalardan hangilerinin eski, hangilerinin sonradan karıştırılmış düşünceleri kapsadığını belirlemek güçtür. Bunun bir nedeni de, İ. Ö. 4. yüzyılda ikinci bir Archytas'ın yaşamış olması ve bazı yorumcuların bu iki düşünürü birbirlerine karıştırmış olmalarından ileri gelmektedir. Çünkü, Diogene Laerce de, burada incelediğimiz Archytas'tan farklı birkaç Archytas'tan daha söz eder. Şu söz, kendisinden söz ettiğimiz Archytas'a aittir. "Hiç kimse, bir şeyin ne olduğunu bilmeden, o şeyin niçinini bilemez".

Archytas, temel sanatı aritmetik, geometri, müzik ve astronomi olarak görüyor ve kabul ediyordu. Babillilerden sonra, karekökleri yaklaşık olarak hesaplayan ilk Pi-



sagoculardan biri Archytas'tır. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, . . . gibi irrasyonel olan sayıları birime bağlı olarak öğrencisi Teodorus'la birlikte pergel ve derecelenmemiş cetvelle çizen ve ölçen ilk matematikçi yine oydu. İzlediği yöntem de oldukça ilginçti. Bunun için, dik kenarları birer birim olan dik üçgenin hipotenüsü Pisagor teoremine göre $\sqrt{2}$ irrasyonel sayısıdır. Dik kenarlardan biri $\sqrt{2}$ ve bir birim olan dik üçgenin hipotenüsü yine Pisagor teoremine göre $\sqrt{3}$ irrasyonel sayısıdır. Bu yöntemle diğer köklü sayılar da pergel ve cetvel kullanılarak çizilebiliyordu. Bu da, yukarıdaki çizimle yapılıyordu. Bu şekilde pergel ve bölmesiz cetvelle çizilebilen sayılara Eski Yunanistan'da ölçülebilir sayılar adını veriyorlardı. Ölçülemeyen sayıların varlığından da haberleri vardı.

Archytas, Tarentum kentinin en nüfuslu kişilerinden biriydi. Tarentum kentinin yedi kez valiliğini yapmıştır. Çağdaşları arasındaki ünü, nüfuzu ve yetkileri bu nedenle çok büyüktü. Bu ünü sayesinde Eflatun'un hayatını bir keresinde Dionysius ile kurtarmıştı. Tarentum kentinde bulunan çocukların ve kendi kölelerinin yaşamları ve eğitimlerine ilk önem veren bir yöneticiydi.

Bir gün, Tarentum yakınında bir gemi ile yolculuk yapıyordu. Denizde büyük bir fırtınaya yakalandılar. Birbiri ardından gelen azgın dalgalar gemiyi parçalayarak batırdı. Archytas'la birlikte tüm yolcular boğularak kayboldu. Günlerce sonra Archytas'ın cesedini dalgalar sahile attı. Fakat onun yetiştirdiği öğrencileri ve arkadaşları onun çalışmalarını yaydılar. Bu sırada yıl İ. Ö. 348 tarihini gösteriyordu.

Pisagorcular önceleri mekaniğe pek önem vermemiş ve bu konuya fazla girmemişlerdi. Mekaniği geometri yardımıyla ilk inceleyen yine Archytas'tır. Makaraları ilk kez bulan ve kuramını inceleyen ilk matematikçidir. Uçan kuşların nasıl uçtuklarının mekanizmasını çizen ve harikalar yaratan, çocuk oyuncakları yapan yine oydu. Eğri çizimleri ve problem çözümleri için değişik mekanik buluşları ve aletleri vardı. Onun bu aletlerine ve alet kullanmasına Eflatun şiddetle karşı çıkıyordu. Çünkü, onun bu aletleri geometrinin değerini tahrip ediyor ve akılcı alıştırmalarını yok ediyordu. Bu nedenle, daha sonra gelen Grek geometricileri, çizimlerin yalnız pergel ve bölümleri olmayan cetvelle yapılması kuralını getiriyordu. Geometri ancak bu kısıtlamayla güzel problemlere yönelebilirdi.

Archytas zamanında matematikte önemli ve çözülememiş üç tane problem vardı. Bunlardan ilki küpün ikiye katlanması problemi adıyla bilinir. Daha açık bir deyimle, bir kenarı a olarak verilen küpün hacminin iki katına eşit hacimdeki küpün çizimi pergel ve cetvelle olanaksız olduğudur. Bu problem başka yardımcı aletlerle çözülebilir. Bu şekilde başka alet kullanılarak bu problemi çözen ve çizen ilk matematikçi Archytas'tır. Bu problem matematiksel bir dille söylenirse, $x^3 = 2a^3$ denkleminden x sayısının pergel ve cetvelle çizimi mümkün değildir. Aslında bu problem daha kısa olarak $\sqrt[3]{2}$ sayısının pergel ve cetvelle çizilemeyeceği şekline dönüşür. Archytas'ın bu problemin çözümünde kullandığı alet, koni ile silindiri kesiştirerek elde etmesidir. Bu da pergel ve cetvel kullanımından uzak bir çözümdür.

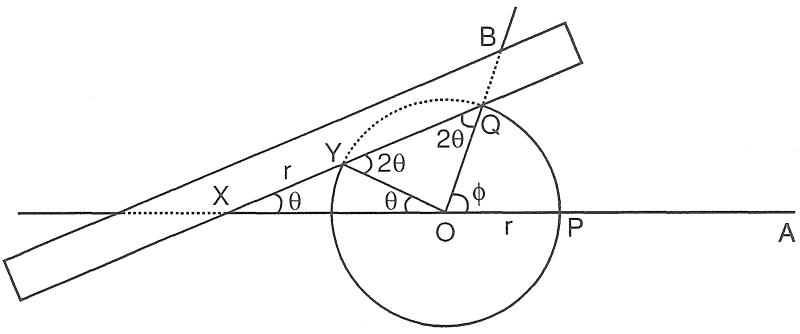
İkinci problem de, verilen herhangi bir açının pergel ve cetvelle üç eşit açıya bölünemeyeceği şeklindedir. Herhangi bir açının pergel ve cetvelle üç eşit parçaya bölünemeyeceği Archtas'tan iki bin yıl sonra hem geometrik hem de matematiksel yolla gösterilmiştir.

Üçüncü problemse, dairenin kareleştirilmesiyle ilgilidir. Diğer bir deyimle, verilen bir dairenin alanına eşit alanlı bir karenin çizilemeyeceğidir. Bu problem de yine Archytas'tan iki bin yıl sonra çözülmüştür. Yani, verilen bir dairenin alanına eşit alanlı bir karenin pergel ve cetvelle çizimi olanaksızdır.

Eski Grekler zamanında kullanılan geometri aletleri numarası olmayan cetvelle pergeldi. Bu iki alet bugün bile değişik alanlarda çok amaçlı olarak kullanılırlar. Matematikte çok sayıda çizimi de çizer. Örneğin, bir açının iki eşit parçaya bölünmesi, bir doğru parçasının iki eşit parçaya bölünmesi, paralel ve dik doğruların çizilmeleri, bir doğruya üzerindeki bir noktadan dikme çıkılması, bir doğruya dışındaki bir noktadan bu doğruya dikme inilmesi gibi daha birçok işlem sayılabilir. Oysa, yukarıdaki üç problem bu iki aletle çizilemez.

r yarıçaplı bir dairenin alanı πr^2 formülü ile bulunur. Bu alanlı bir daireye karşılık gelecek karenin bir kenarı da $\sqrt{\pi}r$ sayısıdır. $\sqrt{\pi}$ sayısı da pergel ve cetvelle çizilemediği için, verilen bir dairenin alanına eşdeğer alandaki bir karenin çizimi olanaksızdır.

Dikkat edilirse kullanılacak cetvelin bölmelerinin olmaması kısıtlaması getirilmiştir. Eğer cetvelin bölmeleri varsa, verilen herhangi bir açıyı pergel ve bölmeleri olan cetvelle üç eşit açıya bölmek olanaklıdır. Bu çözümü bölmeli cetvelle İ. Ö. 287 ile İ. Ö. 212 yılları arasında yaşayan Archimedes yapmıştır. Şimdi bu çizimi gösterelim.



ϕ ile göstereceğimiz AOB açısını üç eşit parçaya bölmek istiyoruz. O merkezli ve r yarıçaplı çember açının OA ve OB ile gösterilen kenarlarını sırasıyla P ve Q noktalarında kessin. Bölmeli olarak verilen cetvelimizin üzerinde birbirlerinden r uzaklıkta X ve Y noktalarını işaretleyelim. Cetveli Q noktasından geçecek şekilde yerleştirerek X noktası her zaman OA kenarı üzerinde ve Y noktası da çember üzerinde olacak

şekilde kaydıralım. Bu halde OXY = θ açısı AOB = ϕ açısının üçte birine eşit olur. Yani, $\theta = \phi/3$ biçimindedir. Bunun ispatı da kolaydır. YXO üçgeni ikiz kenar olduğundan YOX açısı ile OXY açısı birbirine eşittir. Bunları θ ile gösterelim. Bir üçgenin iki iç açısının toplamı kendilerine komşu olmayan bir dış açıya eşit olduklarından OYQ açısı 2θ olur. OYQ üçgeni ikiz kenar bir üçgendir. Bu nedenle OQY açısı da 2θ kadardır. AOB = ϕ açısı kendisine komşu olmayan OXY = θ ve YQO = 2θ iç açılarının toplamı olduğundan, $\theta = \phi/3$ olur. Artık θ açısını ϕ açısı üzerine pergel ve cetvelle taşımak kolaydır. Öyleyse, geometrideki çizimlerde cetvelin bölmesiz olması kısıtlamasına gereksinme vardır.

Eski Grekler bu üç problemin çözümlerini bilemiyorlardı. On sekizinci yüzyıla kadar da bunların çözülüp çözülemeyecekleri bilinemiyordu. Bu tarihe kadar bu problemlerin çözümleri için çok yüksek ödüller konmuştur. Aslında geometrik gibi görünen bu problemler cebirsel yolla ve yöntemlerle çizilemeyecekleri gösterilerek çözüme kavuşturulmuştur.

Verilen bir küpün hacminin iki katına eşit hacimli olan küpün çizimi problemini ilk kez pergel ve cetvelden başka aletler kullanarak Archytas çizmiştir. O çağda böyle ilginç bir yolla çizmesi her türlü övgüye değerdir. Archytas'ın çözüm yöntemi tamamen geometrikti. Bugün aynı soru kutupsal koordinatlar kullanılarak biraz daha kısa yolla yapılabilir. Fakat yine de pergel ve cetvel dışında başka aletler kullanılmış olunur. Bu da Eflatun'un dediği gibi pergel ve cetvelle yapılan çizime gölge düşürür.

Aslında bu üç problemin ilk ikisi kübik bir denklemin çözümü ile ilgilidir. Bu kübik denklemin çözümü,

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

çemberinin çizimiyle Ax + By + C = 0 doğrusunun çizimine eşdeğer olamaz. Bu nedenle çizimler olanaksızdır. Şüphesiz, konik kesitlerinin kullanılmasına izin verilirse, bu halde birçok yolla çizimler olanaklıdır. Fakat, elips, hiperbol ve parabol denen bu konikler de pergel ve cetvelle çizilemezler.

Dairenin kareleştirilmesi problemi de şuna eşdeğerdir. Kenarlarından biri dairenin yarıçapına, diğeri de verilen dairenin çevresinin yarısına eşit olan dik dörtgenin çizimidir. Bunun mümkün olmadığını da Lindemann (1852 - 1939) göstermiştir.

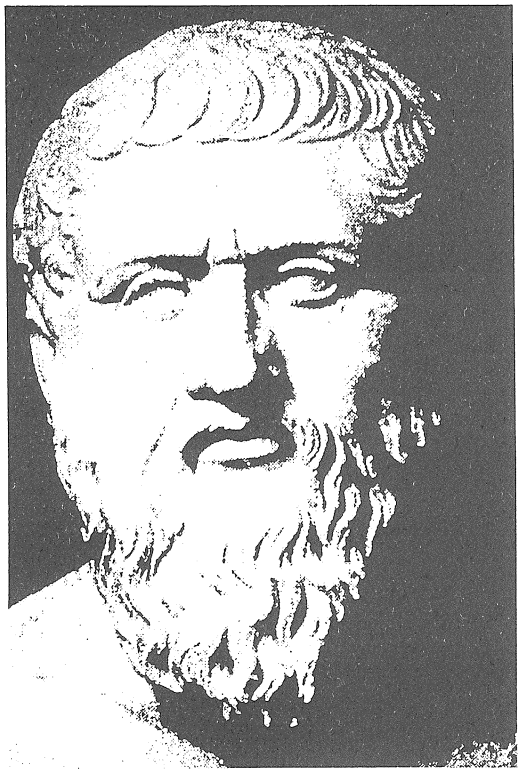
Küpün ikiye katlanması probleminin çözümüyle Hippocrates de uğraşmıştır. a ve 2a uzunluklu iki doğru parçası verilsin. $a : x = x : y = y : 2a$ orantılarından $x^3 = 2a^3$ denklemi elde edilir. Bu orantıları sağlayan x değeri istenen uzunluktur. Fakat, Hippocrates de bu x uzunluğunu pergel ve cetvelle çizmeyi başaramamıştır.

Archytas'ın çağdaşı ve onunla aynı dönemde yaşamış bir matematikçi daha var-

dır. O da Theodorus'tur. Theodorus, geometrik yolla, kareköklü sayıların pergel ve cetvelle bir birim uzunlukla çizilebileceklerini göstermiştir. Bu dönemde önemli görülen Pisagorculardan Locrili Timaeus ve Heraclealı Bryso da övgüye değer matematikçilerdir. Bunlardan Bryso, dairenin alanını kareleme yöntemiyle hesaplamaya çalışan ilk matematikçilerden biridir.

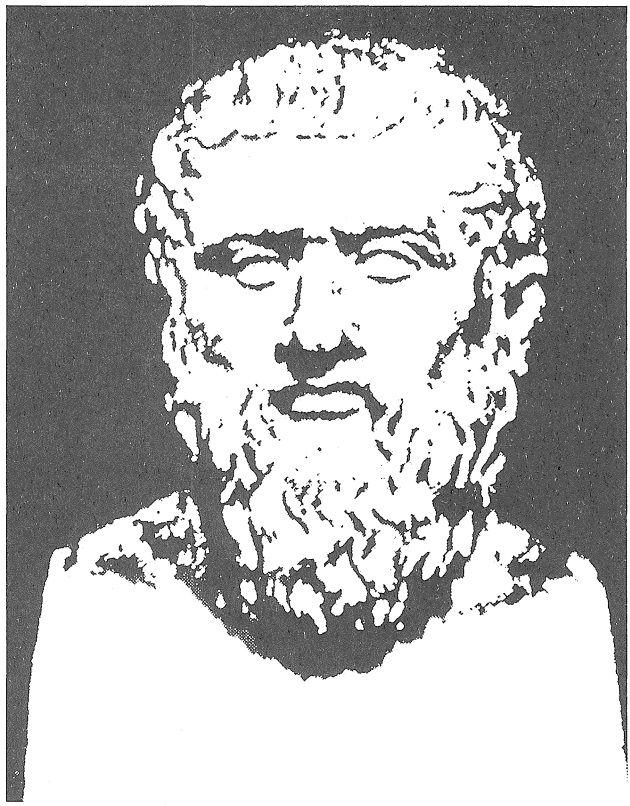
EFLATUN (İ. Ö. 427 - 347)

Asıl adı Platon'dur. Biz daha çok Eflatun olarak söyleriz. Yunan bilginlerinin ve düşünürlerinin en büyüğüdür. Seksen yedinci Olimpiyatın dördüncü yılında Atina'da, bir söylentiye göre de Egine'de doğmuştur. Doğum tarihi bugüne göre İ. Ö. 27 Mayıs 427 gününe rastlar. Bu tarih ünlü devlet adamı Perikles'in öldüğü ve Pelepones Savaşlarının başladığı yıllardır. Bu nedenle Eflatun da bu savaşlara katılmıştır.



Eflatun (Platon).

Eflatun soylu bir aileden geliyordu. Babası tarafından Kıral Kodrus'a ve annesi tarafından da eski Yunanistan'ın yedi bilgininden biri olan Solon'a akraba olduğu için, dönemin ileri gelenlerinden biri oldu. Asıl adı Aristokle'dir. Omuzları geniş ve sıhhatli bir sportmen olduğu için, kendisine Yunanca da geniş anlamına gelen Platon adı verilmiştir. Çok ince duygulu ve derin zekalı olan Eflatun'un çocukluk yılları çok mutlu geçmiştir.



Platon.

Perikles'in ölümünden bir yıl sonra doğan Eflatun'un babası Ariston'du ve eski kırallar soyundan geliyordu. Annesi Periktione ise, yasa koyucu Solon soyundandı. Babası ölünce annesi Perikles yanlısı Pyrilampos adında biriyle evlendi. Eflatun, annesinin kuzeni Kritias ve kardeşi Kharmides aracılığıyla daha çocukluğunda Sokrates ile tanıştı. Atinalı her soylu genç gibi önce politikaya atılmayı düşündü. Atina'daki oligarşi ve demokrasi çatışmaları ortamı içinde yetişti. Ailesinde hem Perikles yanlısı, hem de sonradan en acımasız tiranlardan olan Kritias gibi oligarşi yanlıları vardı. Başlangıçta gelenekçilere yakın oldu. Fakat şiddet ve zorba yanlısı tutumları yüzünden onlardan uzaklaştı.

Eflatun.

Oligarşi yıkılarak demokrasiye geri dönüldüğünde biraz umutlanan Eflatun, İ. Ö. 399 yılında demokrasinin Sokrates'i ölüm cezasına çarptırması üzerine vicdanlı insanlara Atina siyasal yaşamında yer olmadığına karar verdi. Sokrates yanlılarıyla birlikte Megarya Okulu'nun kurucusu Euclides'in yanına Megarya'ya gitti. Birkaç yıl Yunanistan, Mısır ve İtalya'yı dolaştı.

Kendisi, yurdunun bağımsızlığını kaybettiği uğursuz günleri görmedi. Fakat Atina'nın çok karışık ve bozuk zamanlarını yaşadı. Eflatun ilk öğrenimine resim ve müzik ile başlamıştır. Sokrates'in öğrencisi olmuştur. Homeros, Epikarni ve Sophron'un şiirleriyle fazla uğraşmıştır. Eserlerinde, Sophron'un yazma yöntemi ve havasından etkilenmiş olduğu görülmektedir.

Eflatun daha on altı yaşındayken Sicilya'ya gitti. Birkaç yıl sonra Atina'ya döndüğü zaman Otuz Tiran'ın yönetiminin kurulmuş olduğunu gördü. Bunlardan biri olan Kritias, kendi amcasının oğludur. Yine bu yönetimde oldukça otoriter bir yönetici olan Charmit de en yakın arkadaşlarından biridir. Bu yönetim o zaman İsparta'da bir grup kimsenin elinde bulunuyordu. Fakat bunlar yönetimde ancak sekiz ay kadar kalabilmiş ve yerlerini yeniden demokrasiye bırakmışlardır. Hocası Sokrates'i ölümle cezalandıran Atina demokrasisinden nefret etmiştir. Bu nefreti onun Cumhuriyet adlı yapıtının sekizinci kitabında yazılıdır. Bu kısım çok şiddetli horlama, alçaltma, alay etme ve eleştirilerle doludur. Eflatun, bu arkadaşlarıyla birlikte siyasal işlere karıştı. Fakat umduğu yönetim şekillerinden hiç biri kendini rahatlatmadığı ve mutlu etmediği gibi, kafasında kurduğuna da ulaşamadı.

Aristo ve Eflatun.

Eflatun, ilk kez Heraklitçilerden Kratil'e öğrenci oldu. Yirmi yaşındayken Sokrates' in derslerine devam etmeye başladı. Sokrates'le yedi yıl süren bu öğrencilik, arkadaşlık ve karşılıklı konuşmalardan çok yaradandı ve bu konuşmaların zevkine vardı. Bu nedenle, Eflatun'un felsefe yeteneğinin gelişmesinde bu büyük adamın etkileri çok fazla olmuştur. Kendisinin, Sokrates'in döneminde dünyaya geldiği için Tanrı'ya şükreden yazıları vardır. Sokrates, bu seçkin öğrencisinin yüksek yeteneğini sezmiş, ona sadece bir öğrenci gibi değil, bir arkadaş gözüyle bakmıştır. Aralarındaki ilişkinin tüm inceliklerini bilmiyoruz. Ancak, Eflatun'un Sokrates için önemsiz bir öğrenci olmadığını gösterir. Aynı zamanda, Eflatun'un da öğretmenine karşı duyduğu saygı ve sevgiyi unutmamak gerekir. Çünkü, öğretmeninin yargılanması sırasında onu savunmuş, kurtarmak ve kaçırmak için bazı planlar yapmış, bu yolda birçok masraflara katlanmıştır. Kanunlar adlı yapıtından başka eserlerinde kendi kişisel düşüncelerini öğretmenine söyletmiş, özellikle erdem ve akla ilişkin olan düşüncelerini hep onun adıyla anlatmıştır. Özet olarak, tüm yazılarındaki Sokrates, Eflatun'un kendisidir. Zaten Sokrates'in Okulu'nda Eleali Parmenides'in öğrencisi olan Euclides ve Pisagorculardan Filolaus'un öğrencisi Simmias'la da tanışan Eflatun, bu bilginlerin tümünün üstündeydi.

Demokrasinin Sokrates'i idama mahkum etmesi, Eflatun'un düşüncelerinde büyük bir değişiklik yaptı. Bu sıralarda Atina'da karşılıklı ihtilaller ve uygunsuz durumlar eksik olmuyordu. Sokrates'i kurtarmak ve kaçırmak için yaptığı çalışmalar da demokrasi yöneticilerini kendi aleyhine çevirdiği için, dost ve yakınları kendisine Atina'da durmasının uygun olmadığını anlattılar ve bir geziye çıkmasını önerdiler. İ. Ö. 399 yılında Sokrates'in ölüm cezasına çarptırılmasından sonra, uzun bir geziye çıktı.

Eflatun geometri dersi verirken.

Plato.

Eflatun önce Megarya'da bulunan geometrici Euclides'in evine sığındı. Sonra Kalde, Fenike ve hatta Hindistan'a kadar doğuya seyahat ettiği söylenir. Hindistan gezisinin doğruluğu biraz şüphelidir. İ. Ö. 399 yılında Atina'dan ayrılan düşünür, bazı tahminlere göre Mısır'a gitti. O zamanlar Mısır'ı rahipler yönetiyordu. Eserlerinde bu topluma ilişkin bilgiler vardır. Mısır'da doğu inanç ve düşüncelerini öğrendi. Cyrene şehrinde, bilgin Theodoras'tan iyi bir matematik öğrendi. Bundan başka Euclides ile tanışmış ve Anaxagoras'ın fikirlerini öğrenmiştir. Etna şehrini ve yanardağını görmek üzere Sicilya'ya gitti. Oradan da büyük Yunanistan denilen İtalya'ya geçti. İtalya'da Pisagor Okulu'na başladı. Bu okulda ünlü olan Archytas adlı bilgin, matematikçi ve devlet adamıyla tanıştı. Bu ünlü bilgin ve matematikçi şef, o zaman Tarentum şehrini yönetiyordu. Burada Archytas'ın tüm yetkileri elinde toplamasına karşın çok yalın olan yaşayış biçimlerinden hoşlandı. Daha sonra da Siraküza'yı yöneten ihtiyar Densy'nin yanına gitti. Densy'nin yeğeni olan genç Dion, Eflatun'un düşüncelerini çok beğendi.

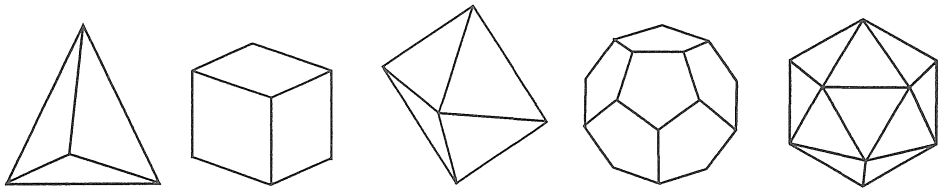
Fakat, Diogene Laerce'in anlattığına göre Densy, Eflatun'un ikiyüzlü olmayan, doğru ve sağlam fikirlerinden ürktü. Kendisini bir süre hapsettikten sonra sanki bir köle gibi satmak üzere pazara yolladı. Orada Kirenalı bir kişi onu satın alarak serbest bıraktı. Özgürlüğüne kavuşan Eflatun, bu olaydan çok çok üzüldü. Bir daha siyasal işlerle uğraşmamak kararıyla Atina'ya geri döndü. Fakat bu kararında duramadı. Mektuplar adlı kitabında, başına gelen belaları teker teker yazdı. Her biri birer roman olacak olayları en ince noktalarına kadar anlattı. İ. Ö. 387 yılında Atina dışındaki bir zeytinlikte bugünkü üniversitenin atası sayılan Akademi'yi kurup yöneticisi oluncaya kadar süre içindeki gezileri tam on iki yıl sürdü. Her gittiği yerdeki fikir, inanç ve bilgi akımlarını, gelenek, görenek, ahlak, inanç, felsefe ve efsanelerini öğrenmiş olan Eflatun, çeşitli felsefe sistemlerini uzlaştırmaya ve kendine özgü bir sistem yaratmada başarılı oldu. İ. Ö. 387 yılında Atina'ya döndüğü zaman kırk yaşındaydı. Artık gençliğindeki taşkınlıklarından hiç bir şey kalmamıştı. Yılların deneyimleriyle olgunlaşmış bir kafa, derin bir seziş ve hayal gücüyle süslü olan eserleri hep bu dönemin ürünleridir.

Atina'da ilk işi Eleusis yolu üzerindeki bir arazi satın alıp, burada Akademi adını alan okulunu kurdu. Bu okul, bir felsefi tartışma ortamı oluşturmasının yanısıra sağlam bir araştırma merkezi olarak da etkili oldu. Akademinin bahçesinin yolları, heykeller, kemerler, türbe ve mezarlarla süslüydü. Örneğin, Perikles, Harmonidos ve Aristogiton'un mezarları buradaydı. Burası her yönüyle görülmeye değer bir yerdi. Baştan başa yeşillik ve ağaçlık olan bu alanın gölgeliklerinde Atinalılar gezinirdi. Akademiye az zaman içinde Yunanistan'ın her yerinden yüksek ve seçkin aile çocukları akın etmeye başladı. Öğrenciler özel giysileri içinde tertemiz bir şekilde herkesin dikkatini çekerdi. Dini ayinler, bayramlar ve şenlikler yapılarak halkın beğenisi kazanıldı. Her türlü tarikat şölenleri, eğlenceler, balolar ve düğünler burada sergilenirdi.

Bu okul çok değerli düşünür ve bilginler yetiştirdi. Matematikten güzel söz söyleme gibi birçok alanda eğitim ve öğretim verdi. Herkes çocuğunun bu akademide öğrenim görmesini istiyordu. İ. Ö. 4. yüzyıldaki önemli matematik çalışmalarının çoğu Akademia'da Eflatun ve öğrencileri ya da dostları tarafından gerçekleştirildi. Matematik ve geometri derslerinin çoğunu Eflatun yürütüyordu. Konik kesitleri kuramının ilk öğrencileri ve katılar geometrisinin yaratıcısı Theaitetos, bu Akademia'nın üyesiydi. Oranlar kuramının yazarı, eğrilerle sınırlanmış alanları ve hacimleri tüketme yöntemiyle hesaplamayı bulan ve daha sonra Aristoteles tarafından benimsenip değiştirilen eşmerkezli kürelerin astronomik şemasını hazırlayan ünlü matematikçi Knidoslu Eudoxus, Eflatun'la çalışabilmek için okulunu Kyzikos'tan Atina'ya taşıdı. Doğa tarihi, hukuk ve yaşama konularında da çalışmaların yapıldığı Akademia Eflatun'un ölümünden sonra yaklaşık üç yüzyıl daha etkinliğini sürdürdü. Sayılamayacak kadar eser veren Eflatun, hem Hıristiyan, hem de İslam düşüncesini derinden etkiledi. Eserleri her dile yüzyıllarca çevrildi, okutuldu, okundu ve halen okunmakta ve okutulmaktadır.

Eflatun, derslerini karşılıklı konuşmalar ve belli konularda ödevler vererek geçirirdi. Eserlerini karşılıklı diyalog denen konuşmalar biçiminde yazdı. Herkesi dinler,

son kararı yine kendisi verirdi. Yaşamı bu kadar dolgun ve temiz geçmiş, gerek arkadaşları ve yurttaşları, gerek bütün bir aydın insanlık tarafından bu kadar çok sevilmiş olan bilgine çok az rastlanır. Eflatun'un bir kez olsun güldüğü görülmemiştir. O her zaman ciddi, düşünceli, kendine güvenen, sağlıklı ve iri yapılı bir adamdı.



Eflatun'un katıları.

Eflatun'un en önemli eseri Devlet'tir. Bu yapıtta o en iyi devlet şeklini aramıştır. Devletin kurulmasının tek nedeni, insanın kendi kendine yetmemesi, diğer insanlara ihtiyaç duymasıdır. Bunun için devletin görevi insanların toplu yaşamalarını, bu biçimde mutlu olmalarını sağlamaktır. Devletin, besleyenler, koruyanlar ve öğretenler olarak üç ayrı bölük yurttaşı vardır. Herkes ölçülü olacak, üzerine düşeni yapacak, böylelikle de devlet adaletli olacaktır. Eflatun'un Devlet adlı eserinde ortaya koyduğu örnek devlet, en bilgelerin başta bulunduğu bir soylu yönetimidir. Bunlar yalnızca toplumun iyiliği için çalışacaklar, bu nedenle de mal mülk ve aileleri olmayacaktır. Koruyucuların yaşamları devletçe düzenlenecektir. Devleti oluşturan üçüncü bölüğü olan besleyenleri ise kendi hallerine bırakmıştır. Gençlerinin eğitimine büyük önem verilen bu devletin son ereği yurttaşları erdemli kılmak olacaktır.

Eflatun'un yaşamının son döneminde yazdığı Yasalar'da daha gerçekçi bir devlet tasarımı ortaya koymuştur. Yasalar'da devlete egemen olanlar filozoflar değil yasalardır. İnsanın mutlu olması için bilginin de yetmeyeceğini ileri sürmüştür. İnsanın mutlu olabilmesi için bazı hazlarının da olması ve gelişmesi gerekir.

Rasyonel bir filozof olan Eflatun, her şeyi düşünceye bağlamıştır. Ona göre bilginin kaynağı akıldır. Akıl her şeyi çözer. Kendisi özgün bir matematikçi değildi. Fakat matematikçileri çok korurdu. Çok iyi düzeyde matematik bilgisi vardı. Sayılamayacak kadar çok eser verdi. İ. Ö. 347 yılında 108. Olimpiyatın birinci yılında seksen yaşındayken öldü. Kendisi, yurdunun bağımsızlığını kaybettiği uğursuz günleri görmedi.

THEAETETUS (İ. Ö. 415? - 368)

Atinalı Theaetetus'un doğum tarihi tam olarak bilinmemekle birlikte İ. Ö. 375 yıllarında ünlü olduğu ve İ. Ö. 368 yılında öldüğü bilinmektedir. Eflatun'un yazdıklarına

göre, Theaetetus, Theodorus'un ve Sokrates'in öğrencilerinden birisidir. Eflatun onu, alışılmışın dışında çok üstün zekalı biri olarak tanıtır. Çalışmalarının çoğu kaybolmuş ve zamanımıza kadar gelememiştir. Buna karşın, eski tarihçilerin yazdıklarına göre, Euclidean geometrisinin tümünü kavradığı, katı cisimlerin hacimleri üzerinde çalışmalar yaptığı anlaşılmaktadır. Çünkü, Euclides hem Theaetetus'a hem de Eudoxus'a, yazdığı Elements adlı kitabını hazırlamada kaynak olduklarını özellikle belirtir. Zaten Theaetetus ile birlikte Pisagor'la başlayan Pisagor okulu kapanır ve Eflatun ve onun Eflatun okulu başlar. Theaetetus döneminde bir de İtalya'da Elea okulunun olduğunu, bu okulda Sicilya'da Xenophanes, bundan sonra Parmenides, Zeno ve Melissus gelir. Thrace'de de önemli bir merkez vardır. O da Atomik Okul diye adlandırılan okuldur. Bu okulu Zeno'nun öğrencisi Leucippus kurmuştur. Leucippus'tan sonra İ. Ö. 460 yıllarında ünlü olan Abderalı Democritus ve onun ardından da Epicurus gelir. İ. Ö. 370 yılında ölen Democritus, filozofi çalışmaları dışında, düzlemsel şekiller, katı cisimlerin geometrisi, irrasyonel uzunluklar, perspektiflik ve sayılar üzerine kitaplar yazmıştır. Democritus'un kitaplarının tümü üzerine kitaplar yazmıştır. Democritus'un kitaplarının tümü zamanla kaybolmuştur. Fakat, yaptıkları öğrencileri tarafından iletilmiştir. Archimedes tarafından yazılan ve 1906 yılında Yunanlı tarihçi tarafından İstanbul'da bulunan kitaba göre, Democritus, piramidin hacminin, aynı tabanlı ve yüksekliki pirizmanın hacminin üçte birine eşit olduğunu yazmaktadır. Fakat, Archimedes bu hacmin nasıl bulunduğunu ispatıyla vermemektedir.

Theaetetus, öğretmeni Theodorus gibi irrasyonel uzunluklar üzerine yaptığı çalışmalarla daha çok tanınır. Onun bu çalışmaları daha sonra Euclides'in çalışmalarına ışık tutmuştur. Hatta, Euclides'in onuncu kitabındaki dokuzuncu önerme, Theodorus'un verdiği sonuçları da içerecek şekilde düzenlenmiştir.

EUDOXUS (İ. Ö. 408? - 355)

Knidoslu Eudoxus, İ. Ö. 400 ya da 408 yıllarında Knidos'ta doğmuştur. Kendisi iyi bir düşünür, astronom ve matematikçidir. Onu, Atina okulunun üçüncü büyük matematikçisi olarak kabul ederler. Ayrıca Cyzicus'da okulun kurucusudur.

Euduxus'un yaşamı hakkında fazla bir bilgi yoktur. Birçok bilgin gibi gençliğinde çok fakirlik çekmiş biridir. Bu nedenle her gün Pire'den Atina'ya kadar yaya gidip sofistleri dinledikten sonra yine yaya döndüğü söylenir. Felsefeyi Eflatun'un okulunda öğrenmiştir. Atina'da çok az kaldığı ve hocasının tüm düşüncelerini kavramadığı anlaşılıyor.

Eudoxus doğduğu zaman Eflatun gençti ve Eudoxus öldüğü zaman Aristo otuz yaşlarındaydı. Bu iki düşünür, uzun yıllar Zenon tarafından matematik düşünceye sok-

tuğu şüphelerle çok uğraştılar. Eudoxus ise, Yunan matematiğini zirveye ulaştıran orantılar kuramıyla, on dokuzuncu yüzyılın son yirmi beş yılına kadar bu şüpheleri biraz tatmin etmiştir.

Eudoxus.

Eudoxus, genç yaşlarında Tarentum şehrinden Atina'ya gitmiş, orada en iyi ve birinci sınıf matematikçi, idareci ve asker olan Archytas'ın (İ. Ö. 428 - 347) yanında öğrenim görmüştür. Atina'da, o devrin en büyük filozofu olan Eflatun'la karşılaşmıştır. Atina'daki akademi yöresinde yaşayacak kadar parası olmadığından, balık ve zeytinin ucuz olduğu Pire'de kalmıştır. Her gün Pire ile Atina arasında gider gelirdi. Bu da onun için oldukça yorucuydu.

Eflatun'un kendisi bir matematikçi olmamasına karşın, birçok matematikçiyi o yetiştirmiş ve onların çalışmalarına destek olmuştur. Eudoxus'un değerini ve kıymetini bilen Eflatun, onunla dost olmuş ve onu her zaman korumuştur. Fakat, dostunun bu parlak zekasını zaman geçtikçe kıskanmaya başlamıştır. Eudoxus'un, Eflatun'la birlikte Mısır'a seyahat ettiği de söylenir. Eudoxus, Pisagor ve Eflatun'dan biraz daha farklı olarak doğunun mistik düşüncesini az benimsemiştir. Fakat, bir yerde yaşadığı devirde o da bu bilimsel olmayan bazı görüşlerden kurtulamamıştır.

Eudoxus, Atina'da sevilmediğini anlayınca, burayı terkederek, bugünkü Kapıdağı Yarımadası'nda bulunan Sızık şehrine gelerek burada tıp öğrenimi yapmıştır. Matematik dışında iyi bir hukukçu ve bir de iyi bir doktordu. Ciddi astronomi çalışmalarıyla da ünlüdür. Bilime çok büyük katkılarda bulunmuştur. Zamanının birçoğunu söylevler vererek ve felsefe yaparak geçirmiştir. Çağdaşlarına göre, ilmi yönüyle ve ilmi düşünceleriyle, birkaç yüzyıl ileridedir. Galile ve Newton gibi, gözleme ve deneye dayanmayan fikir, düşünce ve görüşleri hoş görmemiş ve inanmamıştır. Fakat, kendisi de iyi bir tahminde bulunmak istememiştir.

Agesilas'ın mektubunu Kıral Mektanebes'e götürmek üzer Mısır'a gitmiştir. Onun bu gezisi İ. Ö. 378 yıllarına rastlar. Heliopolis'te uzun süre kalmış ve oradaki astronomi doktrinlerini öğrenmiştir. Sonra Archytas'tan geometri öğrenmiştir. Bazı tarihçiler onu Pisagorcu olarak tanırlar. Sicilya'da Philistion'dan hekimlik öğrenmiştir. Atina'ya geldiği zaman, Eflatun'a Sicilya'ya yaptığı üçüncü gezisinde arkadaşlık etmiş olan Helikon'un öğrencisi olmuştur.

Eudoxus, alan, hacim ve bazı cisimlerin yüzölçümlerini bulmuş ve bunlar hakkında birçok teoremin ispatını vermiştir. Gezegenlerin görünen hareketlerini açıklamış ve bu hareketlerinin dairesel olduklarını söylemiştir. Güneş saatini bulan, bir yılın 365 1/4 gün olduğunu ortaya koyan ilk bilim adamıdır. O da, evrenin merkezi dünya ve hareketsiz olduğunu ileri sürmüştür. Evreni, içiçe kürelerden oluşan bir sonsuzluk olarak tanımlamıştır.

Plinius'a göre, Eudoxus Mısır'a yaptığı bir gezide, yılın süresi hakkında kesin bir bilgi edinmişti. İlk olarak yıla 365 gün 6 saat değerini veren odur. Ona göre bir dönence yıl 365,25 yıl, gerçekte ise bu zaman süresi 365,24219879 gündür. Bu süre, daha sonradan Julianus takviminde de kubul edildi. Bugün matematikte kullandığımız ve adını Archimedes aksiyomu dediğimiz aksiyomu yine Eudoxus'a borçluyuz. Bu da onun, ünlü orantılı doğrular kuramıdır. İki doğru parçası veya iki sayı verildiğinde, en küçüğünün her zaman en büyüğünü kapsayan bir tam katı vardır. Bu aksiyom, matematik tarihinde uzun yıllar matematik çağlarının konusu olmuştur.

Sayılar kuramını geliştiren, Güneş'in, Ay'ın ve gezegenlerin hareketlerine ilişkin ilk sistematik açıklamaları yapan eski Yunanlı matematikçi ve astronom olan Eudoxus, geometriyi astronomiye uygulamış ve böylece gözlem ile kuram arasındaki bağıntıyı kurarak astronominin hızla gelişmesini olanaklı kılmıştır. Yapıtlarının hiçbiri günümüze

kadar gelememiş olmasına karşın, Bizans yazmalarına ilişkin yorumları da içeren çok sayıdaki eski Yunan kaynağından, çalışmaları ve katkıları izlenebilmektedir.

Aiskhines'in oğlu olan Eudoxus, bir süre Koslu Hippokrates'in okuluyla yarışa giren bir okulda tıp ve matematik öğrenimi gördü. Eudoxus'un yeteneklerinden etkilenen zengin bir cerrah onu Atina'ya göndererek, İ. Ö. 387 yılında kurulmuş olan Eflatun'un Akademisi'ne devam etti. Daha sonra on altı ay kadar I. Nektanebos'un İ. Ö. 380 ile İ. Ö. 363 yılları arasında hüküm sürdüğü Mısır'da bulundu. Astronomi dahil birçok bilgiyi burada öğrendi. Burada bir de gelecekten haber veren ve adına büyücülük denen sanatı öğrendi. Eudoxus, ilk büyük yapıtı olan, büyük olasılıkla Venüs üzerine gözlemlerine dayalı olarak geliştirdiği sekiz yıllık bir takvim sistemine ilişkin Oktaeteris'i burada yazdı.

Astronomiye ilişkin çalışmaları ilkçağlarda büyük etkiler bırakmıştır. Bunların bir kısmını Çiçeron Latinceye çevirerek saklamış olduğu, Aratus'un Olaylar adındaki şiirine eklemiştir. Hipparchus'un bu şiire ilişkin açıklamalarında ondan bazı izler görülür. Felsefeyi ilgileyen eserlerinden bir şey kalmamıştır. Aristo çok kez sözünü ettiği için bu yapıtların değerli olduğu anlaşılmaktadır. Aristo, onun Güneş ve Ay'ın hareketlerini açıklamaya çalışan küreler kuramına ilişkin düşündüklerini yazar. Aynı zamanda Anaxagoras, "beyazlık, karıştığı beyaz şeylerin nedeni" olduğunu kabul etmişse, onu da düşünceleri, eşyanın nedeni saydığını anlatır.

Eflatun da onun ilkelerine değer vermiştir. Eflatun'dan niçin ayrıldığı açık olarak bilinmiyorsa da, Eudoxus'un daha çok teknik ve matematik bazı önemli buluşları ile doğmacılıktan pek de hoşlanmamasından olduğu kuşkuludur. Aristo, Eudoxus'un özel yaşamında kanaat ve perhizle yaşadığını anlatır. "Onun kuramlarına, özel doğruluklarından ötürü değil, daha çok Eudoxus'un karakter ve erdeminden ötürü inanılır. Kendisinden güvenilir bir erdeme sahip olduğu için söz edilir. O, düşüncelerini, hazzın dostu olduğu için değil, içten olarak hazların doruğuna inandığı için ileri sürmüştür" demektedir.

Eudoxus'un yurttaşları için kanunlar yazdığını ve yurdunda çok saygı gördüğünü, Eflatun'un kendisinden hoşlanmadığını, kinik filozofları konuşturan bazı karşılıklı konuşmaları olduğunu Diogene Laerce'den öğreniyoruz. Mısırlıların bazı eserlerini Yunancaya çevirdiğinden eğri çizgiler kuramını ileri sürdüğünden ve üç kızı olduğundan da bu yazar söz etmektedir.

Sızık'ta bir okul açmıştır. O zamanlar Eflatun'dan yirmi yaş küçük olduğu halde Akademi'ye devam edermiş. Eudoxus, yeryüzünün aynı merkezli sekiz kürenin ortasında bulunduğunu savunmuş ve tüm göksel hareketleri açıklayabilmek için yirmi yedi küre tasarlamıştır. Onun bu çizdiği anatomi Kepler'e dek gittikçe daha karışık bir hal alarak devam etmiştir. Euclides, orantı kuramını Pisagorculardan değil, Eudoxus'tan almıştır.

Yaşamını dersler vererek kazanan Eudoxus, bir süre Marmara Denizi çevresinde gezginlik yaptıktan sonra Atina'ya döndü. Yasa koyucu olarak adını tüm Yunanistan'a duyurdu. Eudoxus'un yaşamına ilişkin az sayıdaki bilgi, büyük ölçüde Diogeni Laerce'ın İ. S. 3. yüzyıla ait el yazmalarından elde edilmiştir.

Procolos ve Archimedes'e göre Euclides, Öğeler adlı on üç kitaplık ünlü yapıtının 5. ve 12. kitaplarının tümünü, 6., 10. ve 13. kitaplarının da birçok bölümünü Eudoxus'un çalışmalarından yararlanarak yazmıştır. Eudoxus'un matematiğe en önemli iki katkısından biri olan orantılar kuramı Öğler'in 5. kitabında, öteki katkısı tüketme yöntemi ise 12. kitapta yer alır. Euclides'in aksiyomatik yöntemini de ilk olarak Eudoxus'un geliştirdiği düşünülmektedir.

İ. Ö. 5. ve 4. yüzyıllarda Pisagorcular bazı geometrik olarak ölçlebilir büyüklükler arasındaki ilişkileri saptamışlardır. Örneğin dik açılı bir üçgenin hipotenüsünün karesinin, öteki iki kenarının karelerinin toplamına eşit olduğunu belirlemişlerdi. Şüphesiz bu bağıntı Babillilerden beri biliniyordu. Ama bunun hemen ardından, bazı geometrik şekillerin, örneğin kenarları 1 birim olan bir karenin köşegeninin uzunluğunun ancak irrasyonel sayılarla, yani 1.414213... ya da $\sqrt{2}$ gibi sonu gelmeyen rakamlarla ifade edilebileceğini de buldular. İ. Ö. 400 yıllarında irrasyonel sayıların bulunması, başta yalnızca rasyonel büyüklüklere uygulanan Pisagorcu geometrinin yetersizliğini, irrasyonel sayılar alanına uygulanamazlığını açığa çıkardı.

Eudoxus'un orantılar kuramı, Euclides'in 5. kitabında derinlemesine işlenmiştir. Burada eşit oranlara ilişkin olarak verilen tanım 5 numaralıdır. Modern irrasyonel sayı kavramının temelini bu 5 numaralı tanım oluşturmuştur. Sayılar kuramına yapılan çok önemli bir katkı olan bu kuramın sayesinde matematikçiler, belirli üçgenlerin iki kenarı gibi çok iyi bilinen rasyonel büyüklüklerin yanı sıra irrasyonel büyüklükler de, yani, bir çemberin çapı ile çevresi gibi, birbirine oranı iki tamsayının bölümü olarak ifade edilemeyen büyüklüklerle işlemeye başladılar. Böylece, rasyonel sayılarla ifade edilen doğrularla sınırlanmış geometrik şekillerin alanlarının ve hacimlerinin bulunmasına yönelik problemlere ilişkin eski Yunan çözümlerinin ardından, Eudoxus, orantılar kuramından yararlanarak, rasyonel yaklaşıkların yardımıyla, irrasyonel sayıları içeren ölçümleri de ele almayı başardı. İrrasyonel sayıların, rasyonel sayı yaklaşımlarının aracılığıyla tanımlanabileceğini gösterdi. Yalnız bu kavrama ve yaklaşıma daha sonra gelen Kronecker çok karşı çıkacaktır.

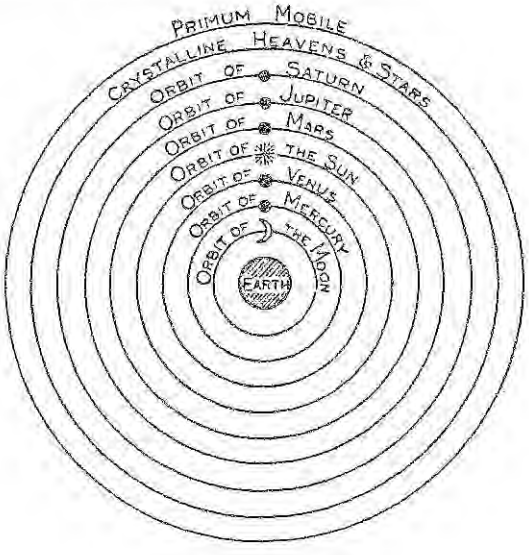
Bu sorunlardan daha güç olanı, eğrilerle sınırlanmış alanların ve hacimlerin bulunmasına ilişkin problemlerdi. Bu soruna ilk eğilen matematikçi yine Eudoxus olmuştur. Eudoxus, bu sorunun çözümüne yönelik olarak, günümüzde tüketme yöntemi adı verilen tekniği geliştirdi. İrrasyonel sayının yanı sıra sonsuz küçük nicelik kavramını da yönteminin içine başarıyla yerleştiren Eudoxus, bilinen bir büyüklüğün, örneğin bir doğrunun uzunluğunun, bir bilinmeyenin, yine bir eğrinin niteliklerine iyice yaklaşıncaya kadar nasıl kendi içinde bölünebileceğini gösterdi. Archimedes'e göre Eudoxus pira-

mitlerin ve konilerin hacimlerinin, sırasıyla eşit tabanlı ve eşit yükseklikli pirizmaların ve silindirlerin hacimlerinin üçte birine eşit olduğunu kanıtlamak için bu yöntemden yararlanmıştır. Aslında bu olguyu ilk keşfeden de Democritus'tur. Eudoxus ayrıca, dairelerin alanlarının, çaplarının karesiyle orantılı olduğunu kanıtladı. Onun tekniği bir bakıma, bir dairenin alanını bulmak için, bu dairenin içine çok sayıda çokgen yerleştirme işlemine benziyordu. Eğrilerle sınırlandırılmış geometrik keşillerin alanlarının ve hacimlerinin hesaplanmasını olanaklı kılan Euclides'in Öğler'inin 7. kitabında derinlemesine geliştirilen bu tüketme yöntemi, integral hesabının temeli olarak kabul edilir. Fakat bu yöntem tam iki bin yıl sonra Newton ve Leibniz ile meydana çıkmıştır.

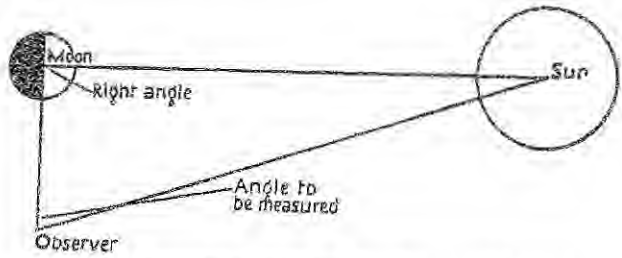
Eudoxus'un evren modelinin temsili bir resmi.

Güneş'in ve Ay'ın, Yer'den uzaklığını geometrik yoldan hesaplama yöntemini ilk olarak İ. Ö. 3. yüzyılda Sisamlı ya da Samoslu Aristarkhos'un geliştirdiği kabul edilmekle birlikte, bu tekniğin önce Eudoxus tarafından kullanılmış olması olasılığı da vardır. Eudoxus, bir başka astronomi problemine, Güneş'in, Ay'ın ve beş gezegenin görünürdeki devinimlerinin matematiksel olarak açıklanmasına ilişkin bir çözüm önerdi. Bu da onun bu konuya yabancı olmadığını gösteriyor. Sabit olarak kabul edilen Yer'e göre sıralanan bu yedi gezegen, dizilme düzenine göre, Ay, Merkür, Venüs, Güneş, Mars Jupiter ve Satürn sırasındaydı. Eudoxus'un eşmerkezli küreleri İ. Ö. 500 yıllarında Elealı Parmenides tarafından geliştirilen bir düşünce anlayışına dayalı olarak geliştirildi. Bu çözüm şekli daha sonra bırakıldıysa da, on dokuzuncu yüzyılda İtalyan astronomu Giovanni Schiaparelli, Aristo'nun 1985 yılında yayınlanan Metafizik adlı yapıtına ve altıncı yüzyıl filozofu Simplikios'un, Aristo'nun Gökyüzü üzerine İkinci Kitap'ı üstüne yazdığı açıklamalara dayalı olarak ve buralardan yaptığı alıntılarla bu çözümü ayrıntılı bir biçimde anlatmıştır.

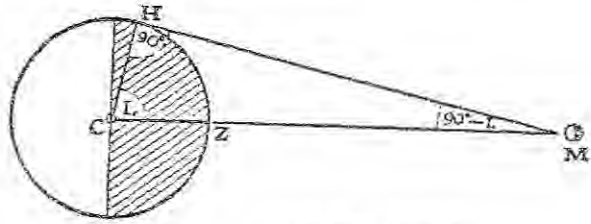
Çıplak gözle bakıldığında yıldızların bağımsız devinimleri yokmuş gibi görüldüğünden, eski çağlarda bilim adamları, bunların Yer'in çevresinde tek bir birim halinde döndüğünü, üzerinde gezegenlerin karmaşık ve düzensiz hareketlerinin gözlenebileceğini bir zemin oluşturduğunu düşünüyorlardı. Bu devinimleri açıklamak için Eudoxus, tüm gökcisimlerinin, merkezleri Yer'in merkeziyle çakışan 27 sanal kürenin üzerinde dolaştığı bir model kurdu. Sabit yıldızların tümü doğudan batıya doğru dönen tek küre üzerinde yer alırken, Ay ve Güneş için iç içe geçmiş üçer küre, gezegenler için de dörder küre tasarlamıştı. Her gezegen, iç kürenin ekvatoru üzerinde yol alıyordu. Bunun dışında kalan tek örnek olan Ay ise ortadaki kürenin ekvatoru üzerinde deviniyordu. Her kürenin kendi dönme ekseni ve açısal hızı değişikti.

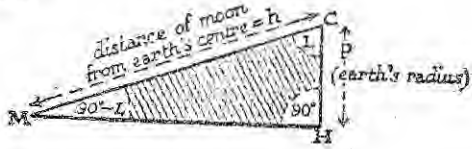


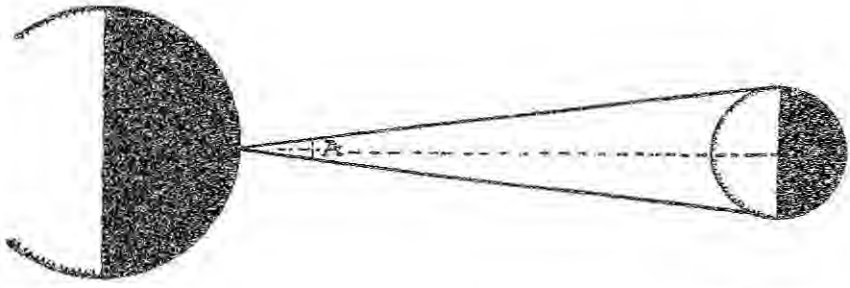
Eudoxus'un evreni.

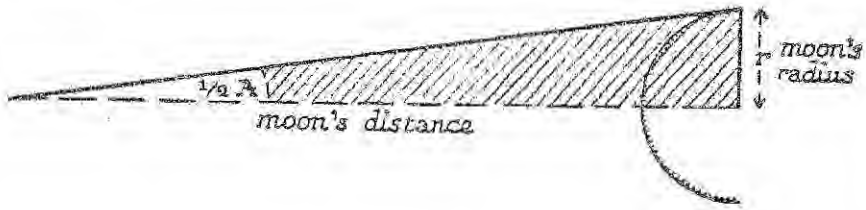


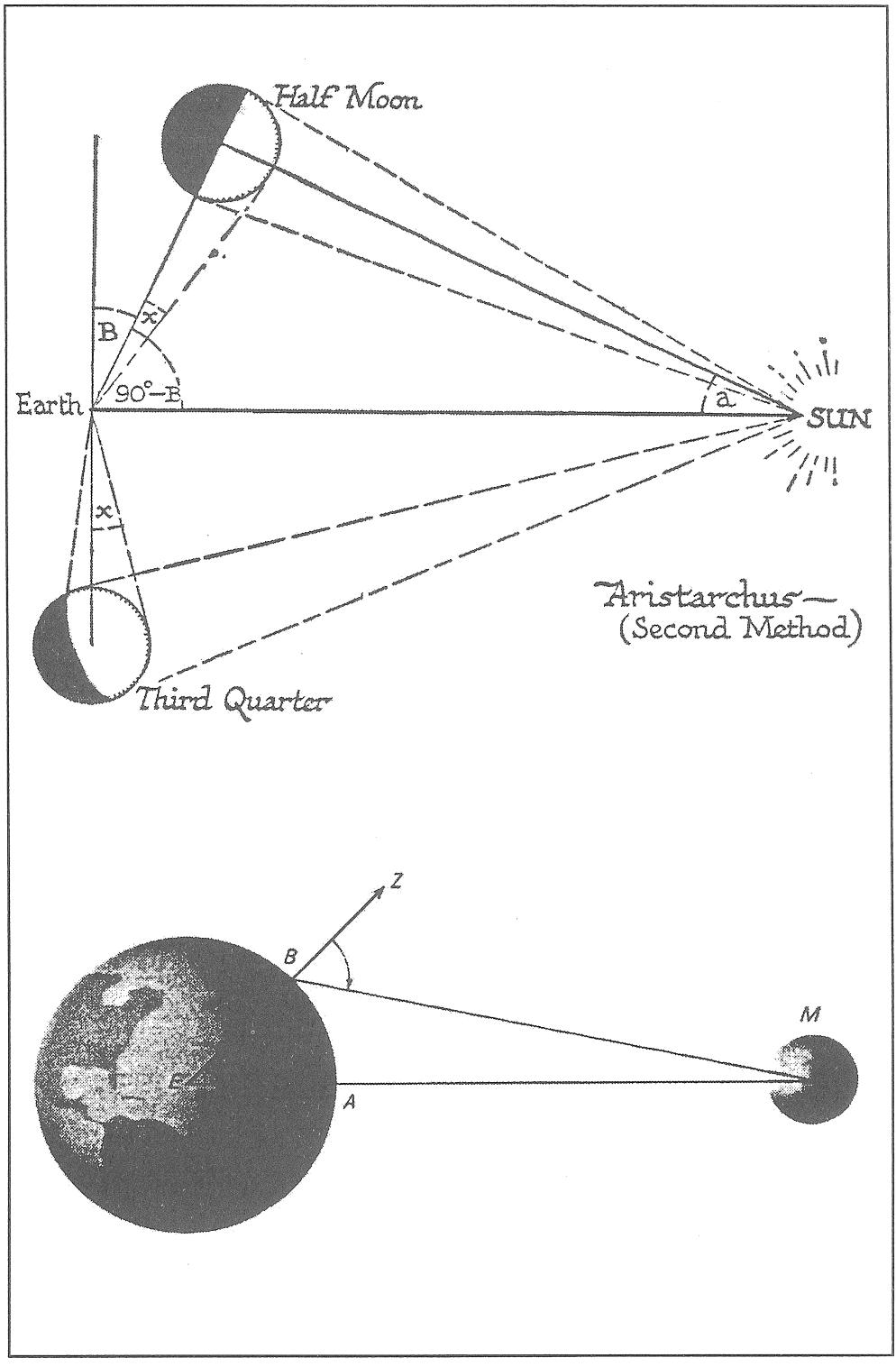
Aristarchus measures relative distances of Sun and Moon from Earth.










Half Moon
B
x
Earth
90°–B
a
SUN
x
Aristarchus—
(Second Method)
Third Quarter
Z
B
M
E
A

Ay'ın iç küresi, tutulum dairesiyle, yani Güneş'in takımyıldızlar arasında izlediği görünürdeki yolu, belirli bir açı yapacak biçimde yerleştirilmişti. Doğudan batıya doğru bir ejder ya da düğüm ayında bugün 27.2122 gün olarak kabul edildiği şekilde bir kez dönüyordu. Ay'ın üzerinde bulunduğu orta küre, tutulum dairesi boyunca batıdan doğuya doğru dönüyordu ve Ay'ın evrelerinin oluşmasını sağlıyordu. Güneş'in batıdan doğuya doğru devinen iç küresi, tutulum dairesiyle bir açı yapıyordu. Şüphesiz bu yanlıştı ve mevsim değişikliklerinin oluşmasını sağlıyordu. Orta küresi ise, tutulum dairesi boyunca batıdan doğuya doğru ve her yıldız yılında, yani bir tam dolanım yapıp takımyıldızdaki yerine geri gelme süresi için bir tur atacak biçimde dönüyordu.

Beş gezegenin gerileme hareketlerini göstermek için Eudoxus, her birinin iki iç küresinin birleşik dönme hareketinden yararlanıyordu. Böylece ortaya çıkan hareket, uzatılmış sekiz rakamı biçimindeydi. Eudoxus bu şekli hipopet olarak adlandırmıştır. Eski dönemde geliştirilmiş ilk dairesel olmayan eğrilerden olan bu şekil, gezegenlerin enlem ve boylamdaki gezinme hareketlerini temsil ediyordu. En içerdeki küreye yerleştirilmiş olan gezegen, gerilemeler sırasında Eudoxus'un hipopeti boyunca salındıkça, hipopetin kendisi de en dışardaki küre üzerinde günde bir kez dönüyor, bir yandan da dışarıdan içeri doğru ikinci kürenin aracılığıyla tutulum dairesinin çevresinde, her yıldız yılında bir kez olmak üzere dolanıyordu.

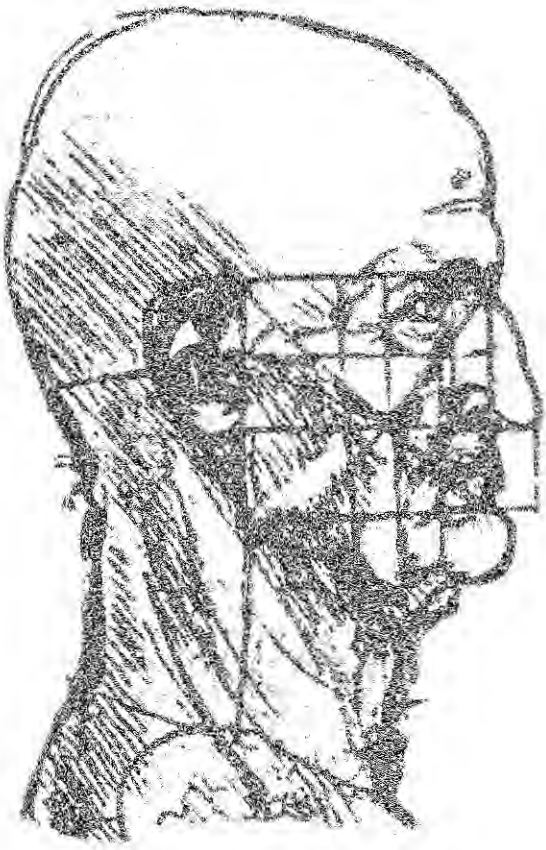
Kürelerin çeşitli birleşimleriyle, Güneş sistemindeki gök cisimlerinin görünürdeki düzensiz hareketlerini temsil eden Eudoxus, böylece Yunanlıların bütünlük kavramının simgesel olan dairesel kusursuzluk anlayışını da korumuş oluyordu. Eudoxus'un sistemi, Merkür, Jüpiter, Satürn, Güneş ve Ay'ın görünür hareketlerini temsil etmesi bakımından son derece başarılı bir girişimdi. Fakat bu sistem Venüs için yetersiz, Mars için ise tümüyle yanlıştı. Ayrıca, parlaklık değişimleri, yörünge devirleri, Ay'ın görünürdeki büyüklüğü ya da kavuşum dönümü gibi olguları içermiyordu.

Eudoxus'un geometriye ve sayılar kuramına yaptığı katkılar, onun ölümünden sonra da Yunan matematikçilerini etkilemeye devam etti. Archimedes'in çalışmalarında görüldüğü üzere önemli geliştirmelere temel sağladı. Eudoxus'tan matematikte en fazla Euclides ve Archimedes, astronomide de Ptolemy yararlandı.

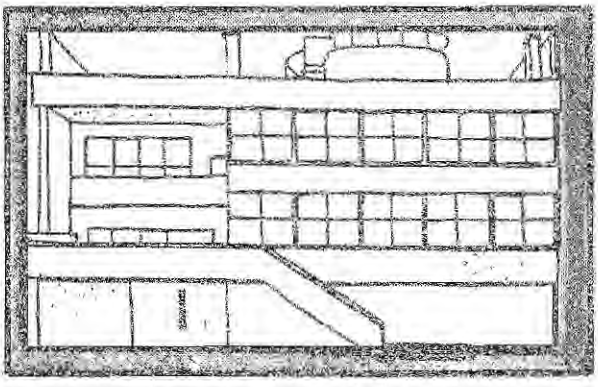
Eudoxus astronomiye, gökcisimlerinin düzensiz hareketlerinin düzgün dairesel hareketle açıklanabileceği anlayışını kazandırdı. Bu görüş, Ptolemaios'un ilmek kuramıyla birlikte, on yedinci yüzyıl astronomu Johannes Kepler'e kadar geçerliliğini ve etkisini korudu. Öte yandan Eudoxus'un dairesel düzenlilik anlayışı, modern matematikteki sonsuz serilerin devirli karakterine ilişkin olarak halen yaşamaktadır.

Eudoxus, ölümünden kısa bir süre önce Cyzicu ya da Knidos'a gelmişti. Buradan yine bir gezi için Mısır'a gitti. İ. Ö. 355 yılında Mısır'daki bu gezisi sırasında öldü.

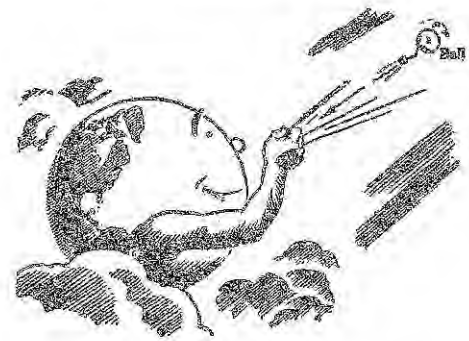
Eudoxus'un en önemli çalışmalarından biri de Euclides'in beşinci kitabına alınan

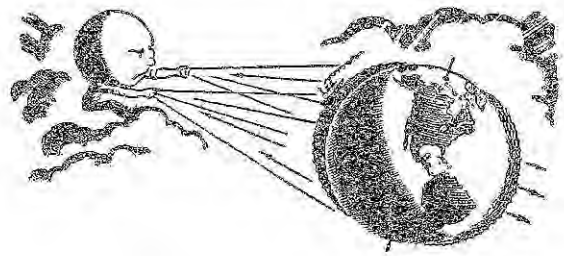


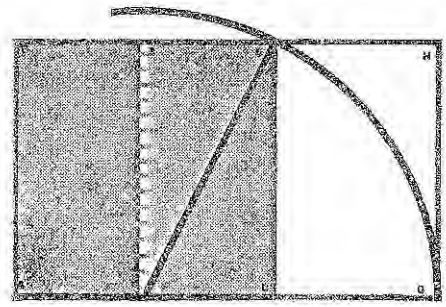
Yüzdeki simetri.



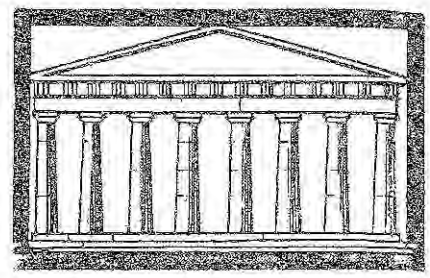
Modern bir villa.







Altın dikdörtgen.



Eski bir mezar.

ve bugün Altın Oran'lar denen konu üzerindeki teoremleridir. Altın oranlar aslında bir güzellik ve zerafet simgesidir. Bu da kısaca, AB doğru parçasını AB : AH = AH : HB olacak şekilde bir H noktasıyla bölmedir. Bu konu daha sonraki yüzyıllarda çok işlenmiştir. Zaten doğada da bu kural kendiliğinden vardır ve mutlaka bir güzel görünüm oluşturmak için düzenlenmiştir.

Eudoxus'un astronomi üzerine yazdığı Aratus adlı kitap, İ. Ö. 300 yıllarında yazılmıştır. Bu eser gibi onun diğer eserleri de zamanımıza kadar gelememiştir. Ama içerikleri ve Eudoxus'un yaptıklarının tümü ondan sonra gelenler tarafından aktarılarak zamanımıza iletilmiştir.

Strabo'nun söylediğine göre, Eudoxus Knidos'ta bir gözlemevi yapmış ve bu gözlemevinden gözlemler yapmıştır. Mısır'da bulunduğu yıllarda bazı gözlemleri ve hasaplamaları tamamlamıştır. Bu konuda Aristo'nun yapıtlarında bazı açıklamalar vardır. Archimedes'in belirttiğine göre, Güneş'in çapının Yer'in çapının dokuz katı kadar olduğunu yine Eudoxus göstermiştir. Piramidin hacim formülü bulunmuştur. Spider web adı verilen bir güneş saati yapmıştır. Onun yaptıkları hakkında bilgi veren kaynaklardan biri Aratus tarafından yazılan bir astronomi şiiridir. Bir de Hipparchus'un, Eudoxus üzerine yaptığı yorumlamalardır. Aratus'un şiiri ilk kez 1499 yılında Venedik'te basılmıştır. Daha sonraki baskısı 1817 yılında Paris'te yapılmıştır.

THEODORUS (İ. Ö. 390 - 425)

Cyreneli Theodorus, Kuzey Afrika'da Cyrene kentinde doğduğu için bu takma adıyla anılır. İ. Ö. 399 yılında ölen Sokrates ile İ. Ö. 322 yılında ölen Aristoteles arasında yaşamış ünlü on iki tane bilgin ve matematikçi vardır. Bunların içinde altı tanesi gerçekten iyi matematik yapmışlardır. Bunlar, başta Cyreneli Theodorus (i. Ö. 390 yılları) olmak üzere, Theaetetus (İ. Ö. 368 yılları), Cniduslu Eudoxus (İ. Ö. 355 yılları), Menaechmus (İ. Ö. 350 yılları), Menaechmus'un kardeşi Dinostratus (İ. Ö. 350 yılları) ve Pitaneli Autolycus (İ. Ö. 330 yılları) sayılabilir. Bu matematikçiler, matematiği kendilerinden önce gelenlerin çoğunda olduğu gibi, matematiği sezgisel düşünce yönteminden uzaklaştırarak onun bilimsel matematik haline getirmeye çalışmışlardır. Bu yolda en bilimsel düşünceyi de Theodorus getirmiştir. Theodorus, Pisagorcu bir düşünür ve matematikçiydi. Proclus'un (412? - 485) yazdıklarına göre, Theodorus, Anaxagoras'tan (İ. Ö. 500 - 428) çok az gençti. Appuleius (150 yılları) ve Diogenes Laertius'a

(ikinci yüzyıl) göre, Eflatun, Theodorus'un yönetimi altında geometri öğrenmek üzere Cyrene'ye gitti ve orada geometri öğrendi. Geometriden başka hangi sayıların irrasyonel oldukları ve bu irrasyonel sayıların pergel ve cetvelle çizimlerini öğrendi.

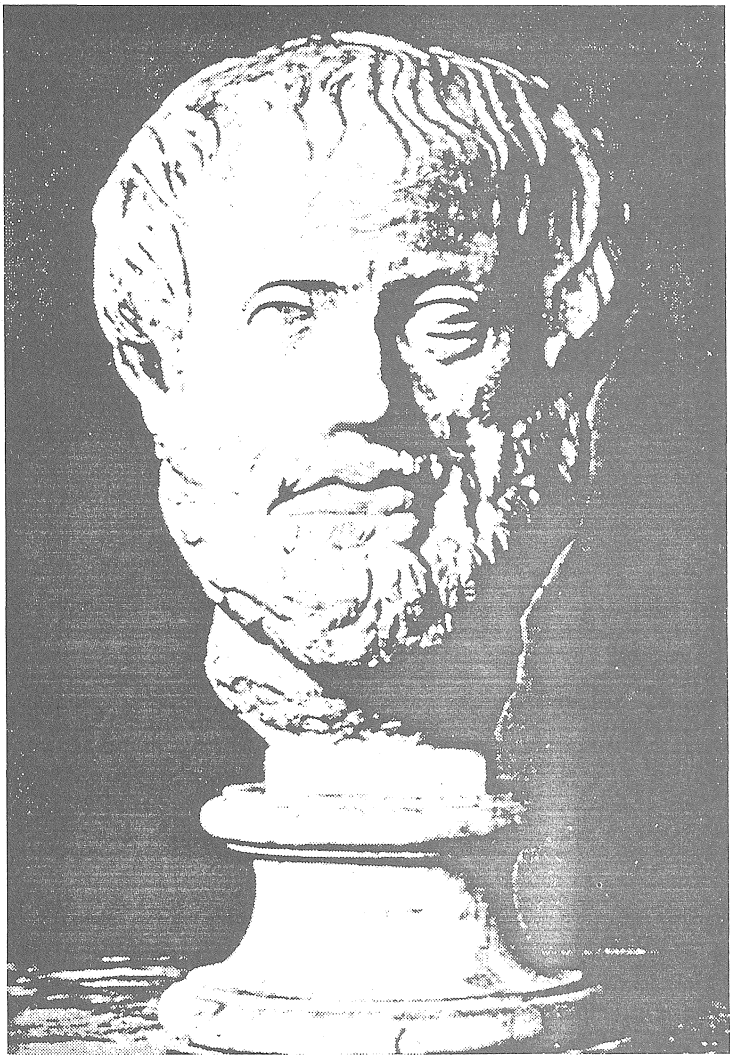
Theodorus, Pisagor okulunun en gözde ve ilerideki bir matematikçisiydi. Zaten, pergel ve cetvelle yapılan çizimlerdeki ciddiyet Eflatun'a ondan geçmiştir. Bu nedenle, pergel ve ölçümsüz cetvel kullanılmadan yapılan işlemleri geometride kabul etmemiştir. Archytas ile aynı dönemlerde yaşayan Cyreneli Theodorus, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\sqrt{13}$, $\sqrt{14}$, $\sqrt{15}$ ve $\sqrt{17}$ gibi sayıların irrasyonel olduklarını ve bu sayıları pergel ve cetvelle nasıl çizilebildiklerini gösterdi. Ayrıca, Theaetetus, Theodorus'un öğrencilerinden biriydi.

Yine bu dönemlerde yetişen Locrili Timaeus ve Heraclealı Bryso da ünlü Pisagorculardandı. Bryso, dairenin içine ve dışına düzgün çokgenler çizerek alanını hesaplamaya çalışanlardan biri olduğu söylenir.

ARİSTOTELES (İ. Ö. 384 - 322)

Aristo, eski bir Yunan düşünürü ve ünlü bir bilginidir. O, İ. Ö. 384 yılında Yunanlıların Makedonya'daki sömürgelerinden biri olan Stageira kentinde doğmuştur. Bu şehir, eski Atina'nın yaklaşık olarak üç yüz kilometre güneyinde, Halkidikya Yarımadasının yanında ve sahilindedir. Aristo'nun bütün ataları doktordu. Bu meslek, Epikülap'ın oğlu olan Machaon'dan başlayarak kendi babasına kadar gelmiş sayılmaktadır. Aristo'nun babası da, Makedonya kıralı ikinci Amyntas'ın doktoru olan Nicomak'tır. Bazı tarihçiler Aristo'nun deneysel araştırmalarla pozitif bilimlere karşı olan özel ilgisini babasına borçlu olduğunu yazarlar. Oysa Aristo çok küçük yaştayken babasının ölümüyle babasız kaldığından, olsa olsa atalarının soyundan gelen bir yeteneğin ürünü demek daha doğrudur.

Aristo'ya babasından çok büyük bir servet kalmıştı. Bu nedenle, bilime karşı duyduğu büyük ve sarsılmaz yönelişini geliştirmek için gerekli olan her tür araçları kolayca elde etmeyi başarmıştır. Bir söylentiye göre, on sekiz yaşındayken başı boş bir gençliğin sıkıntılarından kurtulmak için Stageira'ya gelmiştir. Daha doğru olan diğer bir söylentiye göre de, aynı yaşta Atina'ya gelerek Eflatun'un Akademisi'ne girdi. Burada tam yirmi yıl Eflatun'un derslerini izledi. Onu fırtınalı bir gençlikten Akademi'nin sakin çevresi kurtarmış, o büyük ve sarsılmaz kişiliğini de bu çevrede kazanmıştır. Onun Atina'ya gelişi İ. Ö. 367 yıllarına rastlar. Bu tarih Atina'nın en yüksek ve parlak dönemine rastlar.



Aristoteles.

Aristo, Eflatun'un sağlığında ona bağlı ve onun en yakın öğrencisi olarak kalmış, fakat ölümünden sonra onun yöntemine karşı olan aykırı düşüncelerini tüm gücüyle göstermiştir. Eflatun'un Aristo'ya karşı büyük bir yakınlık duymadığını ileri sürenler de vardır. Belki de bunun nedeni, Eflatun'un öğrencisinde kendi fikirlerine aykırı olan düşüncelerini sezmiş olmasıdır. Bununla beraber, Aristo eserlerinde Eflatun'dan büyük saygıyla söz etmiştir. Eflatun da bu yüksek yetenekli öğrencisinin okumaya karşı olan düşkünlüğünü ve geniş zekasını görerek ona, "Okuyucu", bir söyentiye göre de, "Okulun tümel aklı" takma sıfatlarını vermiştir.

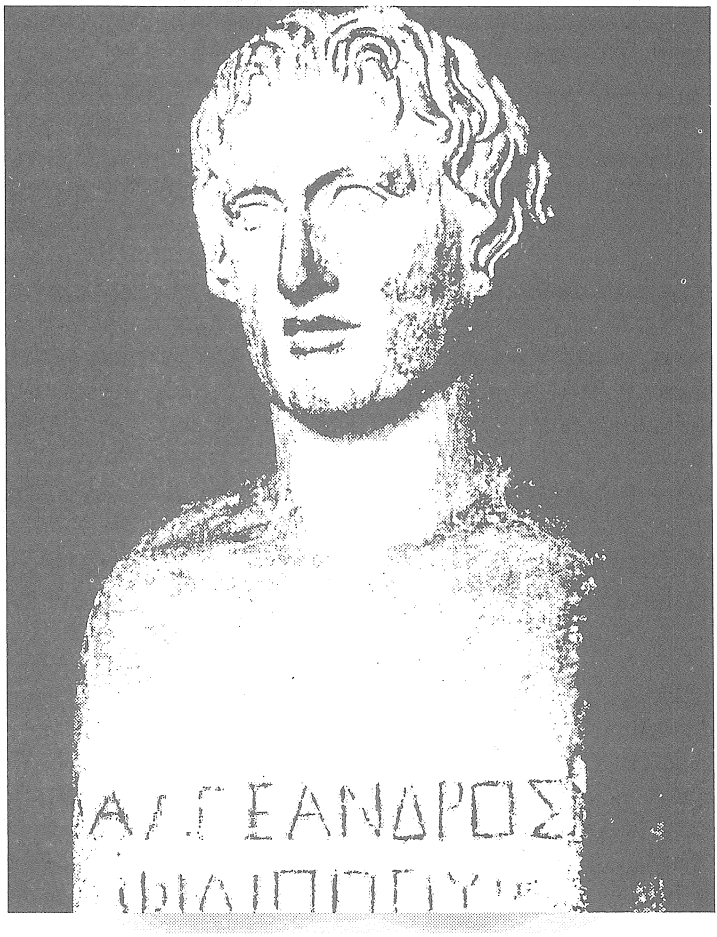
Aristo bir yandan hocası olan Eflatun'un derslerine devam ederken, bir yandan da o dönemde Atina'da çalkalanan başka felsefe sistemlerini de inceliyordu. İşin daha başlarında Akademinin düşüncelerine karşı az çok bir bağımsızlık kazanmaya başlamıştı. Onun ilk kez karşı geldiği nokta, hocasının İdealler kuramıydı. Bununla beraber, hocası öldükten sonra ve kendi de ölünceye kadar Eflatun'un büyüklüğünden hiç bir zaman şüphe etmemiştir.

Aristo, Eflatun'un ölümünden sonra kutsal sayılan bazı şeylere saygısızlıkla suçlandırılmıştır. Öldürülmesinden korktuğu için, Xenokrat'la birlikte İ. Ö. 348 yılında Atina'dan ayrıldı ve Anadolu'ya geçti. Burada Atarnes şehrine yerleşti. O zaman bu şehir Hermias adında bir tiran tarafından yönetiliyordu. Aristo'yu bu şehire çağıran da oydu. Aristo'yu ödüllendirmek için İ. Ö. 344 yılında, bir söylentiye göre kız kardeşini, başka bir söylentiye göre de yeğenlerinden birini ona verdi. Aristo'nun vasiyetnamesinden anlaşıldığına göre, eşi ile mutlu bir yaşam sürdürmüştür. Eşinden sevgi ve saygıyla söz eden Aristo, bir yıl sonra Makedonya kıralı Philippe tarafından oğlu Büyük İskender'in eğitimiyle görevlendirildiğinden, bu yöneticisinden ayrılmak zoruda kalmıştır. Bu ayrılığın ikinci nedeni de, Hermias'ın İranlılara yenilmiş olmasıdır.

İskender, Aristo'nun eğitimine verildiği zaman henüz on üç yaşındaydı. Bu olay Aristo'nun kazandığ büyük bilim ününü büsbütün yüceltmiş ve kıtalar arasına yaymıştı. Bu da onun için büyük bir şeref ve zevkti. Philippe'in öldürülmesinden sonra yönetime İskender el koydu. İskender, saralı, alkolik, şeref, servet ve maceraya düşkün bir kimseydi. Bilme de inanmıştı. İskenderiye şehrini de o kurmuştu. Aristo'yu çok severdi. "Babam bana hayat verdiyse, Aristo da bana yaşamak sanatını öğretti. Çünkü, yaşam doğanın bir bağışıdır. Güzel bir hayatsa bilgeliğin bir armağanıdır" diyordu.

İskender, Aristo'dan sekiz yıl ders aldıktan sonra kendisini bıraktı. Dünyayı kasıp kavuran saldırışlara ve savaşlara başladı. Kıralların korumaları altında bulunan Aristo'nun doğa bilimlerine ilgisi arttı. Kıralların buyruklarıyla toplantırılan ve Aristo'ya verilen büyük bir koleksiyonu oldu. Anadolu'da bulunduğu yıllarda Assos şehrinde ve Midilli'de kurduğu okullarda dersler verdi. Bu sırada hocası olan Eflatun'un izinden ayrıldı ve bağımsız eserler vermeye başladı. Yaşam ve maddenin nitelikleriyle ilgili birçok düşünce koymuştur. Doğayı ilk kez yarar elde edecek biçimde inceleyenlerden biridir. Doğru düşünme dediğimiz mantıkta ana bir sistem geliştirdi. Kendisinin özel olarak matematik buluşları olmadığı halde, geliştirdiği mantık sistemi çeşitli alanlara uygulandı. Aristo'nun bu mantık düşüncesi ileride matematik biliminin gelişmesine önder oldu ve matematiksel mantığın doğmasını sağladı.

Uzun yolculuklara çıkan ve seyahatler yapan Aristo, sonunda Atina'ya döndü. Burada Makedonya Partisi'ne üye oldu. İ. Ö. 334 veya İ. Ö. 335 yıllarında Lise açtı. Bu okul yöresinde çok tutuldu ve çok sayıda öğrencisi oldu. Bu sıralarda Aristo elli üç yaşlarındaydı. Hatta, Eflatun gibi öğrencileriyle birlikte okulda yemek yerdi. Eserlerinin çoğunu yaşamının son on yılı içinde yazmıştır. Çok iyi bir kitaplığı vardı. İsken-



Büyük İskender.

der'in buyruklarıyla toplattırılan bitki ve hayvan koleksiyonu çok genişti. Hayvanlarını beslemek için İskender'in ve zengin karısının yardımlarını kullanıyordu. Bu konuda İskender'in yardımı 800 talan kadardı. Bu para bugünkü değeriyle dört milyon dolar tutar. Bu para o tarihlerde bilim için yapılan yardımların ilki ve en büyüklerinden biridir.

Aristo, İskender'i bir Tanrı yerine koyarak ona tapmayı kabul etmeyen Callisthene adındaki bir yurttaşını ölüm cezasından kurtarmak için uğraştı ve ölümünü durdurdu. Aristo, İskender'i Atinalılara karşı savunmaktan geri kalmamıştır. Özgürlüklerini yitirmiş olan Atinalılar, Aristo'ya düşman oldular. İskender, onun heykelini Atina'nın göbeğine diktirdiği için karşı çıktılar. Düşmanlarına karşı şiddetle savaşan Aristo, Atina'dan sürüldü. İskender'in İ. Ö. 323 yılında Hindistan seferinden dönüşünde sıtmadan birden ölmesi, Makedonya Partisi'nin dağılmasına neden oldu. Atinalılar bağımsızlık için savaşıyorlardı. Fakat, Büyük İskender'in ardılı ve Aristo'nun dostu olan yeni Makedonya

kıralı, Atina üzerine yürüdü. Bağımsızlık partisinin üyeleri kaçtılar. Yalnız Atina'nın başpapazı Ensymedon, dua ve kurbanın yararına inanmıyor diye Aristo hakkında adli kovuşturma istedi. Sokrates'in baldıran zehiriyle öldürülmesini hatırladı. Sokrates'i mahkum eden bilgisiz halktan daha çok kudurmuş olan bir jüri önünde, "Atina'ya bir daha felsefeye saldırmak fırsatını vermemek için gidiyorum!" diyerek şehirden ayrıldı. Sığındığı yerde hastalandı. Etrafında bulunanlar hep kendisine düşman oldular diye o da baldıran otunu içerek intihar ettiğini söylerler. Bazi tarihçiler de, uzun zamandan beri çektiği mide rahatsızlığından İ. Ö. 322 yılında 63 yaşında öldüğünü söylerler.

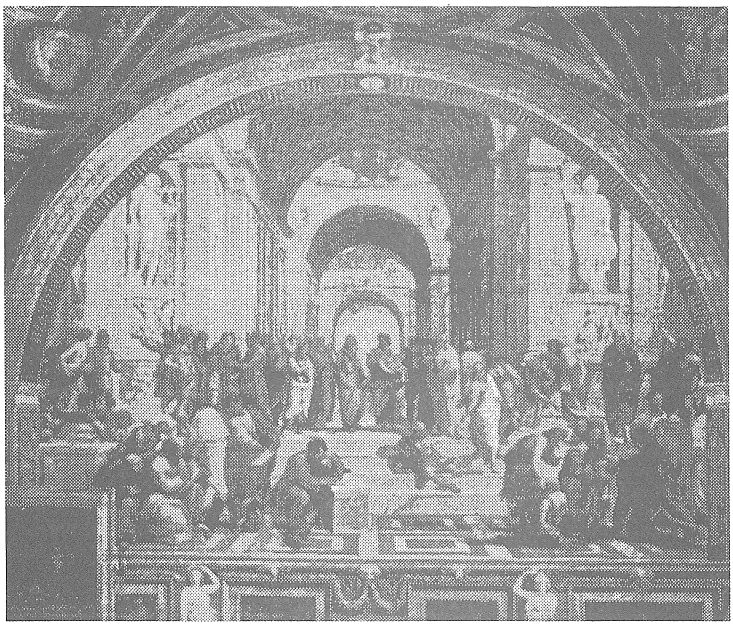
Aristo'nun öldüğü tarihte kendisiyle aynı yaşta bulunan Demostenes de kendisini zehirlemişti. Aristo kısa boylu ve zayıf bir adamdı. Küçücük gözleri vardı. Dudaklarında her zaman alaycı bir gülümseme izi bulunurdu. İlk karısı Fitiras'tan Nikomak adında bir oğlu dünyaya gelmişti. Yazdığı ahlak kitabına onun adını vermiştir. Özel yaşamından alınmış güzel ve doğru sözleri bir kitap haline getirilmiştir.

Eski yazarların bazıları Aristo'nun 400, bazıları da 1.000 kadar eser yazdığını söylerler. Bunun gerçek sayısının belirlenmesi zor olmasına karşın çok sayıda eserler verdiği açıktır. Onun tek bir konusu yoktu. Her alanda kitap yazıyordu. Yazılarının çoğu bilimsel ve edebi türdendi. Fakat, bu kadar yapıtın çok azı zamanımıza kadar gelmiştir.

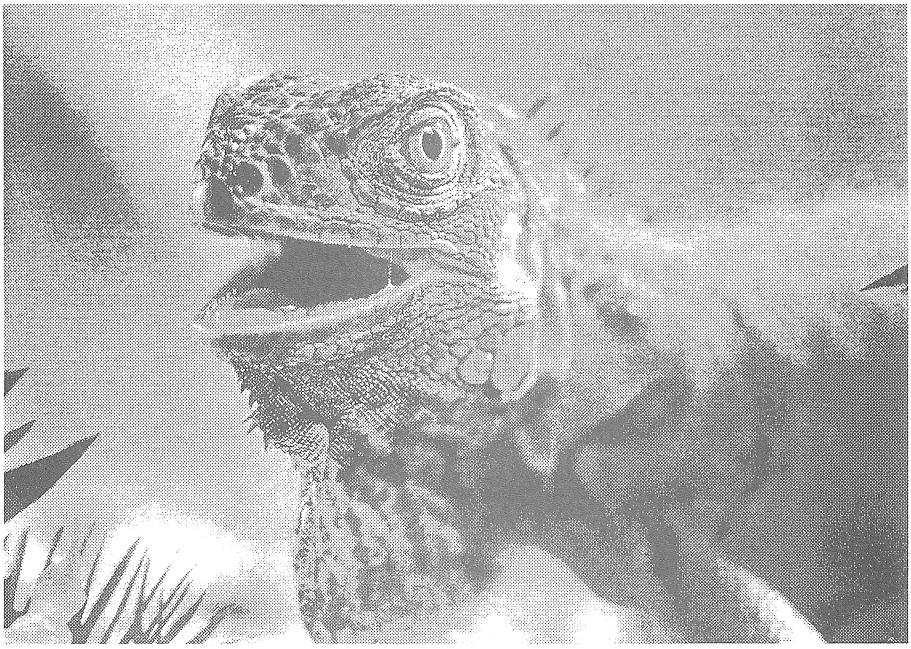
Plütark, Strabon'dan aktararak Aristo'nun elyazıları hakkında şöyle söyler: "Theophraste'ın öğrencilerinden Nelee, hocasının kitaplarıyla birlikte Aristo'nun eserlerini de miras olarak aldı. Çünkü, Aristo, eserlerini, kitaplığını ve okulunu Theophraste'a vasiyet etmişti. Bu kitaplar, babası bir Eflatuncu olan Nelee tarafından Scepsise şehrine götürüldü. Kendi bilgisiz mirasçıları, ülkeleri saldırıya uğradığı zaman, karmakarışık bir halde bu kitapları çok nemli olan bir yeraltı deposunda sakladılar. Daha sonra gelen mirasçılar bu kitapların birçok bölümünü kurtardılar. Nemin etkisiyle bozulan ve çürüyen bu eserleri bir bilgin olmaktan çok, bir kitap aşığı olan Teoslu Apellicon adlı bir adama çok yüksek bir para karşılığı sattılar. Bu adam da eserlerin harap olan yerlerini yeniden düzeltmek için baştan başa beyaza çekti ve bazı boşlukları yanlış olarak doldurdu. Bunun ölümünden sonra diktatör Sylla, bu eserlere elkoyarak Roma'ya getirdi. İ. Ö. 66 yılında Lucullus'ün getirttiği Tyrannion adında bir dilbilimci, bunları sınıflayarak incelemekle görevlendirildi. Bunlar daha sonra Çiçeron'un kitaplığında saklandı."

Bu söylentinin yanlış olduğunu söyleyenler de vardır. Çünkü, Aristo ve Theophraste'nin eserlerini öğrencileri beyaza çektikleri gibi, daha çok o zamanlar Ptoleme'nin İskenderiye'deki zengin kitapsarayında bunların birer kopyalarının bulunduğundan şüphe edilmez. Aristo'nun ünü ilk zamanlarda çok yayılmıştı. Bu nedenle diğer bazı eserlerin de kendisinin olduğu sanılmıştır. Bu karışıklıktan dolayı, kendi yapıtlarını başkalarının yapıtlarıdan ayırt etmek oldukça güçtür.

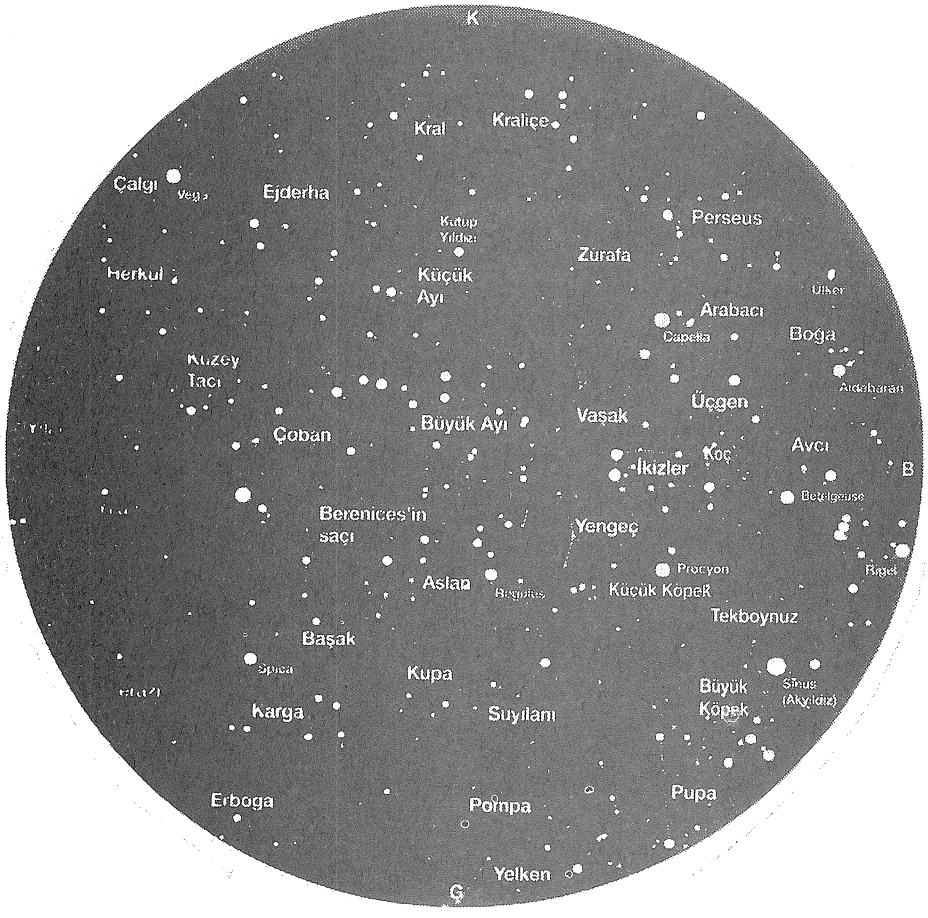
Aristo'nun elyazılarının İ. Ö. 70 yıllarında yaşamış olan Rodoslu Andronikus ya-



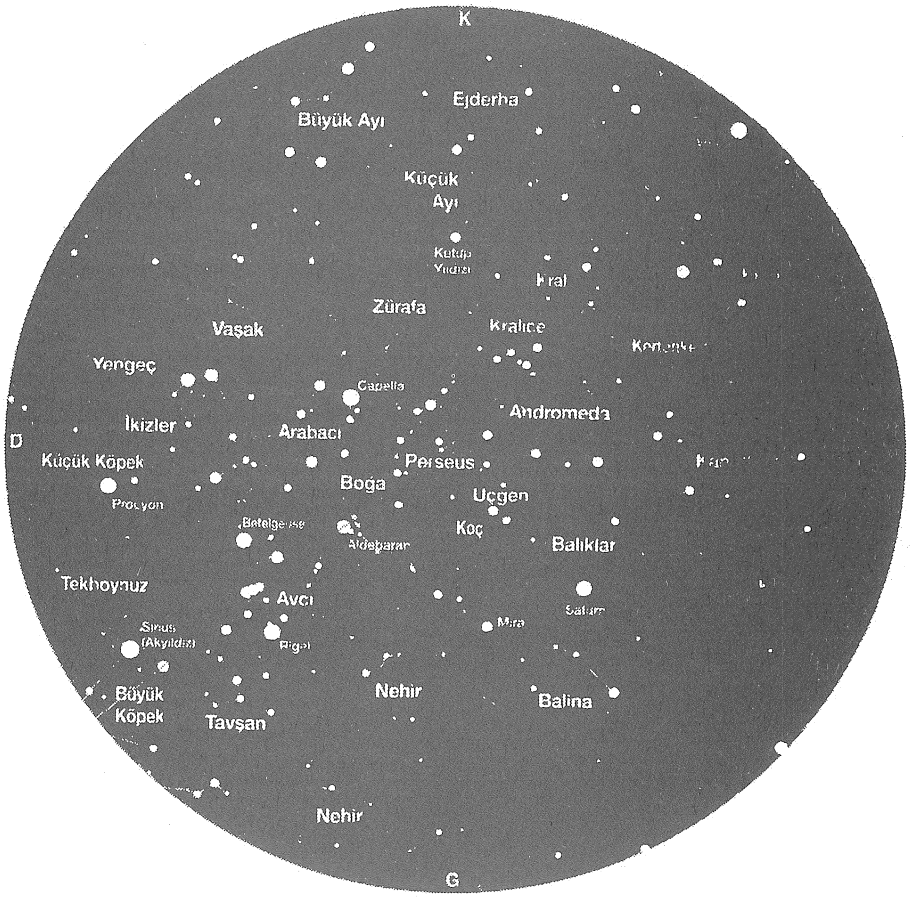
Raphael'in fırçasından, Eski Yunan düşünürleri ve bilim adamlarının çoğunun bir arada betimlemesi. Ortada Aristo ve Eflatun yan yana görülüyor.



yınladı. Bu bilgin, Aristo'nun eserlerini özetleyen bir tabloyla kendi yönetimini de içine alan bir cilt yayınladı. Aristo çok yönlü bir bilgindi. Politika, ahlak ve edebiyat alanında çok yazılar yazdı. Hayvanların ve bitkilerin büyük bir çoğunluğunu inceledi ve onları sınıflandırdı. Yunusun balık olmayıp memeliler sınıfından olduğunu ilk kez Aristo söyledi. Aristo'nun bu sözüne 1800 yılına kadar da inanılmadı. Ayrıca, evrim üzerinde çalıştı. Gerçekleri elde etmek için, deneylere ilk başvuran yine Aristo'dur. O, sonuçları daha çok gözlemlerden elde etti. Bu nedenle gözlemlerle yaptığı çalışmalar özellikle fizikte daha az değerlidir. Bu gözlemlerde bazı hatalara da düştü. Örneğin, havasız bir ortamda ağır cisimlerin hafif cisimlerden daha çabuk düşüceğini söyledi. Onun bu görüşü, Galile'ye kadar uzun yıllar benimsendi ve yıllarca yıkılamadı. 2000 yıllık bir sürede biri çıkıp Galile gibi deney yaparak Aristo'nun bu görüşünün ve düşüncesinin yanlış olduğunu söyleyemedi. Buna bağlı olarak da bilim ve bilimsel düşüncede iki bin yıllık karanlık çağ sürüp gitti.



15 Nisan 1998 saat 22^{00}'de gökyüzünün genel görünüşü.



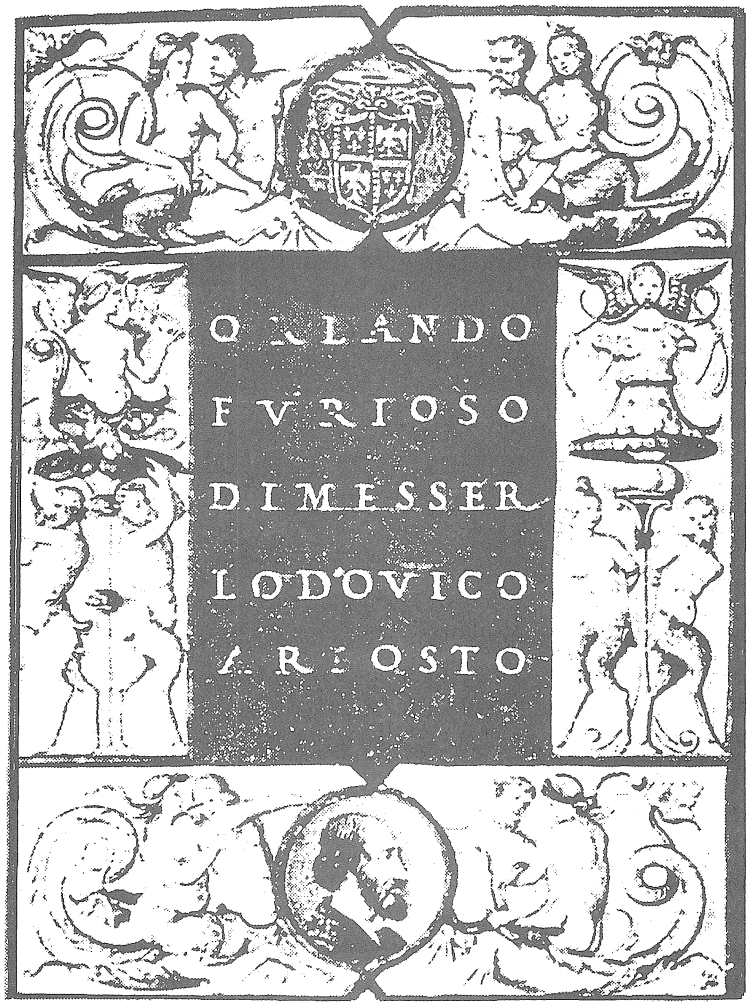
15 Aralık 1998 saat 21^{00}'de gökyüzünün genel görünüşü.

Aristo, Güneş'in Dünya etrafında döndüğünü düşündü. Ancak Dünya'nın yuvarlak oduğunu anladı. Kuzeye ve güneye yaptığı gezilerde, gökyüzünde değişik yerlerde değişik yıldızların görüldüğünü saptadı. Bu da bilim için biraz ilerlemeydi. Okulunda matematik dersleri de okutuyordu. Fizik ve astronomi dersleri de öncelikliydi. Fakat, onun en önem verdiği bilim dalı falsefeydi. Felsefe bütün bilim dallarının ilkelerine kaynaklık yapan bir hazineydi.

Ortaçağ bilimde karanlık çağ dediğimiz süre boyunca, Aristo'nun yapıtları ve görüşleri çok taktir gördü. Bu görüş ve düşüncelerin uzun yıllar dokunulmazlığı vardı. Aristo ne söylemişse o doğruydu. Ancak, Aristo'nun bilimdeki yanlış görüşleri ve sözleri, uygarlığın ilerlemesi için tam iki bin yıllık gerilemeyi getirdi. Daha ileri, Aristo'nun bu görüşleri Yunan halkı tarafından benimsendi ve Romalılar tarafından yanlış yolda geliştirildi. Özellikle kilise bu görüşleri savundu. Bir yerde bunlara dokunulmazlık ke-

fenini giydirdi. Ancak, 1500 ile 1600 yılları arasında Copernicus ve Galileo gibi bilginler, yaşamlarını tehlikeye atarak Aristo'nun bu görüşlerini yıktılar. Böylece, bilimdeki iki bin yıllık tıkanıklık giderilerek karanlık çağ sona erdirildi. Şüphesiz bu söylediğimiz süreç bir günde olmadı.

Aristo bir süre politika ile de uğraştı. Eserlerinin çoğunu Atina'da lisede ders verirken yazdı ve tamamladı. Ona göre bilimler, mantık, metafizik, doğa tarihi ve ahlak olarak dörde ayrılıyordu. Bunların son ikisi üzerine çok değerli eserler vermiştir. Doğa tarihi, fizik, astronomi, pisikoloji, felsefe, hayvanlar, botanik ve madenler bilimini belirten çok sayıda yazılar yazmıştır.



Aristo'nun 1532'de basılmış "Orlando'nun Öfkesi" adlı kitabının kapağı (Vatikan kitaplığı).

Aristo ve Eflatun.

Siyaset alanında çalışırken 158 tane anayasa toplamış ve bunların tümünü incelemiştir. Atinalıların Devleti adlı yapıtı çok ünlüdür. İ. Ö. 322 yılında Kalkis'te öldü. Fakat, on dokuzuncu yüzyılda sembolik ve matematiksel mantıkla yeniden görüşleri ortaya çıkarıldı ve geliştirildi. Aristo'nun matematiğe ilişkin kitapları kaybolmuştur. Onun bir matematik, bir Birim, bir Optik ve bir de Astronomi kitabı yazdığı biliniyor. Yalnız, onun bu yapıtları günümüze dek gelememiştir. Öğrencilerinin aktardıklarıyla bunları biliyoruz. Bugün elde bulunan yapıtlarında matematik bilimlerinden çeşitli örnekler vermektedir. Ona göre, bu bilimleri çokluklar, nicelikler ve süreklilik ilişkilerini, diğer fiziksel özelliklerden ayırarak inceler. Matematikçi, duyulur eşyada şekil ve maddeyi soyutlamak yoluyla ayırır. Matematik ya soyut ya da uygulamalı olur. Geometri ve arit-

metik soyut matematiktir. Matematik, astroloji, optik, mekanik, doğa bilimleri ve arazi ölçmelerine uygulandığı zaman uygulamalı olur ve değer kazanır. Düzen, sıra, simetri, sınırlama ve şekiller matematiğin konusuna girer. Bunlar, güzel ve iyinin öğeleri arasındadır.

Eski Yunanlıların öteki uygarlıklarından en önemli farkı, dinsel inançlarıydı. Eski Yunanlıların, Mezopotamya ve Mısır'ın insanlığın yeri ve yazgısına ilişkin geniş sorulara yanıt getiren karmaşık dinleri yanında halk öyküleri derlemesi düzeyinde kalan yalın bir dinleri vardı. Onların İ. Ö. 2000 yıllarından beri öyküleri vardı. Yunanlıların en bü-

Aristo.

yük şairi Homeros'tu. Oysa Aristo iyi de bir biyologdu. Onun deniz hayvanları üzerine yaptığı gözlemleri on dokuzuncu yüzyıla değin geçerliliğini korudu. Teolojik biyoloji çalışmalarıysa Charles Darwin'e kadar bilim için bir iskelet oluşturdu. Teolojik yaklaşımın fizikte o güne değin belirgin bir yeri yokken, Aristo bu yaklaşımı evren üzerindeki görüşlere egemen kıldı. Öğretmeni Eflatun'dan, gökcisimleri olan yıldızlar ve gezegenlerin kutsal ve dolayısıyla yetkin olduklarını öne süren önermeleri harfi harfine almıştı. Buna göre gökcisimleri ancak yetkin, sürekli ve değişmeyen bir hareket içinde olabilirdi. Ancak tam dairesel hareket yapabilirdi. Kutsal olmayan Yer ise eylemsizdi ve merkezde bulunuyordu. Yer'den Ay'a kadar her şey sürekli değişerek yeni biçimler oluşturuyor ve sonra bozularak biçimsizliğe dönüşüyordu. Ay'ın ötesinde evren, eşmerkezli, bitişik kristal kürelerden oluşmuştu. Bu küreler aralarında belirli açılar olan eksenler çevresinde hareket ediyordu. Bütün hareketlerin nedeni ise, evrenin dışında hareketsiz duran Tanrı'ydı.

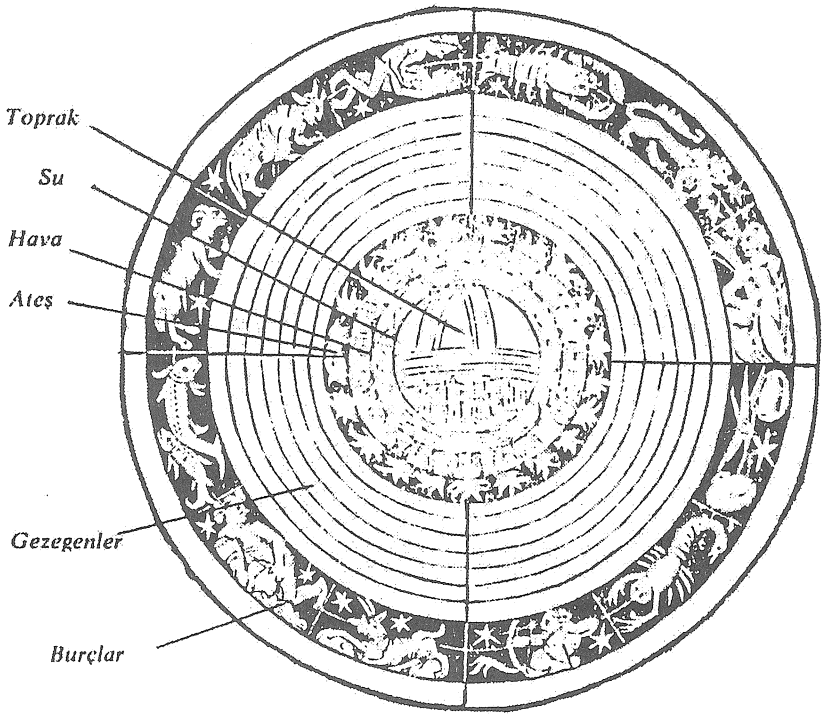
Aristo için önemli olan, kendiliğinden ortaya çıkan bütün etkinliklerin doğal oluşuydu. Bu nedenle araştırmanın uygun yöntemi yalnızca gözlemdi. Nesnelerin etkinliklerini ve gizli özelliklerini aydınlatmak için doğal koşulların değiştirilmesi demek olan deneyin, doğal bir yöntem olmadığı için nesnelerin özünü açığa çıkarması beklenemezdi. Bundan dolayı Yunan bilminde deney hiçbir zaman önemli bir yer tutmadı.

Aristo, fizik kuramını Astronomi ve Kozmoloji adıyla yazdığı kitaplarında tanımlar. Aristo bu konu üzerinde çok çalıştı. Semplisius, Porphyros'un sözlerine dayanarak şöyle söyler. Aristo, Kaldelilerin Babil'de yaptıkları astronomiye ilişkin gözlemleri daha çok 1900 yıl öncesine kadar çıkan gözlemleri Kallisten'den aldığını yazar. Kendisi de Mısırlılar ve Babillilerin çok eskiden yaptıkları gözlemlerden yararlandığını kabul eder. Aristo bu konuda bir kitap yazmışsa da kaybolmuştur.

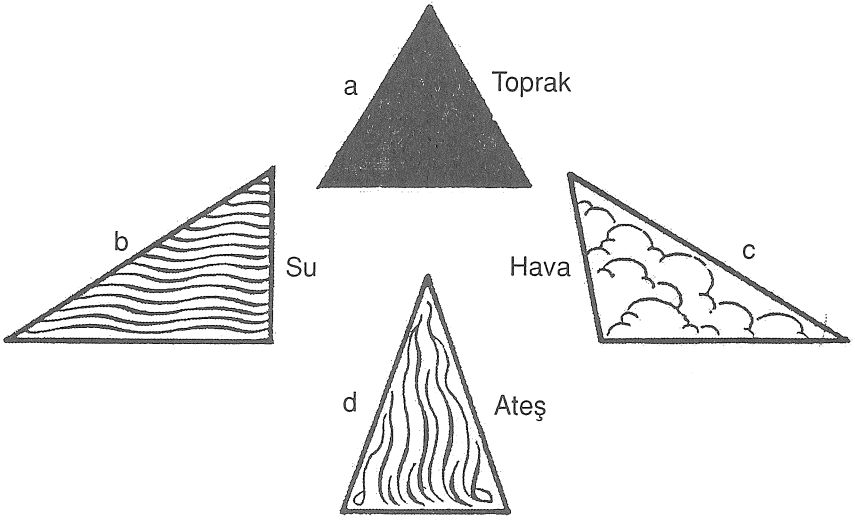
Aristo'ya göre bütün göksel varlıklar yuvarlaktır. Gökyüzü ve sabit yıldızların gökküresi birer küredir. Gezegenler küreler aracılığıyla hareket ederler. Yer de yuvarlaktır. Pisagorcuların tersine Yer hareketsizdi ve evrenin ortasında merkezdeydi. Aristo, astronomi bilgini Kallip'le birlikte çalışmış, zamanının birinci astronomlarından olan Eudoxus'un küreler kuramını düzeltmiş ve bu kuramı tamamlamıştır. Aristo'nun ayrıca Astronomi, meteoroliji, mineroloji ve biyoloji konularında çok sayıda eserler vermiştir.

Aristo, Dünya'nın dört ana öğeden oluştuğuna inanıyordu. Bu öğeler toprak, su, hava ve ateşti. Yıldızların ve gezegenlerin Yer'i çevreleyen içiçe kürelerde durduğuna inandı. Ona göre, yersarsıntıları ve volkanların patlamalarının nedeni, Dünya'nın içine hapsedilmiş rüzgarlardı.

Sicilya'nın kuzeyindeki Vulcano adasındaki bir volkan patlamasını gözlemiş, volkan ısısının kraterden birdenbire kaçan rüzgarların havaya alevlendirmesiyle oluştuğuna inanmıştı. Pek çok kişi, bu fikirlere önem vermemiş, volkanları yanan dağlar olarak kabul etmiştir.



Aristo'nun dünyası.



Eflatun, toprağı eşkenar üçgenle temsil ediyordu. Toprak, Yer'in temel öğesiydi. Toprakla her şey yapılabilirdi. Evlerin temeli ve yapısı topraktı.

Su ve suyun ruhu bir dik üçgenle gösteriliyordu. Su her şeyin kaynağıydı. Canlılık sembolü tüm canlıların yaşamı için temel gereksinimdi. Susuz yaşam düşünülemezdi.

Ateş, ikizkenar bir üçgenle temsil ediliyordu. Yer kürenin merkezi top gibi bir ateşti. Tanrılar kızınca bu ateşi volkanlar şeklinde dışarı fırlatır ve insanları cezalandırırdı.

Hava, hiç bir kenarı eşit olmayan çeşit kenar üçgenle gösteriliyordu. Havasız nefes alınamazdı. Bu nedenle bu dört öğe yaşamın temel taşları olarak kabul ediliyordu.

DİNOSTRATUS (İ. Ö. 350 YILLARI)

Dinostratus ya da Deinostratus, ünlü matematikçi Menaechmus'un kardeşidir. Doğum ve ölüm tarihleri kesin olarak belli değildir. Yaşamı hakkında fazla bilgi yoktur. Elisli Hippias tarafından bulunan kuadratriks eğrisi üzerinde çalışmış, bu eğri ile bir açının üç eşit parçaya bölünmesi ve küpün katlanması problemlerini çözümlemiştir. Ayrıca, yine bu eğriyi kullanarak dairenin kareleştirilmesi problemini çözmüştür. Dikkat edilirse bu çözümlerin hiç biri pergel ve cetvelle değildir.

Dinostratus ile çağdaş olan bir matematikçi ve düşünür daha vardır. O da, Eflatun ve Aristoteles'in arkadaşı olan Chalcedonlu Xenocrates'tir. İ. Ö. 396 yılında doğup İ. Ö. 314 yılında ölmüştür. İyi bir düşünür ve diplomat olan Xenocrates, yönetsel işlerinin dışında fizik, geometri, aritmetik ve astroloji üzerine kitaplar yazmıştır.

Eflatun, Eudoxus'un çağdaşıdır. Eflatun'un çok sayıda matematikçi öğrencisi olmuştur. Buniar, Leodamas Neocleides, Amyclas, Leon, Theudius, Thasus, Hermotimus, Philippus ve Theaetetus sayılabilir. Bu matematikçilerin tümü döneminin matematiklerini biliyor ve bu konularda kitaplar yazmışlardı. Leon ve Theudius'un her ikisinin de düzlem geometri üzerinde ders kitapları yazdıkları biliniyor. Yine bu dönemde yaşamış olan Menaechmus ve Aristaeus yaşamış bilinen matematikçilerdir.

Aristo, diğer bilimlerin olduğu gibi matematik tarihini de bir araya toplayarak kitaplar yazmıştır. Bu konuda çalışan, Eflatun ve Aristo'nun öğrencisi olan Theophratus, İ. Ö. 350 yıllarında ünlü olmuştur. Çok sayıda eser veren Theophratus'un, filozofi, güzel konuşma sanatı, şiir, fizik, politika ve matematik konularında kitapları vardır. Fakat, bu kitaplarının çoğu zamanla kaybolmuş, ancak bu yapıtlardan bazı parçalar günümüze kadar gelebilmiştir.

MENAECHMUS (İ. Ö. 375 - 325)

Matematik tarihinde önemli ve özel bir yeri olan Menaechmus İ. Ö. 375 yılında doğdu. Eudoxus'tan sonra, Oyzicus'daki okulun başına geçerek bu okulun başkanı oldu. O dönem için bir akademi görevi yapan okulda uzun yıllar geometri dersleri okuttu. Aynı zamanda Eudoxus'un öğrencisi olan Menaechmus, aynı zamanda Eflatun'un da çok yakın bir arkadaşıydı.

Menaechmus.

Büyük İskender'in de özel öğretmeni oldu. İskender ile öğretmeni arasında geçen ve çok iyi bilinen karşılıklı olan bir konuşma vardır. İskender, teoremlerin ispatı için 'Daha kısa bir yol yok mu? diye sorar. O da "Kıralım, kırallık için ülkenin her yerinden özel ve doğrudan çok sayıda yollar vardır. Fakat geometride tümü için bir tek yol vardır" diye yanıt verir. Buna benzer bir öykü de Euclides ile dönemin kıralı I. Batlamyus arasında da geçtiği söylenir.

Matematikte konikleri ilk kez inceleyen Menaechmus'tur. Bugün, koniyi sabit olarak alıp değişik düzlemlerle kesişimlerinden, daire, elips, hiperbol ve parabol dediğimiz konikleri buluruz. Menaechmus, düzlemi sabit tutarak koninin değişik konumlarda düzlemi kesiştirerek konikleri bulmuştur. Yalnız, bu biçimdeki bir yöntemle bu konikleri nasıl bulduğu belli değildir. Yoksa kendisinden önce bu konuda çalışılıp ona kadar geldi mi diye bir soru da vardır. Konikler konusunda ondan önce çalışılıp çalışılmadığı belli değildir. Dik koninin yanal ekseni düzlemle dar açı yapıyorsa kesit bir elips, dik açı yapıyorsa bir parabol ve geniş açı yapıyorsa bir hiperboldür. Mekanik yolla bu koniklerin nasıl çizileceğini ilk kez yine Menaechmus göstermiştir. Koniklerin tanımlamalarını düzlemle kesişimlerini yukarıda olduğu gibi vermesine karşılık, bu eğrilerin çizimlerinde daha değişik bir yöntem uygulamıştır. Bu yöntem, küpün katlanması problemini doğurmuştur. Yani $y^2 = 2ax$ ve $x^2 = ay$ parabolleri ve bunların ortak çözümünden $x^3 = 2a^3$ eşitliği elde edilir. Bu problemi de büyük bir olasılıkla Hippocrates kurmuştur. Yani $a : x = x : y = y : 2a$ denklemlerinden $x^2 = ay$ ve $y^2 = 2ax$ denklemleri elde edilir. Buradan $x^3 = 2a^3$ şeklindeki ifade bulunur. Bu da küpün ikiye katlanması problemidir.

Menaechmus'un ikinci çözüm yönteminde, $x^2 = ay$ parabolü ile $xy = 2a^2$ hiperbolünün ortak çözümünden $x^3 = 2a^3$ ve $y^3 = 4a^3$ şeklinde olan sonuçlar bulunur. Yukarıdaki parabol ve hiperbolün, $a : x = x : y = y : 2a$ denklemlerinden elde edildiklerini göstermek zor değildir. Menaechmus'un bu yöntemleri nasıl bulduğu da bilinmemektedir. Fakat Menaechmus, koniklerin birçok özelliğini çok iyi biliyordu. Bunu kanıtlayan çok sayıda belge vardır. Çünkü, Eratosthenes'ten Kıral Ptolemy Euergetes'e yazılmış bir mektup bunları açıkça gösterir. Bu mektubu tam 700 yıl sonra Eutocius elde etmiştir. Bu mektupta küpün katlanması ve konik çizimlerine ilişkin geniş açıklamalar vardır.

Menaechmus'un kardeşi olan Dinostratus da bir matematikçiydi. O da küpün katlanması ve dairenin kareleştirilmesi problemlerini çözmüştü. Yalnız bu çözümler pergel ve ölçümsüz cetvel kullanarak değil, başka yardımcı mekanik araçlar ve cebirsel bazı denklemlerleydi. Bu çalışmalar daha çok Hippias'ın bir açıyı bazı mekanik aygıtlarla üç eşit parçaya bölme yöntemine benziyordu.

Dinostratus ve Menaechmus'tan birkaç yıl sonra Yunanistan'da çok sayıda matematikçi yetişti ve bu konularda yapılan çalışmaları hem öğrencilerine öğrettiler, hem de kitaplara geçirdiler. Böylece Yunan matematiği doğdu. Ütelik bu kayıtlar sağlam olarak zamanımıza kadar gelebildi. Yapılan bu çalışmaların birçoğu özgün, bir kısmı da onlardan önceki matematikçilerin yapıtlarından aktarmalar şeklindiydi. Her nasıl

olursa olsun bu tür kayıtlar matematik tarihi açısından çok değerli belgelerdir. Daha sonra bu buluşların özetleri, kendileri ya da yeni eklemeleri ve yorumları birçok kuşak sonra tekrarlanarak günümüze kadar ulaştı. Şüphesiz, bu çalışmaların içlerinde zamanımıza kadar ulaşmadan kaybolan ve yok olan çok sayıda eser vardır. Bazılarının adları bilindiği halde, bazılarının adları bile bilinmemektedir. Bu nedenle, Menaechmus ve kardeşinin matematik üzerinde çalışmaları ve yazmaları Yunan matematiğinin gelişmesinin bir başlangıcı olarak sayılabilir. Altıncı yüzyılda, bu çalışmaları en iyi bir biçimde yeniden kaleme alan ve yorumlayanlardan biri Simplicius'tur. Örneğin, Hippocrates'in aycıkları ile dairenin kareleştirilmesi konusu onun asıl yazmalarının kopyalarından alınarak günümüze kadar gelmeleri sağlanmıştır. Böylece, İ. Ö. 320 yılından önce Yunanistan'da yapılan çalışmalar bu şekilde nesilden nesile aktarılarak gelmiştir. Bu yolculukta çok sayıdaki yapıtın kaybolması doğaldır. Zamanımıza bu tür aktarmalarla gelen yapıtların büyük bir çoğunluğu geometri problemleri ve bu problemlerin ispatları yöntemlerini içeriyordu. İçlerinde çok değerli ve halen değerini koruyan ispatlar vardır. Bu ispatlar artık günümüzde klasikleşmiş anıtlar gibidir.

Menaechmus'un yapıtlarından en iyi yararlanan kişi Euclides'tir. Euclides, Menaechmus'tan önce ve sonra yapılan çalışmaların tümünü kendi kıvrak zekasını da kullanarak on üç kitaptan oluşan serisini yazmış ve adına da Stoikheia ya da Elements ismini vermiştir. Sonra bu kitaplara yapılan eklerle bu sayı on altıya çıkmıştır. Yunan matematiğinde en değerli yapıt, Euclides'in bu serisidir. Üçüncü derece denkleminin çözümünü geometrik bir yolla çözmeye çalışan yine Menaechmus'tur. Ondan sonra bu konu ile Archimedes, Alhazen ve Ömer Hayyam ilgilenmiştir. Şüphesiz, Menaechmus ile Ömer Hayyam arasında tam 1500 yıl fark vardır.

En eski kübik denklem $x^3 = k$ şeklindedir ve İ. Ö. 350 yıllarında Menaechmus tarafından yazılmıştır. Yalnız, Menaechmus'tan iki bin yıl önce Mezopotamya'da sayıların küplerini veren kil tabletler Babilliler tarafından yapılmıştı. Bugün bu tabletlerden müzelerde halen vardır. Yani, küplerle ilgili bilgiler Babililerden beri bilinmektedir. Yalnız, İ. Ö. 460 yıllarında Hippocrates, $a : x = x : y = y : b$ biçiminde birbirlerinin oranı şeklinde olan doğrulardan, $y^2 = bx$ denklemi bir parabolü, $xy = ab$ denklemi ikiz kenar bir hiperbolü gösteriyordu. Bu denklemlerden $y^3 = ab^2$ denklemi ise yine Hippocrates tarafından elde edilmişti. Menaechmus, iki koniği kesiştirerek kübik denklemleri çözmüştü. Şüphesiz, bu çözüm genel bir çözüm olmaktan çok uzaktı. Genel çözüm için matematik tarihi 1900 yıl daha bekleyecekti. Eğer $b = 2a$ ise, $y^3 = 2a^3$ olur ve bu da yine küpün katlanması şeklindeki ünlü problemdir. Yunan matematiği ve matematikçileri bu problem üzerinde yıllarca uğraşmıştır. Çözümünün olanaksız olduğunun gösterilmesi ise bu tarihlerden en az iki bin yıl sonra matematikçiler tarafından gösterilecektir. Bu da, $\sqrt[3]{2}$ sayısının pergel ve cetvelle çizilemeyeceğini gösterme problemine dönüşür. Bu sayı da pergel ve cetvelle çizilemeyen bir sayıdır.

Kübik denklemlerle uğraşanlardan biri de Archimedes'tir. O da, küre ile düzlemin kesişiminden elde edilen $(c - x) / b = c^2 / x^2$ veya $x^3 + c^2 b = cx^2$ şeklinde yazılan bir

üçüncü derece denklemidir. Eutocius'un yazdığına göre, Archimedes bu denklemi, $x^2 = (a^2/c)y$ biçimindeki parabolle, $y(c - x) = bc$ olan hiperbolünü kesiştirerek çözmüştür. Diophantus (210 - 294) ise, $x^3 + x = 4x^2 + 4$ şeklindeki kübik denklemi çözmüştür. Şüphesiz, bu denklemler bazı problemlerin çözümleri sırasında özel olarak gelmişler ve bu ünlü matematikçileri uğraştırmışlardır. Diophantus bu denklemin çözümünü kelimelerle açıkça vermemiştir. Fakat, bu denklemi $x(x^2 + 1) = 4(x^2 + 1)$ biçiminde yazarak buradan $x = 4$ şeklinde bulduğu sanılıyor.

Yunanlılarda, üçüncü derece denkleminin çözümüyle daha fazla ilgilenen olmamıştır. 860 yıllarında Almahani $x^3 + a^2b = cx^2$ şeklinde bir deklem yazmıştır. Bu da, İranlılar ve Araplar tarafından Almahani denklemi adı ile anılmıştır. Almahani'nin çağdaşı olan Sabit bin Kurra 870 yıllarında bu denklemin özel hali olan, yani küpün katlanması şeklindeki özel denklemi geometrik yolla çözmüştür. Fakat genel olan cebirsel yöntemi getirememiştir. Sabit bin Kurra'dan kısa bir süre sonra, 960 yıllarında, Horasanlı Abu Cafer Al Hazin, Ömer Hayyam'da olduğu gibi bir denklem kurmuş ve bu denklemi konikler aracılığı ile çözmüştür. 1000 yıllarında bu konuda en dikkate değer çalışma Alhazen tarafından yapılmıştır. 1100 yıllarında Ömer Hayyam üçüncü derece denklemleri on üç değişik türde yazmış ve pozitif kök hallerinde yine konikleri kullanarak bu tür denklemleri çözmeye çalışmıştır. Oysa, 625 yıllarında kübik denklemin sayısal şekilleri ile Hintli matematikçi Brahmagupta ilgilenmişti. Yine Hinli matematikçi Bhaskara 1150 yıllarında $x^3 + 12x = 6x^2 + 35$ biçimindeki denklemin kökünü 5 olarak bulmuştur. Ömer Hayyam ve Pacioli, kübik denklemlerin yanlışlıkla kuramsal olarak çözülemeyeceğini söylemişlerdir. On altıncı yüzyılda Cardano, Tartaglia, Scipio del Ferro ve Antonio Maria Fior, aralarındaki tüm tartışmalar sonucunda kübik ve kuvadratik denklemlerin cebirsel olan genel çözümü Cardano tarafından Ars Magna' da yayınlanmıştır. Abel beşinci derece denkleminin çözülemeyeceğini göstermiştir. Galois, $n \geq 5$ olmak üzere n inci dereceden genel denklemin çözülemeyeceğini kanıtlamıştır.

Sırası gelmişken, polinom denklemin çözümünün ne demek olduğunu açıklayalım. Bir denklemin çözümü demek, denklemin bilinmeyen x değerini, yine denklemde verilen katsayıları cinsinden sonlu işlemlerde yazmak demektir. Bu yazımda, toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve kökler sonlu sayıda kullanılacaktır.

Bu dönemin en tanınmışları Eflatun ve Eudoxus'tur. Bu iki bilgin birbirleriyle çağdaştırlar. Eflatun'un öğrencisi ve matematikçi olanlar, Leodomas, Neocleides, Amyclas, Leon, Theudius, Cyzicenus, Thasus, Hermotimus, Philippus ve Theaetetus adlı kişilerdir. Theudius, düzlem geometri üzerine bir kitap yazmıştır. Yine bu okulun ünlüleri arasında Aristaeus ve Theaetetus'un önemli bir yeri vardır. Matematik üzerine yaptıkları çalışmalar kaybolmuştur. Aristaeus'un, düzgün beşyüzlü ve konikler üzerine kitaplar yazdığı bilinmektedir. Theaetetus, çizilemeyen uzunlukların, yani pergel ve cetvelle çizilemeyen sayıların kuramını geliştirdi. Onun bu kuramını, Euclides'in onuncu kitabında dokuzuncu önermesinde görebiliriz. Bu konuda Theodorus'un da uzun çalışmaları vardır. Aynı konuda Democritus da çalışmıştır. Eski Yunanlılar sayıları doğru parçaları ile gösteriyorlardı. Sayıların karelerini alanlar ve küplerini de hacim olarak yorumlu-

yorlardı. Bu nedenle, doğruları çizilebilir veya çizilemez diye ayırma gelenekleri vardı. Bu da bugünkü dille, pergel ve cetvelle çizilebilir veya çizilemez sayılar diyebiliriz.

EUDEMUS (İ. Ö. 335 YILLARI)

Aristo'nun çağdaşı ve dostu olan iki Eudemus vardır. Bunlardan biri Kıbrıslı Eudemus'tur. Bunun hakkında hiç bir bilgi yoktur. İkinci ve bizim için önemli olan Rodoslu Eudemus'tur. Bazen bu isim Eudemis olarak da geçer.

Eudemus.

Matematik tarihine geçen kişi ikinci Eudemus'tur. Doğum ve ölüm tarihleri bilinmediği gibi, yaşamı hakkında fazla bilgi de yoktur. İ. Ö. 300 yıllarında ünlü olmuştur. Kendisi eski Yunanlı bir düşünürdür. Aristo'nun felsefesini sistemleştirmek için Theophrastos' la birlikte çalışmıştır.

Theophrastos, Aristo'nun yerini alınca, Eudemus'un Atina'da az kaldığı ve sonra ülkesi olan Rodos'a döndüğü sanılmaktadır. Gerek Aristo ilkelerini öğretmek, gerekse bilimler tarihini aydınlatmak, gelecek kuşaklara bilgi iletmek için çok sayıda kitaplar yazan Eudemus, Theoprastos'tan sonra Aristo'nun en güçlü bir ardılı olarak sayılır. Doktorluk ve matematikle de uğraşmıştır. İ. Ö. 325 yıllarında dünyada ilk matematik tarihini yazmıştır. Bundan önce bu türde bir kaynak yoktur. Thales ve Pisagor'un yaşam öykülerini ve onların yaptıklarını uzun uzun anlatmıştır. Özellikle, bu iki matematikçiden daha önce varolan ve ortak bir halk bilgisi şeklindeki matematikten derinlemesine söz eder.

Eudemus, Aristo'nun hem öğrencisi hem de Aristo'nun gezerek ders verme ve öğretme yöntemini devam ettirenlerdendir. Aynı zamanda Theophrastos'un arkadaşı, rakibi ve onunla yarışan biriydi.

Eudemus'un matematik tarihi zamanla kaybolmuştur. Bilinmeyen birisinde bu kitap varmış ve kitabın özetini çıkarmıştır. Bu özet de kaybolmadan ünlü yorumcu Proclus'un (415 - 485) eline geçmiştir. İşte, Eudemus'un matematik tarihi hakkında bildiklerimiz, Proclus tarafından yazılan bu özetlerin yorumudur. Proclus'un, Eudemus'tan aktardığı ve Pisagor'un yaptıklarına ilişkin iki önemli konudan söz eder. Proclus, Eudemus'un bu konuda yazdıklarının tümünü zamanımıza kadar iletmeyi başarmıştır. Eudemus'un matematik tarihi kitabında, kendisinden önce bu konuda neler yapılmışsa onları yazmıştır. Thales, Pisagor, Euclides ve diğerlerinin yapıtlarında geçenleri yazar. Aritmetik ve geometri üzerinde özgün çalışmalar da gerçekleştirmiştir. Aristo'nun çalımalarını da korumuş ve günümüze kadar gelmelerini sağlamıştır.

Eudemus'un, Aristo'nun Fizik adlı kitabını açıklayan aynı yapıtını, daha sonra Kilikyalı Simplikios da korumuştur. Bu yazar yine Eudemus'un Analitik adlı kitabını, Aristo'nun Ön Analitik ve Son Analitik adlı çalışmalarını açıklamıştır. Eudemus, Aristo' nun Mutluluk Etiği adlı yapıtını derlemiş ya da yeniden gözden geçirmiştir. Eudemus'un kaleme aldığı geometri, aritmetik ve astronomi tarihleri, arkadaşı Theophrastos'un Doğa Filozoflarınının Kanıları adlı yapıtını tamamlar. Eudemus'tan sonraki gezimci filozofların yorumlarında onun etkisi görülür. Kendisi aynı zamanda iyi bir öğretmen ve eğitimciydi. Matematikle felsefe arasında ilk ilişkiyi kuran bir bilim adamıydı.

Eudemus, matematik tarihi adlı kitabında Pisagor'dan çok söz eder. Pisagor'un yapıtlarında birincisi düzgün katıların çizimi ve hesapları, ikincisi de oranlar kuramıdır. Pisagor'un bunları Mezopotamya'da öğrendiğini söyler. Aritmetik, geometri ve harmonik ortalama ile altın oranlar hakkında bilgi verir. O dönemlerde altın oran deyimi çok

kullanılmıyordu. Fakat estetik görünüm bakımından altın oranların değeri biliniyordu. Ayrıca matematik problemlerinin çözümünde kullanıyorlardı. Belki de altın oranların doğada güzel görünümün bir göstergesi olduğunu görmüşlerdi. Görmeseler bile gelecek yıllarda resim, heykel, mimarlık ve çizimlerde kullanılmasına ortam hazırlamışlardı. Doğada da altın oranlar doğal halde vardır.

Eudemus, Apollonius'un çalışmaları hakkında da bilgiler aktarmıştır. Hatta onunla mektuplaşmaları bile vardır. Bu bilgiler onun konikler üzerine yazdığı kitaplardan elde edilmiştir. Bu kitapların içerikleri, Eudemus'un yazdığı matematik tarihinde yazılıdır. Apollonius'un kaybolan kitabı hakkındaki bilgiler Eudemus'un yapıtında vardır.

Matematikçi Hippocrates'in yaşamı ve yaptıklarını anlatan çalışmaları oldukça özenerek seçilmiştir. Yarım aylar, alanlar ve bunların astronomideki önemi anlatılmıştır. Sadece matematik tarihi ile ilgili bilgiler de vermemiştir. Aristo mantığına da bazı şeyler eklemiştir. Aristo'nun yazdığı sanılan Eudemus'un Ahlakı adlı yapıtı kendisi yazmıştır. Eudemus'un, Theophrastos'tan fazla Aristo ilkesine bağlı olduğu söylenirse de onun gezimcilikte şu değişiklikleri yaptığı anlaşılmaktadır. Mantıkta, Aristo'yu yorumlayan Boethius'un anlattıklarına göre, Thephrastos gibi önermelerin tersine çevrilmesi hakkındaki karşıt önermeler kuramını geliştirmiştir. Bu karşıt önermeler konusu Aristo'nun Organon adlı yapıtında derinleştirilmemiştir. Yalnız, fizikte Aristo'dan ayrılmamıştır.

Ünlü yazar ve yorumcu Proclus, Euclides'e ilişkin Yorumlama'sında, Eudemus'un matematikteki yetkisinin, bilgisinin ve yorumundaki büyüklüğünden uzun uzun söz eder. Yeni Pisagorcuların olduğu sanılan bazı teoremlerin Eudemus'a ait olduğnu anlatır. Onun kendi özel teoremlerinden bazılarına yazılarında yer verir. Matematik tarihi bakımından en önemli yapıtı, matematik tarihine ilişkin olanlardır. Bunlardan birisi aritmetik, dördü geometri ve altısı da astroloji tarihine ilişkindir. Onun böyle bir eser yazmış olduğunu Theophrastos yazmaktadır. Aristo'nun, Nicomachus'un Ahlakı adlı yapıtını yedi kitapta açıklamıştır. Ancak bunların dört tanesi zamanımıza kadar gelebilmiştir. Üç tane de fizik kitabı yazmıştır. Eudemus'tan kalan kitaplar ve parçalar 1881 ve 1886 yıllarında Berlin'de basılmıştır.

Eski matematikçilerden olan Thales ve Pisagor, aslında yazılı eserler bırakmamışlardır. Sözlü olarak öğrencilerine bu bilgileri aktarmışlardır. Eudemus'a kadar olan matematiği yazıya döken ve zamanımıza kadar iletilmesindeki köprüyü o atmıştır. Onun kendi öz yazmaları da zamanla kaybolmuştur. Ancak içeriklerini ünlü yorumcu Proclus, Eudemian Özetler adı altında bir kitapta toplamıştır.

Eudemus'un yazdığı eserlerin ilk kopyaları zamanla kaybolmasına karşın, bu yapıtların içerikleri parçalar halinde zamanımıza kadar iletilmiştir. Bu konuda Proclus'tan önce İ. Ö. 50 yıllarında Geminus tarafından yazılan General View of Mathematics adlı kitap çok iyi bir kayıttır. Eudemus'tan sonra ve Proclus'tan önce, matematik tarihi konusunda en iyi kayıt Geminus'un bu yapıtıdır. Bu tarihler arasında Geminus'tan

başka bu konuyla ilgili kitaplar yazanlar da olmuştur. Fakat, en ünlü kayıtlar bu kişiler tarafından verilmiştir. Adı geçmeyen bu kişilerin biyografik türde de olsa yazdıkları birer değerdir. Bundan başka, bu yazarların yaptıklarını tamamlayan türde birer kaynaktır.

DİCAEARCHUS (? - İ. Ö. 285)

Dicaearchus, Sicilya adasının kuzeyindeki Messina kentinde doğduğu için ona Messinalı Dicaearchus takma adı verilmiştir. Doğum tarihi kesin olarak belli değildir. İ. Ö. 320 yıllarında ünlü olmuş ve İ. Ö. 285 yılında ölmüştür. Yaşamı hakkında çok az bilgi vardır. Matematik üzerine yaptığı çalışmalar daha çok geometrik şekillerin alanları üzerinedir. Düzlemsel geometrik şekillerin alanlarını, coğrafyaya uygulamış ve tanıtmıştır. Bu konuda yazdığı kitapları zamanla kaybolmuş ve zamanımıza kadar gelememiştir. Ancak, onun yaptıklarından bazı parçalar zamanımıza aktarma yoluyla gelebilmiştir.

Bu dönemde yaşayan aynı isimde ve matematik tarihi konusunda eserler veren birisinin olduğunu, İamblichus (? - 330) adlı matematikçinin eserlerinde görebiliriz. Matematik tarihçisi olan Dicaearchus'un bu konuda yazdığı yapıtların asılları zamanla kaybolmuş, onun da bazı parçaları diğer yazarlar tarafından günümüze kadar iletilmesi sağlanmıştır.

AUTOLYCUS (İ. Ö. 330 YILLARI)

Aristoteles'in çağdaşları arasında yaşayan astronom Autolycus, matematik tarihine astronomi üzerine yazdığı iki eserle geçmiştir. Yaşamı hakkında hiç bir bilgi yoktur. Zamanımıza kadar gelen iki astronomi kitabı Yunan matematiğini en iyi yansıtan ve zamanımıza kadar gelmesini sağlayan eserlerdir. Birinci kitabı Yerkürenin dönmesi üzerine işlenen konulardan oluşur. İkinci kitabı da, sabit yıldızların doğuşu ve batışını konu alarak inceler. Kitaplarda astronomi konuları işlerken, Yunan geometrisine ilişkin tüm konular kitabın içine serpiştirilmiş ve başarılı bir şekilde anlatılmıştır.

Autolycus ve Menaechmus döneminde yaşayan Aristaeus'nun yaşamı hakkında fazla bir bilgi yoktur İ. Ö. 320 yıllarında ünlü olmuş biridir. Dördüncü yüzyılda yaşayan Pappus onu yaşadığı dönemdeki üç büyük geometriciden biri olarak yazar. Beş katı cisim üzerinde ve konik kesitleri üzerinde kitaplar yazdığı bilinmektedir. Fakat, onun bu kitapları da zamanla kaybolmuştur. Yapıtlarından Euclides, Apollonius ve Pappus

çok yararlanmışlardır. Yine Pappus'un yazdıklarına göre, Aristaeus, katılar üzerine beş kitap yazmıştır. Bu kitaplar konikleri etraflıca inceler. Hatta, Euclides'in on üçüncü kitabının yazılış yöntemi ve problemlerin çözümlerinin tümü, Autolycus'un beş düzgün katı cisim üzerine yazdığı kitap paralelindedir. Hatta bazı kısımların bu kitaptan alındığını söylerler. Bu nedenle, Autolycus'un İ. Ö. 4. yüzyılın en iyi matematikçilerinden biri olduğu gerçeğini hiç bir kimse saklamaz. Onun yapıtları, Euclides'in ve Apollonius'un çalışmalarına çok yardım etmiştir.

Autolycus, Aeolis'te Pitane'de yaşamıştır. İ. Ö. 330 yıllarında parlamış ve ünlü olmuştur. Astronomi üzerine yazdığı bu iki kitabı kırk üç önerme içerir. Bu kırk üç önerme, Yunan matematiğinde en eski çalışmalardır. Bu kitapların aktarma olan birer kopyası halen Oxford Üniversitesi kütüphanesindedir. 1885 yılında Latinceye çevrelin bu yapıtlar, Leipzig'de F. Hultsch tarafından basılmıştır.

CALLİPPUS (İ. Ö. 325 YILLARI)

Cyzicuslu olan astronom Callippus'un adı Calippus olarak da yazılır. Eudoxus'un ve Aristoteles'in her ikisinin de arkadaşıdır. İ. Ö. 325 yıllarında ünlü olmuştur. Doğum ve ölüm tarihleri tam olarak bilinmemektedir. Ona tam bir geometrici olarak bakılmasa bile, astronomide iyi gözlemler yaptığı hem matematik tarihçisi Geminus'un hem de Ptolemaios'ın yazdıklarından anlaşılmaktadır. Yetmiş altı yıllık Callipptic deviri, 940 ayla ilgili ay veya 27.759 gün olarak alınır. Oysa, on dokuz yıllık Metonic devir, eski astronomlardan aktarılarak alınmıştı. Altıncı yüzyılda yaşayan Simplicius'un yazdıklarına göre, Callippus, İ. Ö. dördüncü yüzyılda yaşayan Polemarchus'un öğrencisidir. Cyzicus şehrinde uzun zaman dersler vermiş ve Aristoteles ile birlikte uzun süre bir arada yaşamışlardır. Yine Ptolemaios'ın yazdıklarına göre, Callippus, Hellespont denen deniz kenarında uzun süre astronomik gezlemler yapmıştır. Yaptığı gözlemlerden daha sonra Ptolemaios çok yararlanmıştır.

Yunanistan'daki matematiğin yükselmesinde en büyük etkiye Thales, Pisagor ve Eflatun gibi lider ve önder kişiler gerçekleştirmiştir. Bunların dışında kalanların, örneğin Euclides gibi matematikçiler bu ilerlemeyi hızlandırmışlardır. Batıda bu türde gelişmeler devam ederken, İ. Ö. 1000 yılları ile İ. Ö. 100 yıllarına kadar doğuda matematik yönüyle bir gelişmenin ve ilerlemenin olmadığı görülmektedir. Eskiden doğu her zaman doğu ve batı da her zaman batı olarak kalmıştır. Buna karşın, matematiğin uygulama alanlarında ortak noktaları olmuştur. Bu uygulama özellikle astronomi alanında daha belirgin olarak görülür.

EUCLİDES (İ. Ö. 330 - 260)

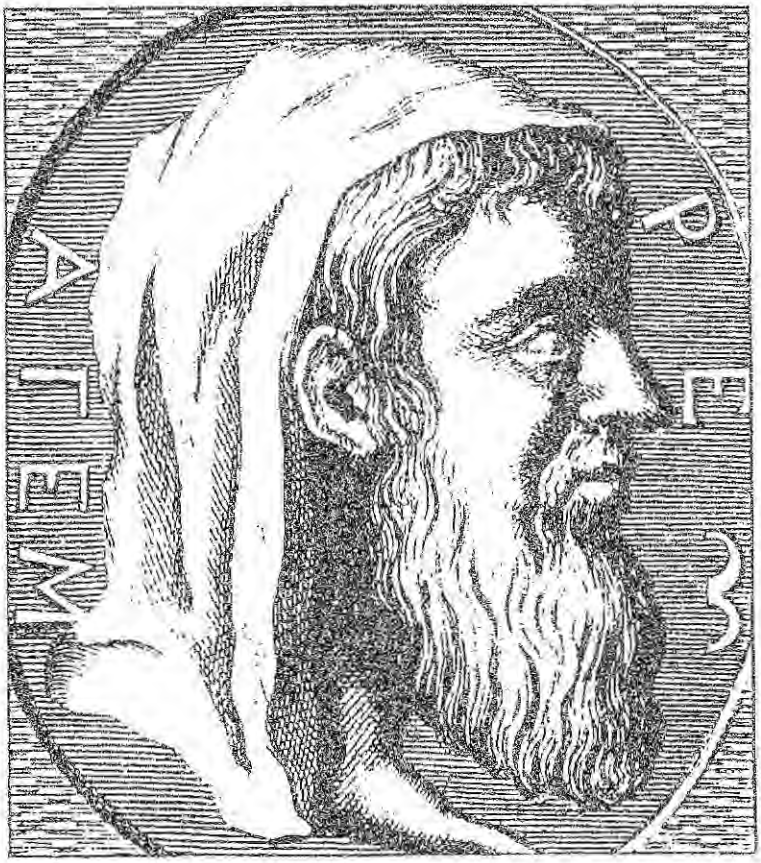
Eski Yunan ve Roma kültürünün en önemli matematikçisi Euclides, Stoikheia (Elements = Elemanlar ya da Temel Öğeler) adlı geometeri kitabıyla tanınır.

1570 yılında Londra'da basılan Elements'den
Jonn Dee'nin önsüzüyle ik sayfalarından.

Euclides'in kuramlarının pekçoğu önceden bilinmesine karşın, onun bunları yeniden düzenleyip açıklamalar getirmesi, matematik bilimine büyük katkılar sağlamıştır. Bu nedenle, matematik bilimi Euclides'e çok şeyler borçludur.

Euclides.

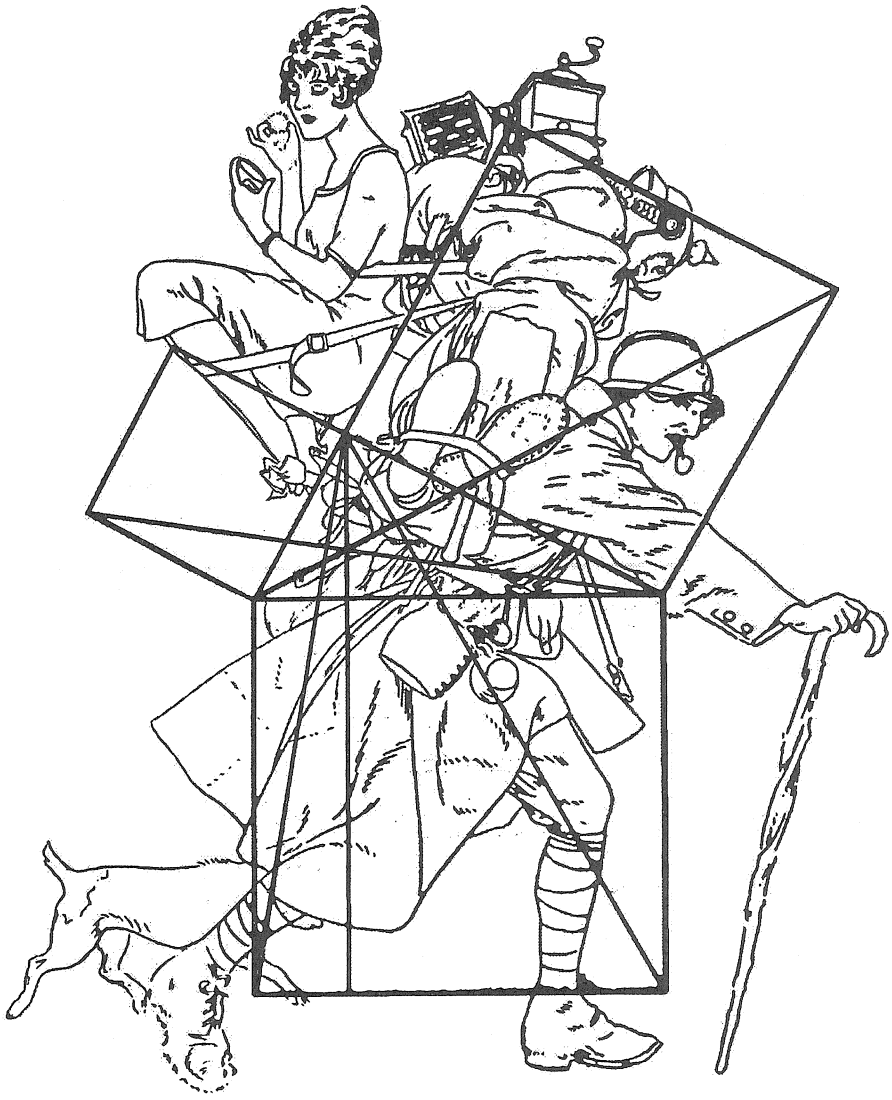
Euclides'in kitabı, geometri ve aritmetik alanlarında çok sayıda bilgiler içermesinin yanısıra, insanların aksiyomatik yollarla mantık yürütebilmeleri ve bilimsel verilerle düşünebilmelerini sağlamıştır. Yunan matematikçisi olan Euclides, tarihte en çok anılması gereken kişilerden biridir. Ancak yaşamına ilişkin fazla bilgiler yoktur. Bilinen tek şey Elements adlı kitabıdır. Doğum ve ölüm tarihleri de kesin olarak belli değildir. Doğum ve ölüm tarihleri İ. Ö. 330 - 260, İ. Ö. 330 - 275, İ. Ö. 365 - 300 ve İ. Ö. 330 - 270 olarak verilmektedir. Çoğunluğun ortak olduğu ve yazdığı bu tarihlerin İ. Ö. 330 - 275 yılları arasında olabileceğidir. Elements adlı kitabını İ. Ö. 330 ile 320 yılları arasında yazdığı sanılıyor. Yine bu yıllarda İskenderiye'de öğretmenlik yapmıştır.



Euclides'in matematiğe en büyük katkısı Öğeler adlı kitabıyla olmuştur. Onun bu kitabında yer alan kuramların birçoğu ondan önce biliniyordu. Ancak Euclides bu kuramları toplaması ve bir plan içinde düzenleyip açıklamalar getirmesi matematik biliminin anlaşılmasında büyük bir görev yapmıştır.

Euclides, Mısır'ın İskenderiye şehrinde doğdu. Temel Öğler adlı yapıtıyla, son zamanlara dek geçerliliğini koruyan matematiğin temellerini bu yapıtıyla atmıştı. Bu Geometri, halen lise öğrencilerine okutulmaktadır. Euclides, kendinden önce gelenlerin eserleriyle kendi öz yapıtlarını da derleyerek, bugün Euclides geometrisi adıyla bilinen geometriyi, aksiyomlara dayandırarak geliştirmiştir. Büyük İskender döneminden sonra, Yunan biliminin yayılmasına ve bilime yeni bir bakış getirmesinde öncü olmuştur.

Euclides'in yaşamı ve çalışmaları oldukça ilginçtir. Onun yaşamına ilişkin tek bilgi İ. Ö. 323 ile 285 veya 283 yılları arasında hüküm süren I. Ptolemaios (Batlamyus) döneminde İskenderiye'de bir okul kurarak öğretmenlik yaptığıdır.



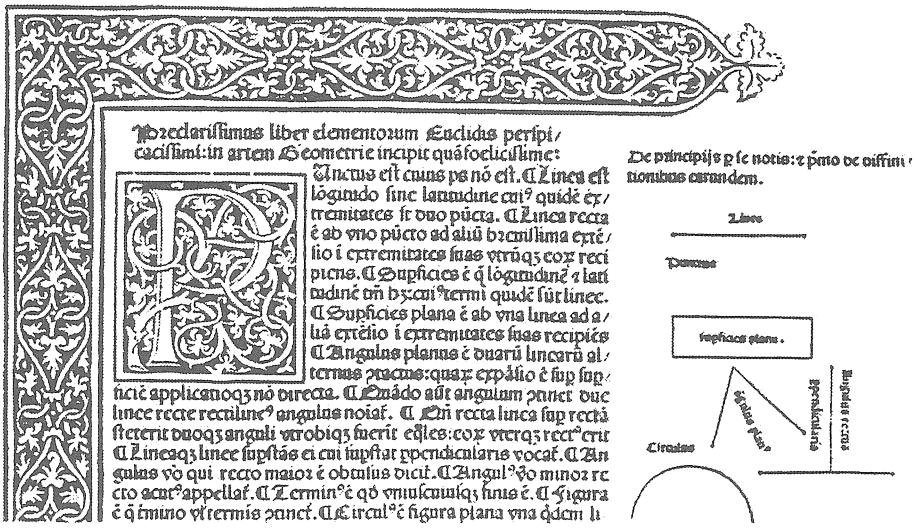
τὸ θεώρημα τῆς νύμφης.

Matematik bilimlerin kıraliçesi ve hizmetçisidir.

İskenderiye'de Kıral I. Batlamyus'un zamanında önemli bir matematik okulu açmış ve burada matematik dersleri okutmuştur. Kendisinden önce ispat edilen teoremleri toplayarak bir derleme kitabı yazmıştır. Daha sonra bu kitap Arapça'ya da çevrilmiştir.

Zamanın Kıralı olan I. Batlamyus, Öklit'in bu okulunu ziyaret etmiştir. Bir süre Öklit'in derslerini izlemiştir. Herhalde Öklit'in anlattığı matematik derslerini anlayamamış

veya anlaşılması ona zor gelmiş. Öklit'e, matematiğin öğretimini ve öğrenilmesini kolaylaştıracak yöntemler bulmasını emretmek istemiş. Herkese boyun eğmeyen bu gerçek bilgin, tarihe geçen sözüyle, "Bilim için kıral yolu yoktur." diyerek karşılık vermiştir.

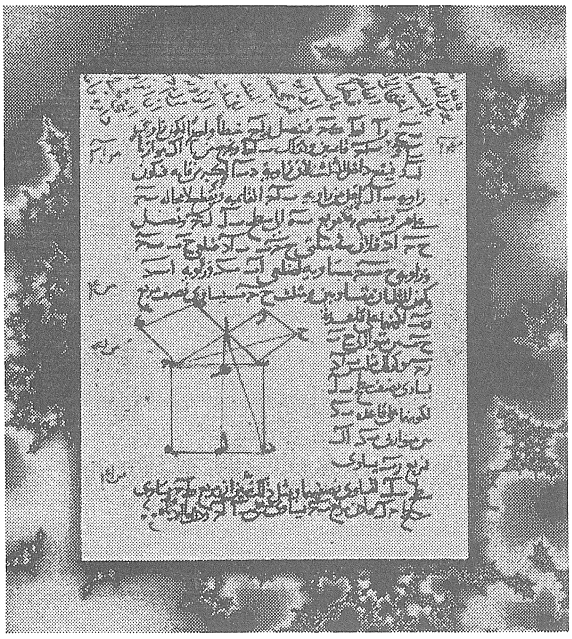


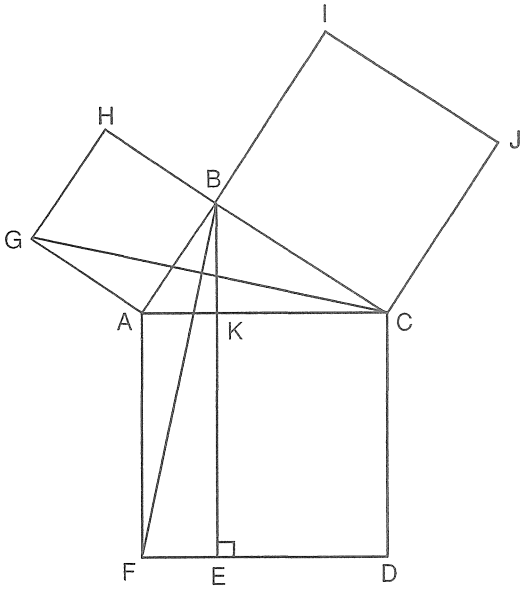
Elements'in 1482 yılında yapılan bir baskısı.

Öklit, geometriye olduğu kadar sayılar kuramı ile de ilgilenmiştir. Cebir ve geometri alanlarında getirdiği bu temel bilgiler tümüyle kendi çalışma ve araşırmalarıyla geliştirilmiştir. Thales ve Pisagor'un geniş matematik kültürünü ve bu matematikçilerin oluşturduğu matematiğin özlerini çıkarıp, sistemli bir hale getiren yine Öklit'tir. Mezopotamya ve Mısır'dan öğrendiği geometriyi sistemleştirip, ispatlı bir geometri haline getirmesinde oldukça ustalık göstermiştir. Bu da onun birinci sınıf bir matematikçi olduğunu kanıtlar.

Ortaçağ çevirmenleri ve derleyicileri genellikle Euclides'i, Eflatun'un çağdaşı olan ve yaklaşık bir yüzyıl önce yaşamış olan Megaralı Euclides ile karıştırmış ve onu Megaralı olarak anmışlardır. İ. S. 5. yüzyıl düşünürlerinden Prokolos bir yazısında, kendisine geometride Stoikheia'da anlatılandan başka daha kısa bir yol olup olmadığını soran Ptolemaios'a büyük matematikçinin, "Geometride hükümdarlara özgü bir yol yoktur" yanıtını verdiğini yazmaktadır. Bir başka öykü ise büyük bir olasılıkla İskenderiyeli bir öğrenciye ilişkindir. Öğrencisinin geometrinin ilk kuralını öğrenir öğrenmez bunları öğrenmekle eline ne geçeceğini sorması üzerine, Euclides kölesini çağırarak, "Ona üç kuruş ver, çünkü öğrendiklerinden para kazanmaya gereksinimi olduğu anlaşılıyor" demiştir.

Euclides'in Elements'i İshak bin Honein tarafından Arapçaya çevrilmiş, Sabit bin Kurra tarafından 890 yılında yeniden gözden geçirilmiştir. Bu sayfa, 1350 yılında basılmış ve Pisagor teoremiyle ilgilidir.





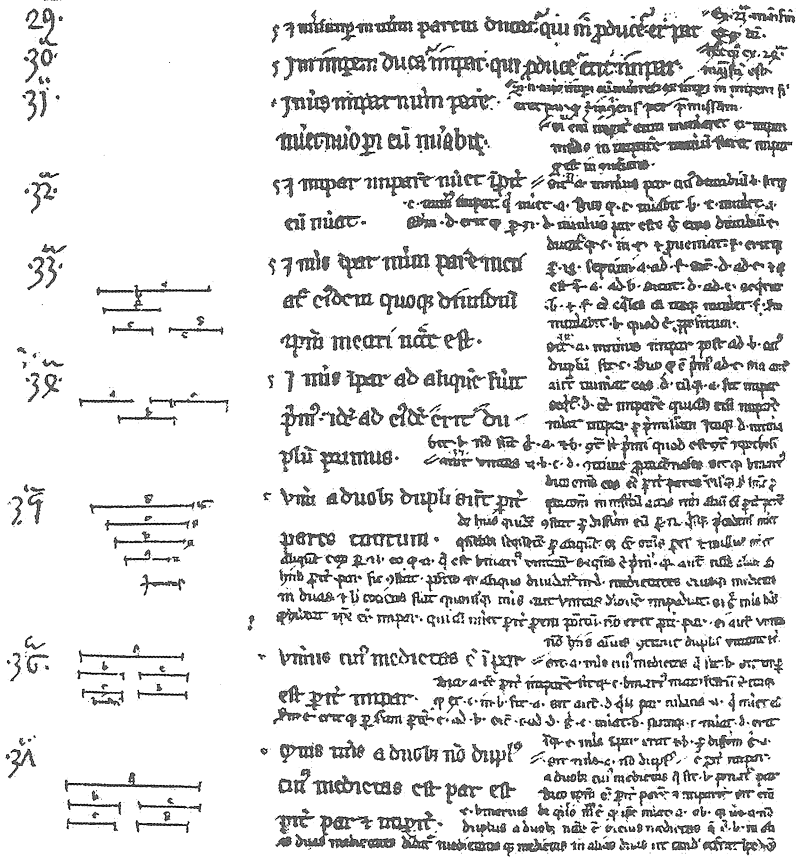
Dik üçgen teoreminin bilinen ilk yazılı ispatı Öklit tarafından verilmiştir. ABF üçgeni ile ACG üçgeni aynıdır. ABF üçgeninin alanı, AKEF dörtgeninin alanının yarısı, ACG üçgeninin alanı ABHG karesinin alanının yarısıdır ("Taban çapı yükseklik" formülünü uygulayın). Buna göre AKEF dörtgeninin alanı ABHG karesinin alanına eşittir. Benzer şekilde CKED dörtgeninin alanı CBIJ karesinin alanına eşittir. Sonuç olarak $AC^2 = AB^2 + BC^2$ olur.

Aslında, İ. Ö. 3. yüzyılda yaşayan ve Yunan matematikçisinin yaşam süreci ve öyküsü hakkında fazla bir bilgi de yoktur. Bilinen tek şey, bir matematik okulu kurup burada kendi yazdığı "Temel Öğeler" veya "Elemanlar" adlı kitabını okutuğudur. Hiç bir devirde alışılmamış bir duruluk ve kesinlikle kaleme alınan bu eserin başında, tanımlar, genel kavramlar ve bir giriş kısmı yer alır. Ondan sonra yüzyıllardır süren ve kendi adını verdiği bir dizi postülatlarını sıralar. Kitabı boyunca bu ünlü postülatlarını teoremlerinde kullanır. Bu yöntem onun en becerikli yanıdır. İspatlarını çok düzenli ve bir sıra halinde verir. Yine bu mantıklı bir düzen içinde çeşitli teoremler ve bu teoremlerin ispatları en açık bir biçimde sıralanır. Eserin tümü on üç bölümdür. Bu bölümlere, İ. Ö. II. yüzyılda yaşadığı sanılan İskenderiyeli matematikçi Hypsikles'e ait olduğu bilinen iki ayrı bölüm daha eklenmiştir.

İlk dört kitap, düzlemsel olan geometriye, çembersel ve çokgensel şekillerin incelenmesine ayrılmıştır. Benzerlik konusu, oranlar ve orantıları incelemek, sonraki iki bölüme konmuştur. Tamsayılar kuramı, yedinci, sekizinci ve dokuzuncu kitaplarında ilcelenmiştir. Daha uzun olan, fakat buraya kadar yapılanların en gözdesi sayılan onuncu bölüm, en basit orandışı sayıların incelenmesine ayrılmıştır. En sonuncu kısımda, uzay geometri işlenir. Bu "Elemanlar" adlı kitabın bir tür tamamlayıcısı olan "Veriler"in daha analitik bir özelliği vardır. "Yüzeylerde Geometrik Yerler" adlı eseri ne yazık ki kaybolmuştur. Fakat, içindeki bilgilerin bazıları öğrencileri tarafından iletilerek zamanımıza kadar gelmiştir. Kaybolan bu eserde, ikinci dereceden dönel yüzeylerin kesitlerini konu aldığı sanılıyor. Buna karşılık, "Porizmalar", Proclus ile Pappus'un yazıları aracılığıyla bize kadar gelmiştir. Porizmalar üzerinde çok tartışmalar yapılmıştır. Chasles'e göre, harmonik orana, homografik bölümlere ve involüsyona ait üç çağdaş ve ileri kuramın tohumları bu eserde bulunmaktadır. Son "Optica" adlı eserinde, geometrideki gibi, baş tarafa birkaç temel önermesini koyar. Bunlardan en önemlisi, ışık ışınlarının bir doğru boyunca yayıldığını kabul eden önermesidir.

Euclides, Elements adlı yapıtında kendinden önceki bilim adamlarının çalışmalarını derlemiştir. Bu bilim adamları arasında, İ. Ö. 400 yıllarında ünlü olan hekim Koslu Hippokrates ile karıştırılmaması gereken ve İ. Ö. 5. yüzyılda ünlü olan Khioslu Hippokrates de vardır. Euclides'ten önce böyle bir derlemeyi ve yapıtı, Akademia'da ders kitabı olarak okutulan, büyük bir olasılıkla Aristoteles tarafından da kullanılan ünlü bilgin Theudios yapmıştır. Elements, kısa bir zamanda ötekilerin yerini alarak onları unutturdu.

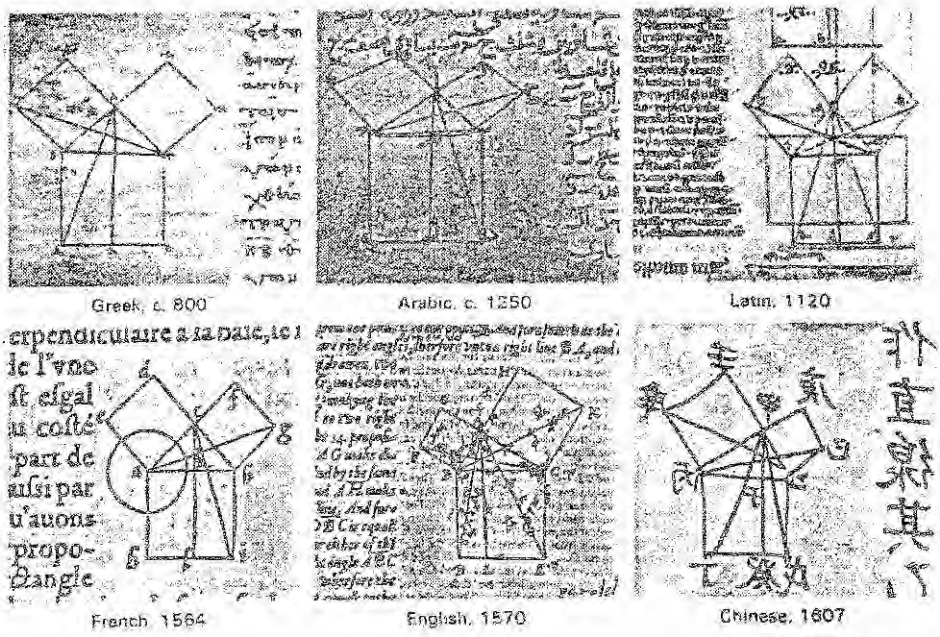
Euclides konu açısından hiç kuşkusuz kendinden önce gelenlerin birikimlerini çok iyi düzenlemiş ve kullanmıştır. Ama yapıtın düzenleniş biçimi kendisine aittir. Bu yönüyle çok becerikli olduğu için bu kadar tutunmuş ve yıllarca değişik dillere çevrilmiştir. O, önceki kitapların düzenini değiştirmiş, önermeleri yeniden sistemli bir biçimde dağıtmış ve yeni sıralanış biçiminin eski kanıtları uygulanamaz kıldığı durumlarda yeni kanıtlar bulmuştur. Örneğin, onuncu kitap büyük ölçüde Pisagorcu ve İ. Ö. 369 yıllarında ünlü olan Theaitetos'un çalışmasıdır. Ama Eudoksor tarafından geliştirilen yeni orantı



Euclides'in kitabının bir çevirisi.

tanımına uyum sağlayabilmesi için bu kitaptaki teoremin kanıtlarının değiştirilmesi gerekmiştir. Prokolos'a göre Euclides, çalışmalarında Eudoksos'un ve Theaitetos'un birçok buluşundan yararlanmıştır. Büyük bir olasılıkla 5. ve 12. kitaplar Eudoksos'un 10. ve 13. kitaplar da Theaitetos'un çalışmalarıdır.

∓1 ve kendisinden başka böleni olmayan sayılara tanım olarak asal sayılar adı verilir. Eskiden beri asal sayıların sayısının sonlu olup olmadığı tartışılmıştır. Ayrıca, asal sayıları veren genel bir formül halen bulunamamıştır. Bazı formüller bazı asal sayıları vermektedir ama bunların hiçbirisi tüm asal sayıları yakalayacak türde değildir. Yani, asal sayılar o kadar kaypak sayılardır ki, bunları yakalaycak hiçbir elek henüz bulunamamıştır. Eratosthenes'in eleği de bu işe yetmemektedir. Onun eleği aslında denemeden başka bir yöntem değildir. Oysa matematikte deneme diye bir yöntem yoktur ve kabul edilmez.



Euclides'in değişik dillere çevirisi.

Öte yandan 1 sayısı asal sayılar tanımına uyduğu halde onu hiçbir matematikçi asal sayı olarak kabul etmez. Aslında sağlam bir gerekçeleri de yoktur. Asal sayıların listesi gittikçe seyrekleşir. Örneğin 1 ile 100 sayıları arasında 25 tane asal sayı varken, 100 ile 200 sayıları arasında sadece 21 tane asal sayı vardır. 1 ile 1000 000 sayıları arasında 78 498 tane asal sayı varken 10 000 000 ile 11 000 000 sayıları arasında 61 938 tane asal sayı vardır. Buna bakarak asal sayıların sayısının gittikçe azaldığını ve giderek yok olacağını düşünebilirsiniz. Bu durumda doğal olarak en büyük asal sayı hangisidir diye bir soru sorabilirsiniz.

İşte zamanımızdan iki bin beş yüz yıl önce Euclides bu soruya çok şık ve ispatı çok kolay bir yöntem vermiştir. Euclides, en büyük asal diye bir sayının olmadığını, asal sayıların listesinin sonsuz olduğunu, yani asal sayılar kümesinin sonsuz olduğunu söyleyerek ispatlamıştır. Şimdi Euclides tarafından verilen bu ilginç olduğu kadar kolay ve şahane teoremin ispatını verelim.

Asal sayılar kümesinin ya da listesinin sonlu olduğunu kabul edelim. Buna göre $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$ biçiminde tüm asal sayılar olsun. Diğer bir deyimle, asal sayılar kümesinin sonlu olduğunu kabul edelim. Şimdi $K = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \ldots p_n + 1$ sayısını düşünelim. Bu K sayısı elimizdeki asal sayılar kümesindeki listedeki her asal sayıdan farklıdır. Var olan tüm asal sayılar bu listede olduğu kabul edildiğine ve K sayısı bu

listede olmadığına göre K sayısı asal değildir. Öyleyse elimizdeki listedeki asal sayılardan en az biri tarafından bölünmeli. Oysa K sayısı bu listedeki asal sayılardan hiç birine bölünemez. Örneğin $K = 1 + p_1 . (p_2 . p_3 . . . p_n)$ biçiminde yazıldığı için K sayısının p_1 asal sayısına böldüğünüz zaman 1 artar. Aynı nedenlerden dolayı tümevarımla $p_2, p_3, . . ., p_n$ asal sayılarına da bölünemez. Öyleyse K sayısının bu listede hiç bir asal böleni yoktur. Yeni K sayısı asal bir sayı demektir. Bu da başlangıçta aldığımız K sayısının asal olmamasıyla bir çelişkidir. Bu çelişki de K sayısının asal olmasıyla kalkar. Yeni, asal sayılar kümesi sonlu değil tersine sonsuzdur.

Dikkat edilirse, bu ispat yöntemi çok ilginçtir ve adına olmayan ergi yöntemi denir. Olmayan ergi yöntemi kısaca şudur: Teoremde hükmün tersi kabul edilir. Doğru cebirsel işlemler yapılarak kabul ettiğimizin tersine bir sonuca varırız. Buna da çelişki denir. Bu çelişkinin kalkması için teoremin hükmü doğru olmalıdır.

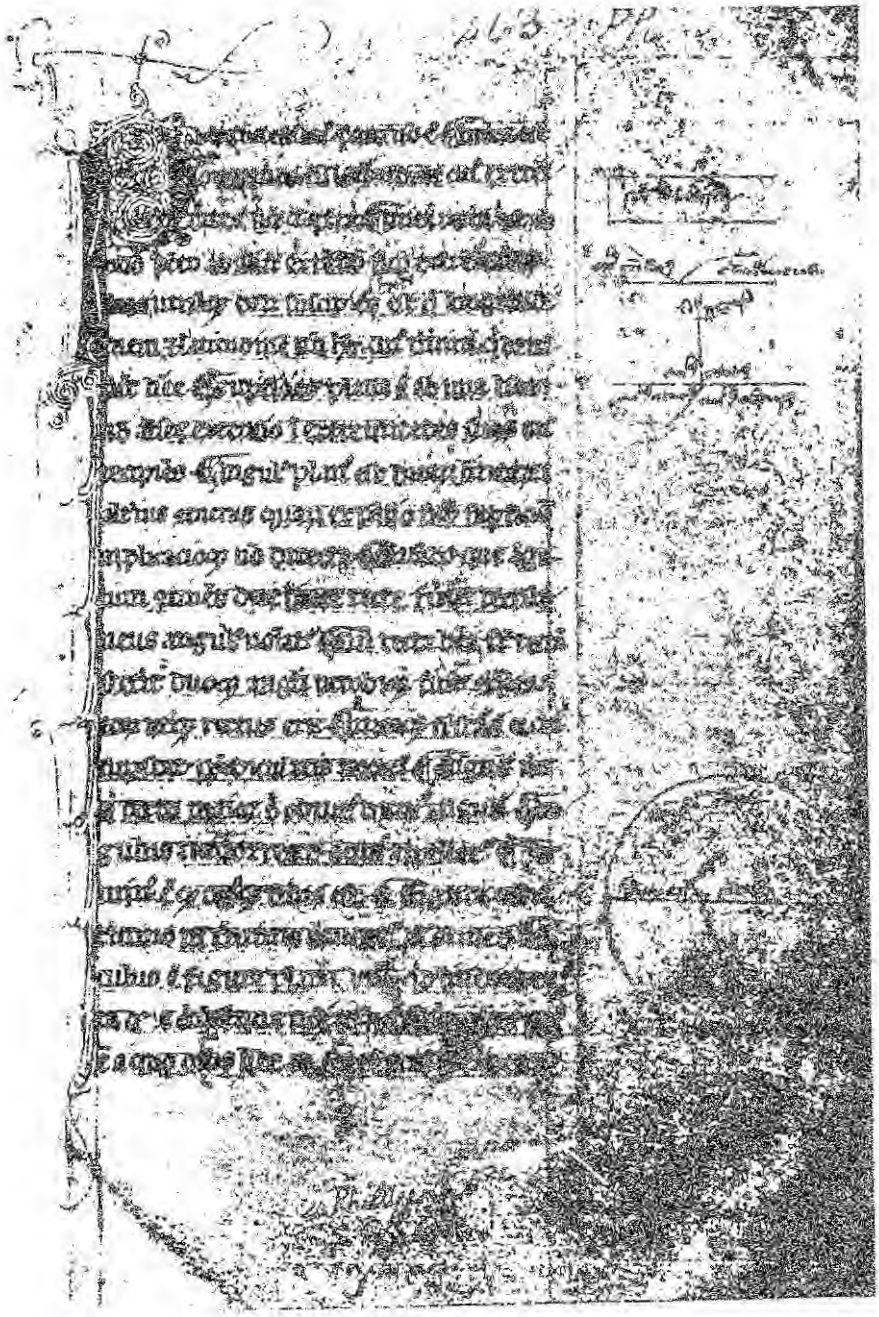
Şimdi, sözcüklerle söylediğimiz bu ifadeyi matematiksel gerçeklere bağlayalım. Bir teorem p ise q biçiminde bir örermedir. Yani $p \Rightarrow q$ önermesi ile $q' \Rightarrow p'$ önermeleri birbirine denktir. Yani bu iki önerme aynı doğruluk değerindedir. Diğer bir deyimle, bu iki önerme aynı zamanda aynı doğruluk değerini alır. Bu söylediğimizi,

p	q	p′	q′	$p \Rightarrow q$	$q' \Rightarrow p'$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

tablosundan görürüz. Dikkat edilirse son iki düşey sütun aynı zamanda aynı doğruluk değerini almaktadır. Yani bir uyuşma vardır.

Euclides'in beşinci kitabı, rasyonel ve rasyonel olmayan irrasyonel büyüklüklere, yani oranları iki tamsayının bölümleri olan veya olmayan büyüklüklere uygulanabilen orantılar kuramını etkileyici bir biçimde açıklamaktadır. On ikinci kitabın ana teoremleri, iki dairenin alanlarının oranı, yarıçaplarının karelerinin oranına, iki kürenin hacimlerinin oranının yarıçaplarının küplerinin oranına eşit olduğunu belirtmektedir. Bu teoremler, bilinen bir büyüklüğü bilinmeyenin niteliklerine yaklaşıncaya kadar kendi içinde bölmeye dayanan tüketme yöntemini kullanarak kanıtlamış olan Eudoksos'a aittir.

Euclides'in 10. kitabı, farklı sınıflardan irrasyonel sayıları ele almaktadır. 10. kitap, bazı yeni kanıtlar ve ekler dışında, Theaitetos'a aittir. Daha önce Pisagorcular tarafından tanımlanan beş düzgün cismin de yer aldığı 13. kitabın büyük bir bölümü yine Theaitetos'un çalışmasıdır. Theaitetos'un düzgün cisimlere ilişkin bir yapıtını Euclides'in Stoikheia'ya tümüyle aldığı anlaşılmaktadır. Aritmetiğin temel ilkelerini içeren 7. kitap, büyük bir olasılıkla İ. Ö. 400 yılından önce yazılmış tutarlı bir yapıttır.



Euclides'in Campanus tarafından çevirisi.

The first Booke

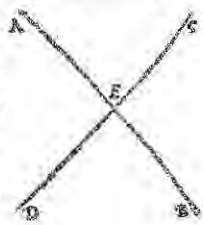
E passe vnder the line B D: namely, that the whole shalbe equall to the part: which is also impossible. Wherefore C D is one right line: which was required to be proued.

The 8. Theoreme. The 15. Proposition.

If two right lines cut the one the other: the hed angles shalbe equal the one to the other.

Exemplification.

SVppose that these two right lines A B and C D, do cut the one the other in the point E. Then I say, that the angle A E C, is equall to the angle D E B. For forasmuch as the right line A E, standeth vpon the right line D C, making these angles C E A, and A E D: therefore (by the 13. propositio) the angles C E A, and A E D, are equall to two right angles. Agayne forasmuch as the right line D E, standeth vpon the right line A B, making these angles A E D, and D E B: therfore (by the same proposition) the angles A E D, and D E B, are equall to two right angles. and it is proued, that the angles C E A, and A E D, are also equall to two right angles. VVherfore the angles C E A, and A E D, are equall to the angles A E D, and D E B. Take away the angle A E D, which is common to them both. VVherefore the angle remayning C E A, is equall to the angle remayning D E B. And in like sort may it be proued, that the angles C E B, and D E A, are equall the one to the other. If therefore two right lines cut the one the other, the hed angles shalbe equall the one to the other: which was required to be demonstrated.



Thales Milesius the first inuenter of this proposition.
No construction in this proposition.
Hed angles.

Thales Milesius the Philosopher was the first inuenter of this Proposition: as witnesseth *Eudemus*, but yet it was first demonstrated by *Euclide*. And in it there is no construction at all. For the exposition of the thing geue, is sufficient enough for the demonstration.

Hed Angles, are apposite angles, caused of the intersection of two right lines and are so called, because the heddes of the two angles are ioyned together in one pointe.

The conuerse of this proposition after Pelitarius.

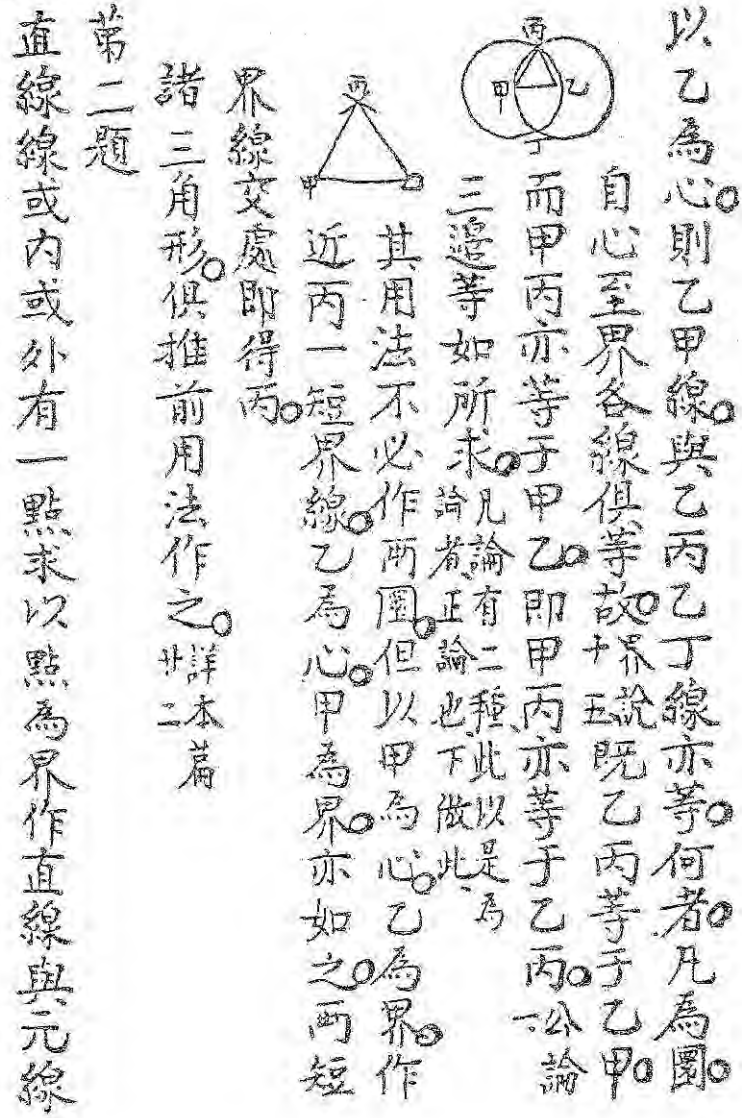
The conuerse of this proposition after Pelitarius.

If fower right lines being drawen from one point, do make fower angles, of which the two opposite angles are equal: the two opposite lines shalbe drawen directly, and make one right line.

Suppose that there be fower right lines A B, A C, A D, and A E, drawen from the poynt A, making fower angles at the point A: of which let the angle B A C be equall to the angle D A E, and the angle B A D to the angle C A E. Then I say, that B E and C D are onely two right lines: that is, the two right lines B A and A E are drawen directly and

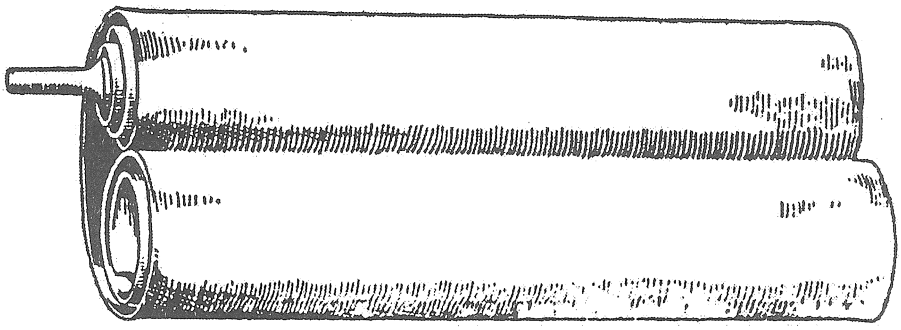
Euclides'in 1570 yılında Billingsley ya da Dee tarafından yapılan ilk İngilizce çevirisinden bir sayfa.

Öğeler'in öteki kitaplarındaki matematikler o kadar yüksek düzeyli değildir. Aritmetiğe ilişkin üç kitabın ikincisi olan 8. kitapta karışık ifadeler, gereksiz tekrarlamalar, hatta mantıksal bazı hatalar bulunmaktadır. Euclides'in yalnızca elinde yetkin kaynakların bulunduğu konularda kusursuz bir sergileme gerçekleştirdiği anlaşılmaktadır.



Euclides'in 1603 ile 1607 yılları arasında Ricci tarafından Çince çevirisi.

Eski çağlarda Heron, İskenderiyeli Pappus, Prokolos ve Simplikios Öğeler üzerine yorumlar yazmışlardır. İ. S. 4. yüzyılda Hypatia'nın babası İskenderiyeli Theon metinde bazı değişiklikler ve eklerle çalışmanın yeni bir derlemesini yaptı. Theon'un bu düzenlemesi, on dokuzuncu yüzyılda Vatikan'da daha eskiden kalma bir Yunanca elyazması bulunana kadar, yayınlanan bütün Yunanca metinlerin ve çevirilerin ana kaynağını oluşturdu. Ortaçağda üç kez Arapçaya çevrilen yapıtın ilk çevirilerini Haccac bin Yusuf, önce Abbasi halifesi Harun Reşit (hüküm sürdüğü dönem 786 - 809) ve daha sonra Halife el Memun (hüküm sürdüğü dönem 813 - 833) için yapmıştır. Bundan sonraki çeviriler Huneyn bin İshak'ın (808 - 873) Bağdat'ta yaptığı ve Sabit bin Kurra (834? - 901) tarafından gözden geçirilen çeviri ile on üçüncü yüzyılda Nasireddin Tusi çevirisidir. Euclides batıda ilk kez bu Arapça çevirilerin Latinceye çevrilmesi üzerine tanınmıştır.



Euclides'in parşönmene sarılı bir baskısı.

Stoikheia'nın günümüze kalan ilk Latince çevirisi Müslüman bir öğrenci kılığında İspanya gezisine çıkan ve kitabın Arapça bir kopyasını elde eden Bath'lı Adelard tarafından 1120 yılında ilk kez İspanya'da yapılmıştır. Aslında Adelard kitabı kısaltarak yeniden yazmıştır. Ayrıca bir de açıklamalı bir uyarlama gerçekleştirmiştir. Karntenli Hermann aynı Arapça çeviriden birinci ile on ikinci arasındaki kitapları çevirmiştir. Cremonalı Gerardo (1114 - 1187) ise Euclides'in 15 kitabını Huneyn bin İshak, Sabit bin Kurra'nın Arapçasından çevirmiştir. İlk Latince çeviri on üçüncü yüzyılda Johannes Campanus tarafından basılmıştır.

Arapça kaynaklara başvurmadan Yunancadan ilk doğrudan çeviri Bartolomeo Zamberti tarafından yapıldı ve Latince olarak 1505 yılında Viyana'da yayınlandı. Yunanca metnin ilk baskısı 1533 yılında Basel'de Simon Grynaeus tarafından gerçekleştirildi. Bu dönemin en önemli Latince çevirisi ise 1572 yılında Federico Commandino yaptı. Euclides'in bütün yapıtlarının hem Yunanca, hem Latince olan ilk tam baskısını 1703 yılında Oxford'da David Gregory gerçekleştirdi. Gümümüzde bu kitapların yerini

J. L. Heiberg ve H. Menge'nin yayınladığı, sekiz cilt ve bir ekten oluşan, 1883 ile 1916 yılları arasında Euclides'in Bütün Yapıtları adlı kitap almıştır. Elements'in ilk İngilizce çevirisini Sir Henry Billingsley gerçekleştirmiştir. Daha sonraki baskılar arasında Robert Simon'un 1756 tarihli hem Latince, hem İngilizce basılan ve 1-6, 11 ve 12. kitapları ve Dedomena'yı (Veriler) kapsayan yayını ile T. L. Heath'in giriş ve yorum bölümlerini de içeren Euclides'in Elemanları'nın on üç kitabı bulunmaktadır. Euclides'in bu on üç ciltlik seri kitabı, daha sonra yapılan eklerle on altı cilde çıkarılmıştır. Bu ekleri yapanların bazılarının isimleri de belli değildir. Tümü Euclides adına yazılmıştır.

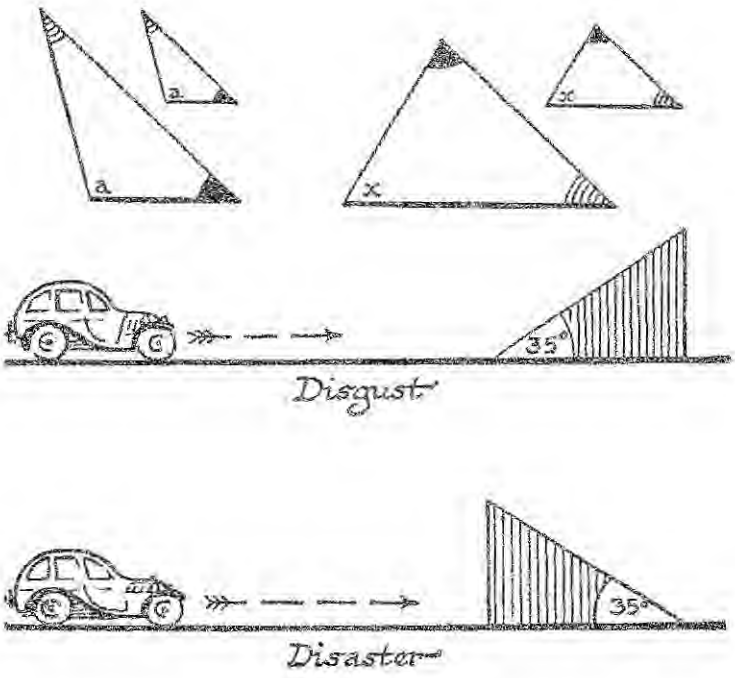
Euclides'in başka yapıtları da vardır. Bir şekilde, belirli elemanların bilinmesi durumunda, başka elemanların da bulunabileceğini, yani belirlenebileceğini ortaya koyan 94 önermeden oluşan Dedomena ile Arapça ve Latince çevirileri sonradan bulunup yeniden düzenlendikten sonra 1915 yılında yayınlanan ve verilen bir şeklin ya da birden fazla doğruyla birbirine eşit ya da belirli bir oran olacak şekilde alanlara bölünmesine ilişkin problemleri içeren Şekillerin Bölünmesi Üzerine Kitap, Euclides'in geometriye ilişkin günümüze kalan öbür iki çalışmasıdır. Euclides'in Optik adlı kitabının özgün metninin yanı sıra Yunanlı bilgin Theon'un eleştirel düzenlemesi de yine Yunanca olarak günümüze kadar gelmiştir. Yansımalar adlı yapıt Euclides'in değildir. Bu konuyla ilgili eski çalışmalardan yapılan bir derlemedir. Günümüze Yunanca olarak ulaşan Olaylar adlı kitap, astronomide yararlanılmak üzere küre geometrisine ilişkin bir yapıttır. Bu, Pitaneli olan Autolykos'un aynı konudaki bir çalışmasının benzeridir.

Prokolos ve öğrencisi Marinos tarafından Euclides'e mal edilen müzik kitabı iki yapıttan oluşmaktadır. Bunlardan Gamın Bölünümü bazı eklemelerle Pisagorcu müzik kuramını içerir. Gamdaki notaların belirli perdelerle ayrılmasını konu alan Armoniye Giriş ise Aristoksenos'un öğrencisi Kleonides tarafından yazılmıştır.

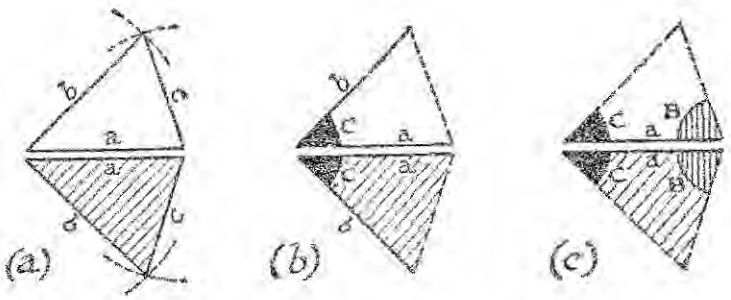
Geometri konusunda günümüze ulaşamamış dört yapıt Yunan kaynaklarınca açıklanmakta ve Euclides'e mal edilmektedir. Pseudaria'nın (Yanlışlıklar) amacının, konuyu yeni başlayanlara, geometrik düşüncede kolayca düşünülebilecek yanlışları göstermek ve öğrencileri bunlara karşı uyarmak olduğu belirtilmektedir. Üç kitaptan oluşan Porismata (Sonuçlar), Pappus'un bir özetini verdiği yüksek düzeyde bir çalışmaydı. Anlaşıldığına göre, Euclides, Sonuçlar deyimi ile önem bakımından problem ile teorem arasında bulunan bir önerme türünü kastediyordu. Euclides'in konikler üzerine dört kitaptan oluşan bir yapıtı, Apollonios'un Konikler'inin ilk dört kitabına uyar. Fakat, Apollonios kendi yapıtına bazı yeni teoremler eklemiştir. Euclides konikleri eski adlandırılış biçimiyle, dik açılı, geniş açılı ve dar açılı koni kesitleri olarak anıyordu. Bunları parabol, hiperbol ve elips olarak ilk kez adlandıran ve tanımlarını veren Apollonios olmuştur.

Pappus ayrıca Euclides'in Yüzeylerin Geometrik Yerleri adlı yapıtından söz etmektedir. İki kitaptan oluşan bu yapıt, büyük olasılıkla, yüzeyler üzerindeki geometrik yerleri, kendileri bir yüzey oluşturan geometrik yerleri ve konikleri içeriyordu.

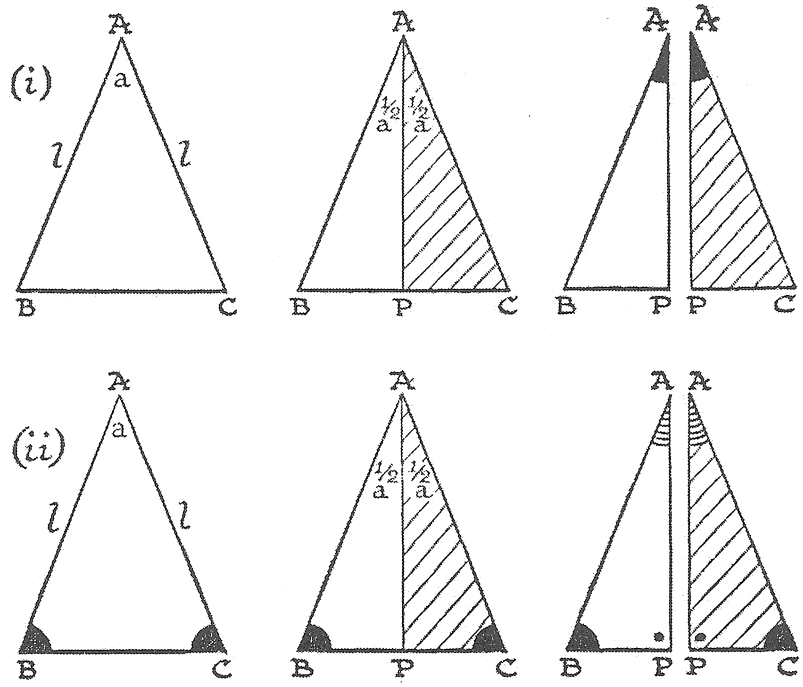
Gregory'nin yayınlamış olduğu Euclides'in bütün yapıtları baskısında yer alan Hafifiik ve Ağırlık Üzerine başlıklı ve Aristoteles dinamiğinin ilkelerini içeren Latince bölüm Euclides'e ait değildir.



Açıları eşit olan üçgenler benzerdir.

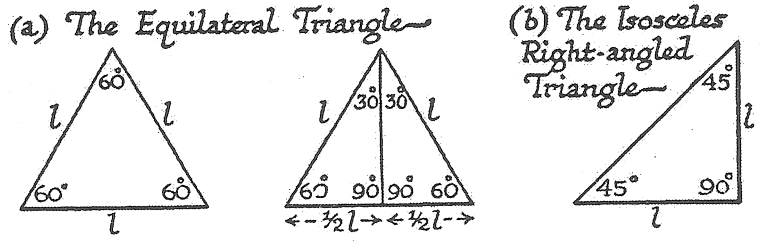


(a). Üç kenarı verilen üçgen çizilebilir.
(b). İki kenarı ve bu kenarlar arasındaki açısı verilen üçgen çizilebilir.
(c). İki açısı ve bu açılara bitişik kenarı verilen üçgen çizilebilir.



(i). İkiz kenar üçgenin tabanının ortasını tepe noktasına birleştiren doğru açı ortaydır.

(ii). İkiz kenar üçgenin taban açıları birbirine eşittir.



(a). Eşkenar üçgenin açıları altmışar derecedir.

(b). İkiz kenar bir dik üçgenin dar açıları kırk beşer derecedir.

Euclides'in Öğeler'i, yazıldığı günden bugüne kadar insanlığı sürekli ve derinden etkilemiştir. O dokuzuncu yüzyılda Euclidesçi olmayan geometrilerin ortaya çıkmasına değin, bu yapıt geometride düşünce biçimi, teoremler ve yöntemler açısından temel

kaynak olarak gelmiştir. Bu kitap, batı dünyasında, Mukaddes Kitap'tan sonra en çok çevirisi ve baskısı yapılan, en çok okunup incelenen kitap olduğu söylenir. Euclides belki de birinci sınıf bir matematikçi değildi ama yapıtının iki bin yıldan fazla bir süre hemen hemen hiç değişmeden bir ders kitabı niteliğini sürdürdüğünü gözönüne alarak onun hiç kuşkusuz birinci sınıf bir matematik öğretmeni olduğu söylenebilir.

Euclides algoritması, iki tamsayının ortak bölenlerinin en büyüğünü (OBEB) bu sayıları asal çarpanlarına ayırmaya gerek kalmaksızın bulmakta yararlanılan yönteme denir. Bu yöntem ilk kez Eski Yunanlı matematikçi Euclides'in Öğeler adlı yapıtının 7. ve 10. kitaplarında ortaya konan yöntem, bu matematikçinin adıyla anılır.

A ve B tamsayıları verilmişken, bunların ikisini de tam olarak bölen tamsayıların en büyüğü, A ile B sayılarının OBEB'i olarak adlandırılır. Bu sayı (A, B) olarak gösterilir. A > B olmak üzere, A ile B sayılarının OBEB'inin Euclides algoritması yardımıyla bulunması için, önce A sayısı B sayısına bölünür. Eğer bu bölme kalansızsa, yani B sayısı A sayısını tam olarak bölüyorsa, (A, B) = B olur. Bu halde A ve B sayılarının ortak bölenlerinin en büyüğü B sayısı olur. Eğer bölümde kalan olarak R_1 elde edilmişse, (A, B) = (B, R_1) olduğu gösterilebilir. Bu nedenle, bu kez B sayısı R_1 sayısına bölünür. Kalan yoksa (A, B) = R_1 olur. Bu bölmede R_2 kalanı ortaya çıkarsa, (A, B) = (B, R_1) = (R_1, R_2) olacağından, bu kez R_1 sayısı R_2 sayısına bölünür. Bu bölemler dizisi, kalan sıfıra eşit oluncaya değin sürdürülür. Bu işlem dizisinde kalanın sıfıra eşit olduğu bir bölme işlemine varılacağı kesindir. Sıfırdan farklı son kalan (A, B) değerini verir. Örneğin, A = 544 ile B = 119 sayılarıın OBEB'inin bulunmasındaki işlem dizisi şöyle gösterilebilir:

$$
\begin{aligned}
544 &= 4(119) + 68, & R_1 &= 68 \\
119 &= 1(68) + 51, & R_2 &= 51 \\
68 &= 1(51) + 17, & R_3 &= 17 \\
51 &= 3(17) + 0, & R_4 &= 0
\end{aligned}
$$

yazılır. Böylece, (544, 119) = 17 olduğu bulunmuş olur.

Eski Yunanlı matematikçi Euclides'in Öğeler adlı yapıtında ortaya koymuş olduğu aksiyomlara ve genel kabullere dayanan geometriye Euclidean geometri adı verilir. Eucllidean geometrisinin temel önemi, matematiksel içeriğinden çok, Euclides'in bu geometriyi ortaya koyarken izlediği sistematik yöntemden kaynaklanır. Aksiyomatik tümdengelimli olarak nitelendirilen bu yöntem, iki bin yılı aşkın bir süredir bütün öteki matematik dallarının gelişmesinde bir model olarak kullanılmıştır. Ortak böleni olmayan sayılara aralarında asaldır denilir.

İskenderiye'de İ. Ö. 323 ile 283 yılları arasında hüküm süren I. Ptolemaios döneminde yaşamış olan Euclides'in Öğeler adlı yapıtı, düzlemsel ve üç boyutlu şekillerin

özelliklerini, birbirleriyle ilişkilerini, bunlara ilişkin ölçme kurallarını içerir. Euclides, bu yapıtını kendinden önceki bilginlerin çalışmalarından derlemişti. Yapıtındaki konuların büyük bölümü derleme olmakla birlikte, kimi sonuçlar ve kanıtlamaların Euclides'e ait olduğu kesindir. Euclides'in Öğler'i, İ. Ö. 3. yüzyılda yaşamış olan Pergeli Apollonios'un konikler üzerindeki ve yine İ. Ö. 3. yüzyılda yaşamış olan Siraküzalı Archimedes'in mekanik ve daire alanları üzerindeki daha gelişkin yapıtlarına temel oluşturmuştur. Daha kısa ve öz olarak söylemek gerekirse, Euclides'in Öğeler'i matematik biliminin temeli olmuştur. İlk olarak Halife Harun Reşit döneminde Arapçaya çevrilen yapıt, batıya Arapçadan Latinceye yapılan çeviriler ile 1120 yıllarında gelmiştir.

Doğruluğu kanıtsız olarak varsayılan önermelere aksiyom denir. Euclides bunları postülatlar olarak alıyordu. Euclides'in Öğler adlı kitabı beş aksiyom ile beş genel kabule dayanarak 465 teoremden türetilmiştir. Bu, türetilen teoremlerin doğruluğunun aksiyomların doğruluğuna dayandırıldığı aksiyomatik yöntemin gücünü ortaya koyan ilk uygulamaydı. Aksiyomların doğruluğu apaçık olduğuna göre, Euclides ve çağdaşları, bunlardan türetilen teoremlerin de dünyayı doğru ve kesin bir biçimde belirlediğine ve dünyayı incelemekte gerçerli olduğuna inanıyorlardı. Bir de, Euclides'e kadar ve ondan da sonra uzun yıllar Dünya'nın düz olduğunu kabul ediyorlardı. Öyleyse Euclides'in düzlem geometrisinin kurulmasında ve aksiyomlarının kabul edilmesinde hiç bir sakınca olamazdı. Zaten Euclides'e kadar bu kavramlar ve öğretiler oluşmuştu.

Euclides bu yapıtında tanımlar, aksiyomlar ve genel kabullerle başlar. Nokta, parçası ya da boyutu olmayan bir şey; çizgi, genişliği olmayan uzunluk; doğru, üzerindeki noktalara göre düzgün yayılmış çizgi olarak tanımlanır. Yani Euclides, nokta, çizgi, doğru ve düzlemi başlangıçta kabul ediyor. Diğer bir deyimle bunları tanımsız şeyler olarak almaktadır. Şüphesiz böyle belirsiz ve sezgisel tanımlar çağdaş anlayışta tanım olarak kabul edilemezler. Buna karşılık, örneğin daire tanımı bugünkü soyut kuram tarafından kabul edilebilir. Euclides'in tanımları arasında yüzey, düzlem, dik, geniş ve dar açılar, doğruların dikliği ve paralelliği, üçgenler ve dörtgenler vardır.

Şimdi Euclides'in beş temel aksiyomunu verebiliriz.

i. Verilen iki noktadan bir doğru geçirilebilir.
ii. Sonlu bir doğru istenildiği kadar uzatılabilir.
iii. Merkezi ile üzerindeki bir noktası verilen çember çizilebilir.
iv. Tüm dik açılar birbirine eşittir.
v. İki doğruyu kesen bir doğru, bu iki doğru ile, aynı yanda toplamları iki dik açıdan küçük iç açılar oluşturuyorsa, bu iki doğrunun uzantıları iç açılar toplamının iki dik açıdan küçük olduğu yanda kesişir.

Euclides'in beş gelen kabulü de şöyledir.

i. Aynı şeye eşit olan şeyler eşittir.

ii. Eşit şeylere eşit şeyler katılırsa oluşan bütünler birbirine eşittir.
iii. Eşit şeylerden eşit şeyler çıkarılırsa kalanlar birbirine eşittir.
iv. Birbiriyle çakışan şeyler birbirine eşittir.
v. Bütün, parçalardan büyüktür.

Euclides'in beşinci aksiyomu, Euclides aksiyomu, Euclides postülatı ya da paralellik postülatı olarak alınır. Matematikte en önemli yeri tutan bu postülat matematik tarihi boyunca eleştirilere ve saldırılara uğramıştır. Bu postülat, doğruluğu ötekiler gibi apaçık olmadığından, ortaya atıldığı dönemden bu yana ilgi çekti ve tartışıldı. Bu postülat için matematiğin yüz karası diyenler oldu. Bu postülatın bir eşdeğeri şöyle ifade edilebilir. L doğrusu üzerinde olmayan bir P noktasından geçen, P ve L doğrusunun düzleminde bulunan ve L doğrusunu kesmeyen yalnızca bir doğru vardır. Daha kısa olarak, verilen bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnız bir tek paralel doğru çizilebilir. Euclides'in beşinci aksiyomu olarak bu son ifade çok sık kullanılır.

Bu postülatı öteki postülatlara dayanarak kanıtlayabilmek, böylece de bir teoreme dönüştürebilmek için büyük çabalar harcandı. Bu amaçla, paralellik postülatının iki alternatifi olan, bir noktadan geçen ve verilen bir doğruya paralel olan birden çok doğru vardır, ya da böyle bir doğru yoktur, önermelerinden herhangi biri bu postülatın yerine konduğunda öteki aksiyomlarla çelişki ortaya çkacağı gösterilmek istendi. Bu yolda harcanan yoğun çabalar hep başarısızlıkla sonuçlandı ve bir çelişkiye varmak olanaklı olmadı. Üstelik, beklenenin tersine, paralellik postülatının yerine bu alternatiflerden herhangi birinin konulmasıyla Euclidean geometri kadar geçerli ve tutarlı yeni geometriler ortaya çıktığı belirlendi. Bunun sonucu olarak Euclidean olmayan geometriler bulundu. Örneğin, Euclides'in bu postülatının yerine, bir noktadan, verilen bir doğruya en az iki paralel çizilebilir aksiyomunun konmasıyla hiperbolik geometri ya da Lobatchewsky geometrisi elde edildi. Bir noktadan verilen bir doğruya hiç bir paralel çizilemeyeceğini kabul eden, başka bir deyişle paralellik kavramını dışlayan ve Euclides'in ikinci aksiyomu olan sonlu bir doğru istenildiği kadar uzatılabilir, aksiyomunu da doğrunun sonlu bir uzunluğu olduğu, yani doğrunun bir tür kapalı eğri olduğu biçiminde değiştiren geometri ise eliptik geometri veya Riemann geometrisi adıyla anılır.

Euclidean geometri ile hiperbolik ve eliptik geometrilerden hangisinin gerçek dünyayı matematiksel olarak en doğru biçimde betimlediğini saptamanın olanaksız olduğu anlaşıldıktan sonra, matematikçiler tek doğru geometri kavramından vazgeçmek ve aynı derecede geçerli ve tutarlı değişik geometrilerin varolabileceği görüşünü kabullenmek zorunda kaldılar. Ayrıca, matematiksel sistemlerin keşfedilmeyi bekleyen doğal olgulardan oluşamadığı, bu sistemlerin tutarlı bir aksiyom ve postülatlar kümesi seçilip bunlardan türetilebilecek teoremlerin incelenmesiyle yaratılabileceği anlaşıldı. Matematiğe bakış açısındaki bu değişiklik, Euclides'in akılcı mirasının en önemli ve en kapsamlı bölümünü oluşturur.

Geometri, Yunanca ge=yer ve metron=ölçme demektir. Buna göre geometri, uza-

yın ve uzaydaki cisimlerin özelliklerini konu edinen matematik dalıdır. Matematiğin en eski dallarından biri olan geometri, Eski Mısır ve Mezopotamya'da yer ölçümüne ilişkin pratik problemlerin çözümüne dayalı olarak ortaya çıkmış ve bir pratik beceriler bütünüyken İ. Ö. 1000 yıllarında Eski Yunanlılarca sistemli bir bilime dönüştürülmeye başlamıştır. Zamanla, geometrinin düzlemsel şekillerinin ya da üç boyutlu şeylerin incelenmesiyle sınırlı olmadığı en soyut kavramların bile geometrik ilişkiler biçiminde ele alınabileceği anlaşılmıştır. Böylece, geometrinin çeşitli alt dalları ortaya çıkmıştır.

İnsanlığın ilk yazılı kayıtlarında geometri bilgileri yer almaktadır. Eski Mısırlılar ve Babilliler çeşitli alan formüllerini biliyorlardı. İ. Ö. 3000 yıllarının sonlarından kalma kil tabletlerde, bir dik üçgende hipotenüsün karesinin dik kenarların kareleri toplamına eşit olduğunu belirleyen ve günümüzde Pisagor teoremi olarak adlandırılan teoreme ilişkin bilgiler bulunmuştur. Eski Yunan matematiğinin temelleri Babillilerin matematik bilgisine dayanır. İ. Ö. 5. yüzyılda Pisagorcu okulun ortaya koyduğu en önemli buluş, karenin köşegen ve kenar uzunluklarının birbirleriyle oranı rasyonel olmadığı, bir başka deyişle köşegenin dik kenarlara oranının iki tamsayının oranına eşit olamayacağı gerçeğidir. Bu problemin kanıtı, İ. Ö. 300 yıllarında Euclides'in Elements adlı yapıtında verilmiştir. Rasyonel olmayan uzunlukların varlığının ortaya çıkarılması, Eski Yunan matematikçilerini oran ve orantılılık konusunda doyurucu bir kuram oluşturma gereksinimiyle karşı karşıya bıraktı. Bu da bir yandan geometride kesinlikli yöntemler ve mantıksal çözümlemenin egemen olmasını sağlarken, öte yandan rasyonel olmayan büyüklüklerin varlığının cebirsel olarak kabul edilemeyeceği, ancak geometrik anlamda kabul edilebileceği kanısıyla, Babillilerin geliştirmiş oldukları cebirin dışlanmasına yol açtı. Cebirsel ilişkilerin geometrik ilişkilere dönüştürülerek ele alınması sonucunda işlenmesi büyük ustalık gerektiren geometrik cebir ortaya çıktı. Gerçek bir cebirin ortaya çıkması ve yeniden oluşturulabilmesi ise, ancak modern metamatiğin gelişmesiyle olanaklı duruma geldi.

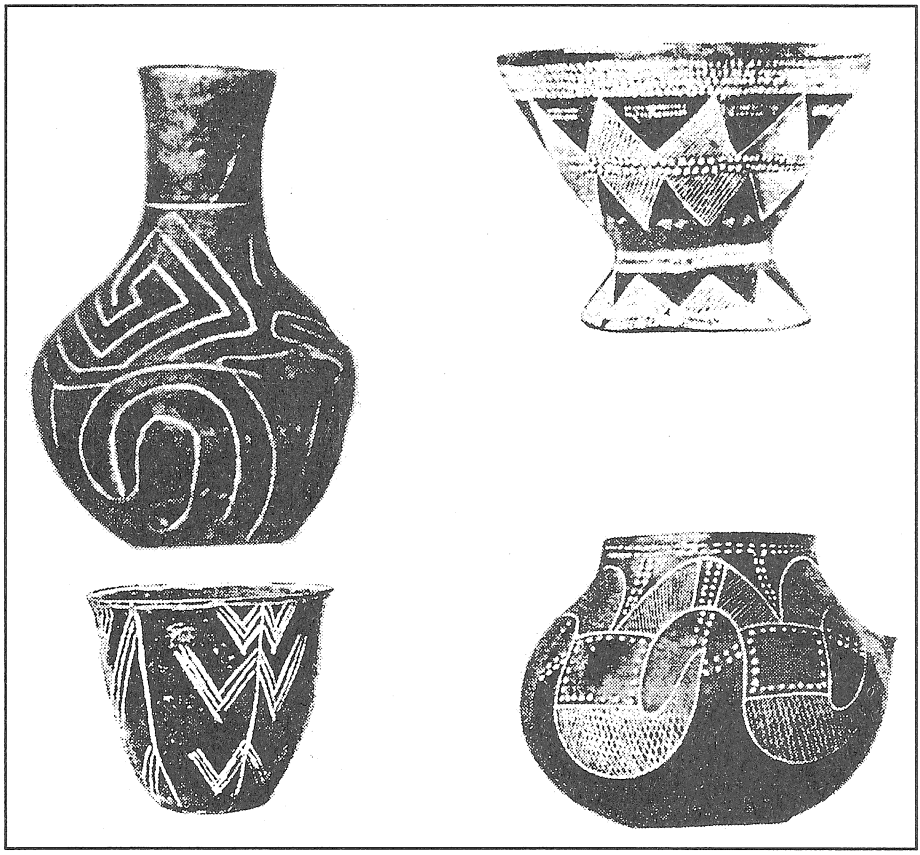
Euclides, beş aksiyom ile beş genel kabulden yola çıkarak tümdengelimli mantık aracılığıyla 465 teorem içeren Öğeler adlı yapıtında geometriyi belirli bir sistematik içinde düzenlemiştir. Aksiyomatik tümdengelimli yöntemin 2000 yılı aşkın bir süredir parlak bir örneği olarak kalan bu yapıtta ortaya konan geometri Euclidean geometri veya düzlem geometri adıyla anılır. Geometrik cebir ikinci dereceden daha yüksek dereceli problemlerin çözümünde yeterli değildi. Bu tür problemlerin çözümü için ortaya konan elips, hiperbol ve parabol gibi eğrilerin, bir koniyle bir düzlemin kesişimleri olduğu İ. Ö. 375 ile 325 yılları arasında yaşayan Menaechmus tarafından bulundu. Konikler adı verilen bu eğriler İ. Ö. 287 ile 212 yılları arasında yaşayan Archimedes ile yine İ. Ö. 262 ile 190 yılları arasında yaşayan Pergeli Apollonios tarafından ayrıntılı olarak ele alındı ve incelendi.

On altıncı ve on yedinci yüzyıllarda Fransız matematikçiler François Viete ve Rene Descartes'in geliştirdiği analitik geometri, cebirsel yöntemlerin geometriye uygulanmasına dayanır. Descartes'in 1637 yılında yayınladığı Geometri adlı yapıtında

ortaya koyduğu geometriyi cebire indirgeyen yöntem, Euclides'in izlemiş olduğu yöntemin tam tersiydi. Aynı yolu izleyen Isaac Newton ve Leonhard Euler gibi matematikçiler bu yöntemi koniklerin ve başka düzlemsel eğri ailelerinin sınıflandırılmasına uyguladılar. Böylece cebirsel geometri doğdu. Cebirsel geometri, on dokuzuncu yüzyılın sonlarında Alman matematikçi Max Noether ve yirminci yüzyılın başlarında İtalyan matematikçiler Corroda Segre ile Federigo Enriques'in katkılarıyla yetkin bir düzeye ulaştı.

Analitik geometrinin bulunuşu ve ardından sonsuz küçükler hesabının geliştirilmesi, geometrinin önemini gölgeledi. Geometrinin yeniden önem kazandığı on dokuzuncu yüzyılda, Descartes'ten bu yana gerçekleştirilen en önemli gelişme, üçten fazla boyutlu uzay kavramının ortaya konması oldu. Alman matematikçi H. G. Grassmann'ın çalışmalarıyla kesin biçimini alan ve kavramda n sayısından oluşan bir sistem, n boyutlu uzayda bir nokta olarak ele alınır. n tane sayı da bu noktanın koordinatlarıdır. Üç boyutlu uzaydaki doğru ve düzlemlere karşılık gelmek üzere, n boyutlu uzayda, koordinatları birbiriyle ilişkilendiren doğrusal denklem takımlarının belirlediği alt uzaylar söz konusudur.

İnsanlar şekillerle çok yakından ilgilendikleri için bir geometrik üslup ortaya çıkmıştır. İ. Ö. 4000 ile 3000 yılları arasında basit geometrik şekilli boyamalar görülür. Bunlar daha çok çanak, çömlek, vazo, duvar süsleri, tapınaklar ve taban döşemeleri biçimindedir.



Geometrik desenli vazolar.

Geometrik bezemeler, Mısır, Mezopotamya, Filistin, Yunanistan, Girit, Kıbrıs, Anadolu ve Çin'de çok yaygın olarak görülür. Buna ilişkin çok sayıda geometrik şekilli ve desenli boyamalar vardır. İ. Ö. 900 yıllarında Eski Yunanistan sanatında, özellikle vazo resimlerinde görülen üslup Miken uygarlığının en belirgin işaretiydi.

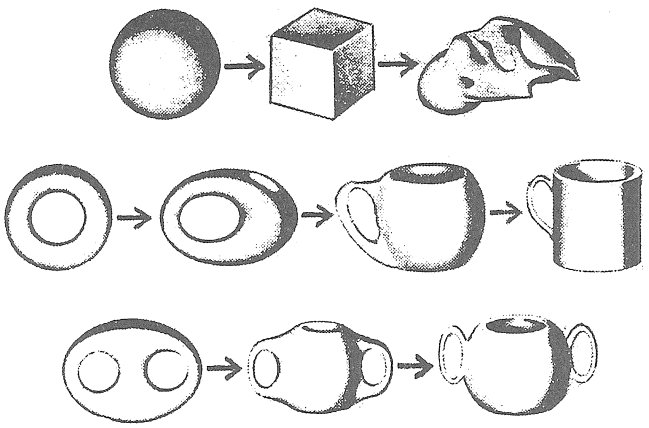
On sekizinci yüzyılın sonlarında Fransız matematikçi Gaspard Monge analitik geometriden yararlanarak tasarı geometriyi geliştirdi. Tasarı geometri, üç boyutlu cisimlerin, örneğin yapıların ya da makine parçalarının birbirine dik üç doğrultudan elde edilen düzlemsel görünümleri aracılığıyla uygun bir biçimde görüntülenmesini sağlar. Bu, mühendislik uygulamalarında büyük önem taşıyan teknik resmin temelini oluşturur. Resim sanatında perspektifin önemi, geometride bir başka alt dalın, izdüşümsel geometrinin geliştirilmesinin yolunu açtı. Fransız mühendis J. V. Poncelet'nin 1822 yılında sistemleştirdiği izdüşümsel geometri, geometrik şekiller ile bunların izdüşümleri arasındaki ilişkileri ve şekillerin izdüşüm altında değişmeden kalan, yani korunan özelliklerini inceleyen geometri dalıdır. İzdüşümsel geometri, Eski Yunanlılardan on sekizinci yüzyıl sonuna kadar geometride gerçekleştirilen en önemli buluşlar olarak kabul edilen,

1639 yılında Desargues ve 1640 yılında Pascal teoremlerinin geometrinin genel yapısı içine uyumlu bir biçimde yerleştirilmesini de sağladı.

Matematiksel analiz kavramlarının, yani limit ve sürekliliğin geometriye uygulanması 1820 yılları dolaylarında Carl Friedrich Gauss tarafından kadastro ve Jeodeziye ilişkin pratik problemlerin çözümü amacıyla başlatıldı. Gauss, düzlemsel eğrilerin yay uzunlukları ve eğriliklerinin analitik ifadelerini ortaya koyarak ve vardığı sonuçları yüzeylerin eğriliklerine genelleştirerek diferensiyel geometriyi kurdu. Gauss'un öğrencisi Bernhard Riemann, 1854 yılından sonra, bu kavramları üçten fazla boyutlu uzaylar için genelleştirdi. Bu çalışmalar sonucunda ortaya çıkan geometri kavramları Einstein'ın genel görelilik kuramında önemli bir rol oynadı.

1830 yıllarında Nikolay Lobatchewsky ve Janos Bolyai, birbirlerinden habersiz olarak, Euclidean geometrideki beşinci postülat yerine, yani bir noktadan verilen bir doğruya yalnız bir tek paralel doğru çizilebilir yerine, bir noktadan verilen bir doğruya iki paralel çizilebilir postülatını koyarak günümüzde Lobatchewsky geometrisi ya da hiperbolik geometri olarak adlandırılan yeni bir geometri geliştirdiler. Gauss da bu konuda bazı çalışmalar yapmış ama konunun daha olgunlaşmasını beklemiş ve bulgularını yayınlamaktan çekinmişti. Riemann ise beşinci postülat yerine hiç bir paralel çizilemez postülatını koyarak Riemann geometrisi ya da eliptik geometri olarak bilinen geometriyi oluşturdu. Euclidean olmayan geometriler, 1870 yılından sonra Felix Klein ve Sophus Lie tarafından genelleştirildi ve izdüşümsel geometriyle birleştirildi. Bunlar geometride çok büyük aşamalardı.

Geometrinin en yeni ve en karmaşık dalı olan topoloji, geometrik cisimlerin biçim değiştirme altında değişmeden kalan özellikleni inceler. Örneğin, bir simit ile bir çay fincanı topolojik olarak birbirlerine denktir. Topolojinin temel yöntemlerini Hollandalı matematikçi L. E. J. Brouwer 1919 yılında ortaya koymuştur.

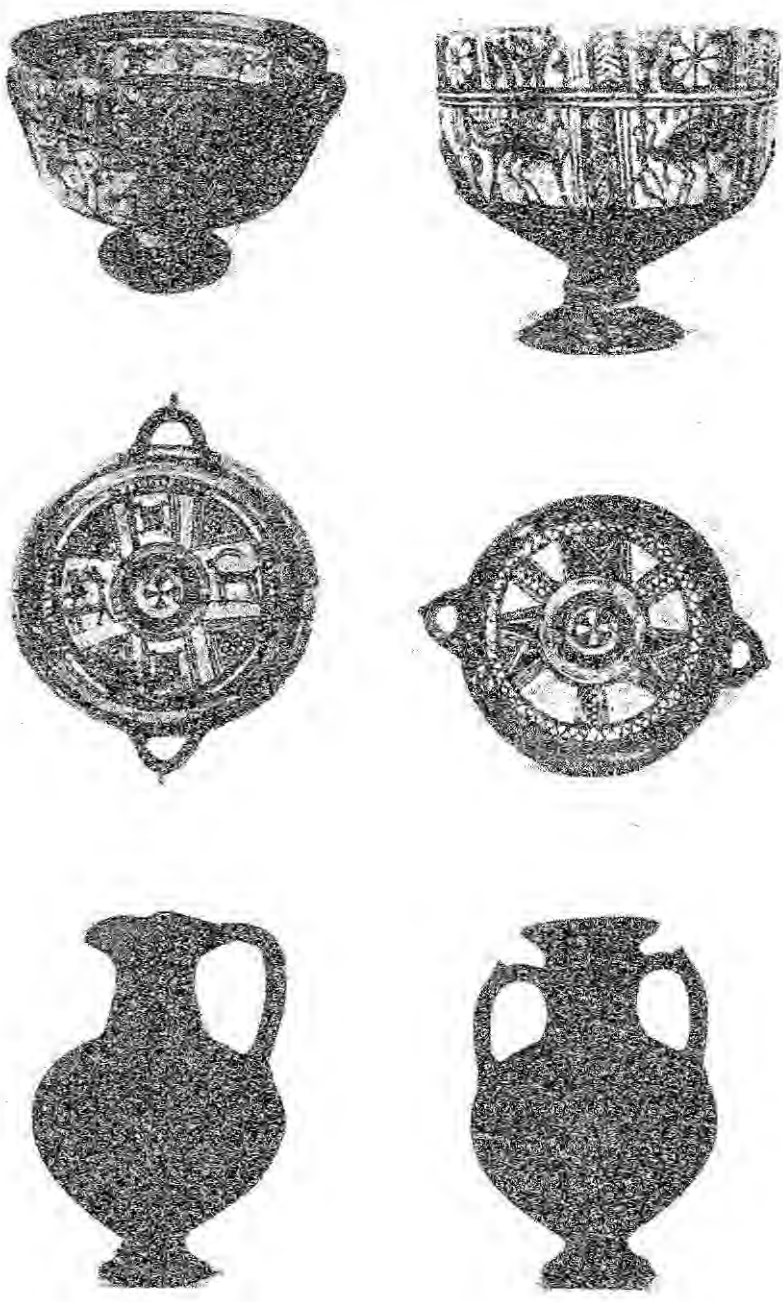


Topolojik olarak eşyapılı şekiller.

Geometri ilk kez şekil ve bu şekillerin güzel görünümleri ile başlamıştır. Bu da yıllarca sürmüştür. İlk geometrik üslubun daha gelişmiş biçimi olan geometrik üslupta vazoların yüzleri baştan aşağı yatay bezeme bantları ve çizgilerin sıralarıyla kaplıdır. Çizgi sıraları genellikle üçlüdür. İlk geometrik üsluptaki daire ve yay örgeleri, geometrik üslupta azalmakla birlikte, zikzak ve üçgen örgeleri ve gamalı haçlar kullanılmaya devam etmiştir. Araları, açık renk zemin üstünde koyu renkli köşeli desenlerle doldurulmuş düzenli aralıklı çizgi sıraları, sepet örgüsüne benzer biçimde vazoların yüzünü kaplamaktadır. Bunlardan tüm örnekleri Kıbrıs vazoları ve çömleklerinde görebiliriz. Çark çıktıktan sonra bunların boyanması ve ortaya çıkan şekillerin görümünleri daha da değişmiştir. İçiçe daireler, halkalar, üçgen bezemeleri, damalı şekiller, büyülü kareler, paralel çizgiler, insan ve hayvan resimleri, minyatürler, yöresel olarak kullanılan aletler, örneğin gemi çapaları bunlara en güzel örneklerdendir. Dairelerin parçalara bölünerek güllerin elde edilmesi, vazolardaki av hayvanları resimleri yine en güzel geometrik örneklerdir. Özellikle Kıbrıs adasında avlanan hayvanların küplerin üzerindeki resimleri bunlara örnek olarak gösterilebilir. Çeşitli tanrılar, periler ve inanca dayalı resimler de bu dönemin geometrisi üzerindeki çalışmalarıdır. Yöresel milli giysiler, milli oyunlar, su testileri, geometrik ve geometrik olmayan sanatsal yapılar onlar için birer zevkti.

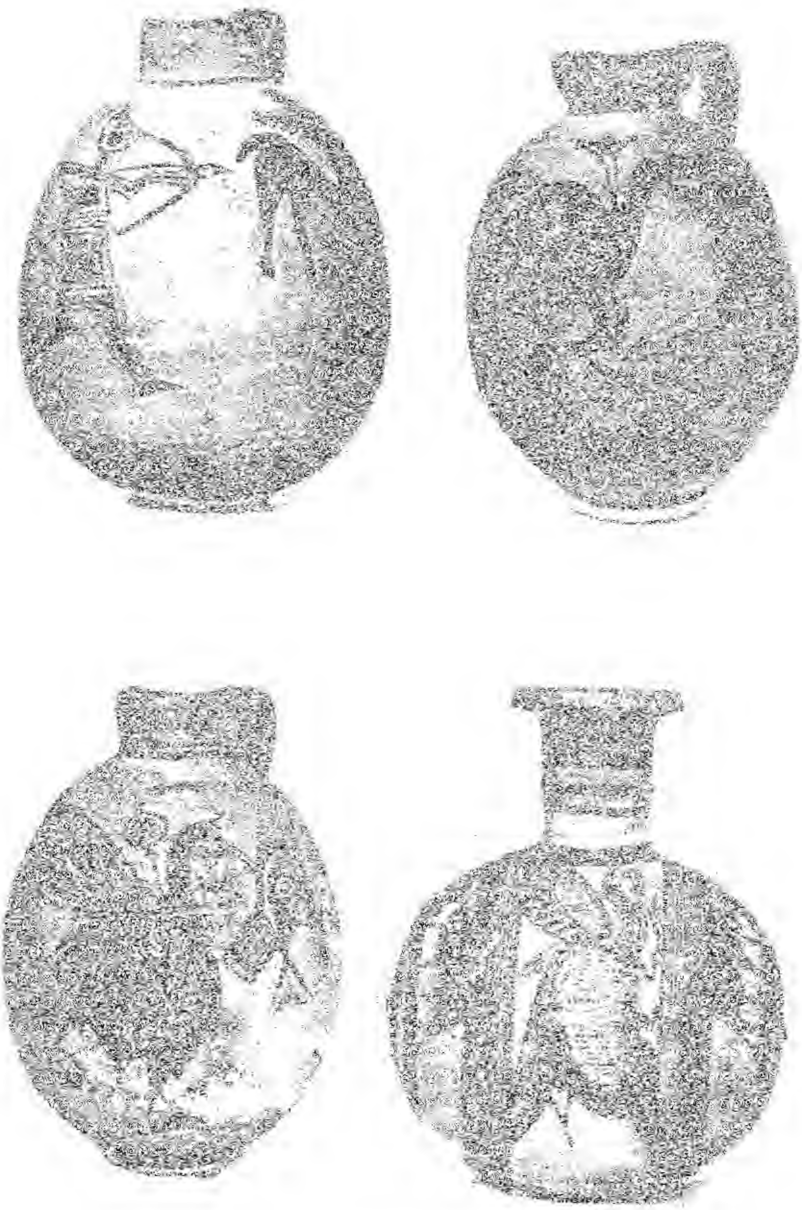
Kıbrıs'taki vazo, çanak, çömlek ve küpler üzerine çizilmiş soyut ve somut örgelerin yanısıra, stilize edilmiş insan ve hayvan figürlerine de rastlanır. Bunların çoğunda gövdeler üçgenlere, kol ve bacaklar çizgilerle verilmiştir. Önceleri yalnızca bir örge niteliğinde, tek tek işlenen figürler sonraları cenaze töreni, deniz savaşı, dans, boks karşılaşması ya da kahramanlık sahneleri gibi genellikle bir öykünün anlatıldığı, karmaşık kompozisyonlara dönüşmüştür.

Kıbrıs vazoları.



Kıbrıs vazoları.

Kıbrıs vazoları.



Kibosi vázolata.

Geometrik üslupta vazolar başta küçük tunç, bakır ve kil heykelcikler, çengelli iğneye benzeyen özenle bezenmiş mühürler, paralar ve süs eşyaları yapılmıştır. Ayrıca ölünün ağzının açılmasını önlemek için başa yerleştirilen, üstleri hayvan ve insan figürleriyle bezeli altın bantlar da yaygındır. Geometrik üslup bir süre sonra yerini klasik üsluba bırakmakla birlikte, çok uzun bir süre Yunan sanatını etkilemiş ve yaygınlığını korumuştur.

Burada seçtiğimiz örneklerin tümü Kıbrıs'tan alınmıştır. Çünkü, Kıbrıs'taki bu örnekler dünyanın her yerindeki üslubu temsil etmektedir. Bunun nedeni de vardır. Kıbrıs'a ilk yerleşenler Tarsus'tan ve Filistin'den gelmişlerdir. Bu da yaklaşık olarak İ. Ö. 7000 ile İ. Ö. 5800 yıllarına rastlar. Tanrıların adası olan Kıbrıs, birçok insana ve uygarlıklara ev sahipliği yapmıştır. Bu ev sahipliği yüzlerce yıl sürmüştür. Bu biçimde oluşması doğal bir ortamda ve doğal olarak olmuştur. Güzel olan Kıbrıs adası doğu-batı ve kuzey-güney arasında uygarlıkların ve kültürlerin kesim noktasıdır. Kuzey-güney yönüyle Anadolu ve Mısır uygarlık ve kültürleri, doğu-batı yönüyle de Asya, Mezopotamya, Filistin, Yunan ve Latin uygarlık ve kültürleri arasında bir merkez ve köprü görevi üstlenmiştir. Kıbrıs bu kültür ve uygarlıklara ev sahipliği yaparak kendi kültür ve uygarlığını da geliştirmiştir. Bu dış kültürleri özümlerken kendisine özgü ve incelemeye değer bir uygarlık oluşturmuştur. Dış kaynaklı uygarlıklardan etkilenmesi doğaldır. Yapılan kazılardan elde edilen verilere göre, Yenizelanda adaları, Asya, Mezopotamya, Mısır, Anadolu, Grek, Roma, Akdeniz ülkeleri uygarlıklarından etkilendiği gibi, Kuzey Amerika'daki Maya uygarlığının etkileri ve izleri bile görülmektedir. Bu da, İpek Yolu, göçler, tacirler, tüccarlar ve din misyonerleri tarafından iletilmiştir. Savaşların ve karşılıklı alışverişlerin de etkileri olmuştur. Adanın coğrafi yerleşimi ve konumu da buna uygundur. Bunan yanı sıra, Enkomi, Kition ve Kourion bölgelerinde yapılan kazılardan çıkan seramik ve diğer veriler bu adanın kendine özgü uygarlığını ve ince ince zekasını bu geometrik şekilleriyle en çarpıcı ve ince Kıbrıs sitilini yansıtmaktadır. Arkeolojik açıdan bakılınca, Paphos ve Salamis kazıları bu söylediklerimizi kanıtlamaya yeterlidir. Bu nedenle geometrik üslup için hep Kıbrıs örneklerini seçtik.

Zaten burada verdiğimiz örnekler, Kıbrıs ile ilişkisi olan tüm ülkelerde vardır. Kıbrıs adasındaki bu örnekler gelip geçmiş tüm uygarlıkların özeti ve görüntüsüdür. Bir de aynı paralelliği Girit adasında görebiliriz.

Kıbrıs'ta yapılan kazılara göre, buradaki uygarlığın izlerini Neolitik çağa kadar götürülmesi kesindir. Fakat Paleolitik ya da Mezolitik çağlar kadar görütülmesi henüz mümkün olmamıştır. Adaya değişik tarihlerde gelinip yerleşilmiştir. Taştan yapılan çanaklara ve ölülerin evin zemin katlarına gömülmelerine bakılırsa, bu davranışlar Filistin'deki gelenek ve göreneklere dayanmaktadır. Filistin'deki bu gelenekler, karbon 14 deneylerine göre İ. Ö. 7000 yıllarına kadar gitmektedir. Neolitik çağdaki ilk ve önemli yerleşim merkezleri Khirokita, Kalavassos, Sotira, Troulli, Lapithos, Petra tou Limniti ve Kythrea'dır.

Chalcolitik çağdaki yerleşim yerlerinin en önemlisi Erimi'dir. Bu şehirlerde yapılan kazılarda elde edilen seramiklerde, kırmızı ve beyaz mermerler üzerine işlenmiş soyut geometrik şekiller vardır. Hatta bu geometrik şekiller arasında bilinçli ve bilinçsiz olarak çizilmiş elipsler, paraboller ve hiperboller gibi bugünkü konikleri rahatlıkla bu şekillerde görebiliriz. Şeritler, kuşaklar, dönel paraboloitleri, seramiklerde, taşlarda, mermerlerde, vazolarda, çanaklarda, banyo kurnalarında ve banyo taşlarında, gümüş, altın, bakır ve bronz işlemelerinde görebiliriz.

Evler dikdörtgen tabanlı veya daire tabanlı oluyordu. Özellikle geometrik şekillere önem veriyorlardı. Geometrik şekilli evler, taş bloklar, duvarlar, mezarlar ve sütun başlıkları başlangıçta basitti. Bunlar daha sonra zarifleşti. Vazo, küp ve ibriklerde beyaz üzerine çizdikleri kırmızı çizgili geometrik şekilleri soyut geometriye verdikleri önemi ortaya koymaktadır. Geometrik şekilleri birer dekorasyon aleti olarak kullanıyorlardı.

Kıbrıs, geometrik şekil dönemini en yüksek denilebilecek düzeyde demir çağında yaşamıştır. Bu çağ da İ. Ö. 1050 ile İ. Ö. 700 yılları arasına rastlar.

Eski çağlarda en eski üniversite İskenderiye'de kurulmuştur. Bu üniversite çok sayıda ders odaları, kütüphaneler, laboratuvarlar ve geniş bahçelerle donatılmıştı. Üniversite etkinliğini bin yıla yakın bir süre sürdürmüştür. Çok sayıda ünlü bilgin yetiştirmiştir. Bunlar arasında en ünlüleri, Euclides, Archimedes ve Apollonius'tur. Bu üniversite en büyük tahribatı ve yakılmasını 415 yılında Hypatia'nın öldürülmesinde yaşadı. Daha sonra 641 yılında Araplar tarafından işgal edilerek yakılıp yıkıldı ve bir daha da toparlanamadı. İskenderiye fenerinin taşları sökülerek götürüldü.

İ. Ö. 323 yılında Büyük İskender ölünce, onun büyük imparatorluğu üçe bölündü. Mezopotamya'dan İskenderiye'ye kadar olan bölgenin başkenti Mısırlı Ptolemy tarafından İskenderiye kenti olduğu ilan edildi. Bu sırada İskenderiye kütüphanesinde 600.000 cilt kitap olduğu söylenir. Bu üniversitenin matematik bölümünün başında Euclides uzun yıllar çalışmıştır. Matematikçilerin büyük bir çoğunluğu bu üniversitede yetişmiş ve ülkelerine matematiği götürmüşlerdir. Euclides'ten sonra bu okulda Conon ve Dostheus'u görürüz. Daha sonra Zeuxippus ve Nicoteles dersler vermiştir. Archimedes de bu okulda yetişmiştir. Apollonius'tan sonra İ. Ö. 2. yüzyılda Hypsicles, Nicomedes ve Diocles yönetimi işbaşına gelmiştir. Hypsicles, Euclides'in Elements adlı on üç kitabına on dördüncü kitabı eklemiştir. Nicomedes, conchoid veya salyangoz şekilli ve bugün $r = a\sec\theta \pm d$ biçiminde yazılabilen eğriyi buldu. Bu eğriyle bir açıyı üç eşit parçaya bölme ve küpün katlanması problemini çözdü. Hemen belirtelim, bu çözümlerde pergel ve cetvel kullanılmamıştır. Başka yardımcı aletler işin içine girmiştir. Nicomedes'in bu salyangoz şekli doğada çok sayıda çiçekte, ayçiçeğinde ve bazı kristal yapılarda doğal olarak vardır. Daha sonra bu eğriyle Archimedes de uğraşmıştır.

Bu yüzyılın üçüncü matematikçisi Diocles'tir. O da cissoid ya da sarmaşık şekilli eğriyi bularak, küpün katlanması problemini çözmüştür. Bu eğri bugünkü analitik dille

$y^2(2a - x) = x^3$ eğrisidir. Diocles, konikler yardımıyla, Archimedes tarafından ileri sürülen bir küpün hacmini verilen oranlarda iki parçaya bölen düzlemle kesme problemini çözdü.

Salyangoz eğrisi.

Yine İ. Ö. 150 yıllarında İskenderiye'de Perseus ve Zenodorus'u görürüz. Bunlardan başka ünlü astronom Hipparchus yaşamının bir kısmını İskenderiye'de geçirmiştir. Trigonometriyi Hipparchus'un çalışmalarında görürüz. Trigonometride yayların tablosu Hipparchus tarafından düzenlenmiştir. Hipparchus'un çalışmalarını daha sonra Ptolemy devam ettirecektir. Hipparchus'un çalışmalarında $\sin(A \mp B)$ ve $\cos(A \mp B)$ formülleri vardır. Carnot, bu dönemde düzlemsel trigonometrinin kullanıldığını göstermiştir. Dünya'daki yerlerin enlem ve boylamla gösterilmesi ilk kez yine Hipparchus tarafından yapılmıştır. Yine analitik geometriyi Descartes'ten tam 1800 yıl önce kullanmıştır.

İ. Ö. 80 yıllarında İskenderiye'nin en ünlü ismi Heron'dur. Kendisi Ctesibus'ın öğrencisidir. Arazi ölçümlerini bilimsel olarak gerçekleştiren ve geliştiren bir mühendistir. Üstün zekasının ürünü olan çok sayıda alet ve makineler icat etmiştir. Çalışmaları geometri üzerine olmuştur. Bu da daha çok geometrinin uygulaması biçimindedir. Doğada verilen herhangi bir şekilli arazinin alanlarının nasıl bulunacağını göstermiştir. Aynı yolla hacimlerin nasıl bulunacağını açıklamıştır. Bu şekiller arasında, tiyatrolar, banyolar, ziyafet verilen salonların hacimleri vardır. Ağırlıklar ve ölçülerin tabloları da Heron tarafından düzenlenmiştir. Küpün katlanması problemini Apollonius'la aynı olan, fakat pratik bir yolla çözmeyi başarmıştır. Heron'un çağdaşları onun ikinci derece denklemini çözdüğü yolundaki sözleri şüphelidir. Çünkü bu konuda ele geçen bir belge ve kayıt yoktur. Kenarları a, b ve c, yarıçevresi s olan herhangi bir üçgenin alanını $A = \{s(s-a)(s-b)(s-c)\}^{1/2}$ formülüyle bulmuştur. Heron formülü olarak bilinen bu ifade, bir üçgenin alanı ile kenarları arasındaki bağlılığı içeren ilk formüldür.

Heron, Hipparchus'un trigonometrisi üzerinde de eğitilmiştir. n sayısının değişik değerleri için $\cot(2\pi/n)$ fonksiyonunun değerlerini hesaplamıştır. Fakat, sinüsün değerlerinde olduğu gibi, bunun nerede kullandığına rastlanılamamıştır. Daha sonra Yunanlılarda olduğu gibi bu tabloyu astronomide ya da böyle bir şeyi tanıtmak amacıyla yapmış olabilir.

Heron'un beş değişik aletle yerçekimi üzerinde çalışmaları vardır. Hidrolik makineleri kuramı üzerine bir kitap yazmıştır. Teodolit ve siklometreyi tanıtan, bu aletlerle çözülebilen çok sayıda arazi ölçümü ile ilgili problemler düzenleyerek çözmüştür. Yüz tane küçük mekanik aletin çalışmalarını açıklayan kitapları vardır. Bu aletlerin bir çoğunu kendisi yapmıştır. Avery patentli yerde sabit duran bir buhar makinesi yapmıştır. Bu aletle, James Watt'a kadar kimse ilgilenmemiştir. Yangınları söndürmek için emme basma tulumbaları yapmıştır. Yalnız, Heron'un aritmetiği ve geometrisi Euclides'ten, mekaniği de Archimedes'ten farklı ve ileri değildi. Soyut matematikte de bir şeyler getiremedi. Öğrencilerine öğrettiği ondan öncekilerin kitaplarından ileri bir şey değildi.

İ. Ö. 50 yıllarında İskenderiye'nin en ileri gelen matematikçisi Theodosius'du. Kürenin geometrisi üzerine tam olan bir kitap ve astronomi üzerine de iki kitap yazmıştır. Küre üzerine yazdığı kitap 1675 yılında Cambridge'de Isaac Barrow tarafından, 1852 yılında da Berlin'de E. Nizze tarafından yayınlanmıştır. Astronomi kitapları da 1572 yılında Dasypodius tarafından basılmıştır.

Dionysodorus, birinci İskenderiye okulunun son temsilcisidir. Bir kürenin verilen bir oranda bir düzlemle ikiye bölünmesi problemini, Diocles'in yaptığı yönteme benzer biçimde çözmüştür. O da bu çözümlerde konik kesitlerini kullanmıştır. Yine Pliny'nin söylediğine göre, Dionysodorus, Dünya'nın yarıçapının yaklaşık olarak kırk iki bin stadia olduğunu göstermiştir. Fakat, bunu nasıl hesapladığı ve hangi yöntemi kullandığı bilinmemektedir. Eratosthenes bu yarıçapı İ. Ö. 275 yıllarında yine kırk iki bin stadia olarak hesaplamıştı.

İ. Ö. 30 yıllarında Mısır, Romalılar tarafından işgal edilince, İskenderiye kenti de Romalıların eline geçti. Böylece, Mısır'daki Ptolemy hanedanlığına son verildi. Mısır' daki sivil ve politik ortam bozuldu. İskenderiye'deki çalışma ortamı kesintiye uğradı. Diğer bir deyimle, üniversite tam felç oldu ve kapanmayla karşı karşıya geldi.

İskenderiye okulunun ikinci dönemi İ. Ö. 30 yılı ile İ. S. 641 yılları arasına rastlar. Belli bir durgunluk döneminden sonra Romalılar üniversiteyi yeniden açtılar. Dersler yine Yuncancaydı. Eğitim ve öğretim yine Yunan etkisi ve yönetimi altında sürdürülüyordu. Roma'dan gelenler de bu okulda eğitilmeye başlandı. Bu dönemin ilk isimleri Serenus ve Menelaus'tur. Antissalı Serenus, 70 yıllarında ünlü olmuştur. Çalışmaları, koninin ve silindirin düzlemle kesişimi üzerinedir. İskenderiyeli Menelaus da 98 yıllarında ünlü olmuştur. Euclidean yöntemiyle küresel trigonometri üzerinde çalışmıştır. Düzlemde ve kürede uygulanan Menelaus teoremi bugün kendi adıyla bilinir. Kirişlerin ve düzlem trigonometri üzerine yazdığı kitap kaybolmuştur. Diğer kitapları zamanımıza kadar gelmiştir.

100 yılları yöresinde İskenderiye'de Yahudi matematikçi Nicomachus ünlü olmuştur. Kendisi Gerasalıdır. Aritmetik adlı bir kitap yazmıştır. Bu kitap tam bin yıl aritmetikte tek ve otorite olarak kullanılmıştır. Geometrik gösterimlerde bir keyfilik vardır. Daha çok sayısal işlemler görülür. Sayıların özellikleri, birbirlerine oranları, tek, çift, asal ve yetkin denen perfect sayılar üzerine çok sayıda işlemler vardır. Poligonal ve katı (solit) sayılar, oranlar, orantı ve diziler bu kitapta uzun uzun incelenir. Bu kitap ortaçağda Boethius'un eline geçmiş ve Boethius'un yazdığı kitaptan sonra bu tür aritmetiğe Boethian aritmetiği adı verilmiştir.

Aritmetik üzerine diğer bir kitap İzmirli Theon tarafından 130 yıllarında yazılmıştır. Nicomachus aritmetiğine benzer ilk matematik kitabı budur. Yunanca yazılmış olan bu kitap 1892 yılında Paris'te J. Dupuis tarafından Fransızcaya çevrilerek basılmıştır. İzmirli Theon'la aynı dönemde yaşamış diğer bir matematikçi de Thymaridas'tır. Cebirsel teoremlerin en açık bir biçimde ispatlarını veren ilk matematikçi Thymaridas olmuştur. Bilinmeyen çoklukları sembollerle göstermez. Bunları aynı sözcüklerle ifade eder. Bu nedenle onu sembole yaklaşan ilk matematikçi olarak kabul ederler. Fakat, Babillilerin de bilinmeyen çoklukları kelimelerle gösterdiklerini hemen belirtelim.

Bu iki yazarla aynı dönemde yaşamış bir matematikçi daha vardır. O da, ünlü Ptolemy ya da diğer adıyla Batlamyus'tur. Bazıları da Ptolemaois diye yazarlar. Bu büyük astronom ve matematikçinin yaptıkları saymakla bitmez. Onu kendi adı altında derinlemesine tanıtmayı uygun bulduk.

Ptolemy'den 150 yıl sonra, 300 yıllarında çok sayıda kitap yazan ve çok sayıda öğrenci yetiştiren Pappus'u görürüz. İskenderiye'de yaşayan diğer bir cebirci de Diophantus'tur. 350 yıllarında Iamblichus, 370 yıllarında İskenderiyeli Theon ve kızı Hypatia, 412 yıllarında Proclus, Damascius ve Eutocius, Marinus ve İsidorus gelir. İskenderiye

okulunun en büyük yıkımı 415 yılında Hypatia'nın öldürülmesi sırasında görür. Bu üniversitenin kapanması ve kitaplarının yakılması da 10 Aralık 641 günü şehrin Araplar tarafından alınmasından sonra olmuştur.

İskenderiye kentinin ve üniversitesinin yıkılmasından sonra, buradaki bilim adamlarının çoğu İstanbul'a kaçtılar. İstanbul'daki okulun ilk matematikçisi İstanbullu Heron'dur. Bu matematikçi İskenderiyeli Heron'la çoğu kez karıştırılır. Bu matematikçi 900 yıllarında ünlü olmuştur. Yapıtları, matematik, jeodezi, mekanik, savaş mühendisliğine uygulamalar şeklindedir.

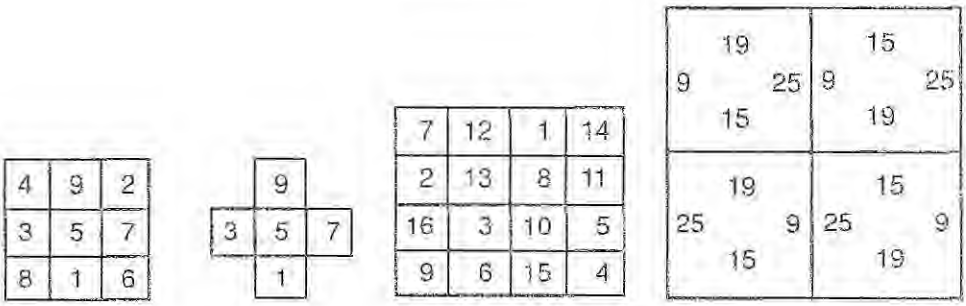
Onuncu yüzyılda VI. Leo ve VII. Constantine zamanında astronomi ve matematik üzerinde yoğun çalışmalar görülür. Fakat bu çalışmalar geçicidir. On birinci yüzyılda 1020 yılında doğan Michael Psellus'u görürüz. Aritmetik, müzik, geometri ve astronomiyi içeren kitabı halen Paris'in Ulusal Kütüphanesi'ndedir. Bu kitap 1536 yılında Bale'de basılmıştır. Psellus, aynı zamanda Compendium Mathematicun adlı bir kitap daha yazmıştır. O da 1647 yılında Leyden'de basılmıştır.

On dördüncü yüzyılda İstanbul'da matematik alanında parlamış üç papaz görülür. Bunlar da, Planudes, Barlaam ve Argyrus'tur. Maximus Planudes, Diophantus'un aritmetik adlı kitabını yorumlayan iki kitap yazmıştır. Bu yorumları 1575 yılında Xylander tarafından Bale'de yayınlanmıştır. Hint rakamları denilen bugünkü rakamlarla Hint aritmetiği üzerine yazdığı kitap da 1865 yılında C. J. Gerhardt tarafından Halle'de basılmıştır. Bu kitap halen Paris'te Ulusal Kütüphanesi'ndedir.

Bu dönemin ikinci papaz matematikçisi Calabrian papazı olan Barlaam'dır. 1290 yılında doğup 1348 yılında ölen Barlaam, Grek yöntemleriyle Logistik adlı kitabın yazarıdır. Grek matematiği hakkında çok iyi bilgiler veren bu kitap, 1572 yılında Strassburg' da, 1600 yılında da Paris'te basılmıştır. Bu dönemin son matematikçi papazı Isaac Argyrus da 1372 yılında ölmüştür. Arstonomi üzerine yazdığı üç kitap bugün Vatikan, Leyden ve Viyana Kütüphaneleri'ndedir. Jeodezi üzerine yazdığı kitap da Escurial'dedir. Geometri kitabı ve Nicomachus'un aritmetiği üzerine yazdığı aritmetiği Paris'in Ulusal Kütüphanesi'ndedir. Yalnız trigonometri üzerine yazdığı kitabı halen Oxford'da Bodleian' dadır.

On dördüncü ve on beşinci yüzyılda İstanbul'da Rhabdas'ı görürüz. İzmirli olan Nicholos Rhabdas, aritmetik üzerine yaptığı iki çalışma Paris'in yine Ulusal Kütüphanesi'ndedir. Bu kitap, Roma usulünde yazılmış ve gösterimleri parmaklarla olduğu için bu aritmetiğin adına parmak işareti denmiştir.

Yine on beşinci yüzyılın başlarında, aritmetik, geometri ve mekanik makineleri üzerine üç çalışma yapan Pachymeres'i görürüz. Diğer bir matematikçi de 1460 yılında İtalya' da ölen Emmanuel Moschopulus'tur. O da büyülü kareler üzerine bir kitap yazmıştır. Büyülü karelerin bulunuşu eski Çinlilere aittir. Büyülü kareleri Albert Dürer 1500 yıllarında Melancholy adlı tablosunda çizmiştir.



Değişik büyülü kareler.

1453 yılında İstanbul Fatih Sultan Mehmet tarafından alınınca, buradaki bilim kurumlarının yönetimi Osmanlı İmparatorluğu'nun eline geçmiştir.

Geometri insanların toplu ve yerleşik düzene geçip yaşamaya başlamalarıyla gelişmeye başlamıştır. Göçebe düzende yaşayanlarda her nedense matematik pek görülmez. Ancak günümüze kadar gelebilen yazılı kaynaklara göre ilk geometrik araştırmalar Mısırlılar ve Babilliler tarafından yapılmıştır. Nil nehrinin devirli olarak taşmaları sonucu arazilerin sınırları karışıyordu. Bu toprak parçalarının sınırları, her taşkından sonra yeniden saptanmaktaydı. Mısırlılar, bunun üzerine bazı geometrik kavramları geliştirmeye başladılar. Mısırlılara özgü geometri, deney ve gözlemler sonucu oluşmaktaydı. Bir de bu araziler için vergi verimesi yolunda tarla ölçümleri yapılıyordu. Örneğin, kenarları a, b, c ve d olan bir dörtgenin alanı

$$\frac{a+c}{2} \times \frac{b+d}{2}$$

formülü ile bulunuyordu. Bu formül dörtgenin açılarının dik açıya yakınlığı ölçüsünde doğru sonuç vermektedir. Eğer söz konusu dörtgen bir dik dörtgense, a = c ve b = d olacağından, dik dörtgenin alanı ab olacağı hemen görülür.

Benzer olarak Mısırlılar, kenarları a ve b olan ikiz kenar bir üçgenin alanını ab/2 formülü ile buluyorlardı. Dairenin alanını $R^2(16/5)$ formülü ile bulunuyordu. Bu da bugünkü alan formülüne oldukça yakın bir ifadeydi.

Mısırlıların geometrisi hakkında bilinenler Ahmes'in Hesap Elkitabı papirüsüdür. Bu eser İ. Ö. 1700 ile 2000 yılları arasında yazılmıştır. Babillilerde de geometri yine arazi ölçümleri nedeniyle ortaya çıkmış olmalıdır. Onların geometrisi hakkında bilinenler çivi yazılı tabletleridir. Bu tabletlerde Pisagor teoremi vardır. Çapı gören çevre açı diktir önermesi yine bu tabletlerde görülür. Dairenin 360 dereceye bölünmesini de Babilliler yapmışlardır. Zaten onlar bu tabana göre sayılarını yazıp işlemlerini bu taba-

na göre yürütüyorlardı. Rakamlar bulundukları yerlere göre basamak değerlerini alamadıklarından, bu matematik Hintlilerin matematiği gibi gelişememiştir.

Yunan geometrisinin temeli Ege bölgesinde Thales ile atılmıştır. O dönemlerde Ege bölgesinde İyonyalılar yaşıyordu. Thales, yaptığı Mısır gezisinde, Mısırlıların bildiği geometri bilgisi ile yurduna dönmüştür. Kendi adıyla anılan Thales teoremlerini ve daha birçok teoremi bulduğu söylenmektedir.

Euclides'ten sonra çok sayıda geometri türleri geliştirilmiştir. Bunlar, Euclidean olmayan geometriler, sentetik geometri, tasarı geometrisi, analitik geometri, izdüşümsel geometri, diferensiyel geometri, topoloji, Afin geometrisi, metrik geometri, cebirsel geometri, küresel geometri ve Klein geometrisi sayılabilir.

ARİSTARQUE (İ. Ö. 310 - 230)

İ. Ö. 310 yılında bugünkü Sisam Adasında dünyaya gelen Aristark, yine Yunan asıllı bir astronom ve aynı zamanda o devrin bilginlerinden biridir.

İnsanlığın ilkel devirlerinden bugüne kadar geçen süre içinde en çok uğraşılan konusu evren olmuştur. Bugün bile bu konular tam olarak açıklığa kavuşmadığından, insan oğlu bilemediği ve egemen olamadığı evrenin sırlarını çözmeye uğraşmaktadır. Aya ve gezenlere gitmek için yapılan çalışmalar buna örnek olarak verilebilir. Bugünün uyduları ise, daha ileri merakların giderilmesi için bir adımdır.

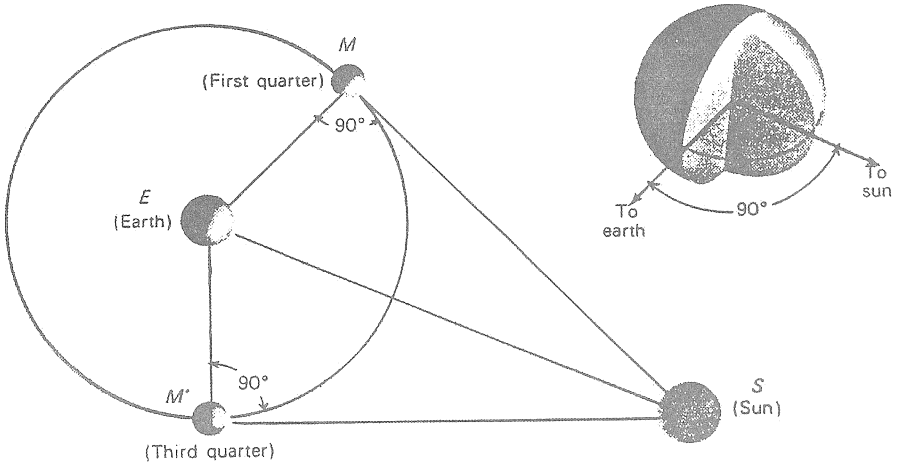
İlk insanlar da doğa olayları ile ilgilenmişler ve yanlarına varamadıkları şeylerin ne olduğu hakkında bir fikir elde edince bu meraklarını gidermişlerdir. En çok dikkat çeken konu, uzun zaman tartışılan Güneş, Ay ve Dünya üzerinde yoğunlaşmıştır. Özellikle bu üçünün hareketleri sözkonusu olmuştur. Aristark'ın en önemli keşiflerinden biri ve en ünlü olanı, Ay'ın ilk ve son dördün zamanlarında, yerküresinin Ay ve Güneş'e olan uzaklıklarını hesaplamış olmasıdır. Bu da, Güneşin yer küresine olan uzaklığı, Ayın yerküresine olan uzaklığından 18 kat daha fazla ve 20 kat daha az olduğudur. Güneşin yarıçapı ile yerin yarıçapı arasındaki oransa, 43/6 ile 19/3 arasında olduğu hesabını yapmıştır. Bu hesaplamalar için izlediği yöntemler doğru olmasına karşın, o zamanın araçları yeterli olmadığından, dördün durumunda bulunan Ayın Güneşe olan uzaklığı yaklaşık olarak üç derecelik bir açı altında görülüyor olarak ölçülmesinden dolayı sonuç hatalı çıkmıştır. Bu gerçek, dokuz derecelik açı altında görülmesidir.

Yine Aristark'ın yaşadığı o dönemlerde, Güneş, Ay ve yerküresinin hareketleri güncel problemdi. Aristark, Pisagor gibi, Güneşin sabit ve Dünya'nın Güneş etrafında

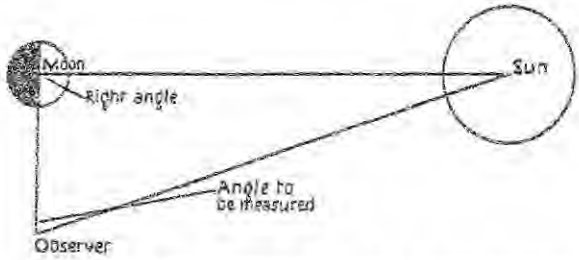
döndüğünü söylüyordu. Karşıt görüşte olanlar da vardı. Karşıt görüşte olanlar, Dünya alemi merkez ve sabit, gezegenler, Güneş ve Ay, Dünyanın etrafında dönüyor tezini savunuyorlardı. Aristark, kendi görüşünü kanıtlamak için, karşı görüşte olanlara ders veren bir kitap yazmıştır. Zamanla kaybolan bu eser, Archimedes'in Arenario kitabında adı geçer. Aristark'ın bu kitabından uzun uzun söz eden Archimedes, kendi fikirlerini söylememiş ve bu suskunluğu ile Aristark'ın görüşlerine katılmadığını göstermiştir.

Aristark'ın bu kitabının çok önemli bilgileri içerdiği tahmin ediliyor. Kaybolması da bilim için üzücüdür. Eğer Archimedes, Aristark'ın görüşlerine katılıp onun doğru olan görüşlerini destekleseydi, kendisinin bu büyük ünü ve şöhreti sayesinde bu kuramlar ve görüşler ilerler, Batlamyus'un fikirleri ve görüşleri çürütülür, bu fikirler on dördüncü yüzyıla kadar gelemez ve 2000 yıllık karanlık çağ belki de bu kadar uzun sürmezdi.

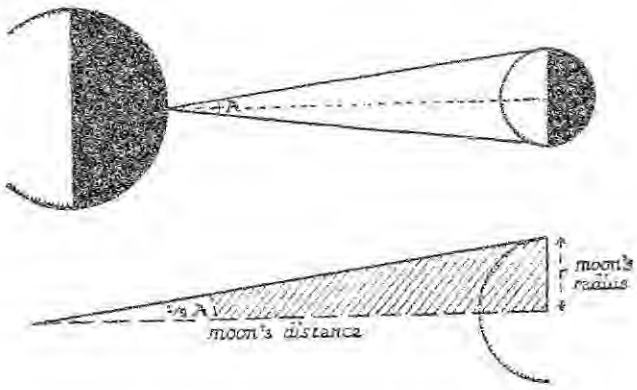
Aristark çok şanssız bir bilim adamıydı. Onun bu ciddi çalışma ve araştırmaları, Aristark için çevresinde alay konusu olmuş ve onun bu görüşleri hor görülmüştür. Ancak, onun görüşleri on altıncı yüzyılda Kopernik'in aynı alanda çalışmalarıyla destek bularak değerlendirilmiştir. Fakat, Kopernik bile yaptığı bu çalışmaları kiliseden korktuğu için uzun bir süre yayınlayamamıştır.

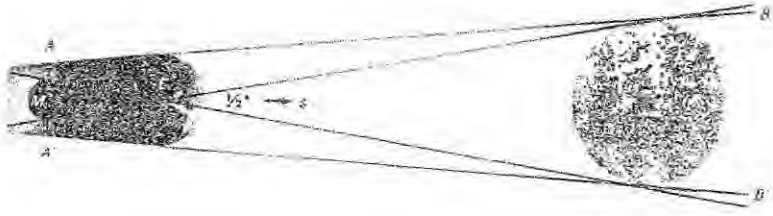


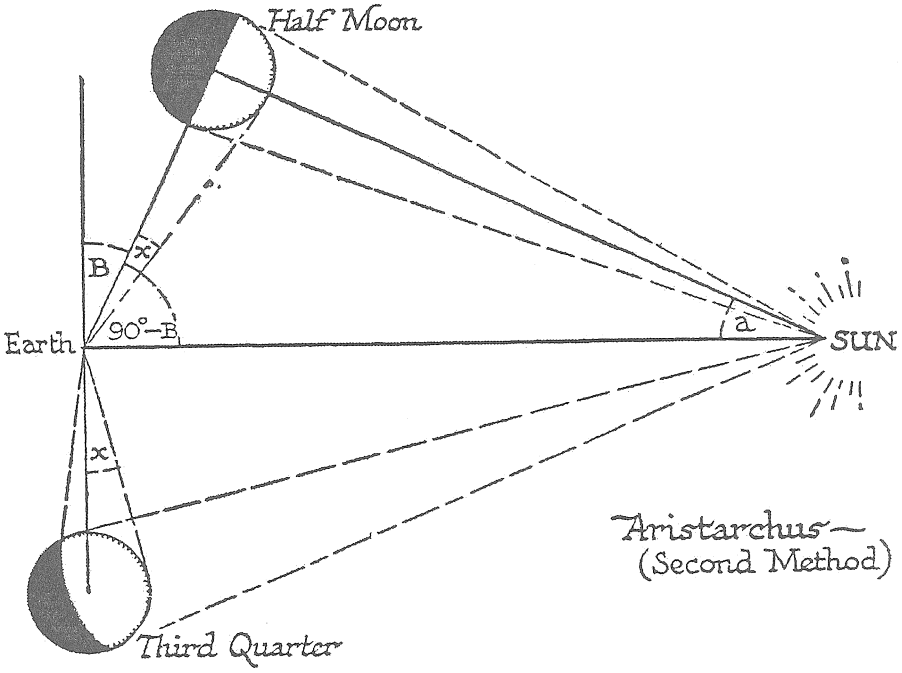
Aristark, Ayın yarı karanlık kaldığı zamanlarda, Güneş, Dünya ve Ay arasında bir dikaçı oluşturduğunu saptamıştı. Bu üçgen içinde, Güneş'in Ay'a göre Dünya'dan on sekiz kat daha uzakta olduğunu ve Dünya'dan en az üç yüz kat daha büyük olabileceği sonucuna varmıştır. Böylesine büyük bir cisim olan Güneş'in, Dünya'nın çevresinde döndüğü görüşüne karşı çıkarak, Güneş'in evrenin merkezi olduğunu söylemiştir. Ne yazık ki, bu görüş uzun yıllar kabul edilmeyerek Galile zamanına kadar sürmüştür. 1634 yılında Galile, bu görüşe katılmış, bu da Hıristiyan kilisesinin inanç ve görüşlerine ters düştüğü için de yargılanmasına neden olmuştur.



Aristarchus measures relative distances of sun and moon from earth.

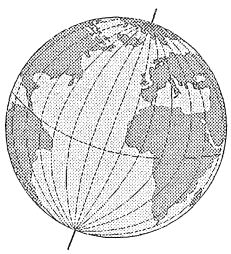






Sisamlı Aristarque, Euclides'ten hemen sonra İskenderiye'de dersler vermeye başladı. Kendisi Strato'nun disiplini altında yetişmiş bir öğrenciydi. Yer'in, Güneş çevresinde döndüğünü ilk öne süren eski Yunanlı bir astronomdu. Stoacı Kleanthes, Aristarque'ın bu savına dayanamayarak onu dinsizlikle ve Tanrının işlerine karıştığı gerekçesiyle suçlaması gerektiğini öne sürdü. Aristarque'ın Yer'in hareketiyle ilgili daha gelişmiş düşünceleri, Archimedes ve Plütarchos aracılığıyla öğrenilmiştir. Günümüze ulaşan tek yapıtı Güneş ve Ay'ın Boyutları ve Uzaklıkları Üzerine adlı kısa bir incelemedir. Geometriye baş vurarak elde ettiği değerler hatalı gözlemlere dayandığı için bu sonuçlar sağlıklı olmaktan çok uzaktır. Fakat onun yöntemi ilke olarak çok doğrudur.

Aristarque ya da Aristarchos, güneş yılının süresini oldukça kesin bir değer olarak bulmuştur. Ay'daki kreterlerden biri halen onun adıyla anılır. Bu kreterin orta-sındaki bir tepe Ay'daki en parlak oluşumdur.



ARCHİMEDES (İ. Ö. 287 - 212)

Archimedes, babası astronom olan Fidyas'ın oğludur. Vücut ve fikir olarak aristokrat olan soylu Archimedes, İ. Ö. 287 yılında Sicilya Adası'nda Siraküza şehrinde doğmuştur. Archimedes'in, Siraküza Kralı II. Hieron'un akrabası olduğu söylenir. Akrabası olmasa bile, kral onu her zaman korumasını bilmiştir. Matematikçilerin kralı olan Archimedes'e karşı büyük bir saygı besleyen II. Hieron ve oğlu Gelon arasında çok yakın ve sıkı bir dostluk vardı. Bu nedenle, Archimedes parasal yönüyle bir sıkıntı karşısında kalmadan zamanını bilime verme fırsatını bulmuştur. Archimedes'in bilimsel zekasını çok erken ve zamanında farkeden astronom babası, kendi ilmi bilgisiyle ona yürüyeceği bilimsel yolu zamanında belirtmiş ve onu çok erken yaşlarda yönlendirmiştir.

Archimedes (İ. Ö. 287 - 212)

Archimedes'in anısına yapılmış bir mozaik.

Archimedes, daha sonra Mısır'ın İskenderiye kentine giderek orada meşhur Öklit'in derslerine devam etmiştir. Burada ilmi bilgisini geliştirdikten sonra ülkesine dönmüş, öldürülünceyek kadar da kendisini ülkesine ve bilime vererek araştırmalar yapmıştır.

On yedinci ve on sekizinci yüzyılda Newton ve çağdaşları, on dokuzuncu yüzyılda Gauss, kendilerinden sonra gelenlerde nasıl bir saygı ve bir yer bırakmışlarsa, Yunanlılar ve Ortaçağ Arapları da aynı saygıyı Archimedes'e karşı göstermişlerdir. Archimedes, bunların tümünün başı, en ileri geleni, üstadı, hakimi ve en büyük geometricisiydi. En büyük Archimedes'ti. Gerçekten, Archimedes'e, dünyadan gelip geçmiş üç büyük matematikçiden biri gözüyle bakılır. Bunlar sırasıyla, Archimedes, Newton ve Gauss'tur.

Archimedes'in yaşamı ve ölümü hakkında destanlar gibi yazılmış çok sayıda kitap vardır. Archimedes, uygulamalı bilimlere karşı büyük bir ilgi duyardı. Ondan önce mekaniğe ait bilgiler çok azdı. Matematikte olduğu kadar, mekanikte, gelip geçmiş en büyük dahilerden birisi de yine Archimedes'ti. Buna karşın, kuramsal matematiğe yaptığı hizmetlerin yanında, uygulamalı mekanikteki yaptıkları az kalır. Mekanikteki Archimedes tarihin en büyük dahilerinden biri olmasına karşın, pratik alandaki kendi buluşlarına karşı içten bir nefret duyardı. Archimedes'in uygulamalı mekanikteki yaptıkları hakkında kitaplar yazılabilir. Mekanikteki yaptıkları ne kadar büyük ve çok olur-

sa olsun, tüm bunlar matematikte yaptıklarının yanında silik kalır. Archimedes, halk müzesine konulabilecek en önde ve en büyük matematikçidir. O, müzelik bir matematikçiydi. Tıpkı Newton ve Hamilton gibi, hesaplarına daldığı zaman yemeklerini bile unutur yemezdi. Elbiselerine karşı Newton kadar ihmalkar ve hatta onu bile geçerdi. Kendi vücudunun su üstünde yüzdüğünü görerek, bir cisim yerini değiştirdiği sıvı hacminin ağırlığı kadar kendi ağırlığından kaybettiği sonucunu veren ünlü buluşunu yaptığı gün banyosundan dışarı fırlamıştı. Bu, onun sıvılar için bulduğu birinci kanunuydu.

Bu kanunun bulunuşunun öyküsü de ilginçtir. II. Hieron'a hediye edilen altın bir taca, hileci bir kuyumcunun gümüş karıştırdığını söylerler. Hileyi sezen Kıral II. Hieron, Achimedes'ten taçta hile olup olmadığını incelemesini ister. Bugün ortaokul öğrencilerine bile bu hesabı basit bir deneyle ve yoğunluğa ait bilgilerle kolayca öğretebiliriz. Fakat, o devirde Archimedes kanunları bilinmiyor, yoğunluk hakkında bilgi yok ve daha önce de böyle bir problem de ortaya atılmamıştır. Archimedes, gece gündüz problemi düşünmüş ve çözmek için çalışmaya başlamıştır. Bir gün, yine kafasında aynı problem dolaşırken, hamama gitmiş ve yıkanırken suyun üzerinde yüzen tasa musluktan yavaş yavaş su akmaktaymış. Tas suyla tamamen dolduğu anda hemen suya batmış. Bunu gören Archmimedes, "Eureka, Eureka" buldum, buldum diyerek hamamdan çırılçıplak dışarıya fırlamış ve Siraküza sokaklarında bağırarak koşmuştur. Archimedes' in buldum, buldum diye bağırdığı, sıvıların basıncının birinci kuralıydı. Bu, onun sıvıların kaldırma kuvvetine ait önemli bir kanunuydu. Yani, bir sıvıya batırılan her cisim, yerini değiştirdiği sıvının ağırlığı kadar kendi ağırlığından kaybeder.

Sıvıların kaldırma kuvveti herkesçe uzun yıllar görülmesine, insanların sularda yüzerken bunu bildikleri halde, evrenin bu sırrını ilk açıklayan yine dahi Archimedes olmuştur. Biraz önceki öyküde kuyumcunun suçlu çıkıp çıkmadığı bilinmiyor veya bunun öyküsünü yazanlar tamamlamıyor. Fakat öyküyü kurtarmak için, genel olarak kuyumcunun suçlu çıktığı kabul edilir. Aslında suçlu ya da suçsuz çıkması da önemli değildir. Önemli olan, Archimedes'in bu birinci kanununu bulmasıdır.

Bunun gibi, şimdi bile çevremizde birçok doğa olayları süregelmektedir. Bu olayların milyonlarcasını görememekte, sezememekte ve yorumlayamamaktayız. Ancak, Archimedes gibi dahi kimseler görmekte, sezmekte ve yorumlayarak, evrenin bu gizli görünen sırrını insanlığın ve uygarlığın hizmetine sunmaktadır. Bu nedenle, insan ırkının bu üstünlüğüyle övünmek hakkımızdır. Çünkü, bu buluşlardan canlı ve cansız tüm varlıklar yaralanmaktadır.

Archimedes'e, mekanik biliminin yaratıcısı gözüyle bakılır. İlkel insanlarda bile belki bir taşı veya herhangi bir ağırlığı yerinden kaldırıp başka bir yere yuvarlamak için odun ya da sopalar kullanılmıştır. Fakat, yine evrenin bu gizli sırrını kaldıraç kanunlarıyla ilk çözen Archimedes olmuştur. O, basit aletlere çok önem vermiştir. Hatta, "Bana bir dayanak noktası verin, Dünyayı yerinden oynatayım" demekle, bu basit aletin değerinin büyüklüğünü anlatmak istemiştir. Palangalar, dişliler, dişli çarklar ve daha birçok basit makineler hep onun buluşlarıdır.

Archimedes'in bir portesi.

Archimedes'in büyük matematikçiliği kendisine hakiz olarak verilmemiştir. Dairenin alanı, çemberin uzunluğu, kürenin yüzölçümü ve hacmini ilk kez yine Archimedes hesaplamıştır. Pi (π) sayısının hesabı yine ona aittir. Alan ve hacim hesaplamalarında bulduğu yöntemler yüzyıller boyu hep önde götürülmüştür. En karmaşık eğrilerle sınırlı alanları ve yüzeylerle sınırlı hacimlerin bulunma yöntemini o getirmiştir. Onun bu buluşları ve yöntemleri, Newton'a integral hesabını keşfetmesine ilham vermiştir.

Archimedes, garip davranışlarıyla başka büyük bir matematikçi olan Weierstrass'a benzer. Weierstrass'ın kız kardeşinin anlattıklarına göre, Weierstrass genç öğrenciliğinde yörede açık renkli kağıtla kaplanmış duvar veya beyaz bir bez parçası görünce, hemen bunları çizer ve matematik problemi çözermiş. Archimedes, bu çizme yönüyle rekor kırmıştır. Bazı günler kumlu bir toprak veya çiğnenmemiş ya da düz bir toprak ona kara tahta görevini görüyordu. Yerine göre de, böyle bir karatahtayı kendi yaratıyordu. Ocak başında bile küllerı bir tarafa çeker ve üstüne şekiller çizer hesaplar yapardı. Banyodan çıkınca, o zamanın geleneklerine göre vücuda zeytin yağı sürülmesi alışkanlığı vardı. Bu yağlı vücuduna tırnaklarıyla şekiller çizer ve giyininceye kadar bu çizgilerle oyalanırdı. Yani, onun her yaşantısı fizik, matematik ve bilimdi.

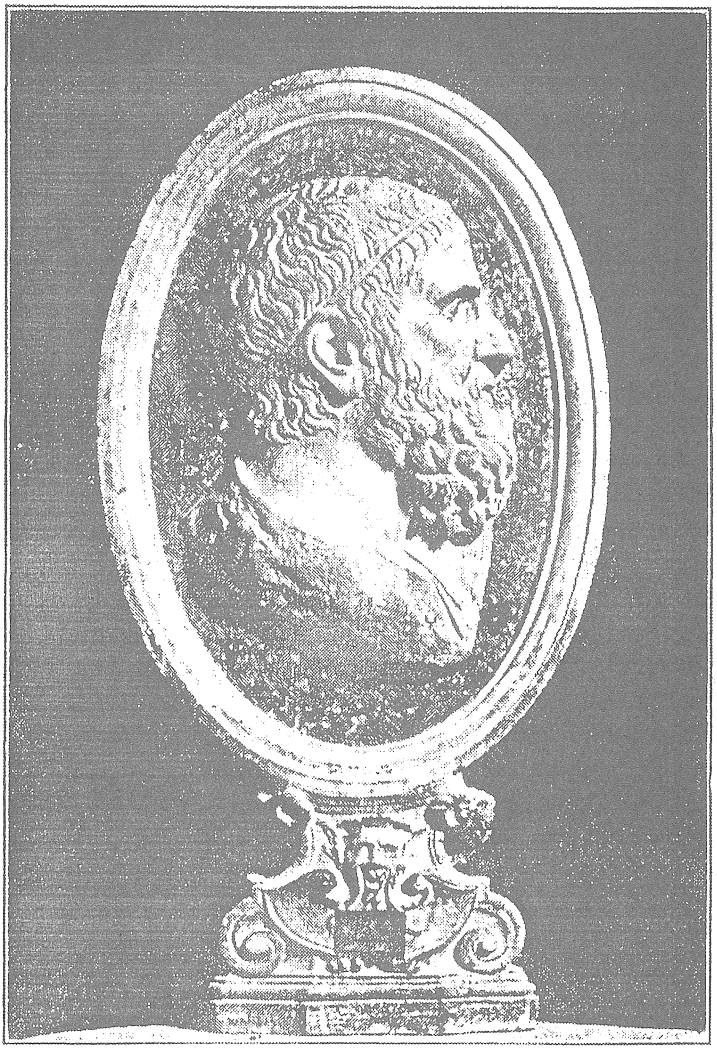
Archimedes'in yaşantısı, bir kenara çekilmiş yalnız yaşayan kartala benzetiliyordu. Kendi halinde, kimseyle görüşmeyen bir kenara çekilmiş kendi kendine düşünen bir yapıdaydı. Delikanlılık yıllarında, Mısır'da öğrenim gördüğü yıllarda, Conon ve Eratosthenes adında iki arkadaş edinmişti. Özellikle Conon, Archimedes'in hem kişisel ve hem de düşünce yönünden büyük saygısını kazanmış olan parlak zekalı bir matematikçiydi. Yine, Eratosthenes de iyi bir matematikçiydi. Fakat, o da fazla bencil bir insandı. Archimedes'in bu kişilerle candan arkadaş olması, onların da Archimedes gibi birer matematikçi olmalarından dolayı olabilir. Yoksa, Archimedes cana ve insanlara yakın bir kimse ve yaradılışta değildi. Ya da, İskenderiye'de evinden uzakta olmasının verdiği yalnızlıktan dolayı bunlara yaklaşmıştır. Conon, Archimedes'in anlaşılacağını, değerinin bilineceğini ve çok ünlü birisi olacağını bilen tek matematikçi ve onun çağdaşıydı. Archimedes, yaptığı en güzel çalışmalarını ve elde ettiği en güzel sonuçlarını ve buluşlarının bazılarını mektupla Conon'a yazardı. Conon'un ölümünden sonra, yine aynı güzel buluşlarını Conon'un öğrencisi olan Dositheus'a yazar ve onunla mektuplaşırdı.

Archimedes, çok yönlü bir dehaydı. Astronomi, sıvı ve katıların mekaniği üzerinde birçok çalışma yapmıştır. Bu yaptıklarını bir tarafa bırakarak, kendisini matematiğe vermiştir. Kuramsal ve uygulamalı matematiğe yaptığı hizmetler çok büyüktür. Eğrisel düzlem şekillerinin alanları, eğri yüzeylerle sınırlanmış cisimlerin hacimlerini veren genel yöntemler keşfetmiştir. Bu genel yöntemleri, daire, küre, parabol parçası, heliksin ardışık iki yarıçapı ve iki halkası arasında kalan alan, küresel parçalar, dikdörtgenlerin, üçgenlerin, parabollerin, hiperbollerin ve elipslerin asal ekseni etrafında döndürülmesinden oluşan yüzeyleri ve hacimleri bulmada bulduğu bu yöntemi uygulamıştır. Silindir, koni, paraboloit, hiperboloit ve özel haller yine bu yöntemle yüzölçüm ve hacim olarak hesaplanmıştır.

Archimedes, dairenin çevresinin çapına bölümü olan π sayısının bulunması hakkında bir yöntem vermiş ve bu yöntemle, pi sayısının değerinin $3\frac{10}{71}$ sayısı ile $3\frac{1}{7}$ sayısı arasında olduğunu göstermiştir. Aynı zamanda karekökleri yaklaşık olarak hesaplamak için yöntemler getirmiştir. Bu da onun devirli sürekli kesirleri bulan Hintlilere öncülük ettiğini gösterir.

Archimedes, Yunanlıların matematiğini de geçmiştir. Çünkü, Yunanlılar daha önceleri sayıları sembollerle gösteriyorlardı. Archimedes, pratik faydası az olan ve bilimsel olmayan bu sayı sistemini bırakarak, istenildiği kadar büyük sayıları yazabilmek veya söyleyebilmek için yeni bir numaralama sistemini buldu. Mekanikte temel postülatları söyledi, kaldıraç kanunlarını ve bunlar arasındaki bağlılıkları keşfetti. Bu kanunlardan çıkan mekanik kurallarını değişik düzlemsel yüzeylerin alanları ile ağırlık merkezlerinin ve değişik şekilli cisimlerin hacimlerinin hesabına uyguladı. Sıvıların basıncı bilimini yaratmış ve sıvıların kaldırma kuvvetini bulmuştur. Yüzen cisimlerin hareketsiz durma ve denge kanunlarının bulunmasına uygulamıştır.

Archimedes, tek bir şaheser değil, pekçok şaheser yaratmıştır. Bu eserlerinden birçoğu zamanımıza kadar gelmiş ve birçoğu da kaybolmuştur. Yunan matematiğinin ünlü tarihçisi olan J. L. Heiberg 1906 yılında, Archimedes'ten arkadaşı Eratosthenes'e yazılmış olan ve o güne kadar kaybolduğu sanılan Mekanik Teoremleri, Yöntemler adlı eseri bir araştırma sonucu İstanbul'da bulmuştur. Bu da, matematik tarihi ve bilimi için sevindirici bir haberdir. Bu eserde Archimedes, alanı ve hacmi bilinmeyen bir şekil ya da cisimle bilinen bir değerini zihinde karşılaştırmak suretiyle, aranılanı nasıl elde ettiğini anlatmaktadır. Sonuç bir kere belli olunca, onu matematiksel olarak ispat etmek biraz daha kolaydır.



Archimedes.

Archimedes, matematiğini ilerletmek için, mekanikteki bilgilerinden oldukça yararlanmıştır. Bu da, onun modern zekalar arasında yer almasını sağlayan karakterlerinden biridir. Öyle bir zeka ki, karşısına çıkan her şeyi, problemlerin hakkından gelmek ve onu çözmek için bir silah olarak matematiği kullanmıştır. Kaldıraç, onun en büyük silahlarından biri değil midir?

Eski Yunanistan'da matematiğe, Eflatun'un felsefi düşünce yöntemine göre daracık kurallara dayanan ve bu kurallara göre oynanması gereken gülünç bir oyun olarak bakılıyordu. Eflatun'a göre, geometrik çizimler için alet olarak yalnız pergel ve cetvel kullanılabilirdi. Bu koşullar altında klasik geometricilerin yüzyıllarca eski zamanın üç problemini çözmek için kafa patlatmış olmalarına şaşmamalıyız. Bu problemler şunlardır: Bir açının pergel ve cetvel yardımıyla üç eşit parçaya bölünmesi, hacmi verilen bir küpün hacminin iki katına eşit olan küpün çizimi ve alanı bir dairenin alanına eşit olan karenin çizimi problemlerinin hiç biri cetvel ve pergel yardımıyla çizilemez. Bu problemlerin çizilemez olduklarının gösterimi, ancak 1882 yılında mümkün olmuştur. Yalnız, Eflatun ve geometri tanrısı tarafından bilinen bazı mistik nedenlerden dolayı başka aletlerle yapılan çizimler mekanik diye nitelendiriliyor ve bu problemler dokunulmaz kabul ediliyordu. Ancak, Eflatun'un ölümünden tam 1985 yıl sonra, Descartes Analitik Geometrisini yayınlayarak, geometriye giydirilen bu deli gömleğini yırtmıştır. Dikkat edilirse, Eflatun'un bu görüşüne tam 2000 yıl dokunulamamış ve bu karanlık çağ sürüp gitmiştir.

Eflatun, Archimedes daha doğmadan altmış yıl önce öldüğünden, Archimedes'in yöntemlerini ve bu yöntemlerini ne kadar serbest ve ustalıkla kullandığın görememiştir. Zaten Archimedes de Eflatun'un bu görüşlerine körü körüne bağlı kalmadığı gibi, kendi getirdiği bağımsız yöntemleriyle modern olmuştur. Newton ve Leibniz'den 2000 yıl kadar önce yaşayan Archimedes integral hesabı bulmuş ve problemlerinin birinde onların bulduğu diferensiyel hesaba başvurmuştur. Bu iki hesabın ikisine "sonsuz küçükler hesabı" denir. Sonsuz küçükler hesabı, matematik ve fizik araştırmaları için düşünülmüş en kuvvetli bir silahtır. Bugün, bu silahtan daha kuvvetli bir alet bulunamamıştır. Sonsuz küçükler hesabını yine ilk düşünen Archimedes olmuştur. Bu yöntemle, dairenin alanı bulunabilir. Bunun için, daire eşit genişlikte belli bir sayıda paralel şeritlere bölünür. Şeritlerin uçlarından mümkün olduğu kadar alanı küçük olan parçalar çıkarılır. Sonunda, geriye kalan dikdörtgenlerin alanlarının toplamı dairenin alanını yaklaşık olarak verir. Böyle bir toplamın bulunmasında şerit sayısını sonsuza çıkarmakla limitini almış oluruz. İşte bu yönteme kısaca integral ve bu toplam işlemini yapma yöntemine integral hesap denir. Bir parabol parçasının alanını bulmak ve başka problemleri çözmek için Archimedes'in kullandığı hesap yöntemi budur.

Archimedes, diferensiyel hesabı kendi adını verdiği yayın bir noktasındaki teğetin çiziminde kullandı. Eğer teğetin verilen bir doğru ile yaptığı açı bilinseydi, istenen teğet hemen çizilebilirdi. Çünkü, verilen bir noktadan verilen bir doğrultuya bir paralel çizmek kalırdı. Sözü geçen açıyı bulma problemi, yalnız Archimedes yayı için değil,

herhangi bir eğri için geometrik bir dille, diferensiyel probleminin temel problemidir. Archimedes bu problemi, kendi adını verdiği yayı için çözmüştür. Archimedes yayı, sabit bir nokta etrafında düzgün bir açısal hızla dönen bir doğru üzerinde düzgün bir hızla hareket eden bir noktanın çizdiği eğridir. Bu eğri, $a > 0$, $\theta > 0$ ve $r = a\theta$ bağlılığı ile verilir. Archimedes'in bu problemi, diferensiyel hesabı incelememiş birisi için oldukça zordur. Bugünkü dille söylersek, bir eğriye üzerindeki bir noktadan çizilen teğetin eğimi, bu eğrinin bu noktadaki türevine eşittir.

Archimedes'in hayatı, tüm olanakları yerine getirilen bir matematikçinin hayatı kadar sakin ve düzenli geçmiştir. Hayatının en karışık zamanı ve acıklı olanı son günlerine rastlar. Bu da, Romalılarla Kartacalılar arasında İ. Ö. 264 ile 146 yılları arasında yapılan Pön savaşları dönemine rastlar.

Romalıların Güney İtalya'yı alarak Sicilya adasına geçmeleri, burada kononileri olan Kartacalıları kuşkulandırdı. Romalılar, ayrıca güçlü bir donanma oluşturarak Batı Akdeniz'e egemen olmak istiyorlardı. Bu durum, Kartacalıların çıkarlarına ters düşüyordu. Pön savaşlarının başlıca nedenleri bunlardır. Pön savaşları, üç döneme ayrılır. Birinci Pön savaşları İ. Ö. 264 ile 241 yılları arasında olmuştur. Savaş, Kartacalıların Sicilya adasındaki Messina'nın içişlerine karışmaları yüzünden çıktı. Karada ve denizde olmak üzere tam yirmi üç yıl sürdü. Sonuçta Kartacalılar yenildi. Romalılar Sicilya Adasını Kartacalılardan geri aldı. Bundan başka Sardunya ve Korsika Adalarını da aldı.

İkinci Pön Savaşları İ. Ö. 218 ile 201 yılları arasına rastlar. Kartacalılar, Batı Akdeniz egemenliğini Romalılara bırakmak istemiyordu. Kartaca'da Hamilkar'ın oğlu Hanibal, ordunun idaresini ele aldı. İspanya'yı egemenliği altına alan Hanibal, filleri ile Alpleri geçerek İtalya'ya girdi. Romalıları büyük bir yenilgiye uğrattı. Fakat, İ. Ö. 202 yılında Zama Meydan Savaşı'nda Romalılara yenildi. Kartaca, bu savaşlardan sonra eski gücünü yitirdi ve Roma'ya bağlı bir devlet haline geldi.

Üçüncü Pön Savaşları İ. Ö. 149 ile İ. Ö 146 yılları arasında olmuştur. Ticaretle uğraşan Kartacalılar zamanla yeniden kuvvetlendiler ve zenginleştiler. Bu durum Romalıların gözünden kaçmıyordu. Cezayir Kıralı Numidya ile anlaşan Romalılar, onu Kartaca üzerine saldırttılar. Kartacalılar, Numidya Kıralını yendi. Romalılar, Kartacalıların barış koşullarına aykırı davrandıklarını ileri sürerek, Kartacalılara savaş açtılar. Kartacalılar şehirlerini kahramanca savunmalarına karşın, kuvvetli Roma orduları karşısında yenildi, Romalılar Kartaca'ya girdiler. Şehiri yakıp yıktılar. Yerini sürerek tarla haline getirdiler.

İ. Ö. 212 yıllarında II. Pön Savaşları tüm şiddetiyle sürüyordu. Romalılar ve Kartacalılar birbirlerine karşılıklı olarak ağır darbeler indiriyorlardı. Karşılıklı zaferler ve yenilgiler aralarında devam ediyordu. Archimedes'in yaşadığı Sicilya Adası'ndaki Siraküza şehri Roma donanması için çok çekici bir avdı. Burayı işgal etmemek için hiç bir neden de yoktu. İşte, Romalılar bunu yaptı. Romalı Şef Marcellus, donanmasıyla

İtalya ve Siraküza şehri.

Siraküza şehrini kuşattı. Korkak Siraküza halkı şehrin anahtarını, donanmasından ve toplarından korktukları Marcellus'a vereceklerdi. Fakat, savaşa daha önceden hazırlanmış olan Kıral II. Hieron dayanmak kararını verdi.

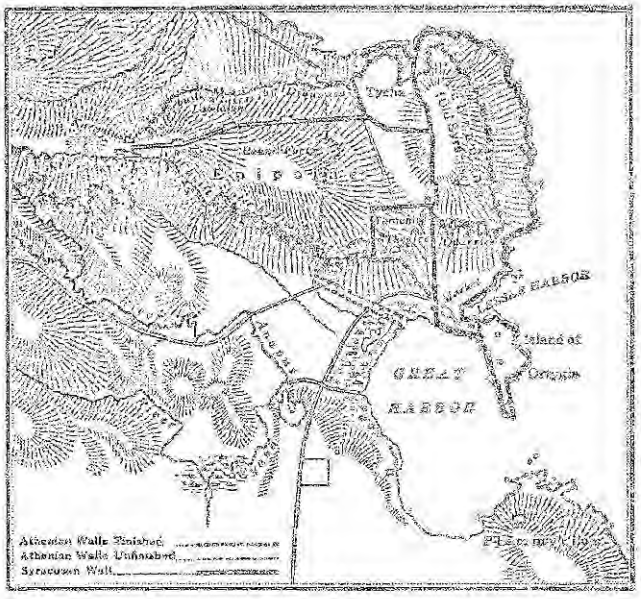
Aslında Archimedes, uygulamalı matematiği pek zavallı görüyor ve onu küçümsüyordu. Kıral Hieron'un şiddetli eleştirilerine baş eğmiş ve Kıralı hoşnut ederek, matematiğin gerektiğinde zalimliğe varacak kadar pratik olabileceğini kanıtlamaya razı olmuştu. Archimedes, dostu olan Kırala, matematiğin soyut kavramlardan başka şeyler de yapabileceğini göstermek için, kaldıraç, makara ve palanga kanunlarını, tek başına yönettiği ağırca yüklü bir vapurun hareketlerine uygulamıştı. Savaş bulutları Siraküza şehri yöresinde toplanmaya başladığı sıralarda, bu olayı Archimedes'e hatırlatmış olan Kıral Hieron, Romalı Şef Marcellus için bir kabul töreni yapmasını rica etmişti. Dostu Kıral Hieron'u hoşnut bırakmak için Archimedes, çalışmalarını bırakıp, çok aceleci Romalıların ayağını kaydırmak için tek başına bir karşılama komitesi oluşturdu. Romalılar geldikleri zaman, kurnazca düşünülmüş silahlar kendilerini selamlamak için yerlerini almışlardı.

Akıldan çok askeri hazırlığına güvenen Romalı Şef Marcellus, süratli bir kuşatma ve çıkarma yapılacağını umuyordu. Tüm bu umutları ve gururu, birbirlerine güvenli bir biçimde bağlanmış sekiz kadırganın taşıdığı bir döşeme üzerine kurulmuş topa dayanıyordu. Bu büyük toptan, gururlu ve ünlü Romalı Şef Marcellus'tan korkan Siraküza halkı, telaşa kapılmıştı. Fakat, Archimedes ve Hieron, bu saldırıya, Marcellus'un düşünemeyeceği kadar akıllı bir teknikle hazırlanmıştı.

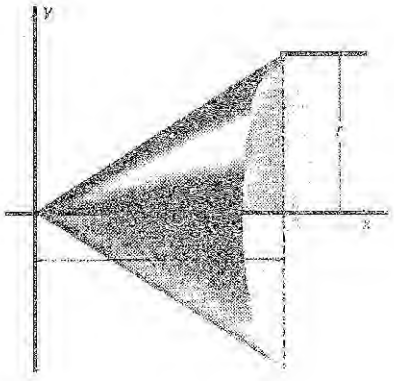
Marcellus, bu donanması ile Siraküza kale duvarlarına saldırmak için yanaştı. Archimedes'in mancınıkları tarafından fırlatılan ve her biri 250 kilogramdan fazla ağır olan taş yığınları ağır makineyi parçaladı. Demir çeneli vinçler duvarların üstünden aşıp gemilere yaklaşıyor, onlara hemen saldırıyor, döndürüyor, batırıyor veya yakınındaki kayalara fırlatıyordu. Marcellus'un ünlü çıkarma kıtası dağılmış ve perişan olmuştu. Bu saldırıda bozguna uğrayan gururlu Marcellus, "isteyerek geri çekilme" deyimini içinde ezikliğini duya duya kullandı. Bu bozgunun ve perişanlığın sonucunu, kurmayı ile uzun uzun görüştü. Bu dayanıklı kale duvarlarına karşı yeniden saldırmaya çekinen kıtalarını toplamaktan çaresiz kalan meşhur Romalı şef, Archimedes'in bilimi karşısında yenilip geri dönmüştü.

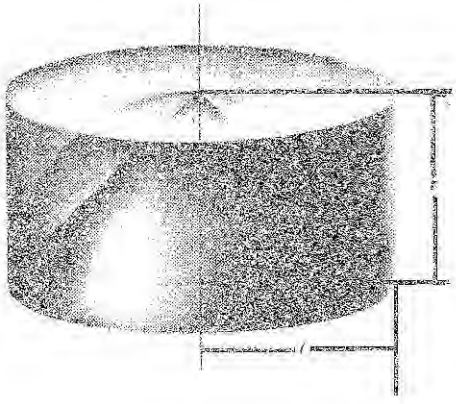
Romalıların donanmasının bu biçimde perişan edilmesi, daha sonraki yıllarda hikaye edilerek ve epeyce de abartılarak anlatılmıştır. Aynaları güneş ışığına ayarlayarak Roma donanmasını yaktığı anlatılır. Her ne kadar abartılırsa abartılsın, Roma donanması Archimedes'in bilimi ve tekniği sayesinde perişan olduğu ve kaleyi alamadığı bir gerçektir. Bunu kimse inkar edemez.

Kale duvarlarından saldırmakla şehri alamayacağını anlayan Marcellus, cepheden saldırma düşüncesinden vazgeçip Megar'ı aldı ve Siraküza şehrine arkadan yanaştı.



Eski Sirakûza şehrinin planı.





Archimedes

Bu kez, şans Marcellus'a güldü. Çılgın Siraküzalılar içkiyle sarhoş olmuş, Artemis'in şerefine bir dini bayram kutluyorlardı. Çok sarhoş ve önlemsiz olan Siraküzalılar toplu bir kırımla uyandılar.

Archimedes, şehrin bir hile ile alındığını, yerin tozu üzerine çizdiği bir şekil üzerine, bir Romalı askerin düşen gölgesinden anladı. Archimedes, yere çizdiği şekil üzerinde bir matematik problemini çözmeye uğraşıyordu. Bir söylentiye göre, Romalı asker şeklin üzerine yürümüş ve Archimedes'i kızdırmıştır. Bunun üzerine Archimedes, "Aman daireme dokunma, bozma" diyerek yeniden probleme daldığı söylenir. Yine bu sahnede birçok yazar tarafından çok abartılarak, uzun uzun ekler yapılarak daha sonraki yıllarda yazılmıştır. Yine bu olay ne kadar abartılırsa abartılsın, Archimedes öldürülürken bile matematik bilimi ile uğraşıyordu. Aslında, Archimedes'in öldürülmesi olan bu sahne ne kadar abartılırsa azdır. Yazarların vurgulamak istedikleri anadüşünce de, böyle bir dehanın serseri bir Romalı asker tarafından öldürülmesi üzüntüsüdür.

Yine bir söylentiye göre, Archimedes Marcellus'un yanına gitmek üzere kendisini izlemesini emreden askere, problemi bitirmeden kalkmayacağını söylemiştir. Problemin çözümünün uzun sürmesine canı sıkılan ve kızan asker, şanlı kılıcını çekmiş ve yetmiş beş yaşındaki yaşlı ve silahsız koca geometriciyi İ. Ö. 212 yılında canice öldürmüş ve öbür dünyaya göndermiştir. İşte, bu büyük deha Archimedes böyle yok edilmiştir.

Yine söylentilere göre, Marcellus Archimedes'in ününü biliyordu. Romalı askerlere Archimedes'in bulunmasını ve kesinlikle öldürülmeden getirilmesini emretmişti. Romalı askerin kurbanının Archimedes olduğundan habersizdi. Whitehead'in söylediği gibi, "Hiç bir Romalı, bir geometrik şekilin zevkle seyrine daldığı için hayatını kaybetmemiştir".

Archimedes'in öldürülmesi her ne şekilde olursa olsun bilim ve insanlığın beklediği uygarlık adına bundan daha büyük bir vahşet ve canilik görülmemiştir. Archimedes'i bu biçimde öldüren Romalılar bununla da kalmamışlardır. Bu yaşlı ihtiyarın çizdiği bilim yolundan yürümedikleri için, ortaçağ boyunca bilimde karanlık bir dönem yaşamışlar, hatta, skolastik düşünceyle bu karanlık dönemi yaşatmışlardır. Bu tutucu düşünce, Archimedes'ten sonra tam 2000 yıl sürmüş ve insanlık bugünkü uygarlığa 2000 yıl sonra varabilmiştir. İnsanlık ve medeniyet adına, bu süre hiç bir zaman kapatılamayacaktır.

Archimedes, matematiğin ve statiğin kurucusu olarak bilinir. Cisimlerin yüzmesi, hareket kanunları ve kaldıraç ilkelerinin ilk bulucusu ve kurucusudur. Daha önce yazdığımız $r = a\theta$ eğrisi onun adıyla anılan ünlü eğrisidir. Yine, her a sayısı için, $a < k$ olacak şekilde bir k tamsayısı vardır ifadesi, Archimedes postülatı olarak bilinir. Bu postülatı kullanarak, her aralığın rasyonel ve irrasyonel sayıları içerdiğini söyleyebiliriz.

Matematikte üzerinde uğraşılan sayılardan biri de, Archimedes tarafından bulunan pi sayısıdır. Archimedes'ten sonra pi sayısı üzerinde çok çalışmalar yapılmıştır. Bunlardan ilki, pi sayısının irrasyonel bir sayı olduğunun gösterilmesidir. Pi sayısının ondalık gösterimi veya açılımı, $\pi = 3{,}14159265...$ biçiminde, devretmeyen sonsuz ondalıklı bir sayıdır. Lindemann (1852 - 1939), 1882 yılında pi sayısının transandant olduğunu göstermiştir. Yani, pi sayısı, katsayıları birer tamsayı olan bir çok terimlinin kökü değildir. Archimedes, pi sayısı için,

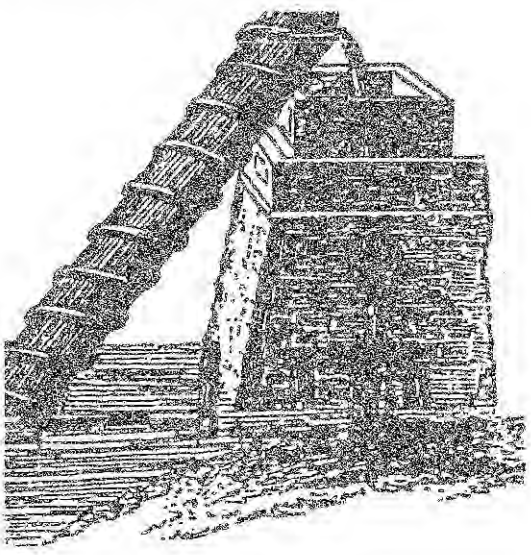
$$3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{10}{70}$$

biçimde, alttan ve üstten sınırlar bulmuştu.

Ludolph, 1600 yıllarında pi sayısının 35. ondalık basamağına kadar hesabını yaptı. Daha sonra John Machin (1680 - 1751), 1706 yılında bulduğu bir formülle, pi sayısının 100. ondalık basamağına kadar hesabını yaptı. Yine Machin'in

$$\frac{\pi}{4} = 4\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{239}\right)$$

biçimindeki formülünü kullanan William Shanks, 1873 yılında pi sayısının 707. ondalık basamağına kadar bu hesaplamayı götürdü.



Archimedes burgusu.

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.

σονα ἢ ὂν ,γιγ Λ′ δ′ πρὸς ψπ. δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ· ἡ ΑΘ ἄρα διὰ τὰ αὐτὰ πρὸς τὴν ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὂν ,ϛϡκδ Λ′ δ′ πρὸς ψπ ἢ ὂν ,ωκγ πρὸς ϙβ̄· ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας ὃ ιγ′· ὥστε ἡ ΑΓ πρὸς τὴν ΓΘ ἢ ὂν ,αωλη ϑ ια′ πρὸς ϙβ̄. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ τῇ ΚΑ· καὶ ἡ ΑΚ πρὸς τὴν ΚΓ ἐλάσσονα [ἄρα] λόγον ἔχει ἢ ὃν αξ πρὸς ξξ̄· ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας ιᾱ μ′· ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς [τὴν] ΚΓ ἢ ὂν ,αϑ ϛ′ πρὸς ξξ̄. ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΔ· ἡ ΑΔ ἄρα πρὸς [τὴν] ΔΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ βιξ ϛ′ πρὸς ξξ̄, ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΔ ἐλάσσονα ἢ τὰ βιξ δ′ πρὸς ξξ̄. ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ,στλς πρὸς βιξ δ′, ἅπερ τῶν βιξ δ′ μειζονά ἐστιν ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα οα′· καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ϛεγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι οα′· ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ ι οα′.

ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζονι δὲ ἢ ι οα′ μείζων.

1 Λ′] Eutocius, γ′ AB(C). 3 ,ϛϡκδ] Eutocius, e corr. B, ,ϛτκδ ABC. Λ′] Eutocius, e corr. B, ε′ A, 3 B. 4 ψμ] B²C, ϡϡ AB. ιγ′] B², ιγ′ α′ A(C); ὃ ιγ′ om. B. 5 ια′] B², om. AB(C). 7 ξξ] C, e corr. B, σξξ AB. 8 ἑκατέρως] B², ἑκατερα ABC. ια μ′· ἡ ΑΓ] B², *Wallis*, αιμαι AB, αιμ(·) C. πρὸς ΓΚ Eutocius. ΚΓ ἢ ὃν] B², *Wurmius*; (ΓΚ) . . (χε)ν C, καταγον A. ,αϑ ϛ′] B²C, ϡος A. 10 ΑΓ] *Wallis*, ΑΓ ABC; πρὸς ΑΓ Eutocius. 13 ,στλς] Eutocius, B², *Wallis*, ,στᾱ ϛ′ ABC. 14 βιξ (pr.)] e corr. B, ζιξ AC. 15 οα′] B, corr. ex ο′ α′ C, ο′ α′ A. 16 ξξγώνου] C, ξξ πολυγωνου AB. 17 ι οα′] e corr. B, ὃν ο′ ια′ AB(C). 18 ι οα′] e corr. B, θ′ ια′ AC. 20 ἐλάσσονι] scripsi, ελασσων ABC. μείζονι—21 μείζων] scripsi,

DIMENSIO CIRCULI.

$$AΓ : ΓH < 3013\tfrac{1}{8} : 780 \text{ [u. Eutocius]}.$$

secetur $\angle ΓAH$ in duas partes aequales recta $AΘ$; propter eadem igitur erit $AΘ : ΘΓ < 5924\tfrac{1}{2} : 780$ [u. Eutocius] siue $< 1823 : 240$; altera[1]) enim alterius $\frac{4}{13}$ est [u. Eutocius]; quare $AΓ : ΓΘ < 1838\frac{8}{11} : 240$ [u. Eutocius]. porro secetur $\angle ΘAΓ$ in duas partes aequales recta $KΛ$; est igitur $AK : KΓ < 1007 : 66$ [u. Eutocius]; altera[1]) enim alterius est $\frac{11}{40}$; itaque

$$AΓ : ΓK < 1009\tfrac{1}{8} : 66 \text{ [u. Eutocius]}.$$

porro secetur $\angle KAΓ$ in duas partes aequales recta $AΔ$; erit igitur

$$AΔ : AΓ < 2016\tfrac{1}{8} : 66 \text{ [u. Eutocius]},$$

et $AΓ : ΓΔ < 2017\tfrac{1}{8} : 66$ [u. Eutocius]. et e contrario $\langle ΓΔ : AΓ \rangle > 66 : 2017\tfrac{1}{8}$ [Pappus VII, 49 p. 688]. sed $ΓΔ$ latus est polygoni 96 latera habentis; quare〉[2]) perimetrus polygoni ad diametrum maiorem rationem habet quam $6336 : 2017\tfrac{1}{8}$, quae maiora sunt quam triplo et $\frac{10}{71}$ maiora quam $2017\tfrac{1}{8}$; itaque etiam perimetrus polygoni inscripti 96 latera habentis maior est quam triplo et $\frac{10}{71}$ maior diametro; quare etiam multo magis[3]) circulus maior est quam triplo et $\frac{10}{71}$ maior diametro.

ergo ambitus circuli triplo maior est diametro et excedit spatio minore quam $\frac{1}{7}$, maiore autem quam $\frac{10}{71}$.

1) Exspectaueris ἑκάτερος (sc. ὅρος) γὰρ ἑκατέρου (ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων Wallis), sed genus femininum minus adcurate refertur ad auditum uerbum εὐθεῖα, quasi sit $AΘ = 5924\frac{1}{2}$, $ΘΓ = 780$.

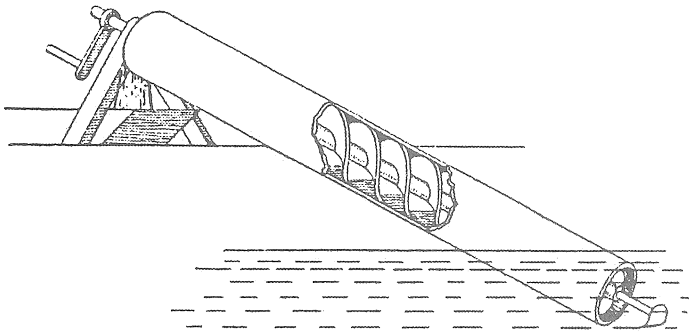
2) Ueri simile est, Archimedem ipsum haec addidisse. similes omissiones durae inueniuntur p. 240, 4, 6; 242, 5, 8, nec dubito eas transscriptori tribuere, sicut etiam p. 240, 8 τὸ πολύγωνον pro ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου, p. 242, 17 ὁ κύκλος pro ἡ περίμετρος τοῦ κύκλου.

3) Quippe quae maior sit perimetro polygoni (De sph. et cyl. I p. 10, 1).

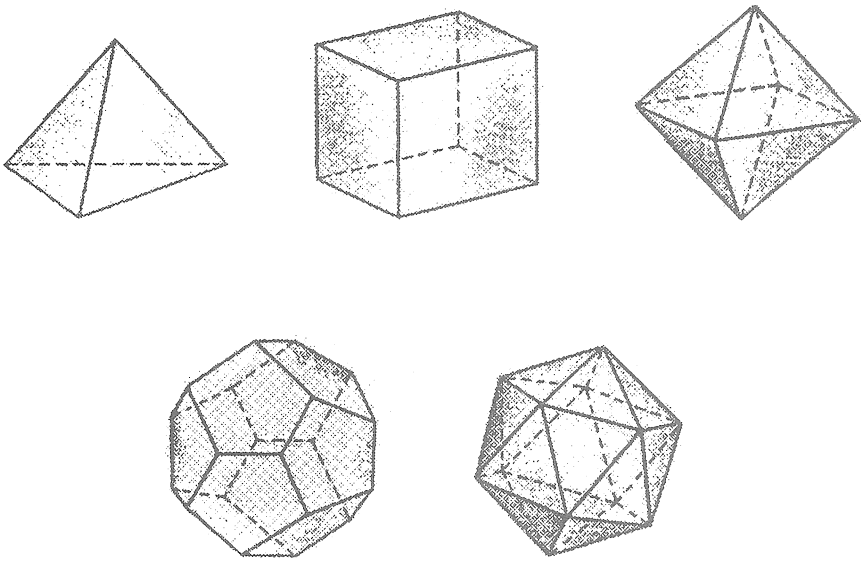
μειζων ὀκ AC, maior B, autem quam decem septuagesimanis add. B². In fine: Ἀρχιμήδους κυκλου μετρησις A.

Archimedes Opera Omnia adlı kitabın pi sayısının hesabının eski ve yeni uyarlamasıyla ilgili iki sayfa.

Bu hesaplamalar tam on beş yıl sürdü. O. F. Ferguson, 1946 yılında Shanks'ın bu hesabının 528. basamağında bir yanlışlığın yapıldığını saptadı. John W. Wrench Jr. ve Daniel, Washington'daki IBM 7090 markalı bilgisayarıyla pi sayısının değerini 100625. ondalık basamağına kadar doğru olarak hesapladı. Bu sürenin dokuz saatten daha az bir zaman aldığını da belirtelim. Bundan sonra pi sayısı iki milyonuncu basamağa kadar hesapladı ve 800 sayfalık bir kitap haline getirildi. Bu kitabın son satırının son on basamaklarındaki sayılar 145727909 rakamlarıyla bitiyordu.



Archimedes burgusu.



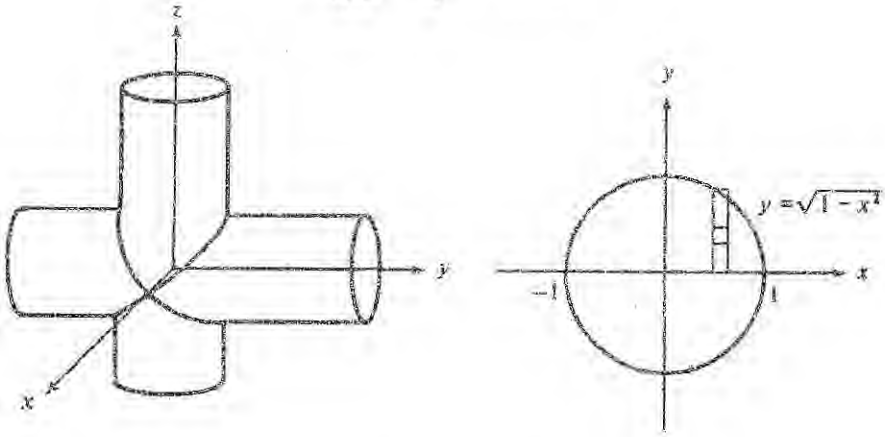
Archimedes katıları.

Son olarak, çemberin çevre uzunluğunun çapına bölünmesiyle elde edilen pi sayısının 3 tamsayısından sonra gelen sonsuz sayıda ondalık rakamlardan bir milyar tanesi hesaplanarak bu alanda yeni bir rekor kırılmıştır. IBM şirketince 30 Ağustos 1989 günü yapılan açıklamada, pi sayısının 3 tamsayısından sonra 1.001.196.691 tane olan ondalık rakamı ile yazıldığını belirledi. Gregory ve David Chudnovsky adlı matematikçi kardeşler, Haziran 1989 ayında, 3.1416... olarak bilinen pi sayısının ondalık rakamlarının sayısını daha önce 480 milyon tanesini bularak bu alandaki rekoru ele geçirmişlerdi. 480 milyon tane ondalık rakamları yazmaya üşünmeyecek birinin bin kilometrelik bir rakam dizisi yaratabileceği belirtilmişti. Chudnovsky kardeşler, bu yeni sonuca, New York'ta IBM Thomas Watson Şirketi'nin araştırma merkezinde iki süper bilgisayarla ulaştı. Pi sayısı üzerindeki bildiğimiz en son öykü budur. Bundan sonraki rekorların ne yönde gelişeceği merak ediliyor.

Roma kuşatmasında, yaptığı savaş araçlarıyla, Siraküza'nın düşüşünü uzun süre geciktiren ve kent Romalıların eline geçtiği sırada Romalı bir asker tarafından öldürülen Archimedes'in ünlü problemini simgeleyen silindir içine yerleştirilmiş küreyle koni işaretli mezarı, ölümünden yaklaşık 150 yıl sonra Çiçero tarafından bulunmuştur.

Bugün, $x^2 + y^2 = 1$ ve $x^2 + z^2 = 1$ silindirlerinin kesişimi olan katıya da Archimedes katısı adı verilir. Archimedes o dönemde bu hacmi hesaplamıştır. Biz bu problemi bugün iki ya da üç katlı integralle daha kolay olarak hesaplayabilmekteyiz.

$$V = 8\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dz\, dy\, dx$$



Archimedes, çağındaki ününü, kendi adını taşıyan burgu bir diğeri yıldızların konumunu, öbürü Güneşin Ayın ve gezegenlerin hareketini gösteren iki astronomi küresi gibi buluşlarına borçludur. Archimedes'in yaşamıyla ilgili olarak günümüze ulaşan ayrıntılar hiçbir Eskiçağ bilim adamlarınınkiyle karşılaştırılamayacak kadar çoktur.

Archimedes'in yapıtları Samoslu Conon ve Kyreneli Eratosthenes gibi dönemin ünlü matematikçileriyle yazışmalar biçimindedir. Bilinen yapıtlarının tümü kuramsal nitelikte olmakla birlikte, Archimedes'in mekaniğe duyduğu ilginin etkilerini de taşır.

Dokuz yapıtının Yunanca asılları günümüze ulaşan Archimedes, Küre ve Silindir Üzerine adlı yapıtında kürenin hacminin kendisini çevreleyen silindirin hacminin üçte ikisine, kürenin yüzey alanının ise en büyük dairesel kesitinin alanının dört katına eşit olduğunu gösterdi. Bunlar da bugün kullanılan kürenin hacim ve yüzölçümü formülleridir.

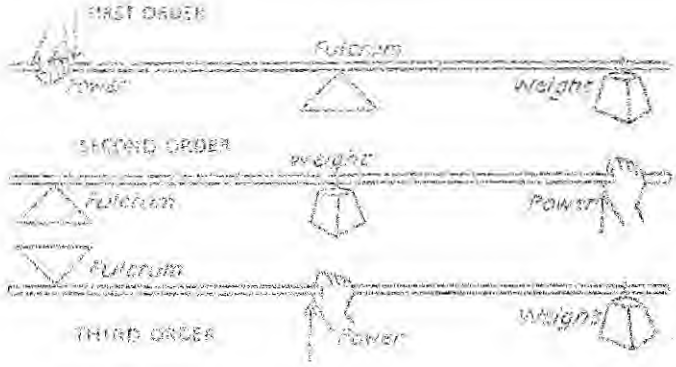
Konik ve Küresel Cisimler Üzerine, konik kesitlerinin, yani çember, elips, parabol ya da hiperbollerin kendi ekseni çevresinde döndürülmesiyle oluşturulan katı cisimlerin hacimlerinin belirlenmesine ilişkin bir yapıttır. Sarmallar Üzerine adlı yapıtında Archimedes, kendi adıyla anılan sarmala, yani sabit bir nokta çevresinde sabit bir hızla dönen bir doğrunun üzerinde sabit bir hızla hareket eden bir noktanın geometrik yeri olan sarmala çizilen teğetlerin özelliklerini inceledi.

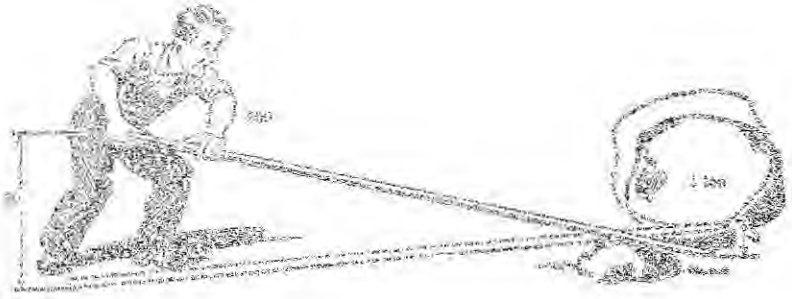
Düzlemlerin Dengesi Üzerine ya da Düzlemlerin Ağırlık Merkezleri adlı yapıtında doğrularla sınırlı düzlemsel biçimlerin ve konik dilimlerinin ağırlık merkezlerinin belirlenmesi problemini ele aldı. Archimedes bu yapıttaki kaldıraç yasası nedeniyle mekaniğin kurucusu olarak kabul edilmişse de, kaldıraç yasası ve belki de ağırlık merkezi kavramı, Archimedes'ten çok önce bilinmekteydi. Archimedes'in bu konudaki özgün katkısı bu kavramları konik kesitlere uygulamış olmasıdır.

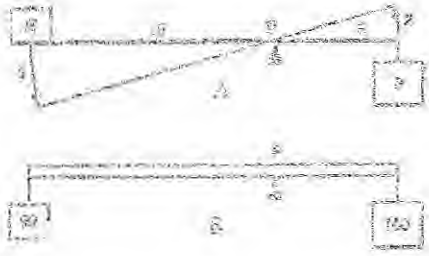
Archimedes'in Parabolün Karelenmesi adlı yapıtında, önce "mekanik", sonra geometri yöntemleriyle bir parabol parçasının alanının, taban ve yüksekliği bu parçanın taban ve yüksekliğine eşit olan bir üçgenin alanının 4/3 kadarına eşit olduğunu gösterdi. Kum Cetveli'nde Yunan sayılama sisteminin sakıncalarını gideren bir basamaklı sayılama sistemini önerdi. Bu yapıt ayrıca, Samoslu Aristarkhos'un günmerkezli sistemini ayrıntılı bir biçimde tanıtması ve Archimedes'in Güneş'in görünür çapını belirlemekte kullandığı ilginç yöntemi içermesi bakımından önem taşır.

$\Gamma\mathrm{I} = 6$	$\Gamma\mathrm{HHH} = 800$
$\Delta\Gamma\mathrm{IIII} = 19$	$\mathrm{MMMM} = 40.000$
$\Gamma\Delta\Delta\Delta\Delta = 90$	$\Gamma = 50.000$

$A = 1$	$H = 7$	$N = 13$	$T = 19$
$B = 2$	$\Theta = 8$	$\Xi = 14$	$Y = 20$
$\Gamma = 3$	$I = 9$	$O = 15$	$\Phi = 21$
$\Delta = 4$	$K = 10$	$\Pi = 16$	$X = 22$
$E = 5$	$\Lambda = 11$	$P = 17$	$\Psi = 23$
$\mathrm{I} = 6$	$M = 12$	$\Sigma = 18$	$\Omega = 24$


FIRST ORDER
Fulcrum
Power
Weight
SECOND ORDER
Weight
Fulcrum
Power
Fulcrum
THIRD ORDER
Power
Weight

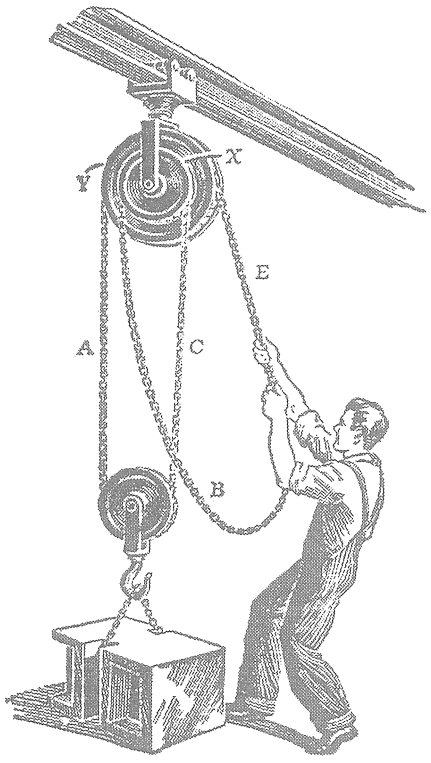




Archimedes, Mekanik Teoremlere İlişkin adlı yapıtında, Küre ve Silindir Üzerine adlı kitabında matematiksel olarak kullandığı değerlere ulaşabilmek için yararlandığı "mekanik" tekniğini tanımladı. Matematikteki buluş süreciyle ilgili olarak ilkçağdan zamanımıza kalmış tek yapıt olan Yöntem, günümüze değin bu konuda yapılmış pek az çalışmalardan biridir.

Yalnızca bir bölümü Yunanca aslıyla, geri kalanı da Latince çevirisiyle günümüze ulaşan iki ciltlik Yüzen Cisimler Üzerine, hidrostatik dalında bilinen en eski yapıttır. Katı bir cismin kendisinden daha düşük yoğunlukta bir sıvıya daldırıldığında, katı cismin ağırlığının, yerini aldığı sıvının ağırlığı kadar kendi ağırlığından kaybedeceğini belirten Archimedes ilkesiyle sonuçlanan çalışma da bu yapıtta yer alır.

Daha sonraki çağlarda yapılan göndermelerden, Archimedes'in başka çalışmalarının da olduğu anlaşılıyor. Bunlardan, ışığın kırılmasını da inceleyen ve ışığın aynalardan yansımasıyla ilgili yapıtı, yüzleri düzgün çokgenlerden oluşan ve küre içine yerleştirilebilen yarı düzgün 13 çokyüzlü üzerine çalışması vardır. Bunlara Archimedes çokyüzlüleri ya da Archimedes katıları adı verilir. Belirsiz analiz konusundaki sekiz bilinmeyenli problem matemakte özellikle önemlidir.



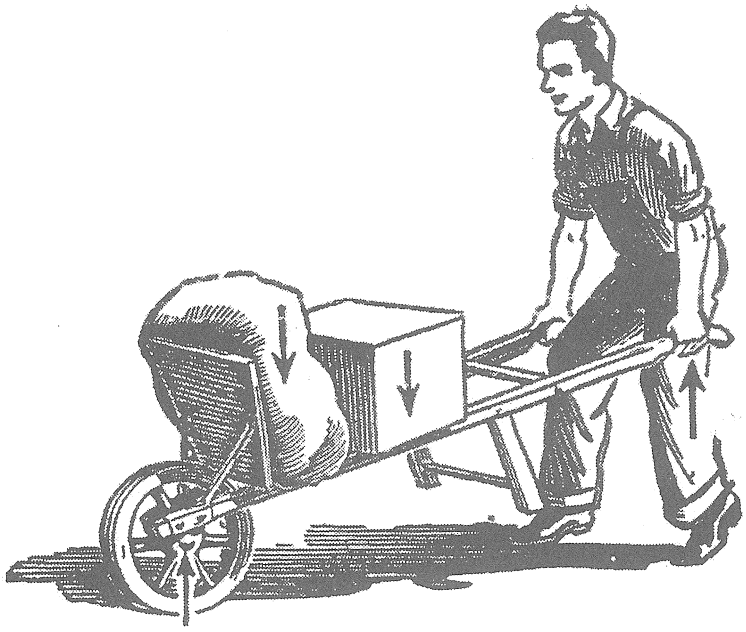
Archimedes'in matematik problemlerini sunuç biçimi ve kullandığı ispatlar hem çok çarpıcı ve özgün, hem de günümüz geometrisinin en yüksek ölçütlerine uyacak yetkinliktedir. Küre ve Silindir Üzerine'de Knidoslu Eudoksos'un İ. Ö. 4. yüzyılda keşfetmiş olduğu limite geçiş yöntemlerini büyük bir titizlikle uygular. Archimedes bu yöntemleri, alan, hacim, ağırlık merkezi bulma gibi temelde integral alma problemleri olan bütün problemlerin çözümünde ustalıkla kullanmıştır. Onun bu konudaki yetkinliği, sonsuz küçük kavramının matematiğe yeniden girdiği on yedinci yüzyılda integral hesapla ilgilenen matematikçilerin "ispat"larıyla derin bir karşıtlık içerir.

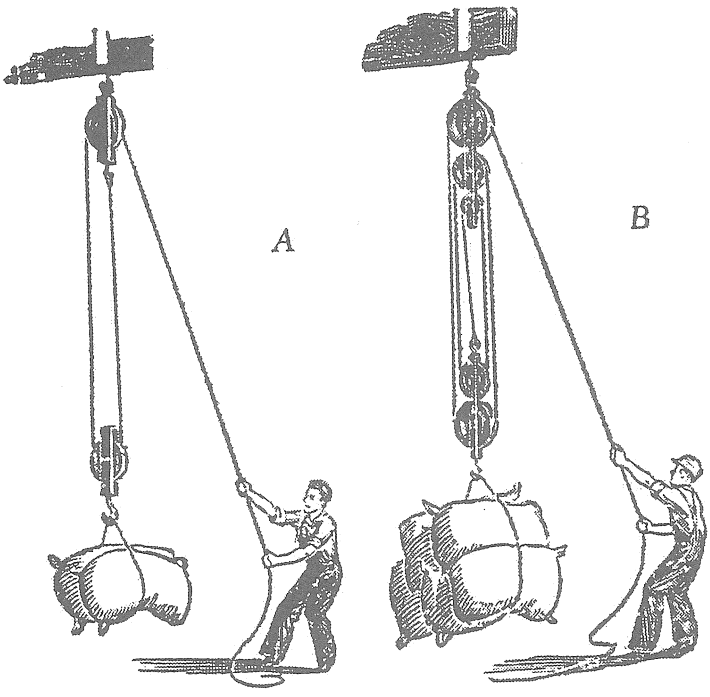
Archimedes, ilkçağlarda önemli bir astronomi bilgini olarak da tanınırdı. Bu konudaki çalışmaları ile ilgili çok az şey bilinmekteyse de Kum Cetveli'ne dayanarak başarılı bir gözlemci olduğunu söylenebilir. Ne var ki, çeşitli gökcisimlerinin Yerden uzaklığıyla ilgili olarak ona mal edilen, ya da büyük bir olasılıkla gerçekten Archimedes'e ait olan bazı sonuçların gözleme değil Pisagorcu kurama dayanması şaşırtıcıdır.

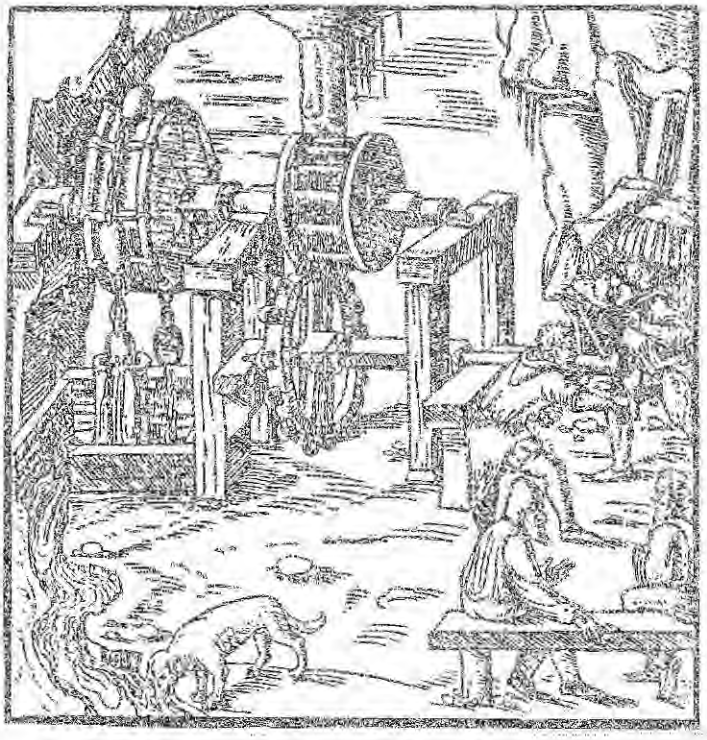
Archimedes'in ilkçağlarda matematiğin gelişmesi üzerindeki etkisi, çalışmalarının çapı ve özgünlüğüyle eşdeğerde bir boyuta ulaşamamıştır. Kürenin yüzölçümü ve hacminin hesaplanması için geliştirdiği formüller gibi basitçe ifade edilebilen kuramsal katkıları gündelik matematiğe girmiş, pi sayısı için bulduğu sınır değerlerden biri olan 22/7 İlkçağ ve Ortaçağ boyunca bu sayının yaklaşık değeri olarak kullanılmıştır. Ne yazık ki, Archimedes'in Yöntem adlı kitabına başka matematikçilerin yeni katkılar açacağı yönündeki umudu, bu yapıtın on dokuzuncu yüzyıla değin karanlıkta kalması nedeniyle gerçekleşmedi. İnsanlık da tam iki bin yıllık karanlık dönemden kurtulamadı. Sekiz ya da dokuzuncu yüzyıllarda kimi yapıtları Süryaniler, Araplar ve Türkler tarafından Arapçaya çevrildi. Fakat bu ülkelerin matematikçileri Archimedes'in bu yapıtları üzerinde iyi bir ilerleme gösteremediler, ya da Archimedes'in matematik çalışmalarına yapılan herhangi bir önemli katkının varlığı bilinmemektedir. Belki de bu yapıtların çevirisinden başka bir yönüne bakmadılar.

Archimedes'in matematik üzerindeki en büyük etkisi, on altıncı ve on yedinci yüzyıllarda görüldü. Bu yüzyıllarda yapıtlarının Latince çevirilerinin ve Yunanca asıllarının yayınlanması sonucunda Archimedes, Kepler, Galile, Descartes ve Fermat gibi matematikçileri ve fizikçileri etkiledi. 1550 ile 1650 yılları arasında Avrupa'da matematik ancak İlkçağ matematikçilerinin ve onların en büyüğü olan Archimedes'in yeniden keşfedilmesiyle açıklanabilecek bir gelişme gösterdi.

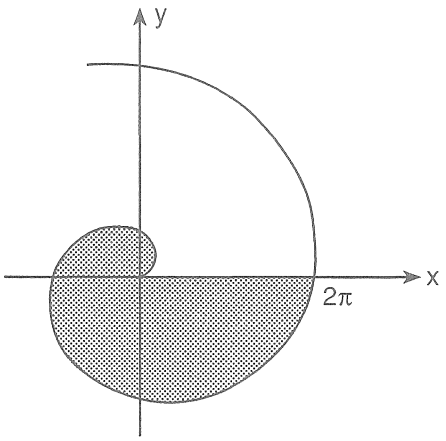
Archimedes'in mekanik aletleri de vardır. Bunlardan biri halen kullanılan Archimedes burgusudur. Bu alet, alçak bir yerden yükseğe su çıkarmaya yarayan bir makinedir. İ. Ö. 3. yüzyılda Eski Yunanlı bilim adamı Archimedes tarafından, büyük gemilerin ambarlarındaki suyu boşaltmak amacıyla bulunduğuna inanılan bu aygıtların bir türünde, ekseni yatayla 45 derecelik açı yapan bir silindirin çevresine sarmal biçimde sarılmış ve alt ucu suya batırılmış bir boru vardır. Aygıtın ekseni çevresinde döndürülmesiyle su boru içinde yükselir. Archimedes burgusunun sabit bir silindir içinde dönen bir sarmaldan ya da şaft çevresinde dönen bir sarmal borudan oluşan türleri de vardır.




A
B

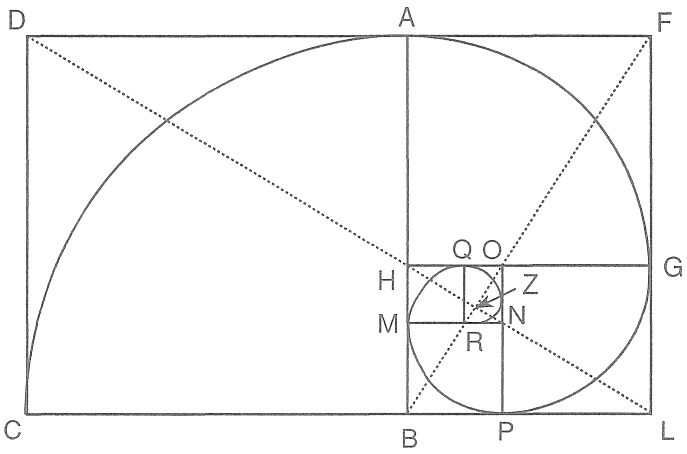


Açık ve eğimli oluklar içinde dönen sarmallardan oluşan modern burgulu pompalar, lağım suyunu atık su işleme tesislerine pompalamakta çok etkilidir. Açık oluklar ve burgunun biçimi, büyük parçaların tıkanmaya yol açmadan geçmesini sağlar.

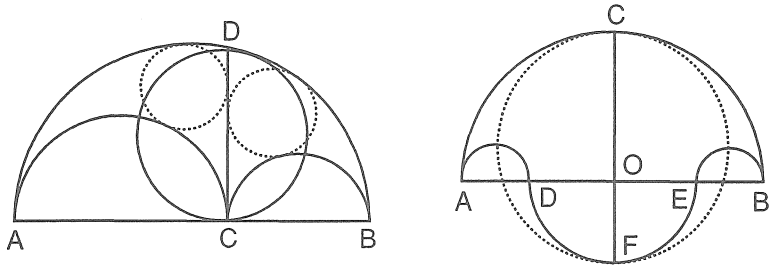


Archimedes sarmalı.

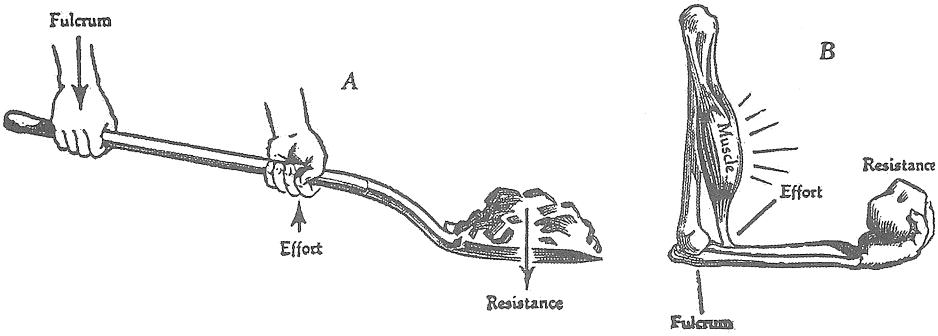
Archimedes sarmalı, kutupsal koordinatlarla $r = a\theta$ eşitliğiyle gösterilen sarmaldır. Kutup denen başlangıç noktası çevresinde değişmeyen bir açısal hızla dönmekte olan yarıçap vektörü üstünde düzgün olarak hareket eden noktaların geometrik yeri Archimedes sarmalını belirtir. θ değeri çok büyüyerek sonsuza giderse sarmal a yarıçaplı çembere yaklaşır.



Archimedes yayı ile ilgili hesaplar.



Archimedes'in bazı çalışmaları.



Archimedes ilkesi, kaldırma kuvvetine ilişkin bir fizik yasasıdır. İ. Ö. 3. yüzyılda Eski Yunanlı bilim adamı Archimedes tarafından bulunmuştur. Bu yasaya göre bütünü ya da bir bölümü, durgun bir akışkanın içine batırılan cisimlere, yukarı doğru yönelmiş bir kaldırma kuvveti etki eder. Bu akışkan sıvı ya da gaz olabilir. Bu kuvvetin büyüklüğü, cismin etkisiyle yer değiştiren akışkanın ağırlığına eşittir. Yer değiştiren akışkanın hacmi, akışkana tümüyle batırılan cismin tüm hacmine, bir bölümü batırılmış cisminse akışkan yüzeyinin altında kalan kesiminin hacmine eşittir. Sıvı ya da gaz içinde yüzen bir cisme etkiyen kaldırma kuvvetinin büyüklüğü cismin ağırlığına eşittir. Kaldırma kuvvetinin yönüyse cismin ağırlığının yönüne terstir. Bu yüzden de cisim ne yükselir ne de batar. Suya indirilen bir gemi, taşırdığı ya da yer değiştirmesine neden olduğu suyun ağırlığı kadar batar. Gemi yüklendikçe, daha çok su taşır ve daha derine batar. Böylece kaldırma kuvveti, geminin ve yükünün ağırlığını sürekli olarak dengeler.

Eğer cismin ağırlığı yer değiştiren akışkanın ağırlığından küçükse, suya bırakılan bir tahta parçası ya da havaya salıverilen helyum dolu bir balon örneğinde olduğu gibi, cisim yükselir. Cisim yerini aldığı akışkandan ağırsa, serbest bırakıldığında batar. Fakat yer değiştirdiği akışkanın ağırlığına eşit bir ağırlık kaybına uğrar. Bu yüzden, duyarlı tartımlarda, cismi çevreleyen havanın kaldırma kuvveti gözönüne alınarak bir düzeltme yapılmalıdır. Kaldırma kuvveti, derinlik arttıkça akışkan basıncının da artmasından

kaynaklanır. Bu yüzden, cismin daha derinlerdeki bölümlerine etki yapan basınç daha büyüktür. Cisme akışkan basıncıyla uygulanan bütün kuvvetlerin bileşkesi olan kaldırma kuvveti, her durumda yerçekimi kuvvetine ters yönde, yani yukarı doğrudur.

Matematikte üzerinde çok çalışılan ve uğraşılan konulardan birisi de pi sayısıdır. Başlangıcı oldukça eskidir. Ünlü Fransız matematikçisi François Viete pi sayısı için,

$$\frac{2}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}{2} \cdots$$

formülünü vermiştir. Bu formülün kanıtı da o kadar zor değildir. Bunun için sabit olan birim yarıçaplı bir daireyi gözönüne alalım. Bu durumda $\theta = 45°$ olduğunda, $\sec\theta$ değeri kirişler karesinin bir kenarı olan uzunluğunu verecektir. Aynı şekilde düzgün kirişler sekizgenin iki kenar toplamı da $\sec\theta\sec(\theta/2)$, düzgün kirişler on altıgeninin dört kenar toplamı da $\sec\theta\sec(\theta/2)\sec(\theta/4)$ değeri ile bulunacaktır. Bu şekilde devam edilirse,

$$\sec\theta\sec(\theta/2)\sec(\theta/4)\ldots \rightarrow \pi/2$$

olacaktır. Yani, çeyrek birim çemberin yay uzunluğuna yakınsayacaktır. Buradan, $2/\pi = \cos\theta\cos(\theta/2)\cos(\theta/4)\ldots$ formülü elde edilir. Bir de

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}},$$

$$\cos\frac{\theta}{4} = \sqrt{\frac{1+\cos\frac{\theta}{2}}{2}},$$

$$\cdots$$

biçiminde devam eden özdeşlikler kullanılırsa, yukarıdaki söz konusu çarpıma ulaşacağımız açıktır. Bu eşitliği başka yollarla da elde edebiliriz. Bu gelişmelerden sonra 1585 yılında Adriaen Anthoniszoon pi sayısı için Çin oranını 355/133 olarak yeniden buldu. Çünkü o sıralarda pi sayısı

$$\frac{377}{113} > \pi > \frac{333}{106}$$

biçimde olduğu biliniyordu.

1593 yılında Hollandalı matematikçi Adriaen Van Roomen, pi sayısını on beşinci ondalığa kadar doğru olarak hesapladı ve pi sayısının hesaplamasındaki klasik yöntemi uygularken 2^{30} kenarlı düzgün çokgeni kullandı. Çinlilerin de bu yöntemi başarılı bir şekilde kullandığı biliniyor. 1610 yılında yine Hollandalı bir matematikçi olan Ludolph Van Ceulen, pi sayısını otuz beşinci ondalığa kadar 2^{62} düzgün kenarlı çokgeni kullanarak doğru olarak hesapladı. Bu matematikçi yaşamının büyük bir kısmını bu hesaplara harcadı. 2^{62} kenarlı düzgün bir çokgenle bu hesapları o dönemlerde yapmak hiç kolay bir iş değildi. Daha sonra dul kalan eşi, şimdi kayıp olan mezarının taşına bu sayıyı yazdırmıştı. Bu nedenle pi sayısının bu değerine Ludophine sayısı ismi verilmiştir.

1621 yılında yine karşımıza Hollandalı bir matematikçi çıkmaktadır. O da Willebrord Snell'dir. Snell, pi sayısını hesaplamak için çok iyi bilinen klasik yöntemi trigonometrik olarak geliştirmiş ve bu yönemle pi sayısı için daha yakın sınır değerleri saptaması olanaklı olmuştu. Bu yönteme daha çok Van Ceulen yöntemi denir. Ceulen'in ömrünü verdiği pi sayısının otuz beşinci ondalık basamağını yalnızca 2^{30} kenarlı düzgün çokgenle elde etmişti. Oysa, klasik yöntem bu kenar sayısıyla pi sayısının on beşinci basamağa kadar yaklaşık olarak ancak hesaplayabiliyordu. Snell bu yeni açılım sayesinde pekçok matematikçinin yaşamını uzatmış oluyordu. Yalnız, Snell'in bu açılımının doğru ispatı 1654 yıllarında yapılabilmişti. O da yine Hollandalı bir matematikçi ve fizikçi olan Christaan Huygens tarafından yapılmıştı. Daha sonra 1630 yılında Snell'in bu açılımını kullanan Grienberger bu değeri otuz ikinci basamağa kadar götürdü. Böylece, uzun bir süredir devam eden Hollandalı matematikçilerin egemenliği son buluyordu.

On yedinci yüzyılın sonlarına doğru 1650 yıllarında İngiliz matematikçi John Wallis,

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 8 \ldots}{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \ldots}$$

bağıntısını buldu. Fakat bu ifade pi sayısının daha ileri basamaklarında hesaplanmasında hiçbir işe yaramamıştı. Çünkü bu formüllün pi sayısına yaklaşımı çok yavaştı. Ardından 1671 yılında İskoç matematikçi James Gregory

$$\tan^{-1}x = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9 - \ldots$$

serisini elde etti. Buna daha çok Gregory serisi ismi verilmiştedir. Burada x sayısı [–1, 1] aralığında olması kısıtlaması vardır. Bu seri ancak bu kümede yakınsaktır. Gregory x = 1 için bu seriden

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \ldots$$

serisini elde etmişti. Bu seri de pi sayısına yeteri kadar hızlı yaklaşmıyordu.

1699 yılında Abrahan Sharp $x = \sqrt{1/3}$ için gregory serisinden pi sayısını yetmiş birinci basamağa kadar bulurken, John Machin de aynı seriyi

$$\frac{\pi}{4} = 4\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{239}\right)$$

eşitliği ile birlikte kullanarak pi sayısını yüzüncü basamağa kadar doğru olarak hesaplamıştı. 1719 yılında De Lagny ve Sharp aynı x değeri için pi sayısını yüz on ikinci basamağa kadar hesapladılar.

Tüm bu ifadeler içinde kullandığımız pi gösterimi önceki dönemlerde İngiliz matematikçilerinden William Oughtred, Isac Barrow ve David Gregory tarafından dairenin çevresini temsil etmek için kullanılıyordu. Pi sayasını dairenin çevresinin çapa oranı olarak ilk kullananısa, 1706 yılında basılmış bir yayınla İngiliz yazar William Jones'du. Ancak bu sembol o zaman bu haliyle fazla bir ilgi ve kabul görmemiş, büyük matematikçi Euler 1737 yılında bir bakıma bu gösterimi sahiplenerek matematiğe sokmuş ve bu tarihten itibaren benimsenerek kullanılmıştır.

Pi sayısının rasyonel olup olmadığı da matematikçileri uzun yıllar uğraştırmışur. Yani, $b \neq 0$, a ve b birer tamsayı olmak üzere pi sayısı a/b olarak yazılıp yazılamayacağı hep merak konusu olmuştu. Bu yüzden matematikçiler pi sayısının ondalık basamaklarıyla uğraşıp durmuşlar, bir yerlerde basamakların önceki değerlerini tekrar etmesini beklemişlerdi. Böylelikle pi sayısının devirli bir ondalık sayı halinde yazılabilir ve sonuçta rasyonel olduğu söylenebilirdi. Ancak bir türlü o tekrar eden basamaklar gün ışığına kavuşmadı ve 1767 yılında Johann Heinrich Lambert tüm bu umutlara son verdi. Yani, pi sayısının irrasyonel bir sayı olduğunu kanıtladı.

1777 yılında pi sayısına çok farklı bir şekilde ulaşılmaya çalışıldı. Comte de Buffon ünlü iğne problemini geliştirmiş, böylelikle olasılık yöntemiyle pi sayısı için yaklaşık değerler verilebilmeye başlamıştı. Bu da şöyle oluyordu. Yatay bir düzlem üstünde, birbirinden a kadar uzaklıkta dizilmiş paralel doğrular düşünün. Bunun için $c < a$ olduğunda uzunluğu d kadar olmak üzere düzgün dağılımlı düzgün bir çubuğun rastgele bu düzlemin üstüne düşürüldüğünü varsayın. İşte Buffon'ın gösterdiği bu çubuğun düzlemdeki doğrulardan birinin üstüne düşme olasılığını, $p = 2d/\pi a$ ifadesinin verdiğiydi. Bu deneyi oldukça fazla sayıda tekrarlayıp başarılı durumları not alarak yukarıdaki formülle pi sayısına yaklaşık bir değer elde etmek elbette olanaklıydı. Bu yolla elde edilen en iyi sonuç ise 1901 yılında İtalyan matematikçi Lazzerini'den geldi. Topu topu 3408 çubuğunu atmak suretiyle pi sayısının altıncı ondalık basamağına ulaşabilmişti. Bu da denenen en iyi sonuçlardan biriydi. 1904 yılında R. Chartres bilinen bir gerçeğin uygulamasını ortaya koydu. Rastgele yazılan iki pozitif tamsayının aralarında asal olma olasılığı $6/\pi^2$ kadardı. 1794 yılında Adrien Marie Legendre π^2 sayısının irrasyonelliğini gösteriyordu.

1841 yılında İngiltere'den William Rutherford, daha sonra ancak 152 tanesinin doğru olduğu belirlenen, pi sayısının iki yüz sekizinci ondalık basamağına ulaştı. Bu sonucu elde edebilmek için, James Gregory'nin serisini

$$\frac{\pi}{4} = 4\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{70}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{99}\right)$$

biçimindeki eşitlikle birlikte kullandı.

1844 yılında, doğal bir hesap makinesi olan Zachariss Dase pi sayısının iki yüzüncü ondalık basamağını doğru olarak elde etti. Ancak onun yetenekleri bununla sınırlı değildi. Dase, sekiz basamaklı iki sayıyı elli beş saniyede, yirmi basamaklı olanları iki dakikada, kırk basamaklıları kırk dakikada ve yüz basamaklı sayıları da iki saat kırkbeş dakikada çarpıyordu. Yine elli iki dakikada aklıyla yüz basamaklı bir sayının karekökünü hesaplayabiliyordu. Hatta yedi milyon ile on milyon arasındaki sayıların çarpım tablolsunu bile oluşturmuştu. Ancak, doğal bir matematikçi olan Dase otuz yedi yaşında oldukça genç bir yaşta ölmüştü. Kimbilir belki daha uzun bir ömür, insanlığın bilgisayarlarla tanışmasını geciktirebilirdi. Burası bilinmiyor. Ama böyle bir zekaya hayret etmemek mümkün değildir.

Artık pi sayısının basamaklarını hesaplamak bir yarış haline gelmişti. Önce Rutherford 1853 yılında probleme geri bir dönüş yaptı ve pi sayısının dört yüzüncü ondalık basamağına kadar olan değerini doğru olarak elde etti. Ardından yine bir İngiliz matematikçisi William Shanks 1873 yılında Machin'in formülüyle uzun süren bir rekoru ele geçirdi. Pi için tam 707 ondalık basamağı hesaplamıştı. 1882 yılında pi sayısının transandant (üstün) bir sayı olduğu tescil edildi. Bir sayı rasyonel katsayılara sahip herhangi bir polimomun köküyse ona cebirsel sayı denilir. Eğer eşit değilse o zaman üstün ya da transandant sayı olarak isimlendirilir. Pi sayısının transandant bir sayı olduğunu 1882 yılında Münih Üniversitesi profesörlerinden L. Lindemann göstermiştir.

Artık pi sayısı da bir yüzyıla adım atıyor ve yirminci yüzyılın başdöndürücü buluşlarına o da bizzat şahit olmak fırsatını buluyordu. 1946 yılında İngiltere'den D. F. Ferguson Shanks'ın pi sayısı için verdiği değerde 528. basamaktan başlayan hatalar buldu ve Ocak 1947 yılında 710 basamaklı düzletilmiş bir değeri açıkladı. Aynı ayda Amerikalı J. W. Wrench 808 basamaklı bir pi değeri yayınladı. Ancak yine Ferguson daha sonra 723. basamakta bir hata buldu. 1948 Ocak ayıyla beraber, Ferguson ve Wrench birlikte 808 basamağa kadar düzeltilmiş pi değerini yayınladılar. Wrench, Machin'in formülünü kullanırken, Ferguson

$$\frac{\pi}{4} = 3\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{20}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{1985}\right)$$

biçimindeki formülü kullanmayı yeğlemişti.

1949 yılında pi sayısı bilgisayarlarla tanıştı. Aberdeen, Maryland'deki Ordu Balistik Araştırma Laboratuvarları'nda bulunan elektronik bilgisayar ENIAC ile pi sayısının 2037 ondalık basamağı hesaplandı. Ardından arka arkaya çeşitli bilgisayarlarla pi sayısının daha fazla ondalık basamağı gün ışığına çıkarıldı. Français Genuys, Wrench ile Daniel Shanks, M. Jean Guilloud gibi bilim adamları ayrı ayrı çalışmalarda yer aldılar. Guilloud ve ekibi 1973 yılında pi sayısını bir milyonuncu ondalık basamağa ulaştırdılar.

1981 yılında pi sayısı üzerinde bu kez uzakdoğu rüzgarları esiyordu. Tsukuba Üniversitesi'nden iki Japon matematikçi Kazunori Miyoshi ile Kazuhika Nakayama FACOM M-200 bilgisayarı ile 137.5 saatte pi sayısının 2 000 038 hanesini hesapladılar. Onlar bu hesaplamada

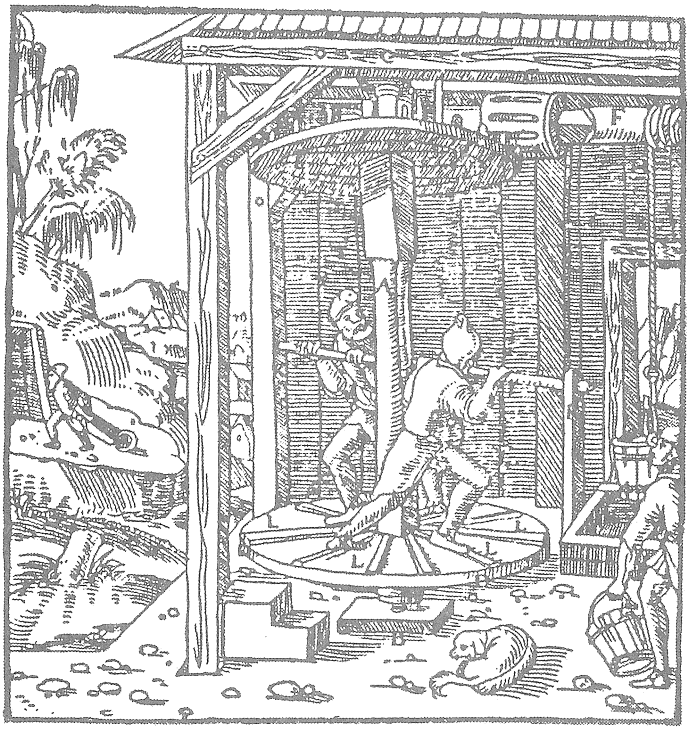
$$\pi = 32\tan^{-1}\left(\frac{1}{10}\right) - 4\tan^{-1}\left(\frac{1}{239}\right) - 16\tan^{-1}\left(\frac{1}{515}\right)$$

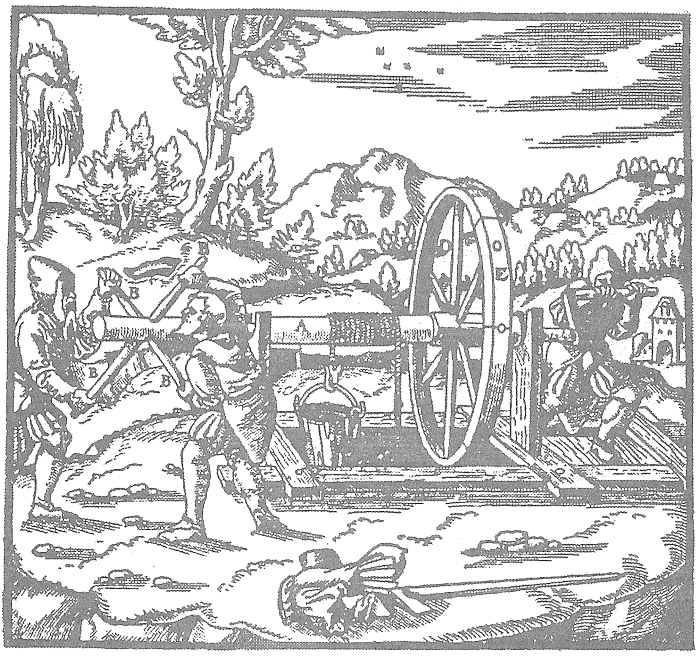
formülünü kullanırken, Machin'in formülüyle bu sonucu kontrol etmeyi de gözardı et-memişlerdi. Ne de olsa birinin çıkıp 1 398 271. basamakta hatanız var demesini iste-mezlerdi.

Ocak 1986 yılında Kaliforniya'da bulunan NASA Araştırma Merkezi'nden D. H. Bailey yirmi sekiz saat boyunca bir Cray-2 süper bilgisayarını çalıştırarak 29 360 000 basamağı elde etti. Bu hesaplamayı Dalhouise Üniversitesi'nden J. M. ve P. D. Borwein'ın algoritmasına dayanarak yapmıştı. Kısa bir süre sonra Tokyo Üniversitesi'nden Yasumasa Kanada bir NEC SX-2 süper bilgisayarını yine Borweinlar'ın algoritmasıyla pi sayısını 134 217 700 basamağını elde etti. Son olarak Yasumasa Kanada'nın rekor kıran hesaplaması, yani pi sayısının altı milyar dört yüz kırk iki milyon dörtyüz elli bin basamağı 1995 yılında elde edildi.

Elbette, pi sayısı için süren bu yarış ve hesaplamalar devam edecek. Hem ondalık basamakları hesaplanacak hem de gizemli sayının özellikleri ortaya çıkarılmaya çalışılacak. Hemen belirtelim. Bu hesaplamalar bilgisayarların geliştirilmesine çok yardım etmektedir.

Bu problemin kökeni aslında çok eskidir ve alanı bir dairenin alanına eşit olan bir karenin pergel ve ölçümsüz bir cetvelle çizilmesi problemine dayanır. Problem İ. Ö. 1800 yıllarına dek uzanıyor. Çizilemeyeceğini ilk kez Lindemann göstermiştir. Önce problemi Mısırlılar ele almış ve karenin bir kenarını dairenin çapının 8/9 değerine eşit alarak hallettiklerini sanmışlardır. Daha sonra eski Yunanlılar olayı ele almışlar. Anaxagoras, Sakızlı Hippokrat, Hippias, Dinostratus ve Archimedes bu soru uğruna ter dökmüşler. Kendilerine göre bazı çözümler ileri sürmüşlerdir. Fakat hiçbiri pergel ve ölçümsüz cetvelle yapılmadığı için Eflatun'un ölçüleri tutturulamamıştır. Bu problemi çözüdüğünü ileri süren bir kişi olmaksızın tek bir yıl geçmemiştir. Bundan dolayı 1755 yılında Fransız Bilimler Akademisi bir daha daireyi kare yapma sorusunun çözümlerini incelemeyeceğini açıklamıştır.





İşte bu soruyu çözdüğünü ileri sürenlerden biri de Sieur Mathulon'dur. Bir amatör matematikçi olmakla beraber, o da bu sorunun büyüsüne kapılmış ve on sekizinci yüzyılda soruyu çözdüğünü ilan etmiştir. Hatta kendisine ve çözümüne o kadar çok güveniyormuş ki, çözümünün yanlış oduğunu ispatlayana 1000 ecu (5 frank değerinde gümüş Fransız parası) ödeyeceğini söylemiş ve bu parayı mahkeme önünde ödemek zorunda kalmıştır. Bu soru matematikçilerin yalnız zihinlerini değil keselerini de yoklamıştır. Bu konuda çok sayıda tartışmalar da yapılmıştır. Ancak 1882 yılında tüm umutlar Felix Klein'in öğrencisi Lindemann tarafından çözülerek toprağa gömülmüştür. Yani, pergel ve ölçümsüz cetvelle dairenin alanına eşit olan bir karenin çizilemeyeceği gösterilmiştir.

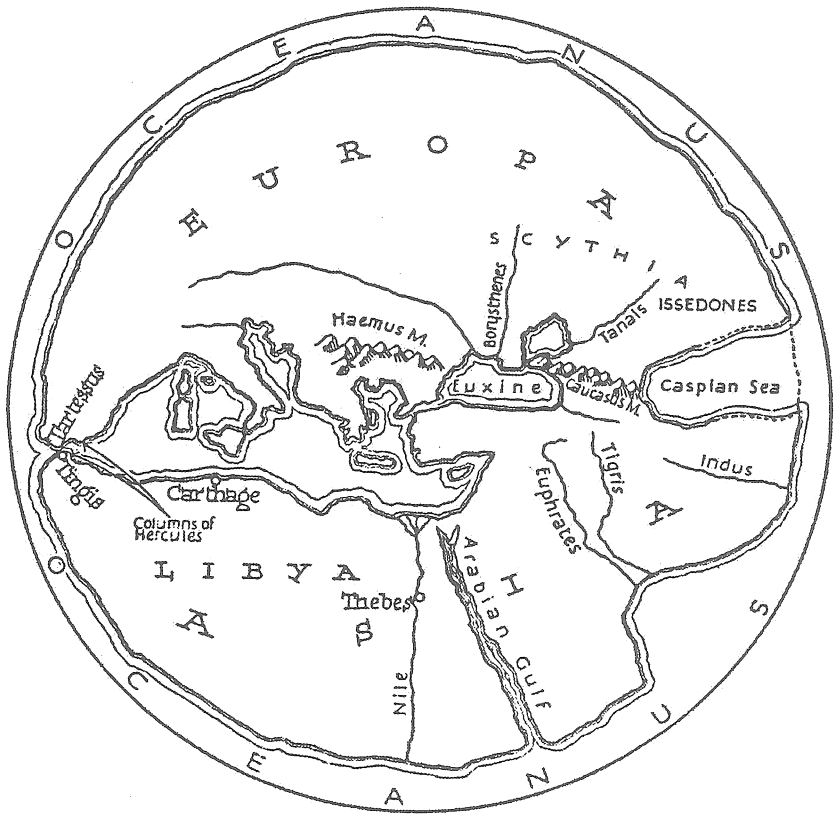
Burada Lindemann'ın ne yaptığını anlatalım. 1 birim uzunluğundaki bir doğru parçası üstünde pergel ve cetvel yardımıyla yapılan ölçümler yalnızca sonlu sayıda aritmetik işlemin, artı, eksi, çarpı, bölüm ve karekök uygulamasıyla yeni uzunluklar ve kare alanları oluşturulabilir. Bu şekilde elde edilebilen sayıların aynı zamanda birer cebirsel sayı olduğunu söylemek de doğru olur. Lindemann'ın pi sayısının üstün yani transandant olduğunu göstermiş olması, sorumuzun çözümünü olanaksız kılmıştır. Diğer bir deyimle, çözülemeyeceğini gösterme de bir çözümdür.

Archimedes, dairenin alanı ve koniklerin tanıtılması üzerine araştırmalar yapan parlak bir matematikçiydi. Kaldıraç yasası deneyi, Euclides'in geometrideki çalışmaları kadar kusursuzdu. Özgül ağırlığı bulmasını sağlayan hidrostatik üzerine çalışmalarında ortaya çıkarıp geliştirdiği yöntemi önce matematiksel biçimde vermiş, sonra bunu matematiksel yöntemlerle işleyerek fizik terimleri cinsinden anlatılabilecek sonuçlara ulaşmıştı. Aristoteles ve Archimedes'in astronomideki yaklaşımları bu bilimin iki değişik gelişimine yol açtı. Aristo'yu izleyenler gezegenlerin yörüngelerinin çemberler olduğunu ileri sürerken, özellikle Büyük İskender'in fetihleri sonunda Babillilerin gözlemlerin ve matematik yöntemlerini tanıyan diğerleri, nedenleri bir yana bırakarak gezegenlerin konumlarını hesaplamakta kullanılacak matematiksel bir model geliştirmeye yöneldiler. Bu ikinci geleneğin en yetkin temsilcisi İ. S. 2. yüz-yılda yaşamış olan Ptolemaios'tu.

ERATOSTHENES (İ. Ö. 276 - 194)

Yunanlı astronom, coğrafyacı, matematikçi ve filozof olan Eratosthenes, İ. Ö. 276 yılında Kuzey Afrika'da Cyrene'de doğdu. Eğitim ve öğretimini İskenderiye ve Atina'da tamamladı. Helenizm devrinde yetişen en büyük coğrafya bilginidir. Bilim adamı olduğu kadar ozanlığıyla da tanınır. Matematik, astronomi ve felsefe ile uğraştı. İ. Ö. 245 yılına doğru Mısır Kıralı III. Ptolemaios tarafından İskenderiye şehrine çağrılmadan önce, uzun zaman Atina'da oturdu. İlk öğrenimi Atina'da geçti. III. Ptolemaios onu

oğlunun eğitimi ve ünlü İskenderiye kitaplığının yönetimi ile görevlendirildi. Erastosthenes, felsefe, gramer, kronoloji ve coğrafya gibi çok çeşitli alanlarda çalıştı. Bu çalışmaları sonucunda çok önemli sonuçlar gerçekleştirdi. İskenderiye kitaplığından oldukça yararlandı. Fakat, o daha çok matematikçi olarak iki buluşuyla tanınır. Bunlardan ilki, asal sayıların bulunmasına yarayan ve kendi adını taşıyan ünlü Erastrosthenes eleği veya kalburudur. İkincisi, orta orantılı problemin çözümü için tasarladığı bir hesap aletidir.



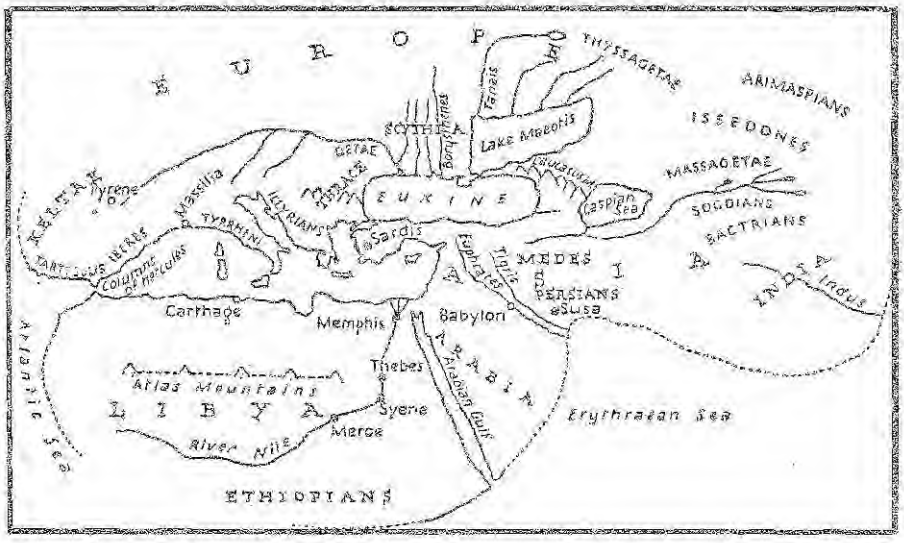
İ. Ö. 500 yıllarında Hecataeus'un yaptığı sanılan yaklaşık bir dünya haritası.

Eratosthenes, İskenderiye bilginlerindendir. Felsefeyle ilgisi ikinci derecede olmakla birlikte, İskenderiye okulunun parlak temsilcilerinden biridir. Babası bu şehrin bilginlerinden Agalos'tur. Eratosthenes, Cyrene'de İ. Ö. 295 yılında doğup 214 yılında öldüğünü yazanlar olduğu gibi, bazı kaynaklara göre de İ. Ö. 284 yılında doğup 192 yılında ölmüştür. Özet olarak söylenirse, doğum ve ölüm tarihleri hakkında çelişkili yazılar vardır. Fakat, çoğunun ortak olarak gösterdiği tarihler İ. Ö. 276 - 194 yılları arasında yaşamış olduğunda birleşirler.

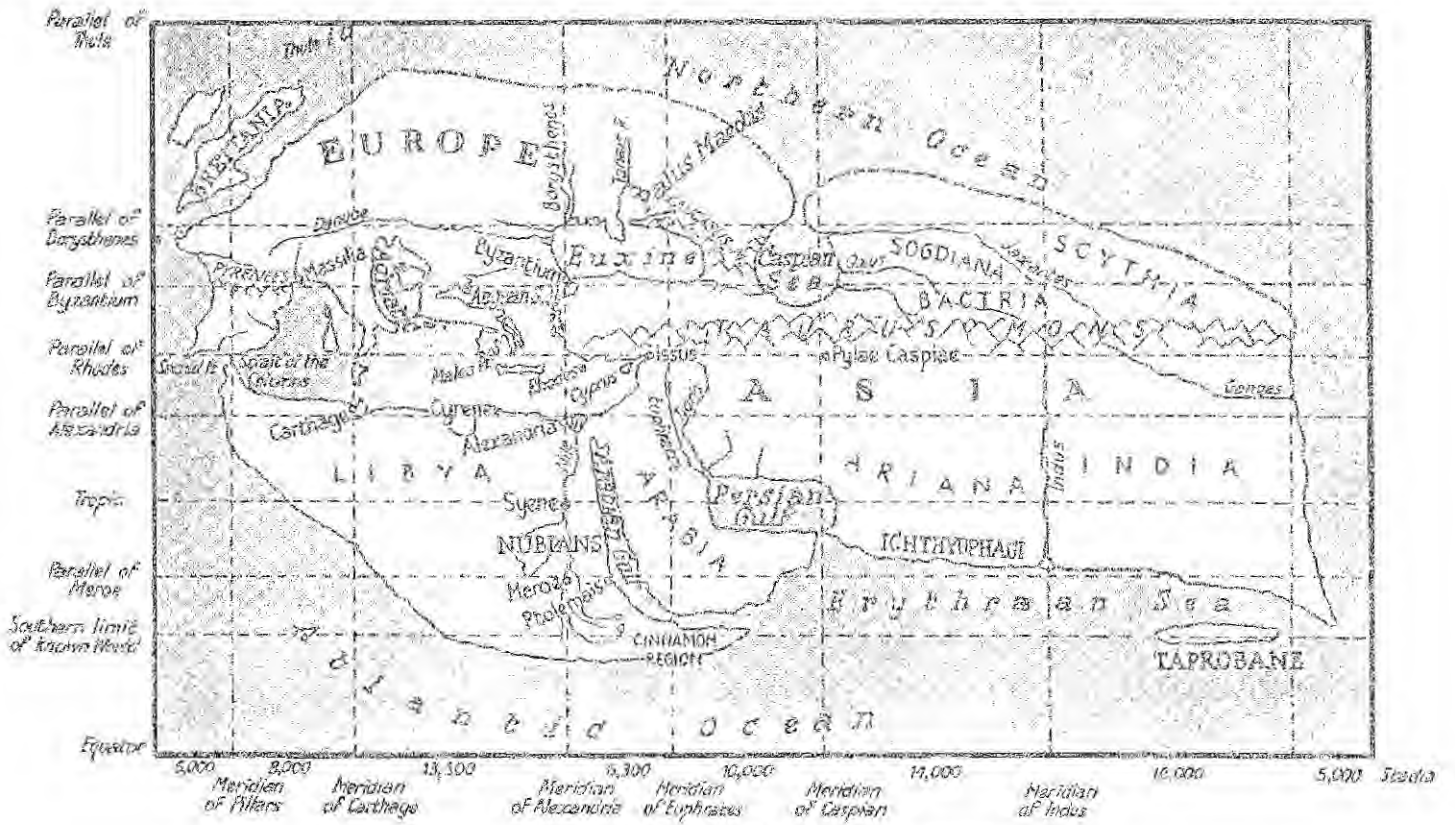
Eratosthenes.

Eratosthenes kendi ülkesinde Lisanias'ın, Atina'da stoacı ve Sisamlı Ariston'la edebiyatçı Kallimak'ın öğrencisi olmuştur. Fakat bunlardan hiç biri onun çok küçük yaşta gösterdiği büyük yeteneği geliştirememişlerdir. Takma adının, şiir, felsefe, eleştiri, geometri ve diğer bilimlerin hepsinde üstat demek olan pantatle olmasına karşın, diğer bir takma adı da Beta'dır. Bu sözcük Yunan alfabesinin ikinci harfidir. Bilgi sorunlarında birinciliği her zaman rakiplerine terk ettiğini ifade eder. Fabrisius, onun elli kadar kitap yazdığını adlarıyla birlikte kaydeder. Bunların tümü kaybolmuştur. Fikirleri ikinci ellerden öğrenilmektedir. Çok sayıda şiir de yazmıştır. Ölünceye kadar İskenderiye Kütüphanesi'nde müdür olarak görev yapmıştır.

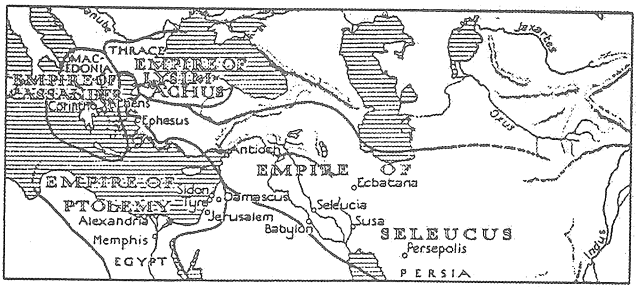
Hecataeus'un İ. Ö. 517 yıllarında yaptığı yaklaşık dünya haritası son çizgileri.



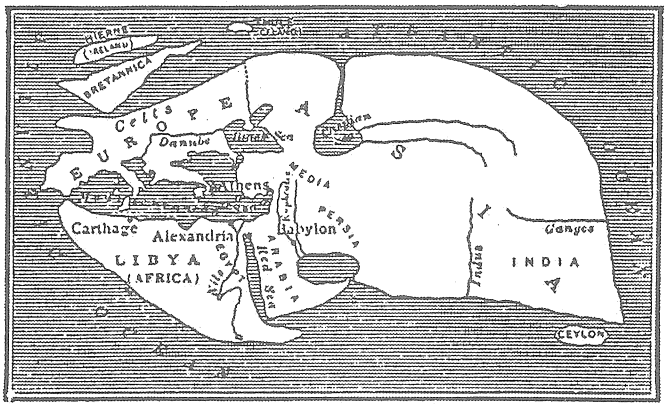
Tarihçi Herodot'un İ. Ö. 450 yıllarında yaptığı yaklaşık dünya haritası ve son çizgileri.



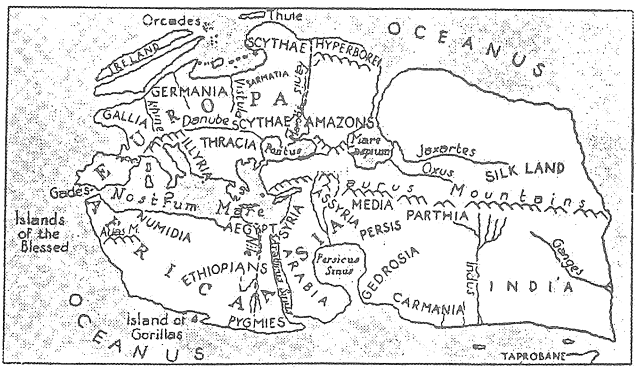
The World according to Eratosthenes.



Büyük İskender'in imparatorluğu ve düzeltilmiş haritasıyla İ. Ö. 323 yıllarındaki yerleşim yerleri.



Eratosthenes'in İ. Ö. 250 yıllarında yaptığı harita.

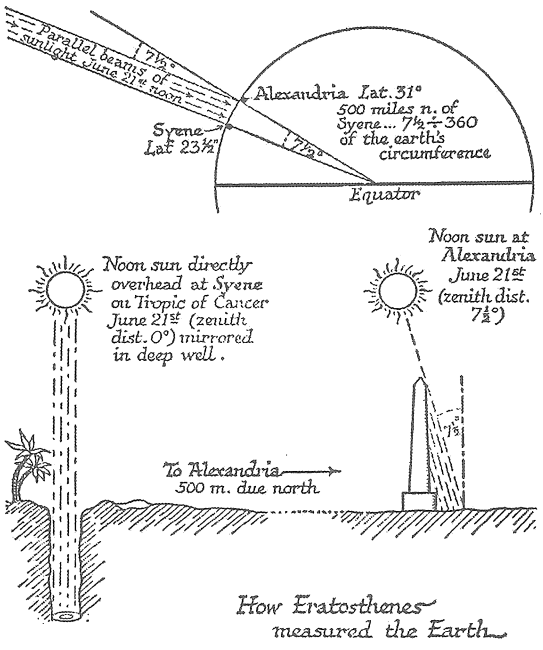


Pomponius Mela'nın İ. S. 40 yıllarında yaptığı dünya haritası ve yerleşim merkezleri.

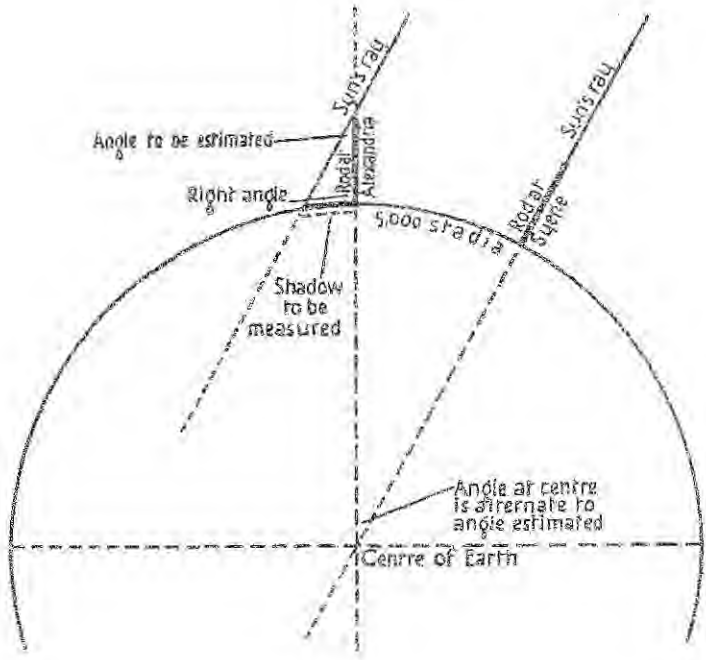
Aratus'un, Olaylar adlı eserine ilişkin yazdığı yorumlamaya yıldız kümelerinin efsanevi kaynaklarını anlatan Catasterismes adlı eseri ele geçmiştir. Kitaplarından ahlakı ilgileyenlerin adı şunlardır. İyilik ve Kötülüklere İlişkin, Ruhun Esenliğine İlişkin ve Zengin ve Fakirliğe İlişkin kitapları sayılabilir.

Yerkürenin çevresini ilk olarak kesin bir biçimde hesaplayan Eratosthenes'tir. Bu amaçla, Assuan ile İskenderiye arasındaki meridyen yayının derece hesabıyla uzunluğunu buldu. Bundan yararlanarak, dünya çevresini kesin olarak hesapladı. Ünlü Archimedes'le uzun yıllar arkadaşlık yaptı. Onu, çalışmalarında destekledi. Archimedes'in tüm çalışmalarını mektuplarıyla izledi.

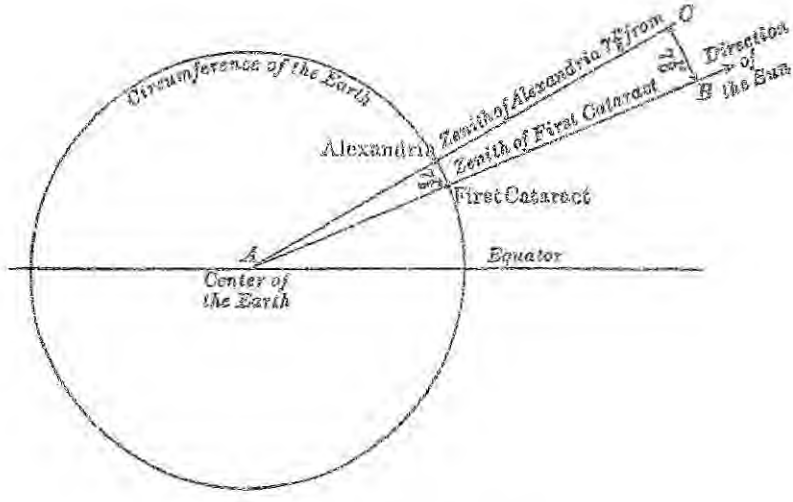
Yaz gün dönümünde, Assuan'da Güneş'in gökte, düşey bulunduğunu, çünkü ışınların Assuan'daki en derin kuyuların dibine kadar girdiğini öğrenince, güneş saati gölesinin izdüşümü yardımıyla İskenderiye'de Güneş ışınlarının aynı zamanda düşey ile yaptığı açıyı ölçtü. Bu açıyı 7° ve 12´ olarak buldu. Güneş ışınları doğrusal bir yolla ilerlediğine ve birbirine paralel olduğuna göre, böylece ölçülen açının kesin olarak yerküresinin Assuan ve İskenderiye'deki yarıçapları arasındaki açıya eşit olduğunu ve bu iki kentin meridyen üzerinde kesiştikleri yayın derece ile uzunluğuna karşılık geldiğini gördü. Bu iki şehir arasındaki uzaklığı ölçtü ve yerin çevresinin 40 milyon metre olduğunu hesapladı.



Eratosthenes'in dünya çevresinin hesabındaki geometrik çizimler ve ölçümler.

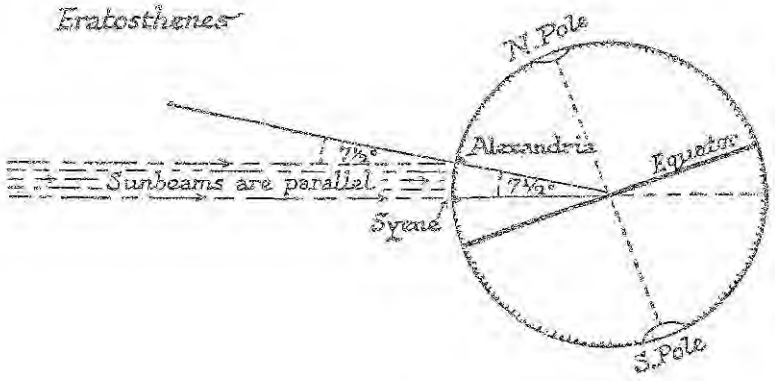


Eratosthenes'in geometrik çizimleri.



Eratosthenes'in ölçümleri ve dünyası.

Syene şehri, orta Afrika'da Assuan'da ve İskenderiye'nin 800 kilometre güneyindedir. Eratosthenes, Güneş ışınlarının yaptığı sapmadan ve iki kent arasındaki uzaklığa ilişkin olarak gezginlerin verdiği bilgilerden yararlanarak yerin çevresini hesapladı.



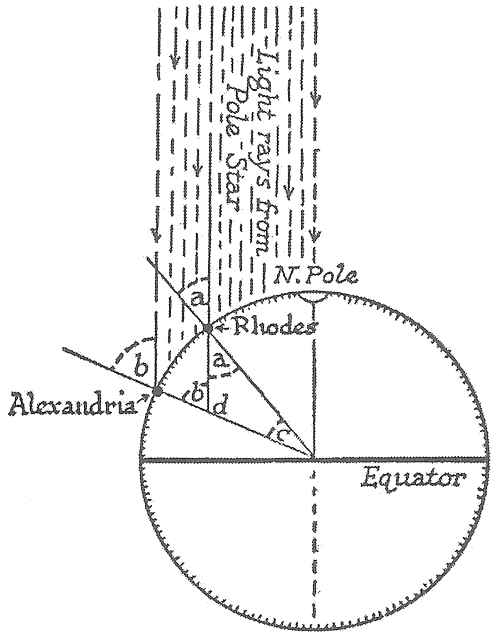
21 Haziran'da, Assuan yakınlarındaki Syene şehrinde Güneş ışınları kuyunun dibine kadar dik olarak iner. Yine aynı gün, yani 21 Haziran'da İskenderiye şehrinde ışınlar 7.2 derece kadar bir eğim gösterir. Syene ile İskenderiye arasındaki yay 5000 stadia kadardır. 7.2 derece 360 derecenin ellide biri kadar olduğundan, dünyanın çevresi Syene ile İskenderiye kentleri arasındaki uzaklığın elli katı, yani 250.000 stadia olur. Çevre belli olunca Dünyanın yarıçapının hesabı Ç = 2πr formülünden yaklaşık olarak 40.000 stadia olarak bulunur.

Eratosthenes, coğrafyayı ve astronomiyi geometrik kurallara bağlayan bir bilgindir. Bunun için fazla bir matematik bilgisi ve aleti de kullanmaz. Bu konuda ona dört işlem yeterlidir. Kullandığı şeylerden ikisi de, ışınların paralel olarak yayılması, içters ve yöndeş açıların eşitliğidir.

Dünya'nın çevresi ve yarıçapının hesabının ikinci bir yolu da, kutup yıldızından yararlanarak yapılmıştır. İskenderiye ile Rodos adası arasındaki uzaklık D olarak ölçülmüştür. Ayrıca, a+d+c = 180°, a+c = 180°–d = b olduklarından a+c = 180°–d veya c = b–a olur. Buna göre, İskenderiye ve Rodos adasındaki b ve a açıları ölçülebildiğinden, c açısı c = b–a yazılır. Öyleyse, Dünya'nın çevresi Dx360/c veya Dx360/(b–a) ifadesinden bulunur. Bundan sonra yarıçapın hesabı artık kolaydır.

Eratosthenes'in kullandığı uzunluk ölçüleri stadion oldukça kuşkuludur. Bu nedenle de elde ettiği sonucun doğruluğu kesin değildir. Ama yöntemi doğru ve bilimseldir. Burada sadece ölçüm hataları olabilir. Onun bulduğu sonucun, bugün modern astronomlarca kabul edilen ölçümden yüzde elli ile on yedi arasında değişen oranlarda farklı olduğu sanılmaktadır. Eratosthenes ayrıca, tutulumun yatıklık açısını yani Yer

ekseninin eğim açısını da hatasız olarak ölçtü. Buna göre bir yıldız kataloğu hazırladı. Matematik üzerine yapıtı yine İskenderiyeli Pappus'un yazılarından bilinir.



Eratosthenes, İskenderiye ve Atina'da öğrenim gördükten sonra İ. Ö. 255 yıllarında İskenderiye'ye yerleşti. Buradaki ünlü İskenderiye Kütüphanesi'nin müdürü oldu. Artık yılları da içeren bir takvim geliştirdi ve uzun zaman bu takvim Mısır'da ve Yunanistan'da kullanıldı. Troya kuşatmasından başlayarak edebi ve siyasi olayların tarihlerini saptamaya çalıştı. Yapıtları arasında astronomiye ilişkin konulardan esinlenerek yazdığı bir şiiri ile tiyatro ve etik üzerine yazıları yer alır. Yaşlılığında gözleri görmemeye başlayınca yemek yemeyi keserek intihar ettiği söylenir.

İ. Ö. 332 yıllarında Büyük İskender Mısır'ı kuşattı. Arkasından İskenderiye kentine girdi. Şehir, Akdeniz yöresinden çok değişik ve farklı halklardan oluşuyordu. Bunlar, Mısırlılar, Yunanlılar, Yahudiler, Fenikeliler, Giritliler ve Kıbrıslılardı. Büyük İskender'den sonra Romalılar da bu şehire yerleştiler.

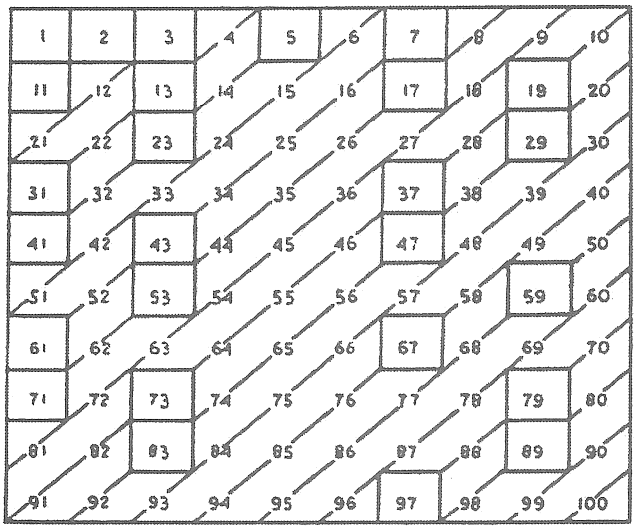
İskenderiye şehrinde sıtma dahil her türlü salgın hastalık yaygın olduğundan, bu hastalıkların önlenmesi ve hastaların iyileştirilmesi için tıp bilimi hızla ilerliyordu. Ayrıca şehrin bir liman ve uğrak yeri olmasından, boya sanayi ve boyacılık, makine sanayi ve denizcilik çok ileriydi. İ. Ö. 323 yılında ölünce Mısır İskenderiyeli general Ptolemy yönetiminde bağımsızlığını ilan etti. Ptolemy hanedanlığı yönetimi Mısır'da uzun yıllar sürdü. Bu yönetim Romalı askerlerin Mısır'ı işgal etmesiyle son buldu.

İskenderiye Kütüphanesi ilk kez Julius Caesar'ın askerleri tarafından yakıldı. İkinci ve üçüncü yüzyıllarda yeniden toparlanan kütüphane, ikinci kez 415 yılında Hypatia'yı öldüren papaz Saint Cyril'in kışkırtığı halk tarafından tahrip edildi. Son olarak İskenderiye şehri 641 yılında Araplar tarafından işgal edildi ve Halife Ömer zamanında İskenderiye Kütüphanesi üçüncü kez yakıldı ve bir daha da kendisine gelemedi.

İskenderiye okulunda çok sayıda bilgin ve matematikçi yetişmiştir. Samoslu Aristarchus (İ. Ö. 310 - 250) ve Syracuseli Archimedes (İ. Ö. 287 - 212), bunların en ünlüleridir. Aristarchus ilk kez Ay'ın ve Güneş'in, Yer'e olan uzaklıklarını bağıl olarak hesaplamıştır. Archimedes pi sayısını doğru olarak belli bir basamağa kadar hesaplamıştır. Mekanik yine onun eseridir. Matematikçi ve astronom Hipparchus (İ. Ö. 150) ve Heron (İ. Ö. 100), İskenderiyeli ünlü bilginlerdir. İşte bu dönemlerde ünlü bir İskenderiyeli de Eratosthenes'dir.

Eratosthenes, Archimedes ve Apollonuis'un çağdaşıdır. Özellikle Archimedes'in çok yakın bir arkadaşı ve dostudur. Kendisi iyi bir atlet, şair, bilim adamı gibi birçok yetenekleri olan birisiydi. Çok sayıda astronomi aletleri yapmıştı. Julian takvimini önererek onda büyük yenilikler getirmişti. Onun takvimi dört yılda bir 366 günlük bir yıl içeriyordu. Her ne kadar Dünya'nın çevresini tam olarak hesaplamasa'da, yöntemi tam ve kesin olarak doğruydu. Eskiçağın ikinci bilgini olarak kabul edilir. Çoğu kez de ikinci Eflatun takma adıyla anılır. Onun takma adlarından biri de Beta'dır. Bu da, eskiçağda yaşayan yedi bilge kişinin ikincisi anlamındadır.

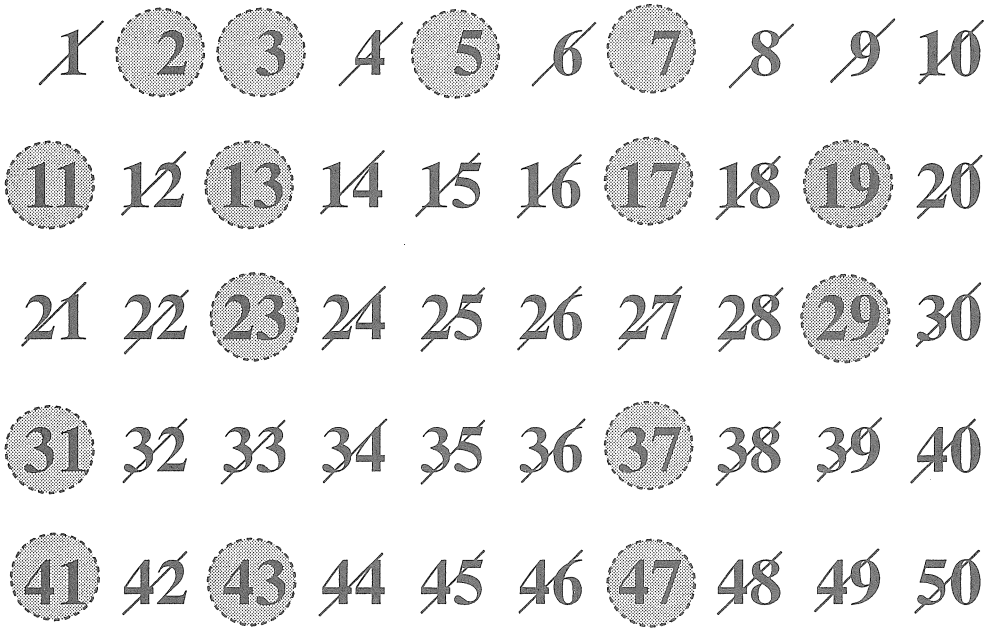
Plutarchos'un söylediğine göre, Güneş'in Yer'den uzaklığının 804 milyon stadia, Ay'ın uzaklığı da 780 bin stadia olarak hesaplanmıştır. Bunlar da o zamanki ölçümlere göre oldukça iyimser sayılardır.



Eratosthenes'i ünlü yapan ikinci bir şey, onun Eratosthenes kalburu veya eleğidir. Eratosthenes kalburu, doğal sayılar içindeki asal sayıları bulmak amacıyla geliştirilmiş olan sistematik bir yöntemdir. 1 sayısı atıldıktan sonra 2 sayısının katları, 3 sayısını izleyen bu sayının katları, aynı mantıkla giderek n sayısının katları doğal sayılar kümesinden atılarak devam edilirse, geriye 2 sayısından sonraki bütün asal sayılar kalır. Bu yöntem, İ. Ö. 3. yüzyılda yaşamış olan Yunanlı astronom ve matemakçi Kyreneli Eratosthenes tarafından geliştirilmiştir. Yukarıdaki tabloda yüze kadar olan asal sayılar kareler içinde gösterilmiştir.

Eratosthenes'ten bu yana binlerce yıl geçtiği halde, asal sayıları veren genel bir formül bulunamamıştır. Bundan sonra da bulunabileceği sanılmamaktadır. Eratosthenes İ. Ö. 194 ya da 192 yılında İskenderiye kentinde ölmüştür.

Platonicien adlı yapıtında, "Geometrik orantı, bütün bilimlerin bağıdır" demesinden, kendisinin seçmeci bir düşünür olduğu anlaşılırsa da, derslerinde stoacılığı okutmuştur. Kronoloji ve coğrafyaya bilimsel bir temel vermiş ve matematik tarihine de adını geçirmiştir. Ondan kalan parçaları Berger, Geogr. Fragm. D. Eratosthenes başlığıyla 1880 yılında; Jacoby, Fragm. Griech. Historiker 1891 yılında yayınlandı. Bütün parçalarını Bernhardy 1882 yılında; şiirlerini Hillier 1872 yılında ve coğrafyaya ilişkin parçalarını Seidel 1799 yılında yayınladılar.



BAZI ASAL SAYILAR

1	13	25	37	49	61	73	85	97	109
2	14	26	38	50	62	74	86	98	110
3	15	27	39	51	63	75	87	99	111
4	16	28	40	52	64	76	88	100	112
5	17	29	41	53	65	77	89	101	113
6	18	30	42	54	66	78	90	102	114
7	19	31	43	55	67	79	91	103	115
8	20	32	44	56	68	80	92	104	116
9	21	33	45	57	69	81	93	105	117
10	22	34	46	58	70	82	94	106	118
11	23	35	47	59	71	83	95	107	119
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120

121	133	145	157	169	181	193	205	217	229
122	134	146	158	170	182	194	206	218	230
123	135	147	159	171	183	195	207	219	231
124	136	148	160	172	184	196	208	220	232
125	137	149	161	173	185	197	209	221	233
126	138	150	162	174	186	198	210	222	234
127	139	151	163	175	187	199	211	223	235
128	140	152	164	176	188	200	212	224	236
129	141	153	165	177	189	201	213	225	237
130	142	154	166	178	190	202	214	226	238
131	143	155	167	179	191	203	215	227	239
132	144	156	168	180	192	204	216	228	240

241	253	265	277	289	301	313	325	337	349
242	254	266	278	290	302	314	326	338	350
243	255	267	279	291	303	315	327	339	351
244	256	268	280	292	304	316	328	340	352
245	257	269	281	293	305	317	329	341	353
246	258	270	282	294	306	318	330	342	354
247	259	271	283	295	307	319	331	343	355
248	260	272	284	296	308	320	332	344	356
249	261	273	285	297	309	321	333	345	357
250	262	274	286	298	310	322	334	346	358
251	263	275	287	299	311	323	335	347	359
252	264	276	288	300	312	324	336	348	360

BAZI ASAL SAYILAR

361	373	385	397	409	421	433	445	457	469
362	374	386	398	410	422	434	446	458	470
363	375	387	399	411	423	435	447	459	471
364	376	388	400	412	424	436	448	460	472
365	377	389	401	413	425	437	449	461	473
366	378	390	402	414	426	438	450	462	474
367	379	391	403	415	427	439	451	463	475
368	370	392	404	416	428	440	452	464	476
369	381	393	405	417	429	441	453	465	477
370	382	394	406	418	430	442	454	466	478
371	383	395	407	419	431	443	455	467	479
372	384	396	408	420	432	444	456	468	480

481	493	505	517	529	541	553	565	577	589
482	494	506	518	530	542	554	566	578	590
483	495	507	519	531	543	555	567	579	591
484	496	508	520	532	544	556	568	580	592
485	497	509	521	533	545	557	569	581	593
486	498	510	522	534	546	558	570	582	594
487	499	511	523	535	547	559	571	583	595
488	500	512	524	536	548	560	572	584	596
489	501	513	525	537	549	561	573	585	597
490	502	514	526	538	550	562	574	586	598
491	503	515	527	539	551	563	575	587	599
492	504	516	528	540	552	564	576	588	600

601	613	625	637	649	661	673	685	697	709
602	614	626	638	650	662	674	686	698	710
603	615	627	639	651	663	675	687	699	711
604	616	628	640	652	664	676	688	700	712
605	617	629	641	653	665	677	689	701	713
606	618	630	642	654	666	678	690	702	714
607	619	631	643	655	667	679	691	703	715
608	620	632	644	656	668	680	692	704	716
609	621	633	645	657	669	681	693	705	717
610	622	634	646	658	670	682	694	706	718
611	623	635	647	659	671	683	695	707	719
612	624	636	648	660	672	684	696	708	720

BAZI ASAL SAYILAR

721	733	745	757	769	781	793	805	817	829
722	734	746	758	770	782	794	806	818	830
723	735	747	759	771	783	795	807	819	831
724	736	748	760	772	784	796	808	820	832
725	737	749	761	773	785	797	809	821	833
726	738	750	762	774	786	798	810	822	834
727	739	751	763	775	787	799	811	823	835
728	740	752	764	776	788	800	812	824	836
729	741	753	765	777	789	801	813	825	837
730	742	754	766	778	790	802	814	826	838
731	743	755	767	779	791	803	815	827	
732	744	756	768	780	792	804	816	828	840

841	853	865	877	889	901	913	925	937	949
842	854	866	878	890	902	914	926	938	950
843	855	867	879	891	903	915	927	939	951
844	856	868	880	892	904	916	928	940	952
845	857	869	881	893	905	917	929	941	953
846	858	870	882	894	906	918	930	942	954
847	859	871	883	895	907	919	931	943	955
848	860	872	884	896	908	920	932	944	956
849	861	873	885	897	909	921	933	945	957
850	862	874	886	898	910	922	934	946	958
851	863	875	887	899	911	923	935	947	959
852	864	876	888	900	912	924	936	948	960

961	973	985	997	1009	1021	1033	1045	1057	1069
962	974	986	998	1010	1022	1034	1046	1058	1070
963	975	987	999	1011	1023	1035	1047	1059	1071
964	976	988	1000	1012	1024	1036	1048	1060	1072
965	977	989	1001	1013	1025	1037	1049	1061	1073
966	978	990	1002	1014	1026	1038	1050	1062	1074
967	979	991	1003	1015	1027	1039	1051	1063	1075
968	980	992	1004	1016	1028	1040	1052	1064	1076
969	981	993	1005	1017	1029	1041	1053	1065	1077
970	982	994	1006	1018	1030	1042	1054	1066	1078
971	983	995	1007	1019	1031	1043	1055	1067	1079
972	984	996	1008	1020	1032	1044	1056	1068	1080

BAZI ASAL SAYILAR

1081	**1093**	1105	**1117**	**1129**	1141	**1153**	1165	1177	1189
1082	1094	1106	1118	1130	1142	1154	1166	1178	1190
1083	1095	1107	1119	1131	1143	1155	1167	1179	1191
1084	1096	1108	1120	1132	1144	1156	1168	1180	1192
1085	**1097**	**1109**	1121	1133	1145	1157	1169	**1181**	**1193**
1086	1098	1110	1122	1134	1146	1158	1170	1182	1194
1087	1099	1111	**1123**	1135	1147	1159	**1171**	1183	1195
1088	1100	1112	1124	1136	1148	1160	1172	1184	1196
1089	1101	1113	1125	1137	1149	1161	1173	1185	1197
1090	1102	1114	1126	1138	1150	1162	1174	1186	1198
1091	**1103**	1115	1127	1139	**1151**	**1163**	1175	**1187**	1199
1092	1104	1116	1128	1140	1152	1164	1176	1188	1200

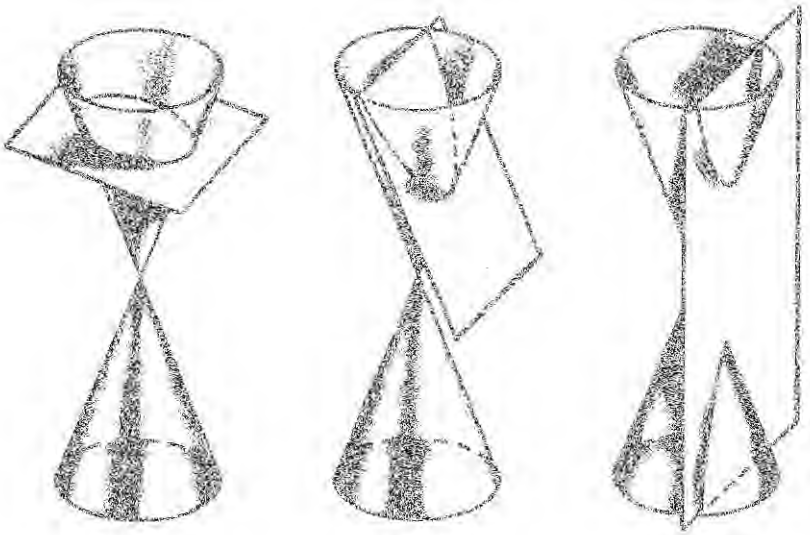
1201	**1213**	1225	**1237**	**1249**	1261	1273	1285	**1297**	1309
1202	1214	1226	1238	1250	1262	1274	1286	1298	1310
1203	1215	1227	1239	1251	1263	1275	1287	1299	1311
1204	1216	1228	1240	1252	1264	1276	1288	1300	1312
1205	**1217**	**1229**	1241	1253	1265	**1277**	**1289**	**1301**	1313
1206	1218	1230	1242	1254	1266	1278	1290	1302	1314
1207	1219	**1231**	1243	1255	1267	**1279**	**1291**	**1303**	1315
1208	1220	1232	1244	1256	1268	1280	1292	1304	1316
1209	1221	1233	1245	1257	1269	1281	1293	1305	1317
1210	1222	1234	1246	1258	1270	1282	1294	1306	1318
1211	**1223**	1235	1247	**1259**	1271	**1283**	1295	**1307**	**1319**
1212	1224	1236	1248	1260	1272	1284	1296	1308	1320

1321	1333	1345	1357	1369	**1381**	1393	1405	1417	**1429**
1322	1334	1346	1358	1370	1382	1394	1406	1418	1430
1323	1335	1347	1359	1371	1383	1395	1407	1419	1431
1324	1336	1348	1360	1372	1384	1396	1408	1420	1432
1325	1337	1349	**1361**	**1373**	1385	1397	**1409**	1421	**1433**
1326	1338	1350	1362	1374	1386	1398	1410	1422	1434
1327	1339	1351	1363	1375	1387	**1399**	1411	**1423**	1435
1328	1340	1352	1364	1376	1388	1400	1412	1424	1436
1329	1341	1353	1365	1377	1389	1401	1413	1425	1437
1330	1342	1354	1366	1378	1390	1402	1414	1426	1438
1331	1343	1355	**1367**	1379	1391	1403	1415	**1427**	**1439**
1332	1344	1356	1368	1380	1392	1404	1416	1428	1440

APOLLONİUS (İ. Ö. 260? - 200? - 170?)

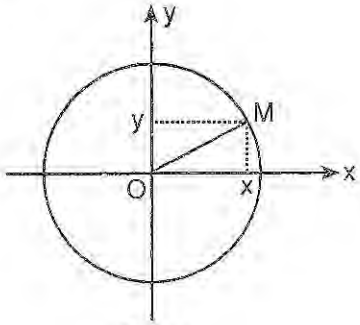
Zamanında çok bilinmeyen, fakat 1600 yıllarında değeri anlaşılan Yunan matematikçilerinden biri de Bergamalı Apollonius'tur. Eski çağ matematikçilerinin en büyüklerinden biridir. İ. Ö. 267 veya 260 yıllarında, Pamfilya denilen Teke Sancağı'nın Perga kentinde dünyaya gelmiştir. Bazı kitaplarda doğum yılı İ. Ö. 262 olarak da geçer. Bu nedenle doğum tarihi gibi ölüm tarihi de kesin değildir.

Apollonius, Mısır'ın İskenderiye kentine giderek orada yaşamıştır. Öklit'ten sonra gelen matematikçilerden dersler alarak kendini yetiştirmiştir. Bir aralık Bergama'ya giderek orada kalmış, burada matematikçi Ödemus ve eski Bergama hükümdarı Atal ile bilimsel ilişkilerde bulunmuştur. Matematikçi Pappus, Apollonius'un bencil, öfke düşkün, kibirli ve gururlu biri olduğunu yazmaktadır. Apollonius'un yaptığı çalışmalar ve buluşlar, sanıyorum onun bu zayıf taraflarını örtecek kadar kuvvetlidir. Çarpmaya ilişkin birçok buluşu vardır. Tümü geometriye ait yedi ya da sekiz kitabı vardır. Koniklere ilişkin buluşları onu şöhretin zirvesine çıkarmıştır. Birçok eserinin kaybolmasına karşın, bazı yapıtları Pappus tarafından yeniden ortaya çıkarılmıştır.

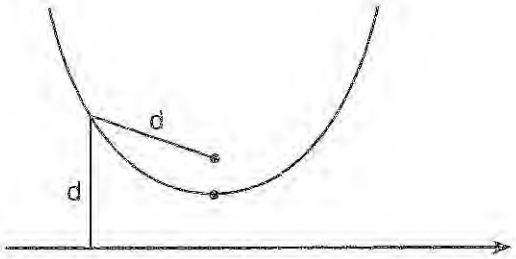


Elips Parabol Hiperbol

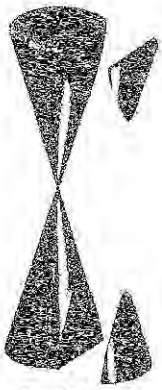
Çağdaşları tarafından Büyük Geometrici olarak adlandırılan Apollonius'un Konikler adlı eseri antik dünyadan günümüze kalan en büyük bilimsel yapıtlardan biridir. Apollonius'un, başta İskenderiyeli ve İ. S. 320 yılları yöresinde yaşayan Pappus olmak üzere, daha sonraki matematikçi yazarlar tarafından adları ve içerikleri hakkında günümüze bilgi ulaştıran yapıtlarının çoğu kayıptır.



Daire



Parabol



Parabol

Daire

Elips

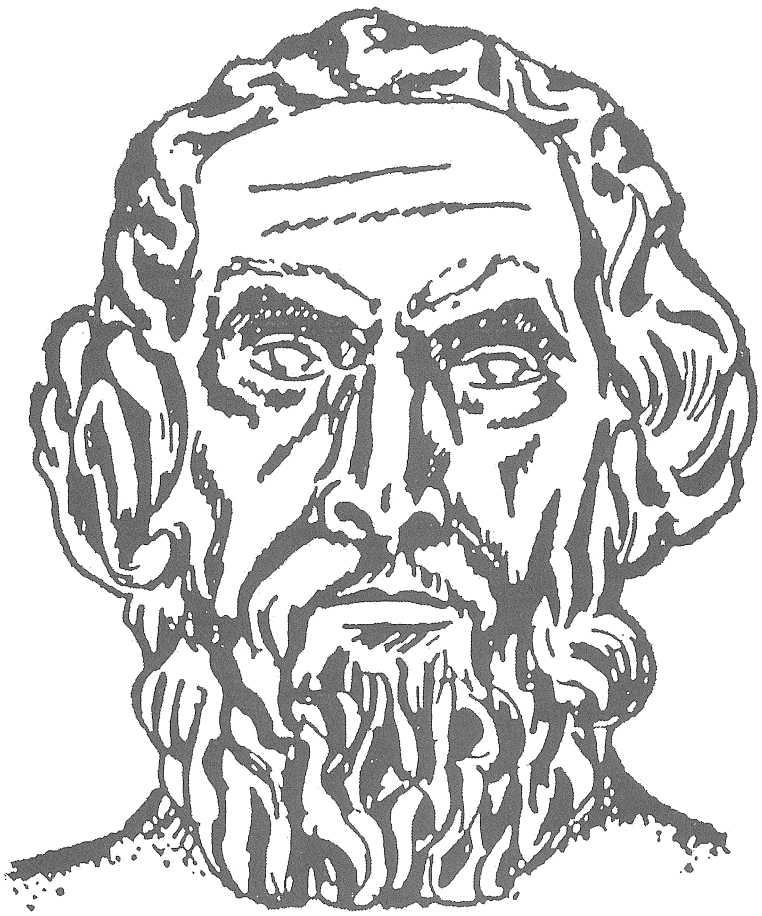
Hiperbol

Üçgen

Koni kesitleri.

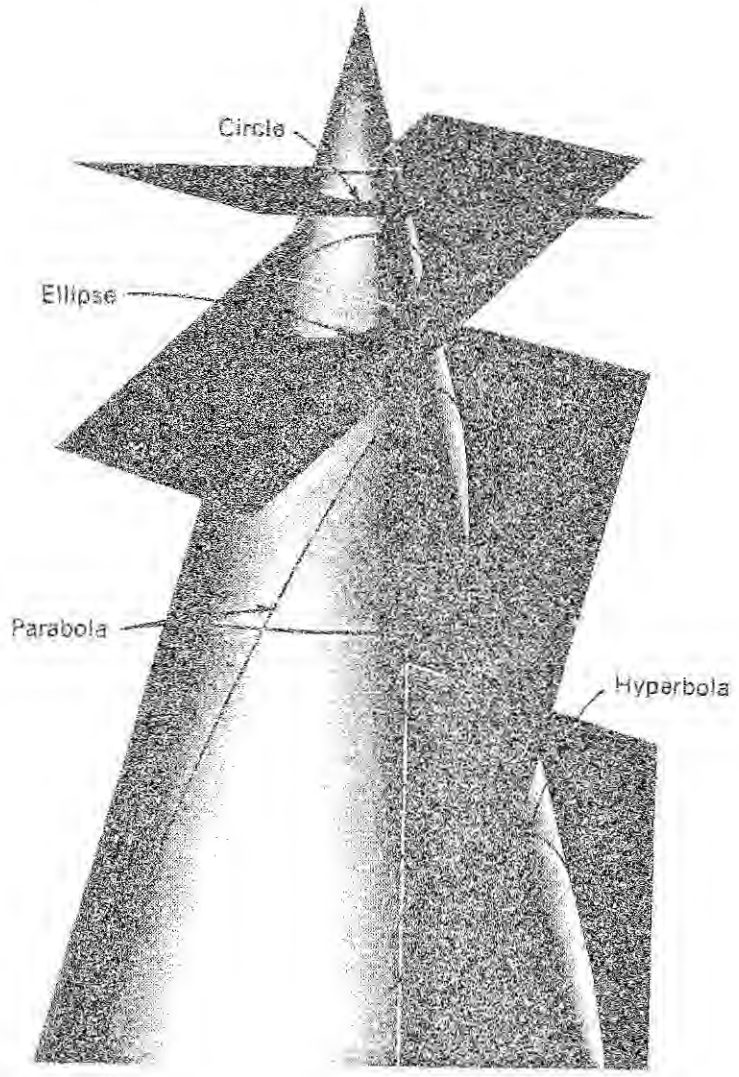
Apollonius, Pappus'a göre İskenderiye'de Öklit'in öğrencilerinden öğrenim gördü. Sonra aynı kentteki üniversitede ders verdi. Batı Anadolu'daki Helenistik krallığın başkanti Bergama'yı ve burada yeni kurulan, İskenderiye'dekinin benzeri kitaplık ve üniversiteyi ziyaret etti. Ödemus ve Atal ile tanıştığı bu kentte Konikler adlı yaptına ilk biçimi verdi. Bu yapıtın son yazımının ilk üç kitabının önsözleri Ödemus'a, öbürleriyse kimi bilim adamlarınca Bergama kıralı 1. Atal olduğuna inanılan Atal adına sunulmuştur.

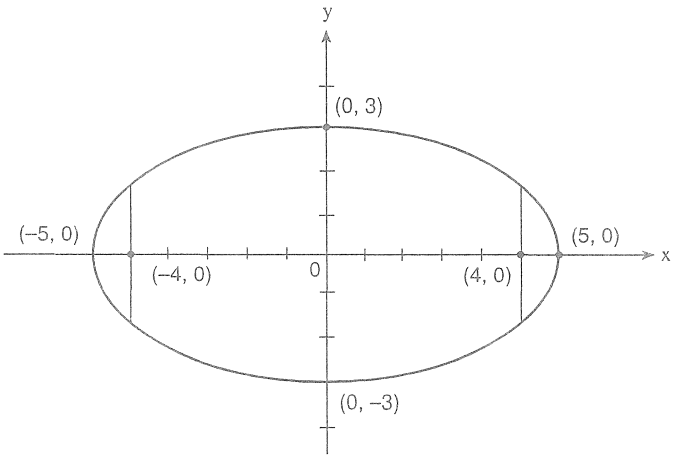
Apollonius, Euclides'e, Somoslu Konon'a ve Kyreneli Nikoteles'e değinmelerinden anlaşıldığı gibi, kendisinden öncekilerin çalışmalarından en iyi biçimde yararlanmayı bilmiştir. Konikler'in ilk dört kitabı, bu konunun daha önce Euclides, Aristaios ve Menaikhmos tarafından öne sürülen ana ilkelerin sistematik anlatımını kapsar. Ancak,



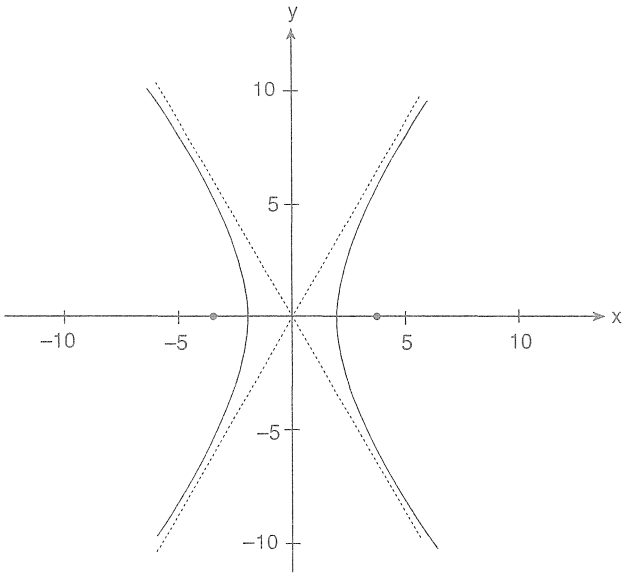
Apollonius.

yine de üçüncü kitaptaki birçok teorem ve dördüncü kitabın büyük bir bölümü özgündür. Çember, parabol, elips ve hiperbol ilk kez bu kitaplarda adlandırılmıştır. Beşinci, altıncı ve yedinci kitaplar tümüyle özgündür. Apollonius'un dehasının doruğunu sergileyen beşinci kitapta normaller, teğet özelliklerinden bağımsız olarak, verilen noktalardan bir eğriye çizilen minimum ve maksimum doğrular olarak ele alınır ve kimi özel noktalardan çizilebilecek normallerin sayısı irdelenir. Burada normallerin ayakları çizim yoluyla bulunur. Bir koniğin herhangi bir noktasındaki eğrilik merkezinin saptanmasını ve eğrilik merkezlerinin geometrik yerini dikey koordinat denklemine geçilmesini sağlayan önermeler verilir.





Elips.



$9x^2 - 4y^2 = 36$

Hiperbol.

Apollonius'un toplam on üç kitabı vardır. Konikler'in ilk dört kitabı özgün Yunanca yazımıyla, öbür yedi cildi Arapça çevirileriyle günümüze kadar gelmiştir. Yine Arapça çevirisi olan sekizinci cildi kaybolduğu için bulunamamıştır. Apollonius'un Konikler dışında günümüze ulaşabilen tek yapıtı, yalnızca Arapça çevirisi bulunan Orantılı Kesme'dir. Pappus bunlardan başka Alan Kesimi, Belirli kesit, Teğetler, Eğimler ve Düzlemsel Geometrik Yerler adlarında beş ayrı kitaptan daha söz etmektedir.

Teğetler, düzlemdeki nokta, doğru ve çemberlerden oluşan kümenin verilen üç öğesinin üçüne de teğet olan çemberin çizimini irdeler. Bu genel problemin özel durumlarının en güç olanı, Apollonius problemi olarak da bilinen, verilen üç çembere teğet çemberin çizilmesidir.

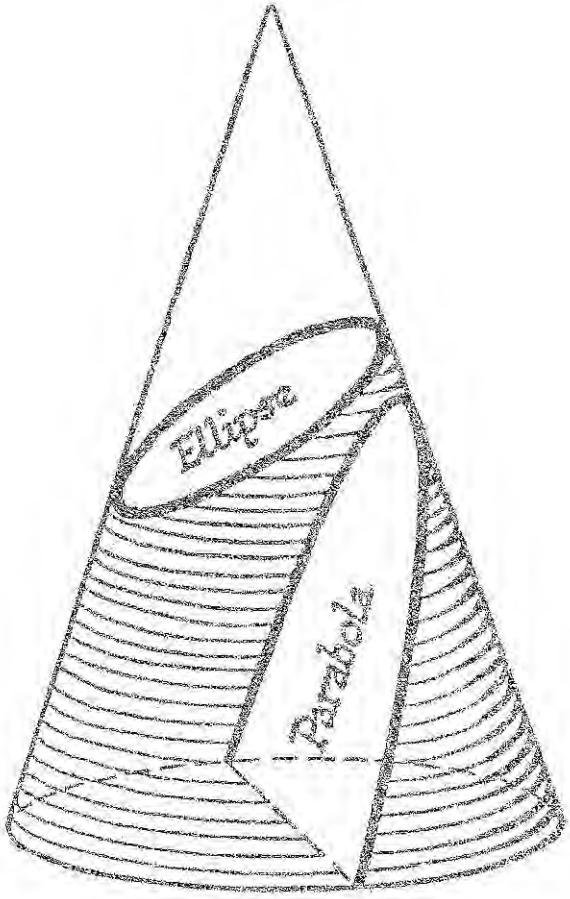
Apollonius, Euclides geometrisini benimseyerek onu daha ileri düzeylere götürmüştür. Teorik ve sentetik geometrici olarak 19. yüzyıldaki Steiner'e kadar Apollonius'un bir eşine daha rastlanmaz. Konikler adı altında bugün bildiğimiz elips, çember, hiperbol ve parabol kesişimlerine ilişkin problemlerin birçoğu Apollonius tarafından bulunmuştur. Konikler her ne kadar Apollonius'tan 150 yıl kadar önce üzerinde çalışılmışsa da, Apollonius kendisinden önceki çalışmaları ve kendi öz buluşlarını sekiz kitapta toplamıştır. Beş ayrı kitabından da söz edilir. Bunların çoğu onun çalışmalarının ürünü ve ilerletilmiş halidir. Yedi ayrı özgün araştırması vardır. Bu araştırmaların bazıları Arapçaya çevrilmiştir.

Apollonius'un konikler üzerinde çok çalışmaları vardır. Doğrular, çemberler, elips, parabol ve hiperbol onun en çok sevdiği konulardır. Yine, analitik geometri özelliklerinin hemen hemen tümünü Apollonius'a borçluyuz.

Dairesel tabanlı ve tepesinin her iki tarafından sonsuza kadar uzatılmış bir koni bir düzlemle kesilirse, bu düzlemle koni yüzeyinin kesişimi olan eğri, doğru, nokta, çember, hiperbol, elips veya parabol olacağını ilk kez Apollonius göstermiştir. Atılan merminin yörünge denkleminin bir parabol olacağı yine Apollonius tarafından bulunmuştur. Ayrıca astronomide önemli buluşları vardır.

Apollonius'un Antik Çağ yazarları tarafından sözü edilen bir başka kitabı da, optik konusundaki Yakan Ayna'dır. Apollonius bu kitabında, bir küresel aynaya çarpan paralel ışınların, önceleri inanıldığı gibi kürenin merkezine yansıtılamayacağını göstermiş ve paraboloik aynanın odağına ilişkin özellikleri incelemiştir. İ. S. 410 ile 485 yılları arasında yaşayan Proclos, Apollonius'un Silindir Biçimli Sarmal başlıklı bir çalışmasından söz etmiştir. Onsekizyüzlü ile Yirmiyüzlünün Karşılaştırılması adlı kitabında, bu cisimlerin aynı küre içinde oldukları durumu irdeleyen Apollonius, Eutokios'a (İ. S. 500) göre, Çabuk Elde Etme adlı çalışmasında pi sayısı için Archimedes'in bulduğu $(3\frac{10}{71}, 3\frac{1}{7})$ aralığından daha yakın bir değere ulaşmıştır.

Apollonius'un, başlığı bilinmeyen bir çalışmasında, büyük sayıları göstermede ve çarpmada kullanılmak üzere dörtlüler sistemini geliştirmiştir. Sıralanmamış İrrasyonel Sayılar Üzerine adlı kitabında da, Knidoslu Eudoksos tarafından geliştirilen ve Euclides'in Stoikheia adlı yapıtının onuncu kitabında sözü edilen irrasyonel sayılar kuramını genişlettiği öne sürülmüştür. Ptolemaios'un Almagest adlı yapıtındaki alıntılardan, gezegenlerin hareketlerini açıklamakta dışmerkezli sistemleri ve ilmek hareketini kullandığı anlaşılan Apollonius'un bir gezegenin sabit göründüğü noktaları da belirlemiş olması özellikle ilginçtir.

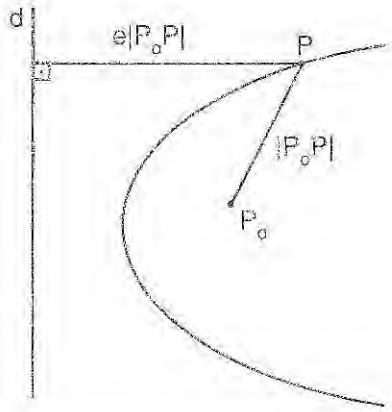


Elips, hiperbol ve parabol, Eflatun tarafından mekanik eğriler olarak adlandırılmıştır. Bu eğriler, yalnız pergel ve cetvel yardımıyla çizilemezler. Buna karşın, pergel ve cetvel yardımıyla, bu eğrilerin istenilen sayıda noktalarını elde edebiliriz. Apollonius ve konikler üzerine çalışma yapanların diğer bir hizmeti de, Kepler ve Kopernik'in Güneş ve gezegenlerin yörüngelerini hesaplamasında kullanmasıdır. Eğer bu geometriciler olmasaydı, Newton çekim yasasını belki de hiç bulamayacaktı. Yani, Kepler'in gezegenlerin yörüngeleri hakkındaki ince ve ustalıklı kullandığı hesaplamaları, Newton'un çekim yasasına ortam hazırlamıştır. Pergel ve cetvel yardımıyla üç çembere teğet çizme, Apollonius problemi olarak bilinir. Yine, sabit iki noktaya olan uzaklıkları oranı sabit olan noktaların geometrik yeri, bu sabit noktaları birleştiren doğru parçasını, verilen orana göre içten ve dıştan bölen noktalar arasındaki uzaklığı çap kabul eden bir çemberdir.

Apollonius İ. Ö. 190, 180 veya 170 yıllarında İskenderiye'de ölmüştür.

Şimdi, Apollonius'un yaptıklarını bugünkü modern dille verebiliriz.

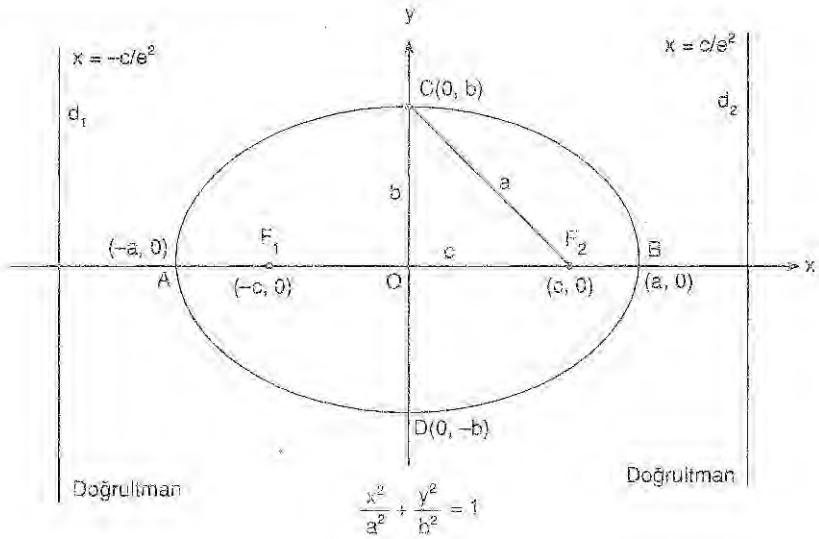
TANIM: Sabit bir d doğrusu ve bu doğru üzerinde olmayan sabit bir P_o noktası verilsin. P_o noktasına $|PP_o|$ ve d doğrusuna $e|PP_o|$ kadar uzaklıkta olan P noktalarının kümesine veya geometrik yerine konik adı verilir. P_o noktasına koniğin odağı, d doğrusuna koniğin doğrultmanı ve e sayısına da koniğin dış merkezliği ismi verilir.



Eğer $0 < e < 1$ ise, konik bir elips, $e = 1$ ise konik bir parabol ve $e > 1$ ise konik bir hiperboldür.

Şimdi, bu konikleri ayrı ayrı inceleyelim.

ELİPS ($0 < e < 1$) : Sabit iki noktaya olan uzaklıkları toplamı sabit olan noktaların geometrik yerine elips denir.



A, B, C ve D noktaları elipsin köşeleri, F_1 ve F_2 noktaları odakları d_1 ve d_2 doğruları doğrultmanları ve 0 ile gösterilen nokta da elipsin merkezidir.

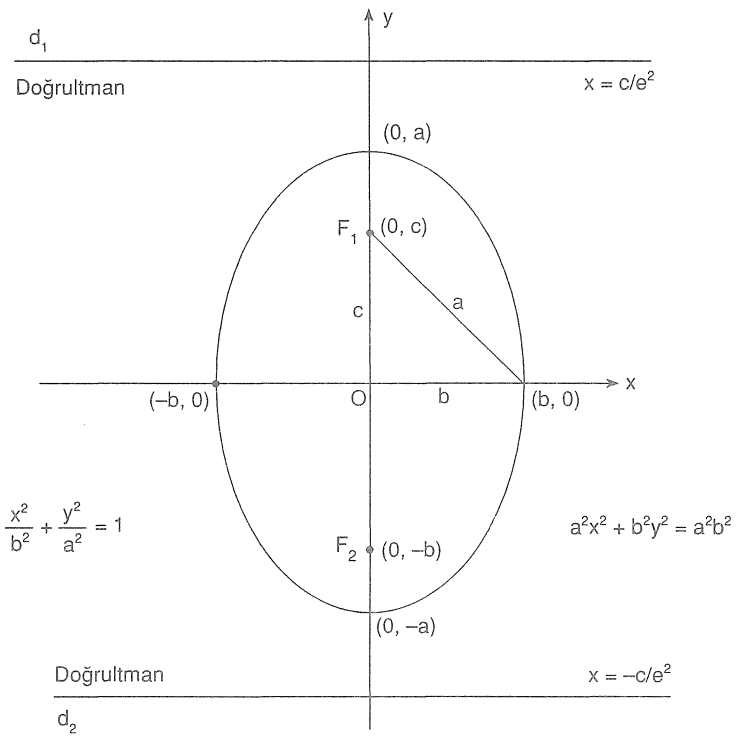
Merkezi, koordinat sisteminin başlangıç noktası ile çakışan ve odakları x ekseni üzerinde olan elipse merkezcil elips denir. Merkezcil elipsin denklemi,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

veya

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

olur. Bu haldeki merkezcil elipsin odakları (–c, 0), (c, 0), köşelerinin koordinatları (–a, 0), (a, 0), (0, –b) ve (0, b) biçimindedir. Ayrıca, merkezcil elipsin doğrultmanları $x = c/e^2$ ve $x = -c/e^2$ doğrularıdır. (–a, 0) ile (a, 0) noktaları arasındaki doğru parçasına temel veya esas eksen, (0, –b) ile (0, b) noktaları arasında kalan doğru parçasına da yardımcı eksen adı verilir. Buna göre, temel eksenin uzunluğu 2a ve yardımcı eksenin uzunluğu 2b kadardır. Ayrıca $c^2 = a^2 - b^2$ olduğu yukarıdaki elipsin içinde çizilen dik üçgenden kolayca görülür. e = c/a bölümüne dışmerkezlik adı verilir.



Eğer elipsin odakları y ekseni üzerinde ise, bu halde yine merkezcil elipsin denklemi

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

veya

$$a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$$

biçiminde yazılır.

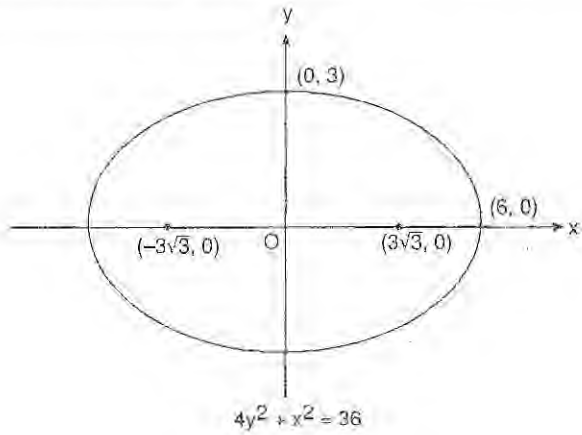
Bir elips, büyük ve küçük eksenlerinin uzunluğu ile bellidir. Yalnız, odaklarının hangi eksen üzerinde olduğu bilinirse kolayca çizilebilir. Bunun için birkaç örnek yapalım.

ÖRNEK: $4y^2 + x^2 = 36$ olan elipsin grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM: Verilen denklemin her iki yanı 36 sayısına bölünürse, elipsin bilinen biçimi

$$\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

olarak yazılır. Böylece, büyük eksenin uzunluğu $2a = 12$ ve küçük eksenin uzunluğu $2b = 6$ olarak bulunur. Buradan, $c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 9 = 27$ yazılır. Yani, büyük ekseni 12, küçük ekseni 6 ve odakları x ekseni üzerinde $(-3\sqrt{3}, 0)$ ve $(3\sqrt{3}, 0)$ olur. Dışmerkezlik $e = c/a = \sqrt{3}/2$ olarak bulunur. Doğrultmanları $x = \pm c/e^2 = \pm 4\sqrt{3}$ olarak bulunur. Bunlara göre verilen elipsin grafiği kolayca çizilir.



ÖRNEK : Odaklarından birisi (0, 4/3) ve küçük ekseninin uzunluğu b = 1 olan merkezcil elipsin denklemini yazınız.

ÇÖZÜM : Soruya göre, b = 1 ve c = 4/3 olarak veriliyor. Elips için $a^2 = c^2 + b^2 = 16/9 + 1 = 25/9$ olduğundan, a = 5/3 olarak bulunur. Odakların y ekseni üzerinde olduğu veriliyor. Buna göre, merkezcil elipsin denklemi

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

olduğundan, istenen denklem,

$$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{(5/3)^2} = 1$$

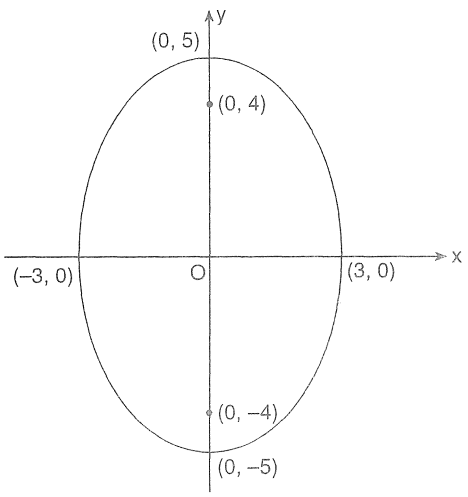
olarak bulunur.

ÖRNEK : Odakları (0, –4), (0, 4) ve köşeleri (0, –5), (0, 5) olan elipsin denklemini yazarak grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM : Bir kere odaklar y ekseni üzerindedir. a = 5 olarak veriliyor. c = 4 olduğundan b = 3 olur. Buna göre elipsin grafiği aşağıdaki şekildedir. Denklemi de

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

olarak yazılır.



ÖRNEK : Odakları (0, ±6) ve köşeleri (0, ±9) olan elipsin denklemini yazınız.

ÇÖZÜM : Elipsin odakları y ekseni üzerindedir. c = 6 ve a = 9 olarak veriliyor. Buna göre, $b^2 = 45$ olarak bulunur. Böylece denklem,

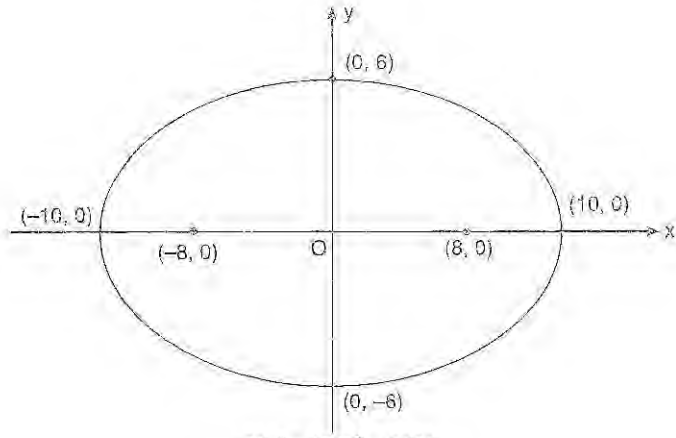
$$\frac{y^2}{81} + \frac{x^2}{45} = 1$$

olarak bulunur. Bu grafiği de siz çiziniz.

ÖRNEK : $36x^2 + 100y^2 = 3600$ olarak verilen elipsin grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM : Verilen eşitliğin her iki yanı 3600 sayısına bölünürse,

$$\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$$



yazılır. Buradan a = 10, b = 6 ve c = 8 olarak bulunur. Buna göre, verilen elipsin grafiği yukarıda olduğu gibidir.

ÖRNEK : $9x^2 + 25y^2 = 225$ olan elipsin durumunu inceleyiniz ve grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM : Verilen eşitliğin yanı 225 sayısına bölünürse,

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

olur. Buradan, a = 5, b = 3, c = 4 ve e = 4/5 olarak bulunur. Böylece, köşeler (±5, 0), (0, ±3), odaklar (±4, 0) ve doğrultmanlar $x = \pm c/e^2 = \pm 25/4$ olarak bulunur. Bu verilenlere göre, elipsin grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK : $16x^2 + 9y^2 = 144$ olan elipsin durumunu inceleyiniz ve grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM : Verilen eşitliğin her iki yanı 144 sayısına bölünürse,

$$\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{9} = 1$$

yazılır. Buradan a = 4, b = 3, $c = \sqrt{7}$ ve $e = c/a = \sqrt{7}/4$ olur. Buna göre, elipsin köşeleri (0, ±4) ve (±3, 0), odaklar $(0, \pm\sqrt{7})$ ve doğrultmanı $y = \pm 16\sqrt{7}/7$ olurak bulunur. Bu verilenlere göre, elipsin grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK : (6, 2) ve (–4, 3) noktalarından geçen merkezcil elipsin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM : Merkezcil elipsin denklemi,

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

biçimindedir. (6, 2) ve (–4, 3) noktaları bu denklemi sağlayacağından,

$$\frac{36}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1$$

$$\frac{18}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1$$

yazılır. Böylece, $a^2 = 52$ ve $b^2 = 13$ olarak bulunur. Buradan, elipsin denklemi,

$$\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{13} = 1 \quad \text{veya} \quad x^2 + 4y^2 = 52$$

olarak bulunur. Bu elipsin grafiğini siz çiziniz.

(x_o, y_o) noktasında merkezcil elipse teğet olan doğrunun denklemi

$$\frac{x_o x}{a^2} + \frac{y_o y}{b^2} = 1$$

olur.

ÖZET : a = esas eksen veya büyük eksen
b = küçük veya yardımcı eksen
c = odağın merkezinden olan uzaklığı,
e = dışmerezlik, $0 < e < 1$,

$a^2 = b^2 + c^2$, $a > b > 0$, $a > c > 0$ ve dışmerkezlik = $e = c/a$ olur. Ayrıca

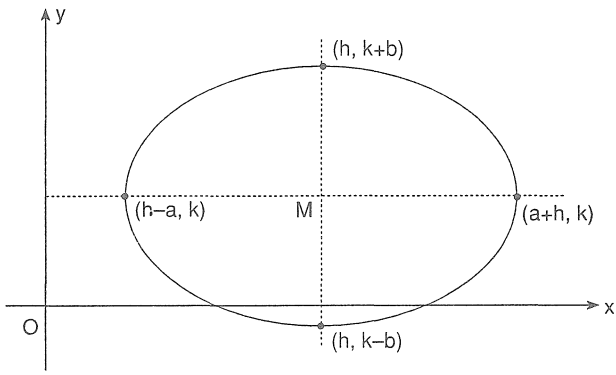
	Esas eksen x	Esas eksen y
Denklem	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1$
Köşeler	$(\pm a, 0)$	$(0, \pm a)$
Odaklar	$(\pm c, 0)$	$(0, \pm c)$
Doğrultmanlar	$x = \pm c/e^2 = \pm a/e$	$y = \pm c/e^2 = \pm a/e$

tablosu yapılır.

Bazı hallerde, verilen elips merkezcil olmayabilir. Eğer elipsin merkezinin koordinatları (h, k) ise, bu halde genel elips denklemi

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

olarak yazılır. Elipsin eksen kaydırılmasıyla, eksen uzunlukları ve alanı değişmez. Yalnız köşe ve odakların koordinatları değişir.



$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Yukarıdaki şekil, eksenleri koordinat eksenlerine paralel olarak kayan bir elipsin grafiğini ve köşelerinin koordinatlarını göstermektedir. Bu şeklin büyük ekseni x eksenine paralel hali içermektedir. Benzer olarak, büyük ekseni y eksenine paralel olduğunda da elipsin grafiği çizilebilir.

ÖRNEK : $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y - 28 = 0$ elipsinin, merkezini, odaklarını ve köşelerini bularak grafiğini çiziniz.

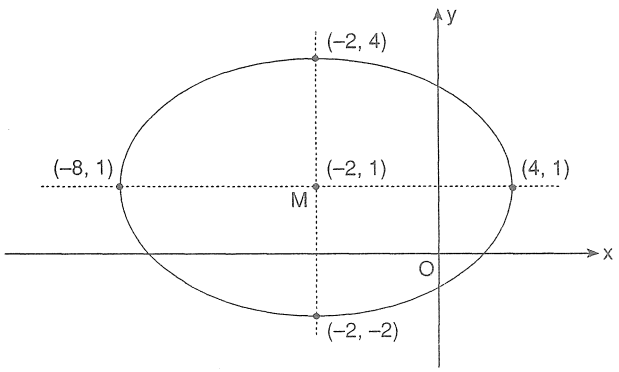
ÇÖZÜM : Verilen denklem,

$$\begin{aligned} x^2 + 4y^2 + 4x - 8y - 28 &= (x^2 + 4x) + 4(y^2 - 2y) - 28 \\ &= (x^2 + 4x + 4) + 4(y^2 - 2y + 1) - 28 - 4 - 4 \\ &= (x + 2)^2 + 4(y - 1)^2 - 36 = 0 \end{aligned}$$

yazılır. Buradan,

$$\frac{(x + 2)^2}{6^2} + \frac{(y - 1)^2}{3^2} = 1$$

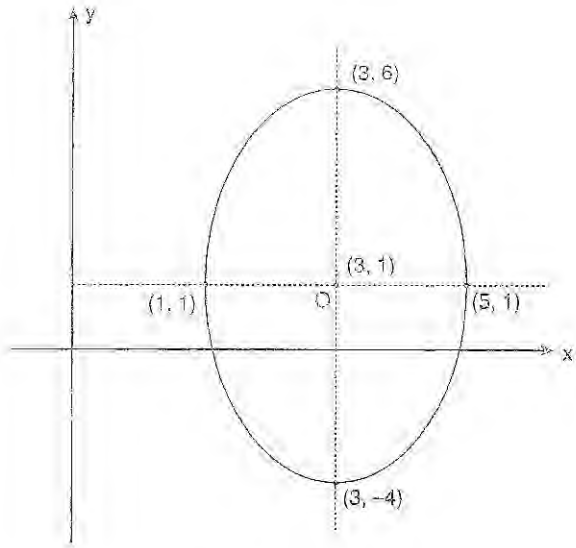
elde edilir. Böylece, elipsin merkezi, (–2, 1), a = 6, b = 3 ve $c = 3\sqrt{3}$ olarak bulunur. Buna göre köşeler, (4, 1), (–8, 1), (–2, 4) ve (–2, –2) olur. Odaklar da, $(3\sqrt{3}-2, 1)$ ve $(-3\sqrt{3} - 2, 1)$ sayılarıdır. Buna göre,



$$\frac{(x + 2)^2}{6^2} + \frac{(y - 1)^2}{3^2} = 1$$

ya da ilk şekliyle verilen $x^2 + 4y^2 + 4x - 8y - 28 = 0$ elipsinin grafiği yukarıda olduğu gibidir.

ÖRNEK : Köşeleri (1, 1), (5, 1), (3, 6) ve (3, –4) olan elipsin denklemini yazarak grafiğini çiziniz.



$$\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{25}=1$$

ÇÖZÜM : Yukarıdaki şekilde olduğu gibi, köşeleri verilen elips çizilirse, (h, k) = (3, 1) olduğu kolayca görülür. Ayrıca, a = 2 ve b = 5 oldukları da hemen çıkar. Buna göre, köşeleri bu şekilde verilen elipsin denklemi,

$$\frac{(x-3)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{25}=1$$

olarak bulunur.

İkinci yol da şöyedir. Bu dört noktanın

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

denkemini sağladığı düşünülerek, dört tane denklem elde edilir. Bu dört denklemden h, k, a^2 ve b^2 sayıları bulunur. Bu da biraz uzun işlemleri gerektirir.

ÖRNEK: $9x^2+4y^2+18x-16y-11=0$ denklemini eksenleri kaydırarak basit bir biçimde yazınız.

ÇÖZÜM : Verilen eşitlik

$$\begin{aligned} 9x^2 + 4y^2 + 18x - 16y - 11 &= 9(x^2 + 2x + \ ) + 4(y^2 - 4y + \ ) - 11 \\ &= 9(x^2 + 2x + 1) + 4(y^2 - 4x + 4) - 11 - 25 \\ &= 9(x + 1)^2 + 4(y - 2)^2 - 36 = 0 \end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. Buradan, $X = x + 1$ ve $Y = y - 2$ dönüşümü yazılırsa verilen denklem, $9X^2 + 4Y^2 = 36$ ya da

$$\frac{X^2}{4} + \frac{Y^2}{9} = 1$$

olarak yazılır. Buradan, $a = 3$, $b = 2$ ve $c = \sqrt{5}$ olarak bulunur. Bu verilere göre elipsin grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK : $4y^2 + 9x^2 - 24y + 72x + 144 = 0$ olan denklemi eksen kaydırarak basit bir şekilde yazınız.

ÇÖZÜM : Verilen denklem,

$$\begin{aligned} 4y^2 + 9x^2 - 24y + 72x + 144 &= 4(y^2 - 6y + \ ) + 9(x^2 + 8x + \ ) + 144 \\ &= 4(y^2 - 6y + 9) + 9(x^2 + 8x + 16) + 144 - 180 \\ &= 4(y - 3)^2 + 9(x + 4)^2 - 36 = 0 \end{aligned}$$

olarak yazılır. $Y = y - 3$ ve $X = x + 4$ dönüşümü yapılırsa,

$$4y^2 + 9x^2 - 24y + 72x + 144 = 4Y^2 + 9X^2 - 36 = 0$$

olur. Bu da,

$$\frac{Y^2}{9} + \frac{Y^2}{4} = 1$$

demektir. Buna göre, elipsin merkezi $(-4, 3)$, $a = 3$, $b = 2$ ve $c^2 = 5$ olur. Elipsin köşeleri, $(-4, 0)$, $(-4, 6)$, $(-6, 3)$ ve $(-2, 3)$ olarak bulunur. Odaklar da,

$$(-4, 3-\sqrt{5}) \text{ ve } (-4, 3+\sqrt{5})$$

biçimindedir. Bu verilere göre elipsin grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK : Bir köşesi (13, 2) ve odakları (5, –2) ve (11, –2) olarak verilen elipsin denklemini yazınız.

ÇÖZÜM : Odakların orta noktası elipsin merkezi olacağından, (h, k) = (8, –2) olur. Odaklar arasındaki uzaklık 6 ve verilen (13, 2) köşesi de elipsin merkezinden 5 birim kadar uzaklıktadır. Buna göre, c = 3 ve a = 5 olarak bulunur. Böylece $b^2 = 16$ olur. Bu yapılanlardan, elipsin denklemi

$$\frac{(x-8)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$$

olarak bulunur. Bu verilenlere göre, elipsin grafiğini siz çiziniz.

TANIM : Büyük ve küçük eksenleri eşit olan elipse çember denir. Yani a = b olan elips bir çemberdir. Çember, merkezi ve yarıçapı ile bellidir. Merkezcil çember denklemi, $x^2 + y^2 = r^2$ şeklindedir. Eğer çemberin merkezinin koordinatları (h, k) ve yarıçapı r ise, bu haldeki genel çember denklemi,

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \qquad (1)$$

olur. Bu denklem, doğrusal yazım şekliyle

$$Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0 \qquad (2)$$

olarak yazılır. (1) ve (2) ifadelerinden,

$$h = -\frac{D}{2A}, \quad k = -\frac{E}{2A} \text{ ve } r^2 = (D^2 + E^2 - 4AF)/4A^2 \qquad (3)$$

olur. (2) biçiminde verilen çember denkleminin tam kareye tamamlanmasıyla, hem (1) ve hem de (3) eşitliği bulunur.

Elipste, $e = c/a \to 0$ giderse, elipsin odakları birbirine yaklaşır ve dışmerkezlik sıfır olur. Yani, dışmerkezliği sıfır olan elips bir çemberdir.

ÖRNEK : $3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y + 7 = 0$ olan çemberi bulunuz.

ÇÖZÜM : Verilen denklem tamkareye tamamlanırsa,

$$\begin{aligned} 3x^2 + 3y^2 - 6x + 12y + 7 &= 3(x^2 - 2x + 1) - 3 + 3(y^2 + 4y + 4) - 12 + 7 \\ &= 3(x-1)^2 + 3(y+2)^2 - 8 = 0 \end{aligned}$$

denkleminden, çemberin standart şekli

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = \frac{8}{3}$$

olur. Buradan, merkez C(1, –2) ve yarıçap

$$r = \frac{2}{3}\sqrt{6}$$

olarak bulunur.

ÖRNEK : $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ çemberinin merkezini ve yarıçapını bulunuz.

ÇÖZÜM : Verilen deklem,

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 8y + 16) = 5 + 4 + 16 = 25$$
$$(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$$

biçiminde tamkareye tamamlanırsa, C(2, –4) ve r = 5 olarak bulunur.

ÖRNEK : (0, 0), (1, 0) ve (1, 4) noktalarından geçen çemberin denklemini yazarak, merkezini ve yarıçapını bulunuz.

ÇÖZÜM : Bu üç nokta $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ denklemini sağlar. Buna göre,

$$h^2 + k^2 = r^2$$
$$1 - 2h + h^2 + k^2 = r^2$$
$$1 - 2h + h^2 + 16 - 8k + k^2 = r^2$$

yazılır. Birinci denklem ikinciden, ikinci denklem de üçüncüden çıkarılırsa,

$$1 - 2h = 0$$
$$16 - 8k = 0$$

denklem çifti elde edilir. Buradan, h = 1/2, k = 2 ve $r = \sqrt{17/4}$ olarak bulunur.

Çemberin merkezinin kaydırılmasıyla, yarıçapı ve dairenin alanının değişmeyeceği açıktır. Yalnız çemberin merkezinin koordinatı değişir. Eğer X = x – h ve Y = y – k dönüşümü yapılırsa, (1) denklemi

$$X^2 + Y^2 = r^2$$

standart şeklini alır.

ÖRNEK : $xy + 3x - 4y = 5$ denklemini eksen kaydırarak kısaltınız.

ÇÖZÜM : x = X + h ve y = Y + k dönüşümleri yapılırsa,

$$(X + h)(Y + k) + 3(X + h) - 4(Y + k) = 5$$

veya

$$XY + (k + 3)X + (h - 4)Y + hk + 3h - 4k = 5$$

yazılır. $h = 4$ ve $k = -3$ olarak yazılırsa, verilen denklem, $XY = -7$ olur.

ÖRNEK : $C(-3, 4)$ ve $r = 6$ olan çemberin denklemini yazınız.

ÇÖZÜM : Bu koşullarda verilen çemberin denklemi

$$(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 36 \text{ veya } x^2 + y^2 + 6x - 8y - 11 = 0$$

olur.

ÖRNEK : $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ olan çemberin merkezini ve yarıçapını bulunuz.

ÇÖZÜM : Verilen denklem tamkareye tamamlanırsa,

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 4 + 4 + 1 = 9$$

ya da

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

yazılır. Buradan, $C(2, -1)$ ve $r = 3$ olarak bulunur.

ÖRNEK : $(-3, 4)$, $(4, 5)$ ve $(1, -4)$ noktalarından geçen çemberin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM : Bu noktalar $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ denklemini sağlayacağından,

$$\begin{aligned} -3D + 4E + F &= -25 \\ 4D + 5E + F &= -41 \\ D - 4E + F &= -17 \end{aligned}$$

yazılır. Bu üç denklemden F bilinmeyeni yok edilirse,

$$\begin{aligned} 7D + E &= -16 \\ 3D + 9E &= -24 \end{aligned}$$

elde edilir. Buradan, $D = E = -2$ ve $F = -23$ olarak bulunur. Böylece, istenen çember

denklemi,

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$$

olarak bulunur.

ÖRNEK : Başlangıç noktasından geçen ve merkezi C(2, –1) olan çemberin denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM : Verilen çember, $(x-2)^2 + (y+1)^2 = r^2$ olarak yazılıp, x = y = 0 konursa, $(0-2)^2 + (0+1)^2 = r^2$ veya $r^2 = 5$ olur. Böylece, çemberin denklemi,

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

olarak bulunur.

$P(x_0, y_0)$ noktası $x^2 + y^2 = r^2$ çemberi üzerinde ise, bu noktada çembere teğet olan doğrunun denklemi

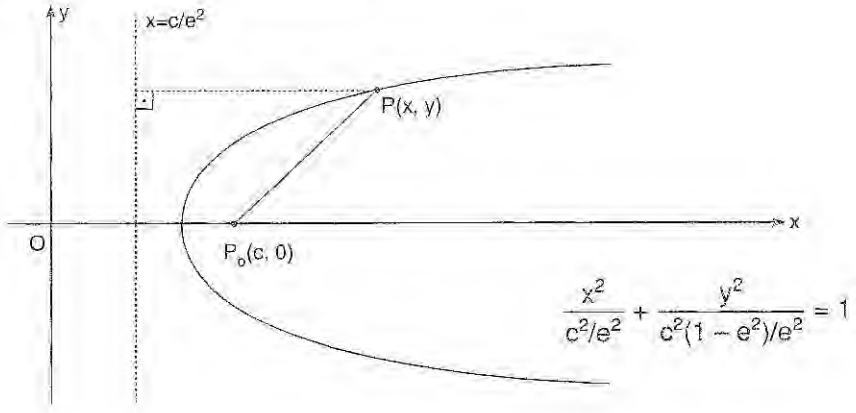
$$xx_0 + yy_0 = r^2$$

olur.

HİPERBOL (e > 1) : P_0 noktası (c, 0) ve c > 0 olan bir odak ve doğrultmanı $x = c/e^2$ olsun. P noktası (x, y) koordinatlı olarak alınsın. e > 1 olmak üzere,

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} = e\left|x - \frac{c}{e^2}\right|$$

eşitliği bir hiperbol tanımlar. Buradan,

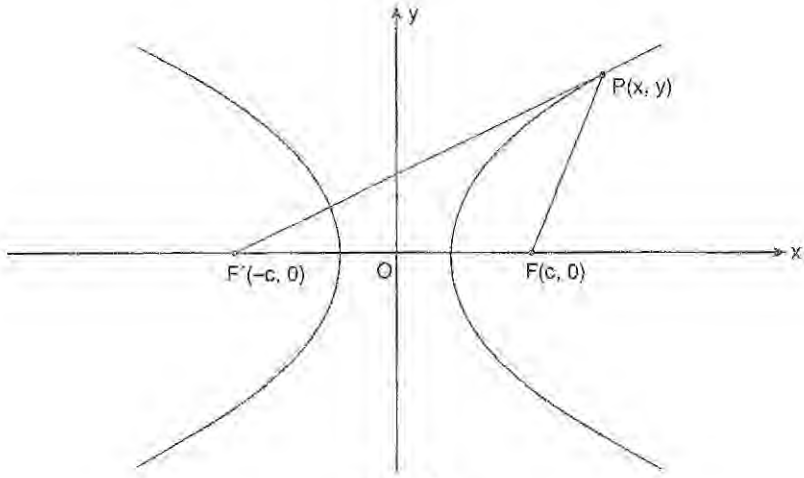


yazılır. $1 - e^2 < 0$, $a^2 = c^2/e^2$ ve $b^2 = c^2(e^2 - 1)/e^2$ olarak alınırsa, hiperbolün denklemi,

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

olur. Buna, merkezcil standart hiperbol denklemi denir.

Hiperbol şöyle de tanımlanabilir. F′(–c, 0) ve F(c, 0) noktalarına olan uzaklıkları farkı sabit olan noktaların geometrik yerine hiperbol denir. Yani



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} - \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = \pm 2a$$

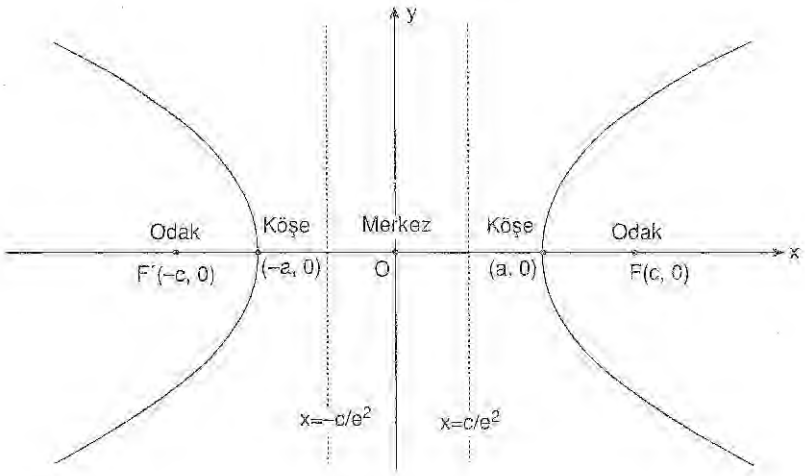
ifadesi bir elips gösterir. Bu da kısaltılırsa,

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2 - a^2} = 1$$

veya

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

yazılır.



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Yukarıdaki şekil, merkezcil bir hiperbolün tüm özelliklerini üzerinde taşır. Bu özellikleri kısaca özetleyebiliriz.

1. Hiperbol, her iki koordinat eksenine göre simetriktir. Elipste olduğu gibi $x = -c/e^2$ ve $x = c/e^2$ olan iki tane doğrultmanı vardır. Bu doğrultmanlar y eksenine göre birbirlerinin simetriğidirler. Doğrultmanlara bağlı olarak F'(–c, 0) ve F(c, 0) gibi iki odak vardır.

2. $-a \geq x$ veya $a \geq x$ oluşuna göre, hiperbol denklemi $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ olarak yazılır. $-a<x<a$ olduğunda, hiperbole ait hiç bir nokta yoktur. Benzer olarak, $-b<y<b$ olduğunda da hiperbole ait hiç bir nokta yoktur. (–a, 0) ve (a, 0) noktaları, hiperbolün köşeleridir. Koordinat sisteminin başlangıç noktası hiperbolün merkezidir.

3. $b^2 = a^2 - c^2$ veya $c^2 = a^2 + b^2$ olur. $a > b$, $a = b$ veya $a < b$ olur. Ayrıca,

$$e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$$

veya $e = c/a$ biçimindedir. $y = \pm(b/a)x$ doğrusuna, hiperbolün asimtotları denir. $x \to \infty$ veya $x \to -\infty$ giderken bu asimtotlar hiperbole çok yaklaşır. Diğer bir deyimle bu asimtotlar hiperbole sonsuzda teğet olur.

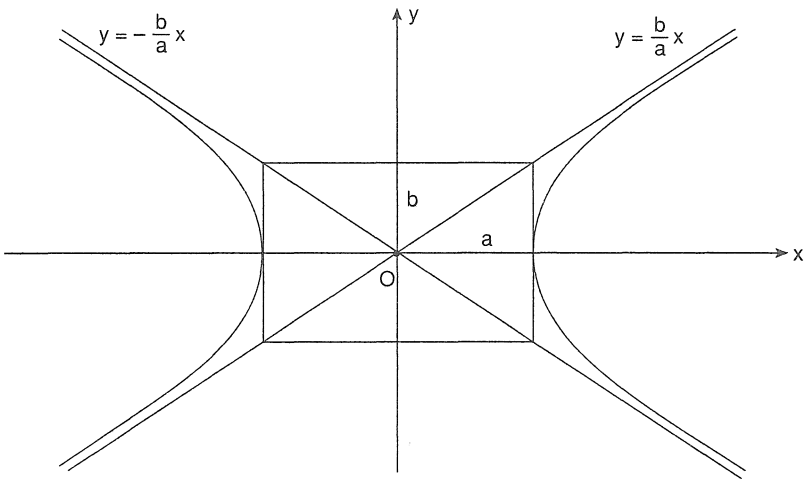
Hiperbolün denkleminden,

$$y = \pm \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2} = \pm \frac{b}{a} x \sqrt{1 - a^2/x^2}$$

yazılır. Eğer $x \to -\infty$ veya $x \to \infty$ giderse, yani x sayısı pozitif yönde veya negatif yönde yeteri kadar uzakta seçilirse,

$$\sqrt{1 - a^2/x^2} \to 1$$

olur. Burdan dolayı, $y = \pm \frac{b}{a} x$ doğrusu merkezcil hiperbolün asimtotu olur. Bunları, aşağıdaki şekilde daha iyi açıklar.



Hiperbolün asimtotları.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

hiperbolün asimtotları, $y = \pm \frac{b}{a} x$ doğrularıdır.

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

biçimindeki hiperbolün asimtotları da, $x = \pm \frac{a}{b} y$ olarak yazılır. Bu halde hiberbolün odakları y ekseni üzerinde alınmıştır.

ÖRNEK : $16x^2 - 9y^2 = 144$ olan hiperbolün asimtotlarını, odaklarını, köşelerini ve doğrultmanlarını bularak çiziniz. Dışmerkezliği nedir?

ÇÖZÜM : Verilen hiperbolün denkleminin her iki yanı 144 sayısına bölünürse,

$$\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$$

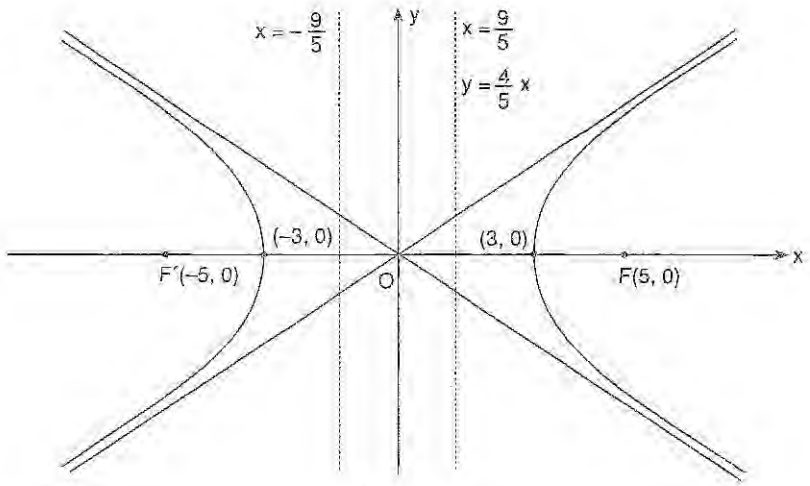
yazılır. Böylece, a = 3, b = 4 ve asimtotları $y = \mp \frac{4}{3}x$ olarak bulunur. y = 0 konursa, hiperbolün köşeleri (–3, 0) ve (3, 0) olarak bulunur. Ayrıca

$$c^2 = a^2 + b^2 = 25 \text{ ve } e^2 = 25/9$$

eşitliklerinden c = 5 ve e = 5/3 elde edilir. Buna göre odaklar (–5, 0) ve (5, 0), doğrultmanlar

$$x = \pm \frac{9}{5}$$

olarak bulunur. Böylece, verilen hiperbolün tam olan grafiği aşağıda olduğu gibi çizilir.



$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

Hiperbolün odakları her zaman x ekseni üzerinde olmayabilir. Eğer merkezcil olan hiperbolün odakları y ekseni üzerinde ise, standart denklem

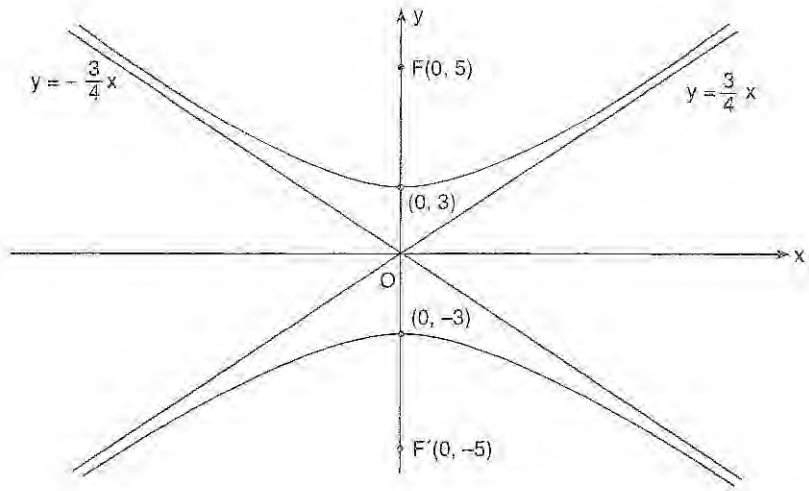
$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

biçiminde yazılır. Bunu aşağıdaki örnekle açıklayalım.

ÖRNEK : $16y^2 - 9x^2 = 144$ olan hiperbolün, asimtotlarını, odaklarını, köşelerini doğrutmanlarını ve dışmerkezliğini bularak grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM : Verilen denklemin her iki yanı 144 sayısına bölünürse,

$$\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$$



eşitliği elde edilir. Buradan, a = 3, b = 4 ve c = 5 olarak bulunur. x = 0 verilirse, hiperbolün köşeleri, (0, ∓3) ve odakları da (0, ∓5) olur. Asimtot doğruları, y = ∓3x/4 ve doğrultmanları y = ∓9/5 olarak bulunur. Dışmerkezliği de e = 5/3 olur. Buna göre eğri kolayca çizilir. Bu çizim de yukarıda olduğu gibidir.

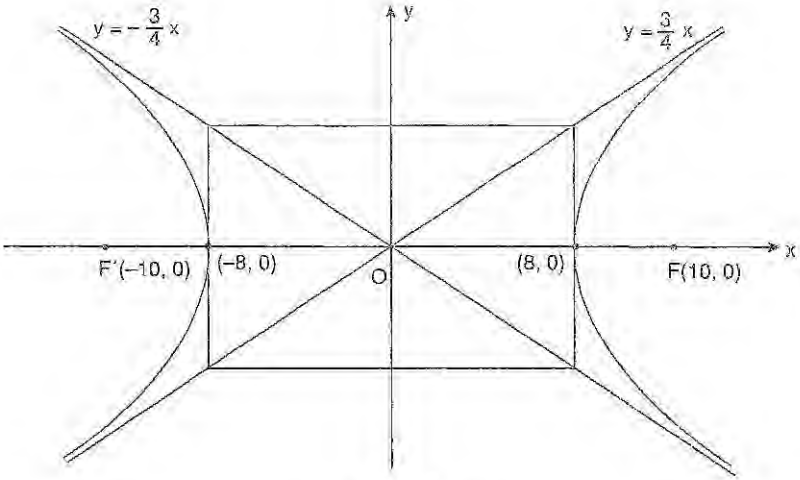
ÖRNEK : $36x^2 - 64y^2 = 2304$ olan hiperbolün grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM : Her iki yanı 2304 sayısına bölünen denklemden,

$$\frac{x^2}{8^2} - \frac{y^2}{6^2} = 1$$

yazılır. Böylece a = 8, b = 6 ve c = 10 olarak bulunur. y = 0 verilirse, köşeler (∓8, 0) ve odakları (∓10, 0) olur. Asimtotlar y = ∓3x/4 ve dışmerkezliği e = 5/4 kadardır. Bu

yapılanlara göre verilen hiperbolün grafiği aşağıda olduğu gibidir.



$$\frac{x^2}{8^2} - \frac{y^2}{6^2} = 1$$

ÖRNEK : Odakları (∓5, 0) ve köşeleri (∓4, 0) olan hiperbolün denklemini yazınız.

ÇÖZÜM : c = 5 ve a = 4 olduğundan,

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = 3$$

olarak bulunur. Buna göre hiperbolün denklemi,

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

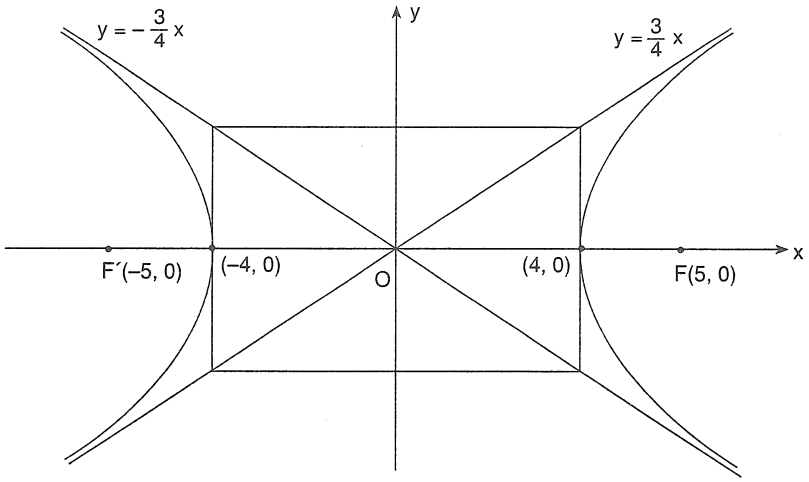
olarak yazılır. Hiperbolün asimtotları da y = ∓3x/4 doğrusudur. Buna göre hiperbolü siz çiziniz.

ÖRNEK : $9x^2 - 16y^2 = 144$ olan hiperbolün, eksenlerini, dışmerkezliğini, odaklarını, köşelerini, doğrultmanlarını ve asimtotlarını bularak grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM : Verilen denklemin her iki yanı 144 sayısına bölünürse,

$$\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$$

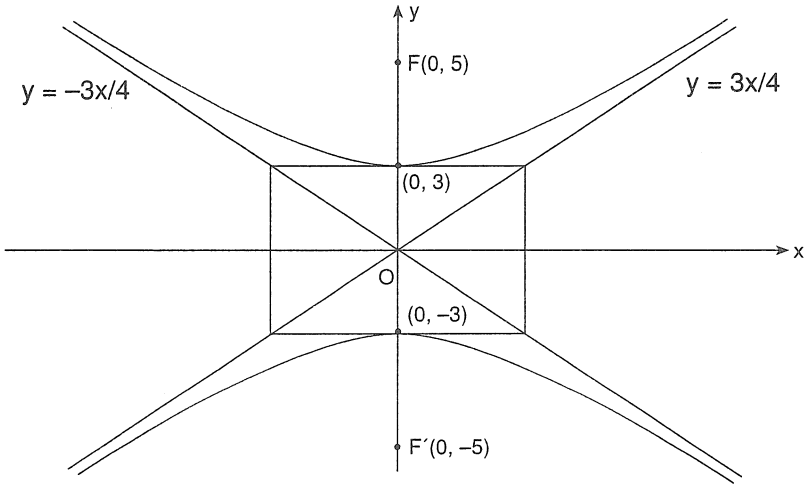
yazılır. Buradan, a = 4, b = 3, c = 5 ve e = 5/4 olarak bulunur. Ayrıca, hiperbolün köşeleri (∓4, 0), odakları (∓5, 0) doğrultmanları x = ∓16/5 ve asimtotları y = ∓3x/4 olarak bulunur. Bunlara göre, hiperbolün grafiği aşağıda olduğu gibi çizilir.



$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

ÖRNEK : $9x^2 - 16y^2 - 144 = 0$ olan hiperbolü, bir önceki örnekte olduğu gibi inceleyerek grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM : Verilen denklemin her iki yanı 144 sayısına bölünürse,



$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$$

$$\frac{y^2}{3^2} - \frac{x^2}{4^2} = 1$$

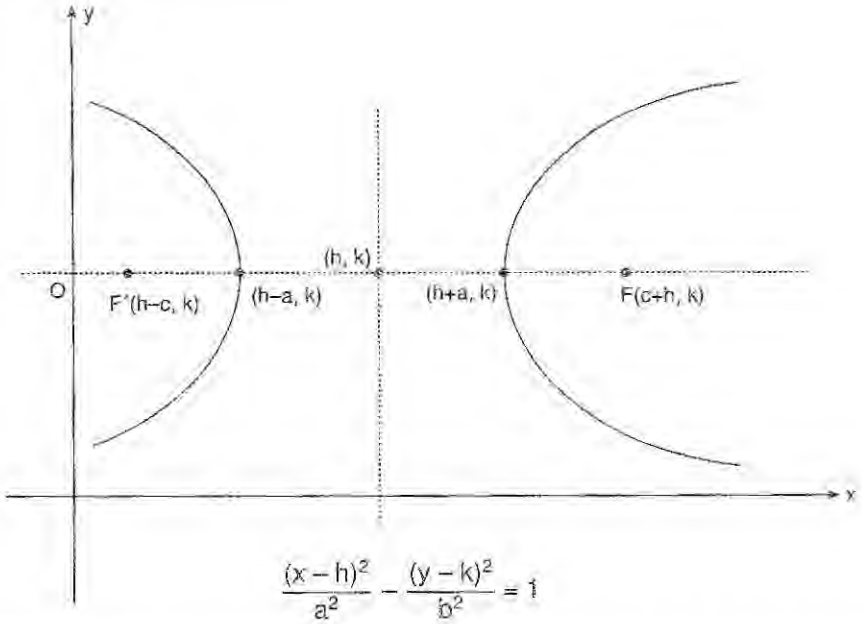
denklemi yazılır. Buradan a = 3, b = 4, c = 5 ve e = 5/3 olarak bulunur. Ayrıca, köşeler (0, ∓3), odaklar (0, ∓5), doğrultmanlar y = ∓9/5 ve asimtotlar y = ∓3x/4 olur. Buna göre, hiperbolün grafiği yukarıdaki gibi kolayca çizilir.

TANIM : a = b olan hiperbole, ikizkenar hiperbol adı verilir. Buna göre, ikizkenar hiperbol,

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$$

olarak yazılır. Örneğin, $x^2 - y^2 = 1$ ve $y^2 - x^2 = 1$ ifadeleri birer ikizkenar hiperboldür.

Hiperboller, elips ve çemberlerde olduğu gibi, her zaman merkezcil olmayabilir. Yani, hiperbolün eksenleri koordinat eksenlerine paralel olarak kaydırılabilir. Bu hali, aşağıdaki şekille açıklayabiliriz.



$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Bir hiperbolün merkezi (h, k) kadar kaymışsa, köşeler (h–a, k) ve (h+a, k), odaklar (h–c, k) ve (c+h, k) olur. Buna göre, odakları x eksenine paralel doğru üzerinde olan hiperbolün denklemi,

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

olarak yazılır.

Eğer hiperbolün odakları y eksenine paralel olan bir doğru üzerinde ise, bu haldeki kaymış olan hiperbolün standart denklemi

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

biçimindedir.

ÖRNEK: $x^2 - 4y^2 - 4x - 24y - 36 = 0$ olan hiperbolün grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM: Önce, verilen denklemi standart biçimde yazalım. Bunun için verilen denklemin tam kareye tamamlanması gerekir. Bu da,

$$\begin{aligned} x^2 - 4y^2 - 4x - 24y - 36 &= (x^2 - 4x + 4) - 4 - 4(y^2 + 6y + 9) + 36 - 36 \\ &= (x-2)^2 - 4(y+3)^2 - 4 = 0 \end{aligned}$$

olarak yazılır. Böylece,

$$\frac{(x-2)^2}{2^2} - \frac{(y+3)^2}{1^2} = 1$$

elde edilir. Buradan $a = 2$ ve $b = 1$ olarak bulunur. Yani, hiperbolün merkezi $(2, -3)$ olur. Köşeler $(2 \pm 2, -3)$, asimtotlar $y + 3 = \pm(x-2)/2$, $c^2 = 5$, $e^2 = 5/4$ ve odaklar $(2 \pm\sqrt{5}, -3)$ olarak bulunur. Bu verilenlere göre grafik kolayca çizilir.

ÖRNEK: Merkezi (0, 2), bir odağı (0, 5) ve dışmerkezliği $e = c/a = 5/2$ olan hiperbolün denklemini yazınız.

ÇÖZÜM: Odaklar y ekseni üzerinde olduğundan, bulunacak hiperbol denklemi,

$$\frac{(y-2)^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

biçiminlde olacaktır. Burada, a ve b sayılarının bulunması yeter. Odaklardan biri (0, 5) olduğundan, $c = 5 - 2 = 3$ olur. Ayrıca

$$a^2 = \frac{c^2}{b^2} = \frac{9}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{36}{25}$$

ve

$$b^2 = c^2(e^2 - 1) / e^2 = \frac{36}{25}\left(\frac{25}{4} - 1\right) = \frac{189}{25}$$

olarak bulunur. Böylece, hiperbolün standart denklemi,

$$\frac{(y-2)^2}{\frac{36}{25}} - \frac{x^2}{\frac{189}{25}} = 1$$

biçiminde çıkar. Bu koşullardaki hiperbolün grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK: $x^2 - 4y^2 + 2x + 8y - 7 = 0$ olan denklemin durumunu inceleyiniz.

ÇÖZÜM: Verilen denklem tamkareye tamamlanırsa,

$$\begin{aligned} x^2 - 4y^2 + 2x + 8y - 7 &= (x^2 + 2x + 1) - 4(y^2 - 2y + 1) - 1 + 4 - 7 \\ &= (x+1)^2 - 4(y-1)^2 - 4 = 0 \end{aligned}$$

veya

$$\frac{(x+1)^2}{2^2} - \frac{(y-1)^2}{1^2} = 1$$

olarak yazılır. $X = x + 1$ ve $Y = y - 1$ dönüşümleri yapılırsa, hiperbol denklemi,

$$\frac{X^2}{2^2} - \frac{Y^2}{1^2} = 1$$

olur. Burada, $a^2 = 4$, $b^2 = 1$, $c^2 = a^2 + b^2 = 5$ ve odaklar $(-1 \pm \sqrt{5}, 1)$ oldukları kolayca bulunur. Bu verilenlere göre, hiperbolün grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK: $x^2 - 4y^2 - 2x + 8y - 2 = 0$ denkleminin durumunu inceleyiniz.

ÇÖZÜM: Verilen denklem tamkareye tamamlanırsa,

$$\begin{aligned} x^2 - 4y^2 - 2x + 8y - 2 &= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 4(y^2 - 2y + 1) + 4 - 2 \\ &= (x-1)^2 - 4(y-1)^2 + 1 = 0 \end{aligned}$$

veya

$$\frac{(y-1)^2}{0.25} - \frac{(x-1)^2}{1} = 1$$

yazılır. $Y = y - 1$ ve $X = x - 1$ dönüşümleri yapılırsa,

$$\frac{Y^2}{0.25} - \frac{X^2}{1} = 1$$

olur. Buradan, $a^2 = 0.25$, $b^2 = 1$ ve $c^2 = a^2 + b^2 = 1.25$ olarak bulunur. Yeni sisteme göre odaklar

$$(0, \pm\sqrt{1.25})$$

olur. Bu verilenlere göre, hiperbolün grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK: $12y^2 - 4x^2 + 72y + 16x + 44 = 0$ olan hiperbolü çiziniz.

ÇÖZÜM: Verilen denklem tamkareye tamamlanırsa,

$$12y^2 - 4x^2 + 72y + 16x + 44 = 12(y^2 + 6y + 9) - 4(x^2 - 4x + 4) - 48 = 0$$

ya da

$$12(y + 3)^2 - 4(x - 2)^2 = 48$$

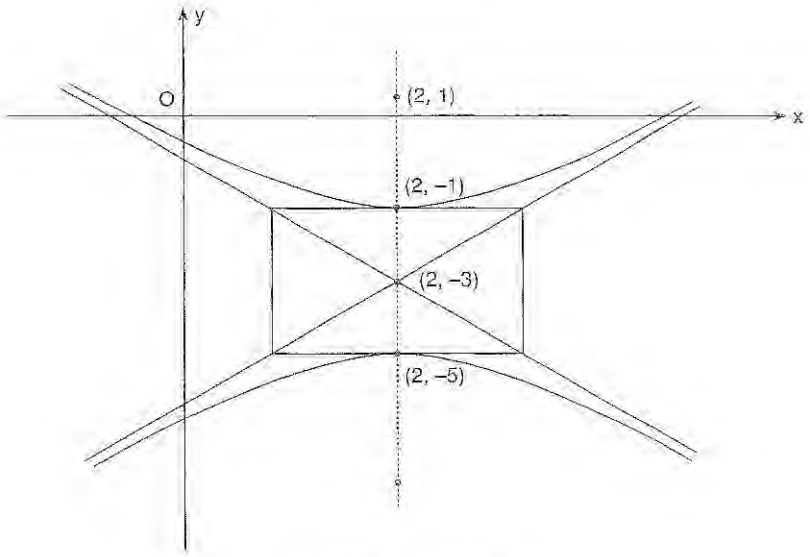
olarak yazılır. Buradan

$$\frac{(y + 3)^2}{4} - \frac{(x - 2)^2}{12} = 1$$

elde edilir. Böylece, $a = 2$, $b = 2\sqrt{3}$, $c = \sqrt{4 + 12} = 4$ ve hiperbolün merkezi $(2, -3)$ olarak bulunur. Hiperbolün köşeleri $(2, -5)$ ve $(2, -1)$, odakları da $(2, 1)$ ve $(2, -7)$ şeklindedir. Daha ileri, asimtotların denklemleri

$$\frac{y + 3}{2} + \frac{x - 2}{2\sqrt{3}} = 0 \text{ ve } \frac{y + 3}{2} - \frac{x - 2}{2\sqrt{3}} = 0$$

biçimindedir. Bu verilenlere göre, hiperbolün grafiği aşağıda olduğu gibi çizilir.



$$\frac{(y+3)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{12} = 1$$

ÖRNEK: İkizkenar bir hiperbolün odakları (–3, 4) ve (–3, –2) olarak veriliyor. Bu koşulları sağlayan hiperbolün denklemini yazarak grafiğini çiziniz.

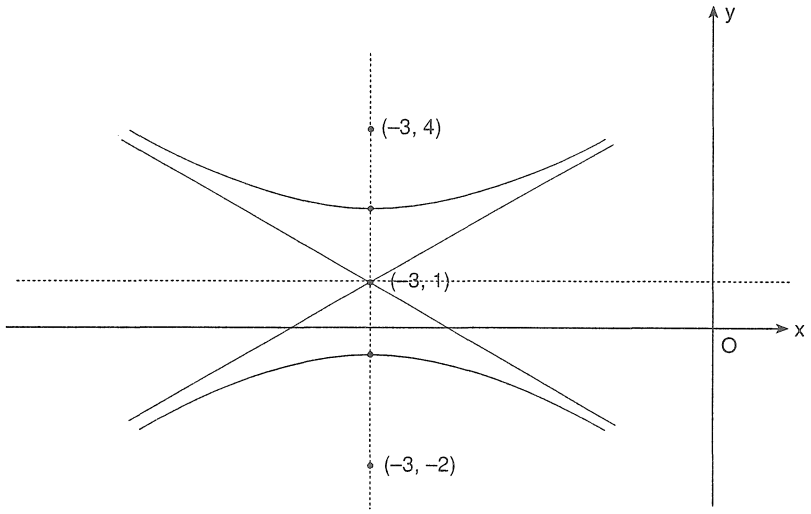
ÇÖZÜM : Bir kere odaklar y eksenine paralel bir doğru üzerindedir. Hiperbol ikizkenar olduğundan da a = b olacaktır. Böylece,

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{a^2} = 1$$

denkleminde, a, h ve k sayıları bulunacaktır. Hiperbolün merkezi odakların ortasında olacağı için merkez hemen (–3, 1) olur. Yani, h = –3 ve k = 1 bulunur. Hiperbolün odağı ile merkezi arasındaki uzaklık c olacağından, c = 3 olur. Böylece, a = b ve $c^2 = a^2 + b^2 = 2a^2$ olduğundan, $9 = 2a^2$ ve $b^2 = a^2 = 9/2$ olarak bulunur. İkizkenar hiperbolün standart denklemi,

$$\frac{2(y-1)^2}{9} - \frac{2(x+3)^2}{9} = 1$$

olarak bulunur.



Hiperbolün özelliklerini aşağıdaki biçimde özetleyebiliriz.

a = yarı enine eksen,
b = yarı eşlenik eksen,
c = merkezin odağı olan uzaklığı,
e = dışmerkezlik, e > 1,

$c^2 = a^2 + b^2$, $c > a > 0$, $c > b > 0$ ve $e = c/a$ olur. Böylece,

	x ekseni enine eksense	y ekseni enine eksense
Denklem	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$
Köşeler	(±a, 0)	(0, ±a)
Odaklar	(±c, 0)	(0, ±c)
Doğrultmanlar	$x = \pm a/e$	$y = \pm a/e$
Asimtotlar	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$ ya da $y = \pm \frac{a}{b} x$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 0$ ya da $x = \pm \frac{b}{a} y$

tablosu yapılır.

SORU:

$$\frac{(x-4)^2}{36} \pm \frac{(y-1)^2}{64} = 1$$

ve

$$\frac{2(y+1)^2}{9} \pm \frac{2(x+3)^2}{9} = 1$$

olan elips ve hiperbolleri çiziniz.

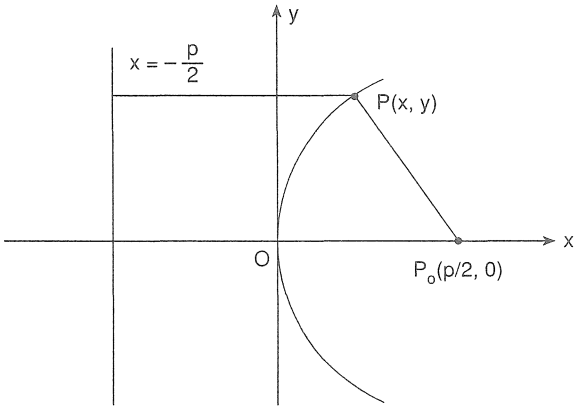
PARABOL (e = 1) : $P_o(p/2, 0)$ bir odak ve doğrultmanla arasındaki uzaklık p olsun. Basit bir denklem elde edebilmek için, $P_o(p/2, 0)$ ve $x = -p/2$ olarak seçelim. Bu halde, (x, y) noktasının parabol üzerinde olması için gerekli ve yeterli koşulun,

$$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \left|x + \frac{p}{2}\right| \quad e = 1$$

olmasıdır. Her iki yanın karesi alınırsa,

$$y^2 = 2px$$

denklemi bulunur.



Sabit iki noktaya olan uzaklıkları toplamı sabit olan noktaların geometrik yeri bir elips, farkı da bir hiperboldü. Sabit bir nokta ve sabit bir doğruya olan uzaklıkları eşit olan noktaların geometrik yeri de paraboldür.

Parabolün özelliklerini aşağıdaki biçimde özetleyebiliriz.

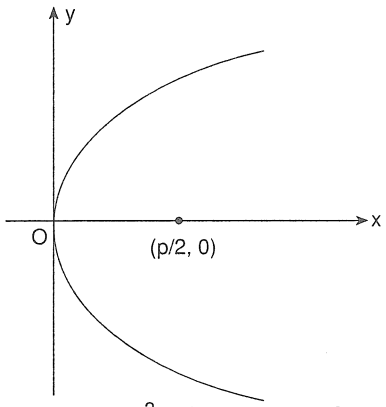
1. Odak ve doğrultman arasındaki noktaya köşe denir. Bu halde köşe, koordinat sisteminin başlangıç noktası olur. $(-y)^2 = y^2$ olduğundan, parabol x eksenine göre simetriktir.

2. Parabol, köşeden geçen ve x eksenine dik olan doğrunun tümüyle bir yanındadır. $x \geq 0$ ve $p > 0$ ise, $y^2 = 0$ olur ve parabol y ekseninin sağındadır. Yani, parabolün ağzı sağa açıktır. Eğer $p < 0$ ise, parabolün tümü y ekseninin solunda ve ağzı sola açıktır. Üstelik parabolün odağı da başlangıç noktasının solundadır.

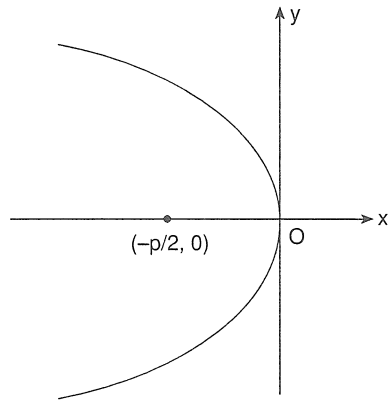
3. Eğer parabolün odağı $p > 0$ için $F(0, p/2)$ olarak alınırsa, parabolün odağı y ekseni üzerinde olur. Bu halde, parabol ya tümüyle x ekseninin üstünde ve ağzı yukarı doğru açık ya da tümüyle x ekseninin altında ve parabolün ağzı aşağı doğru açıktır. Bu durumdaki parabolün denklemi

$$x^2 = 2py$$

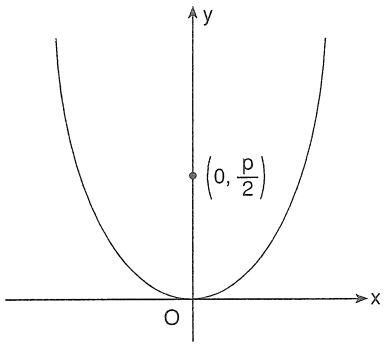
olur. Eğer $p > 0$ ise, parabolün ağzı yukarı doğru açık ve $p < 0$ ise parabolün ağzı aşağıda doğru açıktır. Bunları, aşağıdaki grafiklerden kolayca görebiliriz.



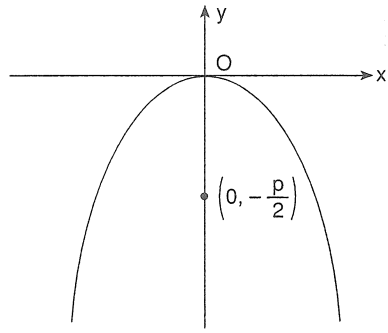
$y^2 = 2px$ ve $p > 0$



$y^2 = 2px$ ve $p < 0$



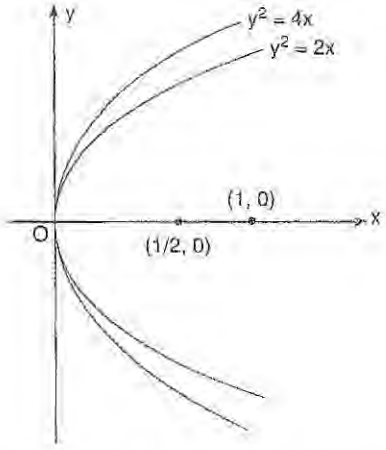
$x^2 = 2py$ ve $p > 0$

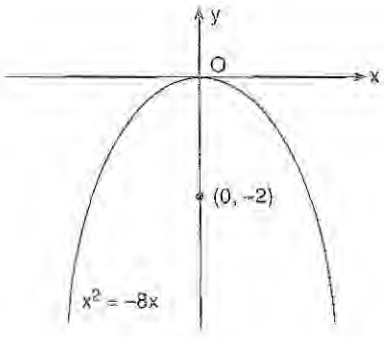


$x^2 = 2py$ ve $p < 0$

ÖRNEK: $y^2 = 2x$ ve $y^2 = 4x$ parabollerini aynı koordinat sisteminde çiziniz. Ayrıca, (0, 0) köşeli ve F(0, –2) odaklı parabolün denklemini bularak grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM: $y^2 = 2x$ parabolünün odağı F(1/2, 0) ve ağzı sağa açıktır. $y^2 = 4x$ parabolünün odağı F(1, 0) ve ağzı sağa açıktır. Buna göre grafikleri kolayca çizilir.





(0, 0) köşeli ve (0, –2) odaklı parabol, $x^2 = 2py$ şeklindedir. Buradan hemen $p = -4$ olarak bulunur. Yani denklem $x^2 = -8y$ olur. Grafik yukarıda olduğu gibi çizilir.

ÖRNEK: $y^2 = 2px$ olan parabolün $(x_1, y_1) \neq (0, 0)$ noktasındaki teğetinin denkleminin $y_1y = p(x + x_1)$ biçiminde olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM: $y^2 = 2px$ olduğundan, $y = \pm\sqrt{2px}$ olur. Kapalı türev yoluyla,

$$2yy' = 2p \text{ ve } m = y'(x_1) = p/y_1$$

olarak bulunur. $y_1^2 = 2px_1$ olduğu için, teğet denklemi,

$$y - y_1 = \frac{p}{y_1}(x - x_1) \text{ veya } y_1y = px - px_1 + y_1^2 = px + px_1 = p(x + x_1)$$

biçiminde yazılır. Son denklemin ilk ve son terimleri istenen teğet denklemidir.

ÖRNEK: $x^2 = 8y$ parabolünün odak ve doğrultmanını bulunuz.

ÇÖZÜM: $2p = 8$ denirse, $p = 4$ olur. Parabolün ağzı yukarı ve köşesi (0, 0) olduğundan, F(0, 2) ve doğrultmanı $y = -2$ olarak bulunur. Buna göre parabolün grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK: a. Köşesi (0, 0) ve odağı F(0, 6) olan parabolün ve

b. Köşesi (0, 0), odağı x ekseni üzerinde ve (–4, 8) noktasından geçen parabolün denklemlerini yazarak grafiklerini çiziniz.

ÇÖZÜM: a. $x^2 = 2py$ denklemi uygulanırsa, $p = 12$ olur. Böylece, $x^2 = 24y$, istenen parabol denklemidir.

b. Bu koşullardaki parabol, $y^2 = 2px$ şeklindedir. Buna göre, (–4, 8) noktasında $64 = 2p(-4)$ ve $p = -8$ olur. Böylece, istenen parabol denklemi, $y^2 = -16x$ olarak bulunur. Bu verilenlere göre parabollerin denklemlerini siz çiziniz.

Elips, çember ve hiperbollerde olduğu gibi, paraboller de eksenlere koordinat eksenlerine paralel olarak kaydırılabilir. Bu halde, parabolün köşesi (h, k) olarak kaydırılmışsa, $p > 0$ için odak (p/2+h, k) ve doğrultman da $x = -p/2+h$ olur. Böylece,

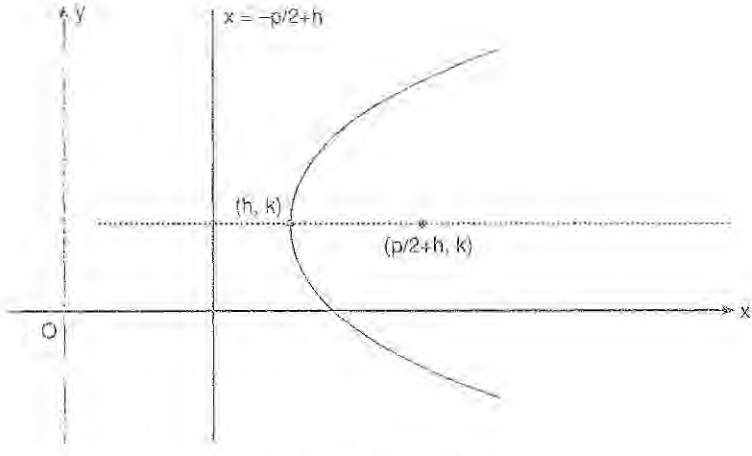
$$\sqrt{(x - p/2 - h)^2 + (y - k)^2} = |x+p/2-h|$$

eşitliğinin her iki yanının karesi alınırsa,

$$(y - k)^2 = 2p(x - h)$$

olarak yazılır. Yani, $p > 0$ ise, parabolün ağzı sağa açık ve $p < 0$ ise, parabolün ağzı sola açıktır.

Eğer parabolün merkezi (h, k) olarak kaymış ve odak da y eksenine paralel bir doğru üzerinde ise, odak F(h, p/2+k) ve doğrultman da $y = -p/2+k$ olur. Buna göre parabolün denklemi $(x - h)^2 = 2p(y - k)$ olarak yazılır.



$(y - k)^2 = 2p(x - h)$

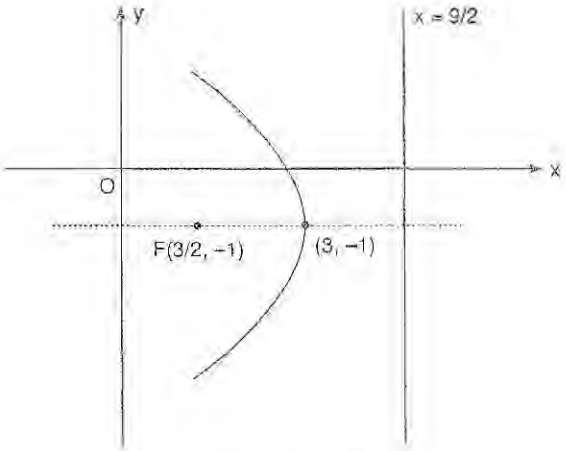
Eğer $p > 0$ ise parabolün ağzı yukarı doğru ve $p < 0$ ise aşağı doğrudur. Bu hali içeren grafiği siz çiziniz.

ÖRNEK: $y^2 + 2y + 6x - 17 = 0$ olan parabolün köşesini, odağını, doğrultmanını ve eksenlerini bularak çiziniz.

ÇÖZÜM: Önce, verilen denklemi standart şekle sokalım. Bunun için, verilen denklemden,

$$y^2 + 2y + 1 = -6x + 18$$
$$(y + 1)^2 = -6(x - 3)$$

yazılırsa, parabolün köşesi $(3, -1)$ ve $p = -3$ olarak bulunur. Buna göre, parabolün odağı $F(3/2, -1)$, doğrultmanı $x = 9/2$ ve ekseni $y = -1$ olur. Parabolün ağzı sola açık olduğu için, grafiği bu verilenlere göre kolayca çizilir.



$$(y + 1)^2 = -6(x - 3)$$

ÖRNEK: Köşesinden geçen ekseni $x = 2$, köşesi $(2, 6)$ ve $(0, 0)$ noktasından geçen parabolün denklemini bulunuz.

ÇÖZÜM: Bulunacak parabolün standart denklemi,

$$(x - 2)^2 = 2p(y - 6)$$

olur. Burada, p parametresi bulunacaktır. Parabol $(0, 0)$ noktasından geçtiğine göre, $p = -1/3$ olarak bulunur. Böylece istenen denklem,

$$(x-2)^2 = -\frac{2}{3}(y-6)$$

olur. Bu verilenlere göre parabolün grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK: $y = x^2 + 4x$ parabolünü inceleyiniz.

ÇÖZÜM: Her iki yana 4 eklenerek tamkereye tamamlanırsa,

$$y + 4 = x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$$

olur. Buradan, parabolün merkezi $(h, k) = (-2, -4)$, $p = 1/2$, köşesi $(-2, -4)$, odağı $F(-2, -9/4)$ ve doğrultmanı $y = -17/4$ olarak bulunur. Bu verilenlere göre parabolün grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK: $2x^2 + 5y - 3x + 4 = 0$ denklemini inceleyiniz.

ÇÖZÜM: Verilen denklem tamkareye tamamlanırsa,

$$\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{5}{2}\left(y + \frac{23}{40}\right)$$

yazılır. Buradan, parabolün merkezi $\left(\frac{3}{4}, -\frac{23}{40}\right)$, $p = -5/4$, odağı $F(3/4, -6/5)$ ve ağzı aşağı doğru açıktır. Buna göre grafiği siz çiziniz.

ÖRNEK: Köşesi (0, 0) başlangıç noktasından geçen, x eksenine göre simetrik ve $y = 6$ doğrusunu kestiği yerdeki teğetinin eğimi -1 olan parabolün denklemini bulunuz.

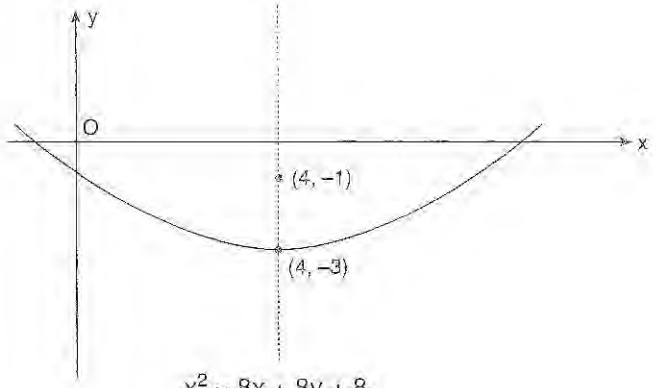
ÇÖZÜM: Bu verilenlere göre, parabolün standart denklemi $y^2 = 2px$ şeklindedir. Burada p sayısının bulunması yeter. $2yy' = 2p$ veya $y' = p/y$ olur. $y = 6$ noktasında $y' = -1$ olduğundan, $p = -6$ bulunur. Buna göre, parabolün denklemi, $y^2 = -12x$ olduğu hemen görülür. Bu verilenlere göre parabolün grafiğini siz çiziniz.

ÖRNEK: Doğrultmanı $y = -5$ ve odağı $F(4, -1)$ olan parabolün denklemini yazınız ve grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM: Parabolün doğrultmanı yatay olduğu için, parabolün ağzı aşağı veya yukarı doğru açıktır. Odak ve doğrultman parabolün köşelerine göre simetrik olduğundan, parabolün ağzı yukarı bakar. Buna göre, parabolün köşesi $(4, -3)$ olur. Böylece, parabolün standart denklemi $(x-4)^2 = 2p(y+3)$ olur. Bu denklemin grafiği $(4, -3)$ noktasından geçtiği için, $p = 4$ olarak bulunur. Buna göre parabolün denklemi,

$$(x-4)^2 = 8(y+3) \text{ veya } x^2 = 8x + 8y + 8$$

olarak bulunur.



$x^2 = 8x + 8y + 8$

ÖRNEK: $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ olan denklemin bir parabol olduğunu gösteriniz.

ÇÖZÜM: $x = X + h$ ve $y = Y + k$ dönüşümleri yapılırsa,

$$a(X+h)^2 + b(X+h) + c = aX^2 + (2ah+b)X + ah^2 + bh + c = Y + k$$

yazılır. Eğer $h = b/2a$ ve $k = ah^2 + bh - c = (4ac - b^2)/4a$ denirse, yukarıdaki denklemin,

$$X^2 = Y/a$$

elde edilir. Bu da bir parabol denklemidir.

Bu ifadenin bir parabol olduğunu tamkareye tamamlayarak da bulabiliriz. Bu söylediğimizi siz yapınız.

Benzer olarak, $x = ay^2 + by + c$ ifadesi de bir parabolü gösterir. Bu bilgilere göre, $x^2 = 10y$, $y^2 + 12x - 6y + 33$ ve $x^2 + 12y - 6x + 33 = 0$ parabollerinin grafiklerini siz çiziniz.

$y = ax^2 + bx + c$ parabolünün çiziminin kolay yapıldığı bir yol daha vardır. Türevi sıfıra eşitleyen denklemden parabolün tepe, yani köşe noktası bulunur. a sayısının pozitif veya negatif oluşuna göre parabolün ağzının hangi yöne baktığı belirlenir. $x = 0$ için y değerleri ve $y = 0$ için x değerleri bulunur. Bu bilgiler ışığı altında parabolün grafiği hemen ortaya çıkar.

ÖRNEK: Odağı y eksenine paralel, (1, 2), (2, 3) ve (–1, 6) noktalarından geçen parabolü bulunuz.

ÇÖZÜM: Parabolün odağı y ekseni üzerinde olduğundan, bulunacak parabolün denklemi,

$$x^2 + Dx + Ey + F = 0$$

olur. Verilen bu noktalar bu denklemi sağlayacağından,

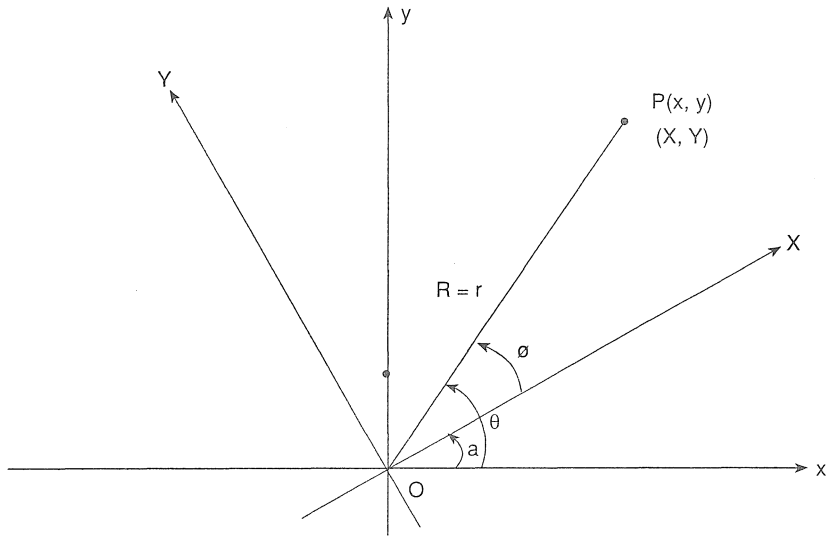
$$1 + D + 2E + F = 0$$
$$4 + 2D + 3E + F = 0$$
$$1 - D + 6E + F = 0$$

denklemleri yazılır. Bu denklemlerin ortak çözümünden, D = –2, E = –1 ve F = 3 olarak bulunur. Böylece, parabolün denklemi $x^2 - 2x - y + 3 = 0$ biçiminde çıkar. Bu parabolü de siz çiziniz.

Buraya kadar olan kısımda, koniklerin oldukça basit hallerini inceledik. Genel konik denklemi

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

biçimindedir. Dikkat edilirse, buraya kadar olan koniklerin tümünde B = 0 olarak alındı ve diğer haller özel olarak incelendi. Şimdi, en genel şekilde konikleri tanıtalım. Bunun için önce dönme nasıl olur, onu görelim.



xy koordinat sistemi θ açısı kadar pozitif yönde döndürülürse, xy koordinat sistemindeki P(x, y) noktasının XY koordinat sistemindeki durumu R = r ve Ø = θ – a olur. XY sisteminde, kutupsal koordinatlarla

$$X = R\cos Ø \text{ ve } Y = R\sin Ø$$

yazılır. Böylece, (r, θ) ve (R, Ø) kutupsal koordinatları arasında Ø = θ – a olduğu kullanılırsa, R = r için,

$$X = r\cos(\theta - a) \text{ ve } Y = r\sin(\theta - a)$$

olur. Trigonometrik özdeşliklerden,

$$\cos(\theta - a) = \cos\theta\cos a + \sin\theta\sin a$$
$$\sin(\theta - a) = \sin\theta\cos a - \cos\theta\sin a$$

oldukları kullanılırsa,

$$X = r\cos\theta\cos a + r\sin\theta\sin a$$
$$Y = r\sin\theta\cos a - r\cos\theta\sin a$$

elde edilir. $x = r\cos\theta$ ve $y = r\sin\theta$ bağıntılarıyla,

$$X = x\cos a + y\sin a$$
$$Y = -x\sin a + y\cos a$$

olur. Buradan,

$$x = X\cos a - Y\sin a$$
$$y = X\sin a + Y\cos a$$

bulunur. Böylece (x, y) koordinat sistemi ile (X, Y) koordinat sistemi arasındaki bağıntılık bulunmuş olunur.

Koordinat sisteminin dönme açısı θ ile gösterilir. Buna göre, a = θ olarak gösterilirse, son eşitlikler,

$$X = x\cos\theta + y\sin\theta$$
$$Y = -x\sin\theta + y\cos\theta$$

ve

$$x = X\cos\theta - Y\sin\theta$$
$$y = X\sin\theta + Y\cos\theta$$

olarak yazılır.

ÖRNEK: (3, 2) noktası ve koordinat sisteminin dönmesi $\theta = 30°$ olarak veriliyor. Yeni koordinat sisteminde (3, 2) noktasını bulunuz. Ayrıca, $\theta = 45°$ olursa, $xy = 1$ denklemi neye dönüşür?

ÇÖZÜM: $\theta = 30°$ olduğunda, (3, 2) noktası,

$$X = 3\cos 30° + 2\sin 30° = \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{3\sqrt{3}}{2} \sim 3.6$$

ve

$$Y = -3\sin 30° + 2\cos 30° = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2} = -\frac{3}{2}\sqrt{3} \sim 0.2$$

olur. Yani, bu dönmeyle (3, 2) noktası

$$\left(1 + \frac{3\sqrt{3}}{2}, -\frac{3}{2} + \sqrt{3}\right)$$

noktasında dönüşür.

Eğer $\theta = 45°$ ise, $x = X\cos\theta - Y\sin\theta$ ve $y = X\sin\theta + Y\cos\theta$ olduğundan,

$$x = \frac{X}{\sqrt{2}} - \frac{Y}{\sqrt{2}} \text{ ve } y = \frac{X}{\sqrt{2}} + \frac{Y}{\sqrt{2}}$$

olur. Buna göre, $xy = 1$ denklemi, XY koordinat sisteminde

$$1 = xy = \frac{(X - Y)(X + Y)}{2} = \frac{X^2 - Y^2}{2}$$

veya

$$\frac{X^2}{2} - \frac{Y^2}{2} = 1$$

olan merkezcil hiperbole dönüşür.

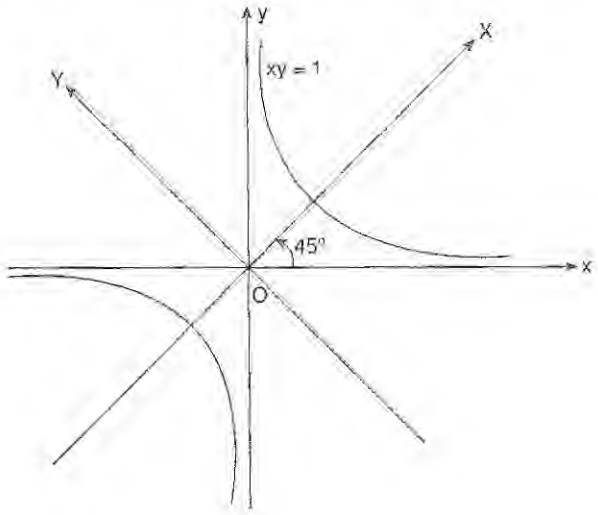
Eğer $\theta = 30°$ ve P noktası (1, –2) olarak verilmişse, benzer olarak bu nokta bu dönmeyle,

$$X = \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \text{ ve } Y = -\frac{1}{2} - \sqrt{3}$$

noktasına dönüşür.

xy = 1 denkleminin 45° kadar dönmesiyle elde edilen hiperbolün grafiği aşağıda olduğu gibi çizilir.

(3, 2) noktasının 30° dönmesiyle yeni koordinat sistemindeki yerini siz bulunuz.



ÖRNEK: P(1, 4) noktasının 2y − x = 2 doğrusuna olan uzaklığını bulunuz.

ÇÖZÜM: Bu problem,

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

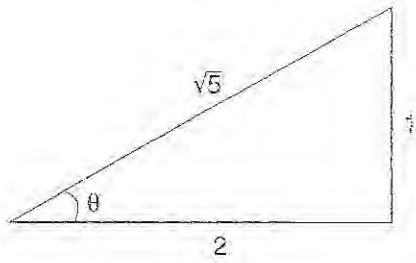
formülüyle

$$d = \frac{|2.4 - 1.1 - 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

olarak kolayca bulunabilir.

Fakat, biz bu yolu izlemeden koordinat sisteminin dönmesini bu problem için bir uygulama olarak yapacağız.

$2y - x = 2$ doğrusunun eğimi $\tan\theta = m = 1/2$ olduğundan, θ açısı bellidir. Buna göre, P noktasının $\theta°$ dönmesiyle bulunan noktanın koordinatlarını bulmalıyız. $\tan\theta = 1/2$ olduğundan, dik üçgene göre,



$\sin\theta = 1/\sqrt{5}$ ve $\cos\theta = 2/\sqrt{5}$ olur. Böylece,

$$X = \frac{2x}{\sqrt{5}} + \frac{y}{\sqrt{5}}, \quad Y = \frac{-x}{\sqrt{5}} + \frac{2y}{\sqrt{5}},$$

$$x = \frac{2X}{\sqrt{5}} - \frac{Y}{\sqrt{5}}, \quad y = \frac{X}{\sqrt{5}} + \frac{2Y}{\sqrt{5}},$$

yazılır. Bu ifadeler $2y - x = 2$ denkleminde yerlerine konulursa, $Y = 2/\sqrt{5}$ olarak bulunur. Yani, $Y = 2/\sqrt{5}$, verilen doğrunun X eksenine olan uzaklığıdır. P(1, 4) noktasının X eksenine olan uzaklığı da $Y = 7/\sqrt{5}$ kadardır. Böylece, $d = (7 - 2) / \sqrt{5} = 5 / \sqrt{5} = \sqrt{5}$ olur.

ÖRNEK: $x^2 - y^2 - 10 = 0$ hiperbolünün $\theta = 45°$ ve $2x^2 + 3xy + y^2 = 8$ elipsinin 30° kadar dönmesiyle elde edilen denklemleri bularak grafiklerini çiziniz.

ÇÖZÜM: $\theta = 45°$ ise,

$$x = \frac{X}{\sqrt{2}} - \frac{Y}{\sqrt{2}} \text{ ve } y = \frac{X}{\sqrt{2}} + \frac{Y}{\sqrt{2}}$$

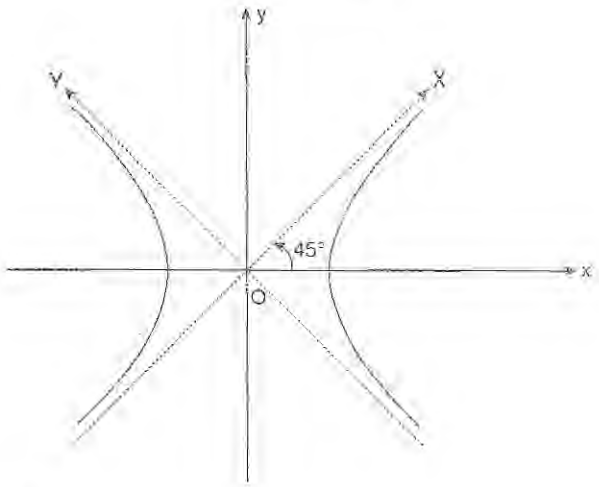
olacağından, $x^2 - y^2 - 10 =$ denklemi bu dönmeyle,

$$\left(\frac{X}{\sqrt{2}} - \frac{Y}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{X}{\sqrt{2}} + \frac{Y}{\sqrt{2}}\right)^2 - 10 = 0$$

$$\frac{X^2}{2} - XY + \frac{Y^2}{2} - \frac{X^2}{2} - XY - \frac{Y^2}{2} - 10 = 0$$

$$XY + 5 = 0$$

olarak bulunur. Grafiği de aşağıda olduğu gibidir.



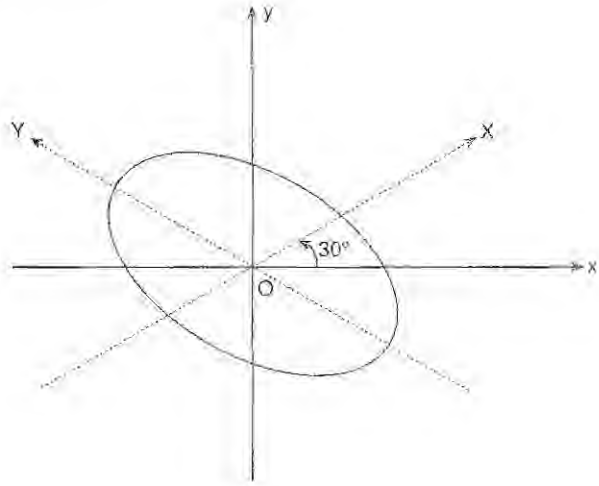
Eğer $\theta = 30^\circ$ ise,

$$x = \frac{X\sqrt{3}}{2} - \frac{Y}{2} \text{ ve } y = \frac{X}{2} + \frac{Y\sqrt{3}}{2}$$

olacağından, $2x^2 + \sqrt{3}xy + y^2 = 8$ denklemi,

$$2\left(\frac{X\sqrt{3}}{2} - \frac{Y}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{X\sqrt{3}}{2} - \frac{Y}{2}\right)\left(\frac{X}{2} + \frac{Y\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{X}{2} + \frac{Y\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 8$$

şeklinde yazılır. Bu denklem kısaltılırsa, $5X^2 + Y^2 = 16$ şeklini alır. Bu eğrinin grafiği de aşağıda olduğu gibidir.



Eğri hem kaymış ve hem de dönmüş olsun. Bu halde $X = x - h$, $Y = y - k$, $x = X + h$ ve $y = Y + k$ oldukları düşünülürse, θ açısı kadar dönmüş koordinat sistemi için

$$X = x\cos\theta + y\sin\theta - h$$
$$Y = -x\sin\theta + y\cos\theta - k$$

veya

$$x = Y\cos\theta - Y\sin\theta + h$$
$$y = X\sin\theta + Y\cos\theta + k$$

olur. Yani, verilen koniğin merkezi (h, k) kadar kaymış ve xy koordinat sisteminin eksenleri de pozitif yönde θ açısı kadar dönmüştür. Daha genel olarak, xy koordinat sisteminin başlangıç noktası (h, k) kadar kaymış ve eksenleri de pozitif yönde θ açısı kadar dönmüştür. Koniklerin dönmesi ve kaymasıyla şekli değişmez.

ÖRNEK: Aralarında

$$X = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 3$$
$$Y = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 1$$

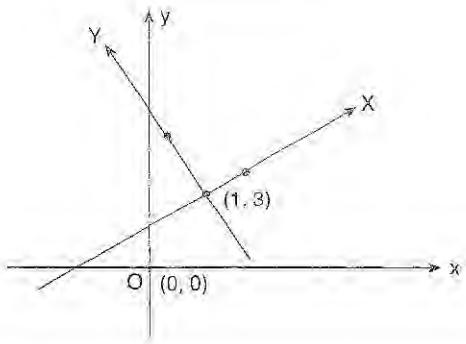
bağıntıları bulunan xy sistemini bilinen durumu ile çiziniz.

ÇÖZÜM: XY koordinat sistemindeki X ekseni (0, 0) ve (1, 0), Y ekseni de (0, 0) ve (0, 1) noktaları ile bellidir. XY koordinat sisteminin merkezi (0, 0) olarak alınırsa, xy koordinat sisteminde bu noktaya karşılık,

$$0 = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - 3$$
$$0 = -\frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - 1$$

denklem sistemlerinin çözümünden (1, 3) olarak bulunur.

Benzer olarak, XY koordinat sistemindeki (1, 0) noktasına karşılık, xy koordinat sisteminde yine (8/5, 19/5) ve (0, 1) noktasına karşılık olarak (1/5, 18/5) noktaları bulunur. Bunlara göre xy koordinat sistemi kolayca çizilebilir. En kolay çizim yöntemi şöyle olur. Önce xy koordinat sistemi çizilir. Sonra, (1, 3) merkezli, (1/5, 18/5) ve (8/5, 19/5) noktalarından geçen XY koordinat eksenleri çizilir.



İkinci bir yöntem de, XY koordinat sisteminin merkezinden, Y ekseni boyunca –1 noktasından X eksenine paralel –3 kadar çizerek xy koordinat sisteminin O merkezi bulunur. Bundan sonra,

$$\cos\theta = \frac{3}{5} \quad \text{ve} \quad \sin\theta = \frac{4}{5}$$

olduğu gözönüne alınarak, $\tan\theta = 4/3$ bağıntısından, O noktasında X ekseni ile θ açısı yapacak Ox yarı doğrusu çizilir. Bundan sonra Oy eksenini çizmek kolaydır.

Verilen bir konik denkleminin dönme açısının bulunması için kolay bir yöntem vardır. Şimdi bunu gösterelim.

xy koordinat sistemindeki konik denklemi,

$$A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$$

olmak üzere,

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \qquad (1)$$

biçimindedir. xy koordinat sistemindeki bir konik θ açısı kadar dönsün. Bu halde, XY koordinat sistemiyle xy koordinat sistemi arasında

$$x = X\cos\theta - Y\sin\theta$$
$$y = X\sin\theta + y\cos\theta$$

veya

$$X = x\cos\theta + y\sin\theta$$
$$Y = -x\sin\theta + y\cos\theta$$

bağıntıları vardır. Şimdi, xy koordinat sistemindeki koniğe karşılık, XY koordinat sisteminde,

$$A'X^2 + B'XY + C'Y^2 + D'X + E'Y + F' = 0 \qquad (2)$$

olacak şekilde bir konik vardır. Buraya kadar olan koniklerde XY terimi yoktu. Öyleyse, $B'XY = 0$ olması için gerekli ve yeterli koşulun, $B' = 0$ olmasıdır. Burada, XY teriminin katsayısı sıfır olacak biçimde θ açısını A, B ve C katsayılarına bağlı olarak bulacağız. Bunun için (1) denkleminde $x = X\cos\theta - Y\sin\theta$ ve $y = X\sin\theta + Y\cos\theta$ değerleri konularak, (2) denklemine özdeş kılınır ve $E' = 0$ yazılması yeter. Böylece,

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = A(X\cos\theta - Y\sin\theta)^2 + B(X\cos\theta - Y\sin\theta)$$
$$(X\sin\theta + Y\cos\theta) + C(X\sin\theta + Y\cos\theta)^2 + D(X\cos\theta - Y\sin\theta) +$$
$$E(X\sin\theta + Y\cos\theta) + F = 0$$

yazılır. Gerekli işlemler yapılırsa,

$$(A\cos^2\theta + B\cos\theta\sin\theta + C\sin^2\theta)X^2 + [B(\cos^2\theta - \sin^2\theta) +$$
$$2(C - A)\sin\theta\cos\theta]XY + (A\sin^2\theta - B\sin\theta\cos\theta - C\cos^2\theta)Y +$$
$$(D\cos\theta + E\sin\theta)X + (-D\sin\theta + E\cos\theta)Y + F = 0$$

olur. Bunu kısaca,

$$A'X^2 + B'XY + C'Y^2 + D'X + E'Y + F' = 0$$

olarak yazılır. Burada

$$A' = A\cos^2\theta + B\sin\theta\cos\theta + C\sin^2\theta$$
$$B' = B(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + 2(C - A)\sin\theta\cos\theta,$$
$$C' = A\sin^2\theta - B\sin\theta\cos\theta + C\cos^2\theta,$$
$$D' = D\cos\theta + E\sin\theta,$$
$$E' = E\cos\theta - D\sin\theta$$
$$F' = F$$

biçiminde alınmıştır. XY teriminin katsayısının sıfır olması için $B' = 0$ olmalıdır. Yani, $\cos^2\theta - \sin^2\theta = \cos 2\theta$ ve $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$ olduğundan,

$$B' = B\cos 2\theta - (A - C)\sin 2\theta = 0$$

yazılır.

Eğer $C = A$ ise, $B' = B\cos 2\theta = 0$ veya $\cos 2\theta = 0$ olur. Bu da $\theta = \pi/2$ olan bir çözümdür.

Eğer $C \neq A$ ise,

$$\tan 2\theta = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \frac{B}{A-C} \quad \text{veya} \quad \cot 2\theta = \frac{\cos 2\theta}{\sin 2\theta} = \frac{A-C}{B}$$

olarak yazılır.

Özet olarak, $B = 0$ ise, $\theta = \pi/4$ rd $= 45°$ ve

$$A'X^2 + E'Y = 0,$$
$$C'Y^2 + D'X = 0,$$
$$A'X^2 + C'Y^2 + F = 0$$

olur. $B \neq 0$ ise,

$$\tan 2\theta = \frac{B}{A-C}$$

formülü çözümdür.

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

olsun. $\Delta = B^2 - 4AC$ ifadesine diskriminant denir.

1. Eğer $B^2 - 4AC < 0$ ise, konik bir elips, bir çember, bir noktaya veya bir boş küme olur. Bu halde, $A = C$ ise konik bir çember ve $A \neq C$ ise, konik bir elipstir.

2. $B^2 - 4AC > 0$ ise, konik bir hiperbol veya kesişen iki doğrudur.

3. $B^2 - 4AC = 0$ ise, konik parabol, iki paralel doğru, bir doğru veya bir boş kümedir.

4. A ve C sayıları aynı işaretli ise, konik bir elips, bir çember, bir nokta veya boş bir kümedir. Bu halde $B = 0$ olarak alınacaktır.

5. A ve C sayıları ters işaretli ise, konik bir hiperbol veya kesişen iki doğrudur. Yine $B = 0$ olarak alınacaktır.

6. A veya B sayılarından birisi sıfırsa, konik bir parabol, iki paralel doğru, bir doğru veya boş bir kümedir. $B = 0$ alınacaktır.

7. $A + C = A' + C'$ ve $B^2 - 4AC = B'^2 - 4A'C'$ olur.

8. $A = B = C = 0$, D ve E sayılarının ikisi birden sıfır değilse, konik bir doğrudur.

9. $A = C \neq 0$ ise, konik bir çember, bir nokta veya bir boş kümedir. $B = 0$ kabul edilecektir.

10. Eğer (1) denklemi bir değişkenli ise, konik bir paraboldür.

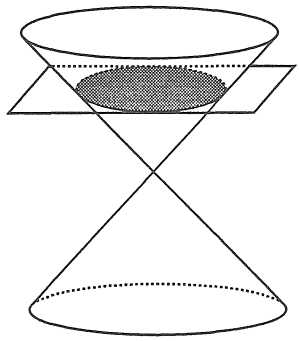
11. $AC > 0$, yani A ve C sayıları aynı işaretli ise, konik bir elips, bir nokta veya bir boş kümedir. $B = 0$ kabul edilecektir.

12. $AC < 0$, yani A ve C sayıları ters işaretli ve her ikisi de sıfırdan farklı ise, konik bir hiperbol, kesişen iki doğru veya bir boş kümedir.

13. Koniğin dönmesiyle şekli değişmez. Kayma ile de şekli korunur.

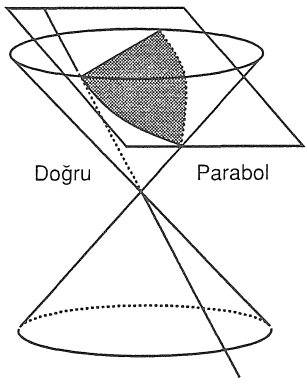
Koniklerin başka yollarla elde edilişleri de vardır. Bu da, bir koninin bir düzlemle kesişimlerinden elde edilir.

1. Koninin eksenine dik bir düzlemle kesişimi bir nokta veya bir çemberdir.

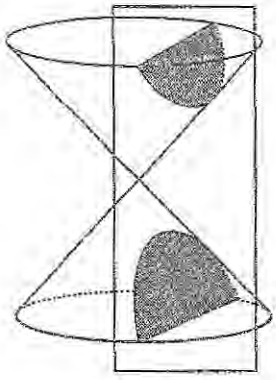


Nokta ve çember.

2. Koninin yanal ayrıtına paralel bir düzlemle kesişimi bir doğru veya bir paraboldür.

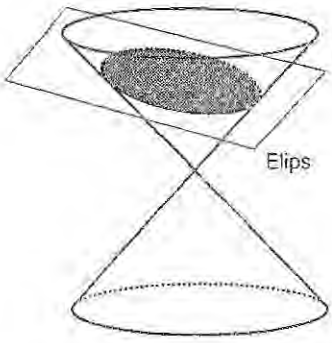


3. Koninin eksenine paralel bir düzlemle kesişimi bir hiperboldür.



Hiperbol.

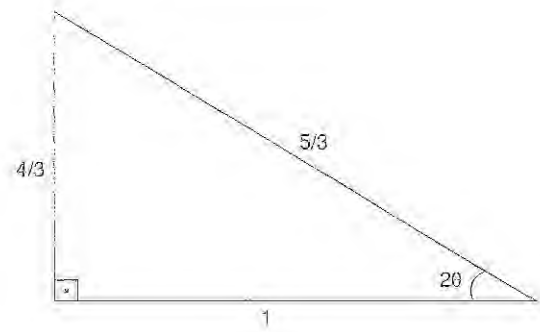
4. $0 < \theta < \pi$ olsun. Koninin ekseni ile θ açısı yapacak şekildeki bir düzlemle kesişiki bir nokta, bir doğru veya bir elipstir.



Buraya kadar verilenlerle, bir koniğin denkleminden türünü kolayca bulabiliriz. Yalnız, boş kümenin geometrik bir görünümü olmadığından, bu hali resimlemek olanaklı değildiğir. Bu hal ancak matematiksel olarak gelir.

ÖRNEK: $8x^2 - 4xy + 5y^2 = 36$ denkleminin XY koordinat sistemine göre grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM: $A = 8$, $B = -4$ ve $C = 5$ olduğundan, $\tan 2\theta = B/(A - C) = -4/3$ olur. $0 < 2\theta < \pi$ olduğu düşünülürse, $\sin 2\theta \geq 0$ olduğu sonucuna varılır.



Tan2θ verildiğinde, dik üçgenin 2θ açısı karşısındaki dik kenar 4/3 ve bitişik dik kenarı 1 denirse, buna bağlı olarak dik üçgenin hipotenüsü 5/3 olarak bulunur. Böylece, verilenlere göre, $\cos 2\theta = -3/5$ yazılır. Ayrıca,

$$\cos^2\theta = (1 + \cos 2\theta)/2 = (1 - \frac{3}{5})/2 = 1/5$$

ve

$$\sin^2\theta = (1 - \cos 2\theta)/2 = (1 + \frac{3}{5})/2 = 4/5$$

elde edilir. Böylece, $x = X\cos\theta - Y\sin\theta$ ve $y = X\sin\theta + Y\cos\theta$ eşitliklerinden,

$$x = \frac{X - 2Y}{\sqrt{5}} \text{ ve } y = \frac{2X + Y}{\sqrt{5}}$$

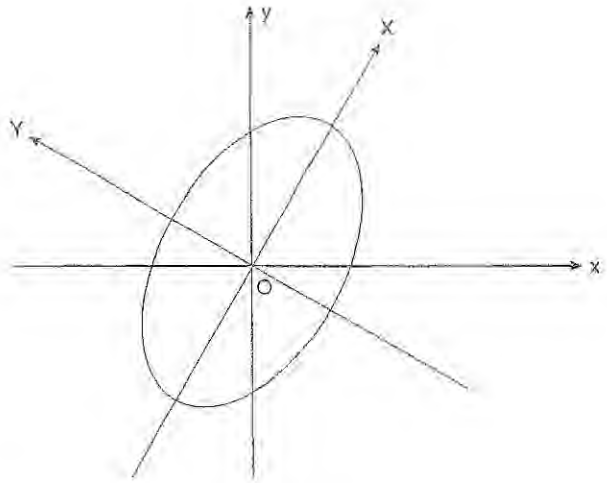
olarak bulunur. Buradan, x ve y değerleri verilen denklemde yerlerine konulursa,

$$\frac{8}{5}(X^2 - 4XY + 4Y^2) - \frac{4}{5}(2X^2 - 3XY - 2Y^2) + \frac{5}{5}(4X^2 + 4XY + Y^2) = 36$$

yazılır. Gerekli kısaltmalar yapılırsa,

$$4X^2 + 9Y^2 = 36 \text{ veya } \frac{X^2}{9} + \frac{Y^2}{4} = 1$$

olur. Buna göre, verilen denklem bir elipsi gösterir.



$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = 2$$

olduğundan, X ekseninin eğimi 2 olur . Y = 0 için, X = ±3 yazılır. Buna göre elipsin köşeleri

$$\left(\pm\frac{3}{\sqrt{5}}, \pm\frac{6}{\sqrt{5}}\right)$$

biçimindedir. Bu verilenlere göre, dönmüş olan elipsin grafiği kolayca çizilir.

ÖRNEK: $5x^2 + 5y^2 - 6xy = 8$ eğrisinin dönme açısını bularak grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM: A = C = 5 olduğu için, $\theta = \pi/4$ rd = 45° olur. Böylece, dönme denklemlerinden,

$$x = (X - Y)/\sqrt{2} \quad \text{ve} \quad y = (X + Y)/\sqrt{2}$$

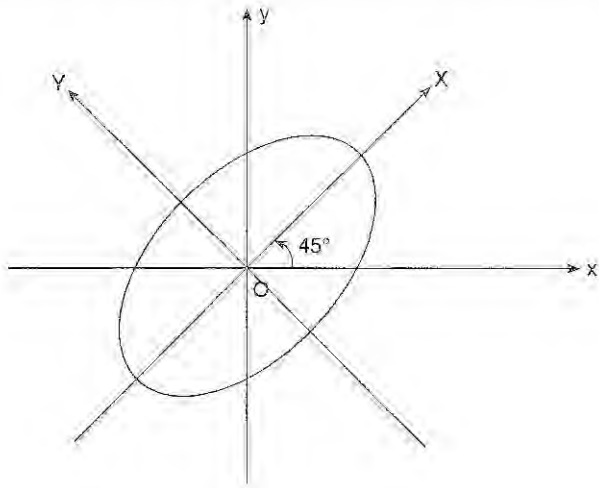
yazılır. Bunlar verilen denklemde yerine konulursa,

$$\frac{5}{2}(X - Y)^2 + \frac{5}{2}(X + Y)^2 - 3(X - Y)(X + Y) = 8$$

yazılır. Gerekli işlemler ve kısaltmalar yapılırsa,

$$2X^2 + 8Y^2 = 8 \quad \text{veya} \quad \frac{X^2}{2^2} + \frac{Y^2}{1^2} = 1$$

elde edilir. Bu denklem, verilen şekliyle bir elipstir ve grafiği de aşağıda olduğu gibidir. Y = 0 denirse, elipsin köşeleri X = ±2 olduğu kolayca görülür. Yani a = 2 ve b = 1 oldukları da hemen yazılır. Buna göre 45° dönmüş olan elipsin çizimi artık kolaydır.



ÖRNEK: $3x^2 - 26\sqrt{3}xy - 23y^2 + 8(9 + 2\sqrt{3})x + 8(9\sqrt{3} - 2)y - 272 = 0$ denkleminde xy terimini yok etmek için dönme açısını bulunuz ve eğrisinin türünü belirleyerek grafiğini çiziniz.

ÇÖZÜM: $A = 3$, $B = 26\sqrt{3}$ ve $C = -23$ olduğundan,

$$\tan 2\theta = \frac{B}{A - C} = -\sqrt{3}$$

yazılır. Böylece, $2\theta = 2\pi/3$ veya $\theta = \pi/3$ rd $= 60°$ olarak bulunur. Eğer koordinat sistemi $\theta = 60°$ kadar döndürülürse, xy terimi yok olur. Dönme denklemleriyle

$$x = (X - \sqrt{3}Y)/2 \text{ ve } y = (\sqrt{3}X + Y)$$

olur. Bunlar verilen denklemde yerlerine konulursa,

$$\frac{3}{4}(X - \sqrt{3}Y)^2 - \frac{13}{2}\sqrt{3}(X - \sqrt{3}Y)(\sqrt{3}X + Y) -$$

$$\frac{23}{4}(\sqrt{3}X + Y)^2 + 4(9 + 2\sqrt{3})(X - \sqrt{3}Y) + 4(9\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3}X + Y) - 272 = 0$$

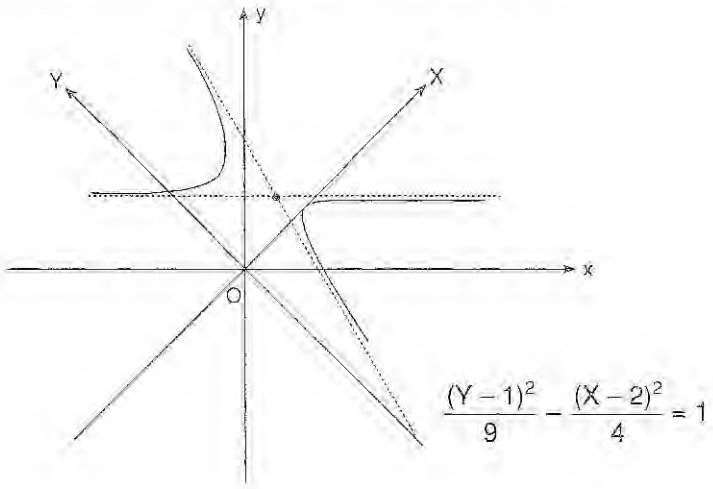
elde edilir. Gerekli kısaltmalar yapılırsa,

$$\frac{(Y-1)^2}{3^2} - \frac{(X-2)^2}{2^2} = 1$$

olarak yazılır. XY koordinat sistemine göre, hiperbolün merkezi (2, 1), a = 3 ve b = 2 kadardır. Hiperbolün asimtotları

$$Y - 1 = \pm \frac{3}{2}(X-2)$$

olduğu düşünülürse, istenen hiperbol aşağıda olduğu gibi çizilir.

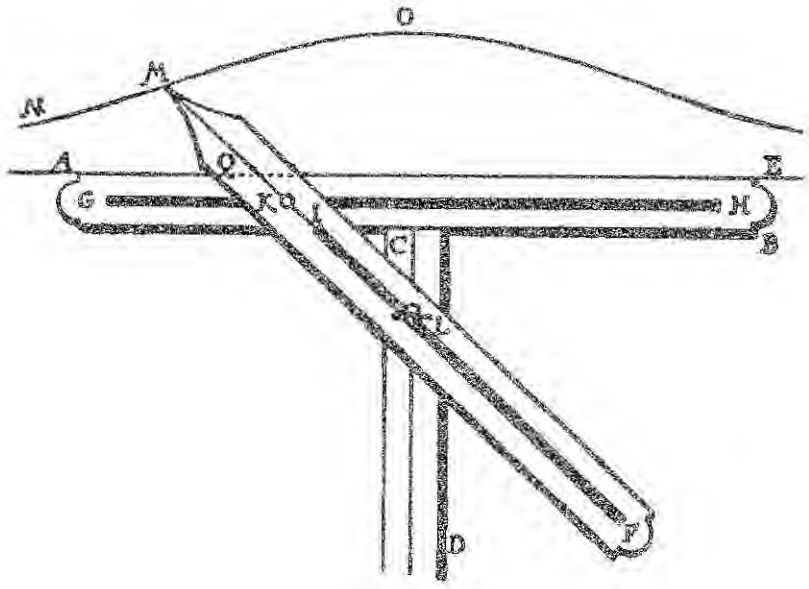


NİCOMEDES (İ. Ö. 180 YILLARI)

İ. Ö. 180 yıllarında parlayan Nicomedes, bu dönemin en iyi bilinen ve parlak geometricilerinden biridir. Konkoit denen midye kabuğu şekilli eğriyi Nicomedes bulmuştur. Konkoit eğrisi ile bir açının üç eşit parçaya bölünmesini kolayca yapmıştır. Kutupsal koordinatlarla $r = a\sec\theta \pm d$ formülü ile yazılan konkoit ile küpün katlanması da yapılabilir. Yani hacmi verilen bir küpün hacminin iki katı olan küpün bir kenarı bulunabilir. Konkoitin çizimi pergel ve cetvelle olmadığından Nicomedes'in yaptıkları da bu problemler için çözüm olmaktan uzaktır. Tüm bu olumsuz koşullara karşın, Nicomedes ve diğerleri gibi bu problemlerin çözümü için bu yıllarda uğraşmak önemli bir ilerlemedir.

Perseus hakkında çok az bazı bilgiler olmasına karşın, Nicomedes ve Diocles'in yaşamları hakkında biraz bilgi vardır. Bu matematikçilerin İ. Ö. 200 ile 100 yılları arasında yaşadıklarını Heron ve Geminus'un yazdıklarından öğreniyoruz. Helezon eğri-

leri üzerinde çalışan Nicomedes'in yapıtlarını Heron özetleyerek zamanımıza kadar gelmesini sağlamıştır. Bir dairenin bir eksen etrafında döndürülmesinden meydana gelen simit şekilli torusun özellikleri ve bu şeklin düzlemle kesişminden meydana gelen eğrileri inceleyen çalışmaların Perseus tarafından yapıldığını, tarihçi Geminus yazmaktadır. Bu konu Perseus'tan önce Eudoxus tarafından, Hippopede adlı kitabında incelemiştir.



Konkoit eğrisi ve çizimi

DİOCLES (İ. Ö. 180 YILLARI)

Nicomedes'in ünlü olduğu yıllarda bir matematikçi daha vardı. O da Nicomedes gibi İ. Ö. 200 ile İ. Ö. 100 yılları arasında yaşamıştır. Doğum ve ölüm yılları kesin olarak belli olmadığı gibi, yaşamı hakkında da fazla bir bilgi yoktur. İ. Ö. 180 yıllarında ünlü olmuştur. Onun en iyi bilinen çalışması, sissoit denen sarmaşık şekilli eğrisidir. Diocles, bu eğriyi kullanarak küpün katlanması problemini çözmüştür. Sissiot eğrisi analitik olarak $y^2(2a-x) = x^3$ eşitliği ile bellidir. Diocles'in ikinci olarak çözdüğü ünlü problem, daha önce Archimedes tarafından önerilen ve verilen bir kürenin bir düzlemle verilen oranda iki parçaya bölünmesi problemidir.

Yine İ. Ö. 200 ile İ. Ö. 100 yılları arasında yaşamış bir matematikçi daha vardır. O da Hypsicles'tir. Euclides'in on dördüncü ve on beşinci kitaplarının yazarının Hypsicles'in olduğu kabul edilir. Fakat son yapılan araştırma ve kritiklere göre, Euclides'in on beşinci kitabının yazarının Hypsicles olmayıp, İ. S. birkaç yüzyıl sonra yaşamış bir yazar tarafından kaleme alındığı ileri sürülmüştür.

Hypsicles'in yazdığı on dördüncü Elements adlı kitabın içeriği, düzgün katı cisimler üzerine olan bazı teoremlerdir. Bu teoremlerin sayısı yedidir. Hypsicles'in ayrıca poligonal sayılar, dizi ve seriler ile belirsiz denklemlerle de ilgilendiği bilinmektedir. Onun ilk göz ağrısı aslında astronomi ve astronomi üzerine yaptığı çalışmalardır. Greklerin en iyi astronomlarından biri olarak kabul edilir. Daireyi 360 eşit parçaya bölerek Babillilerde olduğu gibi dereceyi kullanmıştır. Yaptığı hesaplar Babillilerde olduğu gibi altmış tabanlıdır.

Hypsicles'in ikinci kitabı Risings adlı yapıtıdır. Bu kitap Grek matematiğini en iyi tanıtan yapıtlardan biridir. Doksan derecelik bir açının bir dik açı olduğunu Babillilerde olduğu gibi Yunanistan'da ilk kullanan biridir. Aslında dik açının daha önce Eratosthenes tarafından belirlendiğini bir tahmin olarak söyleyenler vardır. Fakat, temel Babillilerindir.

PERSEUS (İ. Ö. 150 YILLARI)

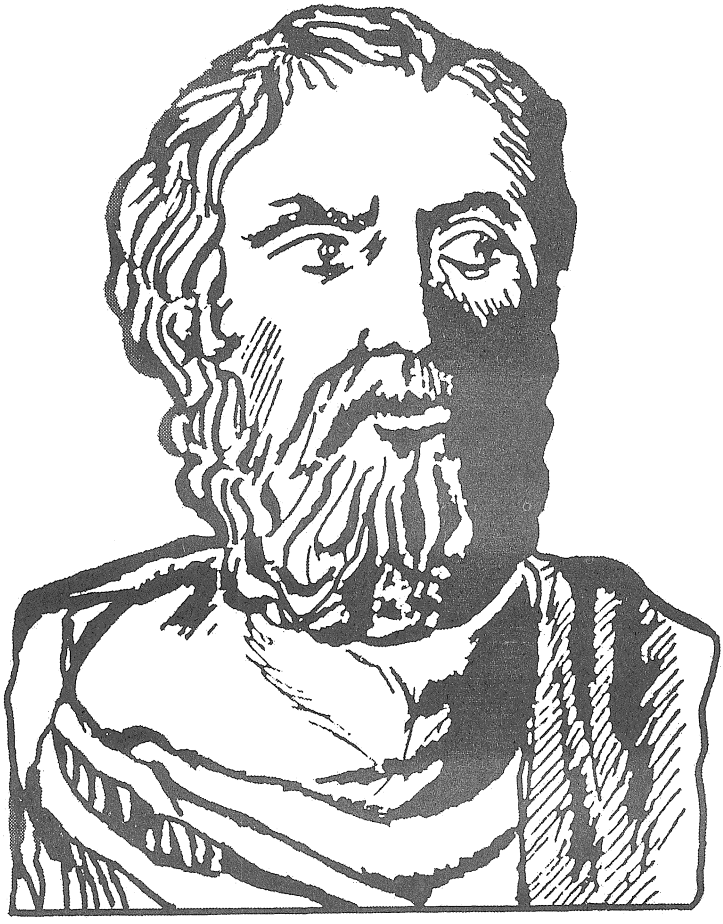
Eski dönemlerde bilimin ve matematiğin merkezi İskenderiye şehriydi. Bu okulda çok sayıda bilgin yetişti. Burada yetişen bilginler ülkelerine döndüklerinde İskenderiye'de öğrendiklerini devam ettirdiler.

İskenderiye okulunun ürünlerinden olan Perseus'un doğum ve ölüm tarihleri bilinmemektedir. İ. Ö. son yüzyılın çeyreğinde yaşadığı bilinmektedir. Yaşamı hakkında fazla bir bilgi yoktur. Eğriler üzerinde çalışan bir matematikçidir. İ. Ö. 150 yıllarında ünlü olmuştur. Simit veya yüzük şekilli olan ve torus denen katı şekiller üzerinde ve bu şeklin kesitleri üzerine çalışmalar yapmıştır. Torus veya ona benzer şekillerin düzlemle kesitlerini incelemiştir. Aslında bu katılar daha önce Eudoxus tarafından da incelenmiştir. Perseus bu çalışmaları devam ettirmiştir. Yapıtlarının hiç biri zamanımıza kadar gelememiştir. Ondan sonra gelen matematikçilerin çalışmalarında Perseus'un çalışmaları sadece birer kaynak olarak geçer.

Katı şekiller üzerinde çalışan ve izometrik şekiller üzerinde eserler veren Zenodorus İ. Ö. 180 yıllarında ünlü olmuştur. Onun da Perseus gibi doğum ve ölüm tarihleri bilinmemektedir. Yapıtlarının çoğu kaybolmasına karşın, yaşamının son yıllarında yazdığı bazı yapıtları korunmuş ve aktarmalarla zamanımıza kadar gelebilmiştir. On

dört tane olan önermesi Pappus tarafından korunarak günümüze kadar gelmesi sağlamıştır. Hatta bu önermelerin bir tanesi şöyledir. Eşit çevre yay uzunluklarına sahip daire kesmelerinin en büyük alanlısı yarım daire olan daire kesmesidir. Bu dönemde yetişen Hipparchus ve Heron da adları anılmaya değer astronom ve matematikçilerdir. Heron iyi bir matematikçi ve alet yapan üstün zekalı bir matematikçi olmasına karşın, Hipparchus, Yunan astronomlarının en önde geleni ve en ünlü olanıdır. İ. Ö. 160 yılları yöresinde Bithynia'da Nicaea'da doğan Hipparchus, Eudoxus, Aristarchus, Archimedes ve Eratosthenes'ten sonra gelen ve onları izleyen bir bilgin olarak geçer.

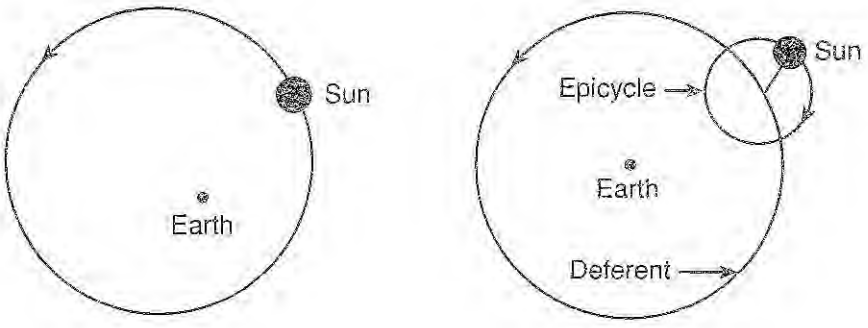
HİPPARCHUS (İ. Ö. 160 - 127)



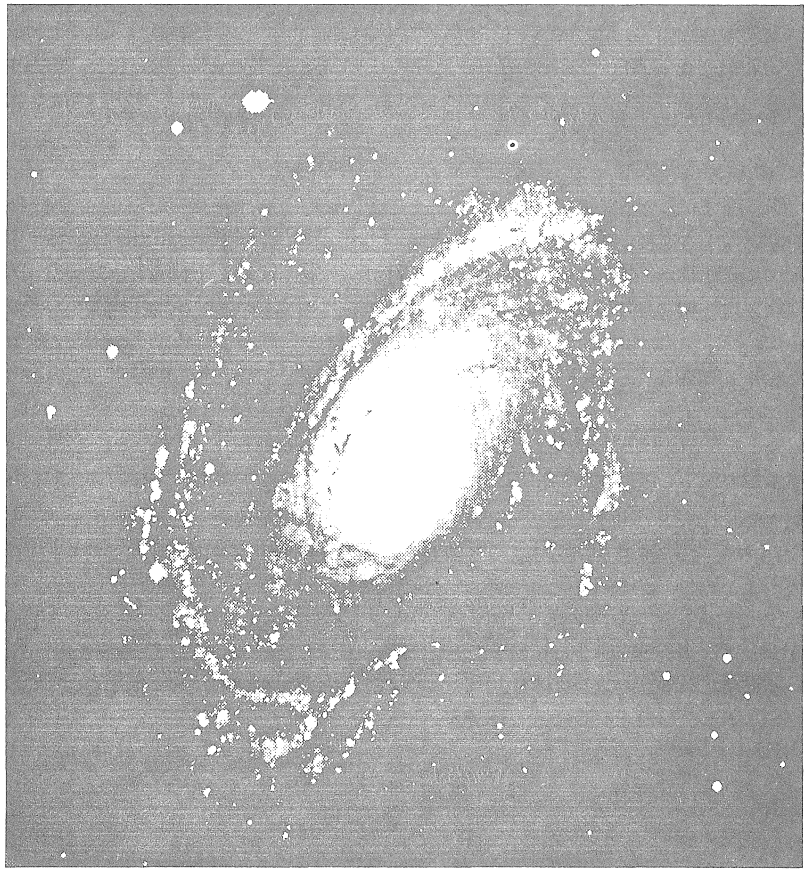
Eskiçağ Yunan astronomu ve matematikçisi olan Hipparchus Anadolu'da Nikaia, bugünkü İznik'te doğdu. Doğum tarihi kesin olarak bilinmiyor ama, İ. Ö. 160 yıllarında doğduğu söyleniyor. Ünlü astronom Delambre'nin belirlemelerine göre, üstün zekalı Hipparchus İ. Ö. 2. yüzyılda yaşamıştır. Bazı yazarlar İ. Ö. 190 - 120 yılları arasında yaşadığını yazarlar. Bunlara bu yörelerde başka tarihler ekleyenler de vardır. Fakat hiç biri kesin değildir.

Hipparchus, İ. Ö. 146 yılında Rodos adasına sürüldüğünden ve çalışmalarını burada yaptığından, matematik tarihinde daha çok Rodoslu Hipparchus olarak tanınır. Yaşamı hakkında güvenilir bilgiler yoktur. İlk bilimsel gözlem ve çalışmalarına Rodos adasında başladığı bilinir. Çalışmalarının bazılarını İskenderiye şehrinde gerçekleştirmiştir. Gözlemlerini İ. Ö. 141 ile 127 yılları arasında yapmıştır. İ. Ö. 125 yıllarında öldüğü sanılıyor.

Günümüze ulaşan bir kitabından, Güneş ve Ay'ın görünür çaplarındaki değişmeyi ölçebilmek için özel bir diyoptr bulduğu, bir dairenin çapını 120 eşit parçaya bölerek çaptaki parçalara göre kirişlerin değerlerini hesapladığı, astronomi hesaplarında kullanmak üzere, bu kirişlerin yarımşar derecelik cetvelini hazırladığı bilinir. Ay'ın ve Güneş'in hareketlerini gözlemleyen Hipparchus, biri sabit dış merkezlik kavramına, öteki ilmek kavramına dayanan iki görüş geliştirdi. Bunlardan birinin mevsimlerin açıklanmasında yeterli olduğunu kanıtladı. Yılı 360 eşit parçaya bölerek günü, benzer olarak daireyi 360 eşit parçaya bölerek dereceyi yazmayı Hypsicles'den almıştır. Eski Babillilerde de böyle yapılıyordu.



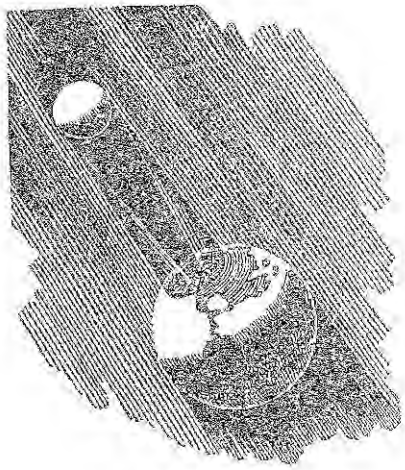
Hipparchus'un en büyük buluşu, Güneş'in yıllık hareketi sırasında burçlar kuşağının belirli bir noktasına gelebilmesi için geçen zamanın, bir ilkbahardan ötekine dek ekvatora ulaşmak için geçen zamandan biraz daha uzun olduğunu ayırt etmesi, ilim noktalarını yıllık ve değiştirmeleriyle açıklamasıdır. Bu yer değiştirmeye ilim noktalarının hareketi adı verilir. Yıl uzunluğunu altı buçuk dakikalık bir hata ile hesaplamış, bilinen ilk yıldız katoloğunu hazırlamış ve trigonometrinin temellerini kurmuştur.



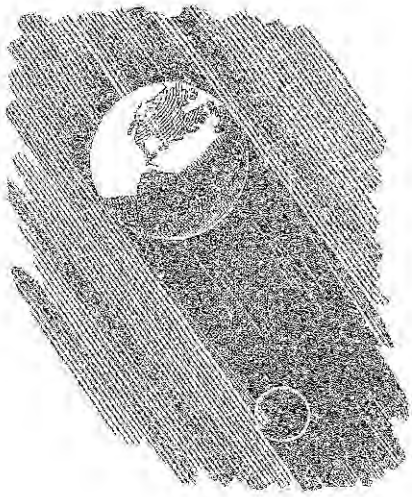
Bir galaksi.

Hipparchus'un bilinen son çalışmasının tarihinin İ. Ö. 127 olduğu genellikle kabul edilmektedir. Fransız astronom Jean Baptiste Joseph Delambre (1749 - 1822), Hipparchus'un Büyükköpek'in Eta yıldızı üzerindeki gözlemlerini de aynı yıl içinde gerçekleştirmiş olabileceğini göstermiştir. Hipparchus'a ilişkin bilgilerin büyük bölümü Amasyalı Strabon'un (İ. Ö. 66. İ. S. 24) yapıtlarıyla ve Ptolemaios'un büyük astronomi yapıtı Almagest ile günümüze ulaşmıştır. Ptolemaios kitabında sık sık söz ettiği Hipparchus'a büyük değer verir.

Bilimin o dönemlerde çok yavaş ilerlemesinin bir sonucu olarak, aralarında üç yüzyıla yakın bir zaman farkı olmasına karşın, Ptolemaios, ondan çağdaş bir bilim adamı diye saygıyla söz eder. Bazı bilginler bu bilgilerin bu iki bilim adamının hangisinden kaynaklandığını belirlemede güçlük çekerler. İlk astrolabın da Hipparchus tarafından bulunduğuna inanılır. Hipparchus bu aletle yıldız ve gezegenlerin yüksekliklerini ölçerdi. Bununla aynı zamanda zaman ve boylam bulunabiliyordu.

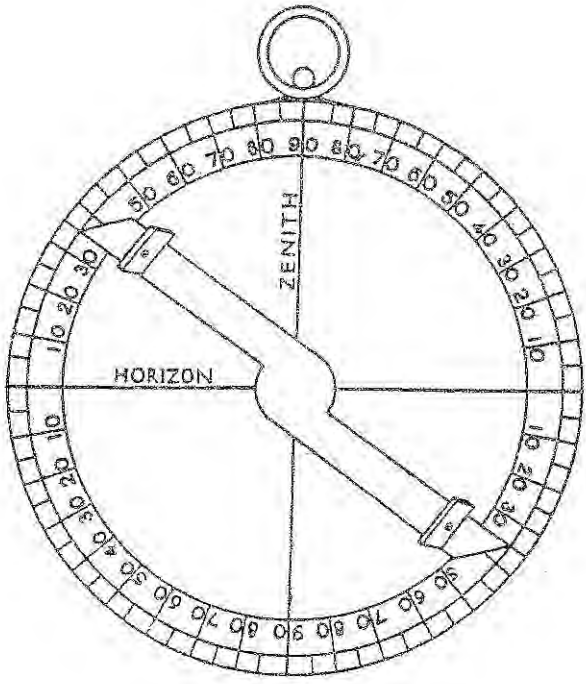


Güneş tutulması.



Ay tutulması.

Astrolabı Hipparchus'un bulduğuna inanılır.



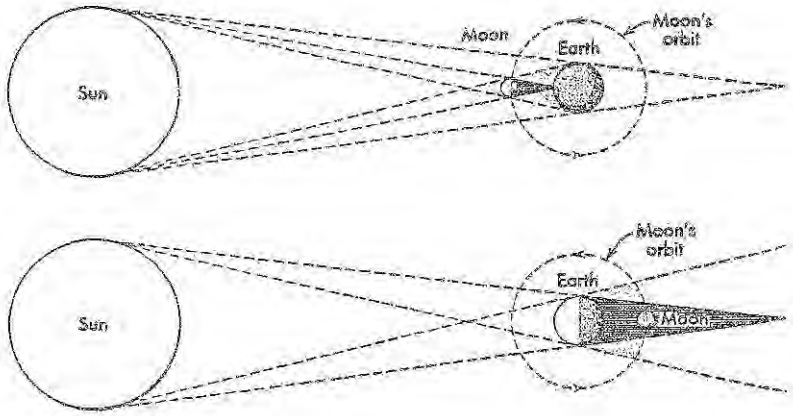
Basit bir astrolap.

Hipparchus, bütün çalışmalarında duru bir düşünce biçimi sergiler, gereksiz karmaşıklıklar içeren kuramlardan kaçınırdı. Yalnızca astrolojiyi kabul etmemekle kalmamış, Archimedes'e göre Sisamlı Aristarchus'un ortaya atmış olduğu ve sonradan Babilli Selevkos'un canlandırdığı gün merkezli evren görüşüne de karşı çıkmıştır. Bu konuda, o dönemlerde Yer'in hareketli olduğu görüşüne karşı güçlü kanıtlar ileri sürülmüş olduğunu ve düşünsel ortamın Aristarchus'un görüşlerinin benimsenmesine hiç bir zaman uygun düşmediğini anımsatmak yerinde olur. Ayrıca hem gün merkezli devinen dışmerkezli yörüngeler sistemi, hem de taşıyıcı daireler ve ilmek sistemi, Güneş'in, Ay'ın ve gezegenlerin hareketlerindeki düzensizliklerin çoğunu doyurucu bir biçimde açıklamaya yetiyordu. Bu iki sistem, gök cisimlerinin deviniminin düzgün ve dairesel olduğuna ya da en azından düzgün dairesel hareketler cinsinden belirlenebileceğine ilişkin yanlış inançtan kaynaklanıyordu. Merkezi devinen dışmerkezli yörünge sisteminde gök cisminin Yer çevresinde dolanırken izlediği varsayılan dairesel yörüngenin merkezinin de Yer'in çevresinde dolandığı düşünülüyordu. İkinci sistemde gök cismi, ilmek denen küçük bir çember üzerinde dolanırken, bu küçük çemberin merkezi de taşıyıcı daire olarak adlandırılan Yer'in çevresindeki büyük bir çember üzerinde dolanıyordu. Ptolemaios'un yer merkezli kozmoloji sisteminde bu iki sistem birleştirilmiştir. Bir başka deyişle, taşıyıcı daire sistemi korunmuş, ana taşıyıcı daire, dış merkezli bir çember olarak düşünülmüştü. Batı Avrupa biliminin devraldığı sistem de Ptolemaios'un bu Yer merkezli modeliydi. Fakat, Hipparchus'un görüşlerinin Ptolemaios

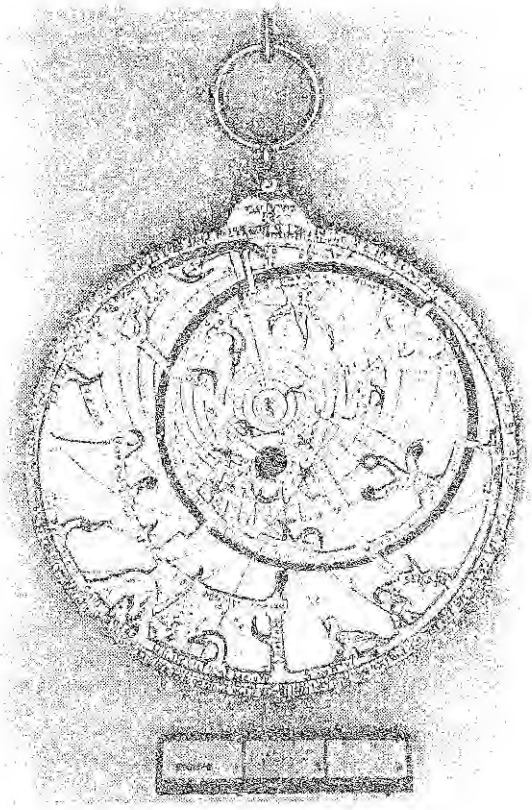
üzerinde, kendisinin de belirtmiş olduğu gibi, çok büyük etkisi olduğu unutulmamalıdır. Ancak on beşinci yüzyılda düzenli ve çok uzun süreli gözlemler sonucunda Yer merkezli sistemin kabul edilemeyecek kadar karmaşık olduğu görülmüş ve Kopernik, Güneş'in evrenin merkezinde olduğu görüşünü ortaya koymuştur.

Hipparchus'un kullandığı aygıtlar hakkında çok az bilgi vardır. Döneminin bilinen gözlem araçlarını kullandığı düşünülebilir. Ayrıca, Ptolemaios onun açı ölçmek amacıyla geliştirilmiş bir teodolit ile astrolabı bulmuş olduğunu yazar. Hipparchus'un en büyük başarılarından biri de ılım noktalarının yalpalamasıdır. Yani, tutulum düzlemi ile ile gök ekvatorunun kesişme noktaları olarak tanımlanan ılım noktalarının yer değiştirmesi nedeniyle yıldızların gözlenen konumlarının değişmesi olgusunu keşfetmiştir. Ilım noktlarını konu alan ve bu başlıkta bir kitap yazmış olduğu da anlaşılmaktadır. Ilım noktası deyimi bugün de kullanılmaktadır. Bunun yerine bazen kısaca yalpalama deyimi de kullanılır. Hipparchus'un bu buluşu, titiz gözlemlerin ve bu gözlemlerin sonucunu değerlendirebilen keskin bir zekanın ürünüdür. O, yıldızların konumunu gözleyerek bulduğu sonuçları kendisinden 150 yıl önce İskenderiyeli Timokharis'in belirlediği konumlarla ve Babillilerin daha da önce gerçekleştirmiş olduğu gözlemlerle karşılaştırmış ve sonuca ulaşmıştır. Bu yalpalama konusu daha sonraki yıllarda hemen hemen her astronomun ilgisini çekmiş ve bu konu üzerinde çalışmalar yapılmasını sağlamıştır.

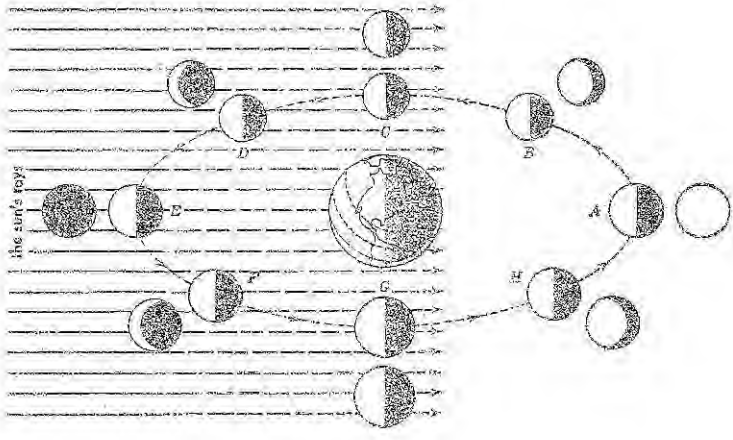
Bu karşılaştırmalar sonucunda yıldızların boylamlarında gözlem hatalarından kaynaklanabilecek değerlerin çok üstünde değişimler olduğunu gören Hipparchus, bu farkları yalpalama olgusuyla açıklamış ve yalpalama değerlerinin yılda kırk beş ya da kırk altı saniyelik açı olması gerektiği sonucuna varmıştır. Bu değer Ptolemaios'un öne sürdüğü otuz altı saniyelik değerinden çok büyüktür ve günümüzde kabul edilen 50.26 saniyelik değerine çok yakındır. Yalpalama olgusunu bulmuş olması, Hipparc-



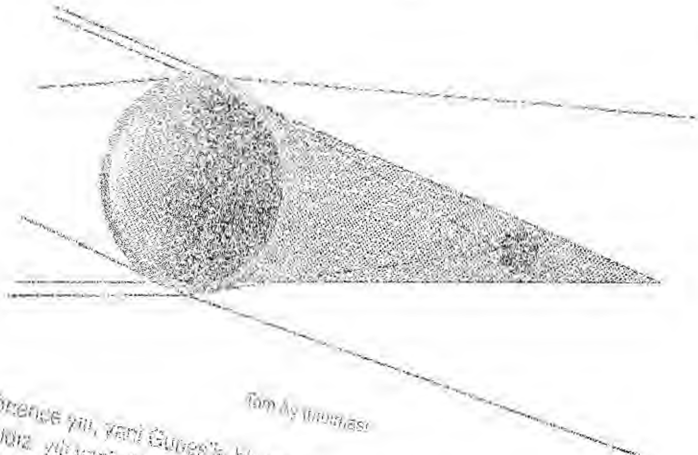
Güneş ve Ay tutulmaları.



Bir Alman astrolobu.

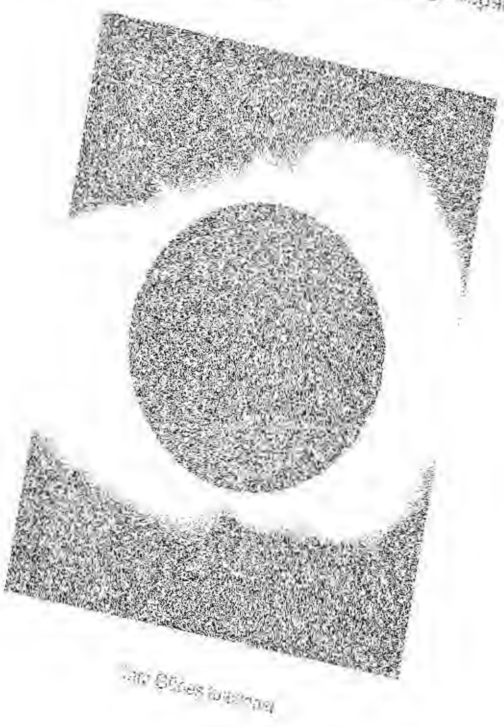


Ay'ın evreleri.



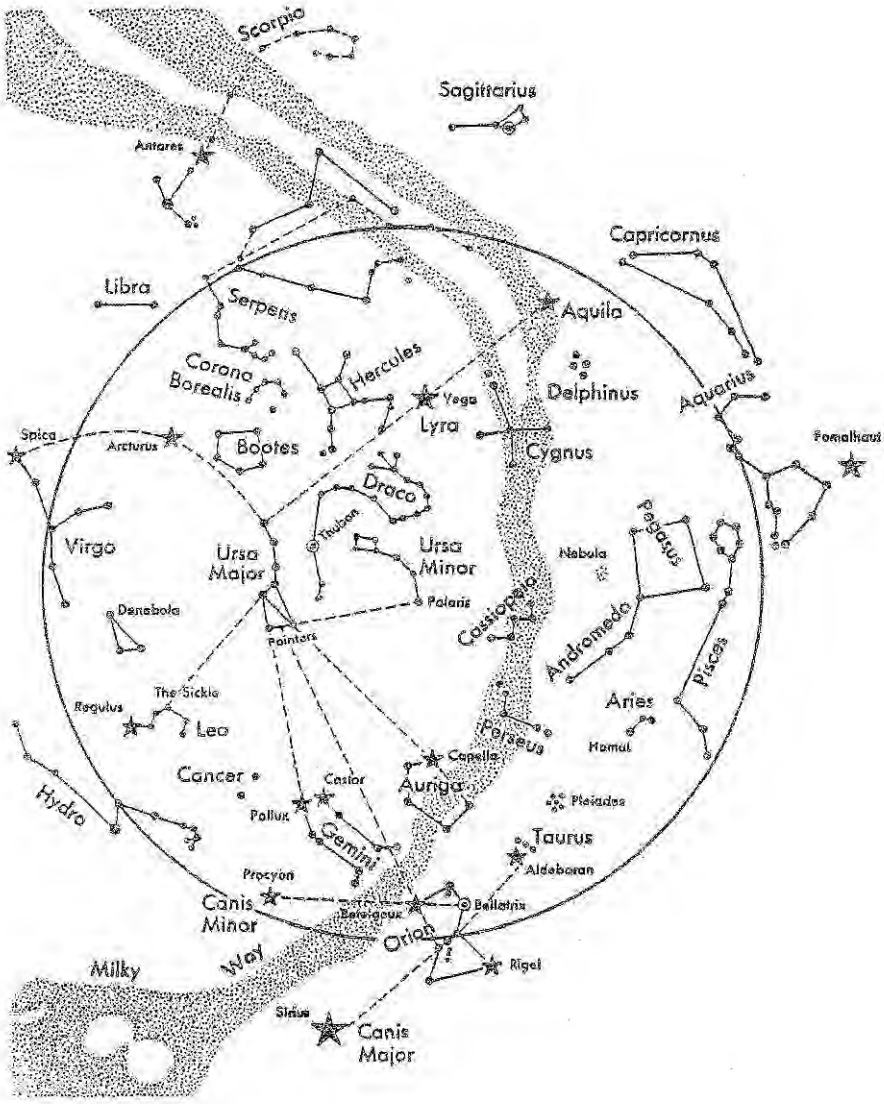
Tam Ay tutulması

huz'un dönence yılı, yani Güneş'in bir ılım noktasından art arda iki geçişi arasındaki süre ve yıldız yılı yani, Güneş'in gökyüzünde görünen yıllık devriminde bir yıldıza art arda iki kavuşumu arasındaki süre uzunluklarını doğruya çok yakın bir biçimde belirlemesini olanaklı kılmıştır. Dönence yılı için bulduğu değer, gerçek değerden yalnızca altı buçuk dakika kadar farklıdır.



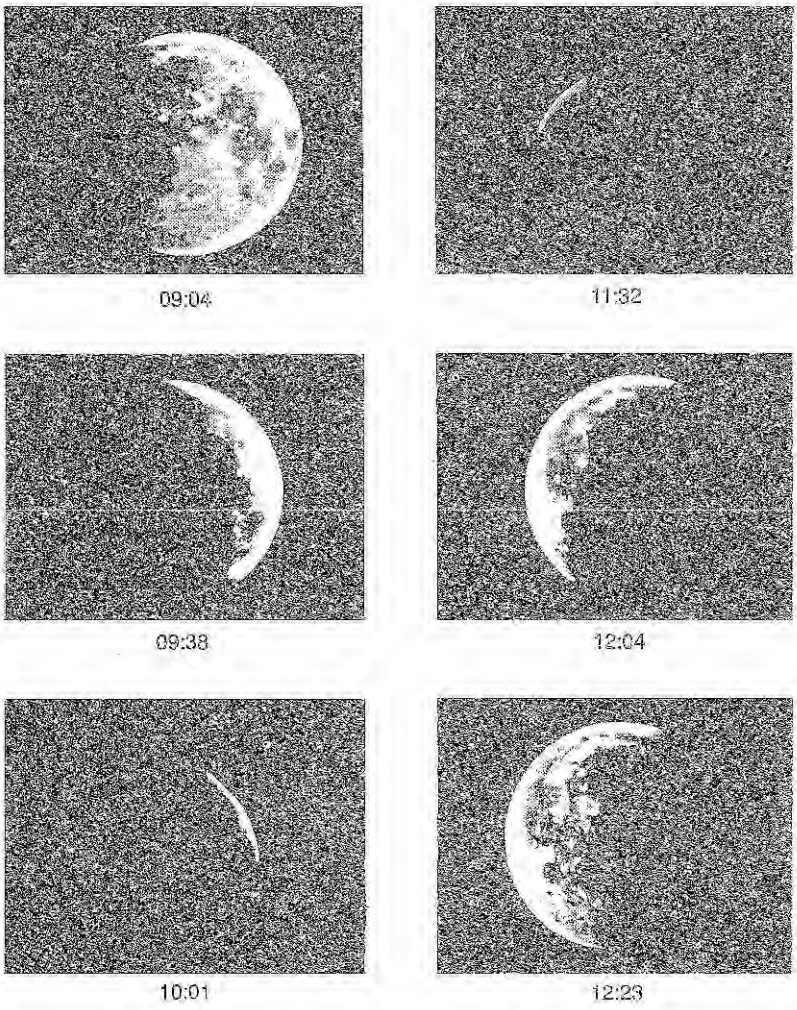
Tam Güneş tutulması

Yıldızların konumlarını eski dönemde alışılmış olduğu üzere göksel enlem ve boylam değerlerini ölçerek saptayan Hipparchus bu değerleri bir katalogda toplamış ve böylece iki yıldız kataloğunu oluşturmuştur. Hipparchus yıldızların konumlarını kendinden önceki gözlemcilerden çok daha duyarlı olarak belirlemiştir. Onun bulduğu sonuçlardan Ptolemaios, hatta Edmond Halley (1656 - 1742) bile yararlanmıştır. O çağda yıldızları kataloglamanın kimilerince dinsizlik sayılmasına karşın Hipparchus bu konudaki çabalarını sürdürmüştür.



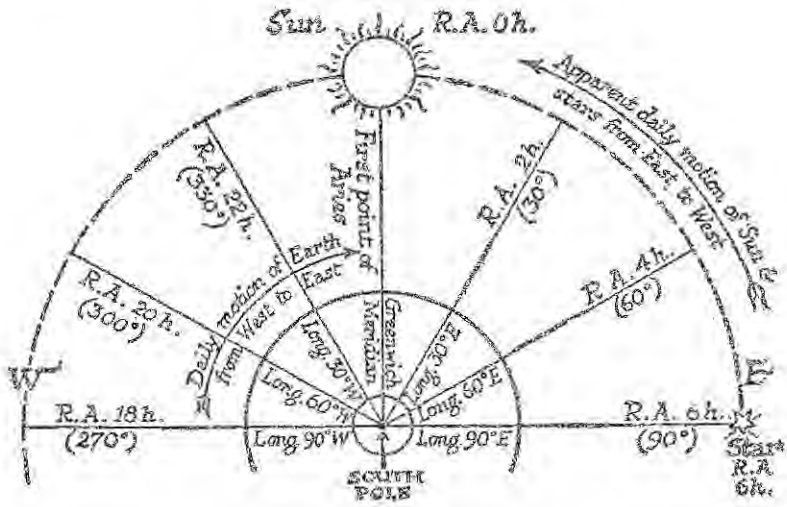
Hipparchus, İ. Ö. 134 yılında yeni bir yıldız keşfederek sabit yıldızların sayısının değişebilir olduğunu göstermesi bu alandaki çalışmalarında özendirici olmuş, bunun üzerine yıldız kataloğunu düzenlemeye karar vermiş ve bu amacından onu hiç bir eleştiri ve baskı alıkoyamamıştır.

Hipparchus'un İ. Ö. 129 yılında tamamlanan kataloğu tam 850 tane yıldız içerir. Birçok kaynak bunu 1080 yıldız olarak verir, fakat bu rakam doğru değildir. Bu katalogda yıldızlar görünürdeki parlaklıklarına göre altı sınıfa ayrılmıştır. Bu sınıflama sistemi günümüzde de kullanılmaktadır. Hipparchus'un yıldız kataloğu, dönemi için çok büyük bir başarıyı simgeleyen bir yapıttır.



Bu resimler, 17-18 Kasım 1956 tarihlerinde Ayın tutulmasından kurtulmasına kadar süre içinde geçirdiği evreleri göstermektedir.

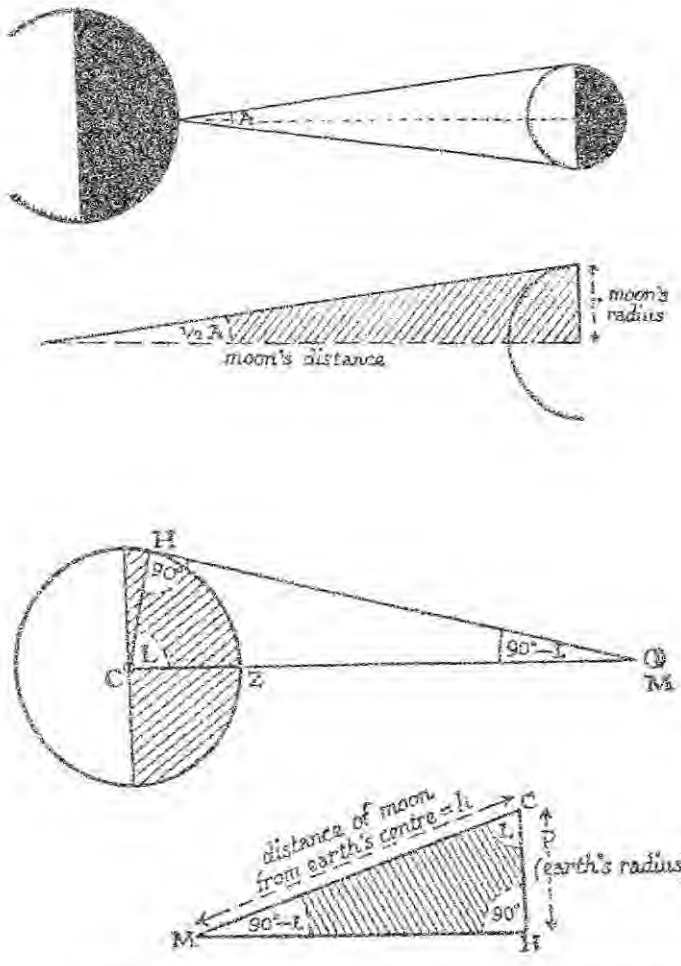
Hipparchus'un, Ay ve Güneş'e ilişkin çalışmaları da vardır. Ay ve Güneş'e ilişkin çalışmaları, hem kendisinin hem de başka bilginlerin gözlemlerinden oldukça yararlanmıştır. Merkezi devinen dış merkezli yörünge sistemi ile ilmek taşıyıcı daire sisteminin, Güneş, Ay ve gezegenlerin devinimlerini belirlemede birbirine eşdeğer olduğunu göstermiştir. Her iki yöntem de Güneş'in konumunu bir dakikalık hata payıyla verir. Hipparchus'un, o dönemde yaygın olan, Güneş'in tutulum düzlemine göre eğik bir yörüngede devindiği görüşünü kabul etmemiş, tutulum düzleminin eğikliğini de yeniden belirleyerek günümüzde kabul edilen değerden beş saniye farklı bir değer bulmuştur.



Güneş'in günlük hareketinin görünümü.

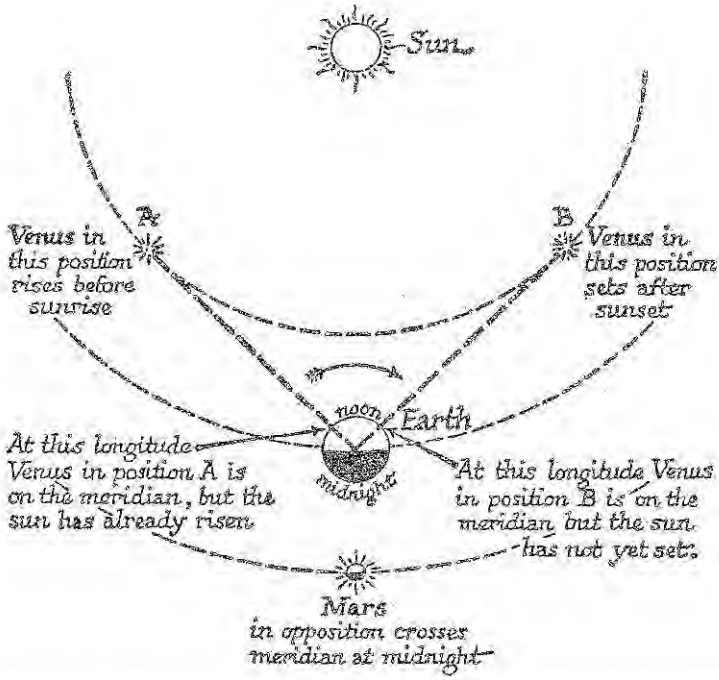
Ay'ın devinimi, Yer'in ve Güneş'in etkisiyle ortaya çıkan tedirginlikler yani pertürbasyon nedeniyle, Güneş'in devinimine oranla daha karmaşıktır. Bundan dolayı daha çok sayıda düzensizliğin gözönüne alınması gerekir. Günümüzde Ay'ın yörüngesinin elips biçimli olmasından kaynaklandığı bilinen düzensizliği Hipparchus taşıyıcı dairesel ilmek sistemiyle, ama taşıyıcı daire düzleminin tutulum düzlemine göre beş derece eğik olduğunu varsayarak, başarıyla çözmüştür. Onun geliştirdiği bu kuram, Ay'ın dolunay ve yeniay evrelerindeki devinimini yeterli doğrulukta açıklıyor, ama ilkdördün ve sondördün evreleri için hatalı sonuçlar veriyordu. Ay'ın devinimlerinde hesaba katılması gereken başka düzensizlikler olduğu sonucuna varan Hipparchus bu problemi çözmekte başarılı olamamış ve çözümü kendisinden sonra geleceklere bıraktığını içtenlikle belirtmiştir.

Hipparchus Güneş'in ve Ay'ın göreli büyüklükleri ve Yer'e uzaklıklarının saptanması problemiyle de uğraştı. Güneş'in ve Ay'ın görünürdeki çaplarının eşit olduğu çok eski zamanlardan beri bilinmekteydi. Birçok gökbilimci bu iki gökcisminin büyüklükle-

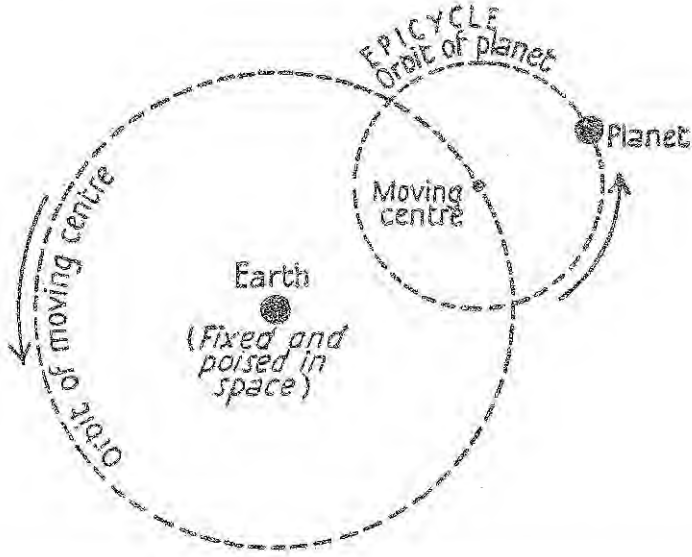


Hipparchus'un, Yer ile Ay arasındaki uzaklığının hesabını gösteren şekiller.

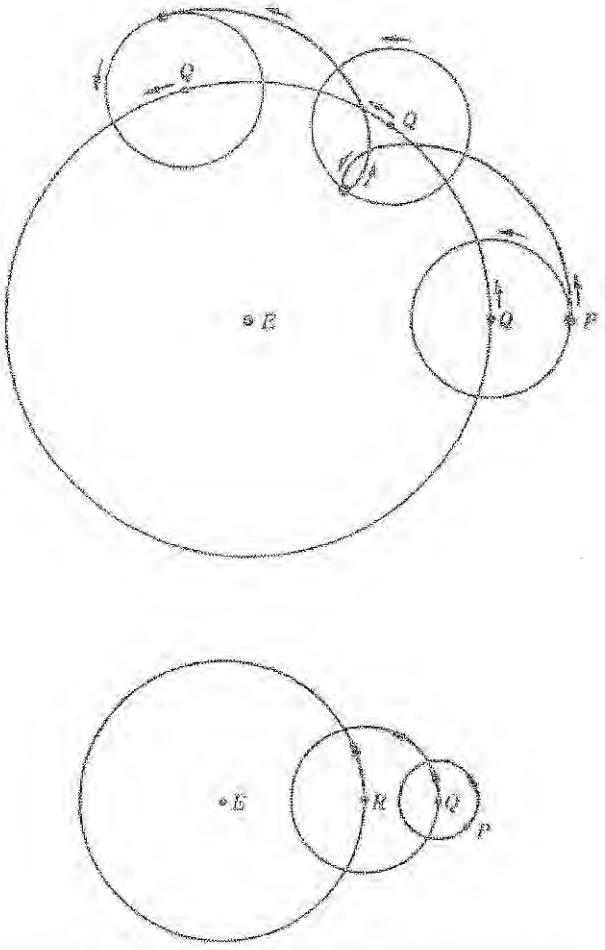
nnin ve uzaklıklarının oranını belirlemeye çalışmışlardı. Eudoxus bu oranı 9, Archimedes'in babası Phidias 12, Archimedes 30, Aristarchus ise 20 olduğunu ileri sürmüşlerdi. Günümüzde kabul edilen bu oranın 393 olduğunu hemen belirtelim. Hipparchus bu oranı bulmak için Aristarchus'un başvurduğu yöntemi izledi. Bu yöntem, Yer'in gölgesinin çapını, Yer-Ay uzaklığı kadar bir uzaklıkta belirlemeye dayanır. Bu uzaklık, Ay tutulması sırasında Yer'in gölgesinin Ay diskinden geçiş süresi ölçülerek belirlenebilir. Bu yöntem gerçekte, Ay'ın iraklık açısını dolayısıyla uzaklığını verir. Ay'ın iraklık açısını elli sekiz saniye olarak belirleyen Hipparchus, buradan Ay uzaklığının, Yer yarıçapının 59 katı olduğunu buldu.



Hipparchus'ta, Güneş, Dünya, Venüş ve Mars'a ilişkin görüşleri ve bunların konumları.



Hipparchus'a göre, bir gezegen Yer çevresinde bir çember üzerinde çembersel hareketi.

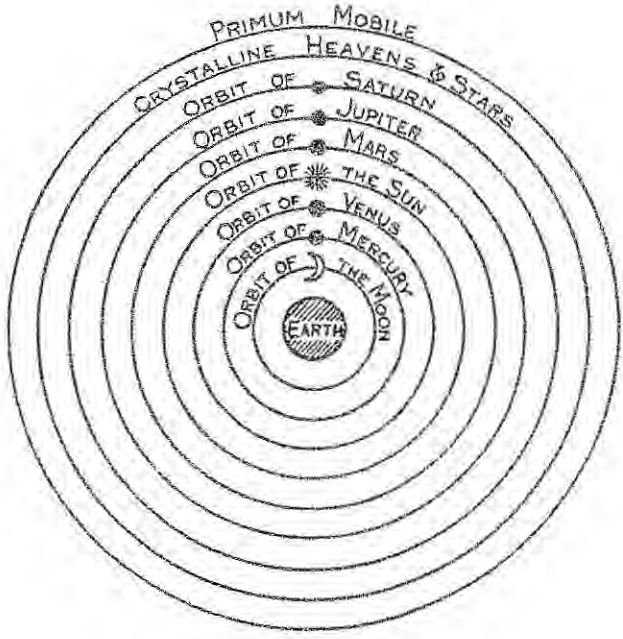


Hipparchus'a göre gezegenlerin Yer etrafında yaptığı hareketler.

Günümüzde Ay'ın ıraklık açısı 57 dakika 2.6 saniyedir. Ayrıca, Ay'ın Yer'e olan uzaklığı bugün Yer yarıçapının ortalama 60.2 katıdır. Güneş'in ıraklık açısı ise anlamlı bir sonuç elde edilemeyecek kadar küçüktü. Güneş'in ıraklık açısı için, hiç olmazsa Güneş tutulmasına ilişkin gözlemler ve hesaplarla uyum içinde olabilecek sınırlar belirlemeye çalışan Hipparchus bunda başarı sağlayamadı ve Güneş'in ıraklık açısının büyük olasılıkla ihmal edilebilecek kadar küçük olduğu sonucuna vardı. Böylece, Güneş'in Yer'den çok uzak olduğunu belirlemiş oldu. Günümüzde Güneş'in ölçülen ıraklık açısının değeri 8.794 saniyedir ve buna karşılık gelen Yer-Güneş uzaklığı 149.6 milyon kilometredir.

Gezegenlere ilişkin doyurucu bir kuram oluşturamayan Hipparchus, yetersiz bilgiye dayanarak varsayımlar ortaya koymaktan kaçınacak kadar iyi bir bilim adamıydı.

Yapıtlarında Güneş, Ay ve gezegenler için genel olarak kabul edilmiş olan diziliş sırasına da yer verdi. Bu sıra merkezde Yer olmak üzere, Ay, Merkür, Venüs, Güneş, Mars, Jüpiter ve Satürn biçimindeydi.

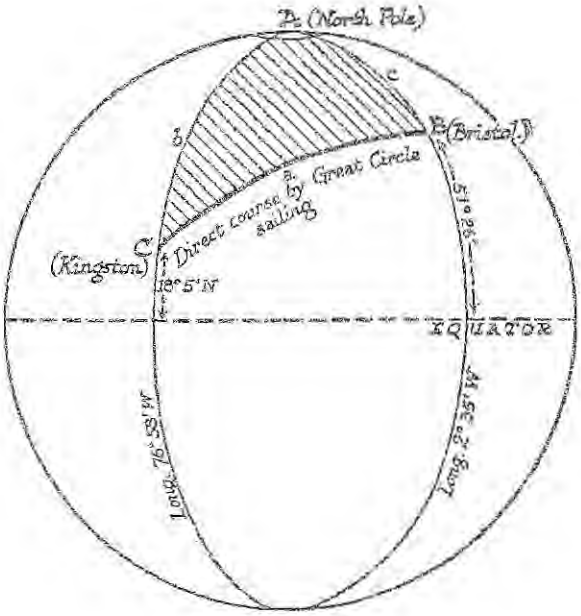


Hipparchus'un evreni.

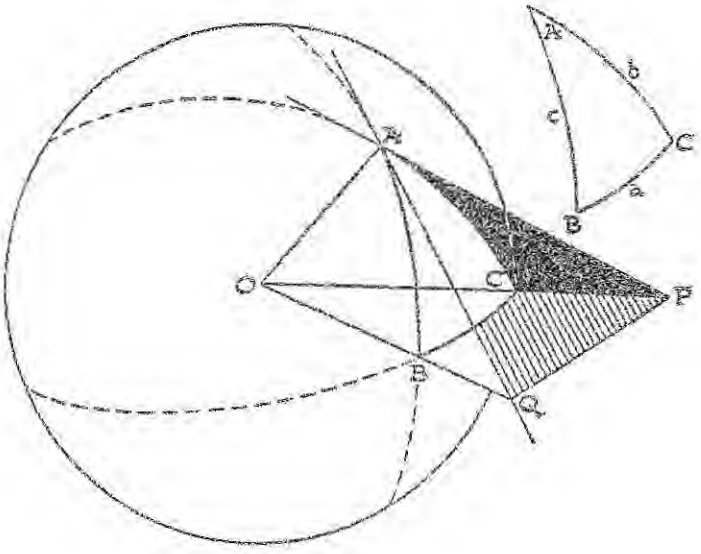
Hipparchus'un astronomi alanındaki çalışmaları matematiğin çeşitli dallarına da katkıda bulunmasını sağladı. Trigonometrinin temellerini kuran Hipparchus, ilk kez bir kiriş değerleri tablosu düzenledi. Birim yarıçaplı bir çemberde belirli bir merkez açısına karşılık gelen [a] kiriş uzunluğu, günümüz gösterimleriyle 2sin [a/2] değerine karşılık gelir.

Hipparchus, küresel üçgenlerin çözümü için bir yöntem geliştirdi. Düzlem geometride Ptolemaios teoremi olarak anılan teoremi de ilk kez Hipparchus'un ortaya koyduğu ve Ptolemaios'un sonradan bunu kendi yapıtına almış olduğu kabul edilmektedir. 18. yüzyıl Fransız devlet adamı Lazare Carnot, tüm düzlemsel trigonometrinin Hipparchus'un ortaya koyduğu temellerden yola çıkarak oluşturulabileceğini göstermiştir.

Hipparchus, Yunan astronomlarının en büyüğüdür. Şüphesiz, ondan önce gelenler Eudoxus, Aristarchus, Archimedes ve Eratosthenes'tir. Hipparchus, Eta Köpek yıldızının boylamını 90° olarak gözlemiştir. Hipparchus'a göre Ay, dairesel bir hareketle Dünya etrafında döner. Fakat Dünya bu dairenin tam merkezinde değildir. Zaten Hip-



Küresel üçgen.



Küresel üçgen.

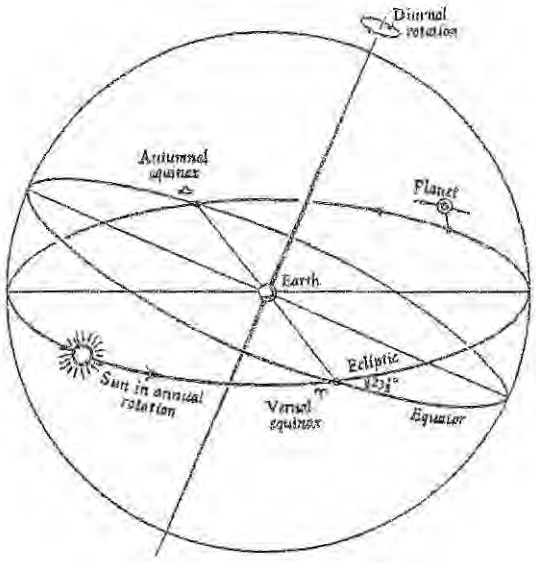
parchus'tan Kopernik'e kadar astronomi kuramında fazla bir ilerleme olmamıştır. Yalnız, Hipparchus'un çalışmaları Ptolemaios tarafından genişletilmiş ve etraflı bir şekilde yazılmıştır. Ptolemaios'un bu yazmaları ciltleri bulmuştur.

Hipparchus'un matematikte yaptığı çalışmalar çok önemlidir. Trigonometri konusunu ilk kez kitaplara sokan odur. Yayların kiriş uzunluklarının düzlemdeki tablosunu o yapmış ve Ptolemaios bu çalışmaları devam ettirmiştir. Bunlar bugünkü doğal sinüs tablosu ile aynıdır. Küresel trigonometriyi kurarak üçgen çözümlemeleri getirmiştir. Çalışmalarının çoğu kaybolmuşsa da, onun bu çalışmaları Ptolemaios tarafından kopya edilerek zamanımıza kadar gelmesi sağlanmıştır. Küresel izdüşümleri kuramını da Hipparchus başlatmış ve geliştirmiştir. Agatharchus (İ. Ö. 470) tarafından oluşturulan düzlem geometriyi uygulama alanına sokmuştur. Gökküresinin ekvator düzlemine izdüşümünü alarak hesaplamalar yapmıştır. Yıldız kataloğunda 850 tane sabit yıldız vardır. Ptolemaios bu sayıyı 1022 sayısına yükseltmiştir.

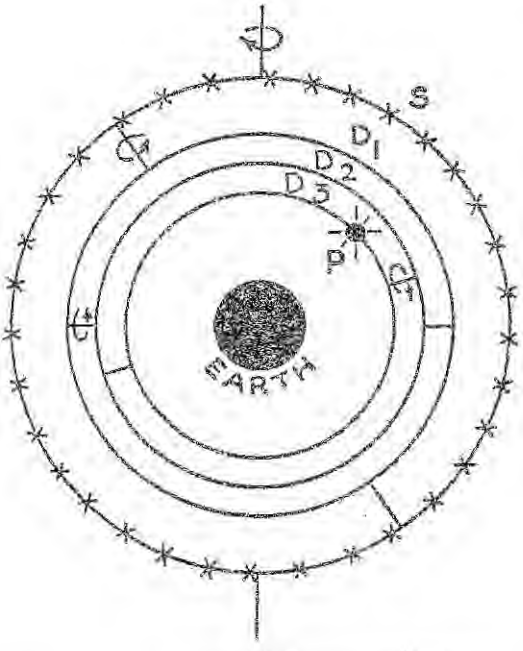
Ptolemaios'ın Almagest adlı yapıtı üzerine bir yorum yazan İskenderiyeli Theon'a göre, Yunan astronomlarının en büyüğü Hipparchus'tur. Açıların kirişleriyle ilgili on iki kitap yazmıştır. Fakat bu kitapların hiçbiri tümüyle günümüze kadar gelememiştir. Ancak onun çalışmalarından bazı parçalar ve kesimler öğrencileri tarafından kopya edilerek taşınmıştır. Onun çalışmalarını en iyi derleyen, yorumlayan ve geliştiren Ptolemaios'tur. Hipparchus'un çalışmalarından birisi, onun küresel üçgenleri grafik yardımıyla çözümlediğini göstermektedir. Bu çözüm yöntemi günümüzde halen kullanılmaktadır. Bilebildiğimiz kadarıyla trigonometri bilimi Hipparchus'la başlamıştır. Babillilerde ilk kıpırdanmaları ve hesap işlemlerine sokulmaları vardır. Özellikle güneş saati hesaplamalarında bu konu işlenmektedir. Hatta, Babillilerin secant adlı bir aygıtı bile vardır.

Hipparchus'un astronomi konusundaki çalışmaları 1817 yılında J. B. J. Delambre ve 1893 yılında P. Tannery tarafından Paris'te yayınlanan kitaplarında gerekçeleriyle birlikte uzun uzun anlatılmıştır. İspatları tam ve doyurucu olmayan $\sin(A\pm B)$, $\cos(A\pm B)$ ve $R = abc/4S$ formüllerinin ona ait olduğu ileri sürülür. Fakat bu formüllerin içeriği Euclides'in Elements adlı kitabının on altıncı yapıtında vardır.

Bir üçgenin çözümü için, Hipparchus ve daha eski yazarlar hep üçgenin çevrel çemberinin yarıçapını gözönüne alırlardı. Üçgenin kenarları bu çevrel çemberin yayları gibi alınır, kenarlar bu yarıçapın bir fonksiyonu olarak hesaplanırdı. Bu yolla yapılan kirişler tablosu özel değerler oluyordu. Küre üzerindeki küresel üçgenleri hep dik açılı üçgenlere ayırır, hesaplamaları bu dik üçgenler için ayrı ayrı yapardı. $C = 90°$ olmak üzere Hipparchus, küresel üçgen deyimini kullanmadan bugünkü $\tan b = \cos A \cdot \tan c$ formülüne eşdeğer olan bir ifade kullanır ve bazı özel problemleri bu formülle çözerdi. Hem Hipparchus hem de Ptolemaios $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ eşitliğini biliyorlardı. Kirişler üzerine yapılan ilk tablo Hipparchus'a aittir. Fakat bu yapıt günümüze ulaşamamıştır. Ondan sonraki ilk kirişler tablosu Menelaus'a aittir. Bu tablo da zamanla kaybolmuştur. Üçüncü önemli tablo Ptolemaios tarafından yapılmıştır. Bu üç matematikçi de, Babil-



Hipparchus'un astronomi öğeleri.

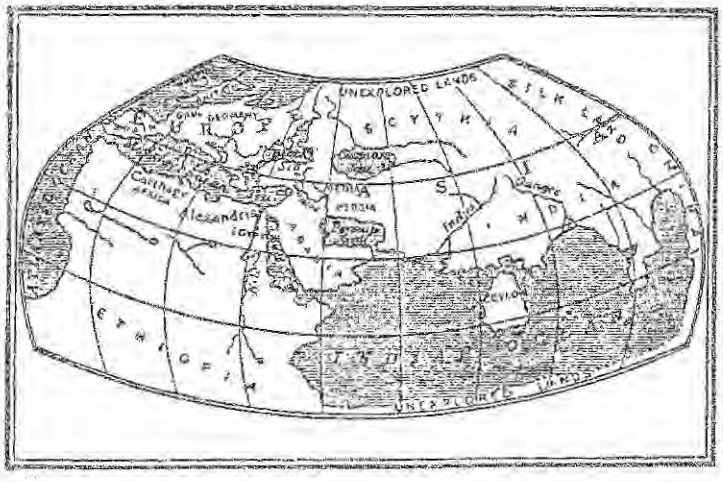


Eudoxus'un Yer ve gezegenler sistemi.

lilerin etkisi altında kalarak hep altmış tabanına göre işlemler yapmışlar ve pi sayısı için 3 değerini kullanmışlardır.

Sinüs kavramı Hipparchus, Menelaus ve Ptolemaios da vardır. Fakat bunlar daha çok kirişleri bu amaçla kullanmışlardır. Bunun için özel bir sözcüğü ilk kez kiriş anlamına gelen jya ya da jiva sözcüklerini Hintli bilgin Aryabhata (510) kullanmıştır. Hatta sinüs için bir tablo da yapmıştır.

En değerli astronomlardan biri de Eudoxus'tur. Eudoxus'un astronomi üzerindeki kurallarını şiirleştiren Aratus'un yazmalarını, Hipparchus zamanımıza iletilmesini sağlamış ve bu konu üzerinde bir de yorum yazmıştır. Hipparchus, Babillilerin astronomisinden Ptolemaios'un astronomisine geçişi sağlayan bir bilgindir. Astronomide enlem ve boylamları çok iyi kullanan Hipparchus'un, Dünya haritası hakkında fazla geniş bir bilgisi yoktu. Hipparchus'un kullandığı kirişler tablosunun kökeni kesin olarak bilinmemektedir. Bu nedenle bu çalışmalar Hipparchus'a mal edilir. Babillilerin astronomisinden etkilendiği kesindir. Fakat bu bilgileri nasıl ve nereden aldığı bilinmemektedir. Yalnız İ. Ö. 270 yıllarında Mezopotamya'da yaşayan ve Cos adasına gelen astronom Berossos'un astronomi bilgisi o dönemde Yunanlılar tarafından öğrenildiği, bu iletişim yoluyla Hipparchus'a kadar gelmiş olabileceği sanılıyor. Çünkü, Hipparchus'un astronomisi deneye dayanan bilgilerdi ve bunlar Babilden alınmıştı. Ay, yıl, Ay'ın boyutları, Yer ekseninin eğikliği gibi astronomik sabitler hep Babillilerden olduğu gibi alınmıştı. O da bu bilgiler üzerine kendi gözlem ve hesaplamalarını ekledi. Yalnız, trigonometrik yöntemleri Apollonius, Hipparchus'tan daha önce astronomiye uygulamıştı. Hipparchus bu yöntemlerden de yararlandı. Bir yılın 360 gün, bir dairenin 360 eşit parçaya bölünmesi gibi değerler de Babillilerden alınmaydı. Daha ileri, Hypsicles bu konuda Hipparchus'tan daha önce başlamıştı. Kirişler tablosu üzerinde Hipparchus'tan sonra en fazla çalışan ve kitaplar yazan Menelaus'tur. Ptolemaios bunların hepsini geçmiştir.



Hipparchus, Eratosthenes'in coğrafyaya ilişkin çalışmalarını şiddetle eleştirmiştir. Kendisinin bu alanda yaptığı en büyük katkı ise, yeryüzünde konum belirlemek amacıyla kesin matematiksel yöntemler geliştirmesi olmuştur. Yeryüzündeki noktaların enlem ve boylam değerleriyle belirlenmesi yöntemini ilk uygulayan bilgin Hipparchus'tur. Günümüzde de bu yöntem halen kullanılmaktadır. Hatta burada bir noktanın koordinatlarla ilk gösterim yapılmıştır. Bu da Descartes ve Fermat'tan 1800 yıl öncedir. Hipparchus'un bu yöntemi düzlemde değil de küre üzerinde kullanılmıştır. Kuşkusuz onu bu yönteme, küresel trigonometri alanındaki çalışmaları yöneltmiştir. Düzleme inseydi ve koordinatları burada kullansaydı bugün matematik belki iki bin yıl ileride olabilirdi.

Bir yerin enlemini belirlemek amacıyla, Babillilerin uyguladığı kuzeye çıkıldıkça değişen gün uzunluğunu ölçme yöntemi yerine, o yerdeki en uzun günün en kısa güne oranından yararlanan Hipparchus yeryüzünün o gün için bilinen yerleşim yerlerini iklim kuşaklarına bölmüş, bir yerin boylamının bir Güneş tutulmasının ve bitme anlarının o yerden gözlenmesi yoluyla belirlenebileceğini ileri sürmüştür. Yeryüzünün küçük bir bölgesi için kuramsal olarak geçerli olmakla birlikte, bu yöntem o dönem için pratik bir önem taşımaktan uzaktı.

SEZAR (İ. Ö. 101 - 44)

Caius Julius Sezar İ. Ö. 101 yılında Roma'da doğmuş ünlü bir devlet adamı, komutan ve bilgindir. Kendisi eski ve soylu bir aileden gelir. Tanrılarla aynı soydan geldiği savunulan Patricius ailesinden geldiği için özel bir yeri vardır. Çok iyi bir eğitim görmüş, genç yaşta siyasetle ilgilenmiştir. Zeki, bilgili, iyi konuşan ve yetenekli bir yazardı. Ayrıca, askerliğin bütün inceliklerini bilen gözüpek bir savaşçıydı. Onun amacı Roma'yı ele geçirip yönetime el koymaktı. Bu amacını gizlemesini çok iyi bildi.

Konsül Cornelius Cinna'nın kızı Cornelia ile İ. Ö. 83 yılında evlenmiştir. O zaman diktatör olan Sulla, Sezar'ın Roma'nın yönetimini ele geçirme amacını anladı. Onun karısından ayırmaya çalıştı ve İ. Ö. 82 yılında Asya'ya sürgüne gönderdi. Sulla ölünce İ. Ö. 78 yılında Roma'ya döndü. Yoğun bir politikaya atıldı. Ceza davaları ve mali işleri yürütme sorumlusu seçilerek senatoya girmiştir. İ. Ö. 61 yılında İspanya eyaletinin yöneticisi olmuş, daha sonra Roma'ya dönerek kendini konsül seçtirmiştir. Ardından Galya valiliğine atandı ve bir ordu kurdu. İ. Ö. 50 yılında Galya'yı Roma'ya bağladı.

Sezar, Galya'nın alınması ve Roma'ya bağlanmasıyla uğraşırken, Krassus Suriye'ye gitmiş, Partlarla yaptığı savaşta ölmüştü. Pompeius ise Roma'da kalmış, çevirdiği dolaplarla devleti eline geçirmişti. Sezar'ı vatan düşmanı ilan etti. Sezar, Roma'ya yürüdü, Pompeius Makedonya'ya kaçtı. Sezar Roma'ya girdi ve yönetimi eline aldı.

İspanya ve İtalya'yı kendisine bağladı. Pompeius'u Mısır'a kadar kovaladı. Mısır Kıralı Ptolemaios, korkusundan Pompeius'u öldürdü. Sezar, arkadaşının öldürülmesini iyi karşılamadı. Katilleri cezalandırdı ve Mısır'ı Roma'ya bağladı. Kleopatra ile ilişkiye giren Sezar, onunla bir süre evli kalmış ve ondan bir çocuğu olmuştur. Yönetimi, Kıraliçe Kleopatra ile kardeşi Ptolemaios'a devreden Sezar, Mısır'dan ayrılmış, İ. Ö. 47 yılında İskenderiye Ayaklanması'nı bastırıp burayı da Roma'ya bağlamıştır.

Kleopatra (İ. Ö. 69 - 30).

Bundan sonra Suriye üzerinden Anadolu'ya giren Sezar, bu sırada ayaklanan Kırım kıralı Pharnakes'i İ. Ö. 47 yılında bugünkü Zile kentinde bozguna uğrattı. Buradaki başarısını Senato'da Veni, Vidi, Vici yani Geldim, Gördüm, Yendim sözleriyle dile getirdi. Bu sözcükler halen Zile kalesinde taşlar üzerine yazılı olarak durmaktadır.

Kleopatra (İ. Ö. 69 - 30).

Sezar, halkı için gerekli çok sayıda reform yapmış ve halen yapmak istiyordu. Fakat kendisine karşı duyulan korku ve düşmanlığı yeterince değerlendiremedi. Roma'nın soyluları onu, cumhuriyeti yıkmak isteyen bir tiran olarak görüyorlardı. Bunlar, Sezar'ın bir gün cumhuriyeti yıkacağına inanıyorlar ve ona düşmanlık besliyorlardı. Soylular, Sezar'ı öldürmek için bir öldürme planı hazırladılar. Onu öldürecek olanlar, Senato'da bulunduğu sırada bir iş bahanesiyle çevresini sardılar. Kızkardeşinin kocası Cassius Longinus ve yakın dostu ve evlatlığı Marcus Brutus'un da aralarında bulunduğu bir grup cumhuriyetçi senatörler birden üzerine atıldılar. Sezar, kendisini savunmaya hazırlanırken evlatlığı Brutus'u gördü. Bu sırada Brutus'a söylediği Et tu Brute, yani sen de mi Brutus sözü tarihe geçti. Savunmadan vazgeçti. Togasını başına çekti. Aldığı hançer yaralarıyla İ. Ö. 15 Mart 44 günü öldü.

Sezar, Latin edebiyatının önde gelen yazarlarından biridir. Çok iyi bir şair ve güzel konuşan biriydi. Galia savaşları ve Pompeius ile yaptığı savaşı anlatan yapıtları çok ünlüdür. Sezar'ın matematiğe yaptığı hizmet, yaşamı hakkında hemen hemen hiç bir şey bilinmeyen İskenderiyeli astronom Sosigenes'in yardımlarıyla İ. Ö. 46 yıllarında takvimde yaptığı yenilikler ve düzenlemelerdir. Sezar'dan sonra kullanılan bu takvime Julius takvimi adı verildi. Astronomi konusunda çok iyi bir bilgin olan Sezar'ın şiirleri de vardır. De Astris adlı bir de kitabı vardır. Fakat, bunların hiç biri zamanımıza kadar gelememiştir. Yönetimi altına aldığı yerlerin çok iyi plan ve haritalarını da çıkarmıştır.

STRABON (İ. Ö. 64 - İ. S. 23)

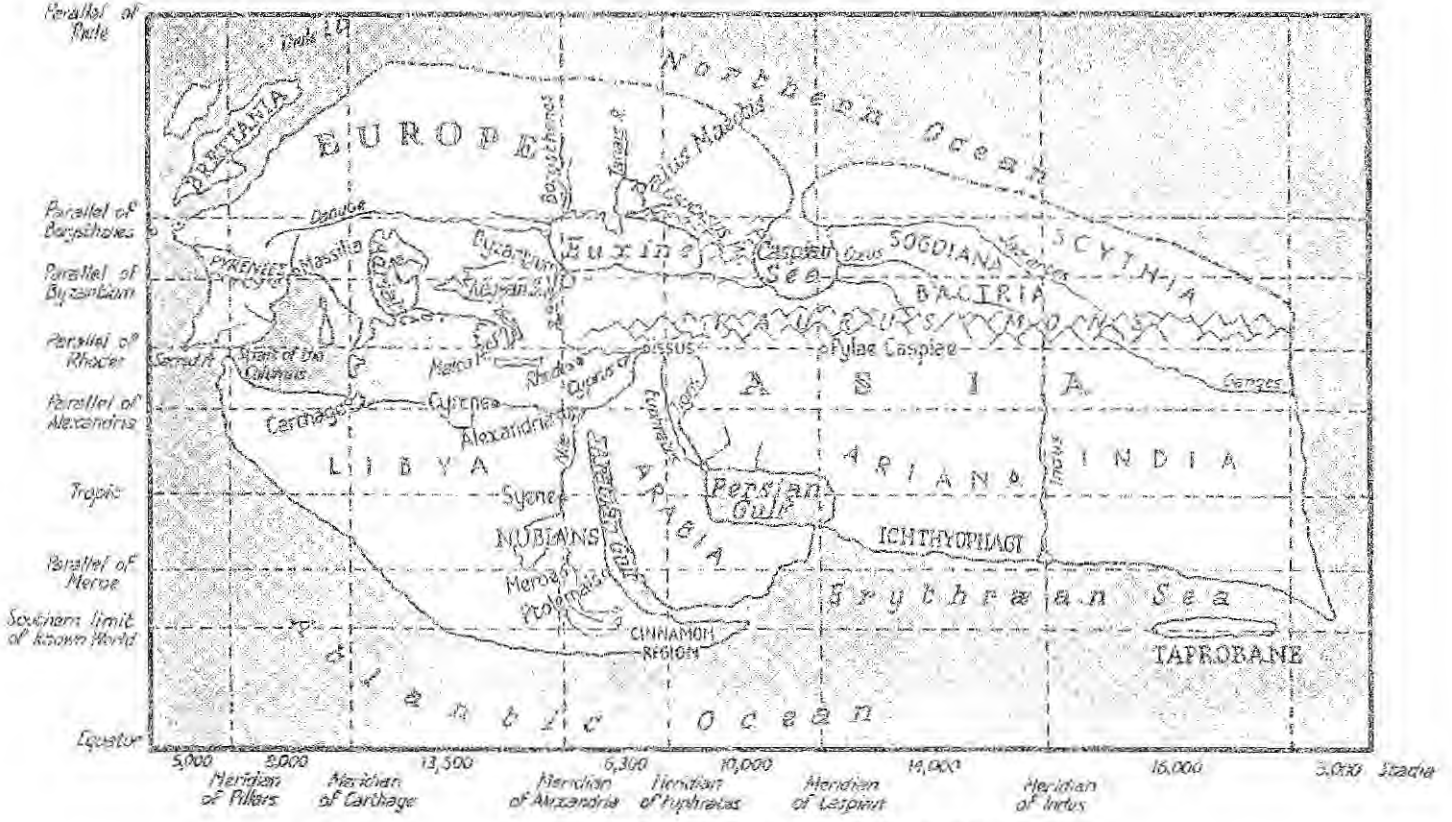
Eskiçağ Yunan coğrafyacısı ve tarihcisi olan Strabon, İ. Ö. 64 ya da 63 yıllarında Türkiye'de Amasya'da Pontus Rum İmparatorluğu döneminde doğdu. Kendisi bir matematikçi değildi ama, matematik ve matemetiğin tarihi gelişimi hakkında bilgiler verdi. Strabon'a göre, Tiranlar sayılar bilimine, gemicilik ve deniz ulaşımına ve astronomiye önem verirlerdi. Babilliler ve Kaldelilerle yaptıkları ticari alışverişlerinde kullandıkları bir aritmetikleri vardı. Geometriyi de biliyorlardı. Fenikelilerin aritmetiği, denizciliği ve astronomileri hakkında bilgiler veriyordu. Strabon bu nedenle matematik tarihine geçmiştir.

Strabon tanınmış bir aileden geliyordu. Söylevci ustası Aristodemos'tan ders aldı. İ. Ö. 44 yılında Roma'ya giderek öğrenimini Aristotelesçi düşünürlerin yanında sürdürdü. Orada, İmparator Augustus'un öğretmenlerinden Athenodorus'un etkisiyle Stoacı görüşleri benimsedi. İ. Ö. 31 yılına kadar Roma'da kaldıktan sonra İ. Ö. 29 yılında Yunanistan'a gitti. İ. Ö. 25 ya da İ. Ö. 24 yıllarında Mısır valisi Aelius Gallus ile birlikte Nil ırmağı kıyılarında Philai'ye kadar ilerledi.

Roma'da kaldığı yıllarda ilk önemli yapıtı olan Tarihsel Taslaklar'ı yazmaya başlayan Strabon, kırk yedi kitaptan oluşan bu yapıtı İ. Ö. 20 yılları dolaylarında tamamladı. Ünlü tarihçi Polybios'un Tarihler adlı kitabının devamı niteliğindeki bu yapıt, Yunanistan'ın Romalılar tarafından İ. Ö. 145 yılında alınmasından sonra İ. Ö. 31 yılında Aktium Savaşı'na ya da Roma İmparatoru Augustus'un İ. Ö. 27 yılında tahta çıkmasına kadar uzanan dönemi kapsar. Bu yapıttan günümüze yalnızca bazı alıntılar ulaşmıştır.

Strabon'un İ. S. 23 yıllarında tamamladığı Geographika üzerine Mısır'dan döndükten sonra çalışmaya başladığı, ama İ. Ö. 2 ile İ. S. 14 yılları arasında çalışmalarına ara verdiği sanılmaktadır. On yedi kitaptan oluşan bu yapıtın hemen hemen tümü günümüze ulaşmıştır. Strabon ilk iki kitapta daha önceki coğrafya yapıtlarını eleştirerek coğrafyanın amaçlarını ve izlenecek yöntemleri ortaya koymuş, üçüncü ve dördüncü kitaplarda ise, Polybios ve Poseidonios'un yapıtlarından yola çıkarak Hiberia (İspanya), Galya ve İtalya'yı anlatmıştır. Aynı kaynaklara dayanan yedinci kitap Tuna nehri havzası ile Karadeniz'in Avrupa kıyılarını kapsar. Sekiz ile onuncu kitapları arasında yer alan bilgiler Yunanistan'a ayrılmıştır. On birinci ile on dördüncü kitaplar arası ise Karadeniz'in Asya kıyıları ile Kafkasya, Kuzey İran ve Küçük Asya'yı kapsar. On beşinci kitapta Hindistan ve İran, on altıncı kitap ise Suriye, Mezopotamya, Filistin ve Kızıldeniz kıyıları anlatılmıştır. Afrika'nın Akdeniz kıyıları ile Mauretania'nın anlattığı on yedinci kitap Strabon'un Mısır izlenimleriyle Poseidonios ve Artemidoros'un yapıtlarına dayanır.

Geographika, İ. Ö. 27 ile İ. S. 14 yılları arasında hüküm süren Roma İmparatoru Augustus döneminde Romalılar ve Yunanlılarca bilinen ülkelere ilişkin bilgi veren tek



The World according to Eratosthenes

eksiksiz yapıt olması nedeniyle büyük önem taşır. Strabon bu yapıtta kentler arasındaki uzaklıkları, ülkeler arasındaki sınırları belirtmiş ve bölgelerin ekenomik, siyasal, tarihsel, etnografik ve dinsel özelliklerini aktarmaya çalışmıştır. İ. Ö. 23 yılında tamamlanan bu yapıt, İberya, Galler, Fransa, İtalya, Tuna Vadisi, Karadeniz kıyıları, Yunanistan, Anadolu, İran, Filistin, Kızıldeniz, Hindistan, Akdeniz, Afrika kıyıları ve Moritanya'yı haritalarla belirterek ayrıntılı bir biçimde anlatır. Eskiçağa ilişkin en önemlilerinden biri olan bu eserde halkların kökeni, göçleri, imparatorlukların kuruluşu gibi sorunlar ele alınarak, insan ile doğal çevresi arasındaki ilişkiler de incelenir.

Gezginci.

Strabon, gittiği ülkelerin sadece coğrafyası ve tarihi ile ilgilenmemiştir. Eski yıllara ait birçok matematik bilgilerinin de bu kitaplarda derlemiştir. Onun ikinci kitabı matematiksel coğrafyayla ilgilidir. Eratosthenes tarafından hazırlanan dünya haritası üzerinde bazı eleştirileri de vardır. Yapıtları 1969 ile 1981 ve 1987 yıllarında yeniden yayınlanmıştır. İ. S. 23 ya da 24 yıllarında ölmüştür. Matematik tarihine, gittiği ülkelerin matematikleri hakkında verdiği bilgilerle geçmiştir.

GEMİNUS (İ. Ö. 77 YILLARI)

İ. Ö. 77 ve İ. Ö. 50 yıllarında ünlü olan bir matematik tarihçisi daha vardır. O da Geminus'tur. Çok sayıda matematikçinin ve astronomun yaşam öykülerini ve yapıtlarını, General View of Mathematics adlı kitabında dile getiren Geminus'un kendi yaşamı hakkında hemen hemen hiç bir bilgi olmadığı gibi, doğum ve ölüm tarihleri de bilinmemektedir. Yunanlı geometricilerin yapıtlarını, onların önermelerindeki ispat yollarını en açık bir şekilde tanıtan Geminus, yine ünlü olan Yunanlı geometriclerin yaşam öykülerini en güzel biçimde kaleme almıştır.

Rodoslu olan Geminus, yaşamını Roma'da geçirmiştir. Yapıtlarının tümünü Roma' da yazmıştır. Yazdığı eserler temelde iki grupta toplanabilir. Birinci grupta eski Yunan aritmetiği ve o döneme göre soyut olan aritmetik ve geometri sayılabilir. İkinci grup ise daha çok uygulamalı olan çalışmalardır. Bu gruptaki çalışmaları, mekanik, astronomi, optik, jeodezi, kanonikler ve lojistik konuları üzerinedir. İ. S. beşinci yüzyılda yaşayan Proclus'un yazdıklarına göre, Geminus, yaylar, konkoit ve sissioiti içeren bir geometri kitabı yazmıştır. Zamanımıza kadar gelebilen tek kitabı Phaenomena'dır ve konusu geometri üzerinedir. Yine Proclus'un aktardıklarına göre, Geminus çok sayıda bilgin matematik-çinin yaşam öykülerini ve yaptıkları çalışmaları yazmıştır. Bu yazdıklarından bazıları daha sonra Arrangement of Mathematics adı altında toplanmıştır. Phaenomena ise, ilk kez 1590 yılında Yunanca ve Latince olarak basılmıştır.

DİONYSODORUS (İ. Ö. 50 YILLARI)

Tam kesin olmasa da, Figulus'un çağdaşı olduğu sanılan Dionysodorus İ. Ö. 50 yıllarında ünlü olmuştur. İyi bir geometrici olan Dionysodorus, Asya kökenli ve Karadeniz bölgesinde Amisus denen bugünkü Trabzon'da doğmuş ve orada yaşamıştır. Doğum ve ölüm tarihleri tam olarak belli değildir. Yaşamı hakkında fazla bilgi yoktur. Kendisi, daha önce Archimedes tarafından önerilen ve Diocles tarafından da incelenen, verilen bir kürenin verilen oranda iki parçaya bölünmesi problemine değişik bir yoldan çözüm getirmiştir. Dionysodorus'in bu çalışması ve Archimedes'in küre ve silindir üzerindeki yapıtları, 560 yıllarında ünlü olan Ascalonlu Eutocius'un yorumları ile korunmuş ve zamanımıza kadar gelmesi sağlanmıştır. Kürenin verilen bir oranda düzlemle iki parçaya bölünmesi konusundaki bu çalışmalar, 1873 yılında H. Suter tarafından Zürih'te ikinci baskısı yapılmıştır.

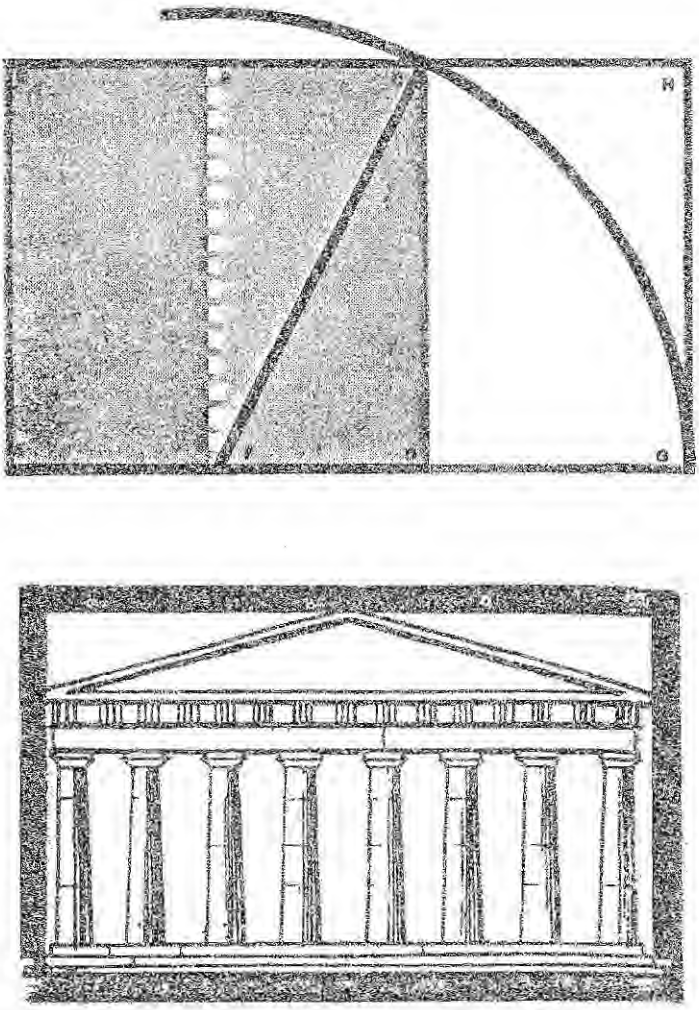
Kürenin verilen bir oranda iki parçaya bölünmesi problemini Archimedes'ten sonra Diocles de yapmıştı. Dionysodorus, Archimedes ve Diocles'ten farklı bir yöntem uygulayarak problemi çözmüştür. Yöntemi ve kullandığı aygıtlar da parabol ve hiperboldür. Zaten Dionysodorus matematik tarihine bu çözümü ile geçmiştir. Yine Pliny'nin söylediklerine göre, Dionysodorus Dünya'nın çevresinin uzunluğunu yaklaşık olarak 283.000 stadia kadar olduğunu hesaplamıştır. Fakat bu hesaplamayı nasıl yaptığı ve neler kullanarak bulduğu bilinmemektedir. Oysa, Eratosthenes bu ölçümü daha önce 252.000 satadia olarak hesaplamıştı. Dionysodorus, yeni bir tür olan konik güneş saatinin de bulucusudur.

CLEOMEDES (İ. Ö. 40 YILLARI)

Yunanlı astronom Cleomedes İ. Ö. 40 yıllarında ünlü olmuştur. Fakat, doğum ve ölüm tarihleri bilinmediği gibi, yaşamı hakkında da bilgi yoktur. Onu bize tanıtan kuramı, büyük cisimlerin dairesel yörüngeler üzerinde dolandıklarını konu alan çalışmasıdır. Cleomedes'in bu yapıtı ilk kez 1498 yılında Venice'de Latince olarak yayınlanmıştır. Yunanca baskısı da 1539 yılında Paris'te yapılmıştır. Zamanımızdan üç yüzyıl öncesine kadar onun aritmetik ve küre üzerine yaptığı çalışmaların birer kopyasının olduğu biliniyordu. Her nasıl olmuşsa onun bu çalışmalarının kopyaları da kaybolmuş, bu nedenle de zamanımıza kadar hiç bir şeyi gelememiştir. Ancak, bu yapıtların içerikleri bilinmektedir.

VİTRUVİUS (İ. Ö. 20 YILLARI)

Matematiği uygulama alanına döken ve bunu uygulamada en yüksek noktaya çıkaran Romalı Marcus Vitruvius Pollio'dur. Daha çok Vitruvius adıyla bilinir. Yaşadığı dönem tam olarak bilinmese de İ. Ö. 20 ile 14 yılları arasında mimarlık üzerine yazdığı büyük yapıtı onun bu yıllarda yaşadığı ve ünlü olduğunu göstermektedir. Archimedes'ten sonra matematiği mekaniğe ve mimarlığa en iyi uygulayan Vitruvius olmuştur. Çok sayıda kitap yazmıştır. IX. Kitabı, değişik olan güneş saatleri üzerine değerli bir çalışmadır. Onun yapıtları, mühendislikle ilk eğitim veren birer mühendis gibidir. Perspektif konusunu en iyi o işlemiştir. Optik konusunu işleyen eski bilginler arasında kabul edilir. Matematiği; mühendislik, mimarlık, fizik ve astronomiye uygulama deyince Vitruvius akla gelmektedir.



Mimari bir çizim.

Vitruvius'un De Architectura Libri X adlı kitabı ilk kez 1486 yılında Roma'da basılmıştır. Mimarlık üzerine yazdığı on kitabı, M. H. Morgan tarafından İngilizceye çevirilmiş ve 1914 yılında Massachusetts'te Cambridge'de yayınlanmıştır.

Vitruvius'tan sonra matematiği uygulama alanlarına en iyi yöneltenlerden birisi de Gedizli (Gades) Lucius Junius Moderatus Columella olmuştur. Columella'nın doğum ve ölüm tarihleri bilinmediği gibi yaşamı hakkında da fazla bir bilgi yoktur. Ziraat üzerine De Re Rustica adlı kitabı yazmıştır. Astronomi hakkında bilgiler veren kitabının dışında, takvim, arazi ölçümleri, haritalar ve planlar yapmıştır. Bu çalışma alanlarına sürekli matematiği uygulamıştır.

DİODORUS (İ. Ö. 8 YILLARI)

Matematik tarihi üzerinde kitap yazan ve eski Yunan matematiği hakkında bilgiler veren Diodorus Siculus İ. Ö. 8 yıllarında ünlü olmuş ve tanınmıştır. Kendisi, Sicilya adasında Agriun'da doğmuştur. Doğum ve ölüm tarihleri bilinmemektedir. Sicilya adasında doğduğu için daha çok Sicilyalı Diodorus veya Diodorus Siculus olarak bilinir.

Diodorus, matematik tarihi de dahil olmak üzere tarih konusunda tam kırk kitap yazmıştır. Kitabında, Akdeniz yöresi ve bu yörelerin her türlü tarihine yer vermiştir. Yazım tekniği iyi değildir. Verdiği kaynaklar da sağlam temellere dayanmamaktadır. Fakat matematiğin gelişimi ve doğal yapısı hakkında iyi bilgiler verir. Özellikle klasik döneme ilişkin matematik çalışmalarını en iyi verenlerden biridir. Mısır okulunun matematiğinde ve bu matematiğin tanıtılmasına o döneme göre uzman sayılabilecek bir kişidir.

Bu dönemin ünlü bir tarihçi ve coğrafyacısı da Strobon'dur (İ. Ö. 66 - İ. S. 24). Coğrafyacı olan Strabon, eski matematik hakkında en iyi bilgileri verenlerden biri olarak kabul edilir. Çok sayıda kitap yazan ve üç kıtanın hemen hemen çok yerini gezerek bu ülkeleri ve bu ülkelerin matematikleri hakkında bilgiler veren bir bilgindir. Yazdığı kitaplardan özellikle ikincisi matematiksel coğrafya ile ilgilidir ve Eratosthenes'in daha önce çizdiği dünya haritası üzerindeki kritikleri ve düzeltmeleri önemli bir yer tutar.

Geminus'tan çok az zaman sonra yaşayan Pisagorcu düşünür P. Nigidius Figulus (İ. Ö. 60 - İ. S. 44), döneminde çok saygı, hürmet ve değer görmüş biridir. Çağdaşları tarafından çok iyi bir düşünür, matematikçi ve astrolog olarak bilinir. Kişisel olarak bu kadar değer görmesine ve ünlü olmasına karşın, yapıtlarının etkisi çok az olmuştur. Sözlü ve konuşma türünde bu kadar bilgili ve değerli olmasına karşın, bu becerilerini eserlerinde fazla yansıtamamıştır. Matematiksel astronomi alanında yazdığı De Sphaera Barbarica et Graecanica adlı kitabından bazı parçalar günümüze kadar gelebilmiştir.

PLİNY (23 - 79)

İ. S. 23 yıllarında Como'da doğan Caius (Gaius) Plinius Secundus, daha çok Pliny adıyla bilinir. Otuz yedi kitaptan oluşan Natural History adlı kitabıyla ünlü olmuş ve bu kitapla tanınmıştır. Onun bu çalışmasının içinde matematiğe ve matematik tarihine ilişkin bir hayli bilgi vardır. Bu konudaki derlemeleri gelecek için iyi bir kaynak olmuştur. Natural History adlı otuz yedi kitaptan oluşan dizinin ikinci kitabı astronomi konusuna ayrılmıştır. Astronomi konusu ve tarihine ilişkin değerli bilgiler içerir. Ayrıca

Romen rakamlarının pratik olarak uygulanmasının en yüksek noktaya ulaştığı bu kitaplarda görülür. Ayrıca, kendisine kadar gelen matematik bilgilerini en iyi bir şekilde derleyerek bugüne kadar gelmesine neden olmuştur. Çok sayıda bilginleri ve yaptıklarını bu kitaplarında yazmıştır. Birçok yanlış bilgi içermekle birlikte Ortaçağ'a değin bilimsel konularda temel bir kaynak olmayı sürdüren Naturalis Historia (Doğa Tarihi) adlı ünlü ansiklopedi, Romalı bilgin Pliny tarafından yazılmıştır.

Zengin bir aileden gelen Plinius, eğitimini Roma'da tamamladı. Yirmi üç yaşında Almanya'da bulunan Roma askeri birliklerine katıldı ve süvari komutanlıklarına kadar yükseldi. Daha sonra Roma'ya döndü. Roma'da hukuk öğrenimi gördüğü sanılıyor. Bundan sonra bir süre araştırma yaparak ve yazı yazarak yarı emekli yaşamı sürdürdü. Plinius, Neron döneminin sonlarına doğru İspanya'da maliye memurluğu yaptı. Almanya'da birlikte çalıştığı Vespasianus'un 69 yılında imparator olması üzerine yeniden Roma'ya döndü ve çeşitli resmi olan görevlerde bulundu. Son olarak Napoli Körfezi'ndeki korsanların ayaklanmalarının bastırılmasıyla görevlendirilen donanmanın komutanlığına getirildi. Bu görevdeyken, 24 Ağustos 79 günü Vezüv Dağı yakınlarındaki Stabia kentinde öldü.

Neron (37 - 68).

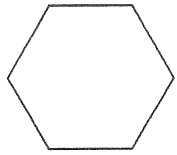
Plinius'un yazdığına inanılan yedi yapıttan bugün elde yalnızca Naturalis Historia, yani Doğa Tarihi kalmıştır. Ayrıca, dilbilgisine ilişkin ilk çalışmalarından bazı parçalar, Pomponius Secundus'un bir yaşam öyküsü, bir Roma tarihi, Romalıların Almanya seferleri üzerine bir incelemesi ve mızrak fırlatma üzerine bir kitabı da günümüze kadar gelmiştir.

Otuz yedi kitaptan oluşan Doğa Tarihi, son düzeltmeler dışında, 77 yılında tamamlanmıştır. Plinius bu kitaplarındaki önsözünde, kitaplarına neden bu ismi verdiğini açıklar. Bu kitapla, daha önce dağınık olan bilgileri bu seri kitaplarında topladığını vurgular. Yüksek edebi bir usluptan ve efsaneleşmiş siyasal olay anlatımından kaçınan Plinius, amacına uygun düşen, yalın bir uslup kullanmıştır. Sözcük kullanımı son derece zengindir. Plinius, bu dizinin hazırlanmasında en az yüzden fazla eserin tarandığını ve bu eserlerin listesini verir. Onun bu dizisindeki birinci kitabı, diğer otuz altı kitabın bir özetidir.

Doğa Tarihi, kozmoloji ve astronomiye ayrılan ikinci kitapla başlar. Başka yerlerde olduğu gibi burada da Plinius, özellikle Yunan metinleri üzerindeki bilgisini ortaya koyar. Ama ayrıntıları aktarırken bazen dikkatsiz davranması yüzünden matematiğe ve tekniğe ilişkin bilgiler içeren birçok bölümün anlamını bozmuştur. Üçüncü kitaptan dördüncü kitaba kadar fiziksel ve tarihsel coğrafyayı ele almış, bazısı artık var olmayan birçok önemli kenti anlatmıştır. Altıncı kitaptan on birinci kitaba kadar olan kısım zooloji konularıdır. Memeliler, sürüngenler, balıklar, başka deniz hayvanları, kuşlar ve böcekler bu kitaplarda anlatılır. Plinius, biyolojik verilerin çoğunu Aristoteles'ten almıştır. Kendi katkısı daha çok efsanevi hayvanlar ve folklorik söylenceler konusundadır.

Botaniğin ele alındığı on ikinci kitaptan on dokuzuncu kitaba kadar olan dizide, Plinius'un bir ölçüde bilimsel olduğu söylenebilir. Burada büyük ölçüde Theophrastos'tan yararlanmakla birlikte, özellikle Almanya'da bulunduğu sıradaki gözlemlerini de aktarmıştır. On sekizinci kitabı tarım üzerinedir. Plinius'un Galya'da gördüğünü yazdığı öküzle çekilen bir biçerdövere bilim adamları uzun süre hayal ürünü olarak bakmışlar, ama 1958 yılında Belçika'nın güneyinde bulunan ikinci yüzyıldan kalma taş bir levha üstündeki aynı aracı gösteren kabartmayla bunun doğruluğu ortaya çıkmıştır. Plinius ayrıca Yunanca bitki adlarına Latince karşılık da vermiştir.

Plinius, yirminci kitaptan yirmi ikinci kitaba kadar olan kısımda ilaç ve ecza konularını inceler. Yirmi üçüncü kitap Roma el sanatları ve kuyumculuk üzerinedir. Bu kitaplar, Roma mimarlığını ve teknolojisini içerir. Diğer kitapları da bu yönde uzar gider.



PLUTARKHOS (45 - 120)

Latince Plutarchus olarak söylenen Plutarkhos 46 yılları yöresinde Boiotia'nın Khaironeia kentinde doğdu. Bazıları bu doğum tarihini 48 ile 50 yılları arasında olabileceğini söylerler. Plutark veya Plutarque olarak da söylenir. Kendisi Yunan tarihçisi ve ahlakçısıdır. Özgeçmişini kendisi yazmışsa da kaybolmuştur. Bu nedenden hakkındaki bilgiler başka Yunan yazarlarından toplanmıştır. İmparator Claudius döneminde doğmuş, 120 ya da 125 yıllarında doğduğu şehirde ölmüştür.

On altıncı yüzyıldan on dokuzuncu yüzyıla kadar Avrupa'da deneme ve yaşam öyküsü türleriyle tarih yazıcılığının gelişimini büyük ölçüde etkileyen Yunanlı yazar Plutarkhos'un kendisinin fazla bir matematikçiliği yoktur. Diğer bilim adamlarının olduğu gibi eski matematikçilerin de yaşam öykülerini ve yaptıklarını yazıp anlattığı için matematik tarihine geçmiştir. İki yüz yirmi yediye yakın eser yazmıştır. Fakat bunların tümünün ona ait olmadığını söyleyenler de vardır.

Plutarkhos, önce doğduğu yerde okumuş, sonra Atina'ya giderek hekim Onesikrates, söylevci Emilianus ve İskenderiye mistikierinden Ammonius'tan dersler almıştır. Babası Aristobulos da bir yaşam öyküsü yazarı ve düşünürüydü. 66 ile 67 yılları arasında Atina'da düşünür Ammonius'tan matematik ve felsefe dersleri aldı. Daha sonra görevi nedeniyle birçok kez Roma'ya gitti. Orada dersler verdi ve çok sayıda dost edindi. Roma İmparatoru Traianus ve Hadrianus ile tanıştı. Atina'dan sonra Mısır'a gittiği sanılmaktadır. İmparator Vespasian döneminde Roma'ya gelmiş ve İmparator Domitien' in saltanatı sona erdiği yıllarda buradan ayrılmıştır. Arada bir iki yıl seyahat yapmak suretiyle Roma'da yirmi yıl kalmıştır. Bu sırada yurdunun çıkarlarına ilişkin işlerle uğ-

raşmış, çağının adamları ile imparatorluk katında resmi temsilci olmuştur. Fakat bu işler onun düşünsel çalışmalarına engel olmamıştır. Konferanslar vermiş ve belki de Roma'da bir okul açmıştır. Buradaki kitapsaraylarında ve arşivlerde türlü araştırmalarda bulunmuş ve yazdığı tarihler için gereken malzemeyi toplamıştır.

Sürekli olarak Khaironeia'da yaşamakla birlikte sık sık gezilere çıkarak Yunanistan'ın iç kesimlerini, İsparta, Korinthos, Patras, Sardes ve İskenderiye'yi dolaştı. Ayrıca Khaironeia'da üst yönetici dedikleri Magistratus olarak çalıştı, kent yönetiminde bazı görevler üstlendi ve bir felsefe okulunun yöneticiliğini yaptı. Bir Delphoi yazıtından Roma yurttaşlığına kabul edildiği anlaşılan Plutarkhos aynı zamanda Atina yurttaşıydı. Atina'daki Akdeniz ve Delphoi ile yakın bağları vardı.

Plutarkhos, İmparator Domitien'in buyrukları ile öldürülmüş olan stoacı düşünür L. Junius Arulensus Purticus ile arkadaş olmuştur. Doğduğu şehre döndüğü zaman, bağlı olduğu ailenin oradaki ünü dolayısıyla hemşehrileri kendisini Arhont yapmışlar ve bu küçük şehrin rahip ve gelecekten haber veren ünvanını vermişlerdir. Daha sonra Delphes'te baş rahip olmuş, karısı Timoxen, iki kardeşi ve çocuklarının arasında ileri bir yaşa dek ömür sürdürmüştür. Bazı tarihçiler, onun konsül olduğunu, İlliria valileri üzerinde bir tür hükümdarlık yetkisini kazandığını yazarlarsa da, bunu kanıtlayan güvenilir bir belge yoktur. Ancak o yörede oldukça nüfuzlu ve yetkili bir kişi ve kişiliği olan biri olduğu açıktır.

Çok verimli bir yazar olan Plutarkhos'un yapıtlarının listesi, oğlu tarafından hazırlandığı söylenen ve Lamprias adıyla tanınan katalogda yer alır. Ama, 227 yapıtı içeren bu katalogda Plutarkhos'un bütün yapıtları bulunmadığı gibi, başka yazarlara ait kitaplara da yer verilmiştir. O, asıl ününü Hayatlar adlı yapıtına borçludur. Önde gelen Romalı ve Yunanlı kişilerin yaşam öykülerini anlatan bu kitaplar ile Romalılar arasında karşılıklı saygıyı artırmak amacıyla yazılmıştı. Kitabın bir başka amacı da, yaşam öyküleri anlatılan kişilerin soylu davranışlarını sergileme yoluyla, örnek alınacak davranış kalıpları oluşturmaktı. Bu tür yaşam öyküleri yazılırken matematikçilerin de yaşam öyküleri yazılmıştır. Bu nedenle Plutarkhos matematik tarihinin değerli bir ismi ve kaynak kişisi olmuştur.

Hayatlar adlı kitabın Epaminondas ve Scipio bölümü ile resim sunuş yazısı kayıptır. Ayrıca kitabın bir giriş bölümü olduğu sanılan kısmı da kaybolduğu sanılmaktadır. Plutarkhos'un, meslekleri ya da kişilikleri benzeyen Yunanlı ve Romalı kahramanları, birbirleriyle karşılaştırabilmek için ikişer ikişer ele alıp, bunları birbirini izleyen kitaplar halinde çıkarmayı tasarladığı, Hayatlar'ın günümüze ulaşan parçalarından anlaşılmaktadır. Yine elimize ulaşan metinlerden anlaşıldığı kadarıyla Plutarkhos bu yapıtı yaşamının son yıllarında yazmıştır. Plutarkhos'un, kitabı yazarken nasıl bir sıra izlediği ise tam olarak saptanamamıştır. Bugünkü sıralama, Yunanlıların başından geçen olayların kronolojisine dayanarak sonradan yapılmıştır. Kitaptan günümüze, yirmi iki karşılaştırmalı yaşam öyküsü ile Artakserkses, Aratos, Galba ve Otho'nun yaşamlarını tek tek ele alan dört bölüm ulaşmıştır.

Şaşırtıcı bir bilgi zenginliğine dayanan Hayatlar'da çeşitli kaynaklardan alıntılar yer alır. Biçimsel bakımından dönemindeki örneklerden tümüyle farklı olan bu yapıtın genel şeması, ele alınan kişilerin doğumunun, gençlik döneminin, kişiliğinin, başarılarının ve ölüm nedenlerinin anlatılmasına dayanır. Yaşam öykülerinin arasına yer yer Plutarkhos'un ahlakla ilgili düşünceleri serpiştirilmiştir.

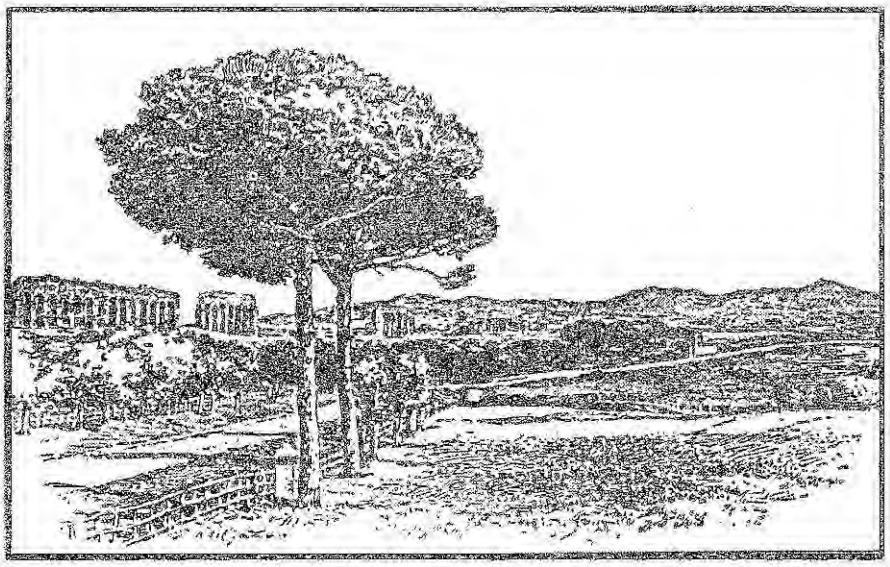
Plutarkhos'un ikinci yüzyılın sonuna doğru, İmparator Trajan'a eğitmenlik yaptığını ileri sürenler de olmuştur. Yaşamına ilişkin bir sürü uydurma masallar ve efsaneler türetilmiş ve ileri sürülmüştür. Zaten eski dönemlerde ünlü kişileri yaşadıkları dönemlerde ve sonraki yıllarda hep bu şekilde ululaştırmalar vardır. Hatta, Antoninler zamanın en önemli kişiliği olduğunu da ileri sürerler. Bunların çokları da asılsızdır. Eğitmenlik yaptığı yönündeki söylentiler de doğru değildir. Apophthegmes adlı eserinin başında, "Bir küçük dostluk armağanı" kaydıyla kitabı Trajan'a ve onun adına sunduğu görülür.

Plutarkhos, diyaloglarında büyüklerini, dostlarını ve hatta kendisinin öğretmeni Amonius'ü hiç unutmaz. Bu filozoftan garip satırlarla söz eder. "Bazı insanlar bir dostu uzaklaştırmak için, bu dostun işlediği kusurun garip yanını ele alırlar. Örneğin, bir gün, bazı arkadaşlarımıza, pek pahalıya gelen bir öğle yemeği hazırlatmış olan öğretmenimiz Amonius, kendi öz oğlunun sirkesiz yemek yiyemeyeceği bahanesiyle bir azatlısını kamçıyla dövmesi için emir vermişti" gibi şeyleri anlatır. Aslında Öğretmeninin dersleri hep böyle garip olaylarla geçmemiştir.

Plutarkhos, pek çok eser yazmıştır. Bunların kırk sekizi biyografi, yetmiş sekizi türlü konulara ilişkin olmak üzere yüz yirmi altı eser yazdığı, ayrıca yüz otuz eserinin kaybolduğu anlaşılmıştır. Bu eserlerinde Yunanlı ve Romalı generallerle bilginleri özellikle anlatmıştır. Çok sayıda mitolojiyi de kaleme almıştır. Doğa, doğa olayları, tanrı, ahlak, estetik, adetler, gelenekler, efsaneler ve masallara çok yer vermiştir. Çok sayıda diyaloğu vardır. Ondan, daha sonra gelen düşünürlerin çoğu yararlanmıştır. Yunan, Roma ve İskenderiye'nin düşüncelerini en iyi o anlatır. Ahlak, din, doğa, siyaset ve edebiyat üstüne yazdığı yazılardan günümüze ulaşan toplu olarak Ethika adıyla anılan eseridir. Sayıları altmışın üzerinde olan denemeleri genellikle diyalog ya da taşlama biçimindedir. Taşlamaları da vardır. Çok geniş bir kültürü vardı. Her konuda yazılar yazdı ve derledi. Pisagor ve Aristo'dan tutunuz da gelip geçen tüm bilginleri yazılarıyla sergiledi. Pisagor ve Aristo'da olduğu gibi doğu dinlerindeki sevgiye benzer sevgiyi işledi. Din, tarih, siyaset, arkeoloji, fizik, matematik, tıp, edebiyat, müzik ve okulda verdiği derslerden oluşan çok sayıda yapıtlar verdi. Montaigne, Bacon ve diğer ünlü yazarların üzerinde çok etkili olduğu görülür. Yunan ve Roma tarihine ilişkin yaygın düşünceler hala büyük ölçüde Plutarkhos'un yapıtlarına dayanmaktadır. Dört tane eseri Türkçeye çevrilmiştir. Eserlerinin tümü çok önceki yıllarda Avrupa dillerinin tümüne çevrildiği ve birkaç kez basıldığını söylersek, Plutarkhos'un ne kadar etkili bir kişi olduğu ortaya çıkar.

FRONTİNUS (40 - 106)

Vitruvius'tan sonra matematiği uygulama alanlarına götüren Romalı yazarların en önde geleni Sextus Julius Frontinus'tur. İ. S. 40 ile 106 yılları arasında yaşadığı biliniyor.



Su yolu kemerleri.

Frontinus, şehire su getirme dairesi yöneticisiydi. Bu amaçla sular yönetimini yürütürken çok sayıda su kemerleri yaptırdı. Su kemerleri üzerine çalışan çok iyi bir matematikçiydi. Savaş yıllarında Strategematicon Libri IV adlı kitabı yazdı. Bu kitap 1888 yılında Gundermann tarafından Leipzig'de yayınlandı. Çok iyi bir mühendisti. Yine su kemerleri üzerine De Aquaeductibus Urbis Romae Libri II adlı kitabı yazdı. Bu kitap ilk kez 1490 yılında Roma'da basıldı. İkinci baskısı 1913 yılında Herchel tarafından Londra'da yapıldı.

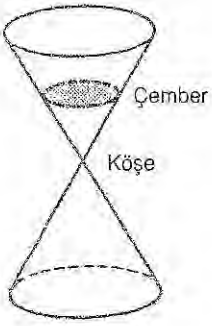
Roma'da su kemerlerinin yapılması ve su kemerleriyle şehirlere su götürülmesi düşüncesi kıral Clanudius zamanında başlatılmıştır. Bu su kemerlerinin yapısı İ. S. birinci yüzyıl içinde gerçekleştirilmiştir. Bu yapılardan halen Roma ve İtalya'da vardır. Frontinus tarafından yazıldığına inanılan çok sayıda kitap vardır. Arazi ölçümlerinde Romalılar tarafından kullanılan bu kitaplar daha sonraki yıllarda da birçok kez basılmıştır. Bu konudaki yapıtları Codex Arcerianus adı altında toplanmıştır. Gromatici Veteres bir cilt olarak ve Feldmesser ise iki cilt olarak Berlin'de 1848 yılında basılmıştır.

Arazi ölçümlerinde dörtlü ilkeyi kullanan Frontinus'un bu yöntemleri önce Romalılar, daha sonra da diğer Avrupa ülkeleri tarafından kullanılmıştır. İyi bir matematikçi mühendis olan Frontinus, 106 yılında Roma'da ölmüştür.

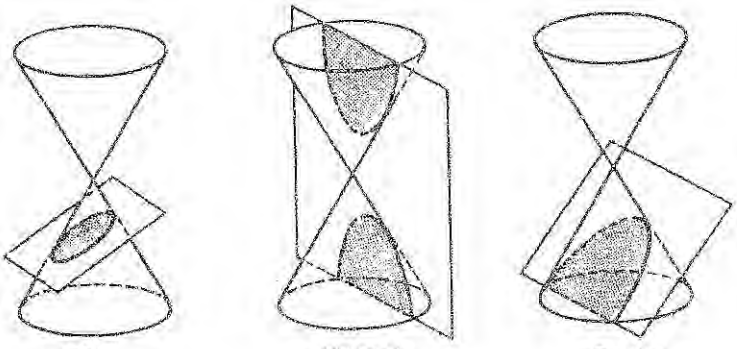
SERENUS (70 YILLARI)

Daha çok Antissalı Serenus olarak bilinen Yunanlı geometricinin yaşamı hakkında belli bilgiler yoktur. Bazıları onun Antissalı olmayıp Antinoeia veya Antinoupolisli olduğunu yazarlar. Burası Nil'in doğu kıyısında dördüncü yüzyılda Hadrian tarafından kurulmuş bir şehir olduğundan, Serenus'un dördüncü yüzyılda yaşamış olduğunu yazanlar da vardır. Bu dönem de Pappus ile İskenderiyeli Theon arasında bir zaman sürecidir. Gerçek olan, Serenus'un yaşadığı tarihlerin kesin olarak belli olmamasıdır.

Serenus'un zamanımıza kadar gelmiş iki yapıtı vardır. Biri Silindirin Kesitleri, diğeri de Konik Kesitleri üzerinedir. Silindirin Kesitleri 1710 yılında Edmund Halley ta-



Dönel koni.



Konik kesitleri.

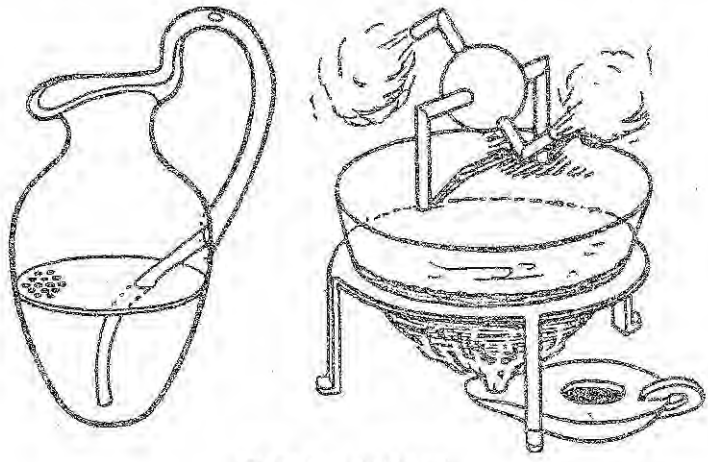
rafından Oxford'ta ilk baskısı yapılmıştır. Daha sonraki baskısı da 1896 yılında J. L. Heiberg tarafından Leibzig'de yayınlanmıştır. Bu kitap tam otuz üç önerme içerir. Konik Kesitleri'yse altmış dokuz önermeden oluşur. Maksimum ve minimum üzerine yapılan sonraki çalışmalarda bu yapıtlardan çok yararlanılmıştır. Ayrıca, harmonik ışınların ilkeleri bu yapıtta görülür.

Serenus'un Silindir Kesitleri adlı kitabının Latince çevirisi 1566 yılında Commandinus tarafından yapılarak Bolonga'da yayınlanmıştır. Almanca çevirisi de E. Nizze tarafından 1860 ile 1861 yılları arasında yapılmıştır. Serenus bu kitaplardan başka Apollonius'un yaptığı çalışmaları yorumlayarak zamanımıza kadar gelmelerini sağlamıştır. İzmirli Theon'un elyazmalarını açıklığa kavuşturmuştur. Bu elyazmalarındaki önermeleri tanıtmıştır.

Serenus, Silindir Kesitleri adlı kitabında daha önce çözümlerine karşı çıkılan bazı geometri problemlerinin çözümlerini bu kitabında düzeltmiştir. O, bu kitabının özgün ve yeni olduğunu ileri sürer. Fakat bu kitabı diğer kitabı kadar önemli değildir.

HERON (1. YÜZYIL)

İskenderiyeli ve Mısırlı geometrici, mekanikçi ve mühendis olan Heron'un yaşamına ilişkin tam ve kesin güvenilir bilgiler yoktur. İskenderiye'de doğduğu biliniyor. Birçok makinenin buluçusu olarak kabul edilir. Dioptra adlı eserinde ay tutulmasını İ. S. 62 yılında gözlediğini belirtmesine dayanarak İ. S. 1. yüzyılda yaşadığı anlaşılmaktadır. Kendi adıyla anılan üçgenin alanı formülü ve geliştirdiği aeolipil adlı buhar

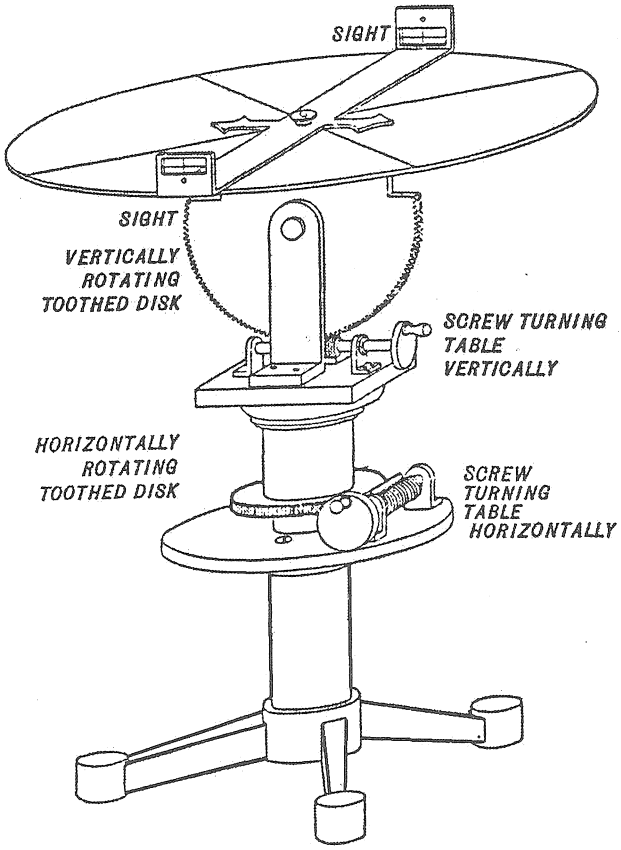


Su buharı türbinleri.

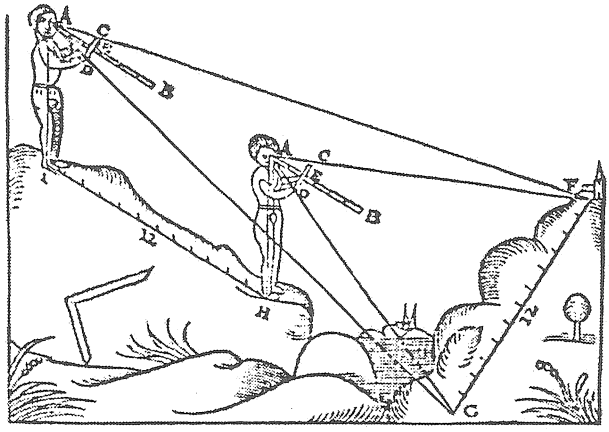
türübünüyle de tanınır. Jet motorunun öncüsü olarak kabul edilen aeolipil, bir buhar kazanının üzerinde serbestçe dönebilecek biçimde yerleştirilmiş içi boş bir küreden oluşur. Küre üzerindeki kıvrık borulardan kaçan su buharı, kürenin sürekli olarak dönmesini sağlar. Heron çeşmesi adıyla anılan yapıtı çok ünlüdür. Seyircileri şaşırtma amacı güden eğlence oyuncakları yapmıştır.

Heron, Ctesibius'un öğrencisidir. Bazıları onun Ctesibius'un oğlu olduğuna inanırlar. Doğum ve ölüm tarihleri belli değildir. Mekanik alet yapımında üstün bir zekaya sahiptir. Hidrolikle çalışan sayısız aygıtlar yapmıştır. Su saati ve mancınık bunlardan bazılarıdır.

Heron.

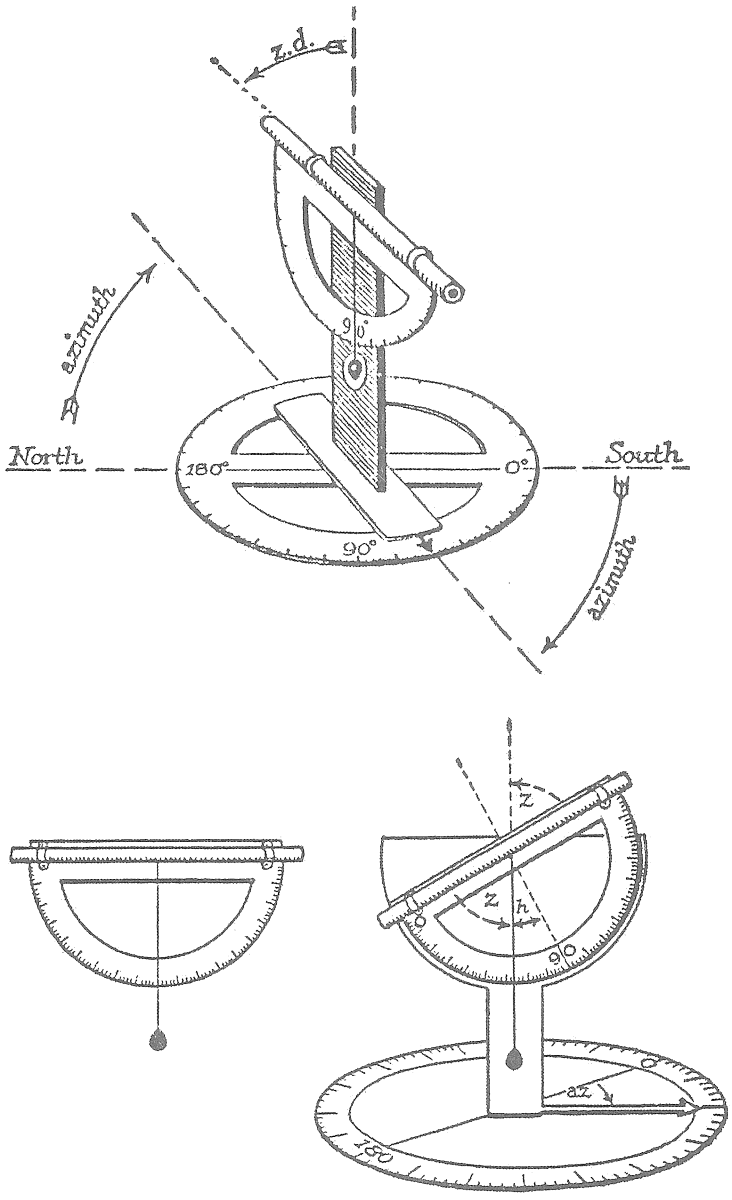


Heron'un teodoliti.



Arazi ölçümleri.

İskenderiyeli Heron, jet itme gücü ilkesini kullanan ve buharlı bir makine olan aeolopili yapmasıyla tanınan, bu arada su ve su buharı gücüyle işleyen çok sayıda başka karmaşık oyuncaklar da yapan bir bilgindir. Kadınlarda adet kanamaları üzerine de araştırmalar yapmıştır. Fermat ilkesinin ilkini de ilk kez o ileri sürmüştür. Optik mekanik alanlarında da çalışmaları vardır.



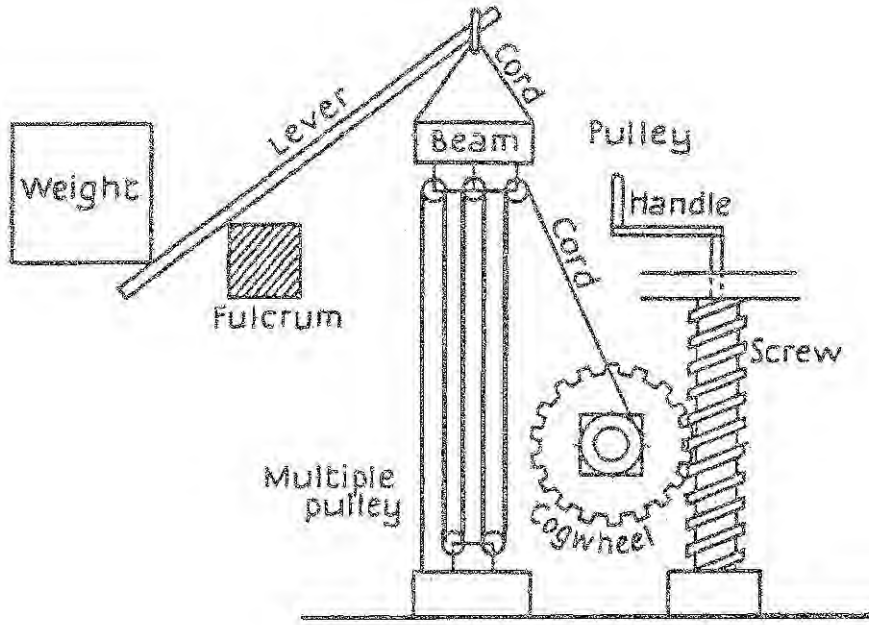
Bazı ölçme aletleri.

Treatise on the Dioptra ve Geodesy onun en önemli kitaplarıdır. Dioptra'da, üçgenin alanını kenarlarına bağlı olarak veren Heron formülü vardır. Onun geometri alanındaki en önemli yapıtı olan Metrika adlı kitabının bir kopyası 1896 yılında İstanbul'da bulunmuş ve Heron'un yapıtlarının çoğu bu kitapla aydınlığa çıkmıştır.

Metrika'nın birinci kitabı üçgenlerin, dörtgenlerin, kenar sayısı üçten on ikiye kadar olan düzgün çokgenlerin, dairenin ve daire parçalarının, elipslerin ve parabollerin parçalarının alanlarıyla silindir, koni, küre ve küre parçalarının hacim ve yüzölçümlerinin hesaplanması yöntemlerini içerir. Bu kitapta, üçgenin alanını kenarlarına bağlı olarak veren formülü bulunur. Üçgenin kenarları a, b ve c, $s = (a + b + c)/2$ ve alanı A ise,

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

şeklindeki formül bugün yine Heron formülü adıyla bilinir. Yalnız, bu formülün Archimedes'e ait olduğu sanılmaktadır. Bu kitabındaki yapılanlarda olduğu gibi diğer kitaplarına ve içindekilerin bazılarının ona ait olmadığını ileri sürenler de vardır. Bu savların doğru olup olmadıklarını kanıtlamak oldukça güçtür. Bu yapılanların Heron'a ait olup olmadıkları da o kadar önemli değildir. Önemli olan bu aygıtların ve matematiksel çalışmaların bilim dünyasına kazandırılmasıdır. Onu da Heron yapmıştır.

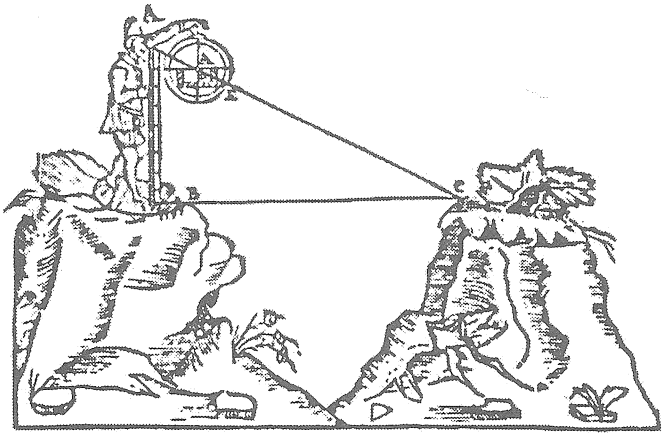


Heron'un aygıtlarından biri.

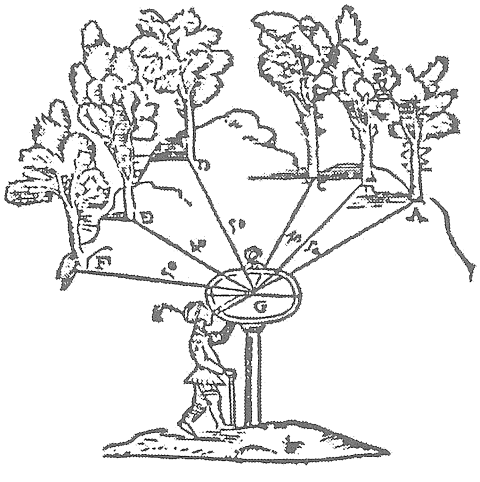
Heron'un Metrika adlı kitabında, bir sayının karekökünün yaklaşık olarak bulunması için bir yöntem verilmiştir. a^2, karekökü alınacak sayıya en yakın bir sayı olmak üzere, A sayısının karekökü

$$\sqrt{A} \sim \frac{1}{2}\left(a + \frac{A}{a}\right)$$

formülü ile bulunur. Yalnız, bu formül Babillilerce İ. Ö. 2000 yıllarında biliniyor ve kullanılıyordu. Bu yöntem, günümüzde karekök almak için bilgisayarlarda yaygın olarak kullanılmaktadır.

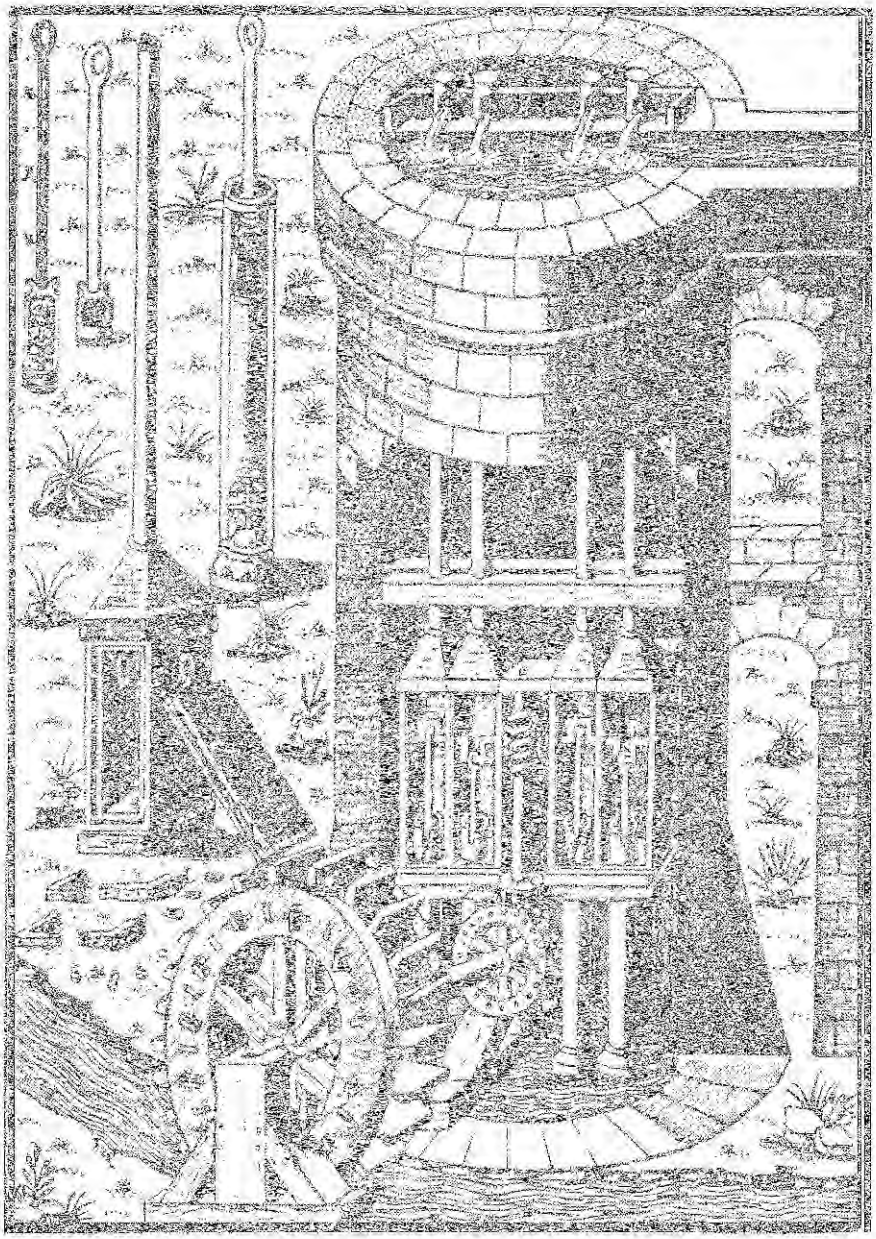


Basit bir astrolop.

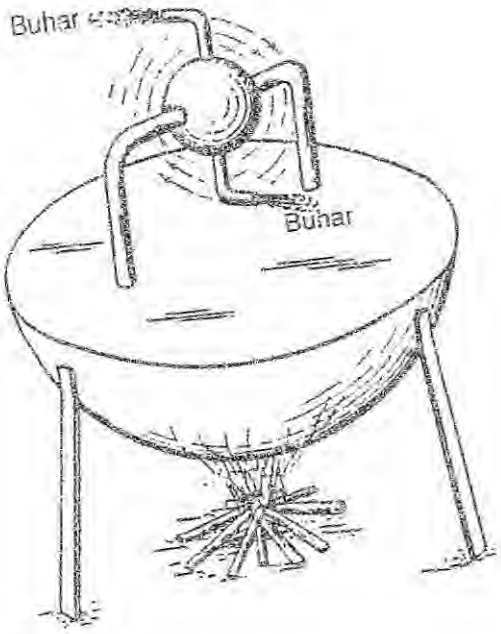


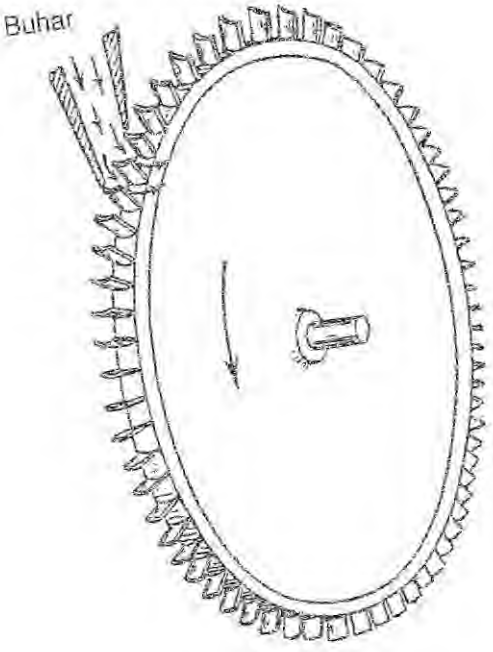
Düzlem tahtası.

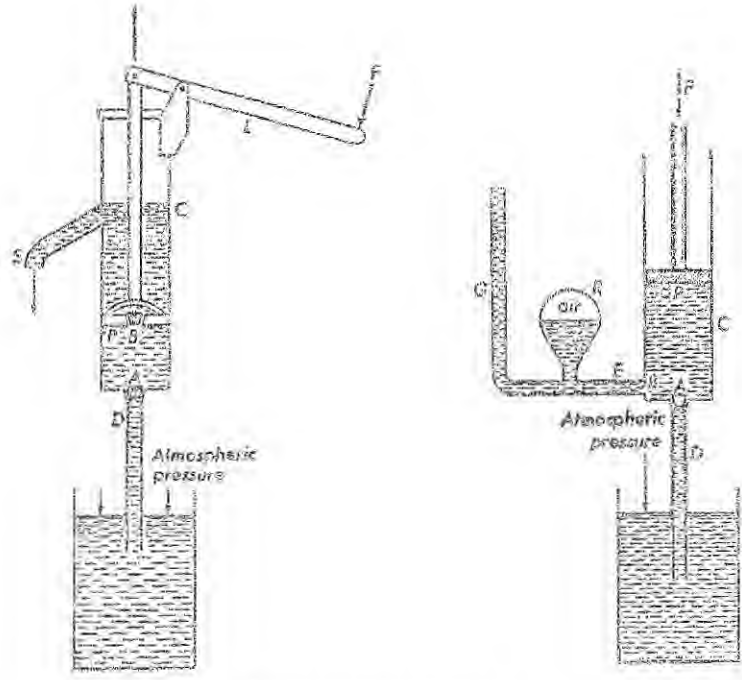
Metrika'nın ikinci kitabında, koni, piramit, silindir, prizma ve paralel yüzlülerin, kesik koni ve kesik piramitlerin, küre ve küre parçalarının, simidlerin, ilk beş tane düzgün çokyüzlünün ve prizmatoidin hacimlerinin bulunmasına ilişkin yöntemler yer alır.



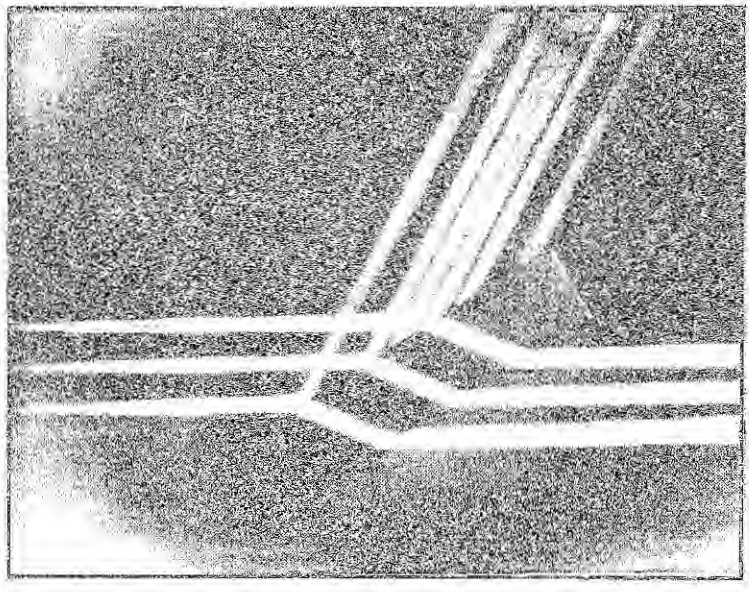
Yukarı su çıkarma aygıtı.


Buhar
Buhar


Buhar



Emme ve basma tulumbaları.



Işığın yansıması ve kırılması

Heron'un Metrika'sının üçüncü kitabında daha çok bazı alan ve hacim formüllerinin yanı sıra alan ve hacimlerin istenilen oranlarda bölünmesi konusu işlenmektedir. Heron'un iki kez yanlış deneme ile küpkökleri yaklaşık olarak hesaplayan bir yöntemi vardır. Dioptra adlı eserinde çok sayıda ölçme aygıtları ve bunların çalışmaları anlatılmaktadır. Yaptığı bir aygıt bugünkü modern teodolitin ilk atasıdır. Dioptra, onun Geodesy adlı kitabı üzerinde bir çalışmadır. Bu kitapta, yaptığı bazı aygıtlarla geometrideki birçok problemi kolayca çözebiliyor ve ölçebiliyordu. Yanına varılamayan iki nokta arasındaki uzaklığı kolayca hesaplayan bu aletler onun en iyi aygıtlarıydı. Yanına varılan bir nokta ile varılamayan bir nokta arasındaki uzaklıkları da ölçen aletler yapmıştı. Yanına varılamayan alanları ölçen aygıtlar ve yöntemler de geliştirmiştir. Kısaca, Heron üstün zekalı ve pratik olan bir mühendis ve ölçümcüydü.

Heron'un geometrisinin tümü Yunan kökenli değildi. Mısır geometrisini de çok iyi biliniyordu. Euclides'in Elements adlı kitabının bir yorumunu da yazmıştı. Kenarları a, b ve c olan bir üçgenin alanını, (a + b)c/4 formülü ile hesaplıyordu. Yine kenarları a, b, c ve d olan bir dörtgenin alanını (a + c) (b + d)/4 formülü ile hesaplıyordu. Yani üçgenin alanı, iki kenarının toplamının yarısı ile diğer kenarının yarısının çarpımı, herhangi bir dörtgenin alanı da, karşılıklı kenarlarının toplamlarının yarılarının çarpımlarına eşit olarak alıyordu. Bu hesaplamalar bugün dünyanın birçok çiftçisi tarafından pratik olarak arazi ölçümlerinde kullanılır. Kare, üçgen veya dikdörtgen şeklinde bir arazinin bulunması veya olması büyük bir rastlantıdır. Çift süren ve ekin biçen traktörcüler de bu hesaplama yöntemlerini sık sık kullanırlar.

Yalnız, bu formüllerde dikkat çeken nokta, gerek üçgen gerekse dörtgenin alanlarının bulunması formülü Heron'a ait olmayıp, eski Babilliler ve Mısırlılara ait olmasıdır. Örneğin, bu formüller Edfu yazıtlarında bulunmuştur. Ayrıca Ahmes'in papürüsünde de vardır. Demek ki Heron'un yazdıklarının çoğu eski kökenlidir. Bunların çoğu da Mısır ve Babil kaynaklıdır. Heron, Mısırlılarda olduğu gibi payı 1 olan kesirleri de kullanıyordu. Ahmes'in papirüsünde geçen 2/3 kesri Heron'un yazmalarında da vardı. Ahmes ve Edfu'daki rahipler, verilen bir şekli yardımcı doğrularla ikizkenar bir yamuğa dönüştürerek alanını hesaplıyorlardı. Aynı yöntem Heron'un kitaplarında da yapılmaktadır. Bunlar da, Heron'un Mısır ve Babil matematiğini ve arazi ölçümlerini çok iyi bildiği gibi, bunları pratik olarak uyguladığını gösterir. Heron'un arazi ölçümleri ve hesaplamaları çok pratik ve hızlı olduğu için, birçokları tarafından bu yöntemler alınmış, kendi günlük yaşamlarına uygulamışlardır. Heron'un bu yöntemleri, Roma'da, batı Avrupa'da hatta Hindistan'a kadar olan bölgelerde ortaçağ boyunca kullanılmıştır. Bugün dünyanın birçok yerinde olduğu gibi, Türkiye'deki birçok çiftçi tarla sürme ve biçmede dörtgenenin alanı hesabını kullanıyorlar. Şüphesiz, bu formül doğru değildir ama pratikliği bakımından yeğlenir.

Heron'un bu Metrika adlı kitabı, 1903 yılında J. H. Heiberg, H. Schöne ve W. Schmidt tarafından yeniden basılmıştır. Dünyanın birçok ünlü kütüphanelerinde birer kıymet olarak saklanmaktadır.

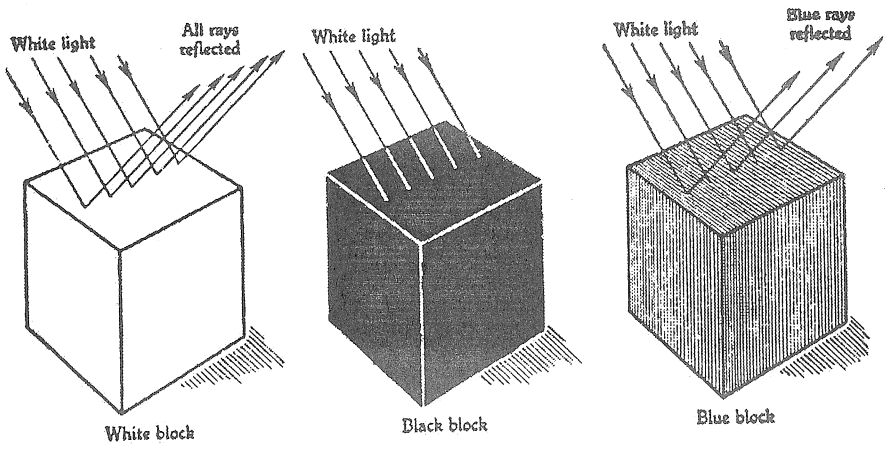
Heron, $\sqrt{63}$ sayısını, Mısırlılarda olduğu gibi, payı 1 olan kesirlerin toplamı biçiminde yaklaşık olarak

$$7 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$$

biçiminde yazmıştır. Bu da, Mısırlıların yaptığı hesaplarla aynı paraleldedir. Heron'un Metrika adlı kitabındaki kesik piramidin hesabı ile eski Moscow papirüsündeki hesap yöntemi aynıdır. Heron, sadece Babil ve Mısır geometrilerini bilmiyordu. Örneğin, ilk beş düzgün çokgenin incelenmesi Yunanlı Euclides'in Elements adlı kitabında olduğu gibiydi.

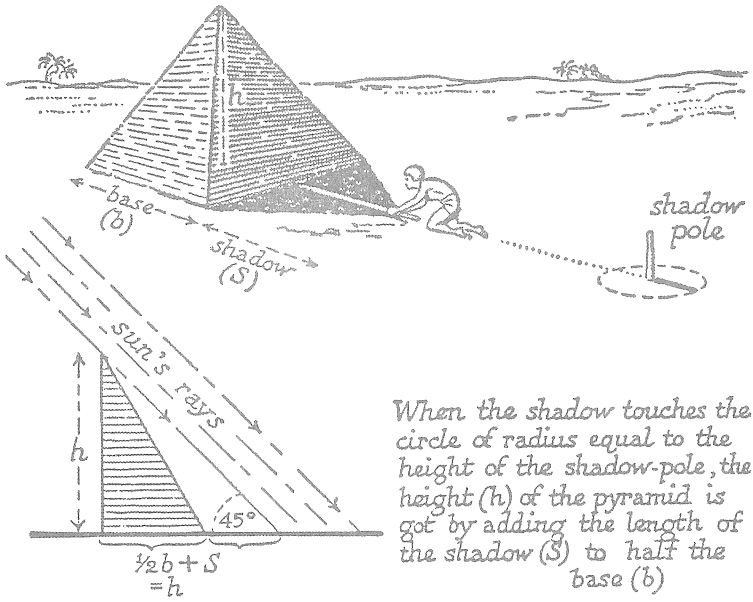
Heron'un günümüze gelen öteki geometri kitapları Tanımlar, Geometri, Geodezi, Cisimlerin Ölçümü, Ölçüm ve Kırılma Üzerine'dir. Bu son yapıt, ışığın kırılması ve arazi ölçümleriyle ilgilidir. Bu yapıtta ayrıca, astronomiye ilişkin bir bölüm de vardır. Bu bölümde, Ay tutulmasının İskenderiye'de ve Roma'da gözlendiği anlar arasındaki zaman farkından yararlanılarak bu iki kent arasındaki uzaklığın hesaplanmasına olanak veren bir grafik yöntemi anlatılmaktadır.

Heron'un Yansıma adlı yapıtının Latince çevirisi günümüze kadar gelmiştir. Bu kitap, önceleri Ptolemaios'un sanılmıştır. Çünkü, Yansıma ile Ptolemaios'un Optik adlı eseri arasında çok benzerlik vardır. Heron'un, Yansıma adlı kitabında ışığın doğrusal yolla yayılması anlatılmakta ve açıklanmaktadır. Yansımalar, kırılmalar, aynalar ve mercekler incelenmekte, bunlara ilişkin yasalar ve kurallar ortaya konulmaktadır.

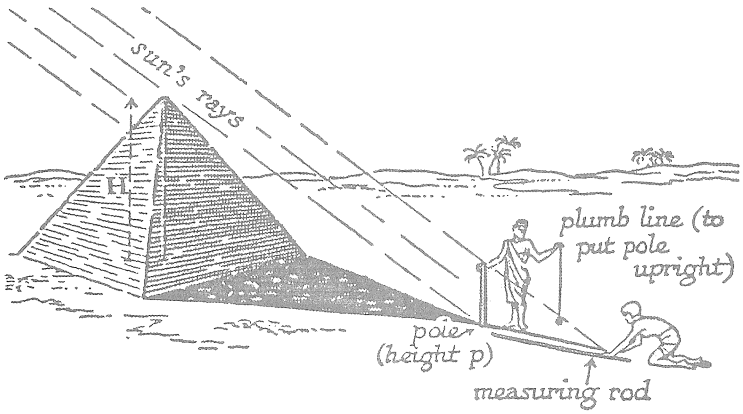


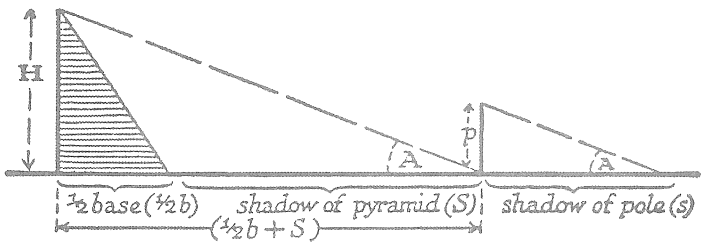
Işığın yansıması ve yutulması.

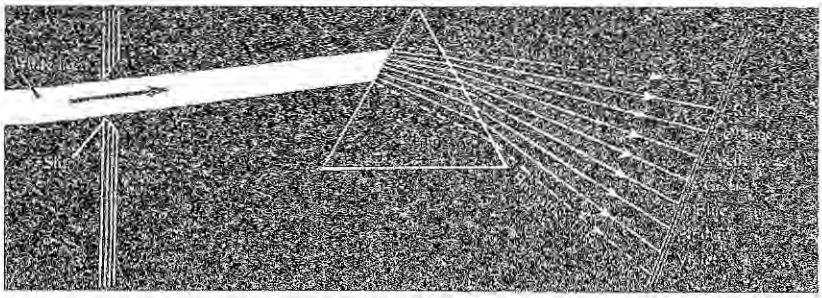
One way of measuring the height of the Great Pyramid



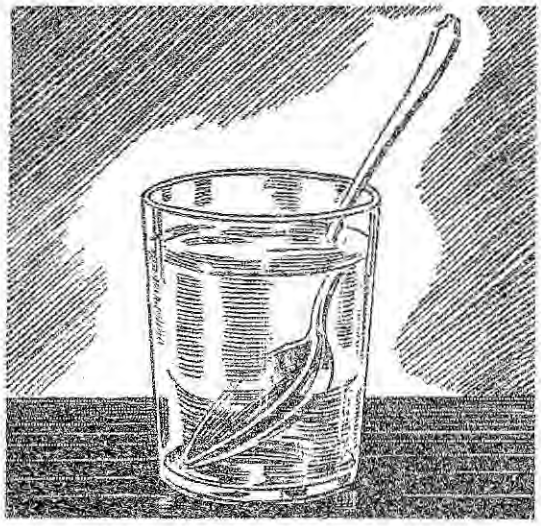
When the shadow touches the circle of radius equal to the height of the shadow-pole, the height (h) of the pyramid is got by adding the length of the shadow (S) to half the base (b)



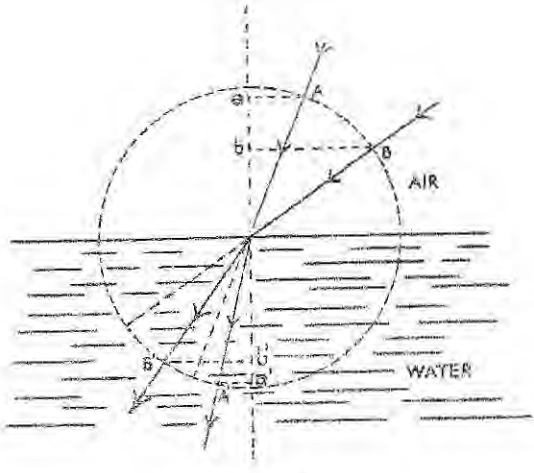




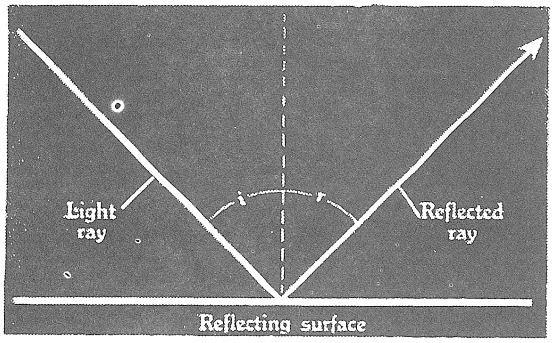
Prizmada ışığın kırılması.



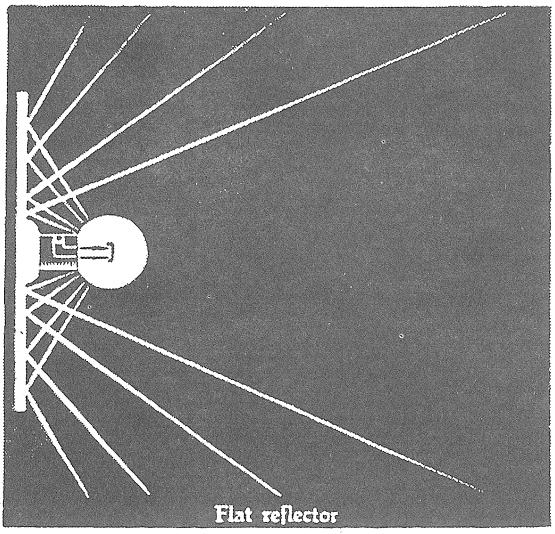
Suda kırılma.



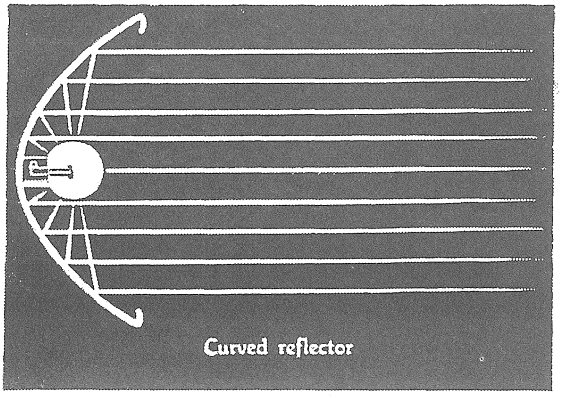
Suda kırılma.



A

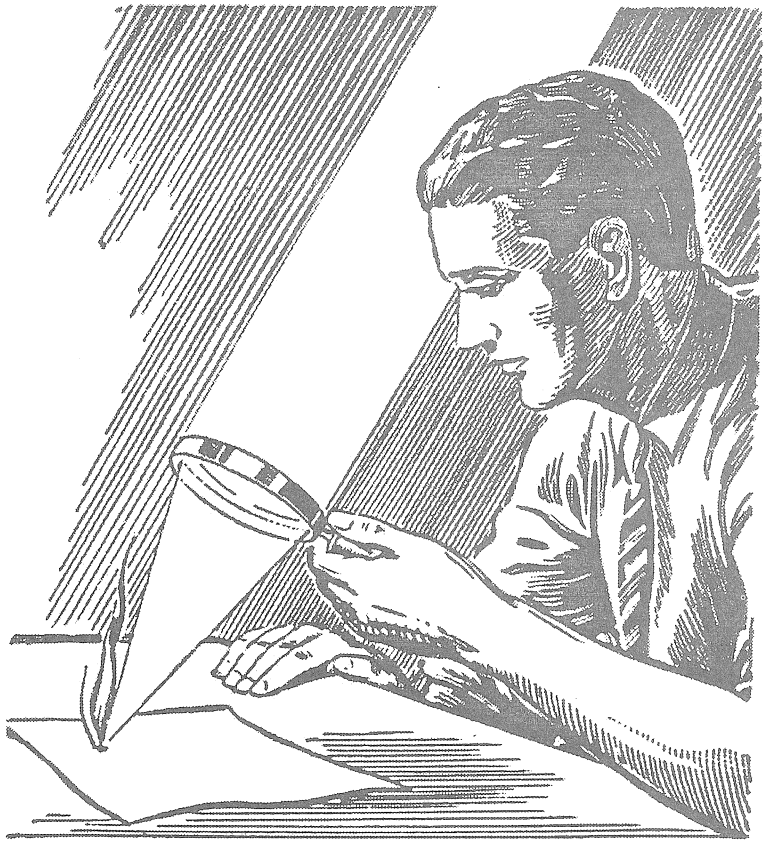


B



C

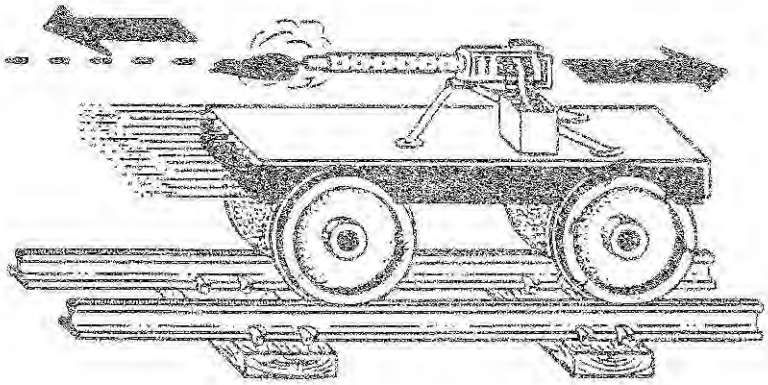
Aynalarda yansıma.



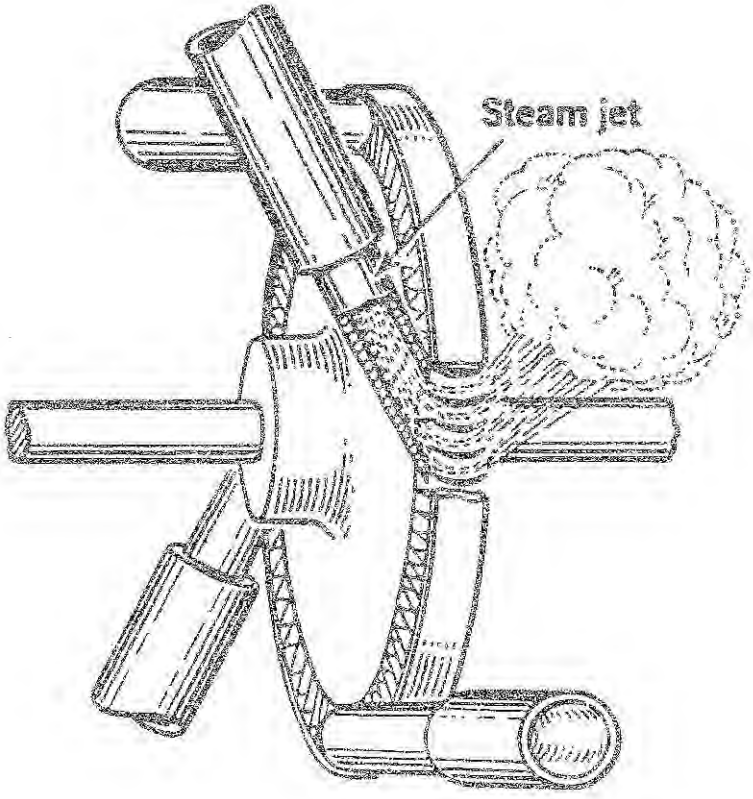
İnce kenarlı bir mercekle kağıdın yakılması.

Heron'un, mekanik konusu üzerindeki yapıtlarının bazıları günümüze kadar gelebilmiştir. Bunlar, Pnömatik, Otomatik Düzenleme Üzerine, Savaş Makineleri ve Elle Fırlatma olarak sayılabilir. İki kitaptan oluşan Pnömatik'te, sifonlar, Heron Çeşmesi, aeolipil, madeni para atılınca çalışan aygıtlar, yangın tulumbası, hidrolik org ve su buharıyla çalışan makineler anlatılmaktadır. Savaş Makineleri adlı yapıtın, İskenderiyeli Ktesibios'un İ. Ö. 270 yıllarında yazdığı kitaba dayanılarak hazırlandığı belirtilmektedir.

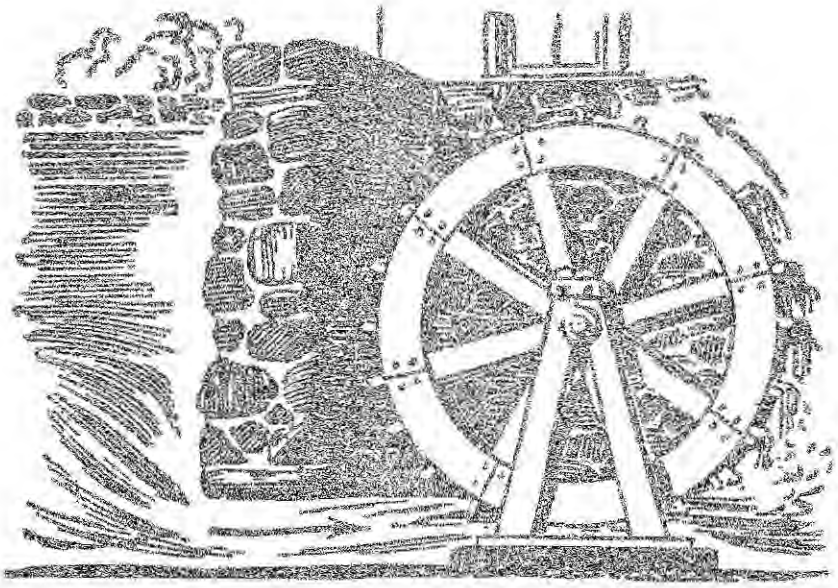
Heron'un üç kitaptan oluşan Mekanik adlı yapıtının yalnızca Arapça çevirisi günümüze kadar gelebilmiştir. Bu çeviride bazı değişikliklerin yapılmış olduğu anlaşılmaktadır. İskenderiyeli Pappus (İ. S. 300) bu yapıttan söz eder. Pappus'un sözünü ettiği Ağır Cisimlerin Kaldırılması adlı bir başka yapıt, büyük olasılıkla Mekanik'in içeriği ile aynıdır. Sadece adı değiştirilerek sunuluşudur. Mekaniğin ikinci kitabı, beş tane basit makinenin anlatımı ve çalışması ile günlük yaşama ilişkin mekanik problemlerinin çözümünü içerir. Üçüncü kitabında çeşitli makineler ve özellikleri anlatılmaktadır.



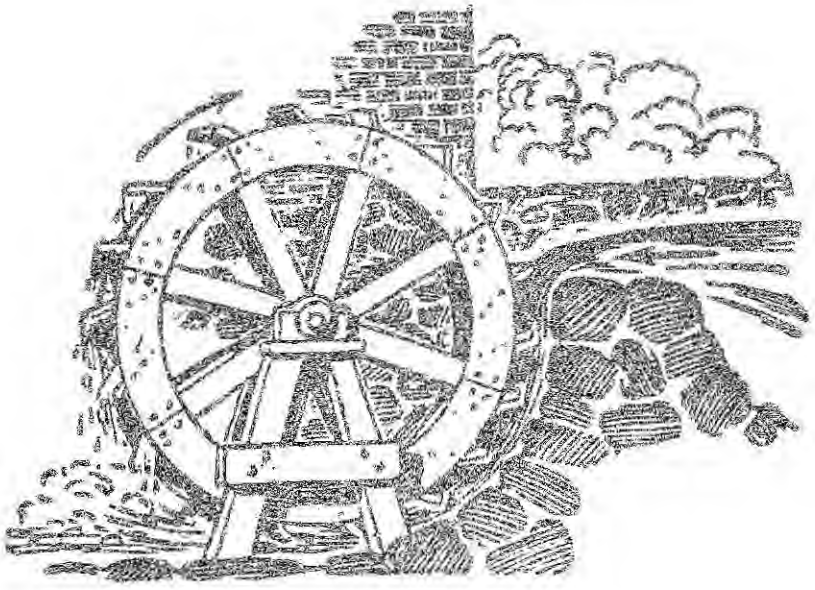
Etki ve tepki.



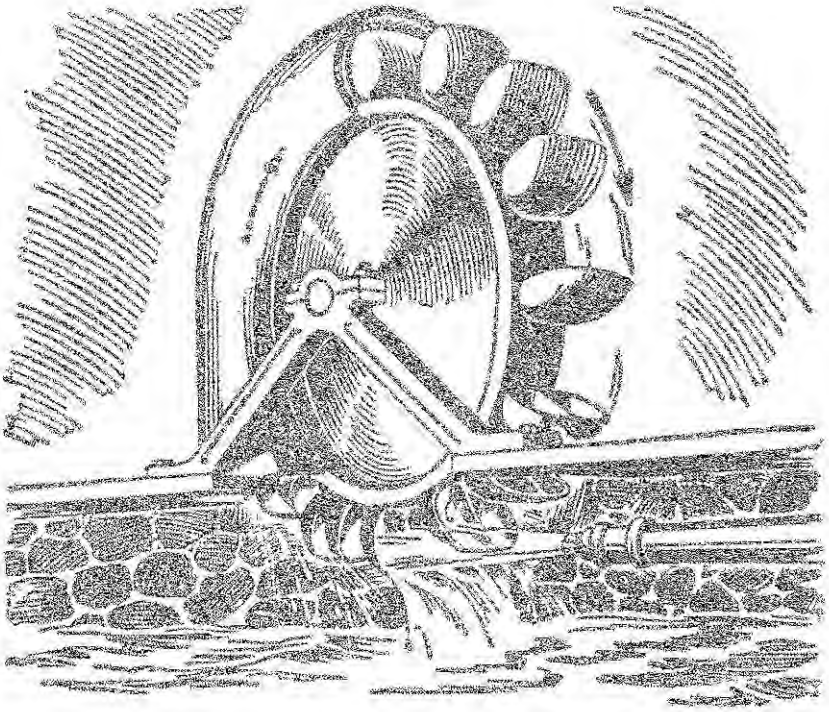
Buhar türbünü.



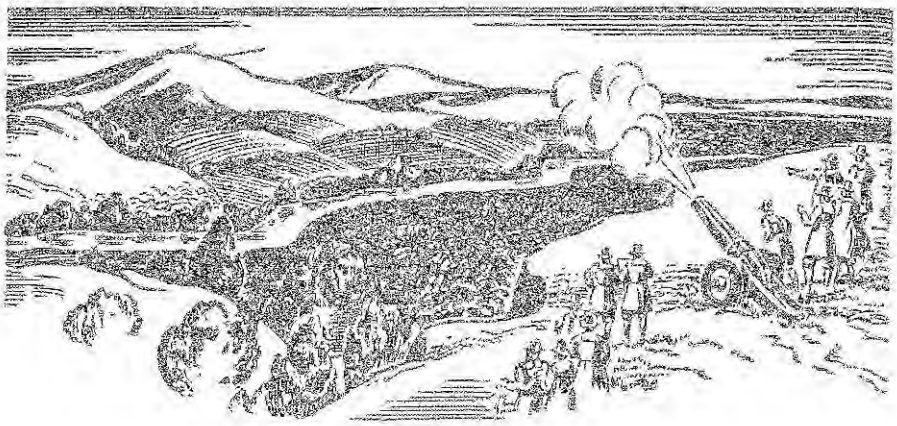
Altan döndürülen çark.



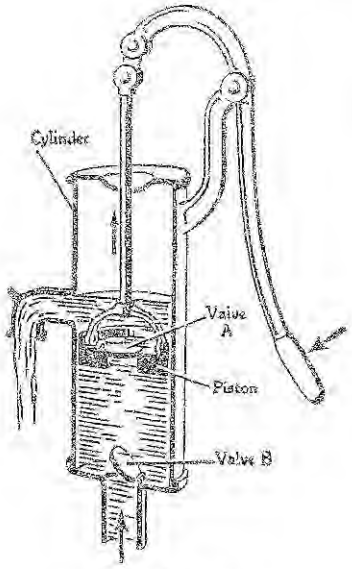
Eksen düzeyinde döndürülen çark.



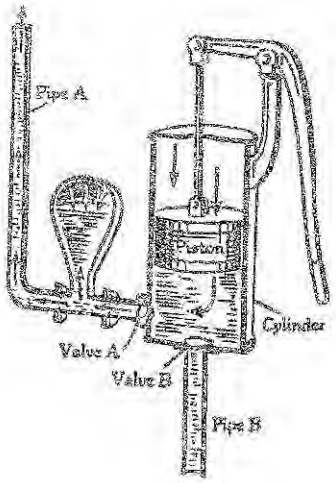
Su türbünü.



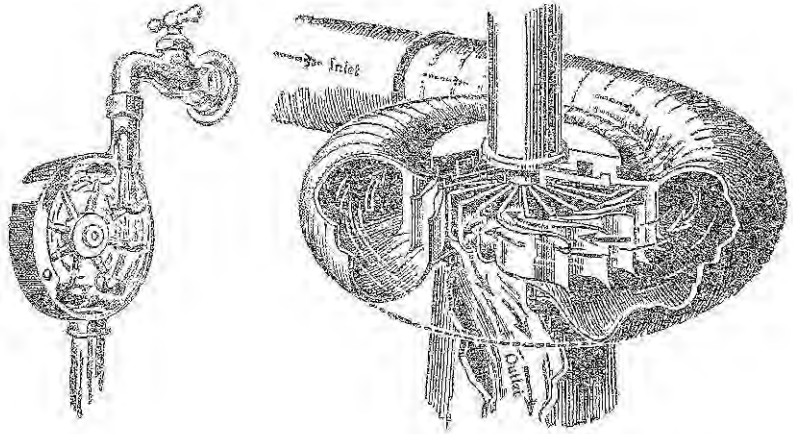
Savaş topu.



Emme tulumba.

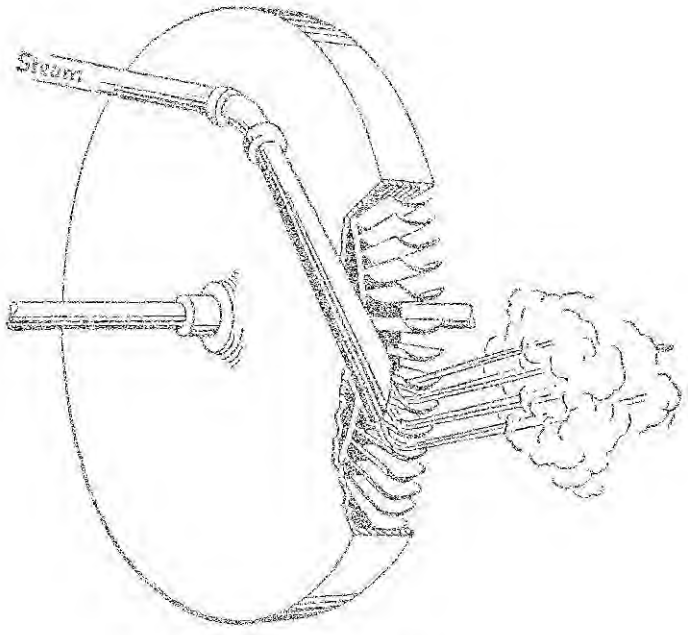


Basma tulumba.



Heron, sadece bir mühendis değildi. Aynı zamanda iyi bir matematikçiydi. Astronomiye ilişkin çok sayıda gözlemler ve hesaplamaları vardı. Orta orantılı değer problemlerinde, a ve b bilinen nicelikler olmak üzere, a/x = x/y = y/b eşitliklerini sağlayan x ve y değerlerinin bulunması, Heron'un hem Mekanik hem de Savaş Makineleri adlı kitaplarında vardır. Heron'un öteki yapıtlarının ancak bazı parçaları günümüze kadar ulaşabilmiştir. Bazı kısımlar da ondan sonra gelenler tarafından birer aktarma biçimde iletilmiştir. Su saatlerini konu alan ve dört kitaptan oluşan bir yapıtından hem Pappus, hem de Proclus (İ. S. 410 - 485) söz etmektedir.

Heron, birçok inceleme de yazdı. Bunlardan Pnömatik'te, günümüze ulaşan ilk hidroliklerde çalışma ilkesini açıkladı. Otomatik Düzenleme Üzerine adlı incelemesi de onun en önemli çalışmalarından biri sayılır. Dioptra'da, gök ve yer gözlemlerince teodolit gibi kullanılan ve yüzyıllar boyunca düzeçleme araçlarının en gelişmişi olarak kabul edilen bu ilk ölçme aygıtının ve tanımını ve kullanma alanlarını açıkladı. Bu eserinde ayrıca, bir taşıtın aldığı yolu otomatik olarak kendiliğinden gösteren odometreyi de tanımladı. Heron, ışıkla ilgili olarak Katoptrikos'u yazdı. Bu kitabında, içbükey, dışbükey ve düzlemsel aynalar da ışığın yansımasını gösterdi. Işığın en kısa yolu izlediğini ilke olarak ortaya koydu ve bu ilkeyi kabul etti. Daha sonra Descartes de bu ilkeyi benimsedi. Fakat, Fermat ışığın en kısa yolu izlediği ilkesine şiddetle karşı çıktı. Fermat'a göre ışık bir yolu en kısa zamanda alacaktı. Diferensiyel ve integral hesap gelişince, Fermat'ın bu ilkesi matematiksel olarak kanıtladığı gibi çok daha sonraki yıllarda bu ilke deneysel olarak kanıtlandı. Yani, ışık bir yolu en kısa zamanda alır ilkesi doğruluk kazandı. Yansıma yasalarını da Heron söyledi. Yani, gelen ışınla yansıyan ışın aynı düzlemde bulunur. Gelen ışının normalle yaptığı geliş açısı, yansıyan ışının normalle yaptığı yansıma açıları eşittir. Bir ışın az yoğun ortamdan çok yoğun ortama girince kırılarak ve normale yaklaşarak ilerler. Tersine, çok yoğun ortamdan az yoğun ortama girince normalden uzaklaşarak kırılır. Heron'un ışık ve diğer konularda çok sayıda buluşları vardır. Fakat, bu kadar çalışma yapan ve kitaplar yazan bir kimsenin yaşamı hakkında hiçbir şey bilinmediği gibi doğum ve ölüm tarihleri bile belli değildir. Biz onu sadece yaptığı buluşlar, yaptığı aygıtlar ve kitaplarıyla tanıyoruz.



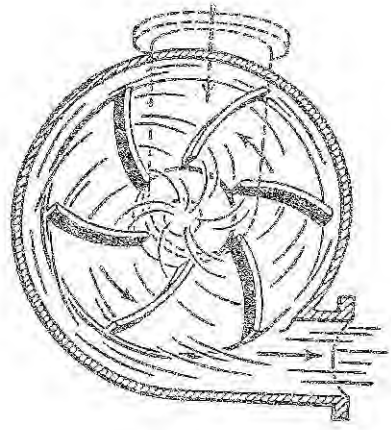
Buhar türbünü.

İskenderiyeli Heron deyince akla ilk gelen şey onun üçgenin alanını kenarları cinsinden ifade eden ünlü Heron formülüdür. Arap kaynaklarına göre bu formülü Archimedes biliyordu ve ispatını da yapmıştı. Fakat bu bir söylentidir ve Archimedes'e ait yazılı bir kaynak ele geçmemiştir. Archimedes bu formülü biliyor olabilir. Ama onun yapıtlarının çoğu da Heron'un Metrika'sı gibi uzun yıllar kaybolmuşlardır. Bazıları sonradan bulunmuş, bazıları da kaybolup gitmiştir. Bu nedenle bu formülün Archimedes'e ait olduğunu kesin olarak söyleyemiyoruz. Yalnız yazılı olan ilk belge Heron'un Metrika adlı kitabındadır. Bu nedenle bu formüle Heron formülü denir.

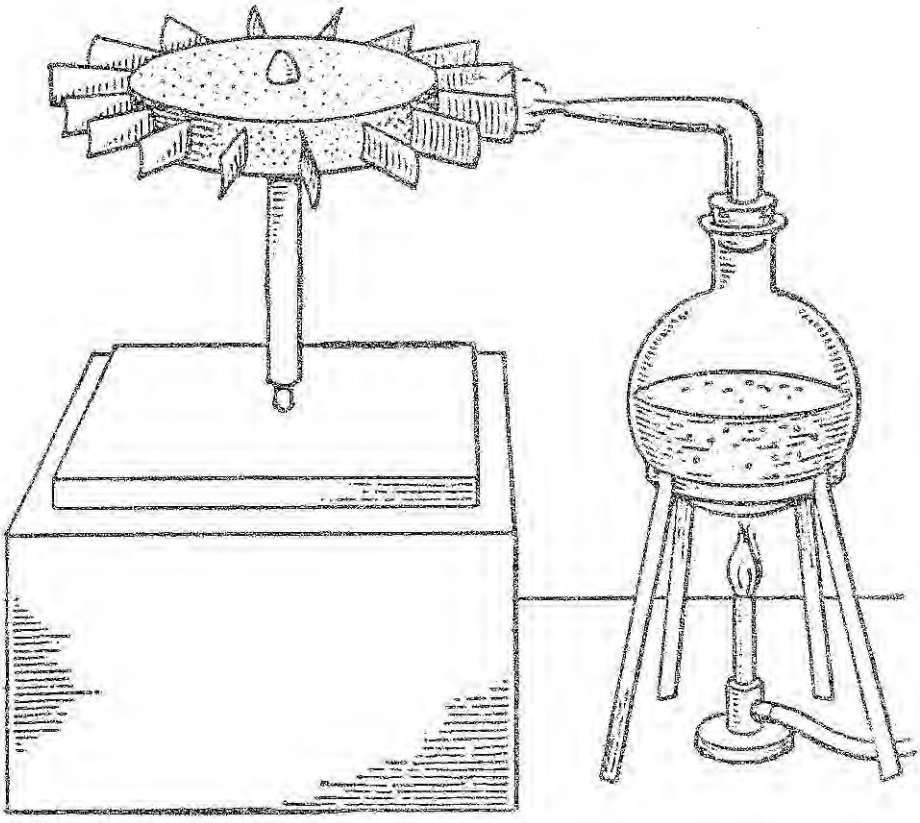
Heron formülü bugün trigonometrik yolla kolayca elde edilebilir. Heron zamanında trigonometri fazla bilinmiyordu. Heron'un bu formülü elde ettiği yöntem tümüyle geometrikti. Metrika bin yıldan fazla bir süre kullanılmış, 1100 yıllarında yazılmış bir kopyası da kaybolmuştur. Avrupa bu yıllarda karanlık çağda olduğu için Heron'un yapıtlarının değerini bilememiş ve kullanmamıştır. Bu kitabı en iyi okuyan ve değerlendirenler İslam dünyasıdır. Kaybolan bu kitabın 1896 yılında İstanbul'da bulunan kopyası 1100 yıllarında yazılmıştır.

Geometri sözcüğünün aslı Yer'le ilgili ölçüm demektir. Fakat, zamanla bu sözcük bu anlamını kaybetmiş, Euclides'in Elements adlı kitabındaki şekillerle Apollonius'un koniklerini inceleme anlamına dönüşmüştür. Geo=Yer ve metre=ölçüm sözcüklerinden zaten anlamı çıkar. Bugün bu anlamda kullanılmadığı açıktır.

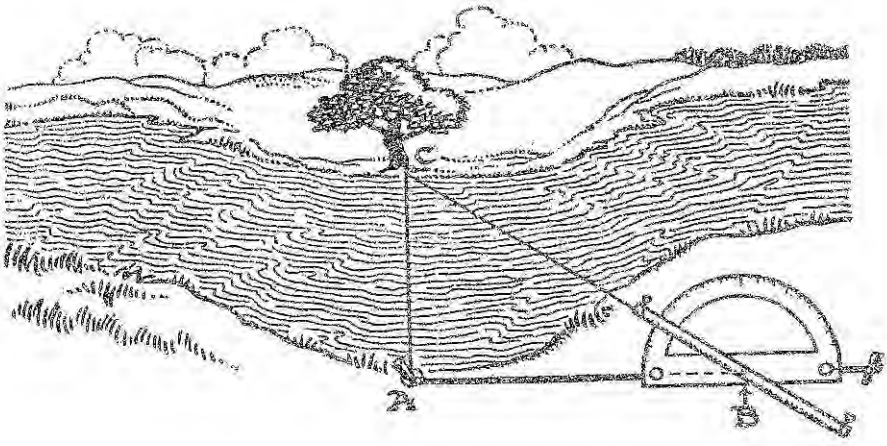
Heron; Babil, Mısır ve Yunan matematiğini incelemekle kalmamıştır. Onun yaptığı en göze batan şey, sayılar kuramı, hesaplama tekniği, bunların şekillerde kullanılması ve pratik yaşama dökülmesidir. Onun yaptıklarını ve matematiği şekillere uygulayarak pratik yaşama dökmesini hiç bir matematikçi yapamamıştır. O, matematikçi bir mühendisti. Bu haliyle döneminin en yüksek düzeyine çıkmıştır. Bu yönüyle evrensel bir kimseydi.



Su türbünü.



Basit bir buhar türbünü.



Aslında, zamanla, doğa olayları ve depremlerle Babil ve Mısır matematiği kaybolmasına karşın, Heron'un matematiğinde hem Babil, hem Mısır ve hem de Yunan matematiği yöntemleri görülür. Bunları nereden ve nasıl öğrendiği de bilinmiyor. Örneğin, uzunlukların, alanların ve hacimlerin hesaplanması Babil ve Mısır'da olduğu gibi sayısal biçimdedir. Onun kitaplarındaki işlemlerle Babil'de bulunan tabletlerdeki problemler ve işlemler arasında çok benzerlikler vardır. Örneğin, düzgün çokgenlerin alanlarını kenarlarının karelerine bağlı olarak veren formülleri, doğru ya da yanlış halleriyle aynıdır. s_n düzgün çokgenin kenarını ve A_n de düzün n-genin alanını gösterirse, eşkenar üçgenden düzgün on ikigene kadar alanlar, yöntemi bilinmeyen bir yolla,

$$A_3 = \frac{13}{30}\, s_3^2 \qquad A_8 = \frac{29}{6}\, s_8^2$$

$$A_5 = \frac{5}{3}\, s_5^2, \frac{12}{7}\, s_9^2 \qquad A_9 = \frac{51}{8}\, s_9^2, \frac{38}{6}\, s_9^2$$

$$A_6 = \frac{13}{5}\, s_6^2 \qquad A_{10} = \frac{15}{2}\, s_{10}^2$$

$$A_7 = \frac{43}{12}\, s_7^2 \qquad A_{12} = \frac{45}{4}\, s_{12}^2$$

$$A_n = \frac{1}{4} n s_n^2 \cot \frac{180^\circ}{n}$$

olarak bulunmuştur. Bu ifadeler Babillilerin tabletleriyle aynıdır. A_5 ve A_9 için iki tane farklı değer bulunmuştur. Bu sonuçlardan pek de rahatsız olmamıştır. Zaten o pratik bir kimseydi. Yaklaşık değeri de çekinmeden kullanıyordu. Babillilerin yazımıyla,

$$A_5 = 1;\ 40 \,.\, s_5^2$$

$$A_6 = 2;\ 37, 30 \,.\, s_6^2$$

$$A_7 = 3;\ 41 \,.\, s_7^2$$

biçimindeydi. Bu kadar benzemeden sonra, Heron'un Babil matematiğinin çözülmüş şeklinden haberi vardır diyebiliriz.

Herhangi düzgün bir çokgenin alanını veren formül

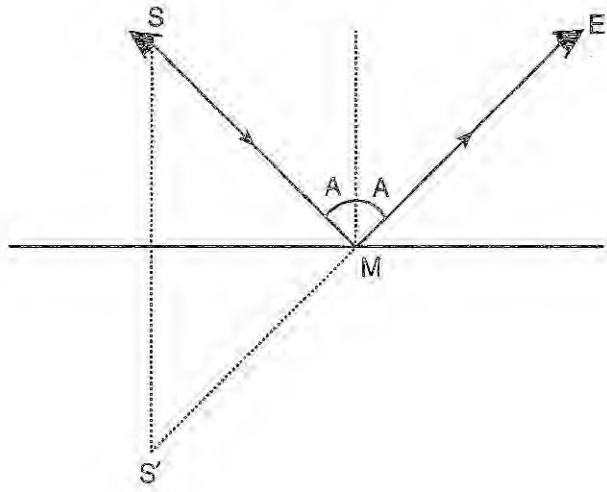
$$A_n = \frac{1}{4} n s_n^2 \cot \frac{180^\circ}{n}$$

biçiminde olduğundan, Heron'un cot(180°/n) gösteriminden de haberi vardır sonucu çıkarılabilir. Fakat buradaki katsayıyı gösteren herhangi bir bilgi yoktur. Heron, kendisinden iki yüzyıl önce yaşamış olan ünlü astronom ve matematikçi Hipparchus'un trigonometrik tablolarını kullanmıştır. Yalnız o dönemlerde trigonometrik tabloları pratik adamlardan çok, astronomların yardımcıları yapıyordu.

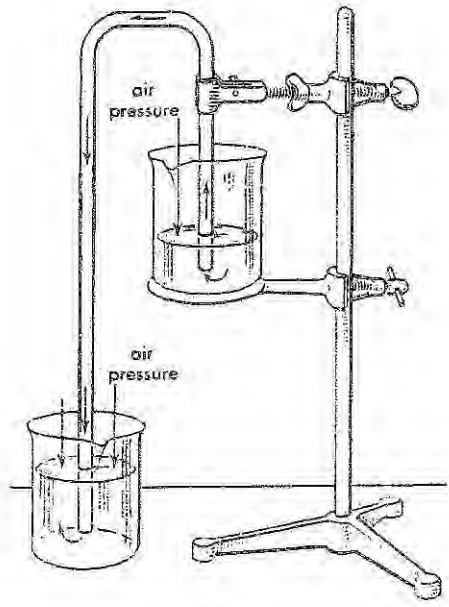
Heron'un Geometry adlı kitabında çok sayıda problem ve çözümleri vardı. Örneğin, çapı, çevresi ve alanının toplamı verilen çemberin çapının bulunması problemi ilginçtir. Dikkat edilirse bu toplamdaki birimler farklıdır. Heron için de matematiksel işlemlerde birimlerin önemi yoktu. Heron'un bu düşünüş şekli aynı şekilde Babillilerde de vardı. Örneğin, bir kenarı ile alanının toplamı verilen karenin bir kenarını bulunuz şeklinde sorular vardır. İkinci dereceden olan bu tür denklemleri Babilliler çözebiliyorlardı. Fakat, Heron bugünkü genel formülü bilmiyordu. Bu nedenle, çapının, çevresinin ve alanının toplamı verilen çemberin çapının bulunması problemini Heron genel terimlerle çözmemiştir. Çözümü, ilk Yunanlılarda olduğu gibi gerekçeler göstermeden bir sıra içinde çözmüştür. Örneğin, çapı, çevresi ve alanı 212 olan dairenin çapı nedir? Heron 'un çözüm yöntemi Babillilerde olduğu gibi ikinci dereceye dönüşen denklemi tamkareye tamamlayarak çözer. Pi sayısının değerini Archimedes'in kullandığı gibi 22/7 olarak alınırsa, dairenin çapını 14 olarak bulunur. Çözümde yine Babillilerde olduğu gibi anlamlı olan sözlerle yapar. O da şöyledir: 212 sayısını 154 ile çarp, bu sayıya 841 ekle ve bu sonucun karekökünü al. Bu karekökten 29 sayısını çıkararak elde edileni 11 ile böl. Sonuçta dairenin çapını 14 olarak bulursun. Burada olduğu gibi, Heron için birimin pek önemi yoktu. Onun için ayrıca, problemde tek cevabın olmasına dikkat etmezdi. Örneğin, çevresi ve alanının toplamı 2800 olan bir dik üçgenin kenarlarını bulunuz sorusu, bir bilinmeyenli bir denklem içeren belirsiz bir denklemdir.

Heron bu denklemin çözümünde bir tek cevap bulabilmektedir. Bunun için, üçgenin alanı ile ilgili Archimedes formülü kullanılırsa, yarı çevresi s ve iç teğet çemberinin yarıçapı r ise, $rs + 2s = s(r + 2) = 280$ olur. Heron burada $r + 2 = 8$ ve $s = 35$ seçerek $rs = 210$ bulur. Üçgen dik olduğundan c hipotenüsü $s - r = 35 - 6 = 29$ olur. Dik kenraların toplamı $s + r = 35 + 6 = 41$ olduğundan, dik kenarların 20 ile 21 olacakları kolayca bulunur. $s(r + 2) = 280$ denkleminde 280 sayısının diğer çarpan hallerini Heron hiç gözönüne almaz. Oysa diğer seçenekler için de değişik kenarlar bulunabilir. Bu tür sorular ve çözümleri hem eski Babillilerde ve daha sonra da Çinlilerde görülür. Yalnız Çinliler çok sayıda çözüm olacağının farkına varırlar.

Heron, ölçümün her türü ile ilgilenmiştir. Optik, mekanik ve geoedezi konularında çok çalışmaları vardır. Işığın yansıması, Euclides, Aristo ve belki de Eflatun tarafından biliniyordu. Fakat Heron, gelen ışınla yansıyan ışının normalle aynı açı yaptıklarını basit bir geometrik yolla Yansımalar adlı kitabında yayınladı. Buradaki soru şöyleydi. Bir aynanın aynı yanında bulunan iki göz birbirlerini aynada görebilmeleri için ışın hangi yolu izlemelidir?



Çözüm şöyle olacaktır. S noktasının aynaya göre simetriği olan S' noktası ile E noktasını birleştiren doğrunun aynayı kestiği M noktası, S ve E noktaları ile birleştirilirse, bu iki göz birbirlerini görebilmeleri için ışın SME yolunu izlemelidir. Gerçekten SME yolu en kısadır. Gelen ışınla yansıyan ışının normalle yaptığı açılar, üçgenlerin ikiz kenarlı oluşlarıyla, iç ters ve yöndeş açıların eşitliklerinden söylenebilir.



Sifon.

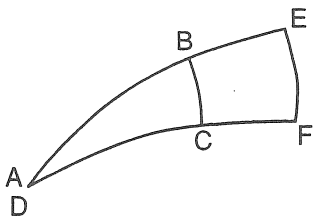
Heron'un eğik düzleme zekice bir yaklışımı vardır ama sonuç yanlıştır. Heron algoritmasıyla karekökleri hesaplamıştır. Ama bu yöntem ondan tam iki bin yıl önce Babilliler tarafından kullanılmıştır. Babil matematiğini iyi bilen Heron, Mısır matematiğini de iyi biliyordu. Örneğin, 25/13 kesrini, Mısırlılar gibi

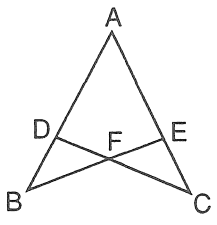
$$\frac{25}{13} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{13} + \frac{1}{78}$$

olarak yazabiliyordu.

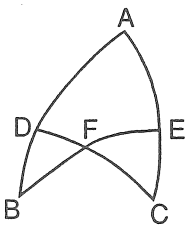
MENELAUS (İ. S. 1. YÜZYIL)

İskenderiyeli olan Menelaus 100 yılları dolaylarında yaşamıştır. Daha çok İ. S. birinci yüzyılın sonlarına doğru yaşadığı, küresel üçgeni ilk kez tasarlayan ve tanımlayan eski bir Yunanlı matematikçidir. Hayatı ve yaşamına ilişkin hemen hemen hiç bir bilgi yoktur. Eski çağın bir matematikçisi olmasına karşın Euclidean olmayan küresel üçgeni ilk kez tasarımlayan ve tanımlayan biridir.





Düzlemsel üçgen.



Küresel üçgen.

$$\frac{CE}{AE} = \frac{CF}{DF} \cdot \frac{DB}{AB} \qquad \frac{cd\,2\,CE}{cd\,2\,AE} = \frac{cd\,2\,CF}{cd\,2\,DF} \cdot \frac{cd\,2\,DB}{cd\,2\,AB}$$

$$\frac{CA}{AE} = \frac{CD}{DF} \cdot \frac{FB}{BE} \qquad \frac{cd\,2\,CA}{cd\,2\,AE} = \frac{cd\,2\,CD}{cd\,2\,DF} \cdot \frac{cd\,2\,FB}{cd\,2\,BE}$$

Menelaus, İskenderiyeli olmasına karşın Roma'da yaşamıştır. En önemli yapıtı kürenin geometrisini konu edinen altı kitaplık bir seriden oluşan dizisidir. Bugüne kadar Arapçaya Sabit bir Kurra tarafından çevirilen bu kitabından başka bir çalışması kalmamıştır. Onun bu kitabı, küresel trigonometrinin temellerini içerir. Yine bir üçgenin kesenleriyle ilgili Menelaus teoremi Sabit bin Kurra tarafından Arapçaya çevrilmiştir.

Küre adlı kitabın birinci bölümü Euclidean'in düzlemsel üçgenleri ele almasına benzer biçimdedir. Bir küre yüzeyinde üç büyük çemberin yaylarından oluşan küresel üçgenler matematiğinin temellerini içerir. Menelaus'un küre yüzeyinde paralel çemberlerin yayları yerine büyük çember yaylarını kullanması küresel trigonometride önemli bir dönüm noktası olmuştur.

Kitabın ikinci bölümü küresel geometri ve trigonometrinin astronomideki gözlem ve hesaplara uygulunması konusuna ayrılmıştır. Üçüncü ve son bölümse, küresel trigonometriyi içerir. Menelaus'un kendi adıyla anılan bu teoremi de bu bölümde yer alır. Bu teoremin düzlemsel üçgenlere ilişkin ve Menelaus'un çağdaşlarınca bilinmekte olan biçimi şöyle ifade ediliyordu: Bir üçgenin iki kenarını ve üçüncü kenarının uzantısını kesen bir doğrunun kenarlar üzerinde oluşturduğu altı doğru parçasından birine komşu olmayan üçünün çarpımı, öteki üç doğru parçasının çarpımına eşittir.

Menelaus bu teoremi değiştirerek küresel üçgenlere uyguladı. Yine Menelaus'un adıyla anılan bu teoremin, küresel trigonometride ve astronomide çok önemli bir yeri vardır. Bundan başka, Menelaus'un çember kirişleri ve geometrinin temelleri konularında iki kitabının daha olduğu bilinmektedir. Ancak bu iki kitabı günümüze kadar gelemeden kaybolmuştur. 98 yıllarında Roma'da astronomi gözlemleri yapmış ve orada ölmüştür.

NİCOMACHUS (100 YILLARI)

Matematik tarihinde cebirin babası olarak Diophantus'u gösterirler. Matematik bir tek kişinin veya ırkın ürünü olmadığından, bu benzetme Diophantus'un cebirde çok şeyler yaptığını vurgulamak için söylenmiş bir yakıştırmadır. Yoksa cebir konusu Babillilere kadar gider. Üstelik eski Yunanlılar da cebir konusunda çok şeyler yapmışlardı. Diophantus'un cebiri sadece basit bir cebir olarak kalmamış, aynı zamanda Euclides'in geometrisini cebirsel olarak yorumlamıştır. Bu konuda çok başarılı olduğu söylenebilir. Onun en ünlü kitabı Arithmetica'dır. Bu da Euclides'in ilk on üç kitabı üzerine bir çalışmadır.

Nicomachus.

Eski Yunanlıların aritmetiği, hesap yapmaktan daha çok sayıların kuramı üzerine bir aritmetikti. Onlar sayıların özelliklerinin tanıtılmasına önem veriyorlardı. Ayrıca, matematikten çok felsefi düşünce onlar için çok önemliydi. Böylece erdemli kişi olma özelliğine daha çok yaklaşıyorlardı. Sonraki yıllarda İskenderiye Okulu dönemlerinde Yeni Eflatunculuğa önem verilmeye başlandı. Bu şekilde ancak matematik öne çıktı. Bu da, Pisagorcu olan Nicomachus'un İntroductio Aritmeticae ya da Aritmetiğe Giriş adlı yapıtıyla önem kazandı.

Nicomachus'un yaşamı hakkında fazla bir bilgi yoktur. 100 yılları dolaylarında yaşadığı sanılıyor. Kendisi bir Yahudidir. Filistin'deki Gerasa şehrinde birinci yüzyılın ortalarında doğmuştur. Bazı yazarlar onun Suriye kökenli olduğunu söylerler. Gadesli Moderatus ve Tyanalı Appollonius'un çağdaşıdır. Nicomachus, sayılar felsefesini ye-

nileştirmek istemiştir. Geraslı Nicomachus, bugünkü Jarusalem'in doksan kilometre kuzeyinde bugün Jerash denen eski Gerasa kentinde doğduğu kesindir. Bu nedenle kendisine Geraslı Nicomachus denir. Doğum tarihi kesin olarak belli değildir. Jarusalem yöresinde yaşamıştır. Kendisinin Yunanlı olmamasına karşın, düşünceleri ve yapıtları Yunan eğilimli olduğu için onu da çoğu kez Yunan düşünürü ve matematikçisi olarak kabul edenler vardır. Aslında kendisi iyi bir Pisagorcudur. Pisagorculuğu yaymaya çalıştığı için onu Yunanlı sanmışlardır.

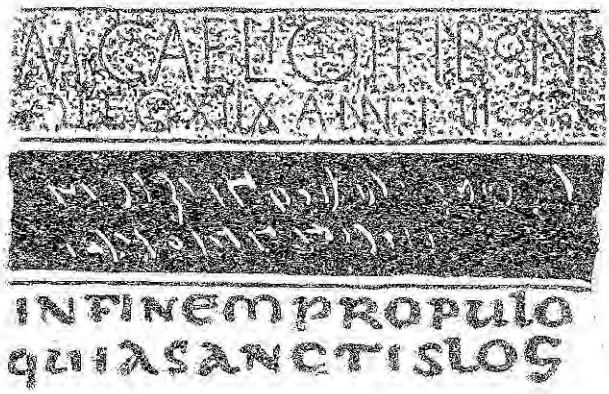
Nicomachus'un kendisi aslında büyük bir matematikçi de değildir. Yazılarında 14 ile 37 yıllarında yönetimde egemenlik süren Tiberius döneminde yaşayan Rodoslu Thrasyllus'tan söz eder. Fakat 117 ile 138 yıllarında egemenlik sürdüren Hadrian döneminde yaşayan İzmirli ünlü Theon'dan ve onun çalışmalarından hiç söz etmez. Nicomachus'un çalışmaları 138 ile 161 yılları arasında yönetimde egemenlik sürdüren Antoninus Pius zamanında yaşayan Appuleius tarafından Yunancadan Latinceye çevrildiği için, onun birinci yüzyılın sona erdiği dönem yöresinde yaşadığı ileri sürülmüştür.

Nicomachus müzik üzerinde bir çalışma ile iki aritmetik kitabı yazmıştır. Aritmetik kitapları 1538 ile 1539 yıllarında Latince ve Yunanca olarak Paris'te basıldı ve Jamblik tarafından açıklandı. Bu kitapların en iyi baskıları da 1866 yılında R. Hoche tarafından Almanya'da Leipzig'de yapılmıştır. Pisagorcu Dogmalar Koleksiyonu adındaki diğer eserlerinde gerek doktrin ve gerek Pisagor ile okulu hakkındaki efsanelere ilişkin Porphyre ve Jamblik'ten geniş parçalar aldığı görülür. Bu koleksiyonun bir parçası da adı geçen Matematiğe Giriş adlı kitabıdır. Bu kitap sayılar kuramı üzerine yazılmıştır. Diğeri de şiir biçiminde yazılmış olan Armonik Elkitabı'dır. Onun bu iki yapıtı zamanımıza kadar gelmiştir. Bu müzik üzerine olan Elkitabı 1652 yılında diğer eserleriyle birlikte basılmıştır. Photius da bu Elkitabı'ndan bazı parçalar aktarmıştır. Bu aktarmalara göre, Nicomachus'un sayılar kuramını fizik ve ahlaka da uyguladığı görülür. Bütün bu parçalar Ast tarafından 1817 yılında Leipzig'de Theologumena Aritmetica et Nicomachi Grasi adı altında basılan kitabın Giriş kısmına ekli olarak yayınlanmıştır.

Nicomachus'un bu aritmetik kitabı tam bin yıl önemini korumuş ve kullanılmıştır. Bu yüzyıllarda aritmetik konusunda standart bir otorite olarak kabul edilmiştir. Fakat geometrik gösterimleri o kadar tutunmadığından kullanımları zamanla terkedilmiştir. Yaptığı geometrik çalışmalar iyi bilindiğinden örnekleri ve uygulamaları kullanılmıştır. Yazdığı önermeleri açık gördüğünden ispatları kitabında yoktur. Yalnız onları tümevarımla ve sayısal örneklerle doğrulamıştır. Zaten kitabın amacı daha çok sayıların özelliklerini tanıtmak için yazılmıştır. Sayıların birbirlerine bölümlerine özellikle çok önem verildiği görülür.

Nicomachus'un kitabı, tek, çift, asal ve yetkin (perfect) sayıların aralarındaki ilişkileri incelemekle başlar. Kendisi dışında ve 1 sayısı dahil tüm çarpanlarının toplamına eşit olan doğal sayılara yetkin sayılar denir. Örneğin, $6 = 1 + 2 + 3$ ve $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$ sayıları birer yetkin sayıdır. Bu ve bunlar gibi bunlardan başka 496 ve

8128 sayıları da birer yetkin sayıdır. İkinin kuvvetleri çifttir. p tek ve $p > 1$, $n > 1$ olmak üzere $2^n p$ sayısına çiftli tek ve 2p çarpımına da tekli çift adını vermiştir. Asal olmayan sayılara da bu kitabında epey yer vermiştir. Oranları, Pisagor'un müzik aralıklarında incelemiştir. Ondan sonra bu sayıların bölümleri üzerindeki bağlılıklar incelenir. Poligonal sayılarla katı (solid) sayıları, oran, orantı ve diziler izler. Bu tür sayılarla daha sonra Ortaçağ'da Boethius uğraşmıştır. Hatta bu konuda bir de kitabı vardır.



Taş üzerine, balmumu üzerine ve parşömen üzerine yazılmış yazı örnekleri.

Nicomachus'un aritmetiğinden yararlanılarak yazılan Boethius'un aritmetiği, Roma matematiğini başlatmada etkili olmuştur. Abaküs de dahil hesap yapma ve geometrik özellikleri kullanma Roma İmparatorluğu'na bu kitap ile gelmiştir. Özellikle Boethius, Nicomachus'un aritmetiği ve Euclides'in geometrisinden yararlanarak kitaplar ve yorumlar yazmıştır.

0
1 1
3 4 5
3 6 10 15
1 4 10 20 35

0
2 2
3 5 7
1 4 9 16

1 2 3 4 5 6 . . .
1 5 14 30 55 91 . .

A	B	Γ	Δ	E	F	Z	H	θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	ϙ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
P	Σ	T	Y	Φ	X	Ψ	Ω	ϡ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Nicomachus'un aritmetiği üzerine bir çalışma da 1372 yılında ölen Isaac Argyrus yapmıştır. Bu çalışmanın bir kopyası halen Paris'te Ulusal Kütüphanesi'ndedir. Nicomachus'un aritmetiğinin ilk kopyası kaybolmuştur. Fakat bu kitabın içeriği Boethius tarafından 510 yıllarında yazılan kitapla zamanımıza kadar kullanılarak iletilmesi sağlanmıştır. Kitap uzun yıllar kullanıldığı için aktarmalar şeklinde kaybolmadan bugüne kadar gelebilmiştir.

Bir düşünür olarak Nicomachus, yeni Pisagorcu okulun önde gelen önemlilerinden biridir. Yalnız, onun kişisel rolü ile eserlerinden kalan parçalar, gerçeğe tam olarak uygun değildir. Eldeki parçalar, yöntem ve teknik açıdan oldukça güçlüdür, fakat bu aktarmaların çoğu özgün değildir. Nicomachus'tan sonra gelen ünlüler kendi görüş ve düşüncelerini de ekleyerek onu daha kuvvetli biri yapmışlardır. Theologumena adlı yapıtındaki sayılara ilişkin ileri sürdüğü mistik görüşler kendisine onur ve övgü verecek bir değerdedir. Nicomachus bu kitabında İskenderiyeciliğin eğlenceli, eğlendirici, hoşa giden değişiklikleri ve süslü düşünce türlerini hep ciddiye almış ve bunlara doğu dünyasının saçma inançlarını da ekleyerek bu efsanelerin saysını artırmıştır. Armonik Elkitabı ise, Pisagorcuların müzik doktrinlerinin en eski kaynağıdır. Fakat yapılan eleştiriler, onun tarihsel değerinden çoğunu yok eder. Aritmetiğe Giriş, Bizans İmparatorluğu'nun son eseridir. Bunu Apule Latinceye çevirmiş, Boece bazı şeyler ekleyerek bu yapıtı Ortaçağ'a iletmiş, Rönesans'ta bu eser Yunan biliminin temsilcisi sayılmıştır.

Nicomachus yeni Pisagorculardandır ve bu mezhebin bir düşünürüdür. Gerasa' dan İskenderiye'ye kadar yolculuklar yaparak, Pisagorculuğu ve Pisagor'u geniş halk topluluklarına öğretmiş ve sevdirmiştir. Pisagor kuramını, sayılarını ve aritmetiğini yorucu bir çalışmayla geniş halk kitlelerine yaymıştır. Nicomachus bu yaptığı çalışmalar ve yazdığı kitaplarla en etkin olan bir mate-matikçidir. Bu nedenle Aritmeticae adlı kitabının Latince ve Yunanca olmak üzere birçok kez baskısı yapılmıştır. Son olarak 1916 yılında da Pennsylvania'da basılmıştır. Hem felsefi hem de fen açısından çok iyi bir okul kitabı olduğu için yüzyıllar boyunca birçok yazar tarafından dile getirilmiştir.

Nicomachus, Eratosthenes'in kalburundan da söz eder ve Pisagor'un ilkelerini över. Sayıları rakamlar ile gösterilmesini ilerletmiş ve Yunan çarpım tablosunu erken yapanlardan ve kullananlardan biri olmuştur. Oysa Babilliler, Yunanlılardan binlerce yıl önce çarpım tablosunu yapmış ve kil tabletlere yazarak kullanmışlardır. Bundan başka çok sayıda daha tabloları vardı. Yunanlılarca yapılan ilk çarpım tablosu Hıristi-

yanlığın başladığı dönemlerde bir bal mumuna yapılmış tablettir. Bu tablet halen British Museum'dadır. Pisagorcuların Akdeniz yöresinde Mensa Pythagorica adını verdikleri bir çarpım tablosunu kullanıyorlardı. Bu da yeni Pisagorculardan geliyordu.

Nicomachus'un matematik üzerine çok az bir ustalığı ve uzmanlığı vardı. Yaptığı ve yazdığı şeyler sayıların çok ilkel özellikleriyle ilgiliydi. Birden ona kadar olan sayıların çarpım tablosu düzeyinde bir matematik bilgisi olduğunu söyleyenler bile vardı. Oysa, bu çarpım tablosunu kullanarak Yunanistan'da matematiğe hizmeti yadsınamaz. Çünkü sayılar tek, çift, asal, yetkin ve kuvvetler diye sınıflandıran ve kitabına ilk kez yazan odur.

Nicomachus, kelime anlamıyla üç sayısını ilk sayı olarak alır. Çünkü bir ve iki sayıları gerçekte sayı sisteminin doğuraylarıdır. Ayrıca sayılara daha iyi, daha kötü, genç ve yaşlı gibi bazı sıfatlar da vermiştir. Tek tamsayılar

$$1,\quad 3+5,\quad 7+9+11,\quad 13+15+17+19,\quad \ldots$$

biçiminde gruplandırılırsa, bu sayıların art arda toplamlarının sırasıyla $1^3, 2^3, 3^3, 4^3, \ldots$ şeklinde olduklarını ilk kez gören Nicomachus'tur. İlk n tane tek sayının toplamının n^2 olduğunu erken Pisagorcular tarafından bulunduğunu kabul ederler. Yalnız ispatı bilinmemektedir. Her halde bu sonucu denemeyle görmüşlerdi. Sayılar üzerinde bunun gibi birçok özelliği yine Nicomachus'un aritmetiğinde görebiliriz. Çok sayıda üçgensel, karesel, çokgensel ve katısal sayılar ve bunlar üzerinde alıştırmalar bu kitabında yer alıyordu.

Gerasalı Nicomachus'un Introductio Arithmeticae adlı kitabının son baskısı Introduction to Arithmetic adıyla 1926 yılında M. L. D'Ooge tarafından İngilizce olarak yayınlanmıştır. Tarihsel gelişimi açısından bu kitap yoğun bir aritmetik bilgisi içermektedir. Hatta D'Ooge onun Suriyeliden çok bir Yunanlı olduğu sonucuna varmıştır. Kitap, ne bir hesap kitabı ne de bir cebirdir. İlkel matematiğin bir elkitabıdır diyebiliriz. Yalnız o dönemi ve o dönemin matematiğini iyi değerlendirmek gerekir. Pisagor'un ve Eflatun'un felsefelerini de bu kitapta bulabilirsiniz.

125 yıllarında İzmirli Theon, Expositio adlı Yunanca ve 524 yıllarında Boethius Arithmetica adlı yapıtını Latince yazmıştır. Bu matematikçiler de Nicomachus gibi aritmetiğin müzik ve Eflatuncu felsefeye uygulamasıyla ilgilenmişlerdir. Matematik ile Eflatuncu düşüncenin daha iyi anlaşılacağını ileri sürmüşlerdir. Oysa, Diophantus'un aritmetiği, Nicomachus, Theon ve Boethius'un aritmetiğinden oldukça farklıdır. Orjinal bir matematikçi olmayan Nicomachus, Euclides'in daha önce yaptığı şekilde sayılar kuramıyla Apollonius'un yaptığı konik kesitleri üzerindeki çalışmaları özeleyerek ve yorumlayarak zamanımıza kadar gelmesinde bir aracı olmuştur. Bundan daha büyük bir görevin yapılması da düşünülemez.

Euclides,

$$p = \sum_{n=0}^{n} 2^n$$

asal bir sayı ise, $2^n p$ sayısının yetkin olduğunu göstermişti. İlk beş yetkin sayı 6, 28, 496, 8.128 ve 33.550.336 şeklindedir. Dikkat edilirse yetkin sayıların son rakamları 6 ve 8 ile bitmektedir. Bilinen yetkin sayılar çifttir. Tek yetkin sayıların olup olmadığı bilinmemektedir. Pacioli, 1494 yılında yanlışlıkla 9.007.199.187.632.128 sayısının yetkin olduğunu söylemiştir. Bunun gibi birçok matematikçi bu tür sayılar üzerinde çalışmalar yapmışlardır. Ayrıca, Iamblichus (325), 1 ile 10, 10 ile 100, 100 ile 1000, 1000 ile 10.000, . . . sayıları aralarında yalnız bir tek yetkin sayı olacağını ispatsız olarak söylemiştir.

Euler, 1739 yılında, n = 1, 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 41 ve 47 sayıları için $2^{n-1}(2^n-1)$ sayılarının yetkin olabileceklerini ileri sürmüştür. Fakat, 1750 yılında 41 ve 47 sayıları için bunun doğru olmadığını görmüştür.

THEODOSİUS (100 YILLARI)

Trajan (98 - 117) yönetimi zamanında yaşayan ve 100 yıllarında ünlü olan Theodosius, iyi bir matematikçi ve astronomdur. Suidas'ın söylediklerine göre, Fenike kıyısında bulunan Tripoli kentinde doğmuş bir Tripolilidir. Çok sayıda kitabın yazarı olan Theodosius'un en önemli çalışması kürenin geometrisi üzerinedir. Onun bu kitabı daha sonra 1529 yılında Latince olarak Paris'te basılmıştır. Daha sonraki baskısı da Leipzig'de yapılmıştır. Thedosius'un bu kitabı Arapçaya da çevirilmiştir. Küre üzerine olan bu kitap 1675 yılında Isaac Barrow tarafından Cambridge'de yeniden yayınlanmıştır. Arap ve Müslüman okullarına etkili olan astronomi kitapları iki tanedir. Bu kitaplar da 1572 yılında Dasypodius tarafından yayınlanmıştır. Bu Theodosius, Bithyniali olan ve İ. Ö. 50 yıllarında yaşayan Theodosius'la çok karıştırılır. Bithyniali Theodosius'un gölge hesaplamaları üzerinde çalışmaları vardır.

HYGİNUS (120 YILLARI)

Hyginus'un adı Hygenus ya da Higinus olarak söylenir. Arazi ölçümcüsü bir matematikçi olan Hyginus, Gromaticus yani ölçüm yapan, haritalar çıkaran ve planlar yapan kişi olarak adlandırılır. Zaten Hyginus, Gromaticus takma adıyla ünlü olmuştur. Döneminin en iyi ölçümcüsü ve bunların başında gelmiştir. Arazi ölçümlerinde kullanılan gromatici denen aygıtı yapmıştır. Bu aletin adı daha çok gruma olarak söylenir. Bu sözcük, genel olarak astronomik amaçla gölge kayıtları yapan gnomon sözcüğünden türetilmiştir.

Hyginus, arazi ölçümleri üzerine çalışan ve kitaplar yazan birisi olarak tanınır. Yazdığı kitaplardan bazı parçalar zamanımıza kadar gelmiştir. Fakat, matematik üzerine yaptığı çalışmalar kaybolmuştur.

Hyginus adında biri daha vardır İ. Ö. birinci yüzyılda yaşayan, Ovid'in arkadaşı olan Gaius Julius Hyginus bir astronomdur. Yaptığı astronomi çalışmaları zamanla kaybolmuştur. Çoğu kez yazarımız ve ölçmeci mühendis matematikçi Hyginus'la karıştırılır.

Hyginus Gromaticus'un çağdaşı olan ve 100 yıllarında yaşayan Romalı ölçmeci Balbus, Expositio et Ratio Omnivm Formarvm adlı kitabın yazarıdır. Balbus, Hyginus kadar ünlü bir ölçmeci olmayıp, yapıtları da fazla değerli değildir.

İZMİRLİ THEON (125 YILLARI)

İzmirli olan Theon, İskenderiyeli olan Theon'dan farklı bir kişidir. İzmirli Theon, İskenderiyeli Theon'dan önce 117 ile 138 yıllarında yönetimde kalmış olan Hadrian döneminde yaşamıştır. İzmirli Theon, aritmetik ve astronomi ile çok ilgilenmiştir. Aritmetik üzerine yazdığı kitap Nicomachus paralelindedir. Yunanca olan bu ders kitabının bazı parçaları günümüze kadar gelmiştir. Latince olan baskısı çok iyi bilinir ve daha çok Expositio adıyla ünlüdür. Kitabın en iyi olan Yunanca basımı Hiller tarafından 1878 yılında Leipzig'de yapılmıştır. Fransızca çevirisi de 1892 yılında J. Dupuis tarafından yapılarak Paris'te yayınlanmıştır. Theon'un aritmetik ve astronomi üzerine yazdığı kitaplar daha çok Eflatun'un yapıtlarından esinlenilmiştir. Yazım yöntemleri Nicomachus'un çalışmalarına benzerse de, onun yapıtları kadar düzenli ve sistemli değildir.

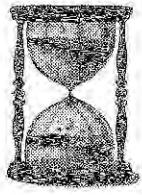
THYMARİDAS (130 YILLARI)

İzmirli Theon ile aynı dönemlerde yaşamış olan diğer bir matematikçi ve yazar Thymaridas'ın doğum ve ölüm tarihleri bilinmemektedir. Yaşamı hakkında da fazla bir bilgi yoktur. Cebirsel bir teoremi açık olarak ilk kez yazanlar arasında gelir. Onun bu teoremi şöyledir. Eğer bir miktarın herhangi bir sayısının toplamı verilmişken, bunlardan birini içeren her çiftin toplamı da verilmişse, x_1 terimi bulunabilir. Yani, $x_1 + x_2 + \ldots + x_n = S$ olsun. Eğer $x_1 + x_2 = s_2$, $x_1 + x_3 = s_3$, . . . ve $x_1 + x_n = s_n$ ise,

$$x_1 = \frac{s_2 + s_3 + \ldots + s_n - S}{n - 2}$$

olarak bulunur. Şüphesiz, Thymaridas yukarıdaki bizim gösterdiğimiz modern gösterimleri kullanmamıştı. Teoremin açık olarak anlaşılması için bu gösterimler kullanılmıştır. Thymaridas, bilinmeyen çokluklar yerine çoğu kez aynı sözcüğü kullanmıştır. Bu da onun sembollere yönelmiş olduğunu gösterir. Yalnız, bilinmeyenler için Babillilerin renkleri gösteren sözcükleri kullandıklarını hemen ekleyelim.

Bu dönemlerde Yaşayan Nicomachus'un, İzmirli Theon'un, Thymaridas'ın ve diğer matematikçilerin cebirsel gösterimlere doğru yaklaştıkları görülür. Cebirsel problem içeren problemler bu dönemde görülmeye başlar. Denklem çözümleri bu dönemde görülür. Örneğin Palatine Anthology'de doğrusal denklemlerle ilgili elli problem ve bu problemlerin çözümleri vardır. Bu problemlerin cebirine girmeden önce bu problemler birer bilmece şeklinde sorulur. Bu problemlerin çoğu Euclides'in kitaplarından alınma veya oradan uyarlama şeklindedir. Örneğin, mısır yüklü bir katır ile bir eşek yolda yürürler. Katır, eşeğe "Eğer senin yükünden bana bir ölçek verirsen benim yükün senin yükünün iki katı olacak Eğer ben sana benim yükümdan bir ölçek verirsem ikimizin yüzleri de eşit olacaktır". Katır ve eşeğin yüklerini bulunuz. Bu tür problemler oldukça eskidir ve Euclides'ten öteye gidemez. Bunların içinde en ünlü olan bilmece türü problem sığırların sayısı ile ilgili problemdir. Bu problem bugün daha çok Pell denklemi olarak bilinir. Bu problem İskenderiye matematikçilerinden olan Archimedes düzenlemiştir. Problem belirsiz denklemlerdendir. Kısaca söylemek gerekirse, yedi denklem ve sekiz bilinmeyen bulunan denklem sistemini tamsayılarla bu bilinmeyenlerin bulunması şeklindedir. Doğrusal denklem sistemlerinin çözüm kurallarını Diophantus'tan önce veren Thymaridas, Diophantus'a ortam hazırlamıştır.



PTOLEMAİOS (İ. S. 108 - 168)

Eski Yunan astronomi, matematik, coğrafya ve felsefe bilgini olan Ptolemaios Claudius, İ. S. 108 yılında İskenderiye'nin Thehai'deki Ptolemaüs (Herminus) şehrinde doğmuştur. Doğum tarihini 90 olarak verenler de vardır. Tüm yaşamını İskenderiye'de geçirdiği sanılır. Fakat, yaşamı hakkında kesin olan güvenilir bilgiler yoktur. Adı Ptolemy veya Batlamyus şeklinde de söylenir. Yabancı kaynaklarda Ptolemy veya Ptolemaios olarak geçer. Türkçede daha çok Batlamyus ismiyle söylenir.

Ptolemaios (Ptolemy).

Ptolemaios İskenderiye'de gökyüzünü inceliyor.

Ptolemaios'ın Romalı olduğu da söylenir. İskenderiye okulunun son döneminde ortaya çıkmış, orada dersler vermiş ve bilimsel çalışmalarını sürdürmüştür. Türkler tarafından Batlamyus olarak bilinen Ptolemaios, İmparator Adrien döneminde Marc Aurel'in ilk saltanatı (hanedanlık) yıllarına dek tam kırk yıl fizik, matematik coğrafya ve felsefeye çalışmıştır. 125 tarihinden 150 tarihine kadar İskenderiye'de gözlemler yapmıştır. Hipparchus'tan daha pratik bir gözlemcidir. Hipparchus'un yaptıklarından çok yararlanmıştır. Eserlerinin çoğu günümüze kadar ulaşmıştır. Ona felsefe tarihinde yer kazandıran Kriteryum ve Egemen Fakülte Hakkında adlı eseridir. Eserin konusu, çağdaşlarından hekim Galien'in eserlerindeki konulara benzer. Ptolemaios bu eser için Hippocrates ile Eflatun'dan çok yararlanmıştır. Onun bu eseri ile bir seçmeci olduğu anlaşılmaktadır. Bu seçmecilikte kullandığı düşünceleri oldukça yenidir. Gençlik yıllarında Büyük Matamatik Kompozisyonu adlı yapıtı tam on üç cilt olarak yazılmıştır. Bu eserler daha çok astronomi konularını kapsar. Hipparchus'tan bu eser için çok yararlandığı görülür.

Tycho Brahe.

Ptolemaios, bu yapıtına Hippachus'ta olduğu gibi bir de trigonometri konusunu eklemiş ve uzun uzun problemler çözmüştür. Sesler konusunda üç ayrı matematik kitabı daha vardır. Yaşlılığında yazdığı bu kitapları düşündüğü gibi bitirememiştir. Bu kitapların bazı kısımlarında psikoloji, yöntem ve bilimler birbirleriyle olan ilgi ve bağlantıları hakkında bazı düşünceleri de vardır.

Uzam ve Öğeler adlı iki kitabı kaybolmuştur. İçeriği fizik ve metafizik konularından oluşan bu kitapları bize kadar gelememiştir. Ağırlık Hakkında'ki kitabı deneysel olmaktan çok sezgisel olduğu için çok yanlışlıkları vardır. Beş kitaptan oluşan Optik adlı eserin birinci kitabı kaybolmuştur. Bu eser önce İbraniceye ve bu dilden de Latinceye çevrilmiştir. Soyut geometri üzerine de bir kitap yazmıştır. Kaybolan Mekanik adlı yapıtı da üç kitaptan oluşmaktaydı. Ptolemaios'ın astronomi hakkında bazı eserlerle, meteorolojik bazı olayları önceden haber verme konusundan söz eden bir takvimle, sekiz kitaplık bir coğrafya kitabı vardır. Bunun gibi kaybolmuş ve zamanımıza kadar gelmiş veya gelememiş çok sayıda kitabı vardır.

Nicolaus Copernicus (1473 - 1543).

Duyumlar aldanmaz ve aldatmazlar diyordu. Duyumlar olmadan hiç bir şeyin yapılamayacağını söylerdi. Belleğin ve hayal gücünün duyumları saklayabileceğine inanıyordu. Kendisi, duyumculuğa bağlı bir bilgindi. Büyük Astronomi Sistemi adlı on üç kitaptan oluşan eseri, Almagest adıyla Arapçaya çevrilmiştir. Bu isim halen bu şekliyle kullanılır. Yunanca özgün adı biraz daha uzundur. Onun en ünlü yapıtı bu dizi kitaplarıdır. Coğrafyanın Öyküsü adlı eserinde haritalar ve çizdiği krokiler vardır. Bu kitaba kendi gezilerinin tarihlerini de eklemiştir. Harmonikon Vivlia adlı eseri üç kitaptan oluşur. Bu kitapta eski Yunan müziğindeki seslerin matematiksel kuramını incelemiştir. Bazı astronomi araçlarıyla gökkürelerini, yıldızların yüksekliklerini ölçen usturlap denen aygıtı o yapmıştır. Vivlion ile Cetveller adlı iki yapıtı daha vardır.

Johannes Kepler.

Ptolemaios'ın Büyük Matematik Kompozisyon ya da Almagest adlı büyük eseri ilk kez 1175 yılında G. Gremone tarafından Latinceye olan çevirisi yapılarak yayınlanmıştır. Bu Almagest'in Yunanca aslı ile Fransızca ve Latince olan birçok baskısı vardır. Daha sonraki yıllarda üzerinde en çok durulan eser bu Almagest'tir. İ. Ö. 150 yıllarında Hipparchus tarafından kurulan yerküre merkezli astronomi sistemini Ptolemaios ilerletmiş ve Almagest diye bilinen on üç ciltlik bir dizi eserde bunları toplamıştır. Araplar bu dizi kitapları Elmacisti diye çevirmişlerdir. Avrupalılar da onlardan alarak bu sözcüğü Almagest biçiminde söyeyerek yazmışlardır. Almagest denilen bu astronomi ansiklopedisi, on altıncı yüzyılda yaşamış olan Kopernik ve Kepler'e kadar astronomi bilimine egemen olmuş ve otorite olarak kabul edilmiştir. Onun bu sistemi çok uzun yıllar dokunulmadan kullanılmıştır. Ancak Kopernik ve Kepler bu sistemi yıkabilmişlerdir.

Ptolemaios, her cildini ayrı bir konuya ayırdığı Almagest'in baş kısmında kendi sisteminin ilkeleri vardır. O, bu kitaplarında Hipparchus ile başlayıp Eudoxus ve Aristo ile devam etmiştir. Dünyanın hareketsiz ve evrenin merkezinde, diğer gezegenlerle Güneş ve yıldızların da Dünya'nın çevresinde eş merkezli çemberler üzerinde dolan-

dıklarını savunan ve zamanına hakim olan astronomi görüşü, aritmetik ve geometri üzerine kurmuştur. Ptolemaios, Eudoxus'un matematiksel astronomisini ve Aristo'nun kozmolojisini kaynaştırarak astronomide bir matematiksel sentez oluşturdu ve bununla gökyüzündeki devirli hareketleri açıkladı.

Buradaki en önemli noktalardan biri, astronomi sistemini aritmetik ve geometri ile temellendirirken trigonometrinin gelişmesine çok katkıları olmuştur. Zaten trigonometriye bilimsel olarak ilk yaklaşanlardan birisi Hipparchus, diğeri de Ptolemaios'dur. Babillilerde bilinçli olmasa da trigonometri vardır. Mısır'daki piramitlerin yapımında da trigonometrik bağıntılar mekanik olarak kullanılmıştır. Secant, Babillilerde inşaatlarda kullanılan meyil ölçme aletidir.

Almagest'in birinci kitabı astronomiyle ilgili trigonometriye ayrılmıştır. Burada, Trigonometri ile astronomi arasındaki ilişki ele alınmış ve Hipparchus'ta olduğu gibi açıların kirişlerini bulabilmek için çalışmalar yapmıştır. Bu amaçla geliştirdiği yöntemle

açılara karşılık gelen kirişler cetvelini oluşturmuştur. Bu arada bir derecelik açıya karşılık gelen kirişi de yaklaşık olarak hesaplamıştır. Tüm açılara karşılık gelen kirişleri bulmak için bugün kendi adıyla bilinen Batlamyus Teoremini ortaya atmıştır. Almagest'in çok kısmı kendisinden önce yaşayan yazarlardan ve özellikle Hipparchus'tan alınmıştır. Kendi gözlem ve buluşlarını da bu eserine katarak bu on üç ciltlik seri kitabı meydana getirmiştir. Bu kitapta, sinüs fonksiyonun aldığı değerlerin tablosu ve pi sayısının yaklaşık olarak hesabı da vardır. Ptolemaios'ın bu yöndeki çalışmaları daha sonraki yıllarda Araplar, Türkler, İranlılar, Hintliler ve Çinliler tarafından alınarak bu konuda çok ileri çalışmalar gerçekleştirilmiştir.

Ptolemaios, 1022 tane yıldızın gözlemini yaparak onları incelemiş ve bunlar hakkında iki kitap yazmıştır. Onun en önemli yapıtlarından biri de beş ciltlik olan Optik adlı eseridir. Bu yapıt on ikinci yüzyılda Arapçadan Latinceye çevrilmiştir. Işığın hava içinde veya su içinde kırılması ve kırılma açıları arasındaki orana ilişkin yasa, eski çağın bilinen ve Ptolemaios tarafından deneyle elde edilen en gözalıcı bilimsel deneyidir. Kırılma ve yansıma ile ilgili çalışmalar, bundan sonraki yüzyıllarda yoğun bir biçimde devam edecektir. Kırılma yasalarına göre, yıldızların daha yüksekte görüldüklerini, diğer bir deyimle, gerçekte ufukta batıkları halde hala görünür olduklarını ilk kez Ptolemaios saptamıştır. Bu konuda Ptolemaios'tan önce bir kayıt yoktur. Harita çiziminde enlem ve boylamları ilk kez kullanan Hipparchus'tur. Ondan sonra Ptolemaios kullanmıştır. Böylece, Dünya üzerindeki bir yerin veya noktanın koordinatlarla gösterilmesi Descartes ve Fermat'dan yüzyıllarca önce işaret edilmişti. Fakat, enlem ve boylamların kullanımında, geometri ile cebirsel işlemler Descartes ve Fermat'da olduğu gibi kullanılmadığından analitik geometrinin gelişimi de yüzyıllarca sonraya kalmıştır.

Ay ve Güneş tutulmalarını da inceleyen Ptolemaios, ayların ve yılların uzunluğu üzerinde durdu. Gündüz ve gece eşitliğini inceledi. Onun çalışmaları sonunda 300 yeni yıldız daha keşfedildi. Samanyolu'nun yeni bir tanımı yapıldı. Ay'ın hareketlerindeki yörünge düzensizliği kanıtlandı. Coğrafya adlı kitabında 8.000 coğrafi yerin Dünya üzerindeki konumunu saptadı. 20° güney ve 65° kuzey enlemleri ile Kanarya Adaları'ndan 180° doğu boylamı arasında kalan bölgeyi bu kitabındaki haritalarla verdi. Kimi temel yanlışlıklarına karşın, haritalar ve bunlara ilişkin kitabı, eski coğrafya kitapları içinde en geniş ve doğru olanıdır. Onun kitaplarında, düzlem veya küresel yüzeyler, küresel üçgenler, bunların kiriş ve yaylarının hesabını veren tablolar, küresel üçgenin çözümü, derece, dakika ve saniye cinsinden açı ve yay hesapları bir hayli yer tutar. Onun bu tür çalışmaları, Babillilerden esinlenmiştir. Ptolemaios, bu kitapları ve hesaplarıyla, Kopernik ve Kepler'e kadar tam otorite bir yazar olduğunu kanıtlamıştı. Şüphesiz, Hipparchus ve Ptolemaios'ın bu modellerinin birçoğu yıkıldı ve modern çağımızda bilinen doğru modellerine kavuşuldu. Bu sonuç da o kadar kolay elde edilemedi. Yüzyılların sonunda doğru model ancak elde edilebildi. Hipparchus ve Ptolemaios'ın modelleri yanlış olmalarına karşın, doğruyu bulmada ve bilimsel bazı gerçeklerin elde edilmesinde çok yararları oldu. En azından trigonometriyi geliştirdi. Küresel üçgenler ortaya atılarak küresel üçgenler çözümlendi.

Euclides'in paralellik postülatına ilk karşı çıkan ve onun zayıf olduğunu söyleyen Ptolemaios'tır. Onun da kendine göre bir paralelliği ve açıklamaları vardı. Küresel trigonometri ve küresel astronomideki çalışmalar, Menelaus, Aristachus ve Ptolemaios'a aittir. Bunları ve bunlarla yapılan işlemleri Ptolemaios'ın kitaplarında görmek mümkündür. O, iyi bir derleyici olduğu kadar yeni eklemeler yapacak bir zekaya da sahipti. Uzun bir çalışma ve çok sayıda eserler verdikten sonra 168 yılında Kanobos şehrinde öldü.

Almagest, İskenderiye'de yaşamış olan Ptolemaios'ın İ. S. 140 yıllarında derlediği ve yazdığı bir astronomi ve matematik ansiklopedisidir. Araplara, Türklere, İranlılara, Hintlilere ve Çinlilere, hatta daha sonra Avrupalılara astronomi ve matematikte yol gösteren temel bir başvuru kitabı olma özelliğini on yedinci yüzyılın başlarına kadar korumuştur. Kitabın Yunanca olan özgün adı Mathematike Syntaksis biçimindedir. Matematik Derlemesi olarak çevrilebilecek olan yapıt, Eskiçağ'ın son dönemlerinde En Büyük Derleme anlamındaki He Megiste Syntaksis adıyla anılmaya başlanmıştır. Bu dizi kitap, 827 yılında El Mecisti adıyla Arapçaya çevrilmiş ve on ikinci yüzyılın ikinci yarısında 1175 yılında G. Gremone tarafından Almagest adıyla Arapçadan Latinceye aktarılmıştır.

Almagest tam on üç kitaptan oluşur. Birinci kitap, Güneş sisteminin yermerkezli ya da Ptolemaioscı yapısını genel çizgileriyle açıklar. Trigonometri konusunda günümüze ulaşabilmiş en eski kaynak olan ikinci kitap, küresel üçgenlerin çözümleriyle ilgili araştırmaları ve çember yaylarının 0.5 derecelik aralıklarla değerlerini içerir. Bu değerler, en azından ilk beş ondalıkta kesin doğrudur. Bu basamaktan sonra sapmalar görülür. Bu da o dönem için oldukça sıhhatli ve doğru yaklaşımdır. Üçüncü kitap, Güneş'in hareketi ve yılın uzunluğu ile ilgilidir. Dördüncü ve beşinci kitaplar, Ay'ı ve ayları konu alır. Beşinci kitapta ayrıca Güneş ile Ay arasındaki uzaklığı ve usturlap yapımına ilişkin bilgilere de yer verilmiştir. Altıncı kitap Güneş ve Ay tutulmaları ile gezegenlerin kavuşma ve karşı konumlarının incelenmesine ayrılmıştır. Özellikle sabit yıldızların ele alındığı yedinci ve sekizinci kitaplar, Hipparchus'un (İ. Ö. 129) kataloğuna dayanan bir yıldız kataloğudur. Bu katalog, 1022 sabit yıldızın kadirleri ile tutulum koordinatlarını verir. Bu iki kitapta ayrıca Yer'in yalpalama hareketi sonucunda ılım noktalarının gerilemesi olayı ve gökküre modellerinin nasıl yapılması gerektiği incelenir. Almagest'in en özgün bölümleri olan son beş kitap, birinci kitapta anlatılan yermerkezli Ptolemaios sisteminin ayrıntılarına ayrılmıştır.

Ptolemaios'ın yapıtlarının birçoğu özgündür. Buna karşın, Hipparchus ve Babilli astronomların yapıtlarından çok yararlanmıştır. Almagest'te çok iyi bir trigonometri bilgisi vardır. Yarım açıları kullanarak kirişler tablosunu yayınlamıştır. Bu da sinüs tablosuna eşdeğerdir. Bir derecelik kirişin değerini (1, 2, 50) = 0,017453 ve pi sayısını (3, 8, 30) = 3,14166 olarak hesaplamıştır. Almagest'te, iki açının toplam ve farkının sinüs ve kosinüslerliyle küresel trigonometrinin başlangıcı yine bu Almagest'te yer alır. Teoremler hep geometrik şekillerle verilmiştir. Bunların modern dille matematiksel yazımları on sekizinci yüzyılda Euler tarafından yapılmıştır.

Almagest'in sonraki dönemlerde süregelen etkisinin temel nedeni, bir astronomi ansiklopedisi niteliğinde olmasıdır. Eski Yunan astronomisinin elde etmiş olduğu bütün sonuçları toplu bir biçimde sergileyen bu yapıt, eski Yunanlı astronomlardan Hipparchus'un yapıtları konusunda da temel kaynak olmuştur. Kitapta yer alan bilgilerden hangisinin Hipparchus'a, hangilerinin Ptolemaios'a ait olduğunu belirlemek zordur. Fakat Ptolemaios'ın kendi gözlemleriyle elde ettiği sonuçları Hipparchus'un bulgularına eklediği anlaşılmaktadır. Örneğin, Hipparchus'un bu alandaki ilk yapıtı olan yıldız kataloğunun 850 yıldızı içermesine karşın, Ptolemaios'ın bu sayıyı 1022 yıldıza çıkardığı görülür.

Ptolemaios, Güneş, Ay ve gezegenlerin hareketleri konusunda da Hipparchus'un gözlem ve bulgularını temel almış ve bunlara dayanarak kendi yermerkezli evren modelini, yani Ptolemaios sistemini geliştirmiştir. Almagest'in birinci kitabında bu sistem etraflı bir biçimde açıklanmakta ve evrenin merkezinde bulunan Yer'in sabit ve hareketsiz olduğunun kanıtları ortaya konmaktadır. Yer'in, daha önce bazı düşünür ve bilim adamlarının öne sürmüş oldukları gibi hareket ediyor olması durumunda bu hareketten kaynaklanan bazı olguların gözlenmesi gerektiğini belirten Ptolemaios, bütün cisimler evrenin merkezine doğru düştüklerine göre, Yer'in evrenin merkezinde sabit olarak duruyor olması gerektiğini, aksi halde cisimlerin Yer'in merkezine doğru düştüklerinin gözlenemeyeceğini öner sürer. Yer kendi ekseni çevresinde dönüyor olsaydı, düşey olarak yukarı doğru atılan bir cismin aynı noktaya düşmesi olanaksız olurdu. Oysa bütün gözlemler her cismin atıldığı noktaya geri düştüğünü göstermektedir. Bu ve buna benzer kanıtlar yermerkezli sistemin Batı ve Hıristiyanlıkta on beşinci yüzyıla kadar bir dogma biçiminde kabul edilmesine neden oldu. On beşinci yüzyıla gelindiğinde, gerçekleştirilen ayrıntılı gözlemlerden elde edilen sonuçlar, sistemi çok karışık ve içinden çıkalamaz hale soktu. Bunun sonucunda Ptolemaios'ın sisteminden ve doğruluğundan ciddi olarak kuşku duyulmaya başlandı. Sonunda Polonyalı astronom Nikolaj Kopernik 1543 yılında Gün merkezli, yani merkezinde Güneş olan evren modelini ortaya koydu.

Ptolemaios Güneş sistemindeki gökcisimlerini şöyle sıralıyordu. Merkezde Yer, Ay, Merkür, Venüs, Güneş, Mars, Jüpiter ve Satürn biçiminde sıralanışındaydı. Hipparchus ve İ. Ö. 3. yüzyılda yaşamış olan geometri bilgini Pergeli Apollonius gibi Ptolemaios da gökcisimlerinin görünürdeki hareketlerinde gözlenen düzensizlikleri düzgün dairesel harekete uygun olarak açıklayabilmek amacıyla ya taşıyıcı çember ve ilmeklerden oluşan bir sistemin ya da dışmerkezli çemberlerden oluşan bir sistemin kabul edilmesi gerektiğinin bilincindeydi.

Ptolemaios sisteminde taşıyıcı çemberler, merkezinde Yer'in bulunduğu büyük çemberlerdir. İlmekler ise merkezleri taşıyıcı çemberler üzerinde dolanan küçük çemberlerdir. Güneş, Ay ve gezegenler birer ilmek üzerinde dolanırlar. Dışmerkezli yörüngede ise bir tek çember söz konusudur. Gezegenler bu çember üzerinde dolanır. Fakat çemberin merkezi tam Yer değil, Yer'e göre biraz kaymış bir noktadır. Bu sistem-

lerden birinin kabul edilmesiyle bile gezegenlerin gözlenen hareketlerinin tam olarak açıklanamadığını gören Ptolemaios, gerçekten matematiksel yaratıcılık örneği olan bir başka sistem ortaya koydu. Bu sistemde Yer, taşıyıcı çemberin merkezinde değil, merkezden biraz ötede yer almıştı. Taşıyıcı çemberin ve ilmeğin merkezleri de Ptolemaios'ın "denge noktası" olarak adlandırıldığı bir noktanın çevresinde düzgün dairesel hareket yapıyordu. Yer ile taşıyıcı çemberin merkezini birleştiren doğru üzerinde bulunan ve çemberlerin merkezine göre Yer ile bakışımlı konumda olan sanal bir noktaydı. Bir başka deyişle taşıyıcı çemberin merkezi Yer ile denge noktasının arasında ve bunlara eşit uzaklıktaydı. Bu varsayım sayesinde gezenlerin gözlenen hareketlerini açıklamak mümkün olmuştu.

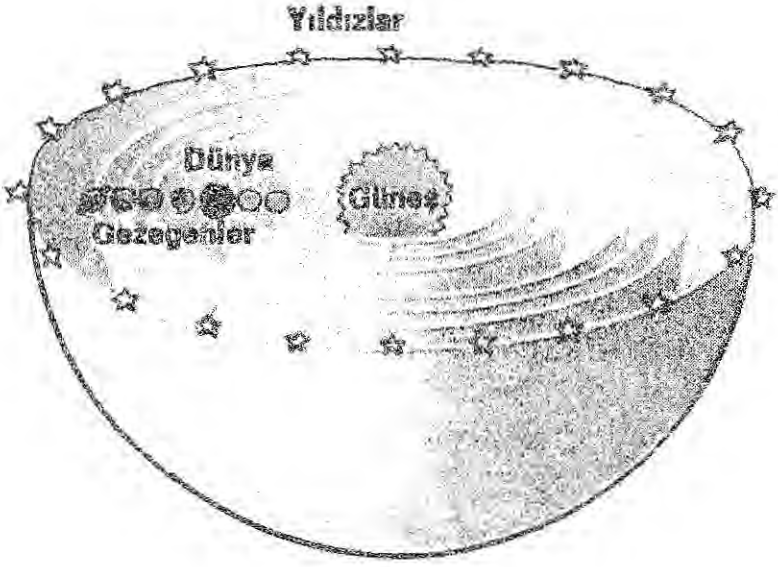
Ptolemaios sisteminde tutulum düzlemi, Güneş'in yıl boyunca yıldızlara göre izlediği görünen yörüngeyi içeren düzlem olarak alınıyordu. Gezegenlerin taşıyıcı çember düzlemleri ile tutulum düzlemi arasında küçük eğiklik açıları vardı. Bir gezegenin ilmek düzleminin taşıyıcı çember düzlemine göre eğikliği, taşıyıcı çember düzleminin tutulum düzlemine göre eğikliğine ters yönde olmak üzere eşitti. Bunun sonucu olarak ilmek düzlemleri tutulum düzlemine hep paralel kalıyordu. Şüphesiz bu uydurmaların tümü doğadaki hareketlere göre yapılan düzenlemelerdi.

Gezegenlerin Yer'e, "sabit" yıldızlara oranla çok daha yakın olduklarını bilmekle birlikte, Ptolemaios'ın gökcisimlerini taşıdıkları varsayılan saydam kürelerin fiziksel olarak var olduklarına inandığı anlaşılmaktadır. Sabit yıldızlar küresinin dışında başka kürelerin de var olduğunu öne süren Ptolemaios, en dıştaki kürenin bütün öteki küreleri hareket ettiren gücü sağlayan temel kuvvet olduğu görüşündeydi.

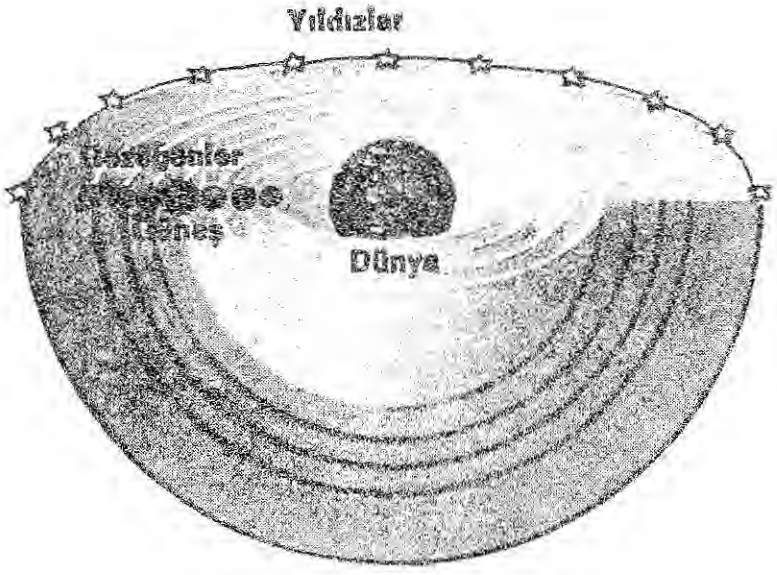
Ptolemaios'ın matematik ve coğrafyaya ilişkin yapıtları da çok önemlidir. O, geometri alanında önemli çalışmaları olan büyük bir matematikçidir. Birçok yeni kanıt ve teorem ortaya koymuştur. Daha çok Analemma adıyla bilinen Perianalemmatos adlı kitabında, gökküredeki noktaların birbirlerine dik üç düzlem üzerindeki izdüşümlerine ilişkin ayrıntılar yer alır. Bu birbirine dik olan üç düzlemi, ufuk, düşey ve meridyen düzlemleri olarak alıyordu. Yalnızca Arapça çevirisi bulunduğu için Küresel Yüzeylerin Düzlemleştirilmesi olduğu sanılan Planisphaerium'da stereografik izdüşüm ele alınmıştır. Ptolemaios bu izdüşümde izdüşüm merkezi olarak güney gök kutbunu almıştı.

Ptolemaios, hava koşullarının yanı sıra yıldızların sabah doğuş ve akşam batışlarını belirleyen bir takvim düzenlemiştir. Matematik alanındaki öteki yapıtları arasında Gezegenlere İlişkin Varsayım ile iki geometri kitabı vardır. Bu kitapların biri uzayda üçten fazla boyut bulunamayacağını kanıtlamaya yöneliktir. İkincisinde ise Euclides'in paralellik postülatını kanıtlamaya çalışmaktadır.

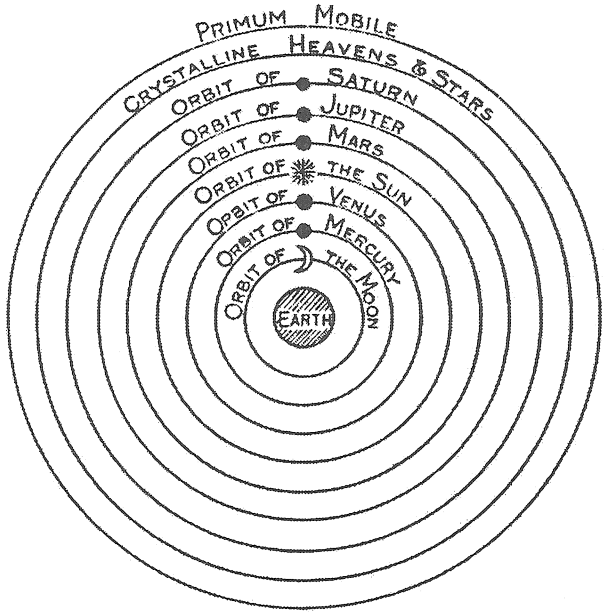
Ptolemaios'ın, özgün metni kayıp olan, yalnız oldukça eksik bir Arapça kopyasından on ikinci yüzyılda yapılmış Latince çevirisiyle günümüze ulaşabilen Optika adlı yapıtı ışık konusundadır. Özellikle yansıma ve kırılmanın ele alındığı bu yapıtta



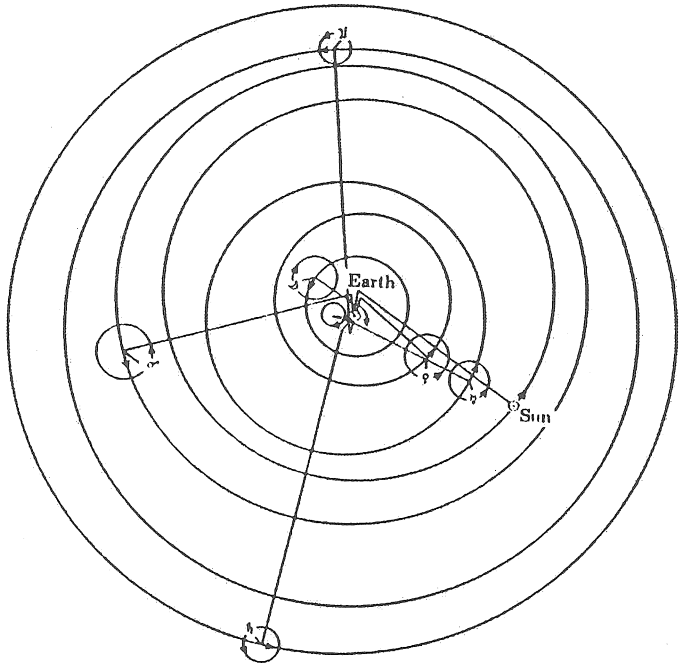
Aristarchus'a göre evren.



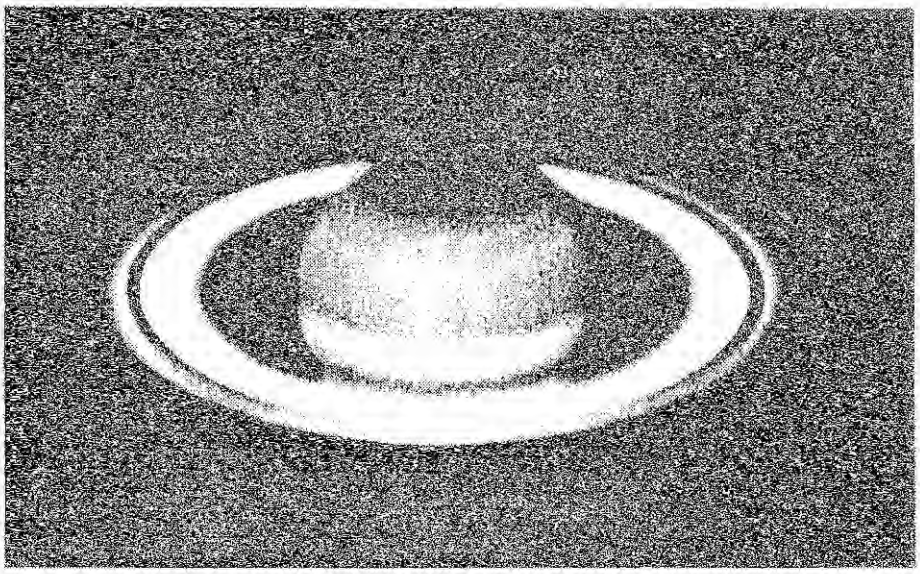
Ptolemaios'a göre evren.



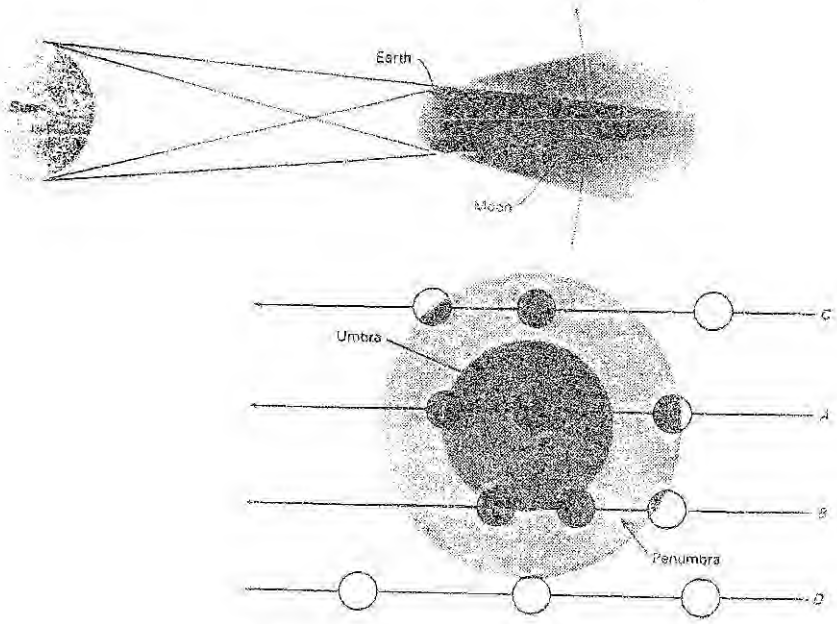
Ptolemaic evren sistemi.



Ptolemaios'a göre gezegenlerin hareketleri.



Satürn.



Ay tutulmasının değişik evreleri.

değişik yüksekliklerdeki gökcisimlerinden gelen ışığın uğradığı kırılma üzerinde durulur. Üç kitaptan oluşan Armonika adlı yapıtı ise müzik kuramına ilişkindir.

Ptolemaios'ın coğrafya alanındaki ünlü yapıtı Coğrafya Kılavuzu adlı eseri sekiz kitaptan oluşur. Bu yapıtta harita yapımına ilişkin bilgilerin yanı sıra, Avrupa, Afrika ve Asya'daki kentlerin ve önemli coğrafi yerlerin enlem ve boylamları liste biçiminde verilmiştir. Bu yapıtta birçok yer yanlış olarak verilmiştir. Örneğin, ekvator gerçek konumuna göre epeyce kuzeyde gösterilmiş, Yer çevresinin uzunluğu o dönemde belirlenmiş olan değerden yüzde otuz kadar daha küçük alınmıştır. Ayrıca, kitabın metni ile haritalar arasında yer yer çelişkiler vardır. Ele aldığı bölgelerin iklimi, doğal bitki örtüsü, o bölgede oturan insanlar gibi konularda hemen hemen bilgi içermeyen kitapta ırmaklar ve dağlar hakkında verilen bilgiler de eksik ve yetersizdir. Tüm bu eksikliklere ve yanlışlıklara karşın Geographike Bizans, İslam dünyası, Hint ve Avrupa'da çok uzun bir süre etkili olmuştur. Özellikle haritalarındaki izdüşüm yöntemleri Mercator ve Bernardus Sylvanus gibi Ortaçağ bilginlerince kullanılmıştır. Bu kitapta Asya'nın doğuya doğru gerçekte olduğundan çok daha fazla uzanmış gösterilmesi, Kristof Kolomb'un hep batı yönünde gidilerek Asya'ya ulaşılabileceği inancını pekiştirmiştir. 1775 yılına gelindiğinde bile Hint Okyanusu'nun, bu kitapta gösterildiği gibi, güneyde bir kıta ile sınırlanmış olduğuna inanılıyordu. Bu görüşün yanlışlığı James Cook'un 1775 yılının Temmuz ayındaki dönüş seferi ile kanıtlanmıştır.

Şimdi, astronominin gelişimini kısaca özetleyebiliriz. Astron, Yunanca yıldız ve nomos da yasa demektir. Bu iki sözcükten astronomi denen gökbilim doğmuştur. Neredeyse insanlığın yazılı tarihiyle yaşıt olan astronomiye ilişkin ilk bilgilerin çoğu Babillilere dayandırılır. Babillilerdin, İ. Ö. 3000 yılları yöresinde bugün bilinen takımyıldızlardan birçoğunu tanımladıkları ve bazı astronomi olaylarının verili bir düzen yinelenmesine dayanan bir takvim geliştirdikleri biliniyor. Astronominin ilk gelişimi İ. Ö. 3000 ile 1500 yılları arasında olmuştur. Eski Mezopotamyalılar, Mısırlılar, Çinliler, Hintliler ve Mayalar gökyüzünü incelemişlerdir. Zaten insanlar var olduklarından bu yana Güneş, Ay, yıldızlar ve doğa olayları ile iç içe olduklarından bunları incelemeleri doğal olmuştur. Şimdi, bu gelişmeleri sıra ile verelim.

Babilliler: En eski kayıtlara göre Babilliler, İ. Ö. 2000 yıllarında bazı yıldızların konum gözlemlerini yapmışlar ve bunları kaydetmişlerdir. Elde edilen bu kayıtlar genellikle astrolojik amaçlıdır. İ. Ö. 721 yılında oluşan bir Ay tutulmasının gözlem kayıtları da bulunmuştur. İ. Ö. 5. v 6. yüzyıllarda Babillilerde astronomi en yüksek düzeye ulaşmıştır. Gezegenlerin kavuşum dönemlerini, Ay ve Güneş tutulmaları için Saros dönemini biliyorlardı. Gözlemsel astronomiye en önemli katkıları ise, İ. Ö. 380 yılında tamamlanıp kayda geçirilen Ay'ın konumlarına ilişkin Kidinnu tablolarıdır. Babilliler modern astronomiye yaptıkları katkılarla bu bilimin temelini oluşturmuşlardır.

Astronominin eski insanların tanrıları, doğa olayları, fal ve astroloji gibi konularla da ilişkisi çok olduğundan, insanlar bu bilime çok yakınlık duymuşlar ve onu inceleme

gereksinimine inanmışlardı. Bunların açıklamalarında bazı mitolojik yakıştırmalar da yapılmıştır.

Mısırlılar: Eski Mısırlılarda astoronmi pek fazla gelişmemişti. Kayıtlara göre Eski Mısırlılar, Ay ve Güneş tutulmalarını bile düzenli gözleyip kaydetmemişlerdi. Ay ve gezegenlerin karmaşık hareketlerinden de pek fazla haberleri olmadığı sanılıyor. Eski Mısırlı astronomların en önemli görevleri takvim yapmaktı. Takvim yapmadaki amaç ise, ziraatın düzenli yürümesi, özellikle Nil nehrinin taşma zamanının önceden kestirilebilmesiydi. O zamanlar Nil nehrinin taşma zamanı gökyüzünün en parlak yıldızı olan Ak Yıldız'ın (Sirius) akşamları doğu yönünde görünme zamanına rastlıyordu. Bu nedenle Mısırlılar takvimlerini Ak Yıldız'ın görünür hareketlerine göre düzenlemişlerdi. Ayrıca, yıldızların gökyüzünde bulundukları yerleri gösteren taşlara çizilmiş gökyüzü haritaları vardı.

Çinliler: Çin'de İ. Ö. 2300 tarihlerinde yapılmış, Ay, Güneş tutulmaları ve kuyruklu yıldız gözlemlerinin kayıtlarına rastlanmaktadır. İ. Ö. sekizinci yüzyıldan sonra yapılan astromik gözlemlerin bilimsel değeri oldukça fazladır. Çinlilerin, tutulma, kuyruklu yıldız, meteor ve Güneş lekeleri gibi özel astronomik olayların gözlemlerinde beceri kazandıkları sanılıyor. Yaptıkları gözlemler oldukça duyarlı olan eski Çinliler, İ. Ö. 100 yıllarında Ay'ın evrelerini ve bazı Ay ve Güneş tutulmalarını tahmin edebiliyorlardı. Eski Çinliler de Astronomik olayları astrolojik anlamda yorumluyorlardı. Dünya'da meydana gelen olaylarla gök olayları arasında kuvvetli ilişkiler olduğuna inanıyorlardı.

Hintliler: Eski Hindistan'a ilişkin astronomik kayıtlara pek rastlanılmamakla beraber orada da Çinlilerde olduğu gibi gözlemlere dayalı astronominin gelişmiş olabileceği sanılıyor. Onların da kayda geçmemiş, fakat söylenti şeklinde şiirlere ve mitolojiye geçmiş yorumları vardır.

Mayalar: Orta Amerika'da uygarlık kuran Mayaların çok eski zamanlardan beri astronomik olayları gözledikleri sanılmaktadır. Örneğin İ. Ö. 3379 yılında oluşan bir tam Ay tutulmasının Mayalar tarafından yapılan gözlem kaydı bulunmaktadır. Birçok Maya yapıtlarında rastlanan astronomik olaylara ilişkin kayıtlar, onların gelişmiş bir takvim kullandıklarını göstermektedir.

Yunanlılar: Babilliler tarafından yapılan duyarlı ve uzun zaman aralıklarını kapsayan astronomik gözlemler, Yunan astronomisinin temelini oluşturmuştur. Eski Yunanlılar, astronomik olaylardan çok onların nedenleri üzerinde durmuşlar ve ilk evren modellerini oluşturmuşlardır. Gök cisimlerinin gözlenen hareketlerini açıklayabilmek için ilk kuramsal denemeler yapılmıştır. Bu kuramlarda, yıldızların tanrılara ilişkin eksiksiz ve kusursuz cisimler olduğu ve kusursuz hareket yaptıkları kabul edilmişti. Eski Yunanlıların bu kusursuz hareket dedikleri, düzgün dairesel hareketten oluşuyordu. Bu varsayım, Kepler zamanına kadar astronomik düşüncenin vazgeçilmeyen bir varsayımı olarak kalmıştır. Sonunda Kepler, Tycho Brahe'nin duyarlı gözlemlerini kullanarak gezegen yörüngelerinin çember değil birer elips olduğunu göstermiştir.

İ. Ö. beşinci yüzyılın sonlarında ileri sürülen Philoloas ve Pisagor'un görüşüne göre, Dünya, Güneş ve tüm gezegenler, merkezi ateşten yapılan bir cismin etrafında, aynı merkezli çemberler üzerinde dolanıyorlardı. Dünya, merkezindeki cisme hep aynı yüzünü çevirdiğinden, Dünya'da yaşayanlar ateşten yapılan bu cismi görüyorlardı. Dünya, Ay, Güneş ve diğer tüm gezegenlerin küresel biçimli olduklarına ve bu kürelerin, yörüngeleri büyüklüğündeki görünmeyen ve hareketli devküreler üzerine tutturulmuş olduklarına inanılıyordu. Herakleides ve İ. Ö. 345 yılında Philoloas, ateşten olduğu varsayılan merkezi cismin aslında olmadığını ve ayrıca Dünya ile Güneş'in aynı merkezli alan yörüngelerinde her zaman karşı karşıya bulunduklarını ileri sürdüler. O dönemdeki inanışa göre, yıldızları dev, görünmez sabit bir küre taşıyor, Dünya hem dönme hem de dolanma hareketi yapıyordu. Aristarchos'a göre Güneş merkezde bulunuyor ve Dünya dahil tüm gezegenler onun etrafında dolanıyorlardı. Böylece, Aristarchos, ilk kez Güneş merkezli bir evren modelini ileri sürüyordu.

Daha yaygın olan görüşe göre, Dünya'nın diğer bütün gökcisimlerinden farklı olduğu ve onun, evrenin merkezinde bulunduğu biçimindeydi. Yer merkezli evren modelini eski Yunan'da ilk kez Eudoxus'un ileri sürdüğü görülmektedir. Eudoxus'a göre, Ay, Güneş ve bilinen beş gezegen, sabit olan Dünya etrafında aynı merkezli çemberlerde dolanmaktadırlar. İkincil küre kavramını da gezegenler kuramına sokan Eudoxus'tur. Eudoxus, geliştirdiği modelin gözlemleri tam sağlamadığını görünce Philoloas'un var saydığı görünmeyen küreler üzerinde daha küçük ve görünmeyen başka kürelerin var olabileceğini düşünmüştür. Daha sonralar Galluppus, Aristo, Hipparchus ve Müslüman dünyasında Batlamyus olarak bilinen Ptolemaios tarafından geliştirilen Yer merkezli model oluşturuldu. Aynı dönemlerde, ilk kez Eratosthenes tarafından küre biçimli kabul edilen Dünya'nın yarıçapı, ilginç bir yöntemle doğruya çok yakın olarak bulunmuştur.

Hipparchus zamanında gezegen parlaklıklarının yıl boyunca değiştiği biliniyordu. Hipparchus buradan, gezegen-Dünya uzaklığının yıl boyunca değişmesi gerektiğini düşünerek yer merkezli modelde Dünya'nın görünmeyen kürelerin tam merkezinde olmaması gerektiğini savunmuştur. Daha sonra Ptolemaios, Hipparchus'u örnek alarak evren modelini kabul etmiş, gezegenlerin kavuşum dönemlerini belirlemiş ve onların Dünya'ya olan uzaklıklarını geometrik yollarla hesaplamıştır. Bu dönemin ve Yunanlıların en büyük astronomu Ptolemaios olmuştur. Onu büyük yapan da on üç ciltlik Almagest adlı dizi kitabıdır.

İslam Ülkeleri: Müslümanlık dini ortaya çıkmadan önce Araplar, Süryaniler, Türkler, İranlılar ve Hintliler, Yunan kültürünü koruyan Romalılarla sürekli ilişkiler içindeydiler. Daha o zamanlar var olan astronomi bilgisi ile bu ülkelerin halkları Yunan eserlerini Arapçaya çevirmişlerdi. Müslümanlığın ilk yıllarından başlayarak dini günlerin, namaz ve oruç saatlerinin belirlenmesine yarayacak astronomi bilgisi, İslam ülkelerinde daha da önem kazanmıştı. Kible doğrultusunun belirlenmesi bir bakıma astronomi bilgisini gerektiriyordu. O zaman üzerinde çalışılan astronomi konuları, coğrafi astro-

nomi, Güneş, Ay, gezegenler ve yıldızların görünür hareketlerini inceleyen konum astronomisi, astroloji ve zamanın hesaplarıydı. Doğal olarak zamanın hesapları ile coğrafi astronomi, o dönemler için çok önemliydi. Zaman hesapları ile uğraşanlara Muvakkit denirdi. Geniş anlamıyla astronomi, İslami bilimlerle çelişiyordu. Bu nedenle İslamiyette fıkıh medesesi, kelam medresesi, hadis medresesi ve sayıları az da olsa tıp medreseleri gibi bazı özel konuların öğretildiği medreseler vardı. Fakat astronomi gibi akli bilim sayılan özel dallarda öğretim yapan medreseler yoktu.

Astronomi bilgisinin yayılması ve kuşaktan kuşağa geçmesi, daha çok özel dersler ve kişisel çalışmalarla oluyordu. Genelde değer verilmeyen astronomi çalışmalarına İslamiyette takınılan davranış her zaman her yerde aynı olmamıştır. Örneğin Fatih Sultan Mehmet'in İstanbul'da açtığı medreselerde matematiğin yanında astronominin de okutulduğu bilinmektedir.

İslam astronomları evren modeli olarak Batlamyus'un modelini temel kabul etmişler ve gözlemleri sonucu bu modelde küçük değişiklikler yapmışlardır. Ay'ın hareketine dayalı bir takvim kullanmışlardır. Bu takvim Hazreti Muhammed'in Mekke'den Medine'ye göç tarihinden başlatılmıştır. İslam dünyasının astronomiye en önemli katkısı, ilk kez modern anlamda gözlemevlerinin kurulmuş olmasıdır. Batı dünyasında hiç sözü edilmeyen bu gelişme çok önemlidir. Eski Yunanlılar, astronomik bilgiyi yeni gözlemlere gereksinme duymadan filozofik yollarla geliştirmeye çalışırken İslam ülkelerinde gözlem yapmanın önemi kavranmış, bu amaçla büyük gözlemevleri kurulmuştur. Zaten Yunan astronomisi ile İslam astronomisi arasındaki fark budur. Onlar bu gözlemevlerinde yeni aletler geliştirmişler, yenilerini yapmışlar ve bu gözlemevlerinde çok sayıda astronom yetiştirmişlerdir.

İlk kez İslam ülkelerinde yedinci yüzyılda kurulmaya başlayan gözlemevlerinin önemi ve sayısı o günden bu yana gittikçe artmıştır. Bağdat'ta Abbasi Halifesi Harun Reşit zamanında gelişmeye başlayan gözlemsel astronomi, El Memun zamanında daha çok destek görmüştür. Dönemin büyük astronomu El Battani, çok duyarlı gözlemler yapmıştır. Bu gözlemlerle Güneş'in görünür hareketindeki düzensizliklerini incelemiş, düğümler noktasının 100 yılda 54.5 saniye kaydığını göstermiş ve tutulumun ekvator düzlemiyle 23 derece 35 dakikalık bir açı yaptığını ölçmüştür. 880 - 881 ekinoksuna göre bir yıldız kataloğu hazırlamış ve Yıldızlar Bilimi adlı bir de kitap yayınlamıştır. Bu kitap on ikinci yüzyılda Latinceye ve İspanyolcaya çevrilerek yüzyıllarca kullanılmıştır.

1260 yılında Moğol İmparatoru ve Cengiz Han'ın torunu Hülagu Han'ın desteği ile Nasireddin Tusi tarafından kurulup çalıştırılan Megara gözlemevinin ünü İngiltere'den Çin'e kadar yayılmıştır. 1300 yılında bu gözlemevini görüp inceleyen İlhanlı Hükümdarı Gazan Han, Tebriz yakınlarında kendisine bir türbe ile beraber cami, medrese, konukevi, yönetim binaları, hamam ve bir de gözlemevi yaptırmıştır. Gazan Han gözlemevinde, Güneş gözlemleri için yarım küre şeklinde yeni bir gözlem aygıtı geliştirilmiş ve kullanılmıştır. on beşinci yüzyılın başlarında Megara gözlemevini inceleyen Timur'un

torunu Muhammet Turgay Uluğ Bey, Semerkant'ta başka bir gözlemevi kurdurtturmuştur. Uluğ Bey bu gözlemevindeki çalışmalarıyla büyük bir yıldız kataloğu hazırlamıştır. 1018 yıldızın parlaklık, isim ve konumlarını veren bu katalog, Uluğ Bey han olmadan on yıl önce, 1437 yılında yayınlanmıştır. Bu dönemde özellikle Türk astronom ve matematikçileri üstün gözlemler ve araştırmalar yapmışlardır.

Teleskobun 1610 yılında bulunuşundan önce astronomik gözlemlerin sürdürüldüğü son Türk gözlemevi, üçüncü Murat'ın buyruklarıyla Mısırlı Takiyiddin tarafından İstanbul'da Tophane sırtlarında 1577 yılında kurulmuştur. Bilim tarihinde İstanbul Gözlemevi olarak geçen bu gözlemevi çok talihsiz bir dönem yaşamıştır. Takiyiddin'in başarısını çekemeyenler sürekli onun ve gözlemevinin aleyhine yanlış propagandalar yapmışlardır. Kuyruklu yıldızın doğmasını bir felaketin başlangıcı ve nedeni olarak bu gözlemevinin kurulmasını sokaklarda sürekli olarak yaymışlardır. Ertesi yıl da Asya'dan gelen ve dünyanın nüfusunun büyük bir çoğunluğunu kıran veba salgını İstanbul'u kasıp kavurmuş. Fırsatçılar 1578 yılında şikayetlerini artırdılar. Bu felaketlerin bu gözlemevinden geldiğini ileri sürdüler. Her nerede böyle bir gözlemevi kurulduysa orada felaketlerin birbiri ardından geldiğini yaydılar. Padişah Üçüncü Murat korktu ve yanındakilerin etkisi altında kaldı. Kaptanı Derya Kılıç Ali Paşa'ya bir padişah buyruğu gönderdi. Kaptanı derya Kılıç Ali Paşa, aldığı bu emir üzerine bütün gözlem araçlarıyla birlikte gözlemevi bir gecede yerle bir edildi. Bu olay, Osmanlı İmparatorluğu'nun rönesansa girmesin engelledi. Bir daha da kendine gelemedi.

Buraya kadar olan döneme, astronominin gelişiminin birinci evresi denir. Bundan sonraki evresi 1500 ile 1960 yılları arasındadır. İslam dünyasında astronomi çalışmaları önemini yitirmeye başladığı sıralarda orta Avrupa'da, Rönesanla beraber bilim merkezi olma yolundaydı. İslam dünyasından alınıp tekrar Latinceye çevrilen kitaplardan astronomi öğreniliyor ve üniversitelerde ders kitabı olarak okutuluyordu. Bu davranışın iki temel nedeni vardı. Birincisi, denizcilerin yön ve konum saptama gereksinimleri, ikincisi de dini günlerin belirlenmesi ve daha genel anlamda takvimde bir reform yapılmasıydı. Bu dönemde astronomide asıl gelişme gözlemsel değil kuramsal olmuştur. Gözlem yapamamaktan yakınan Nikolas Kopernik, matematiksel ve mantıklı bir düşünceyle Aristarchus modelinin Güneş Sistemi gözlemlerini Ptolemik modele göre daha basit bir şekilde açıkladığından, daha doğru olması gerektiğini savunmuştur. Kopernik, Aristarchus gibi Dünya ve diğer gezegenlerin Güneş etrafında düzgün dairesel hareket yaptıklarını ayrıca gökcisimlerinin günlük görünür hareketlerinin Dünya'nın dönmesinden kaynaklandığını düşünmüştür.

Astronom Tycho Brahe, iki Güneş sistemi modeli arasında doğruyu bulmanın sadece çok duyarlı gözlemle olanaklı olduğunu belirtmiştir. Onun kurduğu modelde, Ay ve Güneş'in Dünya'nın etrafında, diğer gezegenlerinse Güneş'in etrafında düzgün dairesel hareket yaptıklarını kabul etmiştir. Onun öğrencisi Johann Kepler, önce Mars gezegeninin gözlemlerin değerlendirmiş ve Mars yörüngesinin odaklarından birinde Güneş bulan bir elips olduğunu göstermiştir. Kepler de yıldızların Satürn yörüngesinin ötesinde dar bir bölgede yer aldıklarına inanıyordu. Bu dönemde Giordano Bruno ise, yıldızların sonsuz evrene dağıldıklarını düşünmüştü.

Teleskobun 1610 yılında keşfedilmesiyle astronomideki gelişmeler hızlanmış ve teleskop en önemli astronomi aygıtı durumuna gelmiştir. Mekaniğin kurucularından Galile, teleskop kullanarak Jüpiter'in dört uydusunu keşfetmiş, ilk Ay haritasını yapmış ve oradaki yüzey şekillerini isimlendirmiş, Venüs gezegenin evrelerini izlemiş, Samanyolu'nun yıldızlardan oluştuğunu görmüş, Satürn gezeneninin kenarında çıkıntılar olduğunu gözlemiş ve Güneş lekelerinin gözlemlerinden Güneş'in yirmi altı günde bir, dönme hareketi yaptığını bulmuştur. Hatta, geliştirdiği teleskopla gösteriler yaparak insanların bu konuya eğilmelerini sağlamıştır. Bu gösteriler üniversite çevrelerine ve kırallara sunulmuştur.

Kepler ve Galile'den sonra astronomiye en büyük katkı Sir Isaac Newton tarafından yapılmıştır. Newton, Kepler yasalarını kullanarak gezegenleri yörüngelerinde tutan kuvvetin, her zaman gezegen-Güneş uzaklığının karesiyle ters orantılı olduğunu göstermiştir. Newton ayrıca, bu kuvvetin Dünya üzerinde bırakılan taşın düşmesini sağlayan kuvvetle aynı karakterde çekim kuvveti olduğu yargısına varmıştır. Bundan sonraki astronomi çalışmaları hızla ilerlemiş ve 1960 yılından sonra uzay çağı başlamıştır.

MARİNUS (150 YILLARI)

Tyreli Marinus, Yunanlı bir bilim adamıdır. Doğum ve ölüm tarihleri kesin olarak bilinmiyor. Yaşamı hakkında da çok az bilgiler vardır. Eski matematiksel coğrafyanın bulucusu olarak ünlü olmuştur. İ. Ö. 150 yıllarında ünlü olmuş olan Hipparchus'un çalışmalarında en iyi ürünleri veren onun çalışmalarını en çok ileriye götüren biri Marinus'tur. Coğrafyada yerleri koordinatlarla ilk verenlerden biri Hipparchus olduğu halde, Marinus, bu yerleri harita üzerinde iki koordinatla vermiştir. Bu iki koordinat da enlem ve boylamı işaret etmiştir. Yani, bu bilginler analitik geometrideki koordinatları Descartes'tan yüzlerce yıl önce işaret etmişler, fakat bu gösterimlerin matematiksel bilimini yapamamışlardır. Bir yerde, geometri ile aritmetik arasındaki köprüyü kuramadıkları için fazla ileri bir matematiksel geometri oluşturamamışlardır.

Hipparchus ile Marinus'un çalışmaları, bu iki bilginden sonra gelecek olan Ptolemaios'a (85? - 165?) iyi bir miras olmuştur. Marinus'un çizdiği haritalar günümüze kadar gelememiştir ama, ondan yararlanan Ptolemaios'ın haritaları zamanımıza kadar ulaşmıştır. Marinus, ilk meridyeni Portunatae Insulae'den başlatmıştır. Bu da Blessed adalarından başlatılmış demektir. Bu adalar, Kanarya, Madeira ve Azor gruplarıdır. Marinus'un bu meridyenleri Ptolemaios tarafından aynen kullanılmıştır. Daha sonraki tarihlerde meridyenler tam olarak Ferro tarafından Kanarya adalarından geçirilmiş ve bu gösterimler zamanımızda kullanılan modern haritacılığa kadar devam etmiştir.

DİOPHANTUS (210 - 294)

İskenderiye'de yaşamış olan matematikçi Diophantus, cebir alanındaki çalışmalarıyla ünlüdür. 210 ile 294 yılları arasında yaşayan Diophantus, on birinci yüzylıda yaşamış olan Bizanslı bilgin Micheal Pselius'un bir mektubundan alınan bilgiler dışında yaşam öyküsüne ilişkin fazla bir bilgi yoktur. Kesinliği tartışmalı olan mezar taşının üzerindeki yazıya göre 33 yaşında evlenmiş, bir oğlu olmuştur. Oğlu kendisinden dört yıl önce 42 yaşında ölmüştür.

Diophantus.

Diophantus'un kendisi Yunanlı değildi. O, düşüncenin, sayılar kuramının ve cebirsel ifadelerin geometrik yolla çözülmesindeki çalışmalarıyla ünlüdür. 370 ile 415 yılları arasında yaşayan Egeli düşünür Theon ile Diophantus'un çalışma ve düşüncelerini yayıp bugüne ulaşmasını sağlaması yüzünden derisi midye kabuğuyla yüzülerek öldürülen ilk bayan düşünür Hypatia'dır. Bu zavallı ve talihsiz kadının tüm çalışmaları ve uğraşı, babası Theon'un ve Diophantus'un yapıtlarını ve düşüncelerini öğretmek, konikleri tanıtmak ve Batlamyus'u anlaşılır hale getirmekti. Eğer Hypatia olmasaydı, bugün belki Diophantus hakkında hiç bir bilgi de olmayacaktı.

Matematiği ve problem çözmeyi seven arkadaşı Dionisius, Diophantus'un mezar taşına şunları yazdırıyor. "Yaşamının altıda biri çocukluğudur. On ikide birinden sonra sakal bırakmıştı. Yedide birinden sonra evlendi. Bu evliliğinden beş yıl sonra bir oğlu oldu. Ne yazık ki, babasının yarı yaşında öldü. Baba ancak daha dört yıl yaşayabildi". Bu problem çözüldüğünde, Diophantus'un 84 yıl yaşadığı anlaşılır. Bir insanın yaşam öyküsü herhalde bundan daha öz ve ilginç anlatılamaz.

Diophantus'un en ünlü yapıtı, on üç kitaptan oluşan Aritmetica'dır. Günümüze kadar gelen Yunanca el yazmaları bunların ancak altısını içerir. Theon'ın kızı Hypatia'nın derlediği Aritmetica babası Theon ve Diophantus hakkında epey bilgi verir. Bu kitap daha sonra 1572 yılında Bombelli tarafından yayınlanmıştır. Cebirin babası sayılan Diophantus'un yapıtlarını çeviren Arapların yalnızca bu gün varolanların üstünde çalışmış olmaları öbür kitapların çok erken bir tarihte kaybolduklarını düşündürmektedir.

Diophantus, Hipparkhos'tan esinlenerek birinci dereceden denklemlerin çözümleriyle ilgili yenilikler getirmiştir. İkinci dereceden denklemler üzerinde de çalışmıştır. $ax + by + c = 0$ gibi belirsiz denklemlere Diophantus denklemleri denir. Daha sonraki yıllarda bilinmeyen sayısı denklem sayısından fazla yapılarak ilginç problemler düzenlenmiştir. Bu tür problemlerle Hypatia da ilgilenmiştir. Bachet de, Diophantus adlı bir kitap yazmıştır. Bu kitap daha sonra Fermat'ın eline geçmiştir. Diophantus'un yapıtları daha sonra, Yunan, Arap, Türk ve Rönesans matematikçilerine kaynak olmuştur. Özellikle cebirin kurucularından sayılan Fransız matematikçisi Viete ondan çok etkilenmiştir. Soyut Geometri problemlerini cebirle çözmeye uğraşmıştır. Belirli cebirsel denklemlerin tamsayı çözümlerinin bulunması için kullanılan yönteme Diophantus analizi denir. Birden çok değişkene bağlı olan ve tamsayı çözümleri istenen denkleme de Diophantus denklemi denir.

Modern		Diophantus	Late Editions
x^0	$\mathring{M}$	*μονάδες*, units	$\mu^{\bar{o}}$
x^1	ς	*ἀριθμός*, number	ς' or $\varsigma^{o'}$
x^2	Δ^{Υ}	*δύναμις*, power	$\delta^{\bar{\upsilon}}$
x^3	K^{Υ}	*κύβος*, cube	κ^{ι}
x^4	$\Delta^{\Upsilon}\Delta$	*δυναμοδύναμις*, power-power	$\delta\delta^{\bar{\upsilon}}$
x^5	ΔK^{Υ}	*δυναμόκυβος*, power-cube	$\delta\kappa^{\bar{\upsilon}}$
x^6	$K^{\Upsilon}K$	*κυβόκυβος*, cube-cube	$\kappa\kappa^{\upsilon}$

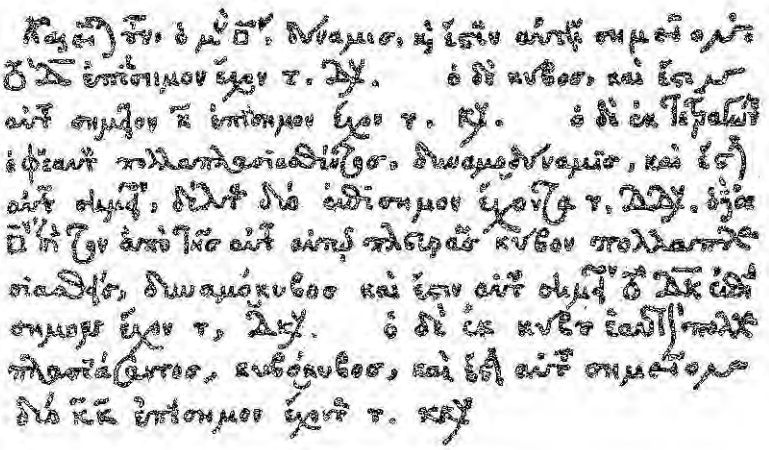
Diophantus, problemlerin kolay anlaşılması ve çözülmesi için kısaltmaları ilk kez bu Arithmetica adlı yapıtında yayınlıyordu. Matematiğin herkesçe anlaşılması için yeni bir simgeleme yöntemi oluşturuyor ve önce kullandığı bu simgeleri tanımlıyordu. Her konuya girerken, önce kulandığı simgeleri tanımlıyor, kavramları veriyor ve her varsayımını açık ve seçik bir biçimde tanıtıyordu. Bu da onun problem çözmek için temel yaklaşımlardan biri oluyordu. Örneğin, bugünkü modern dille $(2x+1)^2 \equiv 4x^2 + 4x + 1$ özdeşliğini modern Yunan harfleriyle

$$\varsigma\ \bar{\beta}\ \mathring{M}\ \bar{\alpha}\ \square^{\text{ος}}\ \text{ἐστί}\ \Delta^{\Upsilon}\ \bar{\delta}\ \varsigma\ \bar{\delta}\ \mathring{M}\ \bar{\alpha},$$

biçimde, $8x^3 - 16x^2 = x^3$ denklemini de

$$K^{\Upsilon}\ \bar{\eta}\ \pitchfork\ \Delta^{\Upsilon}\ \overline{\iota\varsigma}\ \text{ἴσ}\ K^{\Upsilon}\ \bar{\alpha},$$

şeklinde gösteriyordu.

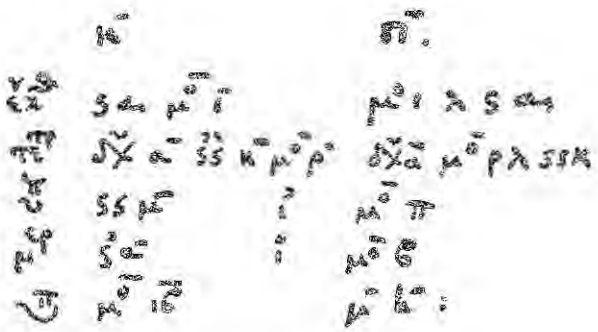


Diophantus denklemleri.

Diophantus'un çokgen sayılar üzerine yaptığı bilimsel incelemelerden bir bölümü yine Arithmetica adlı yapıtında yer alır. Bu incelemede, kuramlara ilişkin sonuçlar üzerine yaptığı çalışmaların bir parçası olan üç yardımcı önermeden söz edilir. Sayılar kuramına ilişkin bu önermelerden biri, iki rasyonel sayının küplerinin farkının, başka iki rasyonel sayının küplerinin toplamına eşit olduğunu belirtir. Bu söylediğimizi matematiksel bir dille yazarsak, rasyonel olan a, b, c ve d sayıları için $a^3 - b^3 = c^3 + d^3$ şeklinde olur. Bu yapıtta ayrıca, birinci dereceden belirli denklemlerden, dört değişkenli ikinci dereceden belirli denklemlere ve birinci dereceden bir ya da daha çok değişkenli belirsiz denklemlere kadar değişken türlerden denklemler içeren problemler yer alır. Bulunması istenen sayılardan birisi için herhangi bir değer kabul ederek, belirsiz denklemler belirli denklemlere dönüşür.

Diophantus, her zaman bir rasyonel sonuçla yetinmiş, tamsayı çözümüne gerek görmemiştir. Çalışmalarının büyük bölümünü ikinci dereceden belirsiz deklemlere ilişkin problemler oluşturur. Bunlar hemen her zaman x değişkenine uygun bir değer vererek tek değişkenli, bir ya da iki doğrusal veya karesel fonksiyon biçimine dönüştürülür.

Şimdi, Diophantus tarafından bir problemin nasıl çözüldüğünü gösterelim. Toplamları 20 ve kareleri farkı seksen olan iki sayı bulunuz. Diophantus'un bu problem için cebirsel çözümü,



biçimindedir. Bu yazım bugünkü modern dille kısaca

$x + 10$	$10 - x$
$x^2 + 20x + 100$	$x^2 + 100 - 20x$
$40x$	$= 80$
x	$= 2$
$x + 10 = 12$	$10 - x = 8$

demektir. Buna göre sayılar 12 ve 8 olarak bulunur.

Diophantus'un üçüncü ya da dördüncü dereceden belirsiz denklemlere ilişkin çalışmaları çok azdır. Buna karşın, kolay çözülebilir olan altıncı dereceden belirsiz bir denklemi de bulunmaktadır. Buradaki problem, birinci ve ikinci, bazen de üçüncü dereceden ifadeleri, tam kare, tam küp, kısmen kare ve kısmen küp veya başka durumuna getirecek iki, üç ya da dört sayı bulabilmektir. Bu çözümler de kolay olmamaktadır. Tek çıkar yol denemektir.

Aritmetika'nın altıncı kitabı ise, bölümlerinin (kenarları ve alanı) değişik fonksiyonları kare olan rasyonel dik üçgenler bulmaya ilişkin problemler içerir. Yunan cebirinde, problem düzenleme, denklem kurma, mantık yürütme, işlem yapma ve çözüm elde etme aşamalarında simgesel işaretleri ilk kullanan Diophantus oldu. Bilinmeyen nicelik için tek bir simge kullanan Diophantus, içinde birden çok bilinmeyen bulunan problemlerde karışıklığı önlemek amacıyla, olanaklı her yerde bütün terimleri belirli biri cinsinden yazmaya çalıştı. Bu yöntemde başarılı olan ilk matematikçi olduğu söylenebilir. İkinci derece denkleminin çözümüyle ilgili kısımları içeren Arithmetica'nın birçok yeri kaybolmuştur. Diophantus, özet olarak ikinci derece denklemleri tam kareye tamamlayarak çözüyordu. Arithmetica'nın altıncı kitabının 19. problemi $x^3 + x = 4x^2 + 4$ şeklindeki üçüncü dereceden denklemin çözümüyle ilgilidir.

Arithmetica, sayılar kuramına ilişkin önemli önermeler de içerir. Diophantus'un, n negatif olmayan bir tamsayı olmak üzere, $8n + 7$ biçimindeki hiç bir sayının, üç sayının kareleri toplamına eşit olamayacağını biliyordu. Ayrıca, $2n + 1$ ifadesinin iki sayının karelerinin toplamı olması durumunda, n sayısının tek olması ve $2n + 1$ ifadesinin $4n - 1$ biçimindeki bir asal sayıya bölünebilir olması gerektiğini ortaya koydu. Yani, $4n + 4$ ya da $4n - 1$ biçimdeki hiç bir sayının, iki sayının karelerinin toplamına eşit olmayacağını gösterdi.

Eski Babil'de, oldukça gelişkin ve ilerlemiş cebirsel yöntemlerin kullanılmış olduğu 1940 yılından sonra ortaya çıkınca, Diophantus'un çalışmalarının Yunan matematiğine yeni bir çığır açtığı yolundaki düşünceler bırakılmıştır. Onun Eski Yunan ve Roma matematik kültüründen devraldığı ortak bazı geleneklerden etkilenmiş olduğu inancı yaygınlaşmıştır. Yeri gelmişken Babillilerin denklemlerine birkaç örnek verelim. Örneğin, alanının üç fazlası bir kenarının dört katı olan karenin bir kenarının uzunluğu nedir? Bunu bugünkü gösterimlerle, $x^2 + 3 = 4x$ şeklindeki ikinci derece denklemiyle yazabiliriz. Babilliler bu denklemi bugünkü çözüm yönemine eşdeğer bir formülle çözüyorlardı. Babilliler matematiklerinde çoklukların aynı türden olmalarına pek aldırış etmezlerdi. Örneğin, üç paket kalem ile iki paket yumurtanın toplamı 29 ve iki paket kalem ile üç paket yumurtanın toplamı 26 olduğuna göre, kalemlerin ve yumurtaların sayılarını bulunuz. Bunu bugünkü dille yazarsak, $3x + 2y = 29$ ve $2x + 3y = 26$ denklem sistemleri elde edilir. Babilliler bu tür denklemleri daha çok renkler ve bazı ünlü isimlerle yazıyorlardı.

Babilliler, belirli veya belirsiz denklemlerde, bilinmeyenler yerine genellikle renkleri gösteren kelimeler kullanıyorlardı. Bugün bu bilinmeyenler yerlerine x, y, z, t gibi

bazı harfler kullanırız. Babillilerin yaptıklarıyla bugünkü yaptıklarımız özleri yönüyle aynıdır. Yani Babilliler modern matematik yapıyorlardı.

Diophantus'un diğer iki kitabı da Poligonal Sayılar ve Porizmalar'dır. Poligonal Sayılar adlı kitap Diophantus'un gençlik yıllarında yazmış olduğu bir yapıtıdır. Bu yapıt on önermeden oluşur. Burada sayıları doğru parçalarıyla gösterir. Önermelerin ispatlarını tümden gelimle ispatlar. Onun bu yöndeki ispatları Euclides'in Elements adlı kitabına benzer.

PORPHYRİUS (232 - 300)

Yeni Eflatunculardan olan Suriyeli Porphyrius 232 veya 233 yılında Suriye'de doğdu. Daha çok Malchus olarak bilinir ve tanınır. Konuştuğu dil de Porphyry dilidir. İbraniler kırallarına Melek derlerdi. Porphyrius'un Yunanca söylenişi Malchus şeklindedir.

Porphyrius, Pisagor'un yaşam öyküsünü yazanlardan biridir. Ptolemaios'ın müziği üzerine de bir çalışma yapmıştır. Kendisi Suriyeli olmasına karşın yaşamı Atina ve Roma'da geçmiştir. Bir süre de Sicilya'da yaşamıştır. Daha çok felsefe konuları üzerine yaptığı çalışmalarla tanınır. 300 yılında İstanbul'da ölmüş ve burada gömülmüştür.

Anatolius ve Porphyrius'un öğrencilerinden birisi de Iamblichus'tur. Chalcisli olan ve Chalcis'te 283 yılında doğan Iamblichus, bir tanesi aritmetik üzerine olmak üzere çok sayıda kitabın yazarıdır. Ayrıca, Nicomachus'un yapıtları üzerine bir de yorum yazmıştır. Onun bu yorumları on altıncı yüzyılda çok kez basılmıştır. Pisagor ve Pisagor sayıları üzerine yazdığı kitaplardan yalnız dört tanesi zamanımıza kadar gelebilmiştir. Bu dört kitabın ilki Pisagor'un yaşam öyküsü üzerinedir. Bu kitaplar daha sonra Yunanca ve Latince olmak üzere çok kez basılmıştır. Yunanlı olan daha başka bilginlerin yaşam öykülerini de kaleme alan Iamblichus, özellikle Pisagorculuğun doktrinlerini gelecek kuşaklara açıklamıştır.

Sayılar kuramı üzerinde bazı teoremleri de vardır. Örneğin, bir sayı art arda gelen $3n$, $3n - 1$, $3n - 2$ türündeki üç sayının toplamı olsun. Bu toplamın rakamları, teker teker yeniden toplanır ve ondan sonra yeniden bu toplamaya devam edilirse sonuçta altı sayı bulunur. Örneğin, en büyüğü üç ile bölünen 54, 53 ve 52 sayılarını gözönüne alalım. Bu sayıların toplamı $54 + 53 + 52 = 159$ olur. Bu toplam olan 159 sayısının rakamları teker teker toplanırsa $1 + 5 + 9 = 15$ olur. 15 sayısının rakamları yeniden teker teker toplanırsa $1 + 5 = 6$ sayısı elde edilir. Benzer olarak 63, 62 ve 61 sayılarını gözönüne alalım. Bu sayıların toplamı $63 + 62 + 61 = 186$, $1 + 8 + 6 = 15$ ve $1 + 5 = 6$ olduğu hemen görülür. Bunun gibi diğer sayılar da denenebilir.

üçüncü yüzyılın ilk başlarında İtalya'da Roma'da Portus'ta papazlık yapan önemli ve adı anılmaya değen Hippolytus, çarpma işlemlerinde 9 ve 7 ile sağlama yapılmasının ispatlarını vermiştir.

340 yıllarında tanınan ve Sicilyalı olan Julius Firmicus Maternus, Matematik Üzerine Sekiz Kitap başlığıyla bir dizi matematik kitabı yazmıştır. Bu sekiz kitap daha sonraki yüzyıllarda tekrar tekrar basılmıştır. Kitapların içinde Babilliler ve Mısırlılarda olduğu gibi astroloji ile karar veren bazı kısımlar vardır. Matematik tarihi yönüyle fazla değerli olmayan bu kitaplar, o dönemlerde bilimde insanların nelere yöneldiklerini ve nelerle uğraştıklarını göstermeleri bakımından değerleri vardır.

Yine bu dönemlerde matematikle ilgilenen ve bir astrolop yapan Cyreneli Synesius (378 - 430) anılmaya değer. Synesius, iyi bir şair, güzel konuşan bir söylevci ve aynı zamanda Hypatia'nın da öğrencisidir. Daha sonra 410 yılında Ptolemaios'ın başpiskoposu olmuştur.

485 yıllarında tanınan, eski Sichem'de yani Filistin'de doğan Flavia Neapolisli Marinus, bir İbrani bilginidir. Daha önce sözü edilen astronom Marinus ile karıştırılmaması gereken bir geometricidir. Proclus ve Yunan geometrisi hakkında iyi bilgiler veren birisi olarak tanınır. Data of Euclides adında bir giriş kitabı yazmıştır. Proclus hakkında yazdığı kitabı 1559 yılında Zürih'te basılmıştır.

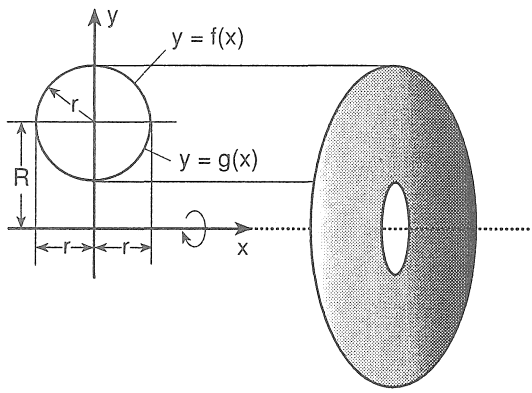
Çoğu kez Victorinus olarak söylenen ve Limoges'te doğan Aquitanialı Victorius, 457 yıllarında tanınmıştır. Canon Paschalis isimli bir kitap yazmıştır. Doğulu halklar için günlerin bulunmasını hesaplayan ilk kitaplardan biri olan bu yapıt, doğulu halklar tarafından çok kullanılmıştır. Ayrıca pratik aritmetik üzerine bir Calculus kitabı da yazmıştır. Bu kitapta, kesirleri ve büyük sayılarla çarpmanın nasıl yapılacağı açıklanmıştır.

PAPPUS (İ. S. 285 - ?)

İskenderiyeli son büyük, Yunanlı ve Egeli bir matematikçi olan Pappus, İ. S. 285 yıllarında doğduğu tahmin edilmektedir. Yaşamı hakkında fazla bir bilgi yoktur. İskenderiye'de yaşamış son Yunan Matematikçisi ve geometricisidir. Dördüncü yüzyılın başlarında Diocletianus zamanında yaşadığı sanılır. Hayatı ve yaşam süreci hakkında bir şey bilinmiyor. Eski matematikçilerin çalışmalarında karanlık kalmış noktaları aydınlatmaya çalışmıştır. Eskilerin yazdığı veya bildiği bize getiren en iyi ve en ünlü belge onun yazdığı kitaplardır. Pappus, eserlerine eski kitaplardan birçok bölüm aktardı. Bu sayade bu kitaplar hakkında bilgi edinmemize olanaklar verdi. Kendinden öncekilerin yaşamı, yaptıkları ve onların eserlerini gelecek kuşaklara iletmesini çok iyi bildiği ve becerdiği halde, kendi özgeçmişi hakkında hiç bir bilgi bırakmadı.

Pappus'un eseri olan Birikimler adlı kitabı, Akdeniz uygarlıklarını, matematiğini ve problemlerin çözüm yöntemlerini akarması yönünden büyük önem taşır. Matematiğe özgün katkılarda bulunmaktan çok, kendisinden önce bu alanda yapılan çalışmaları derlediği ve günümüze ulaşan eserleriyle önem kazandı. En önemli yapıtı olan sekiz ciltlik Matematik derlemeleri, eskiçağ matematiğini başarıyla özetleyen Pappus, günümüzde Pappus veya Guldin teoremi adıyla anılan teoremiyle bilinir. Bir eğrinin bulunduğu düzlemdeki bir eksen çevresinde dönmesiyle elde edilen cismin hacminin bulunmasına ilişkin yöntemi açıkladı. Kendisi çok yetenekli bir mamatematikçiydi. İskenderiye kentinde geometri derslerini okutmuştur. Çok sayıda öğrencisi olmuş ve bunları yetiştirmiştir. Çok sayıda kitabı vardır. Yalnız aritmetik üzerine yazdığı kitapları zamanla kaybolmuştur.

Pappus (285 - ?)



Pappus teoremi.

Pappus, İ. S. 320 yıllarında ünlü oldu. Yaklaşık 340 yıllarında yazılan Matematik Derlemeleri (Synagoge) eski Yunan matematiği konusunda çok değerli bir kaynak oluşturan, zengin içerikli bir yapıttır. Pappus bu kitabıyla çağında matematikte gözlenen genel çöküşü engellemeyi amaçlamış, ama bunda başarılı olamamıştır. Sekiz ciltten oluşan Synagoge'nin birinci cildin tümü ve ikinci cildinin de bir bölümü kaybolarak günümüze kadar ulaşamamıştır. Pappus'un öteki yapıtları arasında, Diodoros'un astronomide yararlanılan bir aygıtı konu alan Analemma adlı yapıtını, Ptolemaios'ın büyük astronomi yapıtı Almagest ile Planiphaerium ve Armonika adlı kitaplarını açıklayarak yeniden yazdı. Onun en çok üzerinde durduğu ve açıklayarak yazdığı Euclides'in Elements adlı dizi kitapları eskiyi iletmesi bakımından çok önemli çalışmalarıdır.

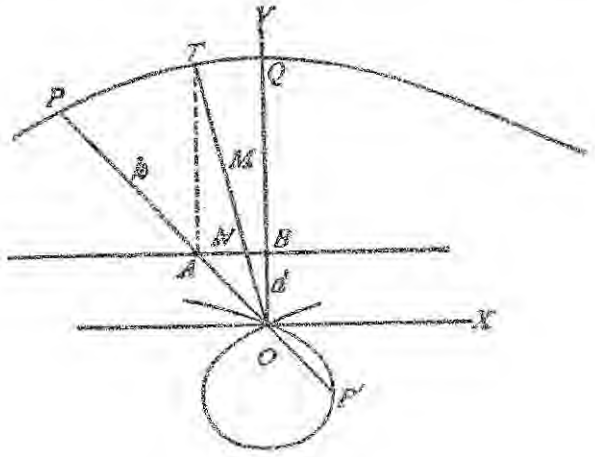
Pappus'un Synagoge adlı kitabı eski Yunan matematikçilerinin yaptıkları hakkında en iyi bilgi veren bir eserdir. Bu yapıtta çeşitli açıklamalar, notlar, teorem ve önermelere ilişkin düzeltmeler, yeni kanıtlarla zenginleştirilerek sistematik bir biçimde sergilenmiş, ayrıca kendine özgü katkıları da bu kitaba eklenmiştir. Ele alınan yapıtlarla birlikte kullanılmak amacıyla düzenlenmiş olan bu kitabın her cildinin başında o ciltte ele alınan konuları açıklayan sistematik giriş bölümleri yer alır.

Synagoge'nin kaybolan birinci cildinin aritmetik konusunda yazıldığı anlaşılmaktadır. Bunu, onun öğrencilerinden kalan notlardan anlıyoruz. İkinci cildin günümüze ulaşan bölümünde, sürekli çarpımlara ilişkin bir sistem ortaya koymaktadır. Bununla bağlantılı olarak büyük sayıların dörtlülerle, yani 10.000 sayısının kuvvetleri ile ifade edilmesi konusu ele alınmaktadır. Bu cildin kaybolan bölümü hakkında fazla bir bilgi kalmamıştır.

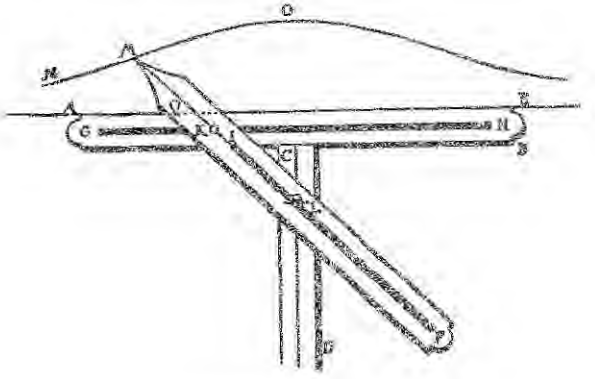
Synagoge'nin üçüncü cildi düzlem ve uzay geometri problemlerine ayrılmıştır. Verilen iki doğru parçası arasında orta orantılı bir doğru parçasının bulunması prob-

lemi de bu ciltte yer alır. Pappus bu probleme ilişkin çeşitli çözümler vermiştir. Bunlardan biri kendisinin özgün bir çözümüdür. Onun bu probleme ilişkin olarak ortaya koyduğu bir başka yöntem, çözüme sürekli biçimde yaklaşmaya dayanmaktadır. Fakat, Pappus'un bu yöntemin taşıdığı önemi yeterince kavrayamamış olduğu anlaşılmaktadır. Aritmetik, geometrik ve harmonik ortalalamaları da bu üçüncü ciltte incelemiştir. Ayrıca, on tane değişik ortalama türünün örneklerle tanımlandığı bu ciltte ayrıca beş düzgün çokyüzlünün her birinin küre içine nasıl yerleştirilebileceği de gösterilmiştir.

Dördüncü ciltte, birbirine teğet üç çembere teğet olacak biçimde çizilen dış çemberle ilgili teoremler yer almaktadır. Çeşitli eğriler bu ciltte ayrıca incelenmektedir. Örneğin, Archimedes'in burgusu, Nikomedes'in konkoiti ve Elisli Hippias'ın Kuvadratiks eğrisi de bulunmaktadır. Bu ciltte Pappus, küre üzerine helezon olarak adlandırdığı çift eğrilikli

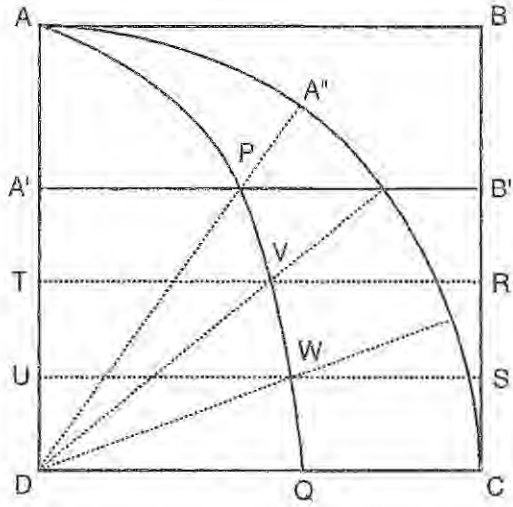


Konkoit eğrisi.



Konkoit eğrisinin çizimi.

bir eğrinin çizimini vermekte, bu eğri ile tabanı arasındaki yüzeyin alanını integral almaya eşdeğer bir yöntem olan klasik tüketme yöntemiyle hesaplamaktadır. Bu cildin geriye kalan bölümünde herhangi bir açının üç eşit parçaya bölünmesi problemi ele alınmakta, problemlerin özel eğriler yardımları ile çözülmesi üzerinde durulmaktadır.



Hippias'ın, açıları eşit parçalara bölebilen kuvadratiks eğrisi.

Synagoge'nin beşinci cildinde, düzlemsel şekillerin alanları, üç boyutlu uzaydaki cisimlerin hacimleri ele alınmakta ve Archimedes'in bulduğu düzgün çokyüzlü cisimler incelenmektedir. Kürenin hacmi ve yüzölçümü de bu ciltte yer alır. Diğer ciltler de bu şekilde devam eder. Yedinci ciltte Euclides, Pergeli Apollonios, Aristaios ve Kyreneli Eratosthenes'in toplam otuz üç yapıtı tek tek sayılmakta ve bu yapıtlar incelenmektedir. Sekizinci cildin büyük bir bölümü mekanik konularına ayrılmıştır. Bazı geometri problemleri de bu ciltte bulunmaktadır.

Pappus'un, Euclides tarafından yazılan irrasyonel sayılar kuramına ilişkin yapıtı ancak günümüze Arapça çevirisi ile ulaşabilmiştir. Bu yapıtta, irrasyonel sayılar kuramının tarihsel gelişimi anlatılmaktadır.

İSKENDERİYELİ THEON (370 YILLARI)

Hypatio'nın babası olan İskenderiyeli Theon, 370 yıllarında ünlü olmuştur. Doğum ve ölüm tarihleri bilinmemektedir. Euclides'in Elements adlı kitabının yeni baskılarını

yayına hazırlamış ve yayınlattırmıştır. Ptolemaios'ın Almagest'i üzerine bazı yorumlar yazmıştır. Apollonius'un yapıtlarını da yeniden yayına hazırlayarak yayınlamıştır. Bunların dışında, Theon tarafından yazılan bilimsel bazı çalışmalar günümüze kadar gelmiştir. Altmış tabanına göre kareköklerin bulunmasına ilişkin bir yöntem bulmuştur.

Euclides'in daha önceki baskıları ve çevirilerinde bazı hatalar yapılmıştı. Theon'un bu baskıları Euclides'in en iyi ve doğru olanlarından biridir. Zaten, onun bu baskıları ile Euclides'in modern bir biçimde gelecek kuşaklara iletilmesi sağlanmıştır.

450 yıllarında tanınan ve Suriye'de Larissa'da doğan Domninus, aritmetik, felsefe ve optik konularında kitaplar yazdı. Geometride, Euclides'in izlediği gibi tümdengelim yöntemini izlemiştir. Oysa, Nicomachus tümevarım yöntemini kullanıyordu. Sayılar kuramı üzerine yaptığı önemli çalışmaları zamanla kaybolmuştur. Yalnız neler yaptığı daha sonraki yazarlar tarafından iletilmiştir.

HYPATİA (370 - 415)

İskenderiye Okulu'nun son ve en büyük düşünürü olan Hypatia 370 yılında İskenderiye'de doğdu. Mısırlı yeni Eflatuncu düşünür ve ilk önemli kadın matematikçidir. Matematik tarihinde ilk kadın matematikçi olarak geçer.

Hypatia ilk eğitimini felsefeci ve matematikçi olan babası Theon'dan aldı. Babası, o dönemin önde gelen matematikçisi ve fizikçisidir. Hypatia, hem bu bilimleri öğrenmiş hem de sağlam bir felsefe kültürünü almıştır. Theon, kızına önce gezimciliği kabul ettirmişse de, Hypatia'nın diğer öğretmenleri onun Eflatunculuğa bağlanmasına yardım etmiştir. Hypatia'nın doğum tarihi gözönüne alınırsa, öğretmenlerinin Proheres ve Plutarchus gibi Yeni Eflatuncuların olduğu sanılır. Bunlardan birincisi, İskenderiye'de bir bilgin olmaktan çok bir sofist olarak tanınmıştır. Plutarchus ise, Kyrene piskoposu Synesios'un da öğretmenidir. Bu adam aynı zamanda Hypatia'nın da ustası ve öğretmeni olarak geçer. Hypatia'nın bu bilgiler ışığında İskenderiye'de uzun bir süre kaldığı anlaşılmaktadır.

Atina'da felsefe ile uğraşan bazı kadın düşünürler vardı. Örneğin, öğretmeninin kızı Asklepijeni bunlardan biridir. Hypatia, İskenderiye'ye döndüğü zaman derin bir saygı, sevgi ve hayranlıkla karşılandı. Eşine az rastlanan güzelliği, erdemi, bilgisinin genişliği, kültürü, kibarlığı, söylevlerindeki üstünlüğü, konuşmalarındaki ustalığı ve kadınlığı onu hemen bir numara yaptı. Evini o günün modasına uygun olarak döşetti. Onu dinlemeye gelenlerin sayısı gün geçtikçe artıyordu. Evi bir kültür merkezi haline gelmişti.

Hypatia.

Bu tarihlerde İskenderiye'de felsefe öğrenimi yok gibiydi. Ya da bu öğrenim dikkati çekmeyecek kadar belirsiz ve önemsizdi. Hypatia'nın gelmesiyle bu öğretim ve öğrenim birden canlandı. Hypatia kısa zamanda kendisini gösterdi ve İskenderiye'deki Yeni Eflatuncu felsefe okulunun yöneticisi oldu. Onun döneminde bu okul en yüksek ve en son bilimsel sürecini yaşadı. Düşünsel yeteneği, konuşma ustalığı, bilgisi, az bulunur alçak gönüllülüğü ve çok güzel olan Hypatia, çok sayıda öğrenciyi okula çekti. Sonradan Ptolamais Piskoposu olan Kyreneli Synesios da onun öğrencileri arasına girdi. Synesios'un Hypatia'ya yazdığı çok sayıdaki mektupları günümüze kadar ulaşmıştır.

Hypatia bilimsel bakımdan ne kadar güçlü ise, çevresinin ona karşı olan tutumu yönünden de o kadar şanssızdır. Çünkü, Hypatia o dönemde ilk Hıristiyanlarca büyük ölçüde putperestlikle özdeşleştirilen öğrenim ve bilimi simgeliyordu. İşin içine bir de Hypatia'nın aleyhine kötüleyici propaganda eklenince toplumsal gerginlik gittikçe artıyordu. Aslında Hypatia'nın putpereslikle bir ilişkisi de yoktu. Olay, İskenderiye kentindeki Hıristiyanlarla Hıristiyan olmayanlar arasındaki dinsel bir tartışmadan kaynaklanıyordu. Konu dinsel olunca halk arasındaki gerginlik çok fazlaydı. Hıristiyan öğretileri hızla yayılıyordu. Çarpışmaların odak noktası olarak Hypatia'nın okulunun hedef gösterilmesi ikinci bir şanssızlıktı.

Hypatia'nın babası Theon'un Aristocu olmasına ve pozitif bilimlerle uğraşmasına karşın, kızı Yeni Eflatuncuydu. Yazılarında Yeni Eflatunculuğun etkileri görülen Synesios, bu ünlü matematikçi ve düşünür kızı kendi öğrencisi saymaktadır. Hypatia hakkında verdiği bilgilerden, ikisinin de aynı düşünceleri paylaştıkları anlaşılmaktadır.

Halk, Hypatia'nın babasına Teoteon takma adını yakıştırmışlardır. Bunun anlamı, "Tanrısal Çocuk" demektir. Bu, Hypatia'nın İskenderiye kentinde ne kadar yüksek bir etki yaptığının kanıtıdır. Hypatia, çoğu zaman düşünürlerin akademik giysisi olan mantodan giyer, yüksek erdemiyle, şahane güzelliğiyle kendisini dinleyenleri coşturur ve onlarda derin tutkular yaratırdı. Herkes ona aşıktı. Bir gün İskenderiye Başpapazı Saint Cyrille onun evinin önünden geçerken Hypatia'nın derslerini ve konuşmalarını dinlemek için gelen halk kitlesinin içeri girmek için gösterdikleri heyecan, telaş ve ilgiyi görmüş, onu çok kıskanmıştı. Çünkü kiliseye onu dinlemeye gelen bu kadar dinleyici bulamıyordu. Bir kadın bu kadar coşkulu dinleyici nasıl toplayabiliyordu? Üstelik Hıristiyanlığın daha yeni yayılma dönemlerinde onun öğretilerini dinlemeye gelenlerin sayısı çok olmalıydı.

Diğer yandan, kentin valisi Orestes bir putperesti. Vali ile yakın ilişkisi olan güzel Hypatia bir numaralı hedefti. Önce Hypatia'nın yok edilmesi gerekiyordu. Vali Orestes ile yakınlığı öne sürülerek, Nitrialı keşişlerle Cyrille adlı papaz, yine kilisede verdiği söylevlerle halkı galeyana getirdi ve Hypatia aleyhine kışkırttı. Cyrille ve yandaşlarının oluşturduğu fanatik bir kitle sokaklara koştu. Büyük bir kalabalık oluştu. Olaylar büyümüş ve toplum psikolojisinin verdiği coşku sanki bir sele dönüşmüştü. Durdurulması olanaksızdı. Olaylardan habersiz olan Hypatia, her zamanki gibi okulda derslerini vermiş, faytonuna binmiş evine dönüyordu.

İşte bu papaz, 415 yılının dinsel bir bayram günü, Hypatia'yı arabasıyla giderken, önceden kilisede kışkırtılmış olan bir halk kitlesinin hücumuna uğratmıştır. Cyrille'in önderliğindeki bu kudurmuş kalabalık Hypatia'nın arabasına hızla saldırdılar. Hypatia önce hırpalanarak arabadan indirildi. Arabanın arkasına bağlayarak sokalarda sürüdüler. Elbiselerini parçaladıktan sonra, kendisini çırılçıplak yaralar içinde Emperial adı verilen kiliseye getirdiler. Orada taş, sopa, çanak, çömlek ve ne varsa ve ne bulduysalar hepsini şanssız düşünür ve matematikçinin üzerine atarak kendisini parçaladılar. Saldırganlardan cesedi bile kurtarılamadı. Tüm uzuvlarını parçaladılar. Büyük bir işkence ve eziyetlerle derisini midye kabuklarıyla yüzerek öldürdüler. Parçalanmış olan ölüsünü sokaklarda sürüklediler. Sonra her parçasını ayrı ayrı toplayarak tümünü birden Sinaron'da yaktılar.

Böylece, insanlar arasında kardeşliği savunan, merhamet ve şefkatle insanlara yaklaşan, bu duygu ve düşüncelere dayandığı kabul edilen Hıristiyan dininin yayılmasına çalışan papazın buyrukları ve kışkırtmalarıyla insanlık ve matematik bir kurban daha vermiş oldu. Bu şekilde genel olarak her yeni düşünce ve harekete düşman olan Hıristiyanlık dini, kendi adına yapılmış, ileride yapılacak daha korkunç cinayetlere de yeni bir dayanak olmuştur.

Aslında bu dönemde, Hıristiyanlığın yerleşip yayılmaya çalıştığı ve putprestliğin yıkılmamak için kiliseye karşı direndiği, hatta biraz da saldıracak kadar kuvvetli olduğu bir dönemdi. Bu nedenle, her türlü hoşgörüden yoksun olan bu papaz, Hıristiyan dinini yayan birisi ve üyesi olarak dinsel ve siyasal görevine aşırı derecede bağlı birisiydi. Bu nedenle Hypatia'nın felsefesine, kafirliğine ve bunları temsil eden kişiye karşı da düşmandı. İşte bu tutucu ve Hıristiyanlığı yayan kişi, şehirdeki tanınmışlığını ve otoritesini kullanarak daha önce Yahudileri kovdurmuş, mallarını yağma ettirmiş, sinegoglarını yıktırarak kapattırmış, Ammonius'u ölüm cezasına çaptırarak türlü iskenceler yaptırmıştı. Özet olarak, İskenderiye'de Hıristiyanlıktan başka inançları boğmak için kötülüklerin ve baskıların her türlüsünü yaptırmıştır.

İskenderiye'de Hypatia'nın öldürülmesinden sonra da olayların sonu gelmiyordu. Bu linç ve toplu öldürme olaylarından hemen sonra pek çok araştırmacının İskenderiye kentinden ayrılması üzerine ilkçağın büyük bilim merkezi artık değerini kaybetmeye başladı. Hypatia'nın okulu yağmalandı, tahrip edildi. Ünlü İskenderiye kütüphanesi tarihinde ilk büyük tahribini görerek yakıldı, yıkıldı. Ünlü matematikçi Hardy'nin söyle-

diği gibi, Greek okulu Hypatia'nın öldürülmesiyle sona erdi. Bundan sonra skolastik düşünce egemenliğini bin beş yüzyıl sürdürecek ve bilimsel yönüyle karanlık çağa girecektir.

Hypatia, İskenderiyeli Diophantus'un Arithmetica'sını, Pergeli Apollonios'un Koniklerini ve Ptolemaios'un astronomi sistemi üzerine yorumlarını kaleme aldı ve kitaplar yazdı. Fakat onun bu yapıtları ve ders notları fanatik gruplar tarafından yakılarak yok edildi. Yapıtlarının başlıkları ve astrolopla hidroskopun yapımı konusunda ona danışan Synesios'un mektupları, Hypatia'nın özellikle astronomi ve matematikle ilgilendiğini gösterir. Babası Theon'un düşünceleri ve felsefe üzerine kaleme alınmış bir yapıtının olup olmadığı bilinmemektedir. Söylentiye göre, bu konularda da bilgi sahibi olduğu ve dersler verdiği yazılmıştır. Ayrıca, sonraki yıllarda Hypatia'nın yaşam öyküsü bir tiyatro eseri veya buna benzer roman haline getirilmiş ve çok kez sahneye aktarılmıştır. Hypatia hakkında çok yazılar yazılmış ve araştırmalar yapılmıştır.

Hypatia'nın İskenderiye okulunda Yeni Eflatunculuğunu yansıtan felsefesi, yaklaşımı bakımından Atina okuluna göre daha araştırmacı ve bilimsel nitelikliydi. Ayrıca, Atina okulu kadar mistik düşünce eğilimleri taşımıyordu. Burada akla şu soru geliyor. Hypatia veya Archimedes öldürülmeseydi ve İskenderiye okulu kapanmasaydı, insanlık alemi karanlık çağa girmez ve bugünkü uygarlığa ve uygarlık araçlarına iki bin yıl önce kavuşur muydu? Şüphesiz bu soruya yanıt vermek oldukça zordur. Fakat insanlık bugünkü uygarlıktan ve uygarlık araçlarından daha önce yararlanmaya başlayabilirdi.

Hypatia'ya kadar yüzlerce bilim adamı yetiştiren İskenderiye okulunun kapatılması ve bilim adamlarının bu biçimde yok edilmesi, bugünkü sağ duyulu düşüncemize göre insanlık ve uygarlık için yazık olmuştur. Ayrıca bu olay insanlık ve uygarlık için kapatılamaycak bir zaman kayı olduğu açıktır.

İskenderiye okulu, İ. Ö. 300 yıllarında kurulan ve Helenistik çağda eski dünyanın en önde gelen öğrenim merkezi olan ve bünyesinde İskenderiye Kütüphanesi'ni de bulunduran bir akademidir. Burada görev almış öğretmenler arasında Pergeli Apollonius, Euclides ve Heron adlı matematikçiler vardır. Erasistratus, Eudemus ve Herophilus gibi hekimler, coğrafyacı ve matematikçi Eratosthenes ile büyük astronom Hipparchus da vardır. Archimedes ile büyük astronom Hipparchus da vardır. Archimedes de bu okluda yetişmiştir. İskenderiye okulunun bilim adamlarının sonuncusu, İ. S. 127 ile 151 yılları arasında bu akademide çalışmış olan Claudius Ptolemaios'dur. Hypatia da bu okulda dersler vermiştir.

Bilim dünyasının başına ikinci bir felaket de İskenderiye Kütüphanesi'nin yok edilmesiyle gelmiştir. Bu kütüphane, Yunan uygarlığının gelişmesinde büyük bir görev yapmıştır. Çok sayıda elyazması ve çevirileriyle dolu olan kütüphanede, Zenodatus, Kallimakhos, Rodoslu Apollonius, kütüphane müdürlüğü yapan Eratosthenes, Bizans-

lı Aristophenes, Samathrakeli Aristarchus gibi ünlü bilginler kütüphaneci olarak çalışmışlardır. Bu nedenle bu kütüphanede ciltlerce kitap toplanmıştı.

İskenderiye kütüphanesi ilk kez limanda İ. Ö. 47 yılında çıkan yangında tamamen yanmıştır. İ. Ö. 30 yılında I. Augustos, İskenderiye'yi Roma'nın Mısır eyaletinin başkenti yaptı. Bunu izleyen yıllarda şehir Romalılar tarafından pekçok kez yağmalandı. İ. S. 215 yılında İmparator Caracalla'nın buyruklarıyla kentte büyük bir kıyıma girişildi. Halkın büyük bir çoğunluğu kılıçtan geçirildi. Ptolemaios'un kurduğu araştırma merkezi ve 500 bin cilt kitap olduğu söylenen kütüphane 391 yılındaki iç savaşta yakılarak yerle bir edilmiştir. Şehir, 616 yılında Perslerin eline geçince de yağmalanarak tahrip edilmiştir. 646 yılında da Arapların eline geçmiştir.

Burada bence haksız bir nokta daha vardır. Tarafsız olmayan bazı kimseler bunu yanlış aktarmaktadırlar. İskenderiye kütüphanesinin Araplar tarafından yakılıp yok edildiğini ileri sürerler. 632 yılında Hazreti Muhammed ölür. Yabancı kaynaklara göre Halife Hazreti Ömer zamanında İskenderiye şehri alınınca, şehri kuşatan ve alan komutan Hazreti Ömer'e İskenderiye Kütüphanesi'ndeki kitapları ne yapması gerektiğini bildirir. Kitapların yakılacağını anlayan Yunanlılar Hazreti Ömer'e başvururlar. Ömer, "Eğer bu kitaplar Allahın kitabıyla uyuşuyorsa Kuran yeterlidir. Yani o kitaplar gereksizdir. Uyuşmuyorlarsa onlara gerek yoktur, yakılsın" şeklinde sözde bir buyruk verir. Yine söylentiye göre buradaki kitapların şehrin banyosunda yakılması altı ay sürer.

Oysa İskenderiye Okulu ve Kütüphanesi bu olaydan tam iki yüzyıl önce Hıristiyan olan Romalılar ve başkaları tarafından yakılıp yıkılarak yağma edilmiştir. İkincisi, kütüphanede bir banyoyu altı ay gibi uzun bir süre ısıtacak sayıda kitap olması olanaksızdır. Bu olay oldukça abartılmış ve Hıristiyanlarca sözde Müslümanlar kötülenmiştir. Kütüphanenin Araplar tarafından da yakılmış olması olasıdır. Fakat içinde kitap olup olmaması şüphelidir. Çünkü, değerli kitapların çoğu daha önceki yağmalamalar ve yangınlarda kaçırılmıştı. Zaten son kalanların büyük bir çoğunluğu da 415 yılında Hypatia'nın öldürülmesi sırasında yok edilmişti. Özellikle matematik tarihçileri bu noktada birleşirler.

PROKLOS (410 - 485)

Eski Yunanlı önemli düşünürlerinin sonuncusu Proklos 410 yılları yöresinde İstanbul'da doğmuştur. Yeni Eflatunculuğun Bizans, İslam ve Roma dünyasına yayılmasında etkili olmuştur. Beşinci yüzyılda parlamış olan bu düşünürün yaşamını öğrencisi Marianus'tan öğreniyoruz. Adı Proklos Diadokos, Proculus ya da Proclus olarak geçer. Yalnız 412 yılında doğan Tireli Marinus Proculus daha vardır. Çoğu kez yazarımız ile karıştırılır. Yazarımızın yaşam öyküsünü Proklos'un Yaşamı adı altında öğrencisi

Marianus yazmıştır. Onun anlattıklarına göre Proklos Diadokos'un 410 veya 412 yıllarında İstanbul'da doğduğunu ve 17 Nisan 485 günü Atina'da öldüğünü yazar. Ona göre, Proklos Diadokos'un babası zengin ve asil bir adam olan Marcella'dır. Proklos Diadokos'a babasının yurdu dolayısı ile Proklos Lunius adı da verilir. Bazen de Atina Okulu'nun yönetimi Dirianüs'ten kendisine geçtiği için ardıl demek olan Diadokos sözcüğü eklenerek adlandırılmıştır. İstanbul'da, İskenderiye'de ve Atina'da öğrenim gördü.

Proklos'un çocukluk yılları Ksanthos'ta (Kınık) geçti. Daha pek genç sayılabilecek yaşlarında Lysi'nin bağlı bulunduğu Xanta kentine gönderildi. Sözde Bizans tanrıçası, kendisine daha çocukluğunda görünerek onu koruması altına almış ve felsefe öğrenmeye yöneltmiştir. Proklos, Xanta'da hastalanmış, o zaman Apollon, genç ve güzel bir adam şeklinde rüyasına girerek kendisine dokunmuş ve kendisi hastalıktan hemen iyi olmuştur. Bir aralık Lysi'de bir gramerciden ders almış, sonra İskenderiye'ye gitmiştir. İskenderiye'de Olympiodoros'dan (yaşlı olan) felsefe dersleri aldı. Orada güzel konuşma dersleri okutan Leonas onun yüksek yeteneğini görerek öğrenciliğe kabul etmiştir. Lysi'deki öğretmeni Orion'dur.

Lysi'de Latince öğrenen Proklos, öğretmeni Leonos'ın İstanbul'a davet edilmesi üzerine derslerinin yarıda kalmaması için onunla birlikte gitmiştir. Sözde yine Tanrıça kendisine yeniden görünerek felsefe öğrenimine devam etmesi için Atina'ya gitmesini öğütlemiştir. Proklos, Leonas'tan ayrılarak İskenderiye'ye dönmüş, burada gezimci Olimpiador'la matematikçi Heron'dan ders almıştır. Bu derslerde çok iyi bir başarı göstermiş, öğretmeni Olimpiodor ona kızını vermek istemiştir. Her iki bilgin de ona arkadaşı gözüyle bakmışlardır. Proklos Diadokos, Olimpiodor'un anlaşılması güç olan derslerini hemen anlayarak bunları hemen arkadaşına anlatırmış. Öğretmeni Aristo'ya bağlı olmakla birlikte, birinci yüzyılındaki tüm okullarda okutulmakta olan seçmecilikten uzaklaşmış, Aristo'yu, Pisagor ve Plotinos ile uzlaştırmaya çalışmıştı. Bu nedenle Olimpiodor'un felsefesi ozanca ve tutkulu bir özellik taşıyordu. Aristo'nun ciddi ve sert felsefesini yumuşatma amacını güden oldukça mistik bir manzaraya sahipti. Marianus'un anlattığına göre, sonunda Tanrılar, Proklos Diadokos'u Atina'ya götürdüler.

Yolda Pire'ye uğrayan Proklos Diadokos'u güzel konuşma dersi uzmanı Nicolaus kabul ediyor. Yorgun olduğu için şehre girmeden önce Sokrates için yapılmış olan tapınakta dinleniyor, Sokrates'e ayrılmış olan çeşmeden su içiyor ve kapıcı kendisine, "eğer sen gelmemiş olsaydın, tapınağı kapatacaktım" diyor. Marianus bu sözden, Proklos Diadokos gelmemiş olsaydı, Atina Okulu sönecekti anlamını çıkarır. Proklos, Atina'da doğruca Sirianus'a gidiyor. Onu hem güzel konuşmada hem de düşünür olan Lahares'in yanında buluyor. Bunlar, bu tarihte ancak yirmi yaşında olan Proklos Diadokos'un sofuluğunu ve matematiğini görünce çok memnun oluyorlar. Çok ithiyar olan Sirianus onu Plutarhos'a tanıtıyor.

Proklos, felsefe eğitimini Atina'da Plutarkhos ve Syrianos'un yanında sürdürdü. onların ardılı olarak Eflatun'un İ. Ö. 387 yılında kurduğu akademinin yöneticiliğine getirildi. Orada, üçüncü yüzyıl Yunan düşünürü Iamblikhos'un karmaşık metafizik kurgula-

rına ağırlık veren Yeni Eflatuncu düşüncelerinin sistemleştirilmesine katkıda bulundu. Sirianus ve Plutarkhos, Proklos'a Eflatun'un Phedon'unu yorumluyorlar. Proklos, bir yandan da Pisagorcular türünde matematik çalışmalarına koyuluyor. Öğretmenleri, oruçlarını ve tapınmalarını azaltması için kendisine telkinde bulunuyorlarsa da, Proklos onlara, "Bedenim, gitmek istediğim yere kadar beni götürecek ve orada ölecektir" yanıtı veriyor. Atina'daki Yeni Eflatuncu Okulun başına geçerek, müzik, dilbilgisi, güzel konuşma ve siyaset sorunları üstünde çalışmalar yaptı.

Proklos Diadokos'un Atina'ya gelişinden iki yıl sonra Plutarkhos ölmüş ve Sirianus'a kendinden sonra Proklos Diadokos'u Atina Okulu'na başkan seçmesini vasiyet etmiştir. Sirianus, genç Proklos'u evine alarak bir daha terk etmemiş ve Atina Okulu için kendisinden büyük hizmetler ummuştur. Proklos Diadokos, üstünlüğünü hiç ileri sürmeden, kendisini daima koruyucusunun öğrencisi saymış ve kendi özel görüşlerini bile ona yüklemiştir. Sirianus, ona önce Olimpiodor'dan okuttuğu Aristo felsefesini yeni baştan okutmuştur. Fakat bu fırsatta daha çok Eflatun'un felsefesini anlatmıştır. Bu nedenle Proklos Diadokos, bir taraftan Aristo'nun madde ve duyulara dayanan felsefesini, bir taraftan da Eflatun'un fikirler kuramını kavradı. Sirianus sayesinde keramet sırlarını öğrenmiş oldu. Plutarkhos'un kızı Asklepijeni, ona kaldelilerin önceden haber verme ve kerametçiliği hakkında geniş bilgiler vermiştir.

Proklos Diadokos, bu nedenle Orfecliğe ilişkin şiir ve önceden haber verme üzerinde de düşünmeye koyulmuştur. Yirmi sekiz yaşındayken yazdığı Time'ye İlişkin Yorumlama'sı çok geniş bilgilerle doludur. Tüm Antik felsefe bundan yararlanmıştır. Iamblikhos gibi Proklos da Hıristiyanlığa karşı çıkarak bütün gücüyle putperestliği savundu.

Proklos, Sirianus ölünce, Atina Okulu'nun başına geçti. Düşmanları kendisine karşı ayaklanınca, bir yıl kadar Asya'ya geçti. O hiç evlenmedi. Plotinos gibi dostlarının yetim çocuklarına koruyuculuk yaptı. Çok öfkeli bir adam olmasına karşın, kendisine hakimdi. Son hastalık günlerinde acılar çekip durmakta olduğu yatağında ilahiler okumuş ve etrafındakilere, dayanma, sabır ve az ile yetinen örneği olmuştur. Yaşamı boyunca eti ancak rica ve ısrarlar üzerine tatmıştır. O, kendisini tüm dinlerin başı ve rahibi saymış, fakat bu dinlerin hiç birini kabul etmemiştir. Yunan dininin oruçlarına, Kaldelilerle Mısırlıların dinlerideki oruçları ve buyrukları da eklemiştir. Önceden haber veren kişilerin öğütlediği temizliği yapmak için, her ay bir kez denize girmiştir. Proklos Diadokos, Plutarkhos'un yeğeniyle Pisagorcular biçiminde dost olmuştur. Onun kandırıcı güzel söz söyleme ustalığı ve sanatı vardı. Bir gün Rüfinüs onun dersinde bulunmuş, kedisine bir Tanrı önündeymiş gibi tapmış ve pekçok kurbanlar kesmişse de kabul ettirememiştir.

Marianus, Proklos'dan kendisine Orphe'yi yorumlamasını rica etmişse de, o düşünde Sirianus'un bunu baskılarla yasak ettiğini ileri sürerek öğrencisinin bu isteğini kabul etmemiştir. Onun yapıtları doğu ve batı Hıristiyanlarını çok etkiledi. Onu her

zaman örnek olarak aldılar ve öyle yorumladılar. Onun bu görüşleri Arap dünyasına da yansıdı. Nedenler Kitabı, İlahiyat Kurumu, Eflatuncu İlahiyat, Devlet ve I. Alkibiades gibi eserleri günümüze kadar gelmiştir. Bunlarda Eflatun üzerine yorumlar oldukça belirgindir. O, özgün bir düşünür olmaktan çok sistemleştirici ve yorumcu olarak tanınmakla birlikte astronomi, matematik ve dilbilgisi gibi felsefe dışı konularda da yapıtlar verdi. Ayrıca yedi ilahi ile biri ustası Sirianus'la kendi ortak mezarı olmak üzere iki mezar yazıtı yazdı. Atina'da ardılı Marianus'un kalem aldığı Proklos'un Yaşamı adlı yaşamöyküsü vardır.

Proklos Diadokos, önceden haber vermeye ilişkin yorumlamalarla koleksiyonlar elde etmek için beş yıl daha geçirdi. Önceden haber veren Kaldeliler hakkında birtakım üçlükler hazırladı. Güya, Petrark, ona düşünde oluşturacağı üçlüklerin sayısı kadar yaşayacağını bildirmiş ve Proklos Diadokos da bunun yetmiş yıl olacağını önceden anlamıştır. Oysa Proklos Diadokos, yetmiş beş ay yılı yaşamışsa da bunun son beş yılı tam bir zayıflık içinde geçtiğinden, kendisi bu önceden haber vermenin doğru olduğunu söylemiştir. Onun doğaya hükmeden ve buyuran bazı güçlere sahip olduğundan da söz edilir. Örneğin, rüzgar estirmek, yağmuru durdurmak, depremlerin önüne geçmek... gibi bu türlü kuvvet ve inançlar, genel olarak İskenderiye Okulu üstün bilgi ve yeteneği olanlar için de ileri sürülür.

Yaşamı ve alışkanlıkları böyle efsanelerle dolu olan Proklos Diadokos tüm yaşamını astronomi, müzik, geometri ve politika gibi tüm somut duyularla anlaşılan bilgilerle geçirmiş, felsefede tüm okulları derinden öğrenmiş, tüm dinleri kavramış, ermişlik işleri kendisi için bir giz olmaktan çıkmıştır. Beden yapısının güzelliği, ilham veren güzel söz söyleme yeteneği, ozanca heyecanları, karekterinin ciddiliği, kendisine Plotinos'unki gibi zaferler ve ünler kazandırmıştı. Onun, günde beş saat ders verdiği de görülmüştü. Proklos Diadokos'un yaşamı hakkında Marianus'un verdiği bilgilerin özeti bunlardır.

Proklos'un matematiğe ilişkin olan düşünceleri, Pisagorcu geleneklerden yararlanmış olan Eflatun'un düşüncelerine yakındır. Eserlerinde görülen tanıtlama gücü bu yöndedir. Tanrıbilim Öğeleri adlı eserinde, düşüncelerini iki yüz on iki önermede özetlemiştir. Bunlardan her biri, diğeri tarafından geometrik şekil biçiminde tanıtlanmak için uğraşılmıştır.

İ. Ö. 325 yılından öncesinde matematik tarihi konusunda yazılmış eser elimizde yoktur. Yazılanlar da zamanla kaybolmuşlardır. Yalnız Aristo'nun öğrencisi olan Rodoslu Eudemus da İ. Ö. 325 yıllarında matematik tarihi ile uğraşmış ve yazılar yazmıştır. Onun çalışmaları da zamanla ne yazık ki kaybolmuştur. Tüm bu çalışmaları derleyen ve yazan hatta bazılarını yorumlayan bir tek kişi vardır. O da İ. S. 450 yıllarında yaşayan Proklos'tur. Hatta, Eudemus'un çalışmalarına dayanarak, Euclides'in Elements adlı kitabından önceki çalışmaları o yorumlamıştır. Bu nedenle Proklos matematik tarihine geçmiştir. O, kendisinden önce gelen bilim adamlarının yapıtlarını inceleyen

ve eskiler hakkında en iyi bilgileri veren bir ansiklopedidir. Proklos, Euclides'in Elements adlı kitabının yorumunu yaptı. Bu yorum, eski Yunan matematik tarihine ilişkin yazılmış en güvenilir ve açık kaynaktır. Bu yapıtın adı, "Commentary on the First Book of Euclides' Elements" şeklindedir. Bu yapıt 1873 yılında Leipzig'de G. Friedlein tarafından bastırılmıştır.

Proklos, tam sekiz yüzyıl sonra Eudoxus hakkında ilk kitap yazanlardandır. Eudoxus'un geometri hakkında çok sayıda teoremi ispatlandığı ve adı söylenmeden "altın oranlar"ı kullandığını yazmıştır. Menaechmus'un çok iyi bir geometri çalışması yaptığını da söyler.

Kıral Ptolemaios bir gün Euclides'in geometri dersini dinler ve konuyu anlayamaz. Bunun üzerine I. Ptolemaios Euclides'e, "Geometriyi daha kolay yolla öğretecek bir yol yok mu?" diye sorar. Euclides'in yanıtı şöyledir: "Kıralım, kırallığa gidecek yol gibi geometriye giden kolay bir yol yoktur". Bu konuşmalar yine Proklos'un kitabında yer almıştır.

Proklos, matematikçiliğinden daha çok iyi bir düşünürdü. Onun matematik tarihine geçişi, eski döneme ilişkin yapılan matematik ve geometrileri incelemek, yorumlamak ve bu bilgilerin bugüne gelmesini sağlamak olmuştur. Bunu da kendisinde bulunan ve Eudemus'a ait olan Geometri Tarihi adlı kitaptan almıştır. Ayrıca, şimdi kaybolmuş olan Pappus'un Elemanlar Üzerine Yorumlar adlı yapıtı da ona ışık tutmuştur. Eskiçağın gelip geçmiş en iyi yazarı ve yorumcusunun Proklos olduğu söylenir. Felsefe, astonomi, astroloji, aritmetik, geometri ve matematik tarihi hakkındaki yorumları ve kitapları eşsiz birer kaynaktır. Sadece yorum yapmakla da kalmamıştır. Düzlemsel eğriler üzerine çalışmaları da vardır. Pratik aritmetik üzerine calculus adlı bir kitabı da vardır.

CAPELLA (420 -490)

Cassiodorus'tan çok az önce parlayan Martianus Mineus Felix Capella, büyük bir olasılıkla 420 yılında Kartaca'da doğdu. Capella, Nuptials of Philology and Mercury adlı ansiklopedinin yazarı olarak tanınır. Bu ansiklopedinin ilk baskısı 1499 yılında Vincenza'da yapıldı. Ansiklopedi, düzyazı ve şiir şeklinde yazıldığı gibi, bir yerinde geometri ve bir yerinde de aritmetik konuları yer almıştır. Capella, bu ansiklopedide, sayıların sınıflarını ve özelliklerini geniş bir şekilde anlatır. Kitabın, Cassiodorus'un yazdıklarından daha kuru ve çekici olmayan bir yazılış biçimi vardır. Merkür ve Venüs gezegenlerinin, Dünya yerine Güneş'in çevresinde dolandıkları konusunda yazılan kısmı, De Astronomia adı altında yazılmış ve 1592 yılında basılmıştır. Capella, Yunan matematikçilerinden çok, Boethius ve Cassiodorus ile ilişki kurmuş, onların matematiğiyle uğraşmıştır. 490 yılında ölmüştür.

Beşinci yüzyıl kapanmadan önce, Suriye'de Damascus şehrinde doğan ve doğduğu bu şehirden ismini alan Damascus, Yeni Eflatuncuların sonuncusudur. Proclus'tan (485) sonra gelen Marinus'un öğrencisi olan Damascus, 510 yıllarında Atina'daki okulun müdürü oldu. Dinsizlerin okulu olarak kabul edilen bu okul Bizans İmparatoru Justinian (483 - 565) tarafından kapatılınca, Damascus İran'a gitti. Fakat orada fazla rahat edemedi ve beş yıl sonra 534 yılında geri döndü. Atina okulunun kapanması buradaki bilginleri yıldıramadı. İstanbul'a taşınan bilginler, aynı paraleldeki çalışmalarını İstanbul'da sürdürdüler. Damascus'un çalışmaları daha çok felsefeye ilişkindir. Onun matematiğe yaptığı katkı, Euclides'in Elements adlı dizi kitaplarına on beşinci kitabı eklemesi olmuştur. Zaten Damascus, Euclides'in bu on beşinci kitabıyla matematik tarihine geçmiştir.

Damascus'un, İsidorus ve Eutocius adındaki iki öğrencisi vardı. İsidorus Miletliydi. 520 yıllarında ünlü olan İsidorus İstanbul'da yaşadı. Ascalonlu olan Eutocius, 480 yıllarında Ascolon'da doğmuş ve 560 yılları yöresinde İstanbul şehrinde ölmüştür. Eutocius, Apollonius'un Konikler adı verilen dizisinin ilk dört kitabı üzerine yorumlar yazmıştır. Onun bu yorumları Apollonius'un konikleri kadar değerli olan yapıtlarıdır.

Ascalonlu olan ve bu kentte doğan Eutocius'un en önemli çalışmaları Archimedes'in çalışmaları üzerine yazdığı çok sayıdaki yorumlarıdır. Onun bu yorumlarında, kübik denklemi konik kesitleriyle nasıl çözdüğü görülebilir. Zaten bu konuda Archimedes'in de çalışmaları vardı. Eutocius, Archimedes'in bu çözümlerini daha kolay anlaşılır hale getirerek bu konuları güncelleştirmiştir. Archimedes'in küre ve silindir üzerine olan çalışmalarına ilişkin yazdığı yorumlar, Eutocius'un iyi bir matematikçi ve yorumcu olduğunu gösterir. Dairenin kareleştirilmesi üzerine yazdığı yazı halen o dönemin matematiği düzeyinde değerli bir çalışmadır.

Eutocius, Archimedes'in fizik ve fizik yasaları üzerine olan çalışmalarını da incelemiş ve onlar üzerine yorumlar yazmıştır. Özellikle denge konusunu çok iyi işlemiştir. Eutocius'un son çalışması, Ptolemaios'ın Almagest'ini yorumlamasıdır. Ne yazık ki onun bu yorumu kaybolmuştur.

Eutocius, Apollonius'un konikleri üzerine yazdığı yorumları, İstanbul'daki Ayasofya Kilisesi'nin mimarı ve iyi bir matematikçi olan Trallesli Anthemius'un onurlandırılması şerefine ona sunulmuştur. Anthemius (534), iple elipsin çizilmesi ve On Burning-mirrors adlı bir kitabın yazarıdır. Bu kitap, parabolün özelliklerini inceler.

Anthemius ile birlikte Ayasofya Kilisesi'nin yapımında bulunan Miletli İsidodorus da iyi bir mimar ve matematikçidir. 520 yıllarında ünlü olan Miletli İsidorus, Sevilleli İsidorus (570 - 636) ile karıştırılmaması gerekir. Miletli olan İsidorus, Eutocius'un yapıtları üzerinde yorumlar yapmış bir matematikçidir. Özellikle Archimedes ve Apollonius'un eserlerini moda haline getirmiş ve onları tanıtmıştır. İsidorus, T-kare ve iple parabol çizimlerini yapmıştır. Ayrıca, uydurma olduğu sanılan Euclides'in Elements

adlı on dördüncü kitabını yazdığı ileri sürülmüştür. İstanbul'da önde gelen ve buradaki çalışmaları yönlendiren Eutocius, İsidorus ve Anthemius, Yunan matematiğini oraya taşıyan, özellikle Archimedes'in kitaplarının Yunan baskılarını ve Apollonius'un Koniklerinin lik dört kitabını İstanbul'a götüren bilginler olarak tanınırlar. Onların bu çalışmalarıyla, Archimedes ve Apollonius'un yapıtları günümüze kadar gelebilmiştir.

Miletli İsidorus, Atina'daki Eflatun Akademisi'nin son müdürlerinden biridir. Atina' daki bu okul, dokuz yüzyıllık bir süre boyunca birçok değişiklikler geçirmiştir. Proclus döneminde Yeni Eflatuncuların ve bu dönemin bilginleri için bir merkez durumuna gelmiştir. Fakat, 527 yılında başa geçen Bizans İmparatoru Justinian tarafından 529 yılında kapatılan Atina Akademisi, tarih boyunca bir daha kendini toparlayamamıştır. Bu olayla büyük Yunan bilimi çökmüş ve bir daha da kendine gelememiştir. Atina Akademisi'nin kapatılmasıyla, bu okulda bulunan bilginler Avrupa ve Asya'ya yayılmışlar, çalışmalarını buralarda sürdürmüşlerdir. Şüphesiz, Atina Akademisi'nin 529 yılında kapatılmasıyla hemen matematik son bulmamıştır. Sadece Atina bilim merkezliğini kaybetmiştir. Bundan sonraki bilim merkezleri Roma ve İstanbul kentleri olmuştur.

BOETHİUS (470 - 526)

Anicius Manlius Severinus Boethius 470, 475 ya da 480 yıllarında İtalya'da Roma'da doğduğu sanılıyor. Adı Latincede Boetius olarak söylenir. Kendisi bir Roma vatantaşıydı. Romalı bilgin, düşünür, matematikçi, edebiyatçı, söylevci ve Ortaçağ skolalastik çağının kurucusudur. Aynı zamanda devlet adamı ve yöneticisidir. Değişik alanlarda çok sayıda kitap yazmıştır. Boethius, Roma'nın seçkin Anicii ailesinden gelir. Kendi açtığı ve yarattığı tartışmalı dönemde yaşadı. Doğruluğu ve yiğitliği yüzünden eziyetler görmüş, korkusuzluğu yüzünden idam edilmiş, daha sonra kilise tarafından Katolik şehit olarak kabul edilmiştir. Ününü, şerefini ve bilginliğini yazdığı kitaplarla kazanmış, ileri düzeyde olan matematik kitapları manastır okullarında yüzlerce yıl ders kitabı olarak okutulmuştur.

Boethius'un en eski ve en özlü yaşam öyküsünü kendisi gibi senator olan Cassiodorus tarafından yazılmıştır. Eğitimini Atina'da tamamladığı söylenir. Bu söylenti biraz şüphelidir. Fakat çok iyi bir Yunanca bilgisi vardı. Yunanca ve Latince söylevciliğinin başarısı yanında Kıral Theodorich'in ölümünde yaptığı güzel konuşmadan da söz edilir. Cassiodorus, Boethius'un ilahiyat yazılarının yanında kır hayatını ve törelerini anlatan bir şiir bestesi bulunduğunu, en çok da Yunancadan yaptığı mantık ve matematik çevirileriyle ünlendiğini yazar.

Boethius soylu ve aristokrat bir aileden gelir. Babası Roma konsüllerinden Manlius Boethius'du. Boethius, İmparator Olybrius'un da üyesi olduğu ve yaklaşık bir yüzyıldır

Hıristiyan olan Roma'nın eski ailelerinden Aniciuluslardandır. 487 yılında konsül olan babası oldukça ünlüydü. Fakat babası kısa bir süre sonra ölünce Boethius, Beşinci Aurelius Memmius Symmachus tarafından büyütüldü ve sonradan onun kızı Rusticiana ile evlendi. İtalya'nın imparatorluk yönetimine el koyan Ostrogot Kıralı Theodoricus döneminde 510 yılında konsül oldu.

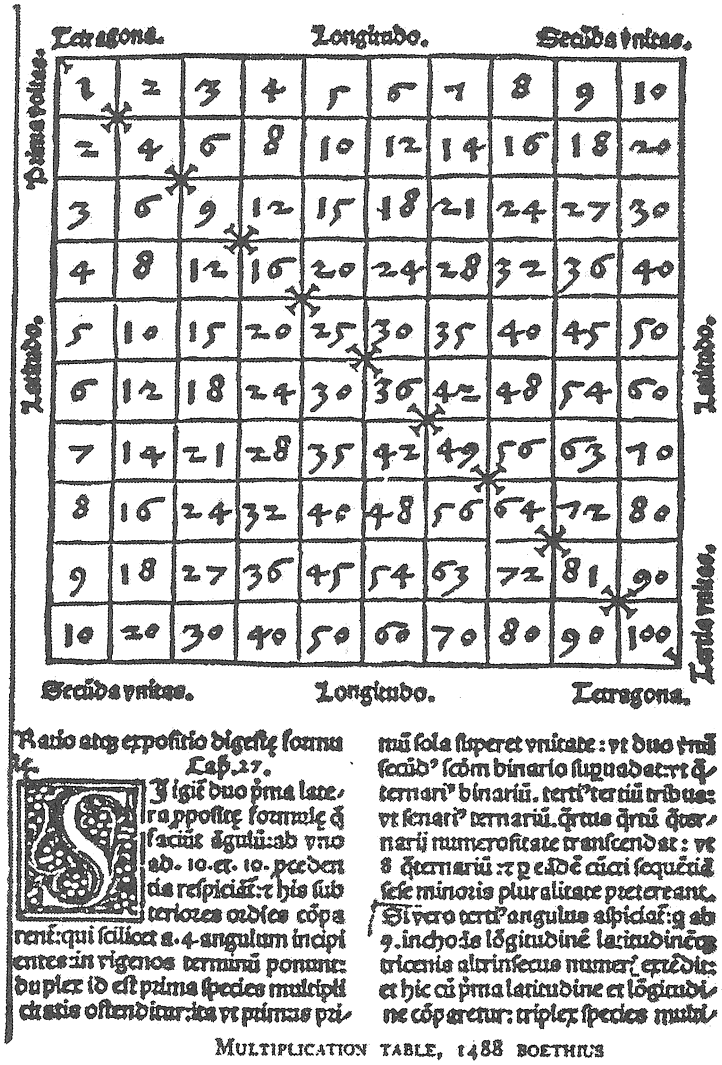
Eğitimi konusunda çok az bilgi bulunmakla birlikte Yunancayı çok iyi bildiği anlaşılmaktadır. Birinci yüzyılda yaşamış olan Filistinli matematikçi Geraslı Nicomachus'un Yunanca elkitaplarını temel alan aritmetik ve müzik konusundaki ilk çalışmaları günümüze kadar ulaşmıştır. Buna karşılık Euclides'e dayanan geometri yazılarının çok azı günümüze kadar ulaşırken hiç bir astronomi yazısı geriye kalmamıştır. Astronomiye ilişkin yazılarının tümü zamanla kaybolmuştur.

Ortaçağ'da onun mantık, aritmetik ve Tanrıbilime ilişkin olan eserleri çok önem kazanmıştı. Boethius'un bilimsel amacı, Aristo'nun ve Eflatun'un yapıtlarını yorumlayarak Latinceye çevirmek ve onların düşüncelerini uyum içinde yeniden düzenlemek olduğu söylenebilir. Bu iki düşünürün düşüncelerinin birbirlerine aykırı olmadıklarını kanıtlamaya çalışarak Romalılara Yunan felsefesini tanıtmıştır. Çiçero'yu örnek alarak kendisini Helenizme adamış, Aristo'nun mantık üzerine altı denemeyi içeren Organon'u ile bu yapıt üzerine yapılmış Yunanca notları çevirerek uzun süren ve zor bir işi başarmışdır. Boethius, daha önce Victorinus'un çevirmiş olduğu Porphirios'a ilişkin Konuşmalar adlı eserle bu Yeni Eflatuncu düşünürün Eisagoge adındaki Mantığa Giriş'ini yorumlamış ve bu eseri ayrıca kendisi de çevirmiştir. Bundan başka Aristo'nun çok sayıda kitabını Latinceye çevirerek yorumlamıştır. Yunanlı birçok düşünürün yapıtlarını bir uyum içinde yorumlayarak yeniden düzenledi. Bu konuda çok sayıda kitap yazdı.

Tanrıbilim üzerinde çok sayıda yorumları vardır. Kendisi Katolik Hıristiyan inancını benimsedi. Boethius'un Tanrıbilim konusundaki bütün yazıları zaman zaman kuşkuyla karşılaşmıştır. Çünkü, mantıkla ilgili yapıtlarında ve sonrakilerde Hıristiyanlıktan iz yoktur. 520 yılında yönetim ve saray hizmetleri başkanı oldu. 522 yılında iki oğlunu birden konsül yaptı. Ona iyilik ve bağışta bulunan Bizans imparatoru Theodorich aleyhine kurulan Romalılar derneğine girdiği için yakalanarak hapsedildi. Zamanla kıraiın gözünden düştü ve çok eziyetler edildi. Uzun bir süre hapisanelerde kaldı. Burada bir kitap daha yazdı. Pavia'da geçtiği sanılan tutukluluğu uzun yıllar sürdü. Sonra 23 Ekim 526 günü idam edildi. Ölüm tarihi bazı kaynaklarda 524 veya 525 olarak geçer. İdam edilme nedeni de tam açık değildir. Bu politik ya da Katolik dini yüzünden olabilir. Kemikleri sonradan mezarından çıkarılarak Pietro Kilisesi'ne yerleştirildi ve Katolik dini şehidi olarak saygı gördü. Dante tarafından ölümü onurlandırıldı.

Boethius, hapishanedeyken yazdığı De Consolatione adlı yapıtı onu suçlama olayını kanıtlamakla birlikte, bu suçlamaların içeriğine ilişkin bilgi vermemektedir. Roma ve İstanbul kiliseleri arasındaki bölünmenin 520 yılında giderilmesinden sonra, Boethius ve başka bazı senatörlerin, Theodorich gibi Ariusçu olmayan Ordodoks Bizans imparatoru ile ilişkileri olduğundan kuşkulanıldı. Boethius, Theodorich'e karşı gelerek imparator İustinos'a mektup yazdığı için, ihanetle suçlanan Senatör Albinus'u açıkça savundu. Boethius ise ihanetin yanında büyücülük ya da kutsal şeylere saygısızlıkla da suçlandı. Suçlamaları şiddetle kubul etmediyse de, Senato baskı altında büyük olasılıkla hükmü onayladı. Boethius'un yaşam öyküsünü yazan senatör Cassiodorus da bu konuda kesin ve açık bilgiler vermemektedir.

Boethius'a göre, evrene sert ve kaba bir yasa hükmetmektedir. Onu Tanrısal bir güç yönetmektedir. Tanrının planlarıyla insanın anlayışları arasında farklar vardır. Yani bunlar birbirlerine uygun değildir. Bu evrende her iyiliğin Tanrısal plana dahil olduğunu, bu nedenle kötülük ve eşitsizlik olarak gördüğümüz şeylerin gerçekte Tanrısal hayır planına uygun bulunduğunu da anlatan Boethius, başına gelmiş olan kötülüklerin bir avuntusunu vermiştir. Onun yapıtları, eskiçağlar kültürünü, yeniçağlara tanıtması



Boethius'un çarpım tablosu.

bakımından önemli olduğu gibi, bizim kötülük saydığımız durumların, Tanrısal niyet ve planda birer hayır olduğunu anlatmak suretiyle iyimser felsefelere kaynaklık etmiştir. Ahlak bakımından da erdem yollarını sabır ve her şeyi Tanrıya bırakma gibi kaderci düşüncelere bağlamıştır.

Boethius, Pisagor ve Çiçeron'u da incelemiştir. Ayrıca müzik ve matematikle de uğraşmıştır. Boethius'un çeşitli değişimlerin ve felaketlerin yaşandığı bu çağdaki kararlı düşünsel etkinlikleri, sonraki dönemlerde çok etkili olmuştur. Ayrıca, Eski Yunan

uygarlığının terimleme konusundaki titizliği, Yunancanın az bilindiği dönemlerde bunları Latinceye aktararak yaşatabilmiştir.

Ptolemaios ve Boethius.

Müziğin ve müzik aletlerinin matematikle ilişkisinin incelemesi oldukça eskidir. Bu konu Euclides, Pisagor, Eflatun, Nicomachus ve Boethius tarafından derinlemesine incelenmiştir. Bunlar arasında Boethius, Nicomachus'un çalışmalarından alıntı yaparak bu konunun günümüze kadar gelmesine yardım etmiştir. Resimde, eskiçağlarda müzik üzerinde çalışan dört matematikçi görülmektedir. Bunlar sırasıyla, Boethius, Pisagor, Eflatun ve Nicomachus'tur.

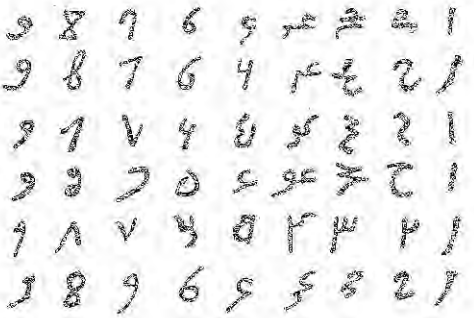
Cassiodorus, Campania'daki Vivarium'da bir manastır kurduğu zaman Roma'daki kitaplığını buraya yerleştirdi. Boethius'un insanlarla ilgili bilimler konusundaki kitaplarını ve çevirilerini, keşişlerinin eğitim ilkelerini belirten açıklamalı okuma listesine aldı. Böylece, eski aristokraisinin bazı edebi alışkanlıkları da manastır geleneğine katıldı. Boethius mantığı, Ortaçağ ruhban sınıfının eğitimine, manastır ve saray okullarına egemen oldu. Onun çeviri ve yorumları ortaçağ Skolostizminin temel metinleri haline geldi. Porphyrice üzerine yazdığı yorumun bir paragrafı Adcılık ve Gerçekçilik arasında çıkan büyük tartışmaya yol açtı. Hapishanedeyken yazdığı De Consolatione yerel dillerin tümüne çevrildi. Daha sonra diğer Avrupa devletlerine yayıldı.

Eski ve yeni işlemleri karşılatıran ve Boethius'la ilgili bir resim.

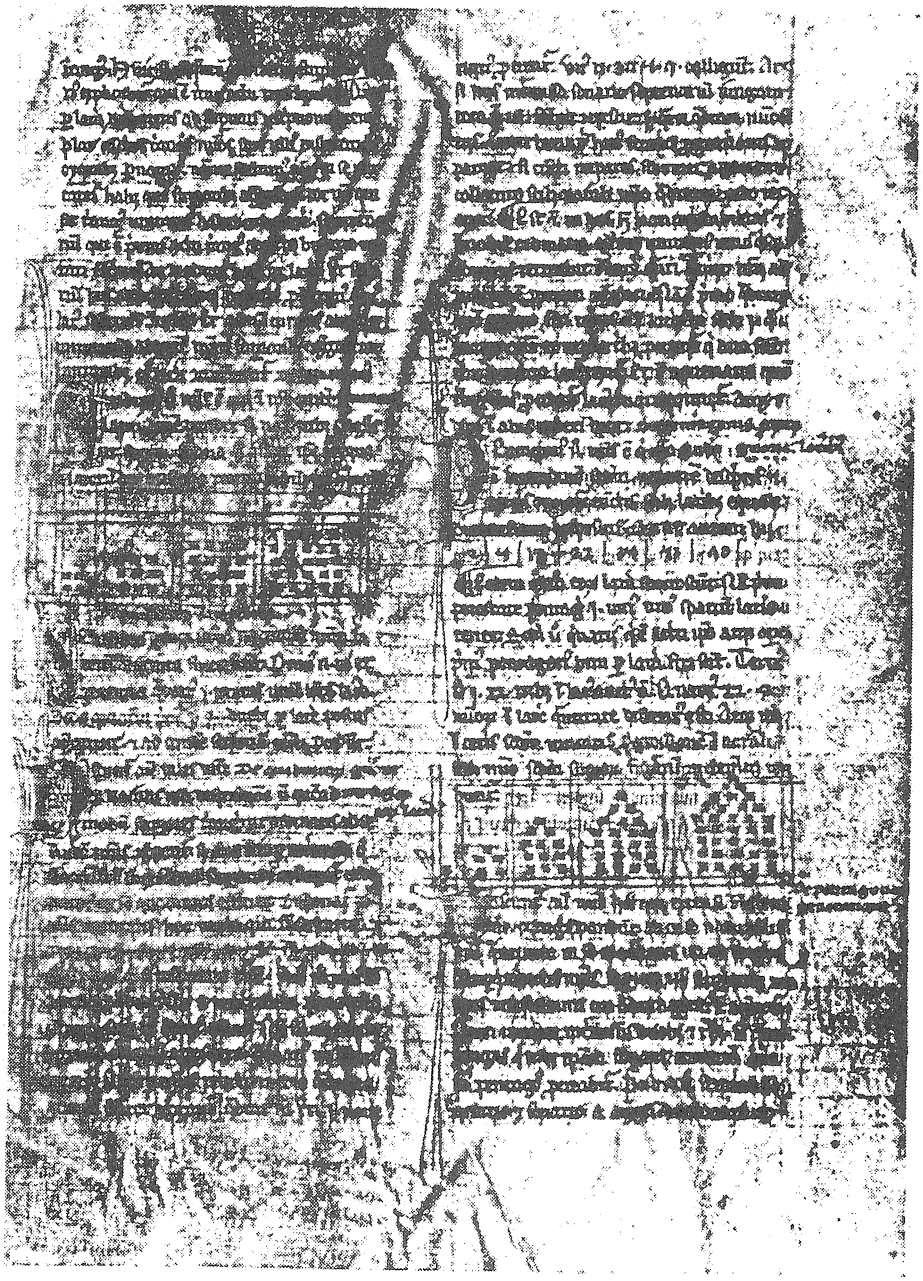
Yeni rakamlarla ilk uğraşan Avrupalı bilgin Gerbert'tir (945 - 1003). 971 yılında İspanya'ya gitmiş, burada 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ve 9 rakamlarıyla hesap yapmayı Barselona'da Batı Arapları denen Endülüs Emevileri'nden öğrenmiştir. Aslında bunlar Hintlilerin Gobar rakamlarıydı. Fakat Gerbert sıfırı (0) bilmiyordu.

Gebert, Hintlilerin rakamlarıyla hesap yapıyordu. Onun ünü bu nedenle Avrupa' da tam sekiz yüzyıl sürdü. Fakat, bu rakamlar doğrudan doğruya Hindistan'dan değil de, Kuzey Afrika ve İspanya'ya kadar uzanan Endülüs Emevilerinden alındığı için, Avrupalılar bu rakamlara Arap rakamları dediler. Böylece, Hint rakamı adı nesiller boyunca unutuldu gitti. Tarih boyunca ve halen yanlış anlamlara neden olan, hatta ünlü

Gobar rakamlarını gösteren bir kabartma.



Gobar rakamları.



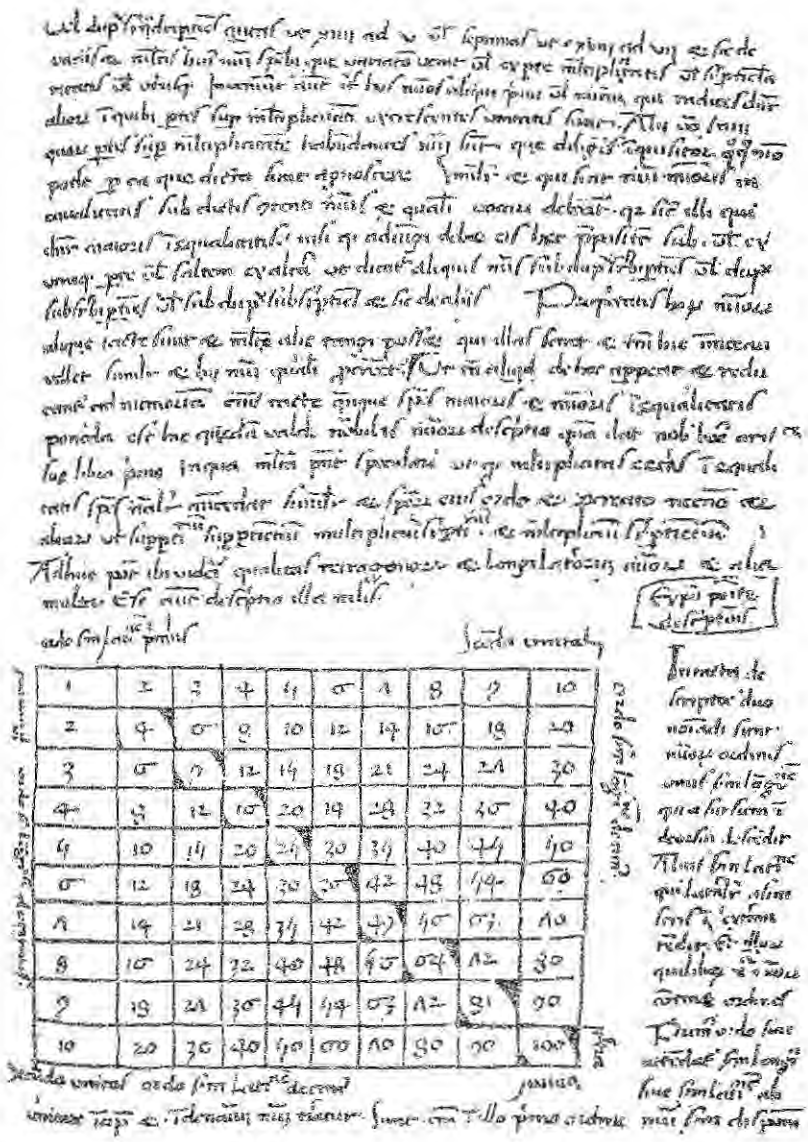
Bu sayfa, Boethius'un Aritmetica adlı kitabından bir elyazmasıdır. Halen Mr. Plimpton Kütüphanesi'ndedir ve 1294 yılları yöresinde yazılmıştır. Burada Roma rakamları yerine modern rakamların kullanıldıkları görülmektedir.

coğrafya bilgini Alexandr von Humboldt'u bile tuzağa düşüren bir kitap vardı. O da Boethius'un" Geometrie des Boethius" adlı yapıtıydı. Boethius Eskiçağın sonlarında bir ders kitabı yazmış ve bu kitapla çok ünlü olmuştu. Aslında bu kitap Filistinli matematikçi Geraslı Nicomachus'un "Arithmetic" adlı yapıtının bir çevirisinden başka bir şey değildi. Hintlilerin Gobar rakamlarının kargacık burgacık bir şekle sokan bu kitabın kapağında yazar olarak Boethius'un adı yazılıydı. Gerçekte, bilginleri büyüleyip kendisine hayran bırakacak ortada bir şey de yoktu. Daha Boethius'un yaşadığı ve Theodorich'in İtalya'da egemen olduğu beşinci yüzyılın başlarında batıda Hint rakamlarına karşı bir yasak vardı. Bu dönemde Türkler ve Araplar da bu rakamları öğrenmemişlerdi. Hint rakamları İpekyolu tüccarları ve kervancıları aracılığıyla batıya taşınıyordu. Boethius bu rakamlarda bazı değişiklikler yapmıştı.

İspanya'da 976 yıllarında kullanılan en eski ve sıfırsız olan Gobar rakamları.

Hintlilerin basamakları sağdan sola doğru yükselmekte ve rakamlar bu dizilişte değerlerini almaktaydı. Rakamların bulundukları basamaklara göre değer kazanmalarını Boethius çok iyi biliyordu. Bu basamak değeri bir de Mayalarda vardı. Boethius'un idam edilmesinden sonra Hint rakamları da batıda kaybolup gitti. Boethius'un bu kitabı ilk kez on birinci yüzyılda ele geçti. Fakat Boethius'un Hint rakamlarına egemen oluşu ve onları kullanması bir anlam ifade etmeyeceğini Humboldt, Kosmos adlı yapıtında ileri sürmüştü. Fazla ümit veren tahminler de bir çıkmazın içine girdi. Böylece, Hint rakamları Avrupa'ya yanlış olarak Arap rakamları olarak yerleşti. Aslında batı Arapları dediğimiz Endülüs Emevileri Hint rakamlarını kullanıyorlardı. Oysa doğu Araplarının kullandıkları rakamlar bunlardan oldukça farklıydı.

Hint rakamlarıyla hesap yapan üç kişi vardır. Bunlar, Brahmagupta, Severus Sebokht ve Harizmi'dir. Aslında batıya etkili olan bu üç matematikçidir. Bu rakamları batıya ilk kez öğreten de papalık tahtındaki şair ve matematikçi Gerbert'tir. İslam dünyasında da, Hint rakamlarıyla ilk dersi veren bilgin, Fırat'taki kilise okulunun müdürü olan Severus Sebokht'tir. Fakat, Sebokht de Avrupa'ya Gerbert'ten daha etkili olamamıştı. Çünkü, her iki matematikçi de yalnız dokuz rakamı biliyor ve bu dokuz rakamla hesaplar yapıyorlardı. Sıfır rakamını ikisi de bilmiyordu. Batıya da doğuya da bu eksiksiz ve kusursuz bilgiyi yalnız bir tek kitap ulaştırdı. O da Hintli bilgin, astronom ve matematikçi Brahmagupta'nın Siddhanta'sıydı. Severus Sebokht'ten tam 114 yıl sonra bu yapıt 776 yılında Arapçaya çevrildi. Dönemin bilgin ve matematikçilerinin tümü bu kitapla eğitildi ve bu kitaba uydular.



Bu çarpım tablosu, Boethius'un kitabından 1500 yıllarında uyarlanarak hazırlanmış bir elyazmasıdır.

Boethius'un matematik üzerine yazdığı kitapları, Aritmetik ve Geometri'dir. Bir de müzik kosununda matematiksel bir kitabı vardır. Aritmetik ve Geometri kitaplarının ilk baskıları onuncu yüzyıllarda manastır okullarında ders kitapları olarak okutulmuştur. Daha sonraki baskıları da 1867 yılında Friedlein tarafından yapılmış ve Leibzig'de yayınlanmıştır. Müzik kitabı da dokuzuncu yüzyıllarda okutulmuştur. Fakat bu kitap zamanla kaybolmuştur.

Boethius'un Aritmetiği, Nicomachus'un çalışmaları üzerine olduğu halde, Geometrisi Euclides'in Elements adlı kitabı üzerinedir. Her iki yapıt da özgün değildir. Aritmetik kitabı sayılar kuramı, Geometrisi ise Euclides'in ispatlı geometrisiydi. Boethius'un kaynak kişileri Euclides, Nicomachus ve Theon'du. Yazdığı kitapları Ortaçağ'ın en iyi kitapları oldu.

Gobar rakamları beşinci ya da altıncı yüzyıllarda İpek Yolu'yla tüccarlar ve kervancılar aracılığıyla İskenderiye'ye kadar gelmişti. Boethius'un ilk yapıtlarında Gobar rakamları oldukça bozuk bir yazımla kullanılmıştı. Onun yazmalarında da henüz sıfır rakamı yoktu. Boethius'un kitaplarının daha sonraki baskılarında Gobar rakamları çıkarılmış, ancak onuncu yüzyıla doğru bu rakamlar yeniden kullanılmaya başlanmıştır. Bu aradönemde Gobar rakamlarının kullanılmasının yasaklandığı görülmektedir.

Boethius'un elyazması kitabında müzisyen matematikçilerden Boethius, Pisagor, Eflatun ve Nicomachus görülüyor.

Avrupalı matematikçiler her nedense permütasyon ve kombinasyon hesaplarıyla fazla ilgilenmemişlerdir. Onlar daha çok pratik yaşama ilişkin hesaplara ve hesaplamalara önem veriyorlardı. Avrupa'da permütasyon ve kombinasyonlar üzerine çalışan tek matematikçi Boethius'tur. Örneğin, n tane farklı şeyin ikili kombinasyonunun n(n – 1)/2 olduğunu Boethius'un kitaplarında görebilirsiniz.

Nicomachus, sayıları tek, çift, asal, yetkin (perfect) ve rasyonel sayılar olarak ayırıyordu. Aynı tür sınıflama Boethius'un aritmetiğinde de vardır. Poligonal ve katı şekillerin sayıları dışında oran ve orantılar, diziler Boethius'un aritmetiğinin özelliğiydi. Boethius'un kitaplarında yazılan hesaplar ya abaküs ya da çarpma cetvelleriyle yapılıyordu.

Hypatia'nın 415 yılında öldürülmesiyle İskenderiye Okulu kapandı ve İskenderiye'nin bilim merkezi olması nasıl sona erdiyse, Boethius'un 426 yılında idam edilmesiyle Batı Roma İmparatorluğu'ndaki eski matematik de son buldu. Zaten Batı Roma İmparatorluğu da 476 yılında yıkıldı. Boethius'un öldürülmesinden sonra bu çalışmalar Atina ve İstanbul'da birkaç yıl daha devem ettirildi. Fakat onlar da fazla uzun ömürlü olamadı.

Nicomachus, teksayıları $1 = 1^3$, $3 + 5 = 2^3$, $7 + 9 + 11 = 3^3$, $13 + 15 + 17 + 19 = 4^3$, . . . şeklinde gruplayınca bunların toplamlarının, pozitif tamsayıların küplerine eşit olduklarını gördü. Bu özellik Boethius'un kitabına da aynen geçti. Boethius'un müzikle ilgili matematiksel çalışmaları özgün olmayıp Nicomachus'tan aynen aktarma, bazıları da Euclides'ten ve Ptolemy'den alınmaydı. Astronomiye ilişkin olan kitabı da yine Ptolemy'den yararlanılarak yazılmıştı.

CASSİODORUS (490 - 585)

Tam adı Flavius Magnus Aurelius Cassidorus olan matematikçi, 490 veya 480 yıllarında Ostrogot Krallığı'nda Bruttiun'un Scylletium kentinde doğdu. Bu matematikçi, tarihçi, devlet adamı ve ünlü bir keşiştir. Barbar tehdidinin belirdiği dönemde Roma kültürünün korunmasında önemli bir görev üstlenmiştir.

İtalya'da Ostrogot Krallığı'nın egemenliği döneminde, 507 ile 511 yılları arasında konsül yardımcılığı ve 514 yılında konsül ve Theodoric'in ölümü üzerine de 526 yılında yönetim ve saray hizmetleri başkanı olarak görev yaptı. Athalaric'in yönetimi sırasında 533 yılında imparatorluk koruma birliği komutanı oldu. 540 yılından az sonra emekliye ayrıldı ve Roma kültürünü yaşatmak amacıyla Vivarium Manastırı'nı kurdu. Büyük bir yazar ve bilgin değildi. Hıristiyan ve Hıristiyan olmayan yazarların yazmalarını toplayarak manastırdaki keşişlere kopya ettirdi. Onun bu girişimi sonraki yüzyıllarda baş-

ka yerlerdeki çalışmalara örnek oldu. Dilbilim, güzel sanatlar, aritmetik, geometri, astronomi ve müzik üzerine eserler verdi. Onun bu çalışmaları Ortaçağ boyunca okullarda ders kitabı olarak okutuldu. O dönemler için en iyi kitaplar Cassiodorus tarafından yazılmıştı.

Cassiodorus'un yapıtları iki grupta toplanabilir. Birinci grubu oluşturan tarihsel siyasi içerikli yapıtını 537 yılında ya da bu tarihten az sonra yazdı. Bu yapıt on iki kitap halinde yayınlanan Variae'dır. Hazreti Adem'den 519 yılına kadar geçen dönemin tarihini anlatan Chronicon adlı kitap 519 yılında yayınlandı.

Cassiodorus'un ikinci grup yapıtları Tanrıbilim ve dilbilgisi konuları üzerinedir. Bunlar da Ruh Üzerine, Dinsel ve Din Dışı Edebiyatın Kurumları kitaplarıdır. Keşişler için yazılan bu sonuncu kitabın ilk bölümünde kutsal metinlerin incelenmesini ele alır. Belki de bu konudaki en önemli kitabı budur. Hıristiyanlığın kurucularından ve tarihçilerinden söz eder. Ortaçağ'da yaygın bir biçimde yaralanılan ikinci bölüm ise, yedi sanatın özlü bir açıklamasını yapar. Cassiodorus'un yaptığı çalışmaların tümü daha sonra toplandı ve 1584 ile 1598 yılları arasında Paris'te yeniden yayınlandı.

Cassiodorus'un 93 yaşındayken sekiz dilbilgisi yazarının yapıtlarından derlediği İmla Üzerine adlı kitabı, sonradan kaybolmuş yapıtlardan aktarmalar içerdiği için çok önemlidir. Bir başka yapıtı olan Beşeri Bilimler adlı kitabında Ortaçağ başlarındaki müzik kuramının başlıca kaynaklarından biri olan Müzik Kurumları yer alır.

Aritmetik, geometri ve astronomi konularında da kitapları bulunan Cassiodorus, doğumu gibi ölüm tarihi de kesin değildir. 575, 564, 566 veya 585 yılında ölmüştür.

İSİDORUS (570 - 634)

Yedinci yüzyılın en ünlü ansiklopedistlerinden biri olan papaz Sevilli İsidorus 570 yılında İspanya'da Sevil'de doğdu. Onun yaşadığı dönemde Avrupa karanlık çağdaydı. Boethius'un (475 - 524) ölümünden sonra bilim ve fen alanının klasik döneminde ufak kıpırdanmalar görülür. Örneğin Saint Quen (609 - 683), Homer ve Virgil'in çalışmaları hakkında konuşur, şiirlerini ve yazılarını tanıtmaya çalışır.

Tullius, Çiçero ve Tourslu Gregory (538 - 594) bu sıralarda ateşli söylevler ve çalışmalar yapar. İşte bu sıralarda Capella okuyucu meraklıları için bir ansiklopedi hazırlar. Bu plan çerçevesi içinde büyük ansiklopedist Sevilli İsidorus'u görürüz. Onun azizler listesine kabulü 1598, yortu günü de 4 Nisan 1598 günüdür. Latin kilisesi babalarının sonuncusudur.

İsidorus.

İsidorus, yaklaşık 600 yıllarında kardeşi Aziz Leandrus'un yerine Sevilla başpiskoposu oldu. Bu dönemde İspanya Kilisesi'nde, bir dizi konsil toplandı. İsidorus'un başkanlık ettiği Toledo Konsili'nde 633 yılında, öteki siyasal ve dinsel konuların yanı sıra kiliseyle devlet arasında birliğin kurulması, Yahudilere hoşgörülü davranılması ve Missa ayinlerinde bir örnekliğin sağlanması yolunda kararlar alındı. İsidorus'un Ariusçu Vizigotlara resmi Hıristiyan öğretisini benimsetme çabalarını başarıyla sürdürdü.

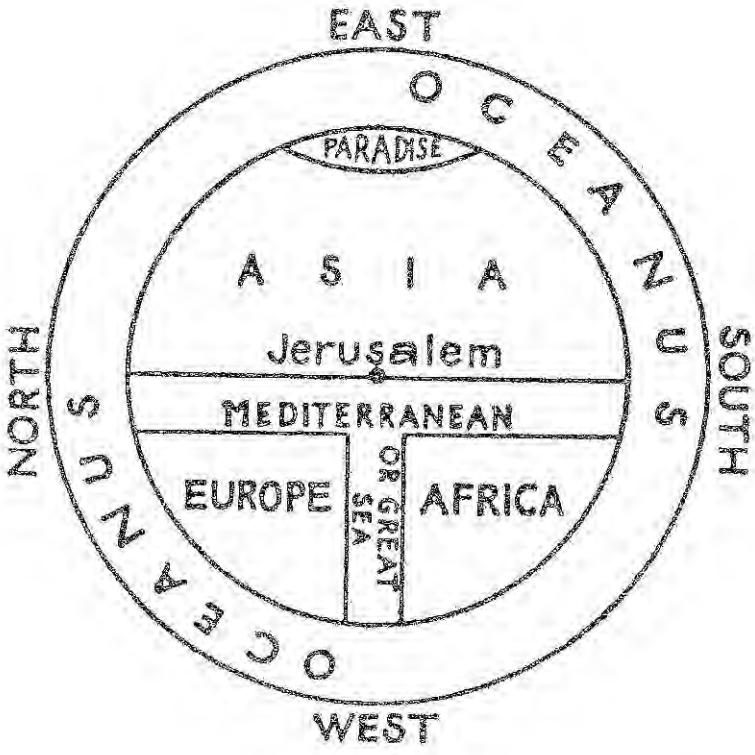
Ortaçağ halk kültürüne en geniş ölçüde hizmet edenlerden biri İsidorus'tur. En ünlü eseri Kaynaklar ya da teknik adıyla Etimoloji adlı yapıtıdır. Bu yapıt kendi deyimi ile, "Eski kitapların anılarına göre bazı şeylerin kaynaklarını" inceler. Bir tür ansiklopedi olan bu eser tam yirmi kitaptan oluşur. Bu dizi, önceki ansiklopedilerin, uzmanların ve çeşitli Latin yazarlarının yapıtlarına dayanıyordu. Yapıtın etimolojiyle ilgili beşinci kitabı sonraki sözlük yazarları için çok değerli bir kaynak oluşturur. İsidorus bu diziyi hazırlarken özellikle beşinci yüzyıl Latin dil bilginlerinden Servius ve Kilise Babaları ile dördüncü yüzyılda yaşamış retorikçi ve yorumcu Aelius Donatus'tan yararlanmıştı. Ortaçağ boyunca en çok okunan yapıtlar arasına giren Etymologiae'de yedi özgür sanat, antropoloji, kozmoloji, mimarlık, tarih ve tarım gibi genel ve kapsamlı bilgi dallarına uygula-mıştı.

İsidorus.

İsidorus'un tam yirmi kitaptan oluşan bu dizisinin birinci kitabı Gramer, ikinci kitabı retorik ve Dialektik, üçüncü kitabı Aritmetik ve Geometriden oluşmuştur. Zaten İsidorus bu üçüncü kitabıyla matematik tarihine geçmiştir. Kendisi iyi bir papaz, bilgili, saygı gören bir söylevci ve tıp konusunda da bilgileri olan birisiydi. Zaten dördüncü kitabı tıp üzerine yazılmıştı. Bizim için önemli olan Aritmetik ve Geometriden oluşan bu kitabı daha çok Boethius aritmetiği ve geometrisiyle ilgiliydi.

İsidorus'un beşinci kitabı 627 Yılına Kadar Yaratmanın Evrensel Tarihi, altıncı kitabı Kutsal Kitaplar ve Kilise Hizmetleri, yedinci kitabı Tanrı, Melekler ve Kilise Üyeleri, sekizinci kitabı Kilise, dokuzuncu kitabı Diller, Kavimler, Devletler, Aileler, onuncu kitabı Sözlük, on birinci kitabı İnsan, on ikinci kitabı Hayvanları inceliyordu.

İsidorus, bu eserlerinde eşyanın ilk doğalarıyla özlerinin, kendilerini ifade eden adların kaynağı ışığı altında öğrenilebileceğini vurguluyordu. Bir adın doğal kaynağı bilinmediği zaman, bir yenisinin oluşturulması gerektiğini savunmuştur. İsidorus'un kaynaklarının yanlış, bazıları doğru ve bir kısmı da gülünç olmakla birlikte, bu bilgiler kuşaktan kuşağa geçerek Ortaçağ sonlarına kadar gelmiştir.



İsidorus'un Dünya haritası.

Çok geniş bir kültüre ve bilgiye sahip olan İsidorus'un on üçüncü kitabı Kozmografya, on dördüncü ve on beşinci kitapları Anıtlar, Yollar, on altıncı kitabı Taşlar Bilmi, on yedinci kitabı Tarım ve Bahçecilik, on sekizinci kitabı Ordu, Savaş, Oyunlar, on dokuzuncu kitabı Denizcilik, Elbiseler ve son yirminci kitabı da Besin Ev Yönetimi, Sanatlar ve Tarım Aletleri konularını kapsar.

Modern bir kitaplıkta Larousse ya da Ancyclopedia Britannica'nın yeri ne ise, İsidorus'un bu yirmi ciltlik dizi kitabı da Ortaçağ kitaplıklarında aynı hizmeti görmüştür. Bu eserin diyalektik kısmı, Apule Marsiamus Capella'dan gelmiştir. Bunlardan başka, Tanrı bilimi, doğa ve tarih gibi konularda da çok sayıda kitabı vardır. Onun bu eserleri birçok kez basılmıştır.

İsidorus'un öteki özgün çalışmaları arasında dil üzerine Farklılıklar Kitabı, doğal bilimler ve kozmoloji üzerine Şeylerin Doğası Hakkında ve Yaratılmış Şeylerin Düzeni Üzerine adlı yapıtları sayılabilir. Aziz hieronymus'un tarih yapıtını da Büyük Olayların Kayıtları adıyla geliştirip sürdürmüştür. Başlıca ilahiyat yapıtları, Kilise Babalarının Kökeni ve Ölümü Üzerine, Kutsal Kitap'ta adı geçen seksen altı kişinin biyografileri, Hippolu Aziz Augustinus'un yapıtları ile Papa Aziz I. Gregorius'un Eyüp Kitabında Ahlak, derlenmiş Üç Hüküm Kitabı, kilise görevleri ve görevleriyle ilgili ayin kitabı olan Kilise Görevleri Üzerine ve Eşanlamlılar adları altında sayılabilir.

İsidorus'un Kilise Yasaları Derlemesi olarak da anılan, İspanyol Kilisesi'nin yasa derlemesi Hispana Collectio'nun özgün metnini İsidorus'un hazırlayıp hazırlamadığı tartışmalıdır. Hispana'nın dokuzuncu yüzyılda genişletilmiş bir metni yanlışlıkla İsidorus'a da-yandırıldığı için günümüzde Sözde İsidorus Hükümleri olarak bilinir. İsidorus 1722 yılında XIII. Papa İnnocentius'un kararıyla kilise bilgini ilan edimiştir. 4 Nisan 656 günü ölmüştür. Ölmeden önce fazla kıymeti bilinmeyen İsidorus'un öldükten sonra değeri anlaşılmıştır. Doktora ünvanından tutunuz da kiliselerdeki tüm ünvanlar yıllar sonra ona verilmiştir.

GENEL KAYNAKLAR

Archibald, R. C. Outline of the History of Mathematics, Buffalo, Slaught Memorial Papers of the Mathematical Association of America, 1949.

Ball, W. W. R. A Short Account of the History of Mathematics, Macmillan, London, 1888.

Bel, E. T. Men of Mathematics, Simon and Schuster, New York, 1937.

Bell, E. T. Devolopment of Mathematics, McGraw-Hill, New York, 1940.

Bochner, S. The Role of Mathematics in the Rise of Science, Princeton University Press, Princeton, 1966.

Cajori, E. A History of Mathematics, 2nd ed. Macmillan, New York, 1919.

Coolidge, J. L. A History of Geometrical Methods, Clarendon Press, Oxford, 1940.

Dickson, L. E. History of the Theory of numbers, Carnigie Institution. Washington, D. C., 1919-1923.

Eves, H. An Introduction to the History of Mathematics, Holt Rinehart and Winston, New York, 1964.

Heath, T. L. A History of Greek Mathematics, Clarendon Press, Oxford, 1921.

James, G. and James, R. C. Mathematics, Dictionary, 2nd ed. D. Van Nostrand, Princeton, 1959.

Midonick, H. O. The Treasury of Mathematics, Philosophical Library, New York, 1965.

Newman, J. The World of Mathematics, Simon and Schuster, 4 vols., New York, 1956.

Sarton, G. Introduction to the History of Science, Carnegie Institution, 3 vols., Baltimore, 1927-1948.

Sarton, G. The Study of the History of Mathematics, Harvard University Press, New York, 1936.

Schaaf, W. L. Recreational Mathematics, National Council of Teacher of Mathematics, Washington, D. C., 1963.

Scoot, J. f. A History of Mathematics, Taylor and Francis, London, 1958.

Smith, D. E. History of Mathematics, Ginn, 2 vols., Boston, 1923-25.

Smith. D. E. A Source Book in Mathematics, McGraw-Hill, 1929, New York, 1959.

Struik, D. J. A Concise History of Mathematics, Dover, 3rd ed., New York, 1967.

Struik, D. J. Source Book in Mathematics, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1970.

Tannery, P. Memoires Scientifiques, Gauthier-Vilars, 13 vols., Paris, 1912-1934.

Taylor, E. G. R. The Mathematical Practitoners of England Cambridge University Press, 2 vols., 1954-1966, Cambridge

Wieleitner, H. Geschichte der Mathematik, Leipzig, 2 vols., 1911-1921, Part II, Berlin, 1939.

TARİH TABLOSU

$-5x10^{12}$	Güneş'in oluşumu
$-5x10^{9}$	Dünyanın oluşumu
$-6x10^{8}$	Paleozik çağın başlaması
$-225x10^{6}$	Mezoik çağın başlaması
$-6x10^{7}$	Senoizik çağın başlangıcı
$-2x10^{6}$	İnsanların oluşumu
-50.000	Saymanın görülmesi
-25.000	İlkel geometrik şekiller
-10.000	İlkel tarım
-5.000	Neolitik medeniyet
-4.241	Mısır takvimi
-4.000	Metallerin kullanılması
-3.500	Tekerleğin kullanılması
-3.000	Mısır Hiyorolif yazısı
-3.000	Tekerlekli araçlar
-2.773	Mısır takviminin gelişimi
-2.400	Mezopotamya uygarlığı
-1.850	Moskow (Golenishev) papirüsleri
-1.800	Hammurabi kanunları
-1.700	Mısır egemenliği
-1.600	Mezopotamya kuralları ve Mısır'da yeni krallıklar
-1.350	Alfebeler, demirin kullanımı, Güneş ve su saatleri
-1.200	Mısır'lı Exodus
-776	İlk olimpiyat
-753	Roma ticaretinin gelişimi
-740	Homer ve Hesoid'un çalışmaları
-585	Miletli Tales ve geometri
-540	Pisagor ve geometrisi, Çin rakamları ve Hint sayıları
-538	Babilliler
-467	Perikles devri
-450	Parmenides'in yuvarlak Dünyası
-430	Zeno'nun ölümü, Demokritus'un astronomisi ve Hippokrates'in atom kuramı
-429	Perikles'in ölümü
-427	Eflatun'un doğumu
-404	Peleponez savaşları
-399	Sokrates'in ölümü
-360	Eudoxus'un oranları
-350	Menelaus'un konik kesitleri
-347	Eflatun'un ölümü
-332	İskenderiye'nin kuruluşu
-322	Aristo ve Demosthenes'in ölümü

–311	Mezopotamya uygarlığı
–306	Batlamyus devri
–300	Euclides devri
–260	Aristark devri
–230	Eratosthenes devri
–225	Apollonius devri
–212	Archimedes'in ölümü
–210	Çin taş devri başları
–180	360° çevreli daire
–140	Hipparchus'un trigonometrisi
–75	Archimedes'in mezarının Çiçeron tarafından yaptırılması
–60	Paralellik postülatları
–44	Çesar'ın ölümü
+75	İskenderiyeli Heron'un çalışmaları
100	Nicomachus aritmetiği ve Menelaus küresi
116	Roma tiranlık devri
125	Platonik matematik ve Ptolemy'nin Almagest'i
250	Diophantus aritmetiği
320	Pappus'un topladığı matematik
324	İstanbul'un kuruluşu
470	Pi sayısının yaklaşık değeri
485	Proculus'un ölümü
529	Atina okullarının kapanması
622	Hazreti Muhammet'in hicreti
622	Hint'lerin sayıları
641	İskenderiye kütüphanesinin yanışı
662	Hintli'lerin çalışmalarının Arapça'ya çevirisi
830	El Harizmi cebiri
901	Sabit İbn Kurra'nın ölümü
998	Ebül Vefa'nın ölümü
1037	Avicenna'nın ölümü
1039	Alhazen'in ölümü
1048	El Biruni'nin ölümü
1114	Bhaskara'nın ölümü
1123	Ömer Hayyam'ın ölümü
1142	Euclides eserlerinin çevirisi
1202	Fibonacci aritmetiği
1260	Jordanus aritmetiği
1265	İngiltere'de ilk parlemento
1271	Marko Polo'nun seyahatleri ve mekanik saat
1274	Nasrettin Hoca'nın ölümü
1286	Gözlüğün keşfi
1303	Pascal üçgenleri
1440	Matbaanın bulunuşu
1453	İstanbul'un alınması

1472 Gezegenlerin yeni kuramı
1482 Euclides'in eserinin ilk basımı
1489 + ve – işaretlerinin Widmann tarafından ilk kez kullanılması
1492 Ondalıkların Pellos tarafından kullanılması
1492 Kolomb'un Amerika'yı keşfi
1517 Dinde reform
1526 Scipione del Ferro'nun ölümü
1527 Pascal üçgeninin yayınlanması
1543 Tartaglia ve Copernicus
1544 Stifel'in aritmetik integrali
1545 Cardano'nun Ars Magnası
1564 Galile'nin doğumu, Şekspir'in doğumu ve Mikelanj'ın ölümü
1572 Bombelli cebiri
1579 Viete'nin matematiği
1595 Pitiscus'un trigonometrisi
1609 Kepler'in astronomisi ve Galile'nin teleskopu
1614 Napier'in logaritması
1620 Bürgi'nin logaritması
1629 Fermat ve kritik noktalar
1635 Cavalieri geometrisi
1637 Descartes devri
1639 Desergues geometrisi
1640 Pascal'ın konikleri
1642 Newton'un doğumu ve Galile'nin ölümü
1644 Toriçelli'nin barometresi
1647 Cavalieri ve Toriçelli'nin ölümü
1655 Wallis'in aritmetiği
1657 Neil'in parabolü
1658 Huygens'in sarkaç saatleri
1662 Royal Society'nin kurulması
1666 Academie des Sciences'in kurulması
1667 Gregory ve geometrisi
1668 Mercator ve Logaritması
1670 Barrow'un geometrisi
1678 Ceva teoremi
1684 Leibniz devri
1687 Newton devri
1690 Rolle devri
1696 Bernoulli'ler devri ve L´Hospital devri
1699 Rasin'in ölümü
1706 William Jones tarafından pi sayısının kullanılması
1715 Taylor devri
1718 De Moivre devri ve Fahrenhayt termometresi
1730 Stirling formülü ve Reomür termometresi

1731 Clairaut eğrileri
1738 Daniel Bernoulli devri
1740 Büyük Frederick devri
1742 Maclaurin devri ve santigrat termometresi
1743 D'Alembert devri
1748 Euler devri
1750 Cramer kuralı ve Fagnano elipsi
1752 Franklin'in paratoneri
1767 Watt'ın buharlı makinesi
1770 Hiperbolik trigonometri
1774 Oksijenin keşfi
1776 Amerika'nın bağımsızlığı
1781 Uranüs gezegeninin keşfi
1783 Suyun ayrıştırılması
1788 Lagrange devri
1789 Fransız ihtilali
1794 Legendre'ın geometrisi ve Lavoisier'in giyotinle başının kesilmesi
1795 Monge geometrisi
1796 Laplace, Mascheroni, Wessel ve Carnot devri
1797 Lagrange'ın analizi devri
1799 Metrik sistemin bulunuşu
1800 Volta pilinin bulunuşu
1801 Gauss devri
1803 Carnot'un durum geometrisi ve Dalton'un atom kuramı
1804 Napolyon'un imparator oluşu
1815 Waterloo savaşı
1817 Bolzano devri, Young ve Frensnel'in ışık üzerine deneyleri
1820 Orstet'in elektrik manyetizmayı buluşu
1822 Poncelet ve geometrisi
1826 Crelle dergisinin kuruluşu ve Amper'in elektrodinamiği, Plüker, Gergonne'nin düalitesi, Abel, Gauss ve Jacobi'nin eliptik fonksiyonları
1827 Möbius, Plüker ve Feuerbach'ın homogen koordinatları, Cauchy'nin karmaşık fonksiyonları
1828 Green'in elektriği ve manyetizması
1829 Lobatchewsky geometrisi ve Abel'in ölümü
1830 Peacock cebiri
1832 Bolyai geometrisi ve Galois'nın ölümü
1834 Steiner'in Berlin'de profesör olması
1836 Liouville'nin ünlü dergisini çıkarması ve ilk telgraf
1843 Hamilton'un kuaterniyonları
1846 Neptün gezegeninin keşfi
1852 Chasle'in geometrisi
1854 Riemann ve Boole devri

1855 Dirichlet devri
1858 Atlas Okyanusu kablosu
1859 Darvin'in evrimi, Bunsen ve Kirchhoff'un çalışmaları
1863 Cayley devri
1865 Weierstrass devri
1869 Mendelyef'in periyodik tablosu
1872 Dedekind, Heine, Meray ve Klein devri
1873 Hermite ve e sayısının transandanlılığı, Maxwell'in çalışmaları
1874 Cantor teoremleri ve alef sıfır
1876 Bell'in telefonu
1877 Sylvester devri
1881 Gibb'in vektör analizi
1882 Pi sayısının Lindemann tarafından transandantlığının gösterilmesi
1888 Pasteur Enstitüsünün kuruluşu
1889 Peano aksiyonları
1895 Poincare analizi ve X ışınları
1896 Hadamard ve De la Vallee Poussin'in asal sayılar teoremi, Becquerel tarafından radyoaktivitenin bulunuşu
1897 J. J. Thomson tarafından elektronun buluşunu
1898 Marie Curie tarafından radyumun bulunuşu
1899 Hilbert ve geometrisi devri
1900 Hilbert problemi, Russell ve Whitehead'in Principia'sı ve psikanalist Freud devri
1901 Planck'ın kuantum kuramı
1903 Lebesgue integrali ve ilk uçağın havada uçuşu
1905 Eistein'in özel bağlılığı
1906 Frechet devri
1907 Brouwer devri
1914 Hausdorff devri
1915 Panama kanalının açılışı
1916 Einstein'ın genel bağlılık kuramı
1917 Rus ihtilali, Hardy ve Ramanujan'ın sayılar kuramı
1919 Atatürk'ün Samsun'a çıkışı
1920 TBMM açılışı
1921 İnönü savaşları
1922 Sakarya meydan savaşları ve büyük taarruz
1923 Cumhuriyetin ilanı ve Banach uzayları
1927 Atlas Okyanusunun ilk geçilişi
1928 Penisilinin bulunuşu
1930 Weyl devri
1931 Gödel devri ve teoremi
1933 Hitler devri
1934 Gelfond devri ve teoremi

1938 Atatürk'ün ölümü
1941 Pearl Harbor baskını
1945 Hiroşima'ya atom bombasının atılması
1946 Türkiye'de ilk demokratik seçimlerin yapılması
1950 Demokrat Partinin iktidara gelişi
1955 Cartan ve Eilenberg tarafından homological algebra'nın kurulması
1960 27 Mayıs Devrimi ve Türk Silahlı Kuvvetlerinin Türkiye'de yönetime el koyması
1963 Paul J. Cohen'in süreklilik hipotezi ve Amerika Birleşik Devletleri Başkanı Kenedi'nin öldürülmesi
1980 Nevanlinna'nın ölümü.

DİZİN

A
Amasis 42
Anaxagoras 122
Anaximander 53
Anaximenes 58
Antiphon 140
Apollonius 292, 317
Archimedes 270
Archytas 175
Aristarque 266
Aristoteles 206
asal sayılar 313
Autolycus 227

B
Boethius 489
boynuz 127

C
Callippus 228
Capella 487
Cassiodorus 500

D
Democritus 167
Dicaearhus 227
Diocles 374
Dioghantus 446

E
Eflatun 185
Elektra 127
Elips 317, 318
Eratosthenes 281
Eubulides 125
Euclides 229
Eudemus 224
Eudoxus 193
Eunopides 60
Eurytus 129

H
Heron 412
hiperbol 314, 318
Hipparchus 377
Hippias 172
Hippocrates 159
Hyginus 445
Hypatia 477

İ
İsidorus 501
İzmirli Theon 445

K
Kleopatra 397

M
Mamercus 50
Mandryatus 50
Menaechmus 226
Menelaus 437
Mile Okulu 13
Milet 17

N
Neron 405
Nicomachus 438

P
Pappus 472
parabol 317, 318
Pisagor 61
Pliny 404
Plutarkhos 407

Porphyrius 471
Proklos 483
Ptolemaios 447

S
saçsız 127
Sezar 395
Sokrates 144
Strabon 398

T
Teetet 17
Thales 13
Theaetetus 192
Theodorus 205
Thymaridas 446

Y
yalancı 127

Z
Zenon 131

Seleucid 69
Semiramis 272
Set 295
Severus sebokht 41
Sippar 14
Sudan 94
Suriye 133
Sus 94
Sumer 13, 73

Ş
Şuruppak 119

T
Tadmuri 416
Teb 440
Tello 88
Torres 438
Tot 295
Totem 458

U
Ugarit 56, 269
Uluğ Bey 66
Umma 14
Ur 14
Urartu 29, 292
Ur Nammu 14
Uruk 14
usturulap 408
Uygurlar 432

W
Wallis 92
Wearden 60

Y
Yahya Tepe 94
Yale 68
Yangtze 24
Yebular 435
Yeni Gine 452

Z
Zagnos 33
Zimri Limi 143