ROGER PENROSE

ZİHNİN GÖLGELERİ



Bilincin Bilimine Yönelik
Bir Araştırma

ALFA | BİLİM

ROGER PENROSE

1931 İngiltere doğumlu matematiksel fizikçi Sir Roger Penrose ülkemizde *Kralın Yeni Usu* ve Hawking'le beraber yazdıkları *Zamanın ve Uzayın Doğası* kitaplarıyla tanınmaktadır. Dünyanın en tanınmış fizikçileri arasında yer alan Penrose, Oxford Üniversitesinde, Rouse Ball Kürsüsünde Emeritus Matematik Profesörlüğü ve Wadham Koleji'nde Emeritus Öğretim Üyeliği görevlerini sürdürmektedir. 1988 Wolf Fizik ödülünü Stephen Hawking'le paylaşan Penrose'un çok önemli bilimsel çalışmalarının yanı sıra, ödüllü ve çok satan popüler fizik kitapları bulunmaktadır.

BARIŞ GÖNÜLŞEN

1974 yılında İzmir'de doğdu. İzmir Bornova Anadolu Lisesi Almanca bölümü ve Ortadoğu Teknik Üniversitesi İktisat bölümü mezunudur, serbest yazarlık ve çevirmenlik yapmaktadır. Çevirdiği eserler arasında yayınevimizce yayımlanan *101 Soruda Kuantum* (K. Ford), *Uranyum Savaşları* (A. D. Aczel), *Son Moda Saçmalar* (A. Sokal & J. Bricmont), *Zamanın Kısa Tarihi* (S. Hawking), *Ucuz Roman* (Dana Polan), *Bilim Tarihi* (John Gribbin), *Tanrı ve Yeni Fizik* (Paul Davies) ve *Yıldızlararası Bilimi* (Kip Thorne) bulunmaktadır.

Zihnin Gölgeleri
© 2015, ALFA Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.

Shadows of The Mind
© 1994, Roger Penrose

Kitabın Türkçe yayın hakları Oxford Publishing Limited aracılığıyla Alfa Basım Yayım Dağıtım Ltd. Şti.'ne aittir. Tanıtım amacıyla, kaynak göstermek şartıyla yapılacak kısa alıntılar dışında, yayıncının yazılı izni olmaksızın hiçbir elektronik veya mekanik araçla çoğaltılamaz. Eser sahiplerinin manevi ve mali hakları saklıdır.

Yayıncı ve Genel Yayın Yönetmeni M. Faruk Bayrak
Genel Müdür Vedat Bayrak
Yayın Yönetmeni Mustafa Küpüşoğlu
Dizi Editörü Kerem Cankoçak
Redaksiyon Mehmet Ata Arslan
Kapak Tasarımı Füsun Turcan Elmasoğlu
Sayfa Tasarımı Mürüvet Durna

ISBN 978-605-171-290-1
1. Basım: Mayıs 2016

Baskı ve Cilt
Melisa Matbaacılık
Çiftehavuzlar Yolu Acar Sanayi Sitesi No: 8 Bayrampaşa-İstanbul
Tel: 0(212) 674 97 23 Faks: 0(212) 674 97 29
Sertifika no: 12088

Alfa Basım Yayım Dağıtım San. ve Tic. Ltd. Şti.
Alemdar Mahallesi Ticarethane Sokak No: 15 34110 Fatih-İstanbul
Tel: 0(212) 511 53 03 Faks: 0(212) 519 33 00
www.alfakitap.com - info@alfakitap.com
Sertifika no: 10905

ROGER PENROSE

ZİHNİN GÖLGELERİ

Bilincin Bilimine Yönelik
Bir Araştırma

Çeviri
Barış Gönülşen

ALFA BİLİM

İÇİNDEKİLER

Önsöz, 7
Teşekkürler, 11
Okuyucuya Notlar, 13
Öndeyiş, 15

1. Kısım
ZİHNİ ANLAMAK İÇİN NEDEN YENİ FİZİĞE İHTİYAÇ DUYUYORUZ?, 21

1 Bilinç ve Hesaplama 23
2 Gödel Argümanı 98
3 Matematiksel Düşüncede Hesaplanamazlık Durumu 180

2. Kısım
ZİHNİ ANLAMAK İÇİN YENİ FİZİĞİN HANGİ YÖNLERİNE İHTİYAÇ DUYUYORUZ?, 291

4 Klasik Fizikte Zihnin Yeri Var mı? 293
5 Kuantum Dünyasının Yapısı 323
6 Kuantum Kuramı ve Gerçeklik 411
7 Kuantum Kuramı ve Beyin 463
8 Olası Sonuçlar 520

Sonsöz, 558
Kaynakça, 559
Dizin, 585

Görsel Haklar

Yayımcılar görsel malzemelerin yeniden basımına izin verdikleri için aşağıda belirtilenlere teşekkür etmektedir.

Şekil 1.1 A. Nieman/Science Photo Library.

Şekil 4.12 J. C. Mather vd. (1990), Astrophys. J., 354, L37.

Şekil 5.7 A. Aspect ve P. Grangier (1986), Quantum concepts in space and time içerisinde (ed. R. Penrose ve C. J . Isham), s: 1–27, Oxford University Press.

Şekil 5.8 Ashmolean Museum, Oxford.

Şekil 7.2 R. Wichterman (1986), The biology of paramecium, 2. baskı, Plenum Press, New York.

Şekil 7.6 Eric Grave/Science Photo Library.

Şekil 7.7 H. Weyl (1943), Symmetry, © 1952 Princeton University Press.

Şekil 7.10 Hirokawa (1991), The neuronal cytoskeleton içerisinde (ed. R. D. Burgoyne), s: 5–74, Wiley–Liss, New York.

ÖNSÖZ

Bu kitap bir anlamda *The Emperor's New Mind*'ın [*Kralın Yeni Usu* – kısaca KYU] devamı olarak görülebilir. Gerçekten de KYU'da giriş yaptığımız konuya devam ediyorum fakat burada anlatılanların söz konusu kitaptan tamamen bağımsız olarak da okunabileceğini belirtmeliyim. Bu konuda tekrar yazma güdüsünün bir kısmını gerçekten de KYU'da ileri sürülen savlarla ilgili olarak çeşitli kişilerin geliştirdiği sorgulama ve eleştirilerin ayrıntılı olarak yanıtlanması ihtiyacına borçluyuz. Buna rağmen burada savunduğum görüşler kendi başına bir bütün oluşturmakta ve KYU'dakilerin ötesine geçen bazı yeni fikirleri açımlamaktadır. KYU'da ele alınan temel konulardan biri, bizlerin bilinçlerimizin kullanımı yoluyla her türden hesaplama faaliyetinin ötesine taşan eylemleri gerçekleştirme olanağına sahip olduğumuz şeklindeki görüşümdü. Fakat KYU'da bu fikir çekingen bir hipotez şeklinde sunulmuştu ve "hesaplama faaliyeti" başlığı altına hangi türden süreçlerin girdiği konusunda bir belirsizlik söz konusuydu. Elinizdeki kitapta söylenenler bana göre bu genel çıkarım için çok daha güçlü ve titiz bir savunu olmakla kalmayıp her türden hesaplama işlemine uygulanabilir bir nitelik taşıyor. Dahası burada KYU'da aktarılabilecek olandan çok daha inandırıcı bir açıklama olarak, bizim bilinçli olarak kontrol edilen davranışlarımızın altında hesaplanamaz bir fiziksel etkinliğin yatabilmesini sağlayacak olan beyin faaliyetindeki bir mekanizmanın varlığı ileri sürülüyor.

Bu tezimi iki ayrı koldan ilerleyerek açımlıyorum. Bunlardan biri öz itibariyle negatif bir açıklama; çünkü bizim bilinçli zihinselliğimizin (onun çeşitli dışavurumlarının her birinin) hesaplamalı [hesaba dayalı ya da bilgisayımsal] modeller kapsamı içerisinde ilkesel olarak tam bir biçimde anlaşılabileceği şeklindeki genel kabul gören bakış açısına güçlü bir karşı çıkış içeriyor.

Diğer gerekçelendirme yoluysa pozitif bir içerik taşıyor: Bilimin kesin doğrularının sınırları içerisinde kalan bir yöntemin özgün sunumunu içeriyor ve böylelikle bilimsel olarak tanımlanabilen bir beynin ihtiyaç duyulan hesaplanamaz eylemleri gerçekleştirmesi için kolay algılanmayan ve büyük oranda bilinmeyen fiziksel ilkelerden faydalanabildiğini gösteriyor.

Bu ikili yapıyla uyumlu olarak da elinizdeki kitapta sergilenen görüşler sizlere iki ayrı kısımda sunuluyor. 1. Kısım bilincin "anlama" dediğimiz insani niteliğin özgün beliriminde saf hesaplamanın yapamadığı bir şeyi yaptığı şeklindeki benim tezimi güçlü bir biçimde destekliyor. "Hesaplama" [bilgisayım] kavramının, hem iyi anlaşılmış belirli algoritmik işlemlere göre çalışan "yukarıdan aşağıya" sistemleri hem de deneyim yoluyla öğrenmelerine izin verecek şekilde daha gevşek biçimlerde programlanmış "aşağıdan yukarıya" sistemleri içerdiğini açıklığa kavuşturuyorum. 1. Kısımdaki gerekçelendirmelerin merkezinde Gödel'in ünlü teoremi yer alıyor ve konuyla ilgili Gödel teoreminin yol açtığı çıkarımların etraflı bir sorgulaması sunuluyor. Bu tartışma daha önce bizzat Gödel'in, Nagel ile Newman'ın ve Lucas'ın sağladığı argümanları büyük ölçüde genişletiyor ve ayrıntılı olarak yanıtlanmadığının benim de farkında olduğum birçok itirazı bertaraf ediyor. Bununla bağlantılı olarak aşağıdan yukarıya (keza yukarıdan aşağıya) sistemlerin gerçek bir zekâ elde edebilme kapasitesi aleyhinde bazı kapsamlı gerekçelendirmeler veriliyor. Ulaşılan sonuç, bilinçli düşünmenin sadece hesaplama yoluyla yeterince simüle dahi edilemeyecek unsurları içermek zorunda olduğudur; hatta hesaplama kendi başına herhangi bir bilinçli duygu ya da yönelim dahi uyandıramaz. Dolayısıyla zihin, hesaplama terimlerinin hiçbir türüyle betimlenemeyecek bir şey olmak zorundadır.

2. Kısımda ortaya konulan sav için bu kez fizik ve biyolojiye başvurulmaktadır. Gerekçelendirme hattı 1. Kısımdaki özenli ve titiz ele alınışa oranla kuşkusuz daha belirsiz bölümler içerse de, bilimsel olarak anlaşılabilir fizik yasaları kapsamında böylesi bir hesaplanamaz eylemin nasıl ortaya çıkabileceğini anlama yönünde özgün bir deneme niteliği taşımaktadır. Kuantum mekaniğinin temel ilkeleri yeni baştan sunulmaktadır ve bu okurun önceden kuantum kuramı konusunda bilgi sahibi olmasını gerektirmemek-

tedir. Konunun tıkanma noktaları ve taşıdığı gizem ve çelişkiler yerelliğin olmayışı ve karşı-olgusallığın oynadığı önemli rolü ve kuantum dolanıklığı olgusunun ortaya çıkardığı derin sorunları açık ve net biçimde sergileyen bir dizi yeni örnek kullanılarak belli bir derinlikle analiz edilmektedir. Bu bölümde güçlü bir biçimde şu anki kuantum mekaniksel dünya anlayışımızda net biçimde belirginleştirilmiş belirli bir düzeyde temel bir değişikliğe ihtiyaç olduğunu savunacağım. (Buradaki fikirler Ghirardi, Diósi ve diğerlerinin son dönemdeki çalışmalarıyla yakından bağlantılıdır.) Burada desteklediğim fikirler ile KYU içerisinde savunduklarım arasında önemli farklar söz konusudur.

Bu düzeyde (bilinçli eylemlerimizdeki hesaplanamazlığın açıklanması için gerekli olan) fiziksel bir hesaplanamazlığın devreye girdiğini ileri sürüyorum. Bununla uyumlu olarak da bu fiziksel hesaplanamazlığın önem kazandığı düzeyin, beynin işleyişinde bir değer taşımak zorunda olduğunu şart koşuyorum. Burada getirdiğim öneriler KYU'da söylediklerimden en çok farklılaştığım bölümler olma özelliğini taşıyor. Nöron sinyalleri sorunsuz tarzda klasik biçimde belirlenmiş olaylar olarak davranabilecekken nöronlar arası sinaptik bağlantıların daha derin bir düzeyden kontrol edildiğini ve bunun kuantum–klasik sınır çizgisinde önemli bir fiziksel faaliyet olmasının beklendiğini ileri sürüyorum. Öne sürdüğüm iddialar, nöronların hücre iskeletlerinin içindeki mikrotübüller içerisinde gerçekleşen (Fröhlich'in ileri sürdüğü fikirlerle uyumlu) büyük ölçekli bir kuantum eş-evreli davranışın varlığını gerektiriyor. Bu noktada bu kuantum eylemliliğin, Hameroff ve arkadaşlarının mikrotübüllerde gerçekleştiğini öne sürdüğü bir hesaplamaya–benzer eylemle hesaplanamaz olarak bağlantılı olması gerektiği öne sürülmektedir.

İleri sürdüğüm gerekçelendirme ve savlar, insan zihnine ilişkin sahip olduğumuz bilimsel kavrayışın bize şu an sunduklarının son derece yetersiz kaldığı birkaç yere de işaret ediyor. Yine de bu bilinç olgusunun bilimsel açıklama dışında kalması anlamına gelmez. KYU'da yaptığım gibi burada da zihinsel olguların anlaşılmasında izlenecek bir bilimsel yol olması gerektiğini ve bu yolun fiziksel gerçekliğin kendi doğasının daha derin bir biçimde anlaşılmasıyla başlamak zorunda olduğunu kuvvetle savunuyo-

rum. Zihin gibi bu kadar garip bir olgunun maddi fiziksel dünya içerisinden nasıl anlaşılabileceğini kavrama arzusuna kendisini adamış okurların fiziksel dünyamızın "maddiliğini" *gerçekten* yönetmek zorunda olan kuralların da ne kadar garip olabildiği konusunda belli bir kavrayışa sahip olmalarının önemli olduğunu düşünüyorum.

Anlamak ne de olsa bilimin amacıdır ve bilim de kaba hesaplamalardan çok daha fazlası demektir.

Roger Penrose
Oxford
Nisan 1994

TEŞEKKÜRLER

Bu kitabı yazmamda yardımları için teşekkür etmem gereken, her birinin ismini hatırlasam bile tek tek teşekkür edemeyeceğim kadar çok sayıda kişi var. Ne var ki Guido Bacciagaluppi ve Jeremy Butterfield'e yaptıkları eleştirilerle ilk taslaklarda o sırada var olan, kitabın şimdiki 3. Bölümündeki akıl yürütme esnasında yapılan önemli bir hatayı ortaya çıkardıkları için özellikle minnettarım. Abhay Ashtekar, Mary Bell, Bryan Birch, Geoff Brooker, David Chalmers, Francis Crick, David Deutsch, Soloman Feferman, Robin Gandy, Susan Greenfield, Andrew Hodges, Dipankar Home, Ezio Insinna, Dan Isaacson, Roger James, Richard Jozsa, John Lucas, Bill McColl, Claus Moser, Graeme Michison, Ted Newman, Oliver Penrose, Jonathan Penrose, Stanley Rosen, Ray Sachs, Graeme Segal, Aaron Sloman, Lee Smolin, Ray Streater, Valerie Willoughby, Anton Zeilinger ve özellikle Artur Ekert'e aktardıkları çeşitli bilgiler ve yardımları için teşekkür borçluyum. Daha önceki kitabım *Emperor's New Mind*'a [*Kralın Yeni Usu*] ilişkin sayısız yazılı ve sözlü yorum geldi. Çoğu halen daha benden mektuplarına yanıt bekliyor olsa da, buradan hepsine teşekkür ediyorum. Daha önceki kitabıma ilişkin bu farklı yaklaşım ve görüşler olmasaydı, yeni bir kitap yazma gibi göz korkutucu bir işe muhtemelen hiç girişmezdim.

Cornell Üniversitesindeki (bu kitabın son alt başlığının adıyla verdiğim) Messenger Konferansları, St. Andrews Üniversitesindeki Gifford Konferansları, Yeni Zelanda'daki Forder Konferansları, Aberystwyth Üniveristesindeki Gregynogg Konferansları ve Amherst, Massachusetts'teki Five Colleges'ta yapılan seçkin konferanslar ve dersler dizisinin, bunlara ek olarak dünyanın çeşitli yerlerinde davet edildiğim çok sayıdaki "tek seferlik" konuşma etkinliklerinin düzenleyicilerine, hepsine minnettarım. Bunlar

bana görüşlerimi sunma, tazeleme ve dinleyicilerden değerli geri dönüşler alma fırsatı tanıdı. Cambridge'deki Isaac Newton Enstitüsüne, ayrıca Syracuse Üniversitesi ve Penn State Üniversitesine beni sırasıyla Matematik ve Fizik bölümü Misafir Seçkin Profesörlük ve yine Matematik ve Fizik bölümü Francis R. Pentz ve Helen M. Pentz Seçkin Profesörlük unvanlarına layık görerek ödüllendirdikleri için teşekkür ediyorum. Ulusal Bilim Vakfı'na da PHY 86–12424 ve PHY 43–96246 sözleşmeleriyle destek verdikleri için ayrıca teşekkür borçluyum.

Son olarak bahsetmem gereken üç özel kişi var. Angus MacIntyre'ın 2. ve 3. Bölümlerdeki matematiksel mantıkla ilgili gerekçelendirmelerimin kontrol edilmesinde sağladığı özverili destek ve yardım ve ihtiyaç duyduğum birçok referansı sağlaması bana olağanüstü yardımcı oldu. Çok özel içten teşekkürümü kabul etmesini diliyorum. Stuart Hameroff bana hücre iskeletlerini ve mikrotübülleri öğretti ki ben iki yıl önce bunların var olduklarından bile habersizdim! Sağladığı paha biçilmez bilgiler ve 7. Bölümün büyük bir bölümünün kontrol edilmesindeki yardımı için kendisine çok teşekkür ederim. Yeni bir dünyanın mucizelerini görmemi sağladığı için ona olan borcum hep sürecek. O da, teşekkür ettiğim diğer kişiler gibi, elbette bu kitapta kalmış olması kaçınılmaz olan hatalardan hiçbir biçimde sorumlu değildir. Herkesten çok da sevgili Vanessa'ma birkaç nedenden ötürü özel teşekkür borçluyum: Kitabın bazı kısımlarının neden yeniden yazılması gerektiğini açıkladığı için, referanslarda hayatımı kurtaran yardımı için ve özellikle de benim ne kadar zamanda yazacağımı sürekli eksik tahmin ettiğim durumlarda sevgisi, sabrı ve derin anlayışı için teşekkür ederim. Evet, ona bir de (kendisinin haberi olmadan) benim *hayal gücümde* kısa hikâyemdeki Jessica için bir model oluşturmada oynadığı rol için teşekkür ediyorum. Onu o yaştayken tanımamış olduğuma da hayıflanıyorum!

OKUYUCUYA NOTLAR

Bu kitabın bazı bölümleri teknik düzey yönünden diğerlerinden çok büyük farklılık gösteriyor. Kitabın en teknik bölümleri Ek A ve Ek C, fakat bu bölümleri tamamen atladığında da okuyucuların çoğu önemli bir kayıp yaşamayacaktır. Belki aynısı 2. Bölümün ve elbette 3. Bölümün daha teknik kısımları için de söylenebilir. Bu kısımlar aslında insan kavrayışında salt hesaplamaya dayalı bir modelin geçerliliğine karşı geliştirdiğim görüşün güçlülüğüne ikna edilme gereksinimi duyan okurlar içindir. Daha ikna edilebilir (veya aceleci) okurlarsa bu görüşün esaslarına ulaşmak için görece daha zahmetsiz bir yolu izleyebilir. Bu kısa yol tercihen öncelikle 1. Bölümün, §2.1 ile §2.5 arasının ve §3.1'in okunmasının ardından, §3.23 başlığında yer alan hayali diyaloğun okunmasıyla tamamlanabilir.

Kitapta görece ağır bir matematikle, daha çok kuantum mekaniği üzerine olan bölümlerde karşılaşacaksınız. Bu durum §5.12 ile §5.18 arasındaki Hilbert uzayı betimlemelerinde ve özellikle de §6.4 ile §6.6 arasındaki yoğunluk matrisi etrafında dönen tartışmalarda karşınıza çıkacak ki bu eninde sonunda kuantum mekaniği alanında *daha gelişkin* bir kurama ihtiyaç duyacağımızın da bir göstergesidir! Benim matematik alanı dışından gelen okurlara (hatta bu konu özelinde matematik alanından gelenlere de) önerim, göz korkutucu görünen bir matematiksel ifadeyle karşılaştıklarında, üzerinde çalışıldığında kolaylıkla daha iyi bir kavrayışa ulaşamayacaklarını fark ettikleri anda, fazla oyalanmadan bu ifadeyi atlayıp devam etmeleridir. Kuantum mekaniğinin, inceliklerinin zarif ama gizemli matematiksel temellerine bir aşinalık olmaksızın tam olarak kavranamayacağı doğru olsa da, matematik tamamıyla göz ardı edildiğinde bile konunun lezzetinden bir parça tatmak her zaman mümkündür.

Son olarak *The Emperor's New Mind*'a [*Kralın Yeni Usu*–kısaca KYU] ilişkin yapılan sayfa göndermelerinin her zaman özgün ciltli (İngilizce) basıma ait olduğunu vurgulamak isterim. ABD'deki (*Penguin*) ciltsiz basımın sayfalandırması da esasen aynıdır fakat ABD dışı (*Vintage*) ciltsiz basımdaki numaralandırma farklıdır ve bu ikisi, n burada verilen ciltli basım sayfa numarası olmak üzere, yaklaşık olarak şu formülle eşitlenebilir: $22/17 \times n$.

ÖNDEYİŞ

Jessica mağaranın bu tarafına ne zaman girse biraz tedirginlik duyardı. "Babacığım, şu büyük kaya parçasının diğer kayalar arasında sıkışmış yerinden kopup düştüğünü bir gözünün önüne getir. Çıkışımızı kapatır ve biz bir daha hiç ama hiçbir şekilde evimize dönemezdik, öyle değil mi?"

Babası dikkati dağılarak ve biraz da gereksiz şekilde kabaca "Düşebilir elbette, ama düşmeyecek," diye yanıt verirken, ektiği çeşitli bitki örneklerinin mağaranın bu en uzak köşesindeki nemli ve ışıksız koşullara nasıl uyum sağladığıyla daha çok ilgili gözüküyordu.

"Ama düşmeyeceğini nereden biliyorsun baba?" diyerek ısrar etti Jessica.

"O kaya parçası muhtemelen binlerce yıldır orada. Tam da biz buradayken düşecek hali yok."

Jessica yanıttan hiç tatmin olmamıştı. "Bir an gelip de düşeceği kesinse, o halde ne kadar uzun süredir oradaysa, şimdi düşmesi de o kadar muhtemel değil mi?"

Jessica'nın babası bitkilerini eşelemeyi bırakıp yüzünde hafif bir gülümsemeyle Jessica'ya baktı. "Hayır, hiç de öyle değil." Gülümsemesi daha göze çarpar ama daha içten bir hal aldı. "Aslında ne kadar uzun süredir buradaysa, biz buradayken aşağıya düşmesi o kadar *daha az* muhtemeldir bile diyebilirsin." Daha fazla bir açıklamaya gerek duymadı ve dikkatini tekrar bitkilerine verdi.

Jessica, babası böyle huysuzluk yaptığında ondan nefret ediyordu. Aslında nefret etmiyordu; babasını her zaman severdi, hem de her şeyden ve herkesten fazla; fakat yine de onun böyle gıcık olmamasını isterdi. Bunun onun bir bilim insanı olmasıyla bir ilgisi olduğunu biliyordu, ama yine de anlamıyordu. Hatta kendisi de ileride bir bilim insanı olmayı istiyordu, ama bunu başarırsa da kimseye hiçbir zaman böyle gıcıklıklar yapmamaya kararlıydı.

En azından artık büyük kaya parçasının gerçekten aşağıya düşüp mağaranın ağzını kapatacağından kaygı duymayı bırakmıştı. Babasının bunun olmasından korkmadığını görebiliyordu ve babasının duyduğu güven onun da kendisini güvende hissetmesini sağlıyordu. Babasının açıklamasını anlamamıştı ama onun bu tür şeylerde her zaman haklı çıktığını ya da en azından *hemen hemen* her zaman haklı olduğunu biliyordu. Yeni Zelanda'daki saatler konusu tartışılırken annesi bir şey demiş, babasıysa onun tam tersini iddia etmişti. Aradan üç saat geçtikten sonra babası çalışma odasından aşağı inmiş ve özür dilemiş, hatalı olduğunu ve annesinin en başından beri haklı olduğunu söylemişti. Bu nasıl hoşuna gitmişti! Kendi kendisine "Annem de istese bir bilim insanı olabilirdi, kesin..." diye düşünmüştü, "hem babası gibi böyle garip gıcıklıklar da yapmazdı".

Jessica, tam babası elindeki işi bitirip bir sonrakine geçmeden önce soracağı diğer soru üzerine bu kez daha fazla düşünmüştü. "Babacığım, kayanın hemen düşmeyeceğini ben de biliyorum. Ama düştüğünü farz edelim işte, hayatımızın geri kalanında burada kısılıp kalırız. O zaman mağara kapkaranlık olmaz mı? Nefes de alamayız, değil mi?"

"Ne kadar tatsız bir düşünce!" diye yanıtladı Jessica'yı babası. Ardından kaya parçasının şekline, büyüklüğüne ve mağaranın çıkışına dikkatle baktı. "Mmmm" dedi, "evet, sanırım kaya parçası giriş deliğini sıkı sıkıya kapatırdı. Havanın içeri girip çıkması için bir boşluk kesinlikle kalırdı ama biz boğulmazdık. Işığa gelince, yukarıda küçük, yuvarlak bir yarık olur ve oradan ışık girerdi sanırım, ama çok karanlık olurdu, şu anda olduğundan çok daha karanlık. Fakat gözlerimiz alıştıktan sonra etrafı gayet iyi görebileceğimize eminim. Yine de korkarım durumumuz pek hoş olmazdı! Ama sana şunu kesin söyleyebilirim: Hayatımın geri kalanını burada biriyle geçirmek zorunda kalacak olsaydım, bunun dünyadaki başka birisiyle değil harika kızım Jessica'yla ve elbette bir de annenle olmasını tercih ederdim."

Jessica babasını neden bu kadar çok sevdiğini bir daha hatırladı. "Bir sonraki sorum için söyleyeyim o zaman, annemin de burada olmasını isterdim; çünkü hayalimde kayanın ben daha doğmadan düştüğünü, seninle annemin beni burada yapmanızı ve benim bu

mağarada sizinle beraber büyümüş olmamı düşünüyorum... Hepimiz senin komik bitkilerini yiyerek hayatta kalabiliriz."

Babası ona biraz tuhaf baktı ama hiçbir şey söylemedi.

"O zaman bu mağaradaki *hariç* hiçbir yaşamı bilmiyor olurdum. Dışarıdaki gerçek dünyanın nasıl olduğunu nereden bilebilirdim? Orada ağaçların, kuşların, tavşanların ve diğer şeylerin olduğunu bilebilir miydim? Şüphesiz sen bana bu şeyleri *söyleyebilirsin*, çünkü burada kısılıp kalmadan önce sen onları biliyor olurdun, ama *ben* nasıl bilebilirdim; yani ben *kendim* gerçekten nasıl bilebilirdim, senin dediklerine inanmak dışında bir şansım olmazdı, değil mi?"

Babası durup birkaç dakika düşündü. Sonra şöyle dedi: "Düşünüyorum da; arada bir, güneşli bir günde kuşun biri tam da güneş ile yarığın hizasından uçar ve biz de mağaranın arka duvarında onun gölgesini görürdük herhalde. Elbette şekli biraz bozuk olurdu, duvarın şekli de hafif bozuk olduğu için; ama bunu nasıl düzeltebileceğimizi öğrenmiş olurduk. Yarık yeterince yuvarlak ve küçükse, kuş gayet açıkça tanımlı bir gölge bırakırdı; ama değilse o zaman başka türlü düzeltmeler de yapmamız gerekirdi. Aynı kuş birden çok kez geçerse, o zaman gerçekte nasıl göründüğü ve nasıl uçtuğu vesaire hakkında sadece gölgesinden yola çıkarak gayet iyi bir betimleme elde etmeye başlardık. Yine diyelim ki güneş gökyüzünde aşağı taraflardayken yaprakları rüzgârda salınan bir ağaç, güneş ile bizim yarık arasında uygun bir yerdeyse, gölgesinden yola çıkarak bu ağacın da resmini elde etmeye başlardık. Yine arada bir belki bir tavşan bizim yarığımızın önünden sıçrardı ve onun da gölgesinden resmini elde etmeye başlayabilirdik."

"Bak bu ilginç" dedi Jessica. Birkaç saniye susup tekrar konuşmaya başladı: "Burada mağaranın içinde kapalı kalmışken gerçek bir bilimsel keşif yapabileceğimizi düşünüyor musun? Dışarıdaki dünyayla ilgili çok büyük bir keşif yaptığımızı hayal edelim. O zaman burada senin büyük konferanslarından birini yapar, haklı olduğumuzu bütün herkese anlatmaya çalışırdık. Elbette konferanstaki bütün insanların (bu arada senin de) mağaranın içinde büyümüş olmanız lazım, aksi halde haksızlık olur. Fakat onların da mağarada büyümesinde bir sakınca yok, çünkü senin komik bitkilerinden çok çok fazla var ve *hepimiz* onlarla karnımızı doyurabiliriz!"

Bu sefer Jessica'nın babasının irkildiği açıkça görülüyordu, fakat yine de sesini çıkarmadı. Birkaç dakika boyunca düşüncelerine dalıp gitti. Ardından: "Evet, bence bu mümkün olabilirdi. Ama bak en zor şey, onları bir dış dünyanın olduğuna ikna edebilmek olurdu. Tüm bilebildikleri gölgeler ve bunların zaman zaman nasıl hareket edip değiştiğinden ibaret olurdu. Onlar açısından dünyaya ilişkin her şey gölgelerin karmaşık kıpırdanışları ve mağaradaki şeylerle sınırlı olurdu. Demek ki işimizin bir parçası da, insanları gerçekten bizim kuramımızda ifadesini bulan bir dış dünyanın *varlığına* ikna etmek olurdu. Aslında bu iki şey birbiriyle uyumlu olurdu. Dış dünyanın iyi bir kuramına sahip olmak, insanların onun gerçekten orada olduğunu kabul etmelerini sağlamanın önemli bir parçası olurdu!"

"Tamam, baba o zaman bizim kuramımız ne?"

"O kadar hızlı gitme... Dur bir dakika... İşte bu: Dünya güneşin etrafında döner!"

"*Bu* da çok yeni bir kuram değil."

"Değil –aslında bu hemen hemen iki bin üç yüz yaşında–şu kaya parçasının girişi kapattığından bu yana geçen zaman kadar eski hatta! Ama hayalimizde hepimiz bütün yaşamımızı mağaranın içinde geçirdik ve insanlar daha önce böyle bir fikir hiç duymamış durumda. Bu yüzden bizim onları gerçekten güneş diye, hatta aynı nedenle dünya diye bir *şeyin* olduğuna ikna etmemiz gerekecek. Kuramımızın ışık ve gölgelerin her türlü hareketini en ince ayrıntılarına dek açıklamasındaki sade zarafet en sonunda konferanstakilerin çoğunu ikna edecek ve böylelikle dışarıda hem –bizim "güneş" dediğimiz– çok parlak bir şeyin olduğuna hem de dünyanın kendi ekseninin etrafında sürekli döner halde onun etrafında döndüğüne inanacaklar."

"Onları ikna etmek çok zor olmayacak mı?"

"Kesinlikle çok zor olacak! Aslında birbirinden çok farklı iki şeyi birden yapmamız gerekecek. Öncelikle bizim basit kuramımızın, yansıyan parlak ışığın gölgeleriyle birlikte mağara duvarında nasıl hareket ettiği hakkında korkunç derecede ayrıntılı verileri son derece kesin bir biçimde açıkladığını göstermemiz gerekecek. Kimi insanlar buna ikna olacaktır elbette; fakat başkaları bu durumun çok daha "sağduyulu" bir açıklamasının ol-

duğunu ve aslında güneşin dünyanın çevresinde döndüğünü iddia edecektir. Ayrıntılarına baktığımızda bu açıklamanın bizim ileri sürdüğümüzden daha karmaşık olduğu görülecektir. Ama yine de bu insanlar (kendileri açısından mantıklı buldukları) bu karmaşık açıklamalarına inanmayı sürdürecekler; çünkü mağaranın bizim kuramımızın gerektirdiği üzere saatte yaklaşık yüz bin kilometre hızla dönüyor olması olasılığını kabul edemeyecekler."

"Vay canına, bu *gerçekten* oluyor mu?"

"Evet, öyle diyebiliriz. Gerekçelendirmemizin ikinci kısmına gelirsek; daha sonra da tamamen farklı bir yönde ilerleyerek konferanstaki birçok kişinin konuyla tamamen ilgisiz olduğunu düşündüğü bir şeyi yapmamız gerekecek. Aşağıya doğru toplar yuvarlayıp sallanan sarkaçlar falan kullanacağız. Buradaki amacımız mağaranın içindeki şeylerin davranışını yöneten fiziksel yasaların mağaranın içindeki her şey hangi yönde, hangi hızda hareket ediyor olursa olsun değişmeden kalacağını göstermek olacak. Bu onlara mağara çok yüksek bir hızda hareket ettiğinde aslında hiçbir şey hissetmeyeceklerini gösterecek. Bu Galileo'nun gösterdiği önemli şeylerden birisiydi; sana aldığım kitapta geçen Galileo'yu hatırlıyorsun değil mi?"

"Elbette hatırlıyorum! Aman yarabbi, tüm bunlar kulağa korkunç karmaşık geliyor. İddiaya girerim, bizim konferansta da tıpkı senin ders verdiğin gerçek konferanslarda gördüğüm gibi birçok insan uykuya dalacak."

Jessica'nın babasının yüzü hafif kızardı. "Sanırım haklısın! Evet, ama korkarım bilim genellikle böyle zaten: Kimi zaman en son söylenen betimleme çarpıcı bir sadelik içerse de –dünyanın kendi etrafında dönerek güneş denen bir şeyin etrafında döndüğü şeklindeki fikrimizde olduğu gibi– ulaşmak istediğiniz betimlemeyle bazen tamamen alakasız görünen, çoğu son derece sıkıcı bir ton ayrıntı da ayrıntı... Kimi insanlar tüm bu sıkıcı ayrıntılara boğulmak zorunda hissetmez kendisini; çünkü fikri akla yatkın bulurlar zaten. Fakat gerçek şüpheciler her şeyin üstünden bir de kendileri geçmek, bir yerlerde bir açık bulmak isterler."

"Sağ ol babacığım! Bazen benimle böyle kıpkırmızı olup heyecanlandığın tarzda konularda konuşmanı çok seviyorum. Ama

artık dönelim mi? Hava kararıyor, ben yoruldum, acıktım, biraz da üşüdüm galiba."

"Hadi o zaman." Jessica'nın babası ceketini kızının omuzlarına koydu, eşyalarını topladı ve kolunu omzuna atarak onu artık karanlıklaşmaya başlayan mağara girişine doğru yönlendirdi. Çıktıklarında Jessica tekrar yukarıdaki kaya parçasına baktı.

"Biliyor musun, galiba seninle aynı fikirdeyim baba. Bu kaya *en az* iki bin üç yüz yıl daha böyle yukarda düşmeden durmaya devam edecek!"

1. Kısım

ZİHNİ ANLAMAK İÇİN NEDEN YENİ FİZİĞE İHTİYAÇ DUYUYORUZ?

Bilinçli Düşüncenin Hesaplanamazlığı

1

BİLİNÇ VE HESAPLAMA

1.1 Zihin ve Bilim

Bilimin kapsamı nedir? Onun yöntemlerine tabi olan sadece evrenimizin *maddi* özellikleri midir? Zihinsel varlığımız sonsuza dek onun menzilinin dışında mı kalmak zorunda? Yoksa günün birinde zihinlerin gölgeli gizeminin doğru bilimsel kavranışına ulaşabilecek miyiz? İnsan bilinci olgusu bilimsel sorgulama kapsamına girmeyen bir şey midir, yoksa bilimsel yöntemin gücü günün birinde bizim bilinçlerimizin gerçek varlığı sorununu çözebilecek mi?

Bilinç konusunun bilimsel kavranışına ulaşmaya çok yakın olduğumuzu; bu olgunun *hiçbir* gizem içermediğini ve hatta sorunu çözecek bütün parçaların gözümüzün önünde olduğunu düşünenler var. Onlara göre insan zihninin şu anki sınırlarının anlaşılması beyinlerimizin son derece büyük bir incelik ve örgütsel karmaşıklık içermesiyle ilgili bir konu; bu incelik ve karmaşıklığın elbette azımsanmaması gerekiyor, ama bu ilkesel olarak şu an elimizde olan bilimsel betimlemelerin yanıt olamayacağı, onların ötesine geçmemizi gerektirecek bir konu başlığı değil. Yelpazenin diğer ucundaysa zihin ve ruhla ilgili konuların (ve insanın bilinç sahibi olmasının gizeminin), duygusuz bir bilimin soğuk ve hesaplı işlem ve yöntemleriyle asla yeterince kavramayı düşünemeyeceğimiz şeyler olduğunu savunanlar var.

Bu kitapta ben bilinç sorununa bilimsel bir bakış açısıyla yaklaşmayı deneyeceğim. Ancak (bilimsel gerekçelendirme *kullanma* yoluyla) bizim bugünkü bilimsel yaklaşımımızda asli bir bileşenin eksik olduğunu açıkça ileri süreceğim. İnsanın zihin gücünün te-

mel meselelerinin tutarlı bir bilimsel bakış açısı içerisinde uyumlulaştırılması için bu kayıp bileşene ihtiyaç duyulacak. Kuşkusuz gereğine uygun şekilde genişletilmiş bir bilimsel bakış açısına ihtiyaç duyacak olsak da, bu bileşenin kendisinin bilimin sınırlarının ötesine geçen bir şey *olmadığını* ileri süreceğim. Kitabın 2. Kısmında, bugün sahip olduğumuz fiziksel evren betimlemesinin bu şekilde genişletilmesiyle hedeflenen özgün yolda ilerleyişinde okurlara yön göstermeye çalışacağım. Bu fizik yasalarımızın derin temelinde önemli bir değişiklik içeren bir yön ve ben de bu değişikliğin doğasının ne olması gerektiği ve bunun beyinlerimizin biyolojisine nasıl uygulanabileceği konusunda olabildiğince kesin konuşmaya çalışacağım. Bu eksik bileşenin doğasına ilişkin şu anki sınırlı kavrayışımızla bile, onun neye işaret ettiğine ve bizim bilinçli duygu ve eylemlerimizin temelinde yatan şey her neyse ona hayati bir katkı sunuyor olabileceğine dikkat çekeceğim.

Her ne kadar savunduğum tezlerin bazıları doğası itibariyle pek basit değilse de, mümkün olduğu ölçüde sadece temel kavramları kullanarak, savunduğum görüşü olabildiği kadarıyla açık ve anlaşılır kılmaya çaba gösterdim. Bazı yerlerde matematiksel ayrıntılar da işin içerisine girdi, fakat bunu gerekli olduğu koşullarla ya da tartışmanın anlaşılmasını sağlamada yardımcı olduğu hallerle sınırlı tuttum. İleri süreceğim türden savların herkesi ikna etmesini beklemenin yanlış olacağını bilmekle beraber, yine de bu görüşlerin üzerinde düşünülerek dikkatli ve tarafsız biçimde ele alınmayı hak ettiği düşüncesindeyim; çünkü toplamda göz ardı edilmemesi gereken bir savunuyu oluşturuyorlar.

Bilinçli zihinler problemini çözüme ulaştıramamış bir bilimsel dünya görüşü, ciddi bir tamlık iddiasında bulunamaz. Bilinçlilik evrenimizin bir parçasıdır, dolayısıyla ona uygun şekilde yer vermeyen hiçbir fizik kuramı bize evrenin gerçek bir betimlemesini sunmuş sayılamaz. Şu ana dek hiçbir fiziksel, biyolojik ya da hesaplamalı kuramın henüz bizim bilincimizi ve bunu izleyen zekâmızı açıklamaya çok yaklaşmamış olduğunu söylemeliyim; fakat bu bizi araştırma çabasından vazgeçirmemeli. Aklımızda bu türden özlem ve esinlenmeler olmadan bu kitaptaki görüşler sizlere sunulamazdı. Belki günün birinde ihtiyaç duyulana tam olarak uygun bir fikirler toplamı ortaya çıkacaktır. Bu olursa felsefi yaklaşımımızın

kökten değişmemesi düşünülemez. Yine de bilimsel bilgi iki taraflı keskin bir kılıçtır. Bilimsel bilgimizle gerçekte ne *yaptığımız* başka bir konudur. Şimdi gelin bilim ve zihin konusundaki görüşlerimizin bizi nerelere götürebileceğine bakalım.

1.2 Robotlar bu dertli dünyamızı kurtarabilir mi?

Gazetelerimizi ya da televizyonlarımızı her açtığımızda insan türünün türlü çeşitli aptallıkları karşımıza çıkıyor. Ülkeler ya da ülkelerdeki bazı bölgeler yer yer birbirleriyle korkunç savaşlara yol açabilecek çatışmalar yaşıyorlar. Aşırı dinsel coşkunluklar, milliyetçilik, farklı etnik çıkarlar, dil ve kültür farklılıkları ya da kimi lafazanların bencil çıkarları huzursuzluk ve şiddeti körükleyebiliyor, bazen de birikerek tarifi imkânsız vahşetlere neden olabiliyor. Baskıcı otoriter rejimler hala daha halklarına boyun eğdiriyor, onları ölüm mangaları kullanarak kontrol altında tutuyor. Bugün hala ezilenler ve ortak bir hedef arkasında birleşme potansiyeli taşıyanlar sıklıkla birbirleriyle çatıştırılıyor ve uzun zamandır engellenmiş hakları verildiğinde de bu özgürlüğü kendilerine zarar veren şekillerde kullanabiliyorlar. Refah, barış ve demokratik özgürlüğün olduğu şanslı ülkelerde bile kaynaklar ve işgücü anlamsız biçimlerde çarçur ediliyor. Bu insanlığın genel aptallığının açık bir göstergesi değil mi? Kendimizin hayvanlar dünyasında zekânın doruğunu temsil ettiğimizi düşünsek de, bu zekâ kendi toplumumuzun karşılaşmaya devam ettiği sorunların çoğuyla baş etmek için üzüntü verici biçimde yetersiz gözüküyor.

Yine de zekâmızın pozitif başarıları göz ardı edilemez. Bunların başında bilim ve teknolojideki çarpıcı başarımız yer alıyor. Aslına bakılırsa şunu da itiraf etmeliyiz ki, bu teknolojinin getirilerinden bazıları, oldukça tartışmalı bir uzun dönemli (ya da kısa dönemli) değer taşımakla kalmıyor, bizleri çok sayıda çevre sorununa ve teknolojinin teşvik ettiği küresel felaketler korkusuna tanıklık etmeye götürüyor. Öte yandan aynı teknoloji bize sağladığı rahatlıklarıyla birlikte modern toplumumuzu oluşturuyor; korkudan, hastalıktan ve yoksunluktan kurtulma, entelektüel ve estetik ilerleme ve ufuk açıcı küresel iletişim fırsatlarını bizlere armağan ediyor. Teknoloji bu kadar çok olanağın önünü açmış ve

bir anlamda bizim bireysel fiziksel benliklerimizin güç ve faaliyet alanını artırmış durumdaysa, gelecekte bunun çok daha fazlasına ulaşmak mümkün değil mi?

Duyularımız hem eski hem de modern teknolojimiz sayesinde olağanüstü şekilde genişledi. Görme yetimiz türlü çeşitli gözlükler, aynalar, teleskoplar, mikroskoplar ve video kameralar, televizyon vs sayesinde müthiş bir biçimde arttı ve ilerledi. Duyma yetimize eskiden yardımcı olan kulak borularının yerini şimdi çok küçük elektronik aletler aldı ve bu yetimiz telefonlar, radyo iletişimi ve uydularla büyük bir ilerleme kaydetti. Bizi hareket kabiliyetimizin doğal biçimlerinin ötesine taşıyan, hareketimize yardımcı bisikletler, trenler, motorlu araçlar, gemiler ve uçaklara sahibiz. Basılı kitaplar, filmler ve *elektronik bilgisayarların* devasa bellek kapasiteleri hafızalarımızın yardımına koşuyor. Modern bilgisayarların yapabildikleri sayesinde ister basit ve rutin, ister çok büyük ve karmaşık türde olsun hesaplama becerimiz çok büyük ölçüde arttı. Dolayısıyla sahip olduğumuz teknoloji bize *fiziksel* benliklerimizin faaliyet alanında devasa bir genişleme sunmakla kalmıyor, çok sayıda rutin görevi gerçekleştirme becerimizi de artırarak *zihinsel* becerilerimizin kapsamını da genişletiyor. Peki, rutin olmayan zihinsel işlerde, özgün *zekâ* gerektiren işlerde durum ne? Bilgisayarlı teknolojilerin burada da yardımımıza koşup koşamayacağını sormamız gayet doğaldır.

Bizim (bilgisayarın sürüklediği) teknolojik toplumumuzda, zekâyı artırmak için müthiş bir potansiyele sahip en azından bir yön olduğu konusunda benim açımdan hemen hiç kuşku yoktur. Burada toplumumuzun teknolojinin değişik getirilerinden, ancak duyarlılık ve ferasetle kullanılırsa büyük fayda sağlayabilecek olan eğitim olanaklarına atıfta bulunuyorum. Teknoloji bize, doğru üretilmiş çok çeşitli kitap, film, televizyon ve etkileşimli bilgisayar kontrollü sistemlerin kullanımı yoluyla bu potansiyeli sağlıyor. Sayılanlar ve diğer gelişmeler bize zihinlerimizi genişletme fırsatlarını, başaramazsak da sağırlaştırma tehlikesini sunuyor. İnsan aklının kapasitesi ona verilen başarma olanaklarından çok daha fazlasına sahip. Ne yazık ki bu olanakların hepsi çok sık bir biçimde israf ediliyor ve ne genç ne de yaşlı zihinlere hak ettikleri koşullar sağlanıyor.

Okuyucularımız soracaktır: Zihinsel kapasitenin çok daha genişletilmesi için daha başka bir olasılık yok mu; bilgisayar teknolojisindeki olağanüstü ilerlemelerden doğmaya başlayan yabancı ya da uzaylı bir elektronik "zekâ" olamaz mı bu? Gerçekten de şimdiden entelektüel yardım almak üzere bilgisayarlara başvurmaya başlamış durumdayız. Yardım almayan insan zekâsının alternatif faaliyetlerin olası sonuçlarını değerlendirmekte çok yetersiz kaldığı birçok durum var. Bu tarz sonuçlar insanın hesaplama gücünün çok ötesinde yer alabiliyor; bu yüzden geleceğin bilgisayarlarının kesin hesaplama gerektiren sonuçların insan zekâsına paha biçilemez bir yardım sunduğu bu görevlerde çok daha fazla ilerlemeleri bekleniyor.

Buna rağmen bilgisayarların bundan çok daha büyük başarılar elde etmesi mümkün olamaz mı? Birçok uzman bilgisayarların bize, en azından ilkesel olarak, nihayetinde bizim zekâmızı geçecek olan bir *yapay* zekâ potansiyeli sunduğunu iddia ediyor.[1] Bilgisayar kontrollü robotların "insana denk" düzeye ulaşır ulaşmaz bizim cılız düzeyimizin ötesine çok hızlı bir biçimde geçmelerinin fazla zaman almayacağı iddiasını ileri sürüyorlar. İşte ancak *bunun ardından* sahip olabileceğimiz yeterli zekâ, akıl ve bilgelikle insanlığın bu dünyada yarattığı sorunların üstesinden gelebileceğimizi iddia ediyorlar.

Bu mutlu noktaya gelebilmemiz ne kadar zaman alacak? Bahsi geçen uzmanlar arasında bu konuda bir fikir birliği yok. Kimileri bunun için yüzyıllar geçmesi gerektiğini söylüyor, kimileri de bu insan denkliğine ulaşılmasına birkaç on yıl kaldığını iddia ediyor.[2] Bu ikinci görüşü savunanlar bilgisayarların gücünün "üssel" olarak son derece hızlı artmasına dikkatleri çekiyor ve tahminlerini transistörlerin hızı ve hatasızlığı ile nöronların görece yavaşlığı ve dağınık faaliyeti arasında bir karşılaştırmaya dayandırıyorlar. Gerçekten de elektronik devreler şimdiden beyindeki nöronların ateşlenmesinden bir milyondan fazla kat daha hızlı durumda (transis-

---

1 *Bkz.* özellikle Good (1965), Minsky (1986), Moravec (1998).

2 Moravec (1988) bu tür bir zaman ölçeğini gerekçelendirirken temele, başarılı biçimde modellendiğini düşündüğü (özellikle retinanın içerisindeki) korteks orantısını ve bilgisayar teknolojisinin gelecekte ulaşacağı gelişme hızına ilişkin tahminini yerleştirmektedir.

törlerin hızı 10^9/sn civarındayken nöronlarınki sadece 10^3/sn)[3] ve faaliyet zamanlaması ile hatasızlığında nöronların hiçbir biçimde sergileyemediği muazzam bir kesinliğe sahipler. Üstelik beynin "ağ bağlantılarında" o kadar büyük bir rastlantısallık var ki, bu elektronik olarak yazılan devrelerin incelikli ve kesin düzeni sayesinde çok büyük ölçüde giderilebilir durumda.

Beynin nöron yapısı bazı alanlarda, her ne kadar bu avantajlar görece olarak kısa ömürlü olsa da, günümüzün bilgisayarlarıyla karşılaştırıldığında sayısal bir üstünlük sağlıyor. Toplam nöron sayısında (yüz milyarlarca olduğu tahmin ediliyor) insan beyninin, an itibariyle bilgisayarların transistör sayısının üzerinde olduğu ileri sürülüyor. Dahası ortalama olarak bakıldığında farklı nöronlar arasındaki *bağlantıların* sayısı, bir bilgisayardaki transistörler arasındaki bağlantı sayısından bir hayli daha fazla. Özellikle beyincikteki Purkinje hücreleri 80.000 kadar sinaptik uç (nöronlar arası kesişme noktası) sahibi olabilirken, bir bilgisayarda bu sayı en fazla sadece üç veya dört olabiliyor. (Beyincik konusunda daha sonra başka yorumlarım da olacak; *krş.* §1.14, §8.6.) Üstelik günümüzdeki bilgisayarlardaki transistörlerin çoğu sadece bellekle ilişkili ama hesaplama faaliyetleriyle ilişkili değilken, beyinde bu tarz hesaplama faaliyetlerinin daha yaygın olması muhtemeldir.

Beynin sahip olduğu bu geçici üstünlükler gelecekte, özellikle de çok büyük ölçekte "paralel" hesaplamalı sistemler daha gelişkin hale geldiğinde kolaylıkla ortadan kalkabilir. Farklı birimlerin birleştirilerek giderek daha büyük birimlerin elde edilebilmesi bilgisayarlara üstünlük sağlayacak, böylelikle toplam transistör sayısı ilkesel olarak neredeyse sınırsız biçimde artırılabilecektir. Ek olarak şu an sahip olduğumuz bilgisayarların kablo ve transistörlerinin yerini uygun optik (lazer) aygıtların alması ve böylece hız, güç ve küçülmede olağanüstü artışlara ulaşılması gibi teknolojik devrimler kapıda beklemektedir. Daha temel sorunsa beyinlerimizin şu an sahip olduğumuz sayılara *mahkûm* gözükmesi ve tek bir hücreden büyümek zorunda olmamız gibi daha başka birçok sınırlılığın olmasıdır. Öte yandan bilgisayarlar en

[3] Intel Pentium çipi yaklaşık olarak başparmak tırnağı kadar büyüklükte bir "silikon dilimi" üzerinde, her biri saniyede 10^{13} milyon tam direktifi gerçekleştirebilen üç milyondan fazla transistöre sahip.

nihayetinde ihtiyaç duyulan her şeye ulaşmaları için bilinçli olarak inşa edilebilmektedir. Her ne kadar aktarılan fikirlerde henüz göz önüne alınmamış bir dizi önemli etmene (özellikle de nöronların faaliyetinin temelinde yatan çok önemli bir faaliyet düzeyine) daha sonra işaret edecek olsam da, yalnızca hesaplama gücü açısından bakıldığında, eğer bilgisayarlar şimdiden beyinlere üstünlük sağlamamışlarsa bile, uzun olmayan bir süre sonra kesin olarak *üstünlük kuracakları* yönünde gayet etkileyici görünen bir savunu geliştirilebilir.

Bu yüzden yapay zekâ savunucularının en önde gelenlerinin güçlü iddialarına inanma ve bilgisayarlar ve bilgisayar destekli robotların nihayetinde (hatta belki de kısa bir süre sonra) insan becerilerinin tümünü aşıp geçeceğini kabul etmeyle yüz yüzeysek, o halde bilgisayarlar *bizlerin* zekâsına sadece yardımcı olmaktan çok daha fazlasını yapabilecekler demektir. Kendi hudutsuz zekâlarına gerçekten sahip olacaklar. *Daha sonra* da aklımıza gelen her konuda bu üstün zekâların otoritesine danışma amacıyla başvuracağız ve dünyanın insanlardan kaynaklanan dertleri en sonunda çözülecek!

Fakat bu potansiyel gelişmelerin kulağa cidden tehlikeli gelen başka bir mantıksal sonucu daha olacak gibi gözüküyor. Bu bilgisayarlar en nihayetinde insanları kendilerine gereksiz görmeyecekler mi? Bilgisayar destekli robotlar her yönden bizden üstün hale gelirlerse, dünyayı bize ihtiyaç duymaksızın daha rahat yönetebileceklerini fark etmeyecekler mi? Bu durumda artık insanlığın kullanım süresi geçmiş olacak. Belki eğer şanslıysak Edward Franklin'in dediği gibi bizi ev hayvanları olarak tutacaklar ya da eğer akıllıysak Hans Moravec'in (1988) ısrarcı olduğu üzere "benliklerimiz" olan "bilgi kalıplarımızı" robot formuna transfer etmeyi başaracağız ya da belki o kadar şanslı ve o kadar akıllı *olmayacağız*...

1.3 Hesaplama ve bilinçli düşünmenin $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ ve $\mathcal{D}$'si

Peki, ama burada mesele hesaplama gücü mü yoksa hızı mı, kesinlik mi ya da bellek mi, yoksa şeylerin şebeke şeklinde birbirine bağlanma biçimindeki ayrıntılar mı? Öte yandan bizler beyinlerimizle hesaplama kavramlarıyla hiçbir şekilde açıklanamayacak

olan bir şeyler yapıyor olabilir miyiz? Bilinçli farkındalık duygularımız (mutluluk, acı, sevgi, estetik duyarlılık, irade, anlayış vs) böylesi bir hesaplamaya dayalı betimlemenin neresine oturuyor? Geleceğin bilgisayarları gerçekten *zihin* sahibi olacak mı? Bilinçli bir zihnin varlığı gerçekte davranışı herhangi bir biçimde etkiler mi? Bu tip şeyler hakkında bilimsel terimlerle konuşmak anlamlı mı; yoksa bilim, insan bilinciyle bağlantılı konulara yanıt verme yetkinliğine sahip değil mi?

Bana göre bu konuda akla uygun şekilde savunulabilecek birbirinden farklı en az dört bakış açısı[4] (ya da uç bakış açısı) var gibi görünüyor:

A. Düşünme tamamen hesaplamadır; özelde de bilinçli farkındalık duyguları yalnızca uygun hesaplamaların gerçekleştirilmesi yoluyla ortaya çıkar.

B. Farkındalık beynin fiziksel faaliyetinin bir özelliğidir ve herhangi bir fiziksel faaliyet hesaplamaya dayanarak simüle edilebilmesine karşın, hesaplamalı simülasyon kendi başına bir farkındalık ortaya çıkaramaz.

C. Beynin uygun fiziksel faaliyeti farkındalık uyandırır, ancak bu fiziksel faaliyet hesaplamaya dayanarak düzgün bir şekilde simüle dahi edilemez.

D. Farkındalık fiziksel, hesaplamalı ya da diğer bilimsel kavramlar temelinde açıklanamaz.

D'de belirtilen bakış açısı, fizikalist yaklaşımı tümden reddetmesi ve zihni bilimsel terimlerle kesinlikle açıklanamayacak bir şey olarak görmesiyle mistik bakış açısıdır ve *D*'nin içeriği kısmen de olsa dinsel doktrinin kabulüyle de bağlantılıdır. Benim görüşüm, zihinle ilgili konuların günümüzdeki bilimsel anlayışta bir rahatsızlık kaynağı olsa da, sonsuza dek bilim alanının dışında kalacak şekilde görülmemesi gerektiğidir. Eğer bilim henüz zihin konusuyla ilgili önemli şeyler söyleyemiyorsa, o halde en ni-

[4] Bu dört yaklaşım örneğin Johnson–Laird (1987), s:252'de açık biçimde tanımlanmaktadır. (Yalnız onun "Church–Turing tezi" dediği şeyin esasen benim §1.6'da "Turing tezi" diyerek, "Church tezi" demekten kaçındığım şey olduğunun altını çizmemiz gerekir.)

hayetinde bu tarz konuları çözebilecek ve belki de izlediği yolları biraz değiştirecek şekilde kapsamını genişletmek zorundadır. Bilginin ilerleyişinde bilimsel ölçütleri inkârı nedeniyle mistisizmi (gizemciliği) reddetmekle birlikte, genişletilmiş bilim ve matematiğin içerisinde en nihayetinde zihnin gizemine bile yer vermeye yetecek ölçüde gizem bulunacaktır. Bu fikirlerin bazılarını kitapta ileride açacağım, ama şu anda $\mathscr{D}$'yi reddettiğimi ve bilimin bizim için düzenlediği yolda ilerlemeye çalıştığımı söylemem yeterli olacaktır. Eğer bir biçimiyle $\mathscr{D}$'nin doğru olmak zorunda olduğuna inanan bir okursanız, bana sabır göstererek bilimsel yolda ne kadar ileri gidebileceğimizi görmenizi ve bu yolun bizi en sonunda nereye götürmek zorunda olduğu konusundaki düşüncemi anlamaya çalışmanızı isterim.

Şimdi de diğer uç olarak gözüken $\mathscr{A}$ yaklaşımının ne olduğuna bakalım. Bu yaklaşım genellikle *güçlü* YZ (Yapay Zekâ), kimi zaman da *sert* YZ ya da her ne kadar kimileri "işlevselcilik"[5] kavramını $\mathscr{C}$'nin bazı türleri için de kullansa da, *işlevselcilik* olarak adlandırılıyor. Kimileri $\mathscr{A}$'yı bilimsel tutumun izin verdiği tek bakış açısı olarak değerlendiriyor. Diğerleriyse $\mathscr{A}$'yı ciddiye alınmayı bile hak etmeyen bir saçmalık olarak görüyor. $\mathscr{A}$ yaklaşımının çok çeşitli türleri olduğuna kuşku yok. (Alternatif hesaplamalı yaklaşımların uzun bir listesi için *bkz.* Sloman 1992). Bunlardan bazıları nelerin "hesaplamalı" ya da bir hesaplama "gerçekleştirme" olarak değerlendirileceği yönünden farklılıklar gösteriyor. Hatta kendilerinin, "hesaplama" kavramının değerlendirilmesinde geleneksel YZ'den farklı bir bakışa sahip oldukları için, hiç de "güçlü YZ savunucuları" olmadıklarını iddia eden $\mathscr{A}$ yandaşları da var (*krş.* Edelman 1992). Bu konulara §1.4'de biraz daha geniş değineceğim. Şu an için bu kavramı sadece bildiğimiz genel amaçlı bilgisayarların yapabildikleri türden şeyler anlamıyla kabul etmek yeterli olacaktır. Diğer $\mathscr{A}$ yandaşları da "farkındalık" ve "bilinç" kelimelerinin anlamını nasıl yorumladıklarına bağlı olarak farklılık gösterebiliyorlar. Kimileri "bilinçli farkındalık" diye bir olgunun *varlığına* dahi izin vermezken, başkaları bu olgunun varlığını kabul ediyor fakat bunu gerçekleştirilen hesaplamada yeterli de-

[5] Örneğin D. Dennett, D. Hofstadter, M. Minsky, H. Moravec, H. Simon; bu kavramlar üzerine bir tartışma için *bkz.* Searle (1980), Lockwood (1989)

recede bir karmaşıklık (ya da gelişmişlik ya da kendine-gönderim ya da her neyse) olduğunda karşımıza çıkan bir tür "beliren özellik" (§4.3 ve §4.4 ile *krş.*) olarak değerlendiriyorlar. "Bilinç" ve "farkındalık" kavramlarına ilişkin kendi yorumumu §1.12'de açıklayacağım. Ancak şu an itibariyle yorumlardaki olası farklılıklar tartışmamız için çok büyük bir önem taşımıyor.

KYU'da eleştirilerimi en çok özel olarak güçlü YZ yaklaşımı olan $\mathscr{A}$'ya yöneltmiştim. O kitabın sadece sahip olduğu uzunluktan bile anlaşılmalı ki, her ne kadar ben $\mathscr{A}$'nın doğru olduğuna inanmasam da, onu son derece dikkate değer ciddi bir olasılık olarak değerlendiriyorum. $\mathscr{A}$, fiziksel dünyanın tamamen hesaba dayalı olarak işlediğinin kabul edildiği bilime ilişkin son derece işlevsel bir tutumun göstergesidir. Bu görüşün uç bir biçiminde evrenin kendisi devasa bir bilgisayar olarak kabul edilir[6] ve bu bilgisayarın gerçekleştirdiği uygun alt hesaplamalar bizlerin bilinçli zihinlerini oluşturan "farkındalık" duygularını uyandırmaktadır.

Bu yaklaşımın kısmen modern yirminci yüzyıl biliminde hesaplamalı simülasyonların oynadığı güçlü ve artan rolden, kısmen de fiziksel nesnelerin hesaplanabilir matematik yasalarına bir anlamda tabi olan "bilgi kalıplarından" ibaret olduğu yönündeki inançtan kaynaklandığını zannediyorum. Beden ve beyinlerimizdeki malzemenin çoğu sürekli olarak yenilenmektedir ve devamlılık gösteren sadece bu yenilenme *kalıbı*, örüntüsüdür. Dahası maddenin kendisi, bir biçimden diğerine dönüştürülebildiği için yalnızca geçici bir varoluşa sahip gibi gözükmektedir. Maddi bir cismin, cismin içerdiği madde niceliği için kesin bir fiziksel ölçüm sağlayan *kütlesi* bile uygun koşullar altında (Einstein'ın ünlü formülü $E = mc^2$ uyarınca) saf enerjiye dönüştürülebilir; dolayısıyla maddi töz bile kendisini yalnızca kuramsal bir matematik gerçekliğe sahip bir şeye dönüştürebilir gibi gözükmektedir. Dahası kuantum kuramı bize maddi parçacıkların yalnızca bilgi "dalgaları" olduklarını söylüyor gibi gözükmektedir. (Bu konuları 2. Kısımda daha ayrıntılı olarak ele alacağız.) Bu yüzden maddenin kendisi belirsiz ve geçicidir ve "benliğin" sürekliliğinin gerçek maddi parçacıklardan daha çok *kalıpların* korunmasıyla ilişkili olabileceğini varsaymak hiç de mantıksız değildir.

[6] *Bkz.* Moravec (1988).

Evreni yalnızca bir bilgisayar olarak değerlendirmenin uygun olduğunu düşünmediğimizde bile, kendimizi işlevsel olarak $\mathcal{A}$ yaklaşımına sürüklenmiş hissedebiliriz. Bir bilgisayar tarafından yönetilen ve sorulan sorulara tıpkı bir insan gibi yanıt veren bir robotun olduğunu düşünelim. Kendisini nasıl hissettiğini sorduğumuzda onun gerçekten duygulara sahip olma durumuyla tamamen tutarlı bir biçimde yanıt verdiğini görüyoruz. Bize kendisinin farkındalık sahibi, mutlu ya da üzgün olduğunu, kırmızı rengi algılayabildiğini ve "zihin" ile "benlik" meseleleri konusunda bazı kaygılara sahip olduğunu söylüyor. Hatta *diğer* varlıkları (özellikle insanları) kendisinin hissettiğini iddia ettiğine benzer bir bilince sahip varlıklar olarak değerlendirip değerlendirmemesi gerektiği konusunu merak ettiğini bile ifade edebilir. *Onun* farkında olma, şaşırma, neşeli olma ya da acı hissetme iddialarına, bunlardan çok azıyla bilinçli olduklarını *kabul ettiğimiz* diğer insanlarla karşılaştırınca neden inanmayalım? İşlevsel görüş, bana öyle geliyor ki, tam anlamıyla kesin kanıtlara sahip olmasa bile dikkate değer bir kuvvete sahip. Bilinçli bir beynin sürekli sorgulama dahil bütün *dış* göstergeleri tamamen bilgisayar kontrolü altındaki bir sistem tarafından bütünüyle taklit edilebiliyorsa, o halde onun *iç* göstergelerini (bilincin kendisini) kabul etmek için mantıklı bir sebebin olacağı, böylesi bir simülasyonla bağlantılı olarak düşünülmelidir.

$\mathcal{A}$'yı $\mathcal{B}$'den ayıran şey esasen *Turing testi*[7] adı verilen bu tür bir gerekçelendirmenin kabul edilmesidir. $\mathcal{A}$'ya göre sürekli sorgulamanın ardından ikna edici bir biçimde bilinç sahibiymiş *gibi* davranan bilgisayar kontrollü bir robot, *gerçekten* bilinçli olarak nitelendirilmelidir. Fakat $\mathcal{B}$'ye göre bir robot, bilinçli bir insan bu zihinsel niteliğe gerçekte hiç sahip değilken nasıl davranabiliyorsa tam olarak aynı şekilde davranabilir. Hem $\mathcal{A}$ hem de $\mathcal{B}$, her ikisi de bilgisayar kontrollü bir robotun bilinçli bir insanın yaptığı gibi ikna edici bir şekilde *davranabilmesine* izin verir; fakat $\mathcal{C}$ bilgisayar kontrollü robotla bilinçli bir insanın tam olarak etkili bir simülasyonunun bile başarılabilmesini kabul etmez. Bu yüzden $\mathcal{C}$'ye göre robotun gerçekte bilinç sahibi olmayışı, yeterince uzun bir sorgulamanın ardından eninde sonunda kendisini dışa vurmak durumundadır. Doğrusunu isterseniz $\mathcal{C}$, $\mathcal{B}$'den çok daha

[7] Turing (1950); *bkz.* KYU, s. 5–14.

işlevsel bir bakış açısıdır ve bu açıdan bakıldığında *B*'den çok *A*'ya benzemektedir.

B'de durum nedir öyleyse? Ben bu bakış açısının sanırım çoğumuzun "bilimsel sağduyu" olarak değerlendireceğimiz yaklaşım olduğunu düşünüyorum. Bazen *zayıf* (ya da *yumuşak*) YZ olarak da adlandırılmaktadır. *A* gibi bu da, evrendeki bütün fiziksel nesnelerin ilkesel olarak hesaplamaya dayanılarak simüle edilmesine izin veren bir bilime uyarak davranmak zorunda olduğu görüşünü doğru kabul eder. Öte yandan dışsal olarak bilinçli bir varlık olarak davranan bir şeyin, mutlaka kendisinin de bilinçli olması gerektiği şeklindeki işlevsel iddiaya açıkça karşı çıkar. Felsefeci John Searle'ün vurguladığı gibi,[8] fiziksel bir sürecin hesaplamaya dayalı simülasyonu gerçek sürecin kendisinden çok farklı bir şeydir. (Örneğin bir kasırganın bilgisayar simülasyonunun kasırganın kendisi olmadığı açıktır!) *B* görüşünde bilincin varlığı ya da yokluğu, gerçek fiziksel cismin "düşünmeyi yapıp yapmadığına" ve bu cismin özel fiziksel eylemleri gerçekleştirip gerçekleştirmediğine çok bağlıdır. Bu eylemlerde devreye girebilecek belirli hesaplamaların göz önüne alınması ikincil önemdedir. Bu yüzden biyolojik bir beynin faaliyeti bilinç uyandırabilirken, onun kesin elektronik simülasyonu uyandırmayabilir. *B* yaklaşımında bu ayrımın biyoloji ile fizik arasında olması gerekli değildir. Tartışılan cismin (diyelim ki beynin) hesaplama faaliyeti değil, gerçek *maddi* yapısı her şeyden daha önemli görülür.

C bakış açısı benim gerçeğe en yakın olduğuna inandığım yaklaşımdır. *B*'ye göre daha işlevsel bir bakış açısıdır, çünkü bilinçli nesnelerin (diyelim ki beyinlerin) bir bilgisayarın dış göstergelerinden daha farklı dış göstergeleri olduğunu ileri sürer: Bilincin dışa doğru etkileri hesaplamaya dayanılarak doğru biçimde simüle edilemez. Sırası geldiğinde buna inanma nedenlerimi de açıklayacağım. *C* de, *B* gibi zihnin belirli fiziksel nesnelerin (beyinlerin; şüphesiz sadece beyinler olması gerekmiyor) davranışının dışavurumu olarak ortaya çıktığı şeklindeki fizikalist görüşü kabul etiği için; buradan *C*'nin saklı anlamlarından birine, fiziksel faaliyetlerin hepsinin hesaplamaya dayanılarak doğru biçimde simüle *edilemediği* sonucuna ulaşıyoruz.

---

[8] *Bkz.* Searle (1980), (1992).

Günümüz fiziği bir bilgisayarda simüle edilmesi ilkesel olarak olanaksız olan bir eylem olasılığına izin veriyor mu? Bunun yanıtı, eğer matematiksel olarak sağlam bir önerme arıyorsak, benim için açık değil. Bu konuda kesin matematiksel teoremlere ulaşılması için gerekli olandan çok daha az şey biliyoruz.[9] Yine de benim kişisel görüşüm, böylesi hesaplanamaz eylemlerin şu an bilinen fizik yasalarının *dışında* yer alan bir fizik alanında bulunabileceği yönündedir. Bu kitabın ilerideki bölümlerinde kuantum yasalarının egemen olduğu "küçük ölçekli" düzey ile klasik fiziğin "gündelik" düzeyi arasında bir alanda yeni bir kavrayışa ihtiyaç duyulduğuna inanmamız için fiziğin kendi içinden gelen güçlü gerekçelerden bazılarını aktaracağım. Fakat yeni bir fizik kuramına gereksinim olduğu yönünde bu söylenenler, günümüzün fizikçileri arasında hiçbir biçimde evrensel olarak kabul görmüş değildir.

Bu yüzden $\mathscr{C}$ başlığı altında karşımıza çıkabilecek en az iki farklı bakış açısı vardır. $\mathscr{C}$'ye inananlardan bazıları günümüzdeki fizik kavrayışımızın son derece yeterli olduğunu ve bilinen kuram sınırları içerisinde kalarak tamamen hesaplamaya dayanarak başarılabileceklerin kapsamının dışına bizi taşıyabilecek incelikli davranış türlerine (örneğin daha sonra ele alacağımız kaotik davranış (§1.7), ayrık değil, sürekli eylem (§1.8), kuantum rastlantısallık) bakmamız gerektiğini ileri sürmektedir. Öte yandan günümüz fiziğinin ihtiyaç duyulan türden bir hesaplanamazlık için kabul edilebilir bir kapsam sunmadığını söyleyenler de var. Bu kitabın ileriki bölümlerinde işin içerisine temel itibariyle yeni bir fiziğin girmesini gerektiren bu daha güçlü görüş uyarınca $\mathscr{C}$'yi benimsemek için güçlü olduğuna inandığım nedenleri belirteceğim.

Kimi kişiler eğer bilinç olgusuna herhangi bir açıklama bulmak istiyorsak bilinen bilimin sınırlarının ötesine bakmak zorunda olduğumuzu söylediğim için, bunun beni aslında $\mathscr{D}$ tarafına yerleştirdiğini tartışmaya açmak istedi. Ancak $\mathscr{C}$'nin bu güçlü versiyo-

---

[9] Günümüzdeki fiziğin ayrık (dijital) değil, *sürekli* eylemin kullanımına dayalı olması gerçeği nedeniyle konu karmaşıklaşmaktadır. Bu bağlamda "hesaplanabilirliğin" *anlamı* bile çeşitli yorumlara açıktır. Bu konuyla bağlantılı tartışmalar için *bkz.* Pour-el (1974), Smith ve Stephenson (1975), Pour-el ve Richards (1979), (1981), (1982), (1989), Blum, Shub ve Smale (1989), Rubel (1988), (1989). Bu konuya §1.8'de tekrar dönülecektir.

nu ile $\mathscr{D}$ yaklaşımı arasında, özellikle de *yöntembilimsel* açıdan özsel bir farklılık vardır. $\mathscr{C}$'ye göre bilinçli farkındalık problemi, uygun bilim henüz elde edilmemiş olsa da, bilimsel bir konudur. Bu yaklaşımı kuvvetli bir biçimde savunuyorum; meseleye bilimin yöntemlerine bağlı kalarak (bu yöntemlerin şu anda belki sadece bir anlığına görebilir gibi olduğumuz yönlerde uygun şekilde genişletilmesiyle) yanıt aramak zorunda olduğumuza inanıyorum. Günümüzde mevcut bilimin başarabilecekleri konusundaki örtüşen görüşlerinde hangi benzerlikler bulunursa bulunsun, bu $\mathscr{C}$ ile $\mathscr{D}$ arasındaki en önemli farktır.

Yukarıda tanımlanan $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$, $\mathscr{C}$ ve $\mathscr{D}$ yaklaşımları, kabul edilebilecek kutupsal ya da uç bakış açılarını sergileme amacı taşımaktadır. Kimi insanların kendi görüşlerinin bu kategorilerden hiçbirine tam olarak oturmamış, belki de bunlar arasında bir yerde ya da bunlardan bazılarının ötesine geçen bir yerlerde olduğunu hissetmelerini kabul edebilirim. Örneğin $\mathscr{A}$ ile $\mathscr{B}$ arasında çok sayıda inanç derecesinin mümkün olduğu kesindir (*bkz.* Sloman 1992). Hatta daha ilerideki tartışmalarımızda yer yer karşımıza çıkacak bir olasılık olarak, nadir sayılamayacak şekilde ifade edilen ve $\mathscr{A}$ ve $\mathscr{D}$'nin (ya da belki $\mathscr{B}$ ve $\mathscr{D}$'nin) bir bileşimi olarak görülebilecek bir görüş de vardır. Bu görüşe göre beynin faaliyeti bir bilgisayar faaliyetidir; fakat bu bilgisayar o kadar olağanüstü bir karmaşıklığa sahiptir ki, taklit edilmesi insanlık ve bilimin zekâ ve kavrayışını aşar, "piyasadaki en iyi programcı"[10] olan Tanrı'nın kutsal bir yaratısı olsa gerektir!

1.4 Fizikalizm ve Zihinselcilik

$\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$, $\mathscr{C}$ ve $\mathscr{D}$ şeklinde ele alınan konularla bağlantısı içerisinde, genellikle birbirine zıt duruş noktalarını betimlemek için kullanılan "fizikalist" ve "zihinselci" kelimelerinin kullanımı konusunda kısa bir not düşmem gerekiyor. $\mathscr{D}$ fizikalizmin tümden inkârını temsil ettiği için, $\mathscr{D}$'ye inananların kesinlikle zihinselci olarak kabul edilmeleri gerekir. Fakat diğer üç yaklaşım olan $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$ ve $\mathscr{C}$'yle ilgili olarak fizikalizm ile zihinselcilik arasındaki sınırın

[10] Bu güzel ifadeyi BBC Radio 4'teki "Thought for the Day" programındaki bir spikere borçluyum.

nerede çizileceği benim açımdan hiç de açık değil. Sanıyorum $\mathscr{A}$ yaklaşımına sahip olanların normalde fizikalist olduklarının düşünülmesi gerekir ve *onların* çok büyük çoğunluğunun da kendilerini böyle adlandıracaklarından eminim. Ancak burada pusuya yatmış bir paradoks var. $\mathscr{A}$'ya göre bir düşünme aygıtının *maddi* yapısı konuyla ilgisiz olarak değerlendirilir. Onun bütün zihinsel atıflarını belirleyen gerçekleştirdiği hesaplamadır. Hesaplamalar esasen belirli maddi nesnelerle tüm bağlantılarından ayrılmış, soyut matematik parçalarıdır. Bu yüzden $\mathscr{A}$'ya göre zihinsel atıflar esasen fiziksel nesnelerle belirli bir ilişkisi olmayan şeylerdir, dolayısıyla "fizikalist" kavramı biraz uygunsuz görünebilir. Öte yandan $\mathscr{B}$ ve $\mathscr{C}$ yaklaşımları, bir nesnenin gerçek fiziksel yapısının özgün bir zihinselliğin onunla bağlantılı olarak var olup olmadığını belirlemede hayati bir rol oynamasını zorunlu kılar. Bu yüzden bunların $\mathscr{A}$'dan farklı olarak muhtemel fizikalist duruşları temsil ettikleri söylenebilir. Ancak "zihinselci" kavramının sıklıkla $\mathscr{B}$ ve $\mathscr{C}$ için daha uygun olarak görülmesiyle bu terminoloji yaygın kullanıma ters düşecek gibi görünmektedir, çünkü burada zihinsel nitelikler (belli türde) hesaplamalar gerçekleştirildiğinde kaza eseri ortaya çıkabilen "epifenomenler"* olarak değil, "gerçek şeyler" olarak görülmektedir. Bu tarz karışıklıkları gözeterek bundan sonraki tartışmalarda "fizikalist" ve "zihinselci" kavramlarının kullanımından kaçınacak ve bunun yerine yukarıda belirtildiği şekliyle $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$, $\mathscr{C}$ ve $\mathscr{D}$ yaklaşımlarını esas alacağım.

1.5 Hesaplama: Yukarıdan Aşağıya ve Aşağıdan Yukarıya İşlemler

Şu ana dek §1.3'te yer verdiğim $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$, $\mathscr{C}$ ve $\mathscr{D}$ tanımlarında geçen "hesaplama" kavramını ne anlamda kullandığıma hiçbir açıklık getirmedim. Bir hesaplama *nedir*? Uzun lafın kısası, bu kavramın sıradan bir genel amaçlı bilgisayarın faaliyetini ifade ettiğini söyleyebiliriz. Daha kesin söylersek de, bunu ideal biçimiyle anlamalıyız: Hesaplama bir *Turing makinesinin* yaptığı iştir.

Peki, Turing makinesi nedir? Bu da matematiksel olarak ideal bir bilgisayardır (modern genel amaçlı bilgisayarın kuramsal

* ikincil, yan, gölge olgular –çn.

öncüsüdür); idealize edilmişliğiyse hiçbir hata yapmaması ve ne kadar gerekiyorsa o kadar uzun çalışabilmesinden, sınırsız bir bellek alanına sahip olmasından gelir. Turing makinelerinin nasıl kesin şekilde belirlenebildiği konusunu §2.1 ve Ek A'da biraz daha açacağım. (Çok daha derinlikli bir ele alış için ilgi duyan okurlar KYU'da 2. Bölümde yapılan açıklamalara ya da ayrıca örneğin Kleene (1952) ve Davis'e (1978) bakabilir.)

Bir Turing makinesinin faaliyetini betimlemek için "algoritma" kavramı çok sık kullanılır. Burada ben "algoritma" kavramını "hesaplama" kavramıyla tamamen eşanlamlı olarak kullanıyorum. Bunu biraz açmak gerekiyor, çünkü bazı insanlar "algoritma" kavramına benim burada önerdiğimden daha kısıtlı bir anlam yüklüyorlar ve onu benim özel olarak "yukarıdan aşağıya algoritma" diye adlandırdığım anlamıyla kullanıyorlar. Bu yüzden hesaplama bağlamında "yukarıdan aşağıya" ve onun karşıtı "aşağıdan yukarıya" kavramlarının ne anlama geldiğini açıklamaya çalışalım.

Bir hesaplama işlemi, işlem ilgili probleme net bir çözüm sağlayacak şekilde, iyi tanımlanmış ve açıkça anlaşılan sabit hesaplama işlemleri uyarınca düzenlenmişse, bu hesaplama işleminin *yukarıdan aşağıya* bir organizasyona sahip olduğu söylenir. (KYU'da aktardığımız Öklit'in iki doğal sayının en büyük ortak çarpanını[11] bulma algoritması, basit bir yukarıdan aşağıya algoritma örneğidir.) Bu, açıkça tanımlanmış işlem ve bilgi depolama kurallarının önceden bu kadar açık belirlenmemiş olduğu, onun yerine sistemin "öğrenmesini" ve "deneyimi" sayesinde başarı derecesini geliştirmesi için bir işlemin şart koşulduğu *aşağıdan yukarıya* organizasyonla karşıtlık içermektedir. Bu yüzden yukarıdan–aşağıya bir sistemde söz konusu işleyiş kuralları sürekli küçük değişikliklere tabi tutulur. Sistemin, faaliyetini devamlı bir veri girişine dayanarak gerçekleştirecek şekilde, birçok kez çalıştırılmasına izin verilmesi gerekir. Her bir turda (muhtemelen sistemin kendisince) bir değerlendirme yapılır ve bu değerlendirmenin ışığında sistem çıktı kalitesini geliştirme yaklaşımıyla işleyişinde küçük değişiklikler yapar. Örneğin sistemdeki girdi verileri uygun şekilde dijitalleştirilmiş belirli bir sayıda insan yüzü fotoğrafı olabilir ve sistemin görevi de hangi fotoğrafların

[11] Okurlar için hatırlatma: Bu ortak bölenlerin en büyüğü, kısa söylenişiyle OBEB'dir.

aynı bireyleri temsil ettiğine, hangilerinin temsil etmediğine karar vermektir. Her bir seferin ardından sistemin ulaştığı sonuçlar doğru yanıtlarla karşılaştırılır. Ardından işleyiş kuralları bir sonraki seferde ulaşacağı başarı derecesinde bir artış sağlayacak biçimde küçük değişikliklere uğratılır.

Belirli bir yukarıdan aşağıya sistemde bu gelişimin nasıl ayarlandığının ayrıntıları burada bizim için önemli değil. İzlenebilecek çok farklı yollar var. Aşağıdan yukarıya sistemler içerisinde en bilinenlerden biri de *yapay nöral ağlar* adı verilen sistemlerdir (bazen biraz yanlış anlaşılmaya müsait şekilde "sinir ağları" ya da "sinir şebekeleri" olarak da adlandırıldığı oluyor). Bunlar beyindeki nöron bağlantılarından oluşan bir sistemin, sistem deneyim kazandıkça düzeninin nasıl gelişiyor olabileceği düşüncesine dayanan bazı fikirlerden yola çıkarak oluşturulan bilgisayar öğrenme programlarıdır (ya da özel olarak yapılmış elektronik aletlerdir). (Beynin nöron karşılıklı–bağlantılar sisteminin kendisini *gerçekte* nasıl değişime uğrattığı daha sonra bizim için önemli olacak; *krş.* §7.4 ve §7.7.) Elbette yukarıdan aşağıya ve aşağıdan yukarıya organizasyonların öğelerini birleştiren bilgisayar sistemlerine sahip olmak da mümkündür.

Burada bizim amacımız açısından önemli olan, yukarıdan aşağıya ve aşağıdan yukarıya hesaplama işlemlerinin her ikisinin de genel amaçlı bilgisayarlara koyulabileceği ve bu yüzden her ikisinin de benim *hesaplamalı* ve *algoritmik* olarak adlandırdığım başlığın içerisine dahil edilmesi gerektiğidir. Bu yüzden aşağıdan yukarıya (ya da birleşik) sistemlerde sistemin işlemlerini değişikliğe uğratma *biçimi*, öncesinden belirlenmiş tamamen hesaplamalı bir şey tarafından kendiliğinden sağlanmaktadır. Bütün bir sistemin sıradan bir bilgisayar üzerinde uygulanabilmesinin nedeni de budur. Aşağıdan yukarıya (ya da birleşik) bir sistem ile yukarıdan aşağıya bir sistem arasındaki asli *farklılık*, aşağıdan yukarıya sistemlerde hesaplama işleminin daha önceki başarı derecesinin ("deneyiminin") "hafızasını" içermek zorunda olması ve böylelikle bu belleğin daha sonraki hesaplama işlemlerine dahil edilebilmesi olgusunda yatar. Şu an için bu konunun ayrıntıları özel bir önem taşımıyor, ama §3.11'de biraz daha ayrıntıya girilecektir.

Yapay zekâ (kısaca YZ) çalışmalarında zeki davranış, bazı hesaplama araçları kullanılarak şu veya bu düzeyde taklit edilmeye çalışılır. Burada aşağıdan yukarıya ve yukarıdan aşağıya organizasyonların her ikisine de sıklıkla başvurulur. İlk başta yukarıdan aşağıya sistemlerin geleceği daha parlak görünüyordu[12], ama şimdi yapay nöral ağlar türünden aşağıdan yukarıya sistemler çok daha tutulur hale geldi. En başarılı YZ sistemlerininse yukarıdan aşağıya ve aşağıdan yukarıya sistemlerin bir tür bileşkesinde bulunmasını beklemek en mantıklısı olarak gözüküyor. Her ikisinin de sağlayabileceği farklı türden avantajlar söz konusu. Yukarıdan aşağıya organizasyonun ulaştığı başarıların, veriler ve işleyiş kurallarının açıkça çizili ve çok iyi tanımlanmış bir hesaplama türünden olduğu alanlarda toplaştığı görülüyor. Örneğin belirli bazı matematik problemleri, satranç oynayan bilgisayar sistemleri ya da diyelim ki farklı hastalıkların teşhisinin konulması için genel kabul görmüş medikal süreçlere dayalı olarak saptanmış belirli kural kümelerinin kullanıldığı tıbbi tanılarda durum budur. Aşağıdan yukarıya organizasyonsa karar verme ölçütlerinin tam belirlenmemiş ya da iyi anlaşılmamış olduğu durumlarda daha faydalı oluyor. Buna örnek olarak da yüzlerin ve seslerin tanınması, hatta başarı derecesinin deneyim yoluyla geliştirilmesinin temel davranış kriteri olduğu maden yatakları arama ve tespit çalışmaları verilebilir. Böyle birçok durumda aslında *hem* yukarıdan aşağıya *hem de* aşağıdan yukarıya organizasyonun unsurları

[12] YZ konusu 1950'lerde karşılaştırmalı basit yukarıdan aşağıya işlemler (örneğin Grey Walter 1953) kullanılarak başladı. Frank Resenblatt'ın (1962) "algılayıcı" tanıyan örüntüsü 1959 yılında ilk başarılı "bağlantıcı" (yapay sinir ağı) araç oldu ve bu aşağıdan yukarıya şemalara büyük bir ilgi yarattı. Fakat 1969 yılında Marvin Minsky ve Seymour Papert tarafından bu tip aşağıdan yukarıya organizasyonlarda görülen bazı temel sınırlılıklara dikkat çekildi (krş. Minsky ve Papert 1972). Daha sonra Hopfield (1982) bunların üstesinden geldi ve sinir ağı tipinde yapay araçlar şu an dünya genelinde çok ciddi bir kullanıma sahip durumdadır. (Örneğin yüksek enerji fiziğindeki uygulamaları için *bkz.* Beks ve Hamker 1992 ve Gernoth *vd.* 1993) John McCarthy (1979) ve Alan Newell ve Herbert Simon'ın (1976) makaleleri aşağıdan yukarıya YZ araştırmalarında dönüm noktaları oldu. Tüm bu tarihin dramatik bir aktarımı için *bkz.* Freedman (1994). YZ işlemleri ve gelecekteki olasılıklar hakkında yakın zamandaki tartışmalar için *bkz.* Grossberg (1987), Baars (1988); konuya klasik bir saldırı örneği olarak *bkz.* Dreyfus (1972); güncel bir yaklaşım için *bkz.* YZ öncülerinden Gelernter (1994); ayrıca krş. Broadbent (1993) ve Khalfa (1994) içerisindeki çeşitli makaleler.

karşımıza çıkabilmektedir. (Kendi deneyimlerinden öğrenen bir satranç bilgisayarı ya da maden yatakları aramasında yardımcı olan bir hesaplama aracının bünyesine net bir kuramsal jeolojik anlayış eklenmesi örneklerinde olduğu gibi.)

Bilgisayarların insanlara yukarıdan aşağıya (ya da ağırlıklı olarak yukarıdan aşağıya) organizasyonların yalnızca bazı durumlarında önemli bir üstünlük sağladığını söylemek uygun olur diye düşünüyorum. Bunun en açık görüldüğü örnek bilgisayarların kolayca kazandığı basit sayısal hesaplama ve ek olarak satranç ya da dama gibi artık en iyi makineler karşısında çok az sayıda insanın kazanabildiği "hesaplamaya dayalı" oyunlardır (bu konudan §1.15 ve §8.2'de bahsedeceğiz). Bilgisayarlar aşağıdan yukarıya (yapay sinir ağı) organizasyonda sınırlı çok az sayıda örnekte iyi eğitimli normal insanların düzeyine ulaşabilmektedir.

Farklı türde bilgisayar sistemleri arasındaki bir diğer ayrım da, sıralı ve paralel mimari arasındaki farklılıktır. Sıralı bir makine hesaplamalarını adım adım bir faaliyetle, biri diğerinin ardından gelecek şekilde yaparken, paralel makine eşanlı olarak çok sayıda bağımsız hesaplama yapar, bu farklı hesaplamaların sonuçlarıysa ancak gereken çoklukta hesaplama tamamlandığında bir araya getirilir. Yine burada da beynin nasıl işlediği konusundaki kuramsal çalışmaların bazı paralel sistemlerin gelişiminde işlevli olduğunu görüyoruz. Öte yandan sıralı ve paralel makineler arasında gerçekte bir *ilke* ayrımı olmadığını da vurgulamak gerekir. Bir paralel faaliyetin hesaplama zamanı vb yönlerden, sıralıya göre daha verimli çözebildiği bazı problem türleri olsa bile (fakat bu bütün problem türleri için kesinlikle geçerli değildir), paralel faaliyeti sıralı biçimde simüle etmek her zaman mümkündür. Burada konuyu esasen ilkesel düzeyde ele aldığım için, paralel ve sıralı hesaplama arasındaki ayrımlar bizim için belirleyici değildir.

1.6 $\mathscr{C}$ Yaklaşımı Church–Turing Tezine Aykırı mı?

$\mathscr{C}$ yaklaşımına göre bilinçli beynin, ister yukarıdan aşağıya ister aşağıdan yukarıya her ne olursa olsun, bütün hesaplama simülasyonlarının ötesine geçen bir şekilde davranıyor olması gerektiğini hatırlatalım. $\mathscr{C}$'ye güven duymayan kimi insanlar bu kuşkularını, $\mathscr{C}$'nin (doğruluğuna genel olarak inanılan) *Church teziyle*

(ya da Church–Turing teziyle) çeliştiği iddiasıyla kısmen temellendirebilmektedir. Church'ün tezi nedir? Amerikalı mantıkçı Alonzo Church'ün 1936 yılında ileri sürdüğü özgün haliyle bu tez, Church'ün bizzat keşfettiği lambda kalkülüs (λ–kalkülüs) denen belirli bir düzenleme içerisinde "tamamen mekanik" bir matematiksel işlem (diğer bir ifadeyle *algoritmik*) olarak adlandırılmayı hak eden bir şeye erişilebileceğini söyler. (Dikkate değer bir kavram tasarrufu ve zarafetine sahip bu düzenlemeye ilişkin kısa bir giriş için *bkz.* KYU–İngilizce versiyon s: 66–70.) Bundan kısa bir süre sonra 1936-1937'de Britanyalı matematikçi Alan Turing algoritmik işlemleri betimlemek için, günümüzde *Turing makineleri* adını verdiğimiz kuramsal "hesap makinelerinin" faaliyeti üzerinden, çok daha ikna edici bir yol buldu. Polonya doğumlu Amerikalı mantıkçı Emil Post (1936) da bundan çok kısa bir süre sonra Turing'inkine benzer bir düzenleme geliştirdi. Bir süre sonra Church'ün kalkülüsünün Turing'in (ve dolayısıyla Post'un) Turing makinesi konseptine denk düştüğü, birbirlerinden bağımsız olarak Church ve Turing tarafından gösterildi. Modern genel amaçlı bilgisayarlar da önemli oranda Turing'in bu fikirlerinden doğdu. Yukarıda bahsedildiği üzere bir Turing makinesi, sadece bilgisayarın ilkesel olarak sınırsız bir depolama kapasitesine sahip olduğu idealleştirmesi hariç, aslında faaliyeti yönünden modern bir bilgisayarla tamamen aynıdır. Bu yüzden Church'ün özgün tezi bugün matematiksel algoritmaların tam da ideal bir modern bilgisayarın gerçekleştirebileceği şeyler olduğunun kanıtı olarak görülüyor ve bugün genellikle kabul edilen "algoritma" kelimesinin tanımıyla da durum saf bir totoloji halini alıyor. Church'ün tezinin bu biçiminin kabul edilmesinin $\mathscr{C}$'yle bir çelişki oluşturmadığı çok açık.[13]

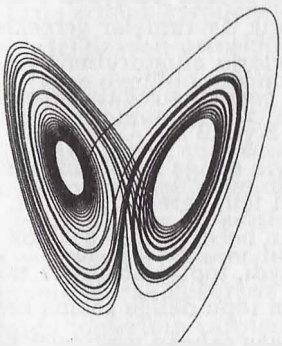
Fakat Turing'in kafasında bundan daha fazlasının olması mümkündür: Herhangi bir *fiziksel* aracın hesaplama kabiliyetinin bir Turing makinesinin faaliyetiyle (idealleştirme gereği) eşdeğer

[13] Yer yer bazı matematik tartışmalarında, işlemin bir Turing makinesi ya da lambda–kalkülüs biçiminde nasıl formüle edileceği doğrudan önümüzde olmasa bile, doğası itibariyle algoritmik olduğu "aşikar" olan bir işleme rastlandığı görülür. Böyle durumlarda bu tür bir işlemin "Church'ün tezi yoluyla" var olmak zorunda olduğu ileri sürülebilir. Örneğin *bkz.* Cutland (1980). Bu şekilde ilerlemekte yanlış bir şey yoktur ve $\mathscr{C}$'ye bir aykırılık olmadığı da kesindir. Church'ün tezinin bu şekilde kullanımının 3. Bölümdeki tartışmanın büyük bir bölümünü kapsayacağını da belirtelim.

olmak zorunda olması. Böyle bir iddia Church'ün başlangıçta istediğinin çok ötesine geçmiş gibi görünüyor. Turing'in "Turing makinesi" konseptini geliştirmesindeki motivasyon kaynağı, bir insan hesaplayıcının ilkesel olarak neler başarabileceği konusunda sahip olduğu fikirlere dayanmaktaydı (*bkz.* Hodges 1983). Fiziksel faaliyeti genel olarak (buna insan beyninin faaliyeti de dahildi) her zaman bir tür Turing makinesi faaliyetine indirgenebilir olarak görüyor olması muhtemel gözüküyor. Belki de bu, $\mathscr{C}$'yle hiçbir biçimde çelişki oluşturmayan Church'ün tezinin özgün (tamamen matematiksel) iddiasından ayırt edilebilmesi için, "Turing'in tezinin" (fiziksel) iddiası olarak adlandırılmalı. Benim kitapta kullanacağım kavramsallaştırma da bu şekilde olacak. Dolayısıyla $\mathscr{C}$ yaklaşımıyla çelişecek olan da Church'ün tezi değil, *Turing'in tezidir.*

1.7 Kaos

Son yıllarda fiziksel sistemlerin çılgın ve öngörülemez biçimlerde davrandığı, "kaos" adıyla tanınan matematiksel olgu büyük bir ilgi görmeye başladı (Şekil 1.1). Kaos olgusu $\mathscr{C}$ doğasına sahip bir yaklaşım için ihtiyaç duyulan hesaplanamaz fiziksel temeli sağlıyor olabilir mi?



Şekil 1.1 Lorenz çekicisi; ilk kaotik sistem örneklerinden biri. Çizgiler takip edildiğinde sol kanattan sağ kanata ve tekrar tersine görünüm itibariyle rastlantısal biçimde gidilir ve belirli bir anda kendinizi nerede bulacağınız başlangıç noktasına son derece bağlıdır. Bununla birlikte eğri, basit bir matematiksel (diferansiyel) denklemle tanımlanmaktadır.

Kaotik sistemler dinamik biçimde evrilen fiziksel sistemler ya da böylesi fiziksel sistemlerin matematiksel simülasyonları veya sadece sistemin gelecekteki davranışı sistemin ilk başlangıç koşullarına aşırı derecede bağlı olduğu için üzerinde çalışılan matematiksel modellerdir. Sıradan kaotik sistemler tam olarak belirlenimci [deterministik] ve hesaplanabilir olsalar da, *pratikte* hiç de belirlenimci değilmiş gibi davranabilirler. Bunun nedeni, gelecekteki davranışın belirlenimci kestirimi için başlangıç durumunda bilinmesi gereken kesinliğin makul olarak ölçülemeyecek derecede olmasıdır.

Bu bağlamda sıkça verilen bir örnek, hava durumunun uzun erimli olarak ayrıntılı şekilde tahmin edilmesidir. Hava moleküllerinin ve hava durumunun hesaplanmasında önem taşıyan diğer fiziksel niceliklerin tümünün hareketini yöneten yasalar son derece iyi bir biçimde bilinmektedir. Ancak sadece birkaç gün sonra karşımıza çıkabilecek hava modelleri bile ilk başlangıç koşullarına o kadar zor tespit edilir biçimde bağlıdır ki, bu koşulları yeterince güvenilir bir tahmin elde edecek kadar doğru ölçebilmenin olanağı yoktur. Böyle bir hesaplamaya dahil edilmesi gereken parametrelerin sayısı elbette olağanüstü çoktur, bu yüzden bir tahmin geliştirmenin pratikte hemen hemen imkansız olduğunun ortaya çıkması şaşırtıcı olmasa gerektir.

Öte yandan çok az sayıda parçadan oluşan çok basit sistemlerde de böylesi kaotik davranışlar gerçekleşebilir. Örneğin çok iyi ayarlanmış aralıklarla oluşturulmuş A, B, C, D, E şeklindeki eğri[14] bir zincirdeki beşinci sıradaki bilardo topu E'yi, A'ya vurarak, sırayla A'nın B'ye, B'nin C'ye, C'nin D'ye ve en sonunda D'nin E'ye çarpmasıyla deliğe sokmanızın istendiğini düşünelim. Bunun gerçekleşmesi için gereken kesinlik, genel olarak, uzman bilardo oyuncularının becerilerinin çok çok ötesindedir. Zincirde 20 bilardo topu olsaydı, toplar kusursuz esnek tam küreler olsa bile, bu durumda son topu deliğe sokma hedefi modern teknolojinin en kesin ve hassas çalışan makinelerinin becerisinin de çok

[14] Bu kitabın daha önceki taslaklarından birinde buraya "eğri" sözcüğünü eklemeyi unutmuştum. Eğer topların hepsi düz bir doğru şeklinde düzenlenirse, benim de şahsen test ettiğimde gördüğüm üzere başarıya ulaşmak oldukça kolay oluyor. Kesin bir düzenlemeyle birlikte gelen beklenmedik bir kararlılık var, ama bu durum genelde geçerli değildir.

ötesinde olurdu. Doğrusu, topların davranışını yöneten Newton yasalarının matematiksel olarak tamamen belirlenimci ve ilkesel olarak gayet etkin şekilde hesaplamaya dayalı olması gerçeğine rağmen, zincirde daha ileride yer alan topların davranışı rastgele olurdu. Hiçbir hesaplama, zincirde daha ileride yer alan topların *gerçek* davranışını öngöremez; bunun basit nedeni sıralamanın ve zincirdeki daha önceki topların konumlarının gerçek başlangıç pozisyon ve hızlarını yeterli kesinlikte belirlemenin bir yolunun olmamasıdır. Üstelik çok küçük dış etkiler bile, örneğin komşu şehirdeki birinin nefes alıp vermesi, bu kesinliği böylesi bir hesaplamayı işe yaramaz hale sokacak şekilde aksatabilir.

Belirlenimci tahminlerin önündeki bu kadar büyük zorluklara rağmen, "kaotik" olarak adlandırılan bütün normal sistemlerin "hesaplamaya dayalı" *olduklarını* açıklamak zorundayım. Neden böyle? Bir işlemin hesaplamaya dayalı olup olmadığına karar vermek için yapmamız gereken tek şey, daha sonra karşılaşacağımız diğer durumlarda olduğu gibi, şu soruyu sormak: Bu sıradan bir genel amaçlı bilgisayara yüklenebilir mi? Söz konusu durumda yanıtın "evet" olması gerektiği açık; bunun basit nedeni de matematiksel olarak betimlenen kaotik sistemlerin normalde bilgisayara yüklenerek çalışılıyor olması!

Elbette Avrupa'nın bir haftalık ayrıntılı hava durumunu ya da bir vuruşun ardından aralarında mesafe olan hizaya sokulmamış 20 bilardo topunun hızla ardışık çarpışmalarını tahmin eden hesaplamaya dayalı bir simülasyon gerçekleştirmeyi denersek, simülasyonumuzun *gerçekte* olanlara yakından benzemesi hemen hemen kesinlikle mümkün olmayacaktır. Bu, kaotik sistemlerin doğasında vardır. Sistemin *gerçek* sonucunu hesaplamaya dayalı olarak öngörmek, pratik olarak mümkün değildir. Fakat *tipik* bir sonucun simülasyonuna kusursuz bir şekilde ulaşılabilir. Tahmin edilen hava durumu gerçekte gerçekleşen hava durumu olmayabilir, ama *bir* hava durumu olarak kusursuz biçimde mümkündür! Benzer biçimde, bilardo toplarının çarpışmasının tahmin edilen sonucu, bilardo topları hesaplanandan tamamen farklı (fakat eşit derecede kabul edilebilir) bir hareket oluştursa bile, *muhtemel* bir sonuç olarak tamamen kabul edilebilir niteliktedir. Bu işlemlerin kusursuz biçimde hesaplamaya dayalı doğasını vurgulayan

bir diğer nokta da, eğer bilgisayar simülasyonu daha önceki girdi verileri aynen kullanılarak yeniden çalıştırılırsa, simülasyon sonucunun *tam olarak* aynı çıkmasıdır! (Bilgisayarın hata yapmadığı varsayılmaktadır; zaten modern bilgisayarlar da çok nadiren gerçek hesaplama hataları yaparlar.)

Yapay zekâ bağlamına gelirsek, sonuçta *belirli* bir bireyin davranışı simüle edilmeye çalışılmamaktadır; sadece *bir* bireyin simülasyonu bizi çok mutlu etmeye yeter! Bu yüzden benim kabul ettiğim yaklaşımı kabul etmek hiç de mantıksız değildir: Kaotik sistemler "hesaplamaya dayalı" ya da "hesaplamalı" biçiminde adlandırdığımız kapsama kesinlikle dahil edilmelidir. Böylesi bir sistemin bilgisayar simülasyonu, herhangi bir "gerçek olay" olmayacak olsa da, aslında akla son derece uygun bir "tipik olay" sergiler. İnsan zekâsının dış göstergeleri bir tür kaotik dinamik evrimin (şimdi betimlediğimiz anlamıyla hesaplamaya dayalı bir evrimin) sonuçlarıysa, o halde bu $\mathscr{A}$ ve $\mathscr{B}$ yaklaşımlarıyla uyumlu, ama $\mathscr{C}$ yaklaşımıyla uyumsuz olur.

Bu kaos olgusunun, eğer bir fiziksel beynin iç faaliyetinde gerçekleşiyorsa, bizim beyinlerimizin, yukarıda vurguladığımız gibi teknik olarak hesaplamaya dayalı *olmasına* rağmen, hesaplama yönünden belirlenimci faaliyetinden farklılaşıyor *görünen* biçimlerde davranmasını sağlayan şey olabileceği yer yer ileri sürülmüştür. Bu konuya daha sonra geleceğim (*krş.* §3.22). Şu an için açıklığa kavuşması gereken tek şey, kaotik sistemlerin benim dediğim anlamıyla "hesaplamaya dayalı" ya da "algoritmik" şeye *dahil olduğudur*. Bir şeyin *pratikte* simüle edilebilir olup olmadığı, burada *ilkesel düzeyde* tartışılan konulardan ayrı bir şeydir.

1.8 Analog Hesaplama

Şu ana dek "hesaplamayı" yalnızca bu kavramın modern dijital (sayısal) bilgisayarları, daha doğrusu onların kuramsal öncüleri olan Turing makinelerini kapsayan anlamıyla ele aldım. Geçmişte, özellikle daha eski dönemlerde dijital hesaplamalardan aşina olduğumuz ayrık "açık/kapalı" durumlar cinsinden değil de, sürekli fiziksel parametreler cinsinden gösterimlere sahip başka türlü hesaplama aletleri de kullanıldı. Bu tür aletlerden en bilineni (bir

sürgülü cetvel üzerindeki) doğrusal uzaklığın fiziksel parametre olduğu sürgülü cetveldir. Bu uzaklık çarpılacak ya da bölünecek olan sayıların logaritmalarını gösterirdi. Analog hesap aletlerinin çok çeşitli türleri olduğu gibi, zaman, kütle ya da elektrik potansiyeli gibi başka türlü fiziksel parametreler de kullanılabilir.

Aslına bakılırsa analog sistemlerde hesaplama ve hesaplanabilirlik konusundaki standart yaklaşımların sadece *ayrık* sistemler için (ki bu "dijital" işlemle ilgilidir) geçerli olup geleneksel klasik fizik kuramının ilgilendiği örneğin uzaklıklar ya da elektrik potansiyelleri gibi *sürekli* sistemlerde geçerli olmaması şeklinde bir teknik durumla yüz yüzeyiz. Bu yüzden betimlenmesi ayrık (ya da "dijital") değil, sürekli parametreler gerektiren bir sisteme alışılageldik hesaplama yaklaşımlarını uygulayabilmek için yaklaşıklıklara başvurmak doğaldır. Doğrusunu söylemek gerekirse fiziksel sistemlerin bilgisayar simülasyonlarında genellikle normal prosedür, ayrık biçim gerektiği göz önüne alınarak bütün sürekli parametrelerin *yaklaşık değerinin alınmasıdır*. Ancak bu yapılırken ister istemez hatalar olur ve belirli bir yaklaşıklık kesinlik derecesi seçilmişse elde edilen kesinliğin yeterli olmayabileceği fiziksel sistemler de olabilir. Dolayısıyla bu ayrık bilgisayar simülasyonu bizi simüle edilen sürekli fiziksel sistemin davranışı konusunda hatalı sonuçlara sürükleyebilir.

Kesinlik derecesi, incelenen sürekli sistemin simülasyonu için yeterli oluncaya dek, ilkesel olarak, her zaman artırılabilir. Fakat özellikle karşımızdaki sistem kaotikse, gereken hesaplama zamanı ve bellek deposunun pratikte ulaşılamaz olduğu ortaya çıkabilir. Üstelik seçilmiş olan kesinlik derecesinin yeterli olduğundan mutlaka emin olunamaması gibi bir teknik sorun da vardır. Daha fazla kesinliğe gerek duyulmadığı noktaya ulaşıldığında bize haber verecek bir tür teste ihtiyaç duyulur ve o kesinlik düzeyi kullanılarak hesaplanan niteleyici davranışa da gerçekten güvenilebilir. Buysa bir dizi hassas matematiksel sorun doğurur ve burada bunların ayrıntısına girmem uygun olmayacaktır.

Fakat sürekli sistemlerde ortaya çıkan hesaplama sorunlarına ilişkin başka yaklaşımlar da vardır ve bunlarda sistemler, Turing hesaplanabilirlik fikrinin ayrıkla sınırlı tutulmayıp sürekli sistemlere genişletilmesiyle *kendi* "hesaplanabilirlik" anlayışına

sahip, bağımsız matematiksel yapılar olarak ele alınır.[15] Böyle bir yaklaşımın kullanılmasıyla, geleneksel Turing hesaplanabilirlik anlayışının uygulanabilmesi için sürekli bir sistemin ayrık parametrelerle yaklaşıklığa uğratılması gereksiz hale gelir. Bu tür fikirler matematiksel yönden ilginçlik taşımakla birlikte, ne yazık ki, ayrık sistemler için standart Turing hesaplanabilirlik anlayışının içerdiği güçlü doğallık ve benzersizliğe henüz ulaşamamış görünmektedir. Dahası, kullanılan terminolojinin gerçekten de uygun olup olmadığını sorgulatacak şekilde, basit sistemlerde karşımıza çıkan teknik bir "hesaplanamazlık" gibi bazı aykırılıklar da vardır (fizikteki "dalga denklemi" buna örnektir; *krş.* Pourel ve Richards (1981), KYU s:187–188). Öte yandan yakın sayılabilecek bir dönemde yapılan bir çalışmanın (Rubel 1989) kuramsal analog bilgisayarların oldukça geniş bir bölümünün sıradan Turing hesaplanabilirliğinin ötesine geçemediğini gösterdiği belirtilmelidir. Bunların gelecekteki araştırmalarla aydınlığa kavuşacak ilginç ve önemli konular olduğuna inanıyorum. Fakat tüm bu çalışmaların bir bütün olarak, burada tartışılan meselelere kesin bir biçimde uygulanabileceği noktaya ne kadar ulaşmış olduğu konusunda emin değilim.

Bu kitapta ben özel olarak zihinsel faaliyetin hesaplamalı doğası sorunuyla ilgileniyorum ve burada geçen "hesaplamalı" ifadesinin normal *Turing hesaplanabilirlik* anlamıyla anlaşılması gerekiyor. Günümüzün sıradan bilgisayarları da doğası itibariyle dijitaldir ve bugünkü YZ faaliyetiyle ilişkili olan da budur. Belki de gelecekte, sürekli fiziksel parametrelerin *kritik biçimde* kullanımının (günümüz fiziğinin standart kuramsal çerçevesi içerisinde kalmasına karşın) dijital bir bilgisayardan temel itibariyle *farklı* biçimde davranmasını mümkün kıldığı başka tür bir "bilgisayarın" ortaya çıkması hayal edilebilir.

Her şeye rağmen bu konular daha çok $\mathscr{C}$ yaklaşımının "güçlü" ve "zayıf" versiyonları arasındaki ayrımla ilişkilidir. $\mathscr{C}$'nin *zayıf* versiyonuna göre bilinçli insan beyninin işleyişinin altında, ayrık

[15] Bu konularla ilgili çeşitli yayınlar için örneğin *bkz.* Pour–el (1974), Smith ve Stephenson (1975), Pour–el ve Richards (1989), Blumb, Shub ve Smale (1989). Bu konularla bağıntısı içerisinde beyin faaliyeti konusu özellikle Rubel (1985) tarafından ele alınmış.

Turing hesaplanabilirliğinin standart anlamıyla hesaplanamaz olan, ancak günümüzdeki fizik kuramları aracılığıyla tamamen anlaşılabilen fiziksel eylemler yatıyor olmalıdır. Bunun mümkün olması için bu eylemlerin standart dijital işlemlerle gerektiği gibi simüle edilemeyecek bir biçimde sürekli fiziksel parametrelere dayanması gerekecek gibi gözüküyor. Öte yandan $\mathscr{C}$'nin güçlü versiyonuna göre hesaplanamazlığın (henüz keşfedilmemiş) hesaplanamaz türde bir fizik kuramından kaynaklanıyor olması ve kuramın uygulamalarının da bilinçli beyin faaliyetinin asli unsurları olması gerekir. Bu ikinci olasılık zorlama gibi gözükse de, bunun alternatifi ($\mathscr{C}$ destekçileri için) fiziğin bilinen yasaları içerisinde herhangi bir hesaplamalı yolla gerektiği gibi simüle edilemeyen türdeki sürekli eylemlere rol vermektir. Fakat şu an itibariyle çıkması ciddi olarak öngörülmüş olan güvenilir analog sistem türlerinin hepsi için beklenti, kesinlikle bunun etkili bir dijital simülasyonunun (en azından ilkesel olarak) *sağlanabilmesi* gerektiğidir.

Günümüzün dijital bilgisayarları bu genel kuramsal konulardan ayrı olarak bakıldığında da analoglar karşısında birçok avantaja sahiptir. Dijital faaliyet, esasen dijital sayı depolamada sadece basamakların uzunluğunun artırılmasıyla kesinliğin yükseltilebilmesi nedeniyle çok daha kesindir ve bu bilgisayarın kapasitesinde sadece bir miktar (logaritmik) artışla kolaylıkla elde edilebilir. Fakat analog makinelerde (en azından *tamamıyla* analog olup içerisine sayısal unsurlar ilave edilmemiş olanlarında) kesinlik yalnızca bilgisayar kapasitesinde diğeriyle karşılaştırıldığında devasa (doğrusal) artışlarla yükseltilebilir. Gelecekte analog makineler lehine yeni fikirler ortaya çıkabilir, fakat şu anki teknolojiyle önemli pratik avantajların çoğunun açıkça *dijital* hesaplama tarafında olduğu görülüyor.

1.9 Hangi Tür Faaliyetler Hesaplanamaz Olabilir?

Bu yüzden akla gelen iyi tanımlı faaliyet türlerinin çoğu, benim ("dijital–hesaplamalı" anlamına gelen) "hesaplamalı" başlığı altında topladığım kategoriye girenlerdir. Okur $\mathscr{C}$ yaklaşımının elinde kullanılabilecek makul hiçbir şey kalmadığından kaygı duyabi-

lir. Şu ana dek örneğin bir kuantum sisteminden gelen girdilerin sağladığı tam anlamıyla *rastlantısal* faaliyetler hakkında hiçbir şey söylemiş değilim. (Kuantum mekaniği 2. Kısımdaki 5. ve 6. Bölümlerde daha uzun olarak ele alınacak.) Ancak tamamen hesaplama yoluyla *yaratılabilecek* olan *sahte–rastlantısal* bir girdiye sahip olmak yerine, *gerçek* bir rastlantısal girdiye sahip olmanın bir sisteme hangi avantajları sağladığını görmek oldukça zordur (*krş.* §3.11). Hatta "rastlantısal" ile "sahte–rastlantısal" arasında doğrusu bazı teknik farklar olsa da, bu farklılıkların YZ'yla ilgili konularla bir ilişkisi yok gibi gözüküyor. İleride §3.11, §3.18 ve sonrasında "saf rastlantısallığın" bizim açımızdan faydalı bir işlevinin olmadığını göstermek için; hatta daha da ötesi kaotik davranışın sahte–rastlantısallığıyla yetinmenin daha doğru olduğu ve yukarıda vurgulandığı üzere kaotik davranışın bütün normal türlerinin "hesaplamalı" sayıldığı yönünde sağlam kanıtlar ileri süreceğim.

Peki ya çevrenin rolü? Her insan birey olarak gelişiminde kendisine sağlanmış ve başka herhangi bir insanla aynı olmayan emsalsiz bir çevreye sahiptir. Her birimize hesaplamanın ötesine geçen bir girdi sağlayan işte bu özgün bireysel çevre olamaz mı? Açıkçası ben çevremizin bu "emsalsizliğinin" bu bağlamda ne işe yaradığını görmekte zorluk çekiyorum. Buradaki tartışma yukarıda yaptığımız kaos tartışmasına benziyor (*krş.* §1.7). *Makul* bir (kaotik) çevrenin simülasyonunda hesaplamanın ötesine geçen hiçbir şeyin olmaması durumundaysa, bilgisayar kontrollü bir robotun eğitiminde tek ihtiyaç tam da böylesi bir simülasyon olacaktır. Robotun becerilerini gerçek bir çevre içerisinde öğrenmesi gerekmez; robot için hesaplamalara dayanarak simüle edilmiş *tipik* (gerçek değil) bir çevre kesinlikle yeterli olacaktır.

Makul bir çevreyi hesaplamalı olarak simüle etmeyi dahi doğası gereği olanaksız kılan bir şeyin var olması mümkün müdür? Belki de dış fiziksel dünyada gerçekten hesaplamalı simülasyonun ötesinde olan bir şey *vardır*. Kimi $\mathscr{A}$ ve $\mathscr{B}$ savunucuları, insan davranışının görünüm itibariyle hesaplanamaz eylemlerini bu dış çevredeki bir hesaplanabilirlik yoksunluğuna atfetmeye eğilim gösterebilir. Fakat $\mathscr{A}$ veya $\mathscr{B}$ yaklaşımlarını savunanlar açısından böyle bir gerekçeye yaslanmak acelecilik olur. Çünkü

bir kez fiziksel davranışın *herhangi bir yerinde* hesaplama yoluyla simüle edilemeyecek bir şeyin olabileceği kabul edildi mi, bu muhtemelen en başta $\mathscr{C}$'nin akla yatkınlığından şüphe etmenin ana nedenini boşa düşürmüş olur. Dışarıdaki çevrede hesaplamalı simülasyonun ötesinde yer alan eylemler varsa, niçin beynin *içinde* de olmasın? Neticede insan beyninin iç fiziksel düzenlemesi, onun çevresinin (en azından) çoğundan (belki bu çevrenin kendisinin başka insan beyinlerinin eylemlerinden güçlü bir biçimde etkilendiği yerler haricinde) çok daha fazla incelikli bir yapıya sahip gibi görünüyor. *Dış* hesaplanamaz fiziksel eylemin varlığının kabul edilmesi, $\mathscr{C}$'nin ana tezine karşı çıkmaktan vazgeçmeyi gerektirir (Bu konuda daha ileri tartışmalar için *bkz.* §3.9, §3.10).

$\mathscr{C}$'nin gerektirdiği gibi "hesaplama ötesi" olabilecek bir şey görüşüyle bağlantısı içerisinde bir noktayı daha vurgulamak gerekiyor. Ben burada basitçe *pratik* hesaplamanın ötesinde bir şeyi *kastetmiyorum*. Bir beyinde gerçekleşen bütün fiziksel ve kimyasal süreçlerin tam ve kesin eylemliliğinin ya da makul bir çevrenin simülasyonunun ilkesel olarak hesaplanabilir olsa bile, hesaplanmasının çok uzun zaman alacağı ya da çok bellek alanı işgal edeceği, dolayısıyla bunu şu an elimizde olan ya da ileride ulaşabileceğimizi umduğumuz bir bilgisayarın hesaplamasının beklenemeyeceği söylenebilir. Göz önüne alınması gereken farklı etmenlerin sayısının büyüklüğü nedeniyle uygun bir bilgisayar programının basit yazılımı hemen devre dışı kalır. Benzer başka zorlu sorun ve fikirler olabilir elbette (ve bunlar §2.6, Q8 ve §3.5'te ele alınacak), fakat benim "hesaplanamaz" derken ifade etmeye çalıştığım bunlardan da, $\mathscr{C}$'nin gerektirdiğinden de farklı bir şeydir. Benim "hesaplanamaz" derken kastettiğim, birazdan açacağım gibi, *ilkesel olarak* hesaplamanın ötesinde olan bir şeydir. Var olan ya da öngörülebilen bilgisayarların ya da hesaplama tekniklerinin ötesindeki hesaplamalar da teknik anlamıyla halen daha "hesaplama"dır.

Okur şunu sorabilir: Rastlantısallıkta, çevresel etkilerde ya da baş edilemez düzeydeki karmaşıklıkta, "hesaplanamaz" olarak kabul edilecek bir şey yoksa o halde ben bu kavramı ($\mathscr{C}$ yaklaşımının gerektirdiği şekliyle) kullanırken ne düşünüyor olabilirim? Açıkçası kafamdaki şey hesaplama ötesi olduğu *kanıtlanabilecek*,

matematiksel olarak kesin belirli faaliyet türlerine dayanmaktadır. Bilindiği kadarıyla şimdiye dek fiziksel davranışı betimlemek için böyle bir matematiksel etkinliğe ihtiyaç duyulmadı. Yine de böyle bir mantıksal olasılık var. Hatta bu *sadece* bir mantıksal olasılık da *değil*. Bu kitapta öne sürülen savlara göre bu kadar genel doğaya sahip bir şey, şu ana dek bilinen fizikte böyle şeylere henüz rastlanmamış olması gerçeğine rağmen, fizik yasalarına içkin olmak *zorunda*. Bu tür bir matematiksel etkinliğin belirli bazı örnekleri dikkat çekici ölçüde basittir, bu yüzden aklımdakini bunlar üzerinden resmetmem uygun olacaktır.

Öncelikle genel hesaplamalı çözümleri (birazdan açıklayacağım anlamıyla) olmayan iyi tanımlı matematik problemleri sınıflarından bazı örnekleri açıklayarak başlamam gerekiyor. Böyle bir problem sınıfıyla başlandığında, faaliyeti tümüyle belirlenimci olsa da, aslında hesaplamalı simülasyonun ötesinde olan bir fiziksel evrenin "oyuncak modelini" inşa etmek olanaklı olacaktır.

Bu problem sınıflarının ilk örneği olarak aynı zamanda en ünlüsüyle başlayalım: "Hilbert'in onuncu problemi" 1900 yılında büyük Alman matematikçi David Hilbert tarafından ortaya atıldı ve yirminci yüzyılın başında (hatta sonlarına dek) matematiğin gelişiminin temellerini oluşturan, o dönemde yanıtı bulunamamış matematik soruları listesi içerisindeki yerini aldı. Hilbert'in onuncu problemi, *diyafont* denklemlerinden oluşan belirli bir sistemde denklemlerin ortak bir çözümü olup olmadığını belirlemeyi sağlayacak bir hesaplama işlemi bulmaktı.

Diyafont denklemleri nedir? Değişken sayıları farklılaşabilen, ancak tüm katsayıların ve tüm çözümlerin *tamsayı* olmak zorunda olduğu çokterimli denklemlerdir. ('Tamsayı bildiğimiz ..., –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, ... listesinde yer alan bir sayıdır. Diyafont denklemleri üzerine sistematik olarak ilk kez Yunan matematikçi Diyofantus MS 3. yüzyılda çalışmıştır.) Diyafont denklemlerinden oluşan bir sistem örneği şudur:

$$6w + 2x^2 - y^3 = 0,\ 5xy - z^2 + 6 = 0,\ w^2 - w + 2x - y + z - 4 = 0$$

Bir başka örnek şudur:

$$6w + 2x^2 - y^3 = 0,\ 5xy - z^2 + 6 = 0,\ w^2 - w + 2x - y + z - 3 = 0$$

İlk sistem şu şekilde bir çözüme sahiptir:

$$w = 1, x = 1, y = 2, z = 4$$

Fakat ikinci sistemin çözümü yoktur (çünkü ilk denklemde y çift bir sayı olmak zorundadır, keza ikinci denklemde z de çift olmak zorundadır, fakat w ne olursa olsun bu üçüncü denklemle çelişir, çünkü $w^2 - w$ her zaman çifttir ve 3 tek bir sayıdır). Hilbert'in ileri sürdüğü problem, hangi Diyafont sistemlerinin çözümü olduğuna (yukarıdaki ilk sistem gibi) ve hangilerinin olmadığına (ikinci örnekte olduğu gibi) karar vermek için bir matematik işlemi (ya da *algoritması*) bulma konusundaydı. Algoritmanın bir hesaplama işleminden başka bir şey olmadığını, bir Turing makinesi eylemi olduğunu hatırlayınız (*krş.* §1.5). Dolayısıyla Hilbert'in onuncu problemi, Diyafont denklemlerinden oluşan bir sistemin ne zaman çözülebildiğine karar vermemizi sağlayacak bir hesaplama işlemi aramaktadır.

Hilbert'in onuncu problemi, bu problemi ortaya atarken Hilbert daha önce hiç açılmamış bir tartışmayı açtığı için tarihsel açıdan çok büyük bir önem taşımaktadır. Bir problem sınıfına algoritmik bir çözüm sahibi olmak, kesin matematiksel açıdan gerçekte ne *anlama gelmektedir*? Bir algoritma kesin ifadesiyle *nedir*? İşte bu soru 1936 yılında Alan Turing'in bir algoritmanın ne olduğuna dair kendi Turing makineleri açısından belirli bir tanım önerebilmesine yol açtı. Hemen hemen aynı dönemde başka matematikçiler de (Church, Kleene, Gödel, Post ve diğerleri, *krş.* Gandy 1988) az biraz daha farklı işlemler önerdiler. Çok geçmeden bunların hepsinin eşdeğer olduğu gösterildi (Turing ve Church tarafından), fakat Turing'in özgün yaklaşımı içlerinde en etkili olanı oldu. (O, *evrensel* Turing makinesi adı verilen ve istenen herhangi bir algoritmik etkinliği kendi başına başarabilen "her şey dahil" türünde bir algoritmik makine sahibi olma fikrini tek başına ortaya attı. Bugün bu kadar alıştığımız genel amaçlı bilgisayar fikrine yol açan da buydu.) Turing *hiçbir* algoritmik çözüme sahip olmayan bazı problem sınıfları olduğunu göstermeyi başardı (birazdan kısaca bahsedeceğim "sonlanma problemi" budur). Ancak Hilbert'in onuncu probleminin asıl çözümü için, Rus matematikçi Yuri Matiyaseviç'in bir diyafont denklemleri sisteminin çözümü-

nün olup olmadığı sorusuna sistematik olarak evet/hayır şeklinde yanıt veren hiçbir bilgisayar programı (algoritma) olamayacağını (kendisinden önce Julia Robinson, Martin Davis ve Hilary Putnam adlı Amerikalıların ileri sürdüğü belirli gerekçeleri tamamlayan kanıtları sağlayarak) göstermesine dek beklenmesi gerekti.(Bu hikâyenin okunabilir bir aktarımı için *bkz.* Davis (1978), Devlin (1988) ve 6. Bölüm.) Yanıt ne zaman "evet" olursa, bu durumun ilkesel olarak sadece bütün tamsayı kümelerini köle misali birbiri ardına deneyen belirli bir bilgisayar programı aracılığıyla belirlenebildiği dikkat çekmektedir. Öte yandan yanıt "hayır"sa bu sistematik bir ele alıştan kurtulmamızı sağlamaktadır. "Hayır" yanıtını doğru biçimde veren (yukarıda geçen ikinci sisteme dönük çözümleri tek ve çift sayılar kullanılarak eleyen gerekçelendirme gibi) çeşitli kural kümeleri elde edilebilmektedir ancak Matiyaseviç'in teoremi bunların *asla* eksiksiz olamayacağını göstermiştir.

Algoritmik çözümü olmayan iyi tanımlı bir matematik problemleri sınıfı için başka bir örnek *döşeme problemidir.*[*] Şöyle ifade edilir: Bir çokgen şekiller kümesi verildiğinde bu şekillerin düzlemi döşeyip döşemediğine karar verin; başka bir ifadeyle, sadece bu belirli şekiller kullanılarak hiçbir boşluk ya da üst üste binme yaratmadan Öklitçi düzlemin tümünü örtmek, kaplamak, döşemek mümkün müdür? Bunun hesaplama yoluyla çözülemez bir problem olduğunu 1966 yılında Amerikalı matematikçi Robert Berger, gerekçelendirmesini büyük oranda Çinli–Amerikalı matematikçi Hao Wang'in 1961 yılında kendisinden önce yaptığı çalışmanın genişletilmesine dayandırarak gösterdi (*bkz.* Grünbaum ve Shephard 1987). Aslında benim az önce ifade ettiğim şekliyle problemde belli bir biçimsizlik vardır, çünkü genel çokgen döşemelerin bir şekilde gerçel sayılar (sonsuz ondalıklar cinsinden tanımlanmış sayılar) kullanılarak belirtilmesi gerekirken, normal algoritmalar tam sayılarla çalışır. Bu biçimsizlik döşemelerin köşelerinde birbirine eklenen bir dizi kareden oluştuğu düşünülerek aşılabilir. Böylesi döşemelere *polyominolar* adı verilir (*bkz.* Golomb 1965; Gardner 1965, 13. Bölüm; Klarner 1981). (Başka döşeme kümeleri örnekleri için *bkz.* KYU, s:133–137, 4.6 – 4.12 arası şekiller) İlginç bir durum şudur ki, döşeme probleminin hesapla-

[*] *"tiling problem"*, yer yer *"karo problemi"* olarak da ifade edilmektedir –çn.

ma yoluyla çözümsüzlüğü *periyodik olmayan* kümeler denen ve düzlemi *sadece periyodik olmayan bir biçimde* (başka bir ifadeyle tamamlanan örüntünün ne kadar genişletilirse genişletilsin kendisini asla tekrarlamadığı bir biçimde) kaplayan belirli polyomino kümelerinin varlığına dayanmaktadır. Şekil 1.3'te üç polyominolu bir periyodik olmayan küme gösterilmektedir (1997 yılında Robert Ammann'ın keşfettiği bir döşeme kümesinden geliştirilmiştir, *krş.* Grünbaum ve Shephard (1987), 10.4.11–10.4.13 arası şekiller).

Hilbert'in onuncu problemi ve döşeme probleminin hesaplama yoluyla çözülebilir olmadığının matematiksel kanıtları zordur ve gerekçelendirmelerini aktarmaya burada kesinlikle girişmeyeceğim.[16] Her iki gerekçelendirmenin de merkezinde aslında herhangi bir Turing makinesinin bir diyafont ya da döşeme problemine nasıl kodlanabildiğini göstermek yatmaktadır. Bu aslında meseleyi Turing'in ilk özgün tartışmasında ele aldığı konuya indirger: *Sonlanma probleminin* hesaplama yoluyla çözülemezliği, diğer bir deyişle bir Turing makinesi faaliyetinin durma noktasına gelmeyi başaramadığı durumları belirleme problemi. §2.3'te hiçbir şekilde *sonlanmayan* çeşitli açık hesaplamalar verilecek ve §2.5'te sonlanma probleminin de (başka şeylerin yanı sıra) hesaplama yoluyla çözülemez olduğunu gösteren ve esasen Turing'in özgün gerekçelendirmesine dayanan, görece basit bir gerekçelendirme

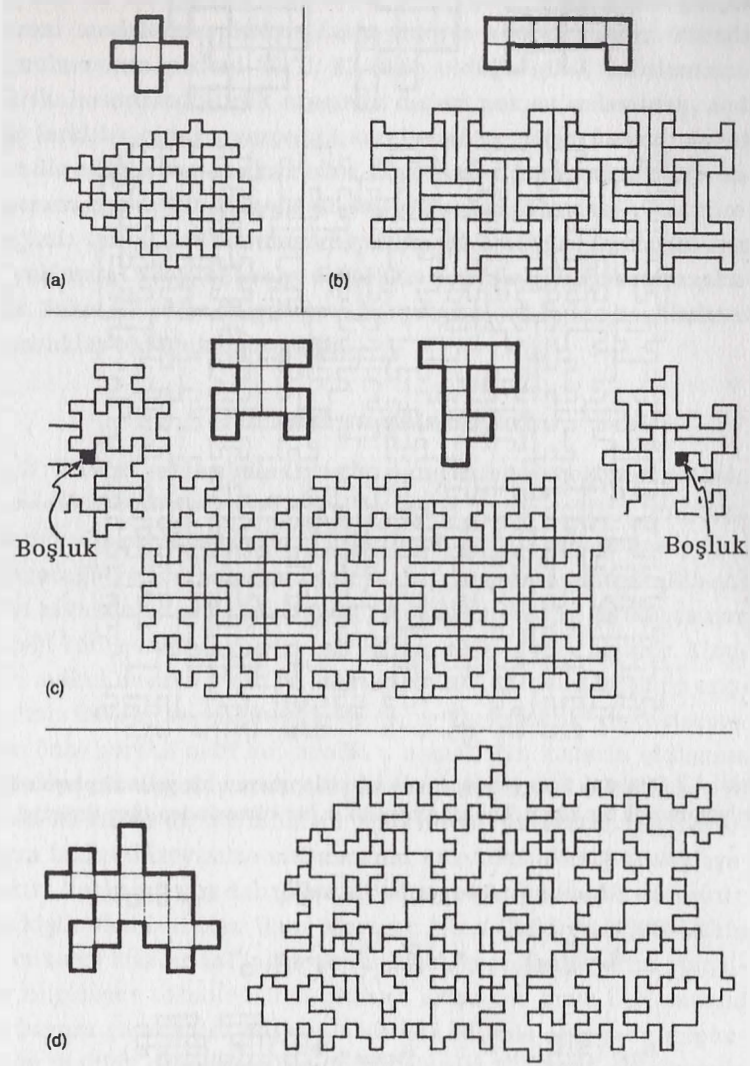
[16] Döşeme problemi alanında Robert Berger'in aslında kanıtladığı, *Wang* döşemelerindeki döşeme probleminin bir algoritmik genel çözümünün olmadığıydı. Wang döşemeleri (adını mantıkçı Hao Wang'ten almaktadır) kenarları renkli olan tek tek kare döşemelerden oluşmaktadır ve renkler döşemelerin yan yana geldiği yerlerde aynı olmakla kalmamalı, döşemeler hem döndürülemez hem de yansıtılamaz olmalıdır. Fakat bir Wang döşeme kümesi için, düzlemi ancak ve ancak verili Wang döşemeleri döşeyecek olursa döşeyecek şekilde bir polyomino kümesi akıl etmek kolay bir iştir. Bu yüzden polyomino döşeme probleminin hesaplamalı yoldan çözülemezliği Wang döşemelerinin çözülemezliğinden hemen çıkartılabilir. Polyomino döşeme problemiyle bağlantısı içerisinde şunu da vurgulamaya değer: Verili bir polyomino kümesi düzlemi döşemekte *başarısızsa*, bu durumda bu olgu hesaplamalı olarak doğrulanabilir (bir Turing makinesinin çalışması durduğunda ya da bir Diyafont denklemleri kümesi bir çözüme sahip olduğunda olduğu gibi), çünkü döşemelerle n x n kare bir alanı kaplamak denenebilir ve n'nin artarak büyüyen değerler aldığı koşullarda, n'nin *sonlu* bir değerinde döşemelerin bütün düzlemi kapatma başarısızlığı baş gösterir. Bunlar döşemelerin algoritmik olarak doğrulanamayacak düzlemi *döşediği* durumlardır.

sunulacaktır. (Bu gerekçelendirmenin gösterdiği "başka şeyler" olarak ifade edilen sonuçlarsa 1. Kısımdaki tüm tartışmanın kalbinde yer alacak önemdedir!)

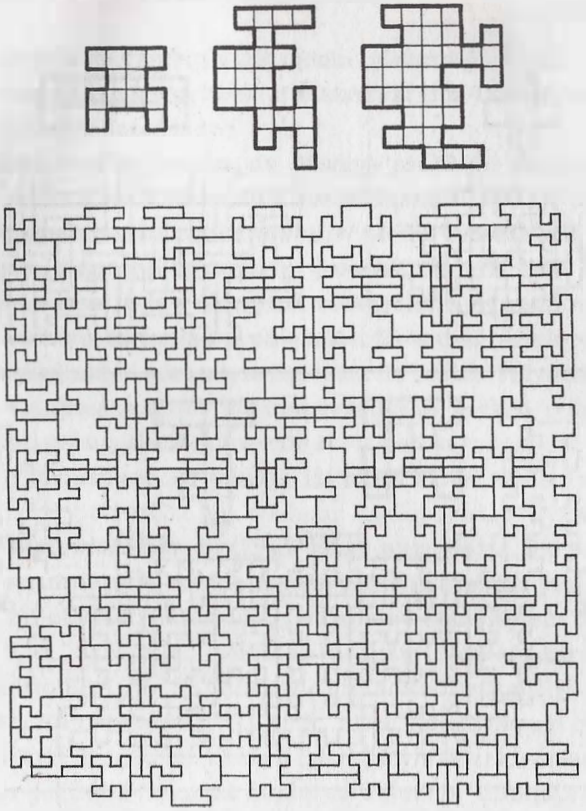
Diyafont denklemleri ya da döşeme problemi türünden bir problem sınıfı, belirlenimci ama hesaplanamaz olan bir oyuncak evrenin inşasında nasıl kullanılabilir? Model evrenimizin 0, 1, 2, 3, 4, ... doğal sayı (pozitif tamsayı) parametreleriyle ifade edilmiş *ayrık bir zamana* sahip olduğunu varsayalım. Evrenin n zamanındaki durumu, tartışılan problem sınıflarından biriyle, diyelim ki bir polyominolar kümesiyle belirlenmiş olsun. Polyomino kümesinin n zamanındaki evreni temsil ettiği veriliyken, polyomino kümelerinden hangilerinin evrenin $n + 1$ zamanındaki durumunu gösterdiği konusunda iyi tanımlı iki kural olsun ve bu kurallardan birincisi polyominolar düzlemi *kaplayacaksa* uygulansın, düzlemi *kaplamazlarsa* da ikinci küme uygulansın. Bu tarz kuralların ayrıntılarıyla madde madde nasıl yazılacağı çok önemli değildir. Bir olasılık; bütün olası polyomino kümelerinin oluşturduğu S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, ... şeklinde bir listeyi, toplam kare sayısı *çift* olanların S_0, S_2, S_4, S_6,.. şeklinde çift sonek ve içerdiği toplam kare sayısı *tek* olanların S_1, S_3, S_5, S_7,... tek sonek alacağı biçimde oluşturmaktır. (Bunun bazı hesap işlemleriyle düzenlenmesi o kadar da zor değildir.) Oyuncak model evrenimizin "dinamik evrimi" bu durumda şu şekilde ifade edilebilir:

> t zamanındaki evren durumu S_n, $t + 1$ zamanında, eğer polyomino kümesi S_n düzlemi *kaplarsa* S_{n+1}'e, eğer polyomino kümesi S_n düzlemi *kaplamazsa* S_{n+2}'ye dönüşür.

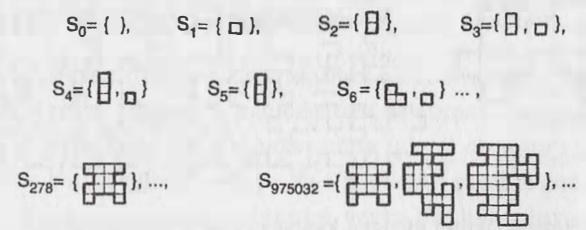
Böyle bir evren tümüyle belirlenimci olarak hareket eder; ancak bir polyomino kümesi S_n'nin düzlemi ne zaman kaplayacağını belirlemeye yarayan genel bir hesaplama işlemi olmadığı için (bu toplam kare sayısı çift olacak ya da tek olacak şekilde sabitlense de geçerlidir) onun gerçek gelişimini veren bir hesaplama simülasyonu yoktur. (*Bkz.* Şekil 1.4)



Şekil 1.2 Sonsuz Öklitçi düzlemi kaplayan çeşitli polyomino kümeleri (yansıtılmış döşemelere izin verilmiştir). Fakat (c) kümesindeki polyominoların hiçbiri, kendi başına alınırsa, düzlemi kaplamayacaktır.



Şekil 1.3 Düzlemi, ama yalnızca asla tekrarlanmayan bir yolla kaplayan üç polyominoluk bir küme (Robert Ammann'ın bir kümesinden türetilmiştir).



Şekil 1.4 Hesap edilemeyen bir oyuncak model evren. Belirlenimci ama hesap edilemeyen bu oyuncak evrenin farklı durumları, çift sayılı S_n'lerin toplam kare sayısı çift olanlara ve tek sayılıların tek kare sayısına karşılık geleceği bir biçimde numaralandırılmış olası sonlu polyominolar kümeleri cinsinden gösterilmektedir. Zaman evrimi, önceki küme düzlemi kaplamadığında bir sayının atlandığı durumlar haricinde, sayısal sırayla ilerlemektedir (S_0, S_2, S_3, S_4,..., S_{278}, S_{280}, ...).

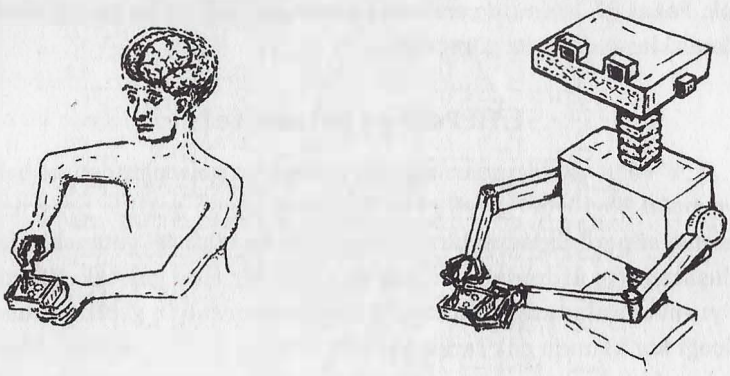
Elbette bu tür bir düzenleme, içerisinde yaşadığımız gerçek evreni modelleme yönüyle fazla ciddiye alınmamalıdır. Burada sunulmasının nedeni (KYU, §3.18'de olduğu gibi), belirlenimcilik ile hesaplanabilirlik arasında değeri pek az anlaşılmış, açık bir farklılık olduğu gerçeğini sergilemektir. *Hesaplamalı olarak simüle edilmesi olanaksız olan, açık evrim yasalarına sahip, tamamen belirlenimci evren modelleri vardır.* Aslında §7.9'da göreceğimiz üzere, az önce ele aldığım bu çok özel türdeki modellerin $\mathscr{C}$ yaklaşımı için gerekenler açısından yetersiz olduğu ortaya çıkacak. Fakat §7.10'da da *gerekeni karşılayan* çok ilginç bazı fiziksel olasılıklar olduğunu göreceğiz.

1.10 Peki ya gelecekte?

$\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C}$ ve $\mathscr{D}$ yaklaşımları bize bu gezegenin geleceğinden ne beklememizi söylüyor? $\mathscr{A}$'ya göre, gereğine uygun şekilde programlanmış süper bilgisayarların insanın bütün zihinsel yeteneklerine ulaşacağı (ve ardından onu çok aşacağı) bir evre gelecek. Elbette $\mathscr{A}$'yı savunanlar arasında bunun gerçekleşmesi için gerekli zaman ölçeği konusunda çok farklı görüşlere sahip kişiler olabilir. Kimileri makul davranıp alttan alarak, bizim kuşkusuz biçimde eriştiğimiz faaliyet inceliğine (kayda değer "farkındalık" gerçekleşmeden önce gerekli olan bir incelik) ulaşmak için (onların iddiasına göre) beynin uyguluyor olması gereken hesaplamalar hakkında şu anda bu kadar az şey biliniyor olmasından hareketle, bilgisayarların bizim düzeyimize ulaşmasının yüzyıllar alacağını söyleyecektir. Başkaları çok daha kısa bir süre gerektiğini iddia edecektir. Bu kişilerden biri olan Hans Moravec *Mind Children* (1988) [Zihin Çocukları] kitabında "insan denkliğine" (geçtiğimiz yarım yüzyılda bilgisayar teknolojisinin giderek artan bir hızla ilerlemesini ve beynin şu ana dek başarıyla simüle edilmiş olduğunu düşündüğü faaliyet oranlarını göz önüne alarak) 2030 yılı civarlarında ulaşılmış olacağı iddiasını desteklemek için bir gerekçe çerçevesi oluşturmaktadır. Kimileri çok daha kısa bir zaman tahmini yapmaktadır[17], hatta bazen tahmin edilen insan denkliğine ulaşma

[17] YZ konusunda baştaki aşırı iyimser beklentilerle ilgili bir aktarım için *bkz.* Freedman (1994)

tarihinin geçildiği söylenmektedir! Okurlar bilgisayarların (diyelim ki) 40 yıldan az bir süre içerisinde beklentileri bu derece aşmış olmasından korkuya kapılmasınlar diye, aynı zamanda bizim "zihin programlarımızı" eğer istersek robotların parlak metal (ya da plastik) bedenlerinin içine transfer edebilmemizi ve bu yolla kendimiz için bir tür ölümsüzlük elde etmemizi sağlayacak bir ilerlemenin sağlanacağına ilişkin umut sunulmakta, hatta bunun sözü verilmektedir (Moravec 1988, 1994).



Şekil 1.5 $\mathcal{B}$ yaklaşımı uyarınca bilinçli insan beyninin faaliyetinin bir bilgisayar simülasyonu ilkesel olarak mümkündür, dolayısıyla bilgisayar kontrollü robotlar eninde sonunda bütün insan yeteneklerine ulaşabilecek ve ardından da bunları aşırı ölçüde aşabilecektir.

Fakat $\mathcal{B}$ yaklaşımına sahip olanlar böyle bir iyimserlik içerisinde değildir. Bilgisayarların dışsal bir yoldan eninde sonunda başarabilecekleri yönünden onların da görüşleri $\mathcal{A}$'dakilerden farklı değildir. Bir insan beyninin faaliyetinin uygun bir *simülasyonu* tek başına bir robotu kontrol etmek için kullanılabilir; simülasyon dışında bir şeye ihtiyaç yoktur (Şekil 1.15). Bu simülasyonla bağlantılı olarak ortaya çıkan bilinçli farkındalığın varlığı konusu $\mathcal{B}$'ye göre robotun nasıl davrandığıyla alakasızdır. Böyle bir simülasyonun teknik bir olasılık haline gelmesi yüzyıllar sürebilir ya da 40 yıldan az bir süre alabilir. Fakat $\mathcal{B}$'ye göre eninde sonunda mümkün olmalıdır. O zaman bu tip bilgisayarlar "insan denkliği" düzeyine ulaşmış olacak ve onlardan yine bizlerin gö-

rece zayıf beyinlerimizle başarabildiğimiz şeyler düzeyinin çok ötesine ulaşmaları beklenecektir. Bilgisayar kontrollü robotlara "katılma" seçeneği şu anda bize açık değil ve görünüşe göre en sonunda hissiz makinelerce yönetilen bir gezegen olasılığına teslim olmak zorunda kalacağız! $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$, $\mathscr{C}$, $\mathscr{D}$ yaklaşımları içerisinde bana öyle geliyor ki, "sağduyulu" görünen doğasına rağmen gezegenimizin geleceği hakkında en karamsar görüşü sunan $\mathscr{B}$'dir!

Öte yandan $\mathscr{C}$ ve $\mathscr{D}$'ye göre hız, kapasite ve mantıksal tasarım yönlerinden ne kadar ilerlerse ilerlesinler, bilgisayarların bize her zaman hizmet eden durumunda kalmaları beklenmeli (ya da kalmaları gerekir). Ancak $\mathscr{C}$ yaklaşımı gelecekte, *gerçek* zekâ ve farkındalığa sahip olabilecek (bugün anladığımız anlamıyla bilgisayarlara *değil*, $\mathscr{C}$'nin bizim kendi bilinçli düşünce süreçlerimizin altında yatmasını zorunlu gördüğü tamamen hesaplanamaz fiziksel faaliyete dayanan) aygıtların yapımına yol açabilecek bilimsel gelişmelere açıktır. Belki de bugün içeriklendirdiğimiz anlamıyla "bilgisayarlar" kavramından farklı olan bu aygıtlar bütün insan yeteneklerinin ötesine geçmeyi başarabilecekler. Olabilir, hatta muhtemeldir de diyebiliriz; ama günümüzde bu tarz bir spekülasyonun yapılması bana son derece erken geliyor, çünkü nasıl olabileceği yönünde herhangi bir teknik bilgimiz olmamasını bırakın, bunun için gerekli olan bilimsel kavrayıştan tümüyle yoksunuz diyebiliriz. Bu konuya 2. Kısımda yeniden döneceğim (*krş.* §8.1).

1.11 Bilgisayarlar haklara ya da sorumluluklara sahip olabilir mi?

Bağlantılı bir diğer (belki de daha acil pratik anlama sahip olabilecek) konu, hukuk alanında çalışan kuramcıların dikkatini çekmeye başladı.[18] Bu, pek de öyle uzak olmayan bir gelecekte, bilgisayarların hukuki haklar ve sorumluluklara sahip kabul edilebileceğinin düşünülüp düşünülemeyeceği konusudur. Zamanı geldiğinde bilgisayarlar yaşamın birçok alanında insanların ehliyet düzeyine ulaşacaksa ya da hatta belki ulaşmışsa, bu durum-

[18] Beni bu konularla tanıştırdığı için birçok kişiye, özellikle de Lee Loevinger'a minnettarım. Nasıl davrandığımız sorusu ile hesaplama ve modern fizik arasındaki ilişki konusunda dikkat çekici bir ele alış için *bkz.* Hodgson (1991)

da bu türden soruların sorulması yersiz denemez. *A* yaklaşımına inanan biriyseniz, o halde bilgisayarların (ya da bilgisayar kontrollü robotların) potansiyel olarak hem haklara hem de sorumluluklara sahip olduğunu eninde sonunda kabul etme yönüne doğru ilerlemek zorunda kalacağınız açıktır. Çünkü bu yaklaşıma göre bizler ile yeterince gelişmiş robotlar arasında (yapı malzemeleri farklılığı "tesadüfü" haricinde) temelde bir farklılık yoktur. Fakat *B* yaklaşımına sadık kalanlar için mesele bu kadar açık görünmemektedir. Haklar ve sorumluluklar konusunda esas olanın (acı, öfke, intikam, kötülük, iman, güven, niyet, inanç, anlayış, tutku gibi) belirli özgün zihinsel niteliklere sahip olmak olduğu fikri gayet makul biçimde ileri sürülebilir. *B*'ye göre bilgisayar kontrollü bir robot bu niteliklerin hiçbirine sahip olamaz ve anlaşıldığı üzere bu yüzden ne haklara ne de sorumluluklara sahip olabilir. Ancak yine de *B*'ye göre bu niteliklerin olmadığını söylemenin etkili bir yolu yoktur; dolayısıyla eğer robotlar insan davranışını yeterli yakınlıkta taklit edebilselerdi, burada bir tür kararsızlığa düşülebilirdi.

Bu kararsızlık *C* yaklaşımında (ve büyük olasılıkla *D* yaklaşımında da) giderilmiş gibi gözükmektedir, çünkü bu yaklaşımlara göre bilgisayarlar ikna edici biçimde zihinsel nitelikler *gösteremezler* ve bu niteliklere kesinlikle ve asla sahip olamazlar. Buradan da bilgisayarların ne hakları ne de sorumlulukları olamayacağı sonucu çıkar. Bence bu kabulü son derece akla uygun bir yaklaşımdır. Bu kitapta ben de hem *A*'ya hem de *B*'ye güçlü bir biçimde karşı çıkacağım. Gösterdiğim gerekçelerin kabulünün hukuksal durumu basitleştireceği kesindir: Bilgisayarlar ya da bilgisayar kontrollü robotlar kendi başlarına *asla* hak ve sorumluluklara sahip değildirler. Dahası işler kötü gittiğinde hiçbir biçimde suçlanmayı da hak etmemektedirler; o suç her zaman başka yerdedir!

Fakat bu gerekçelerin, yukarıda bahsi geçen, sonunda hesaplanamaz fizikten yararlanabilme yetisi kazanmış varsayımsal "aygıtlar" için geçerli olmasının gerekmediği açıklığa kavuşturulmalıdır. Ancak bu tür aygıtların gelişimi (o da başarılırsa elbette) ufukta bile gözükmediği için, bu konuda öngörülebilir bir gelecekte yüzleşilecek herhangi bir hukuki sorun yoktur.

"Sorumluluk" konusu, bizlerin davranışlarımızın nihai nedenleriyle ilgili derin felsefi sorulara yol açmaktadır. Eylemlerimizin her birinin en nihayetinde kalıtım tarafından, çevremiz tarafından ya da yaşamlarımızı hiç durmaksızın etkileyen çok sayıdaki şans etmeni tarafından belirlendiğini öne sürmek mümkündür. Bu etkilerin *hepsi* "kontrolümüzün dışında" ve bu yüzden nihai olarak sorumlu tutulamayacağımız şeyler değil midir? "Sorumluluk" meselesi sadece uygun bir terminolojik bir ifadeden mi ibaret, yoksa eylemlerimiz üzerinde denetim uygulayan başka bir şey (böylesi bütün etkilerin ötesinde yer alan bir "benlik") var mı? "Sorumluluğun" hukuki bir konu olarak varlığı, her birimizin içerisinde eylemleri kalıtıma, çevreye ya da şansa atfedilemeyecek, *kendi* sorumluluklarına (ve dolaylı olarak haklarına) sahip, bir çeşit bağımsız bir "benliğin" var olduğuna işaret ediyor gibi *görünüyor*. Böyle bağımsız bir "benlik" varmış gibi konuşmamız eğer bir ifade kolaylığı değilse, o zaman günümüzdeki fizik kavrayışımızda bir eksiklik olsa gerektir. Yeni bir girdi oluşturacak bu eksikliğin keşfedilmesi, bilimsel yaklaşımımızda derin bir değişim yaratacaktır.

Bu kitap bu derin konulara bir yanıt sunmayacak, ama bir çatlak yaratarak –bu sadece bir çatlak da olsa– bu yanıtlara giden yolu açabileceğine inanıyorum. Elinizdeki kitap bize, eylemleri dış nedene atfedilebilir olmayan bir "benliğin" muhakkak olması gerektiğini söylemeyecek; ancak bizlere bir "nedenin" ne olabileceği hakkındaki görüşlerimizi genişletmemizi söyleyecek. Bir "neden" pratik ya da ilkesel olarak hesaplanamayan bir şey olabilir. Bir "nedenin" bizim bilinçli eylemlerimizin etkisi sonucu gerçekleştiğinde kolay göze çarpmayan, kesinlikle hesaplamanın ötesinde, kaosun ötesinde ve bütün rastlantısal etkilerin de ötesinde bir şey olmak zorunda olduğunu ileri süreceğim. Böyle bir "neden" anlayışının bizleri özgür iradelerimiz denen derin meselenin (ya da "aldanmanın"?) anlaşılmasına ne kadar yaklaştırdığıysa geleceğin konusudur.

1.12 "Farkındalık", "anlama", "bilinç", "zekâ"

Şu ana kadarki tartışmalarda henüz "zihin" konusuyla bağlantılı tanımlanması zor kavramlardan herhangi biri konusunda saptamalar yapma girişiminde bulunmadım. §1.3'te belirtilen $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$, $\mathscr{C}$

ve $\mathscr{D}$ yaklaşımlarının tanımlanmasında biraz muğlak bir biçimde "farkındalık" kavramına başvurdum, onun dışında zihinselliğin diğer niteliklerine hiçbir göndermede bulunmadım. Şimdi burada en azından kullandığım terminolojiyi, özellikle de bu kitaptaki tartışmalarda önem taşıyan "kavrayış", "bilinç" ve "zekâ" gibi kavramlarla bağlantısı içerisinde açıklığa kavuşturmaya çalışmam gerekiyor.

Her ne kadar tam bir tanım verme girişimlerinin yardımcı olacağına inanmasam da, kullandığım terminolojiyle ilgili bazı yorumların vakti geldi. Bana anlamları gayet açık görünen bu kelimelerin kullanımının, başkalarının doğal buldukları değerlendirmelerle uyuşmadığını görmek sık sık rahatımı bozar. Örneğin benim "anlama" kavramını kullanışımın, bu niteliğe gerçekten sahip olmanın bazı *farkındalık* öğelerinin bulunmasını gerektirdiğine işaret ettiği açıktır. İleri sürülen bir fikrin ne hakkında olduğuna ilişkin herhangi bir farkındalık olmadan, bu fikrin gerçekten anlaşılmış olamayacağı kesindir. Bazı bağlamlarda, YZ savunucuları "anlama" ve "farkındalık" kavramlarını böyle bir imayı reddedecek biçimde kullanıyor gibi gözükseler de, en azından *bana* bu itiraz edilemez bir kullanım gibi görünüyor. Kimi YZ ($\mathscr{A}$ ya da $\mathscr{B}$) savunucuları bilgisayar kontrollü bir robotun talimatlarının ne olduğunu "anladığını" (bunların gerçekten "farkında" olduğu iddiası ileri sürülmese de) iddia edebilirler. Benim açımdan bu "anlıyor" kelimesinin hatalı kullanımıdır; bu hatalı kullanım bilgisayar işleyişi betimlemeleri için özgün bir buluşsal* değer taşısa da, durum böyledir. "Anlıyor" ifadesini bu buluşsal tarzda kullanmadığımı belirtmeye çalıştığımda, farkındalığın gerekli olduğu bu faaliyet için "gerçekten anlıyor" ya da "hakiki anlama" ifadesini kullanacağım.

Elbette "anlıyor" kavramının bu iki kullanımı arasında açık bir farklılık olmadığı itirazı yapılabilir. Açık bir farklılık olmadığına inanılıyorsa, farkındalığın kendisinin iyi tanımlanmamış bir kavram olduğuna inanılmak zorundadır. Bunu ben de reddetmiyorum; ama farkındalığın *bir şey* olduğu bana açık görünüyor ve

* *"heuristic"* (İng): Bir soruna, bir dizi sınama ve yanılmanın değerlendirilmesini izleyerek yapılan buluşlarla çözüm arayan bir bilgisayar izlencesine ya da herhangi bir yaklaşım ya da yönteme ilişkin. Bulgusal sözcüğü de kullanılmaktadır –çn.

bu şey, en azından bir dereceye dek, var ya da yok olabilir. Farkın dalığın bir şey *olduğuna* inanılıyorsa, o halde bu şeyin bir hakiki anlamanın parçası olmak zorunda olduğunun da kabul edilmesi doğal gözükmektedir. Bu halen, farkındalık denen bu "bir şeyin" $\mathscr{A}$ yaklaşımıyla uyumlu olarak, aslında saf hesaplamalı bir eylemin özelliği olabilmesini dışlamamaktadır.

"Zekâ" kelimesini yalnızca işin içine bir miktar anlama yetisi karıştığında kullanmak bana yine itiraz kabul etmez gibi görünüyor. Fakat yine kimi YZ savunucuları robotlarının herhangi bir şeyi gerçekten "anlamaları" gerekmeden, "zeki" olabileceklerini iddia edebilir. "Yapay Zekâ" kavramı zeki hesaplamalı faaliyetin mümkün olduğunun kabulüne işaret eder, ancak kimileri tarafından hakiki anlamanın (ve kesinlikle de farkındalığın) YZ'nın hedeflerinin dışında olduğu ileri sürülür. Benim düşünüşüme göre anlamasız "zekâ" yanlış bir kullanımdır. Sınırlı bir dereceye kadar, herhangi bir hakiki anlama olmadan hakiki zekânın bir tür kısmi simülasyonu bazen mümkün olabilir. (Hatta insanlarda da sonunda hiç sahip olmadıkları ortaya çıksa da, bizi bir süre için bir miktar anlama yetisine sahip olduğuna inandırabilen bireylerle sıkça karşılaşırız!) Hakiki zekâ (ya da hakiki anlama) ile tamamen hesaplamalı olarak simüle edilebilen herhangi bir faaliyet arasında net bir ayrım olması da, daha sonraki tartışmaların çok önemli bir konusu olacak. Benim kendi terminolojime göre *hakiki* bir zekâya sahip olmak, hakiki anlamanın varlığını gerektirir. Bu yüzden benim "zekâ" kavramını kullanışım (özellikle de önünde hakiki eki varsa) gerçek bir farkındalığın varlığına işaret etmektedir.

Benim açımdan bu doğal terminoloji olarak görünüyor, fakat çok sayıda YZ savunucusu[19] ($\mathscr{A}$ yaklaşımını *savunmayanlar* ise kesinlikle) kelime anlamında da saklı olduğu üzere yapay bir "zekâ" oluşturmaya çalışmalarına rağmen, yapay bir "farkındalık" sağlamaya çalıştıklarını şiddetle reddederler. Bir ihtimal bu kişiler, benim *hakiki* zekâ dediğim şeye ulaşmaya çalıştıklarını değil, ($\mathscr{B}$ yaklaşımıyla uyumlu olarak) zekâyı sadece *simüle ettiklerini* (bu gerçek anlama ya da farkındalık gerektirmez) ileri süreceklerdir. Belki de $\mathscr{A}$ yaklaşımının saklı anlamına uygun olarak, hakiki

[19] Örneğin *bkz.* Smithers (1990).

zekâ ile simüle edilmiş zekâ arasında herhangi bir farklılık görmediklerini iddia edeceklerdir. İlerideki tartışmalarda bir amacım da, "hakiki anlamanın" herhangi bir hesaplamalı yolla uygun biçimde simüle edilemeyen bir yöne sahip olduğunu göstermek olacak. Bunun gereği olarak hakiki zekâ ile onun uygun bir hesaplamalı simülasyonunu yaratma girişimleri arasında bir farklılık olmak zorundadır.

Elbette "zekâ", "anlama" ya da "farkındalık" kavramlarının *hiçbirini* tanımlamadım. Burada *tam* tanımları vermeye çalışmanın akıllıca olmayacağı görüşündeyim. Bu kelimelerin ne anlama geldiği konusunda bir ölçüde sezgisel algılarımıza güvenmemiz gerekiyor. Bizim "anlama" hakkındaki sezgisel kavrayışımız onun "zekâ" için gerekli bir şey olduğu şeklindeyse, o halde "anlamanın" hesaplanamaz doğasının doğruluğunu ortaya koyan bir gerekçelendirme, aynı zamanda "zekânın" hesaplanamaz doğasının doğruluğunu da ortaya koyacaktır. Dahası eğer "farkındalık" "anlama" için ihtiyaç duyulan bir şeyse, bu durumda farkındalık olgusunun fiziksel temelinde yatan bir hesaplanamazlık, "anlamanın" da böyle bir hesaplanamaz doğaya sahip olduğunun açıklaması olur. Bu nedenle benim bu ifadeleri kullanışım (aynı zamanda genel kullanım itibariyle de) şu saklı anlamları içermektedir:

(a) "zekâ" "anlamayı" *gerektirir*.
ve
(b) "anlama" "farkındalığı" *gerektirir*.

Farkındalığı ben *bilinç* olgusunun bir yönü (*edilgin* yönü) olarak kabul ediyorum. Bilincin *etkin* bir yönü de vardır ve bu *özgür irade* duygusudur. İleri süreceğim savlar nihayetinde bu bilinç olgusunu $\mathscr{C}$ yaklaşımının gerektirdiği üzere bilimsel ancak hesaplanamaz şartlarda kavrama amacına yönelik olmasına karşın, burada yine "bilinç" (ve elbette "özgür irade") kelimesinin tam bir tanımını yapmayı denemeyeceğim. Bu kitapta (ve KYU'da) ileri sürdüğüm savların faydalı birkaç kılavuz sağlayacağını, hatta belki bundan biraz daha fazlasını umut etmeme karşın, bu amaca giden yolda büyük bir mesafe kat ettiğimi de iddia etmeyeceğim. Bu aşamada "bilinç" ifadesini fazlasıyla net tanımlamaya çalış-

manın bizi ulaşmayı dilediğimiz kavramın kendisinden uzağa kayma tehlikesiyle karşı karşıya bırakacağını hissediyorum. Bu yüzden erken ve yetersiz bir tanım getirmek yerine sizlere sadece benim "bilinç" ifadesini kullanışıma ilişkin betimleyici birkaç yorum aktaracağım. Her şeyi düşünüp tarttıktan sonra, en nihayetinde kavramın anlamına ilişkin sezgisel kavrayışımıza dayanmak zorunda olacağız.

Söylediklerim benim bilincin "ne" olduğunu aslında "sezgisel olarak bildiğimiz" anlamına değil, yalnızca bir şekilde kavramaya çalıştığımız böyle bir kavramın var olduğu ve bunun fiziksel dünyada hem etkin hem de edilgin bir rol oynayan, bilimsel olarak betimlenebilir hakiki bir olgu olduğu anlamına gelmektedir. Kimi insanlar kavramın ciddi bir çalışmayı hak etmeyecek kadar muğlak olduğuna inanıyor gibi görünüyor. Yine de aynı insanlar[20] "zihin" kavramını sanki daha iyi tanımlanmış gibi ele almaktan hiç de geri kalmıyorlar. "Zihin" kelimesinin sık sık başvurduğumuz normal kullanımı, "bilinçsiz zihin" şeklinde adlandırılabilecek bir şeyin olabilmesini (ve hatta olmasını) mümkün kılıyor. Benim düşünce biçimime göre bilinçsiz zihin kavramında bilinçli zihin kavramında olduğundan çok daha büyük bir bilinmezlik vardır. Bizzat ben de "zihin" kelimesinden seyrek faydalanmıyor değilsem de, bu konuda kesin tanımlar yapmaya girişmiyorum. "Zihin" kavramı ("bilinç" ifadesinin içerisinde zaten var olanın *haricinde*) konuyu derinlikli olarak tartışma denemelerimde merkezi bir rol oynamayacak.

Peki, bilinç derken neyi kastediyorum? Daha önce belirttiğim üzere bilincin edilgin ve etkin yönleri var, ancak bu ikisi arasında bir farklılık olduğu her zaman açık değil. Kırmızı rengin algılanması bir yandan kesinlikle edilgin bilinci gerektiren bir şey; aynısı acı duyma ya da bir melodiyi beğenme duyumu için de geçerli. Etkin bilinç, birinin isteyerek yataktan kalkma eylemiyle ilintili; aynısı enerjik bir hareketlilikten vazgeçmek yönünde kasti bir karar için de geçerli. Geçmişteki bir anının usa getirilmesiyse bilincin hem etkin hem edilgin yönlerini içeriyor. Bilinç, etkin

[20] Örneğin Sloman (1992) kendisi rahatça (bence) çok daha kötü tanımlanmış bir kavram olan "zihin" kavramına gönderme yaparken, beni KYU'da kötü tanımlanmış "bilinç" kavramına haddinden fazla anlam yükledim diye azarlıyor.

ve edilgin bilinç, geleceğe ilişkin bir eylem planının oluşturulmasında normal olarak devreye girecektir ve bana öyle geliyor ki, normal olarak "anlama" kelimesine yüklediğimiz zihinsel faaliyet türünde de bir çeşit bilince gereklilik duyulmaktadır. Üstelik uyuduğumuzda bile, eğer rüya görüyorsak bir dereceye kadar (edilgin biçimde) bilinçli sayılabiliriz (hatta bilincin etkin yönü bazen uyanık olduğumuzda bile bir rol oynamaya başlayabilir).

Kimi insanlar bütün bu farklı tezahürlerde tek bir bilinç kavramının her şeyi kapsayan bir rol oynadığını savunabilir. Çok sayıda ve birbirinden farklı (sadece "etkin" ve "edilgin" değil) "bilinç" kavramları olduğunu ve bütün bu farklı zihinsel niteliklerin ayrı ayrı her biriyle ilgili çok sayıda farklı zihinsel niteleyicinin olduğunu iddia edebilirler. Dolayısıyla "bilincin" tüm bunları kapsayan bir kavram olarak kullanımı, en iyimser görüşle kullanışsız olarak değerlendirilir. Benim görüşüme göre, zihinselliğin bütün bu ayrı yönlerinde merkezde duran birleşik bir "bilinç" kavramı vardır. Bilincin edilgin ve etkin yönlerinin kimi zaman ayrıştırılamaz olduğunu, edilgin bilincin duyumlarla (ya da "*qualia*" ile),* etkin bilincinse "özgür irade" konusuyla ilişkili olduğunu kabul etsem de, ben bu ikisini bir paranın iki yüzü olarak kabul ediyorum.

Bu kitabın 1. Kısmında öncelikli olarak "anlama" şeklindeki zihinsel özelliğin kullanımıyla nelerin başarılabileceği konusunda yoğunlaşacağım. Bu kelimenin ne anlama geldiğini tanımlamaya çalışmayacak olsam da, anlamının okuyucunun bu özelliğin (artık her neyse) §2.5'teki savların kabulü için gereken zihinsel faaliyetin hayati bir parçası olmak zorunda olduğuna ikna olmasına yetecek ölçüde anlaşılmasını ümit ediyorum. *Bu* savların değerli bulunmasının hesaplanamaz bir şeyi içermek zorunda olduğunu göstermeyi öngörüyorum. Benim gerekçelendirmem "zekâ", "farkındalık", "bilinç" ya da "zihin" hakkındaki diğer konulara bu kadar *doğrudan* eğilmiyor. Ancak bu tartışmanın bu kavramlarla da açık bir bağlantısı olsa gerek; çünkü yukarıda bahsettiğim "sağduyulu" terminoloji, farkındalığın anlamamızın temel bileşeni olması gerektiğine ve anlamanın da hakiki zekânın bir parçası olmak zorunda olduğuna işaret ediyor.

* Nitem, öznel deneyim. Tekili "quale" –yn.

1.13 John Searle'ün görüşü

Kendi akıl yürütmemi sunmadan önce kısaca, esasen düşünce tarzımın çok farklı karakterini ve altında yatan hedefleri vurgulama amacıyla epey farklı bir tartışmaya (felsefeci John Searle'ün[21] ünlü "Çince Odası") bir gönderme yapacağım. Searle'ün savı da "anlama" konusuyla ve ileri derecede gelişmiş bir bilgisayar faaliyetinin bu zihinsel özelliğe ulaşmış olduğunun söylenip söylenemeyeceğiyle ilgilidir. Burada Searle'ün tartışmasını tüm ayrıntılarıyla tekrarlamayacak, sadece özünü çok kısa bir biçimde aktaracağım.

Anlatılmış bir hikâye hakkında, tüm sorular ve yanıtlar Çince olmak üzere, sorulara yanıtlar sağlama yoluyla "anlamayı" simüle etme iddiasında olan bir bilgisayar programı var karşımızda. Searle deneye bir insan eklendiğini varsayıyor; bu kişi bilgisayarın gerçekleştireceği ayrıntılı bütün hesaplamaları canlandıracak şekilde çalışkanca sayaçları hareket ettiren ama tek kelime Çince bilmeyen birisi. Fakat bilgisayarın çıktılarında anlama eylemi dahil olmuş gibi görünmesine rağmen, *bilgisayar* hesaplamaları yaparken bu hesaplamaların sahnelenmesini sağlayan elle müdahaleleri gerçekleştiren *insan* tarafından böyle bir anlama gerçekte deneyimlenmemiştir. Bu yüzden Searle anlamanın zihinsel niteliğinin sadece hesaplamayla ilgili bir durum olamayacağını ileri sürer; çünkü deneye katılan (Çince bilmeyen) insan, bilgisayarın yerine getirdiği her bir hesaplama eylemini yerine getirmekte, ancak anlatılan hikâyeler hakkında hiçbir anlama deneyimi yaşamamaktadır. Searle $\mathscr{B}$ yaklaşımıyla uyumlu olarak, anlamanın sonuçlarının ürününün bir *simülasyonunun* mümkün olabileceğini kabul eder, çünkü bir insan beyninin onun sahibi olan insan bir şey anladığında yaşayacağı bağlantılı fiziksel faaliyeti (ne yapıyorsa aynısını) simüle eden bir bilgisayarın bunu başarabileceğini kabul etmeye hazırdır. Fakat Çince Odası savıyla bir *simülasyonun* herhangi bir anlamayı kendi başına gerçekten "hissedemeyeceği" konusunda ısrarcıdır. Dolayısıyla *gerçek* anlamaya, herhangi bir bilgisayar simülasyonunca bilfiil ulaşılamaz.

[21] Searle (1980), (1992).

Searle'ün savı (herhangi bir "anlama" simülasyonunun "gerçek" anlamayla eşdeğer olduğunu iddia eden) $\mathscr{A}$'ya karşı yöneltilmiş ve ($\mathscr{C}$ ya da $\mathscr{D}$'yi de eşit derecede desteklemesine rağmen) $\mathscr{B}$'ye destek sağlamak için ileri sürülmüştür. Anlamanın içeriğinin *edilgin, içe doğru* ya da *öznel* yönleriyle ilgilidir. Anlamanın *etkin, dışa doğru* ya da *nesnel* yönleriyle simüle edilebilmesi olasılığını reddetmez. Hatta Searle bizzat şöyle demektedir: "Beyin elbette bir dijital bilgisayar. Her şey dijital bir bilgisayar olduğu için, beyinler de öyle."[22] Bu onun bir şeyi "anlama" eyleminde bilinçli bir beynin faaliyetinin tam bir simülasyonu olasılığını, bu simülasyonun dış göstergelerinin $\mathscr{B}$ yaklaşımıyla uyumlu olarak gerçek bir bilinçli insanınkiyle özdeş olmasından kaynaklı kabul etmeye hazır olduğunu gösterir. Öte yandan benim savunduğum savlar tam da bu dışa doğru yönlerine karşı yöneltilecektir ve buradan görüleceği üzere ben anlamanın dış göstergelerinin uygun bir bilgisayar simülasyonunun bile mümkün olmadığı görüşündeyim. Searle'ün gerekçelendirmesini burada ayrıntılarıyla aktarmıyorum çünkü bunlar $\mathscr{C}$ yaklaşımına doğrudan bir destek sunmuyor ($\mathscr{C}$'yi desteklemesi benim burada savunduğum görüşün amacına hizmet ederdi). Ancak şu da kayıtlara geçmeli; ben de Çince Odası gerekçelendirmesini, her ne kadar bu konuda tüm şüpheleri ortadan kaldırmış olduğunu düşünmesem de, $\mathscr{A}$'nın aleyhinde ikna edici sayılabilecek bir gerekçe olarak değerlendiriyorum. Ayrıntılar ve çeşitli karşı gerekçeler için *bkz.* Searle (1980), Hofstadter ve Dennett (1981); ayrıca *bkz.* Dennett (1990) ve Searle (1992). Benim değerlendirmem için *bkz.* KYU, s:17–23.

1.14 Hesaplamalı modelle ilgili bazı zorluklar

$\mathscr{C}$'yi $\mathscr{A}$'dan ve $\mathscr{B}$'den özel olarak ayıran konulara geçmeden önce, bilinç olgusunu $\mathscr{A}$ yaklaşımıyla açıklama girişimlerinin karşılaştığı bazı başka zorlukları ele alalım. $\mathscr{A}$'ya göre bilinci uyandırması gereken şey uygun algoritmaların "uygulanması" ya da *yürürlüğe girmesidir*. Bu gerçekte ne anlama gelmektedir? "Yürürlüğe girme", algoritmanın ardışık işlemleriyle uyumlu olarak hareket

[22] *Bkz.* Hofstadter ve Dennett (1981) içerisindeki Searle'ün (1980) makalesi s:372. Ancak benim açımdan Searle'ün şimdi $\mathscr{C}$'nin değil, $\mathscr{D}$'nin yanında saf tutup tutmayacağı pek o kadar açık değil.

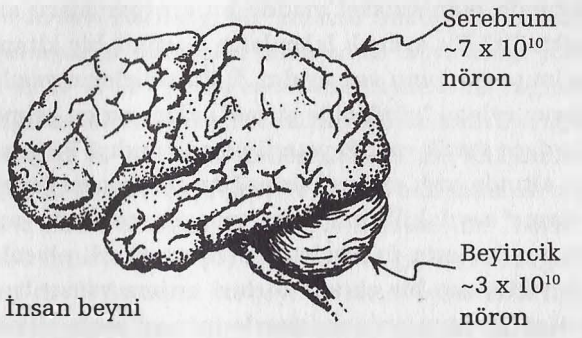
etmek zorunda olan fiziksel madde bitleri (parçaları) anlamına mı gelmektedir? Bu ardışık işlemlerin hacimli bir kitapta satır satır yazılmış olduğunu varsayalım.[23] Bu satırların yazılması ya da basılması eylemi "yürürlüğe girme" anlamına mı gelmektedir? Kitabın sadece statik varlığı yeterli olacak mıdır? Birinin sadece satırların altında ardı ardına parmağını gezdirmesi örneğin "yürürlüğe girme" sayılabilir mi? Kabartma yazı şeklinde yazılmışsa parmağın sembollerin üzerinde dolaşması yeterli olacak mıdır? Kitabın sayfalarının bir ekrana birbiri ardına yansıtılması olur mu? Bir algoritmanın ardışık işlemlerinin yalnızca *sunumu* yürürlüğe girme işini görür mü? Yoksa her bir satırın bir öncekini söz konusu algoritmanın kurallarına göre doğru biçimde takip ettiğini kontrol edecek biri mi gereklidir? Büyük ihtimalle *bu*, en azından süreç için harici bir kişinin (bilinçli) anlamasına ihtiyaç olmaması gerektiği için, doğru yanıt olmasa gerektir. Hangi fiziksel eylemlerin bir algoritmayı gerçekte yürürlüğe sokan şey olarak kabul edileceği konusu son derece belirsizdir. Muhtemelen böylesi eylemlere hiç gerek yoktur ve $\mathscr{A}$ yaklaşımıyla uyumlu olarak algoritmanın sadece Platoncu matematiksel varlığı (*krş.* §1.17) onun "farkındalığının" var olması için yeterli olacaktır.

Ne olursa olsun $\mathscr{A}$ yaklaşımı uyarınca, *herhangi bir* karmaşık algoritmanın (fark edilebilir derecede) farkındalık uyandırmaya yetmesi gibi bir durum zannederim olmayacaktır. Önemli bir farkındalığın uyandırılmış olduğunun düşünülebilmesi için öncelikle algoritmanın "yüksek düzeyde bir düzen", "evrensellik", "kendine-gönderim" ya da "algoritmik basitlik/karmaşıklık"[24] ya da buna benzer bir özellik sahibi olması beklenecektir. Üstüne üstlük bir algoritmanın hangi özelliklerinin farkındalığımızı oluşturan çeşitli farklı "quale"lerden sorumlu tutulması gerektiği gibi hassas bir konu da vardır. Örneğin hangi tür hesaplama "kırmızı" duyumunu uyandırmaktadır? "Üzüntü", "tatlılık", "ahenk", "acılık" vb duyumlar hangi hesaplamalardan oluşmaktadır? Bu tür sorulara $\mathscr{A}$ savunucularınca yapılan bazı yanıt oluşturma denemeleri olmuştur (örneğin *krş.* Dennett 1991), fakat şu ana dek bu denemeler benim üzerimde herhangi bir ikna edici etki yaratmış değildir.

---

[23] Bu tarz bir varsayımın ilgi çekici bir sunumu için *bkz.* Hofstadter (1981).

[24] "Algoritmik karmaşıklık" yaklaşımı için bir tanım arıyorsanız *bkz.* Chaitin (1975).



Şekil 1.6 Beyincikteki nöronların ve nöron bağlantılarının sayısı serebrumdakilere yakındır. Sadece nöron sayısı ve nöronların karşılıklı bağıntılarına dayalı olarak şu soruyu soruyoruz: Beyinciğin faaliyeti niçin tümüyle bilinçsizdir?

Üstelik net ve makul basitlikte algoritma önerilerinin tümü (şu ana dek literatüre geçmiş olanların hepsi gibi) günümüzün elektronik bilgisayarlarında büyük zorluk yaşanmaksızın uygulanabilme gibi bir engelle sakatlanmıştır. Önerinin savunucularına göre bu tarz bir uygulamanın hedeflenen *quale*'nin [nitem] gerçek deneyimini uyandırması gerekir. Böylesi bir hesaplamanın (günümüzün YZ anlayışı kullanılarak günümüzün bilgisayarlarında hayata geçirilebilecek hesaplamaların herhangi birinin) *gerçekten* önemli derecede bir zihinsellik deneyimleyebileceğini ciddi ciddi kabul etmek, *A* yaklaşımını en kuvvetli biçimde savunanlar için bile zor olacaktır. Bu yüzden de görünen o ki bu tür önerilerin savunucuları, bizim fark edilebilir zihinsel deneyimler sahibi olmamıza izin veren şeyin beyinlerimizdeki faaliyetlere dahil olan (ve bu önerilerle uyumlu olarak hareket eden) hesaplamaların *karmaşıklığı* olduğu inancına başvurmak zorunda kalıyorlar.

Bu durum ciddiye alınabilir düzeyde yanıtlandığını görmediğim başka bazı sorulara yol açıyor. Eğer bizim oldukça bilinçli zihinsel faaliyetimizin önkoşulunun esas itibariyle, beynin nöron ve sinapslarının birbirine bağlı ağını oluşturan "şebekelerin" uçsuz bucaksız karmaşıklığı olduğuna inanılıyorsa, o halde sonuç olarak bilincin insan beyninin tüm parçalarının bir özel-

liğine eşit olmadığı olgusuyla bir şekilde uzlaşılması gerekir. "Beyin" ifadesi bir niteleme olmaksızın kullanıldığında, meseleyi *serebral korteks* olarak bilinen büklümlü geniş dış bölgeler, *serebrumun* dışardaki gri maddesi açısından düşünmek (en azından konunun uzmanı olmayanlar açısından) gayet doğaldır. Serebral kortekste kabaca yüz milyar (10^{11}) nöron vardır ve bu devasa bir karmaşıklık için yeterli bir ölçek anlamına gelir; fakat beyinde sadece serebral korteksin olmadığı da açıktır. Beynin arka alt tarafında *beyincik* (serebellum) olarak bilinen başka bir önemli dolanık nöron kütlesi daha vardır (*bkz.* Şekil 1.6). Beyincik görünüşe göre motor kontrolün yetkinliğinde kritik bir rol oynamakta ve motor becerilerde ustalaşıldığında ("alışkanlık" haline gelip bilinçli olarak düşünülmediğinde) devreye girmektedir. Başlangıçta yeni bir beceri öğrenildiğinde kişinin eyleminde bilinçli kontrole ihtiyaç duyulur ve görünen o ki, bu serebral korteksin devreye girmesiyle başarılıyor. Ancak daha sonra gereken hareketler "otomatik" hale gelince dümene esasen beyinciğin bilinçsiz faaliyeti geçiyor. Beyinciğin faaliyetinin tümüyle bilinçsiz olduğu göz önüne alındığında, onun serebrumun sahip olduğunun neredeyse yarısı kadar nörona sahip olması çok ilginçtir. Dahası §1.2'de bahsi geçen yaklaşık 80.000 sinaptik bağlantıya sahip Purkinje hücreleri de beyincikte yer alan nöronlardır, dolayısıyla beyincikteki nöronlar arası toplam bağlantı sayısının serebrumdakinden az olmaması da mümkündür. Eğer nöronlar ağının devasa karmaşıklığı bilincin asıl önkoşulu olarak görülüyorsa, beyinciğin eylemlerinde bilincin hiç olmamasının nedeni sorulmak zorundadır. (Bu konuda daha sonra, §1.8'de bazı yorumlar yapacağım.)

Elbette bu bölümde $\mathscr{A}$ yaklaşımına ilişkin bahsi geçen sorunların benzerleri $\mathscr{B}$ ve $\mathscr{C}$ için de söz konusudur. Bilimsel yaklaşım gereği bilinç olgusunun temelinde yatan şeyin ne olduğuna ve quale'nin nasıl ortaya çıkabiliyor olduğuna eninde sonunda bir yanıt verilmek durumundadır. 2. Kısımda sona doğru ilerledikçe ben de $\mathscr{C}$ yaklaşımı içerisinden bilincin anlaşılmasına doğru yol almaya çalışacağım.

1.15 Yapay zekânın günümüzdeki sınırlılığı $\mathscr{C}$'yi destekliyor mu?

Peki, neden $\mathscr{C}$? $\mathscr{C}$'ye doğrudan destek sağladığı şeklinde yorumlanabilecek hangi kanıtlar *var*? $\mathscr{C}$ gerçekten de $\mathscr{A}$'ya ya da $\mathscr{B}$'ye, hatta $\mathscr{D}$'ye ciddi bir alternatif mi? Bilinçli düşünmeler devreye girdiğinde beyinlerimizle (ya da zihinlerimizle) gerçekten neler yapabildiğimizi görmeye çalışmak zorundayız; ve ben okurları bilinçli düşünmemizle yaptıklarımızın hesaplama yoluyla başarılabilecek şeylerden (en azından bazen) çok farklı olduğuna ikna etmeye çalışacağım. $\mathscr{A}$ taraftarları "hesaplamanın" şu ya da bu biçimiyle tek olasılık olduğunu düşünmeye yatkın olacaklardır; dış davranışın etkileri açısından bakıldığında $\mathscr{B}$ taraftarları da aynı durumdadır. Öte yandan $\mathscr{D}$ taraftarları bilinçli eylemlerin hesaplama ötesinde bir şey olmak zorunda olduğu konusunda $\mathscr{C}$'yle aynı fikirde olacaklar, ancak bilincin herhangi bir şekilde bilimsel kavramlarla açıklanması olasılığını reddedeceklerdir. Bu yüzden $\mathscr{C}$'ye destek vermek için herhangi bir hesaplamanın ötesinde yer alan zihinsel faaliyet örneklerinin bulunmasına ve aynı zamanda bu tür bir faaliyetin uygun fiziksel süreçlerden nasıl doğabileceğinin görülmesine çalışılmak zorundadır. 1. Kısmın geriye kalan bölümleri ilk hedefe yönelik olacak; 2. Kısımda da sizlere ikinci hedefle uzlaşma denemelerimi sunacağım.

Ne tür zihinsel faaliyetlerin hesaplamanın ötesinde olduğu gösterilebilir? Yanıta doğru ilerlemek için olası bir yol olarak yapay zekâdaki mevcut durumu araştırmayı deneyebilir ve hesaplamalı yoldan kontrol edilen sistemlerin neyde iyi, neyde kötü olduğunu görmeye çalışabiliriz. YZ çabalarının şu anki durumu ilkesel olarak elbette nihai olarak nelerin başarılabileceğine ilişkin açık bir gösterge oluşturmayabilir. Önümüzdeki 50 yıl içerisinde bile işler şu anda olduğundan çok farklı gelişebilir. Bilgisayarların ve uygulamalarının gelişim hızı (yalnızca *geçen* 50 yıl içerisinde) olağanüstü oldu. Gelecekte de müthiş ilerlemelerin, gafil avlanabileceğimiz düzeyde hızlanan gelişmelerin gerçekleşmesine kendimizi hazırlamalıyız. Bu kitapta ben öncelikli olarak bu ilerlemelerin hızına değil, tabi oldukları bazı temel *ilkesel* sınırlamalara odaklanacağım. Bu sınırlılıklar, gelecek tahminlerimizi kaç

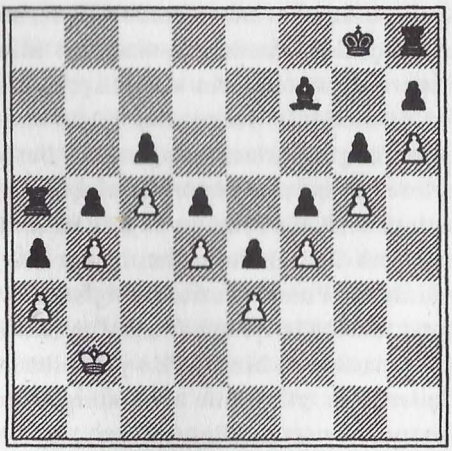
yüzyıl ilerisine dek kurgulamaya hazırlıklı olursak olalım geçerli olacaktır. Bu yüzden savlarımızı genel ilkelere dayandırmalı ve şu ana dek başarılanlardan aşırı derecede etkilenmemize izin vermemeliyiz. Bununla birlikte (YZ'yı en şiddetli biçimde savunanların bile itiraf etmeye hazır olduğu gibi) şu ana dek elimizde gerçekten ikna edici bir yapay zekâ örneği diyebileceğimiz yönde pek az şey olması gerçeğine karşın, bugünkü yapay zekânın başarı ve başarısızlıklarında bazı ipuçları bulabiliriz.

Şu ana dek yapay zekânın temel başarısızlıkları, belki biraz şaşırtıcı ama, insanın anlama yetisinin son derece etkileyici olabildiği (belirli kimi uzman insanların son derece karmaşık hesaplama işlemlerine dayalı olarak yargılara ulaşma becerileri ya da uzman bilgileriyle bizleri serseme çevirebildikleri) alanlarda değil; içimizden en gösterişsiz olanların gündelik yaşamımız içerisinde rahatlıkla ve keyifle yaptığımız "akıllı" etkinliklerde karşımıza çıkıyor. Şu an itibariyle hiçbir bilgisayar kontrollü robot, küçük bir çocuğun en basit gündelik faaliyetlerinin bazılarını gerçekleştirmesiyle bile boy ölçüşmeye başlayamadı: Örneğin odanın diğer ucunda yerde duran renkli bir boya kaleminin bir resmi tamamlamak için gereken şey olduğunun farkına varmak, o boya kalemini almak için odanın diğer ucuna yürümek ve ardından kalemi kullanmak. Bu nedenle bir karıncanın gündelik faaliyetlerini gerçekleştirmedeki yetenekleri bile, günümüzdeki bilgisayar kontrollü sistemlerin en gelişmişlerinin başarabildiklerinin çok ötesindedir. Öte yandan güçlü satranç bilgisayarlarının gelişimi, bilgisayarların olağanüstü derecede etkili *olabildikleri* şeylere çok çarpıcı bir örnek oluşturmaktadır. Satranç kuşkusuz insanın zekâ gücünün, az sayıda insan haricinde üstün başarıya götürecek bir yönde kullanılmasa da, özellikle açığa çıktığı bir etkinliktir. Yine de satranç bilgisayar sistemleri şu an oyunu şaşılacak derecede iyi oynamakta ve satranç oynayan insanların çoğunu istikrarlı bir şekilde yenebilmektedir. Bu alanda uzman kişilerin en iyileri bile artık sıkışmaktadır ve bundan sonrasında satranç oynayan bilgisayarların en iyileri karşısında sahip oldukları üstünlükleri pek fazla koruyamayacaklardır.[25] Bilgisayarların uzman insanlarla başarıyla ya da kısmi olarak

[25] *Bkz.* Hsu vd (1990).

başarıyla yarışabildikleri birkaç başka uzmanlık alanı daha vardır. Dahası bilgisayarların yapabildiklerinin insanlara göre çok ileride olduğu, düz sayısal hesaplama gibi, bazı alanlar da vardır.

Fakat bu durumların hepsinde bilgisayarın aslında ne yaptığına ilişkin hakiki bir *anlamaya* eriştiğini savlamak güç olacaktır. Yukarıdan aşağıya bir organizasyon durumunda sistemin başarıyla çalışmasının nedeni onun herhangi bir şey *anlaması* değil, programcı insanların anlama yetilerinin (ya da programcıların faydalandığı uzman insanların anlama yetilerinin) programın yapılışında kullanılmasıdır. Aşağıdan yukarıya bir organizasyondaysa sistemin eylemlerinin bir özelliği olarak aracın kendisi ya da programcılar açısından anlamaya (işlemle ilgili özel verim artırıcı algoritmaların ayrıntılarının tasarımıyla ilişkili olanlar ve bir de uygun geri besleme bünyeye katıldığında sistemin performansını deneyimle geliştirmesi şeklindeki algıya hizmet eden insan anlamasının ötesinde başka bir özel anlamaya) ihtiyaç duyulup duyulmadığı açık değildir. Elbette "anlama" teriminin ne anlama geldiği her zaman açık değildir, bu yüzden kimi insanlar *kendi* kullandıkları terimler temelinde bu bilgisayar sistemlerinin bir tür "anlama yetisine" sahip olduğunu iddia edebilir.



Şekil 1.7 Sıra beyazda ve berabere biter; insanlar için gayet basit ama Deep Thought [Derin Düşünce] kaleyi aldı!

Peki, bu makul müdür? Günümüzün bilgisayarlarında herhangi bir gerçek anlama yetisi olmadığını sergilemek için Şekil 1.7'de gösterilen satranç pozisyonu ilgi çekici bir örnektir. (William Hartston'ın bu örneği, Jane Seymore ve David Norwood'un 1993 yılındaki makalesinden alınmıştır.) Bu pozisyonda siyahlar iki kale ve bir fil fazlasıyla büyük bir maddi avantaja sahiptir. Ancak beyazlar için yenilgiyi önlemek kolaydır, bunun için şahını satranç tahtasının kendi tarafında bir oraya bir buraya taşıması yeterli olur. Siyah taşlar piyon savunmasını geçemezler, dolayısıyla beyaz açısından siyah kaleler ya da siyah fil bir tehlike oluşturmaz. Satrancın kurallarına makul bir aşinalığı olan oyuncu insanların hepsi için durum açıktır. Fakat sıra beyazlardayken bu pozisyon "Derin Düşünce"ye (satrançta büyük usta konumunda olan birçok insana karşı zafer elde etmiş, o günlerdeki en güçlü satranç bilgisayarı) verildiğinde, makine derhal siyah kaleyi piyonuyla alma kaba hatasını işleyerek, kazanma ümidi olmayan bir pozisyon elde etmek üzere piyonlardan oluşan duvarı bozmuştur!

Bu kadar etkileyici başarılara sahip bir satranç oyuncusu, aptalca olduğu bu kadar açık bir hamleyi nasıl yapabilmiştir? Yanıt Derin Düşüncenin yapmaya programlandığı şeyin, ciddi miktarda bir "kitap bilgisiyle" donatılmış olmasına ek olarak, sadece bir hamlenin ardından diğer bir hamleyi onun ardından diğerini (ciddi bir derinliğe ulaşarak) hesaplamak ve maddi durumunu geliştirmeye çalışmaktan ibaret olmasıdır. Herhangi bir aşamada bir piyon duvarının neye yarayabileceğini gerçekten anlama yetisine sahip olamadığı gibi, hatta ne yaptığı konusunda bile herhangi bir hakiki anlamaya sahip olamaz.

Derin Düşüncenin ya da diğer satranç oynayan bilgisayar sistemlerinin genel olarak oluşturulma biçimine yeterince aşina olan birisi için bilgisayarın Şekil 1.7'deki gibi pozisyonlarda başarısız olması hiç de sürpriz olmaz. *Biz* satrançla ilgili Derin Düşüncenin anlamadığı bir şeyi anlayabilmekle kalmıyoruz, aynı zamanda Derin Düşüncenin uygun olarak imal edildiği (yukarıdan aşağıya) işlemler hakkında bir şeyi de anlayabiliyoruz; dolayısıyla farklı çoğu durumda neden bu kadar etkili satranç oynayabildiğini anladığımız gibi, aslında böyle kaba bir hatayı neden yapması gerektiğinin de farkına varabiliyoruz. Fakat şunu sorabiliriz: De-

rin Düşünce ya da başka bir YZ sistemi, satranç ya da başka bir konuda *en sonunda* bizim sahip olduğumuz türden gerçek bir anlamaya ulaşabilir mi? Kimi YZ taraftarları bir YZ sisteminin "gerçek" bir anlama yetisi kazanması için, *aşağıdan yukarıya* işlemleri satranç oynayan alışıldık bilgisayarlardan çok daha temel bir biçimde içerecek şekilde programlanması gerekeceğini ileri süreceklerdir. Böylelikle makine içerisine yerleştirilmiş belirli yukarıdan aşağıya algoritmik kurallara sahip olmayacak, bunun yerine "anlama" yetisi "deneyim" zenginliğinin artışıyla gitgide gelişecektir. Bizim için kolaylıkla kavranacak kadar basit olan yukarıdan aşağıya kurallar, gerçek anlama için kendi başlarına bir hesaplama temeli oluşturamazlar; çünkü biz bu kuralları anlama yetimizi, onların temel sınırlılıklarının farkına varmak için kullanabiliriz.

Bu görüş 2. ve 3. Bölümlerde aktarılan savlarla birlikte daha anlaşılır hale gelecektir. Ama şu aşağıdan yukarıya işlemler meselesini atlamayalım. *Bunların* anlamanın temelini oluşturmaları mümkün müdür? 3. Bölümde ben aksini savunacağım. Şu an için sadece, günümüzde var olan aşağıdan yukarıya sistemlerin hiçbir biçimde hakiki insan anlamasının yerini tutmadığı gerçeğini not edebiliriz; insanın hakiki ve süreğen anlama ve sezme becerisinin önemli göründüğü düşünsel uzmanlık alanlarından önemli herhangi birinde buna ulaşılabilmiş değildir. Bu bugün herkes tarafından kabul görecektir sanıyorum. Yer yer yapay zekâ taraftarları ve uzman sistemleri destekleyenler tarafından ileri sürüldüğünü gördüğümüz çok iyimser erken iddialar[26] esas itibariyle henüz gerçekleşmiş değil.

Ancak yapay zekânın gelecekte başarabilecekleri düşünüldüğünde henüz daha yolun başındayız. (*𝒜* ya da *𝒝* yaklaşımına sahip) YZ savunucuları da meselenin bir zaman meselesi ve muhtemelen bu alanda başka bazı önemli gelişmelerin elde edilmesi meselesi olduğunu, gelecekte bilgisayar kontrollü sistemlerin davranışında önemli anlama unsurlarının görülmeye başlanacağını söyleyeceklerdir. Ben ileride bu görüşe kesin ifadelerle karşı çıkacak ve ister yukarıdan aşağıya ister aşağıdan yukarıya olsun, tamamen hesaplamalı bir sistemde temel sınırlılıkların var

[26] *Bkz.* Freedman (1994).

olduğunu ileri süreceğim. Yeterince zekice imal edilmiş bir sistemin ciddi bir süre boyunca (Derin Düşüncede olduğu gibi) belli bir anlama yetisine sahip olma yanılsaması yaratması mümkünse de, bir bilgisayar sisteminin genel anlama yoksunluğunun (en azından ilkesel olarak) eninde sonunda kendisini göstereceği düşüncesindeyim.

Kesin gerekçelendirmemde biraz matematiğe de başvuracağım ve amacım *matematiksel* anlamanın hesaplamaya indirgenemez bir şey olduğunu göstermek olacak. Kimi YZ savunucuları bunu şaşırtıcı bulabilir, çünkü onların ileri sürmüş olduğu görüşe göre,[27] insan evriminde geç karşımıza çıkan şeyler, aritmetik ve cebirsel hesaplama gerçekleştirmek gibi, bilgisayarlara en kolay gelen şeylerdir ve buralarda bilgisayarlar çoktan insanların hesaplama becerilerinin açık farkla önüne geçmiştir. Daha önceden evrimleşmiş beceriler, yürüme ya da karmaşık görsel sahnelerin yorumu gibi, bizim çaba harcamadan gerçekleştirdiğimiz şeylerken, günümüzdeki bilgisayarlar bu alanlarda pek de etkileyici olmayan sınırlı bir beceri geliştirmek için bile çok çaba sarf etmek zorundadır. Ben konuyu çok daha farklı ele alacağım. Herhangi bir karmaşık faaliyet, bu ister matematiksel hesaplamalar ya da satranç oynamak isterse de basit hareketler olsun –*eğer* açıkça tanımlanmış hesaplama kuralları cinsinden anlaşılmışsa– bunlar modern bilgisayarların başarılı oldukları şeylerdir; fakat bu hesaplama kurallarının temelinde yatan asıl anlama faaliyetinin kendisi hesaplamanın ötesinde bir şeydir.

1.16 Gödel teoreminin çıkarımı

Bu türden bir anlama becerisinin kendisinin de hesaplama kurallarına indirgenebilir bir şey olmadığından nasıl emin olabiliriz? Bir süre sonra (2. ve 3. Bölümlerde) anlamanın (belirli türlerinin) etkilerinin hiçbir türden hesaplama temelinde (ne bir yukarıdan aşağıya organizasyonla ne bir aşağıdan yukarıya organizasyonla ne de bu ikisinin herhangi bir bileşkesiyle) düzgün bir şekilde simüle edilemediğine inanmamız için çok güçlü nedenler öne süreceğim. Dolayısıyla "anlama" becerisine sahip olmayı içeren insan yetisi,

[27] Örneğin *bkz.* Moravec (1994).

beynin ya da zihnin hesaplanamaz türde bir faaliyeti tarafından kazanılıyor olmalıdır. Okura buradaki "hesaplanamaz" ifadesinin, günümüzdeki elektronik ya da mekanik hesaplama araçlarının hepsinin temelinde yatan mantıksal ilkelere dayanan herhangi bir bilgisayar aracılığıyla ulaşılan her türlü etkili simülasyonun ötesinde bir şeye karşılık geldiğini hatırlatmak isterim (*krş.* §1 .5, §1.9). Öte yandan "hesaplanamaz faaliyet" bilim ve matematiğin kudretinin ötesinde bir şeye de *işaret etmez.* Fakat $\mathscr{A}$ ve $\mathscr{B}$ yaklaşımlarının bilinçli zihinsel faaliyetin sonuçları olan tüm bu işleri gerçekte nasıl yerine getirdiğimizi açıklayamadığına *işaret eder.*

Bilinçli beynin (ya da bilinçli zihnin) bu tür hesaplanamaz yasalara göre hareket edebilmesi kesinlikle *mantıksal* bir olasılıktır (*krş.* §1 .9). Ama bu *doğru* mudur? Bir sonraki bölümde (§2.5) sunacağım görüş, bence bilinçli düşünmemizin içinde hesaplanamaz bir öğe olduğuna ilişkin açıkça tanımlanmış bir gerekçelendirme niteliği taşıyor. Bu görüş Çek asıllı büyük mantıkçı Kurt Gödel'e borçlu olduğumuz ünlü ve güçlü matematiksel mantık teoreminin basit bir biçimine dayanıyor. Bu gerekçelendirmenin çok az matematik gerektiren çok basitleştirilmiş bir formuna başvuracağım sadece (aynı zamanda Alan Turing'e borçlu olduğumuz önemli bir fikri de ödünç alacağım). Makul bir emek harcayan okurlar aktarılanları takip etmekte zorluk yaşamayacaktır. Ancak bu şekilde kullanılan Gödel tipi argümanlar yer yer şiddetli itirazlarla karşılanmaktadır.[28] Dolayısıyla kimi okurlar Gödel'in teoreminden yapılan bu gerekçelendirmenin tamamen çürütüldüğü yönünde bir izlenim edinmiş olabilirler. Bunun böyle *olmadığına* açıklık getireceğim. Aradan geçen yıllarda çok sayıda karşı gerekçelendirme geliştirildiği doğrudur. Bunların çoğu Oxfordlu felsefeci John Lucas'ın (1961) daha önce geliştirdiği (zihinselcilik lehine

[28] *Bkz.* Putnam (1960), Smart (1961), Benacerraf (1967), Good (1967, 1969), Lewis (1969, 1989), Hofstadter (1981), Bowie (1982); ayrıca Lucas'ın argümanlarıyla bağlantılı olarak *bkz.* Lucas (1970). Benim KYU s:416–418 arasında kısaca sunduğum gerekçelendirmem çeşitli eleştirilerle karşılaştı; krş. özellikle Sloman (1992) ve *Behavioral and Brain Sciences*: Boolos (1990) içerisinde yorum yapan çok sayıda kişi, Butterfield (1990), Chalmers (1990), Davis (1990), (1993), Dennett (1990), Doyle (1990), Glymour ve Kelly (1990), Hodgkin ve Houston (1990), Kentridge (1990), MacLennan (1990), McDermott (1990), Manaster–Ramer vd. (1990); ayrıca benim kendi yanıtlarım için *bkz.* Penrose (1990, 1993*d*) ve aynı zamanda Guccione (1993); ayrıca *bkz.* Dodd (1991), Penrose (1991*b*).

ve fizikalizm aleyhine) öncü bir sava karşı yöneltilmiştir. Lucas, Gödel teoreminden yola çıkarak zihinsel yetilerin hesaplamalı yoldan başarılabilenin ötesinde yer alması gerektiğini öne sürmüştü. (Nagel ve Newman (1958) gibi başkaları da meseleyi daha önce aynı çizgide tartışmıştı.) Benim kendi savım, izlediği hat itibariyle benzerliğine karşın, Lucas'ınkinden daha değişik bir biçimde sunulmuştur ve mutlaka zihinselcilik için bir destek anlamına gelmez. Benim sunuş biçimimin Lucas'ın savına yöneltilmiş eleştiriler karşısında daha sağlam durduğuna ve bunların çeşitli yetersizliklerini çürütmekte daha başarılı olduğuna inanıyorum.

Sırası geldiğinde (2. ve 3. Bölümlerde) dikkatimi çeken farklı karşı gerekçelendirmelerin *hepsini* ayrıntılı olarak ele alacağım. Orada yürüteceğim tartışmanın sadece Gödel argümanının önemi hakkındaki yaygın görülen bazı yanlış anlamaların değil, aynı zamanda benim KYU'daki ele alışımın besbelli ki yetersiz kalmasının düzeltilmesine hizmet edeceğini umuyorum. Bu karşı savların epey bir bölümünün sadece yanlış anlamalara dayandığını; ayrıntılı olarak ele alınmayı hak eden ve özgün görüşler ileri süren geri kalanlarının da belki de $\mathscr{A}$ ya da $\mathscr{B}$'ye uygun olarak olası çevreden dolanma yolları olmaktan öte bir şey ifade etmediklerini gösterecek; ancak bunların yine de bizim "anlama" becerimizin yapmamızı sağladıklarına aslında *makul* bir açıklama *getirmediğini* ve çevreden dolanmaların YZ açısından her hâlükârda pek bir değer taşımadığını ileri süreceğim. Bilinçli düşünce süreçlerinin dış göstergelerinin hepsinin hesaplamalı yoldan düzgün bir şekilde simüle *edilebildiğini* düşünen herkes, $\mathscr{A}$ ya da $\mathscr{B}$ yaklaşımıyla uyumlu olarak, benim ileri süreceğim görüşlerle en ince ayrıntısına dek başa çıkmanın bir yolunu bulmak zorundadır.

1.17 Platonculuk mu, mistisizm mi?

Fakat bazı eleştirmenler de Gödel argümanının bizi ya $\mathscr{C}$ ya da $\mathscr{D}$ yaklaşımına zorluyor gibi görünmesinin "mistik" olarak değerlendirilmesi gereken sonuçları olduğunu ve bunun kendilerinin damağında Gödel argümanının çevresinden dolanan argümanlardan farksız bir tat bıraktığını ileri sürebilmektedir. $\mathscr{D}$ yaklaşımı açısından, aslına bakılırsa ben de onlarla aynı fikirdeyim. Benim $\mathscr{D}$'yi (sıra zihinle ilgili konulara geldiğinde bilimin gücünün ye-

tersizliğini ileri süren yaklaşımı) reddetme gerekçelerim, evrenin anlaşılmasında sağlanmış bütün gerçek ilerlemelerin sadece bilimin ve matematiğin yöntemlerinin kullanılması yoluyla başarılmış olması gerçeğinin değerini bilmekten kaynaklanmaktadır. Üstelik doğrudan bilgisine sahip olduğumuz zihinler sadece belirli fiziksel nesnelerle (beyinler) çok yakından bağlantılı olanlardır ve zihin durumlarındaki farklılıkların beyinlerin fiziksel durumlarının farklılıklarıyla açıkça bağlantılı olduğu gözükmektedir. *Bilinç* sahibi olma şeklindeki zihinsel durumlar bile, beynin içerisinde gerçekleşen belirli bazı fiziksel faaliyet türleriyle bağlantılı gibi gözükmektedir. Bilincin, an itibariyle fiziksel açıklamadan yakasını kurtarmış olan "farkındalığın" ve belki de "özgür irade" duygularımızın varlığıyla bağlantılı anlaşılmaz yönleri olmasa, zihinlerin beyinlerimizin fiziksel davranışının bir özelliği olarak açıklanması için bilimin standart yöntemlerinin ötesine bakma gibi bir ihtiyaç da duymayacaktık.

Öte yandan bizzat bilim ve matematiğin de gizemlerle dolu bir dünyanın varlığını açığa çıkardığının vurgulanması gerekir. Bilimsel kavrayışımız ne kadar derinleşirse, açığa çıkan gizem de o kadar derindir. Maddenin hareketinin *gerçekte* izlediği şaşırtıcı ve gizemli yolları daha doğrudan gören kişiler olan fizikçilerin biyologlara oranla daha az klasik mekanik bir yaklaşım izlemeye eğilimli olmaları dikkate değer olsa gerektir. 5. Bölümde kuantum davranışların daha gizemli yönlerinden, birkaçı henüz daha yeni keşfedilmiş olan bazılarını açıklayacağım. Zihnin gizemine uyum sağlamak için şu anda "bilim" kelimesine yüklediğimiz anlamın daha da genişletilmesine ihtiyaç duyuyor olabiliriz, ancak bize bu kadar müthiş bir başarıyla hizmet etmiş bu yöntemlerle tüm bağları koparmak için bir neden görmüyorum. Eğer, benim inandığım gibi, Gödel argümanı sonuç olarak bizi $\mathscr{C}$ yaklaşımının bir biçimini kabule zorluyorsa, o halde onun işaret ettiği başka bazı sonuçlarla da uzlaşmak durumundayız. Böylece kendimizi şeylere ilişkin *Platoncu* bir yaklaşıma doğru yönelir halde bulacağız. Platon'a göre matematiksel kavramlar ve matematiksel gerçekler kendilerine ait, zamanı ve fiziksel konumu olmayan gerçek bir dünyada yer alırlar. Platon'un dünyası mükemmel biçimlerin ideal dünyasıdır; fiziksel dünya denildiğinde anlaşılanlar yönünden

bakıldığında, fiziksel dünyadan ayrıdır. Bu dünya bizim kusurlu zihinsel yapılarımızın da ötesinde yer alır; yine de zihinlerimiz matematiksel biçimlerin "farkındalığı" ve bizim bunları uslamlama becerimiz yoluyla bu Platonik âleme doğrudan bir erişime sahiptir. Bizim Platoncu algılarımıza zaman zaman hesaplama yoluyla el uzatılabildiği görülse de, onların hesaplamayla sınırlı olmadığını da göreceğiz. İşte Platoncu erişimle bağlantısı olan matematiksel kavramların bu "farkındalık" potansiyeli, zihne eylemi için sadece hesaplamaya bağlı bir aletle başarılabilecek olanların ötesinde bir güç vermektedir.

1.18 Matematiksel kavrayışın konuyla ilgisi nedir?

Bu tarz fantastik şeylerin olabileceğinden (ya da olmayabileceğinden) kuşku duyacak okurlar olması çok doğaldır. Matematiğin ve matematiksel felsefenin çok yönlü karmaşık konuları ile yapay zekâyla doğrudan ilgili konular arasında örneğin ne gibi bir ciddi bağ olabilir? Gerçekten de birçok felsefeci ve YZ taraftarı, Gödel'in teoreminin matematiksel mantıktaki özgün bağlamında bir önem taşıdığından kuşku duyulmasa da, YZ ya da zihin felsefesi alanında oldukça sınırlı bir etki alanına sahip olduğu şeklinde gayet mantıklı bir görüşe sahiptir. Nihayetinde insanın zihinsel faaliyetinin çok azı, Gödel'in özgün bağlamı olan matematiğin aksiyomatik temelleriyle ilişkili konulardır. Öte yandan buna benim yanıtım, insan bilinci ve anlama yetisinin uygulanması konusunun insanın zihinsel faaliyetinin çok önemli bir bölümünü kapsamakta olmasıdır. Benim Gödel argümanını kullanışım, insanın anlamasının algoritmik bir faaliyet olamayacağını göstermek içindir. Bunu belirli *birkaç* bağlamda gösterebilirsek bu yeterli olur. Matematiksel anlamanın belirli bazı türlerinin hesaplama yoluyla betimlenemediği bir kez gösterildi mi, zihinlerimizle hesaplanamaz *bir şeyler* yapabildiğimiz gösterilmiş demektir. Bu kabul gördükten sonra, zihinsel faaliyetin birçok başka yönünde de hesaplanamaz eylemin olduğu sonucuna varmak doğal bir adım olur. Ve tüm kapılar da gerçekten açılmış olur!

2. Bölümde aktaracağımız Gödel teoreminin gereken biçimini sağlayan matematiksel argüman, bilincin çoğu yönüyle çok az

doğrudan ilgi sahibi gibi gözükebilir. Hatta matematiksel anlamanın belirli türlerinin hesaplama ötesi bir şeyler içermek zorunda olduğunun gösterilmesi, örneğin *ne* kırmızı rengi algılayışımızla fazla ilgili gibi *ne de* bilincin diğer yönlerinin çoğunda matematiksel gereklilik açısından belirgin bir role sahipmiş gibi gözüküyor. Örneğin matematikçiler bile rüya görürken normalde matematik hakkında düşünmezler! Köpekler rüya görüyor gibi gözüküyor ve aynı zamanda rüya gördüklerinin bir dereceye kadar farkında olduklarını da düşünüyoruz; ben kesinlikle başka zamanlarda da farkında olabildiklerini düşünüyorum. Fakat matematik yapmıyorlar. Kuşkusuz matematiğe kafa yormak bilinç gerektiren *tek* hayvan etkinliği olmaktan çok uzak! Bu son derece özel ve acayip bir insan etkinliği. (Hatta kimi alaycılar bunun belirli acayip insanlarla sınırlı bir etkinlik olduğunu bile söyleyebilir.) Öte yandan bilinç olgusu yaygındır; insanın ve insan olmayanların birçoğunun zihin faaliyetlerinde varlığı mümkün olduğu gibi, elbette hem matematikçi olmayan insanlarda hem de matematikçi insanlarda matematik yapmadıklarında da (ki çoğu zaman böyle yaşarlar) bulunur. Matematiksel düşünme bilinçli faaliyetin, bilinçli varlıkların çok küçük bir azınlığının bilinçli yaşamlarının sınırlı bir kesiti sırasında keyfine varabildikleri, çok küçük bir alanıdır.

O halde burada bilinç sorununu neden önce matematiksel bir bağlamda ele almayı seçiyorum? Çünkü bilinçli faaliyetin en azından *birazının* hesaplanamaz olmak zorunda olduğunun kesin kanıtlamasına yaklaşan bir şeyler bulmayı sadece matematik sınırları içerisinde bekleyebiliriz. Hesaplama konusu doğası gereği matematiksel bir sorundur. Matematiğe başvurmadığımız müddetçe, bazı faaliyetlerin hesaplanabilir olmadığına ilişkin "kanıta" benzer bir şeyler elde etmeyi umamayız. Ben okurları *matematiği* anladığımızda beyinlerimizle ya da zihinlerimizle yaptığımız her neyse, bunun bir bilgisayar kullanımıyla başarabileceklerimizden farklı olduğuna ikna etmeye çalışacağım; ardından da okur genel olarak bilinçli düşünmede hesaplanamaz faaliyetin oynadığı önemli rolü kabul etmeye çok daha hazırlıklı olacak.

Bununla beraber birçok kişi "kırmızı" duyumunun sadece bazı hesaplamaların gerçekleştirilmesi yoluyla hiçbir biçimde uyandırılamayacağının zaten kesinlikle *açık* olduğu itirazını ileri sü-

recektir. "Quale"lerin (diğer bir deyişle öznel deneyimlerin) hesaplamayla hiçbir alakası olmadığı son derece açıkken, gereksiz matematiksel kanıtlamalara girişmekle neden uğraşalım? Bir yanıt (benim de çok sempati duyduğum bir yanıt) bu "açıklık" savının bilincin sadece *edilgin* yönlerine karşılık geldiğidir. Searle'ün Çince Odası gibi, bu $\mathscr{A}$ yaklaşımına karşı bir gerekçe olarak koyulabilir, ama $\mathscr{C}$'yi $\mathscr{B}$'den ayırmaz.

Üstelik de işlevselci hesaplamalı modele deyim yerindeyse kendisini ev sahibi olarak gördüğü yerde saldırma zorunluluğu duyuyorum; çünkü işlevselcilerin tezi, bütün quale'lerin bir şekilde, böyle bir betimleme ilk başta ne kadar olanaksız görünürse görünsün, sadece uygun hesaplamaların gerçekleştirilmesiyle uyandırılmak *zorunda* olduğudur. Çünkü (onlara göre) beyinlerimiz türlü çeşitli hesaplamalar gerçekleştirmedikçe zaten onlarla yapabileceğimiz faydalı başka ne olabilir ki? Beyin eğer (son derece sofistike de olsa) bir tür hesaplamalı kontrol sistemi değilse zaten neye yarar? Beynin eylemi bir şekilde bazı "farkındalık duyguları" uyandırıyorsa, onların iddiasına göre bu, bu hesaplamalı eylemin sonucu olmak zorundadır. Sıklıkla ileri sürdükleri bir iddia da, eğer bilinç dahil bütün zihinsel faaliyet için hesaplamalı modeli kabul etmeyi reddederseniz, bu durumda *mistisizme* kayacağınızdır. (Bu $\mathscr{A}$ yaklaşımına tek alternatifin $\mathscr{D}$ yaklaşımı olduğunu varsaymak anlamına gelir!) Bu kitabın 2. Kısmında bilimsel olarak betimlenebilir bir beynin aslında başka neler yapabiliyor olabileceğine ilişkin bazı kısmi varsayımlarda bulunmayı hedefliyorum. Görüşlerimdeki bazı "oluşturulmuş" bölümlerin spekülatif olduğunu reddetmeyeceğim. Yine de *bir tür* hesaplanamaz eylemin savunulmasının ilgi uyandıracağına inanıyorum ve bu tezin ilginç doğasını sergileyebilmek için de matematiksel düşünmeye başvurmak zorundayım.

1.19 Gödel'in teoreminin ortak akla dayalı davranışla ilişkisi nedir?

Gelin, bilinçli matematiksel yargılarımızı kullanıp bilinçli matematiksel kararlara ulaşırken gerçekten de hesaplanamaz bir şeyler olduğunun kabul edildiğini varsayalım. Bunun bize yukarıda belirttiğim üzere, eğitimli uzmanların karmaşık davranışının

değil, bundan çok daha fazla, temel "ortak akla dayalı" ("sağduyulu") faaliyetlerin devrede olduğu görünümünü veren robot etkinliğinin sınırlılıklarını kabul etmemizde ne yardımı olacak? İlk bakışta benim varacağım sonuçlar, yapay zekânın sınırlılıkları, en azından günümüzdeki sınırlılıkları konusunda bulunanların neredeyse tamamen *tersi* olacak gibi görünüyor. Çünkü görünüşe göre ben hesaplanamaz davranışın ortak akla dayalı davranışta değil, matematiksel kavrayışın incelikli alanlarında bulunacağını ileri sürüyorum. Fakat benim iddiam bu değil. Benim iddiam şu: "Anlama" hep aynı türden hesaplanamaz süreci içerir; ister hakiki bir matematiksel algılama içerisinde olsun, diyelim ki doğal sayıların sonsuzluğu ya da dikdörtgen bir nesnenin bir pencere açmak için kullanılabileceğinin algılanması, ister bir hayvanın bir ip parçasının seçilmiş birkaç hareketiyle nasıl tutulacağının ya da bırakılacağının anlaşılmasında ya da "mutluluk", "mücadele" ya da "yarın" gibi kelimelerin anlamlarının kavranmasında, isterse de (gerçek bir YZ sistemi için şaşırtıcı biçimde sorun doğuran bir örnek verirsek) Abraham Lincoln'ün sol ayağı Washington'dayken sağ ayağının da neredeyse kesin olarak Washington'da olduğunun farkında olunması olsun, bu geçerlidir![29] Bu hesaplanamaz süreç, bizim bir şeyin doğrudan farkına varmamızı sağlayan şey neyse onun içinde yatar. Bu farkındalık bizlerin tahtadan bir kütüğün geometrik hareketlerini, bir ip parçasının topolojik özelliklerini ya da Abraham Lincoln'ün birleşikliğini kafamızda canlandırmamıza izin verebilmektedir. Ayrıca bizim başka bir kişinin deneyimlerine bir tür doğrudan kısa yol sahibi olmamıza ve böylece diğer kişinin "mutluluk", "mücadele" ve "yarın" gibi bir sözle, açıklamalar oldukça yetersiz kalsa bile, ne demek istiyor olduğunu "bilebilmemize" olanak vermektedir. Kelimelerin "anlamları" bir kişiden diğerine gerçekten de iletilebilir ve bunun nedeni yeterli derecede açıklamanın verilmiş olması değil, diğer kişinin olası anlamların neler olabileceğine ilişkin bir miktar doğrudan algıya (ya da "farkındalığa") zaten sahip olmasıdır; böylece çok

[29] Bir İngiliz TV programından, muhtemelen *The Dream Machine* [Rüya Makinesi] (Aralık 1991), BBC dizisi *The Thinking Machine*'in [Düşünen Makine] 4. Bölümü. Ayrıca YZ 'da "Anlama" alanında son dönemdeki ilerlemeler, özellikle Douglas Lenat'ın merak uyandıran "Cyc" projesi için *bkz*. Freedman (1994).

yetersiz açıklamalar o kişinin doğruyu "çakmasını" sağlamaya yetebilmektedir. İki kişi arasında bir iletişimin gerçekleşmesini sağlayan, ortak türde bir "farkındalığa" sahip olunmasıdır. Duyarsız, bilgisayar kontrollü bir robotu ciddi dezavantajlı duruma sokan budur. (Hatta bir kelimenin "anlamı" kavramının asıl *anlamı* da bir şekilde doğrudan algısına sahip olduğumuz bir şeydir ve *bu* kavramın yeterli türde bir betimlemesinin bizim duyarsız robota verilebildiğini görmek de zordur.) Anlamlar bir kişiden diğerine yalnızca her kişi şeyler hakkında benzer içsel deneyimlerin ya da duyguların farkındalığına sahip olduğu için iletilebilmektedir. "Deneyimlerin" sadece olanları kaydeden bir tür bellek deposunu meydana getiren şeyler olduğu ve bizim robotun da kolayca bununla donatılabileceği hayal edilebilir. Fakat benim tezim bunun böyle olmadığı ve söz konusu nesnenin, ister insan ister robot olsun, gerçekten deneyimin *farkında* olması gerektiğidir.

Niçin bu "farkındalığın", her neyse artık, hesaplanamaz bir şey olmak zorunda olduğunu ve böylece (ister yukarıdan aşağıya ister aşağıdan yukarıya olsun) sadece bir Turing makinesinin (ya da eşdeğerinin) standart mantıklı fikirlerine dayalı bir bilgisayarın kontrolünde olan robotların hiçbirinin ona ulaşamayacağını, hatta onu *simüle* bile edemeyeceğini iddia ediyorum? Gödel argümanının çok önemli bir rol oynadığı yer burasıdır. Şu anda örneğin kırmızı renge dair "farkındalığımız" hakkında fazla bir şey söylemek zordur; ancak doğal sayıların sonsuzluğuna dair farkındalığımıza ilişkin söyleyebileceğimiz kesin bir şey *vardır*. Bir çocuğun "sıfır", "bir", "iki", "üç", "dört" vs sayılarıyla ne denmek istendiğini "bilmesini" sağlayan "farkındalık", aynı şekilde bir dizinin görünüşte alakasız türden, birkaç portakal ve muz cinsinden verilmiş tanımlamalarla anlamsız biçimde sınırladığında sonsuza dek devam etmesinin ne anlama geldiğini "bilmesini" de olanaklı kılmaktadır. Bir çocuk tarafından "üç" kavramı bu kadar sınırlı örnekten soyutlanabilir ve dahası çocuk kafasında bu kavramın benzer kavramların ("dört", "beş", "altı" vs) sonlanmayan dizisinin bir üyesi olduğu gerçeğine de ulaşabilir. Çocuk Platoncu bir şekilde zaten doğal sayıların ne olduğunu "bilmektedir".

Bu kulağa biraz mistik gelebilir, ama aslında değildir. Bu türden Platoncu bilgiyi mistisizmden (gizemcilik) ayırmamız bundan

sonraki tartışmalar açısından hayati bir önem taşımaktadır. Bu Platoncu yolla "bildiğimiz" kavramlar bizim için "açık" olan şeylerdir (bunlar algılanmış bir "ortak akıl"a indirgenebilecek şeylerdir), yine de bu kavramları hesaplamalı kurallar cinsinden tam anlamıyla nitelendiremiyor olabiliriz. Gerçekten de, daha sonraki tartışmalarda göreceğimiz üzere, Gödel argümanı gereğince doğal sayıların özelliklerini böylesi kurallarla tamamen betimlemek mümkün değildir. Yine de sayıların elmalar ve muzlar cinsinden betimlenmesi bir çocuğun "üç gün" dendiğinde bunun ne anlama geldiğini, soyut bir kavram olan "üç"ün "üç portakal"la ilişkili olduğunu bilmesini nasıl sağlayabilmektedir? Elbette bunun farkına varılması bir kerede olmayabilir ve çocuk bunu ilk başta yanlış anlayabilir, ama mesele bu değildir. Mesele bu türden bir farkına varışın mümkün olmasıdır. Soyut "üç" kavramı ve bu kavramın ilgili kavramların sonsuz dizisi (doğal sayılar) içinde bir kavram olması, anlaşılabilen bir şeydir evet, ancak benim iddiama göre bu sadece birisinin farkındalığının kullanılması yoluyla olur.

Benim iddiam, benzer biçimde tahtadan bir kütüğün, bir ip parçasının ya da Abraham Lincoln'ün hareketlerini kafamızda canlandırırken de hesaplama kurallarını kullanmadığımızdır. Aslında tahta bir kütük gibi katı bir cismin hareketlerinin çok iyi bir biçimde canlandırıldığı bilgisayar simülasyonları vardır. Hatta bu tarz hareketlerin o kadar kesin ve güvenilir simülasyonları yapılabilmektedir ki, bunlar genellikle doğrudan insan görselleştirmesi tarafından elde edilebilen başarıdan çok daha etkili bir sonuç verirler. Benzer şekilde bir ip ya da sicim parçasının hareketleri hesaplamalı yoldan simüle edilebilmektedir; yalnız şaşırtıcıdır ki bu, katı bir cismin hareketlerinin simülasyonlarını elde etmekten çok daha zor olmaktadır. (Bu kısmen yerinin belirtilmesi için katı bir cisimde sadece altı parametreye ihtiyaç duyulurken, "matematiksel bir sicimin" sonsuz sayıda parametre gerektirmesiyle bağlantılıdır.) Bir halatın düğümlü olup olmadığına karar vermeye yarayan bilgisayar algoritmaları vardır, ancak bunlar katı hareketleri betimleyenlerden tamamen farklıdır (ve hesaplama yönünden bakıldığında çok etkili değildirler). Abraham Lincoln'ün dış görünüşünün bilgisayar simülasyonunun da daha zor olacağı kesindir. Burada benim anlatmak istediğim,

insan görselleştirmesinin bir bilgisayar simülasyonundan "daha iyi" ya da "daha kötü" olduğu değil, ondan oldukça *farklı* bir şey olduğudur.

Temel bir nokta, bana öyle geliyor ki şudur: Görselleştirme, görselleştirilmekte olan şeyin ne olduğunun anlaşılmasına ilişkin bir öğe içermektedir; diğer bir ifadeyle *anlamayı* içermektedir. Kafamdaki şeyi anlatabilmem için elementer bir aritmetik olgu düşünelim; herhangi iki doğal sayı (negatif olmayan tamsayılar: 0, 1, 2, 3, 4, ...) a ve b için şu özellik geçerlidir:

$$a \times b = b \times a$$

Bunun boş bir önerme olmadığını belirtelim, çünkü denklemin iki tarafının anlamları farklıdır. Soldaki $a \times b$, b nesnelerinin a gruplarının toplamına karşılık gelir; sağdaki $b \times a$ ise a nesnelerinin b gruplarına karşılık gelir. $a = 3$ ve $b = 5$ değerlerini verdiğimiz belirli durumda $a \times b$ için düzenleme şu şekildedir:

(●●●●●) (●●●●●) (●●●●●)

$b \times a$ ise şöyledir:

(●●●) (●●●) (●●●) (●●●) (●●●)

Her iki durumda da toplam benek sayısının aynı olması gerçeği şu özel gerçeği gösterir: $3 \times 5 = 5 \times 3$.

Şimdi sadece şu diziyi görselleştirme yoluyla bunun doğru olması gerektiğini görebiliriz:



Eğer bunu satır yoluyla okursak her biri beş benek içeren üç satır olduğunu buluruz, bu da 3×5 niceliğini ifade eder. Fakat bunu sütun yoluyla okursak üçer benekli beş sütun buluruz ve bu 5×3 niceliğini ifade eder. Bu niceliklerin eşit olduğu gerçeği, her iki durumda tam olarak aynı dikdörtgensel düzen olduğu gerçeğinden bir kerede görülebilir; bu sadece farklı biçimde okun-

muştur. (Alternatif bir yol olarak, görüntüyü kafanızda sağ yönde döndürerek 5 × 3'ü temsil eden satırın 3 × 5'i temsil edenle aynı eleman sayısına sahip olduğunu görebilirsiniz.)

Bu görselleştirme eyleminde önemli olan şey, bunun bize belirli sayısal bir gerçek olan 3 × 5 = 5 × 3'ten daha genel bir şeyi bir çırpıda göstermesidir. Çünkü bu işlemdeki $a = 3$, $b = 5$ değerlerinde özel hiçbir şey yoktur. Aynısı diyelim ki $a = 79.797.000.222$ ve $b = 50.000.123.555$ olduğunda da eş geçerliliğe sahiptir ve kendimizden emin olarak şu iddiayı ileri sürebiliriz:

$$79.797.000.222 \times 50.000.123.555 = 50.000.123.555 \times 79.797.000.222$$

Bu büyüklükte bir dikdörtgensel düzeni tam olarak görselleştirme olanağımız hiçbir biçimde olmamasına rağmen (var olan bilgisayarlar da onun elemanlarını numaralandırmazlar) bunu yapabiliriz. Esasen belirli bir durum olan 3 × 5 = 5 × 3 için kullandığımız aynı görselleştirmeden yola çıkarak, gayet rahat biçimde yukarıdaki denklemin doğru olmak zorunda olduğu (hatta $a \times b = b \times a$ genel denkleminin doğru olmak zorunda olduğu[30]) sonucuna varabiliriz. Sadece kullanılan satır ve sütunların gerçek sayılarını zihinlerimizde "bulanıklaştırmamız" gerekir ve böylece eşitlik açık hale gelir.

Söylenenlerden, eğer doğru biçimde görselleştirilirse bütün matematiksel bağıntıların doğrudan "açık" biçimde kavranabileceğini (ya da her zaman için sezgilerimize amade bir başka biçimde algılanabileceklerini) ileri sürdüğüm anlaşılmasın. Bundan çok başka bir şey söylüyorum. Bazı matematiksel bağıntılar kesin biçimde kavranabilmeden önce uzun uslamlama zincirlerini gerektirirler. Fakat matematiksel kanıtlamanın da amacı aslına bakılırsa her bir *adımın* açık biçimde anlaşılabilen bir şey olduğu bu tarz uslamlama zincirleri sağlamaktır. Dolayısıyla uslamlamanın bitiş noktası, başlı başına hiç de açık olmasa bile, *doğru* olarak kabul edilmek zorunda olan bir şeydir.

---

[30] Bu eşitliğin matematikte karşımıza çıkan garip türde çeşitli "sayılar" için, örneğin §2.10'da Q19'dan sonra bahsi geçen sıral sayılar gibi, *geçerli olmadığına* dikkat çekmek gerekir. Fakat burada bahsettiğimiz *doğal* sayılar için bu her zaman doğrudur.

Uslamlamanın mümkün bütün "açık" adımlarının bir kalemde listelenmesinin mümkün olduğu ve böylece bundan sonrasında her şeyin hesaplamaya (diğer bir deyişle bu açık adımların yalnızca mekanik biçimde işletilmesine) indirgenebildiği bir durum hayal edilebilir. Gödel'in argümanı (§2.5) bunun mümkün olmadığını gösterir. *Yeni* "açık" anlamalara duyulan ihtiyacı ortadan kaldırmanın bir yolu yoktur. Bu yüzden matematiksel anlama körü körüne hesaplamaya indirgenemez.

1.20 Zihinsel görselleştirme ve sanal gerçeklik

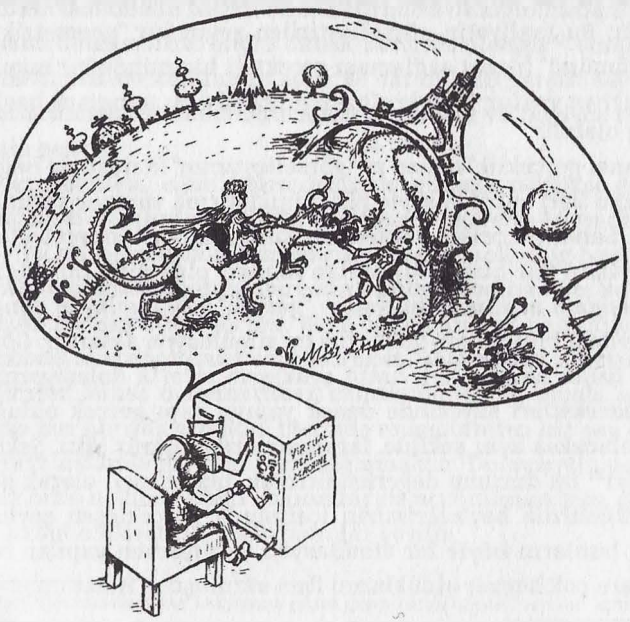
§1.19'da karşımıza çıkan matematiksel sezgi özel bir geometrik karakter taşıyordu. Matematiksel tezlerde kullanılabilen başka birçok sezgi türü vardır ve bunların özel olarak geometrik olması gerekmez. Fakat geometrik *olan* sezgilerin matematiksel anlama açısından özel bir değer taşıdığı sıklıkla görülür. Bu yüzden bir şeyi geometrik bir biçimde görselleştirdiğimizde aslında beyinlerimizde ne tür bir fiziksel faaliyet olduğunu sormak yol gösterici olabilir. Bu faaliyetin görselleştirilen şeyin bir "geometrik ayna görünümünü" bizzat sağlaması gerektiği biçiminde bir mantıksal mecburiyet yoktur. İleride göreceğimiz gibi bu tamamen başka bir şey de olabilir.

"Sanal gerçeklik" denen ve "görselleştirme" konusuyla bağlantılı olduğu ileri sürülen şeyle bir karşılaştırma yapmak faydalı olacaktır. Sanal gerçeklik yöntemleri kullanılarak[31] mevcut olmayan bir yapıdan (bir bina için yapılan mimari plan gibi) bir bilgisayar simülasyonu yapılır ve bu yapıyı "gerçek" gibi algılayan denek konumundaki bir insanın gözlerine bu simülasyon aktarılır. Gözlerin ya da başın hareketleri, hatta ayakların etrafta dolaşıyormuşçasına hareketleri sayesinde denek yapıyı, yapı gerçek olduğunda nasıl olacaksa aynı şekilde, farklı açılardan görür (*Bkz.* Şekil 1.8). Kimileri[32] bu durumu değerlendirirken, biz bilinçli olarak görselleştirdiğimizde beyinlerimizin içerisinde gerçekleşen şeyler her neyse, bunların böyle bir simülasyon yaratılırken yapılan hesaplamalara çok benzer olduklarını ileri sürmüştür. Hatta onlara göre

[31] Canlı bir popüler aktarım için *bkz.* Woolley (1992).

[32] Örneğin Richard Dawkins BBC *Christmas Lectures* (Noel Dersleri, 1992) programında böyle bir iddiada bulundu.

anlaşılan odur ki, kişinin "zihin gözünde", kişi *gerçek* bir sabit yapı gördüğünde retinal görüntülerin sürekli kaymasına neden olan kafasının, gözlerinin ve bedeninin devamlı hareketlerine rağmen, değişmeden kalan bir zihinsel model inşa edilmektedir. Beden hareketlerinde bu şekilde düzeltmeler sanal gerçeklik deneyiminin bir parçası olarak sıklıkla görülür ve bizim görselleştirme eylemlerimizi oluşturan "zihinsel modellerin" inşasında da buna çok benzeyen bir şeylerin yaşanıyor olması gerektiği ileri sürülmektedir. Bu tarz hesaplamaların elbette modellenen (ya da ayna görünümü alınan) yapıyla gerçek bir geometrik ilişki içerisinde olması gerekmez. *A* yaklaşımının savunucularının elbette bizim bilinçli görselleştirmelerimizi, kafamızın içinde dış dünyanın böyle bir hesaplamalı simülasyonunun sonucu olarak görmeleri gerekir. Fakat benim iddiam şudur: Bir görsel sahneyi bilinçli olarak algıladığımızda karşılaşılan *anlama*, dünyanın bu tarz bir hesaplamalı simülasyon aracılığıyla modellenmesinden çok farklı bir şeydir.



Şekil 1.8 Sanal gerçeklik. Baş ve bedenin hareketine sürekli olarak karşılık veren üç boyutlu bir hayal dünyası hesaplamalı yoldan canlandırılabilir.

Beyinlerimizin içinde bir şeyin "analog bilgisayara" benzer şekilde çalıştığı ve burada dış dünyanın modellemesinin modern bilgisayarlarda olduğu gibi dijital hesaplama cinsinden değil, fiziksel davranışı modellenen dış sistemin davranışını yansıtacak şekilde aktarılabilen bir tür içsel fiziksel yapı cinsinden elde edildiği ileri sürülebilir. Eğer dışsal bir katı cismin hareketlerini modelleyecek bir analog aygıt yapmak istiyorsak, bunu yapmanın gayet dolambaçsız bir yolu var. Bunun için modellenen dış cisimle aynı şekle (ama daha farklı bir büyüklüğe) sahip, gerçek bir küçük fiziksel cisme içsel olarak sahip olmak gerekir; elbette ben *bu* modelin beyinlerimizin içinde olan bitenle doğrudan bir bağlantısı olduğunu kesinlikle öneriyor değilim! Bu içsel cismin hareketleri, dışa doğru dijital hesaplamadakine çok benzer etkiler verecek şekilde çok farklı açılardan görülebilir. Böyle bir sistem bir "sanal gerçeklik" sisteminin parçası olarak da kullanılabilir; bu durumda tartışılan yapı tamamıyla hesaplamalı bir modele değil, simüle edilen "gerçeklikten" sadece boyut yönüyle farklılaşan gerçek bir fiziksel modele sahip olur. Genel olarak analog simülasyon bunun kadar doğrudan ya da aşikar olmaz. Gerçek fiziksel uzaklık yerine elektrik potansiyel gibi bir parametre kullanılabilir vs. Yalnızca içsel yapıyı yöneten fiziksel yasaların, modellenen dışsal yapıyı yöneten fiziksel yasaları çok kesin olarak yansıttığından emin olunması gerekir. İçsel yapının dışsal yapıyı açık bir biçimde *andırmasına* (ya da "yansıtmasına") gerek yoktur.

Analog aygıtların saf dijital hesaplamanın erişemediği şeyleri başarabilmesi mümkün müdür? §1.8'de tartışıldığı gibi, günümüz fiziğinin çerçevesi içerisinde analog simülasyonun dijital simülasyonun başaramadığı şeyleri başardığına inanmak için bir neden yoktur. Bu yüzden argümanlarımız bize görsel imgelemimizin hesaplanamaz şeyleri başardığını bildiriyorsa, o halde görsel imgelemimizin desteklediklerini bulmak için var olan fiziğin çerçevesinin dışına bakma cesaretine sahip olmalıyız.

1.21 Matematiksel imgelem hesaplanamaz mıdır?

Bu tartışma görselleştirdiğimiz şey hesaplamalı yoldan simüle edilemeyen bir şeyse ne yapacağımız hakkında bize özel olarak

bir şey söylememektedir. Görselleştirirken bir çeşit içsel analog sistem çalıştırıyor olsak bile, en azından böyle bir analog aygıtın davranışını dijital olarak *simüle etmenin* mümkün olması gerektiği düşüncesi doğabilir.

Benim şu ana dek bahsettiğim "görselleştirme", "görsel" olanla gayet gerçek anlamıyla, başka bir ifadeyle gözlerimizden beyne ulaşan sinyallere karşılık gelir gibi gözüken zihinsel görüntülerle ilişkili oldu. Daha genel olarak bakıldığında, zihinsel görüntülerin (imgelerin) hepsinin bu gerçek anlamıyla "görsel" karaktere sahip olması gerekmez; örneğin soyut bir kavramın anlamı anlaşıldığında ya da bir müzik parçası anımsandığında durum böyledir. Örneğin doğduğundan bu yana kör olan birisinin zihinsel görüntülerinin gözlerden alınan sinyallerle doğrudan bir ilişkisi olması beklenemez. Bu yüzden benim bahsettiğim "görselleştirmeler", görsel sistemle bağlantılı olmak zorunda olan şeylerden ziyade, "farkındalık" genel konusuyla daha fazla ilişkilidir. Aslına bakılırsa, hesaplamalı doğayla doğrudan bir bağıntı kuran ya da aksi takdirde "görselin" bu gerçek anlamıyla görselleştirme gücümüzün devreye girdiği şeklinde benim bildiğim herhangi bir sav yok. Gerçek görselleştirme eylemlerimizin hesaplanamaz olmak zorunda olduğuna olan inancım, *diğer* insani farkındalık biçimlerinin gösterilebilir şekilde ***hesaplanamaz*** bir karaktere sahip gibi görünmesi olgusundan yapılmış bir çıkarımdır. Hesaplanamazlık için geometrik görselleştirmeye özgü bir doğrudan argümanın nasıl üretileceğini görmek zor olsa da, bilinçli farkındalığın *bazı* biçimlerinin hesaplanamaz olması gerektiği yönünde ikna edici bir argüman en azından, geometrik görselleştirmede devreye giren farkındalık türünün de hesaplanamaz olması gerektiği fikrinin güçlü bir iddia olarak öne sürülmesini sağlar. Bu açıdan bakıldığında bilinçli anlamanın değişik dışavurumları arasında net bir çizgi olduğuna inanmak için bir neden yok gibi gözüküyor.

Benim özellikle hesaplanamaz olduğunun *gösterilebileceğini* iddia ettiğim farkındalıksa 0, 1, 2, 3, 4,... şeklinde ilerleyen doğal sayıların özelliklerini anlamamızdır. (Hatta bizim doğal sayı kavramımızın bir anlamda bir geometrik olmayan "görselleştirme" biçimi olduğu bile söylenebilir.) §2.5'te aktarılacak olan Gödel teoreminin kolaylıkla elde edilebilen bir biçiminde (*krş.* Q16

sorgulamasına verilen yanıt) bu anlamanın hiçbir sonlu kurallar kümesinde içerilemeyen bir şey olduğunu, buradan çıkan sonuç itibariyle de hesaplamalı olarak simüle edilemediğini göreceğiz. Zaman zaman bazı bilgisayar sistemlerinin doğal sayılar kavramını "anlayacak" şekilde "eğitildiğini" duyarız.[33] Fakat ileride göreceğimiz gibi, bu doğru olamaz. Bizim doğru kavrama ulaşmamızı olanaklı kılan, bir "sayının" aslında ne anlama gelebileceğine ilişkin *farkındalığımızdır*. Bu doğru kavrama sahip olduğumuzda, hiçbir sonlu kural dizisi bunu yapamazken, bizler (en azından ilkesel olarak) bize verilen sayılarla ilgili soru gruplarına doğru cevapları verebiliriz. Bilgisayar kontrollü bir robot, sadece kurallarla ve doğrudan farkındalık olmaksızın (Derin Düşünce gibi; *krş.* §1.15) bizim sınırlanmış olmadığımız yönlerde, ister istemez sınırlanmış olacaktır; biz ona davranışı için yeterince akıllı kurallar verdiğimizde robot bazıları insanların gereğince dar tanımlanmış belirli alanlarda yardımsız yapabildiklerinin çok ötesinde olan fevkalade işler yapabilse de ve bir süre için bizi de farkındalık sahibi olduğuna inandıracak şekilde kandırabilse de, bu durum geçerlidir.

Vurgulanmaya değer bir konu da, bir dış sistemin etkili bir dijital (ya da analog) bilgisayar simülasyonu *başarılmışsa*, bunun hemen her zaman işin temelinde yatan matematiksel fikirlerin insanlarca ciddi biçimde anlaşılmasının avantajıyla gerçekleşmesidir. Katı bir cismin geometrik hareketlerinin dijital simülasyonunu düşünelim. İlgili hesaplamalar özellikle koordinat geometrisi ve izdüşümsel geometri fikirlerini ortaya atan Fransız matematikçiler Descartes, Fermat ve Desargues gibi on yedinci yüzyılın büyük düşünürlerinin kavrayışlarına dayanır. Bir ip ya da sicimin hareketlerinin simülasyonunda durum nedir? Bir sicim parçasının hareketindeki sınırlamaları (diğer bir deyişle "düğümlenmişliğini") anlamak için gereken geometrik fikirlerin çok yönlü ve incelikli olduğu ortaya çıkmıştır ve bu fikirlere birçok temel ilerlemenin 20. yüzyılda gerçekleşmesiyle çarpıcı ölçüde yakın bir zamanda ulaşılmıştır. Pratikte ellerin basitçe kullanımı ve sağduyulu bir anlamanın uygulanmasıyla kapalı ama dolaşık

[33] Örneğin Lenat ve diğerlerinin bu yöndeki çalışmalarının aktarımı için *bkz.* Freedman (1994).

bir sicim ilmeğinin düğümlenmiş olup olmadığına karar vermek zor olmasa da, aynı başarıya ulaşılması için gereken hesaplama algoritmaları şaşırtıcı biçimde çapraşık, verimsiz ve karmaşıktır.

Bu yüzden böyle şeylerin verimli dijital simülasyonları çok fazla yukarıdan aşağıya işlerdir ve insan anlayışı ve sezgisine ciddi derecede bağlıdır. Görselleştirme eylemine giriştiğinde insan beyninde gerçekleşenlere benzer bir şeyler olması olasılığı çok düşüktür. Aşağıdan yukarıya öğelerden önemli bir katkıyı içeren bir şeylerin olması ve böylece simüle edilmiş "görsel resimlerin" ancak ciddi bir "öğrenme deneyimi" gerçekleştikten sonra ortaya çıkması daha muhtemel bir olasılıktır. Fakat ben bu türden sorulara herhangi bir ciddi aşağıdan yukarıya yaklaşımdan (örneğin yapay nöral ağlardan) haberdar değilim. Tahminim *tamamen* aşağıdan yukarıya bir organizasyona dayandırılmış bir yaklaşımın çok yetersiz sonuçlar vereceğidir. Katı bir cismin geometrik hareketlerinin ya da bir sicim parçasının hareketindeki topolojik sınırlılıkların (diğer bir ifadeyle *düğümlenmişliğinin*) iyi bir simülasyonuna erişildiğini, gerçekte olup bitenlerin hakiki bir anlaşılması devreye girmeksizin görmek zordur.

Farkındalığımızdan, hakiki bir anlama için gerekli görünen bir farkındalıktan ne tür bir fiziksel süreç sorumlu olabilir? Bu $\mathcal{C}$ yaklaşımının savunduğu gibi hesaplamalı simülasyonun ötesinde bir şey olabilir mi? Bu varsayımsal fiziksel süreç, en azından ilkesel olarak, bizim anlamamız tarafından ulaşılabilir bir şey midir? Bu nihayetinde bilimsel ölçütlerimiz ve yöntemlerimizde hemen göze çarpmayan ancak önemli kaymalar yaşanmasına hazırlıklı olmamızı gerektirmesine rağmen, ben öyle olması gerektiğine ve $\mathcal{C}$ yaklaşımının hakiki bir bilimsel olasılık olduğuna inanıyorum. Hakiki anlamayla ilgili alanlarda kendilerini beklenmeyen biçimlerde gösteren ve başlangıçta son derece alakasız görünebilecek ipuçları bulmaya hazırlıklı olmalıyız. Bundan sonraki tartışmalarda söylenecekler bazen açıkça sağduyuya aykırı gözükseler de, okurları uslamlamaya ve bilimsel kanıtlara yeterli dikkati göstermeyi elden bırakmadan açık görüşlü olmaya davet ediyorum. Yapabildiğim kadarıyla açık bir biçimde sunmaya gayret edeceğim argümanlar hakkında bir miktar düşünmeye hazırlıklı olun. Bunun altını çizdikten sonra devam edebiliriz.

1. Kısmın kalan bölümlerinde $\mathscr{C}$ yaklaşımının gerektirdiği hesaplanamazlığın altında yatabilecek fizik ve biyolojik hareketle ilgili konuları bir yana bırakacağım. Bu konular elinizdeki kitabın 2. Kısmında ele alınacak. Peki, ama hesaplanamaz eylemin araştırılması neden gerekmektedir? Bu gereklilik, benim bilinçli olarak anladığımızda hesaplanamaz işler gerçekleştirmeyi başardığımız yönündeki iddiama dayanmaktadır. Bu iddiamı gerekçelendirmem gerek ve bu nedenle matematiğe başvurmak zorundayız.

2

GÖDEL ARGÜMANI

2.1 Gödel'in teoremi ve Turing makineleri

Düşünme süreçlerimiz en saf biçimini matematikte bulur. Eğer düşünme sadece bir tür hesaplama gerçekleştirmekse, o halde bunu en açık görebilmemiz gereken yer matematiksel düşünme olacak gibi görünebilir. İlginçtir ki durum bunun tam tersidir. Bilinçli düşünme süreçlerimizde gerçekten de hesaplamanın dışında kalan bir şeylerin olması gerektiği yönünde en açık kanıtları matematikte buluruz. Bu bir paradoks gibi görünebilir; ancak bunda mutabık kalmamız bundan sonraki tartışmalar için temel bir önem taşımaktadır.

Başlamadan önce, matematiksel mantıkta tüm zamanların en önemli teoremi sayılan Kurt Gödel'in ünlü teoreminin sonuçları hakkında bir fikir sahibi olmak gerektiği gerçeğine karşın, okurlarımızı bundan sonraki birkaç bölümde (§2.2 – §2.5) karşılaşacağımız matematik konusunda çekingen davranmamaları yönünde cesaretlendirmek isterim. Sizlere bu teoremin sadece, özellikle de Alan Turing'in Gödel'den kısa bir süre sonra ortaya attığı fikirlerden faydalanarak son derece basitleştirilmiş bir versiyonunu sunacağım. Çok basit aritmetik haricinde herhangi bir matematiksel formalizm kullanılmayacak. Aktaracağım sav kuşkusuz bazı yerlerde kafa karıştırıcı olacak; ama bu kafa karıştırıcılık da *biraz* olacak, çok fazla değil ve önceden bilinmesi gereken matematik yönünden bakıldığında aslında "zor" olmayacaktır. Gerekçelendirmeyi dilerseniz ağır ağır okuyabilirsiniz, istediğiniz kadar tekrar etmekte de serbestsiniz. Daha sonra (§2.6 – 2.10) Gödel'in teoreminin altında yatan belirli başka yönlere de gireceğim, ancak bu

tarz şeylere ilgi duymayan okurların kitabın bu bölümlerine ilgi göstermeleri de şart değildir.

Gödel'in teoremi neyi başarmıştı? Parlak genç matematikçi Kurt Gödel, Königsberg'teki bir toplantıda ileride ün kazanacak teoremiyle dünyanın en önde gelen matematikçi ve mantıkçılarını yerinden sıçrattığında yıl 1930'du. Teoreminin matematiğin temellerine çok önemli bir (belki de şimdiye kadar görülen en temel) katkı olduğu hızla kabul gördü, bundan onun teoremini aktarırken de bahsedeceğim; ancak o aynı zamanda zihin felsefesinde ileriye doğru çok büyük bir adım atılmasına da sebep olmuştu.

Gödel'in tartışmasız biçimde kanıtladığı şeylerden biri, doğru matematiksel kanıtlama kurallarının hiçbir *formal dizgesinin* (sisteminin) asla (ilkesel olarak bile) basit aritmetiğin bütün doğru önermelerinin saptanmasına yetemeyeceğidir. Bu zaten yeterince çarpıcıdır. Fakat buradan güçlü bir başka iddia daha ortaya atılabilir: Onun ulaştığı sonuçlar bundan da fazlasını, insanın anlama ve sezgisinin hesaplamaya dayalı hiçbir kümeye indirgenemeyeceğini kanıtlamıştır. Zira o şunu da göstermiş gibi görünmektedir: Bu tür hiçbir kurallar dizgesi, doğruluğuna (ilkesel olarak) insan sezgileriyle ulaşılabilen aritmetik önermeleri bile kanıtlamaya asla yeterli olamaz, bundan dolayı insan sezgisi hiçbir kural kümesine indirgenemez. Burada okurları Gödel'in teoreminin bunu da gösterdiğine ve benim insan düşünüşünde, bugün "bilgisayar" kavramını anladığımız anlamıyla, bir bilgisayarın başarabileceği tüm şeylerden daha fazlasının olmak zorunda olduğu argümanıma temel sağladığına ikna etmeye çalışmak amaçlarımdan birisi olacak.

Burada tartışılan ana konuda geçen "formal dizge" kavramının tanımını vermem gerekli değil (ancak *bkz.* §2.7). Bunun yerine 1936 yılı civarında Turing'in (ve diğerlerinin, özellikle Church ve Post'un) yaptığı ve bugün "hesaplamalar" ya da "algoritmalar" adını verdiğimiz işlem türlerini olanaklı kılan temel katkıdan faydalanacağım. Bu tür işlemler ile matematiksel formal bir dizgeyle başarılabilenler arasında geçerli bir denklik vardır, dolayısıyla bir hesaplama ya da bir algoritma sözüyle ne denmek istendiği hakkında makul açıklıkta bir fikre sahip olmamız koşuluyla, bir formal dizgenin aslında ne olduğunu bilmek önemli olmayacaktır.

Önceki kitabım *Kralın Yeni Usu*'nu (KYU, *krş.* 2. Bölüm) edinmiş olan okurlar, *Turing makinesini* matematiksel olarak ideal bir bilgisayar olarak kabul edersek, bir algoritmanın Turing makinesi tarafından gerçekleştirilebilen şey olduğunu bileceklerdir. Makine faaliyetini adım adım işlemler biçiminde gerçekleştirir, her bir adım makinenin her bir anda gözden geçirmek durumunda kaldığı bir "şerit" üzerinde ve makinenin (ayrık biçimde tanımlanmış) "iç durumu" üzerinde bırakılan izler yoluyla tam olarak belirtilmektedir. İzin verilen farklı iç durumlar sayıca sonludur ve şerit üzerindeki işaretlerin toplam sayısı da, şeridin kendisi uzunluk açısından sonsuz olmasına rağmen, sonlu olmak zorundadır. Makine belirli bir durumda, diyelim ki "0" adını verdiğimiz bir durumda başlar ve yapacakları şerit üzerinde, diyelim ki ikili sayılar ("0"lar ve "1"lerden oluşan bir dizi) biçiminde verilmektedir. Ardından makine bu komutları okumaya başlar; adım adım, her bir adım ya da aşamada iç durumu ve yoklama durumunda kaldığı belirli sayı tarafından belirlendiği şekliyle, şeridi verili işlemleri uyarınca belirli bir biçimde hareket ettirir (ya da eşdeğer biçimde, kendisini şerit boyunca hareket ettirir). Yine bu işlemler gereğince aynı zamanda izleri siler ya da yeni izler bırakır. Bu şekilde belirli bir komuta ulaşana dek devam eder. "DUR"; bu noktada (ve sadece bu noktada) gerçekleştirmekte olduğu hesaplamanın yanıtı şerit üzerinde gösterilir ve makinenin faaliyeti sonlandırılır. Şimdi bir sonraki hesaplamayı gerçekleştirmeye hazırdır.

Belirli bazı Turing makinelerine *evrensel* Turing makineleri denir, bunlar herhangi bir Turing makinesini taklit etme becerisi olan Turing makineleridir. Dolayısıyla tek bir evrensel Turing makinesi, belirlenebilen *herhangi* bir hesaplamayı (ya da algoritmayı), diğer bir deyişle belirleme emeği verilen tüm hesaplamaları gerçekleştirme becerisine sahiptir. Modern bir bilgisayarın ayrıntılı iç mimarisi bundan çok farklı olmasına (ve içerdeki "çalışma alanı" çok geniş olsa da Turing makinesinin ideal şeridi gibi sonsuz olmamasına) rağmen, bütün modern genel amaçlı bilgisayarlar aslına bakılırsa evrensel Turing makineleridir.

Kütüphanesi

2.2 Hesaplamalar

Burada ***hesaplamaları*** konu edineceğiz. Hesaplama (ya da algoritma) sözüyle bir Turing makinesinin faaliyetini, başka bir ifadeyle aslında bir bilgisayarın belli bir bilgisayar programına göre işleyişini kastediyorum. Hesaplamaların sadece sayıların birbiriyle toplanması ya da çarpılması gibi sıradan aritmetik işlemlerin gerçekleştirilmesi olmadığı, işin içerisine başka şeylerin de girebildiği bilinmelidir. İyi tanımlanmış ***mantıksal işlemler*** de bir hesaplamanın parçası olabilir. Bir hesaplama örneği olarak şu ödevin verildiğini düşünelim:

Üç tam kare sayının toplamı olmayan bir sayı bulunuz.

Burada "sayı" sözünü "doğal sayı" anlamında kullanıyorum; diğer bir ifadeyle şu aşağıdakilerden birisi:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...

Bir tam kare sayı bir doğal sayının kendisiyle çarpımıdır; diğer bir deyişle şu aşağıdakilerden birisi:

0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, ...

Bunlara da sırasıyla şöyle ulaşılır:

$0 \times 0 = 0^2$, $1 \times 1 = 1^2$, $2 \times 2 = 2^2$, $3 \times 3 = 3^2$, $4 \times 4 = 4^2$, $5 \times 5 = 5^2$, $6 \times 6 = 6^2$

Bu sayılara "tam kare" denmesinin nedeni kare dizilimler olarak gösterilebilmeleridir (buna 0 için boş dizilim de dahildir):



Bu durumda **(A)** hesaplaması şöyle ilerler. 0'dan başlayarak sırasıyla her bir doğal sayıyı deneyerek onun üç tam kare sayının toplamı olup olmadığına bakarız. Yalnızca sayının kendisinden daha büyük olmayan tam kareleri düşünmemiz gerekir. Bu yüzden her doğal sayı için denenmesi gereken sonlu sayıda tam kare sayı

vardır. Bu toplamı veren üç tam kare sayı bulunur bulunmaz, hesaplamamızda bir sonraki doğal sayıya geçer ve yeniden toplamı bu doğal sayı olan üç (hiçbiri sayının kendisinden büyük olmayan) tam kare sayı bulmaya çalışırız. Hesaplamamız ancak ve sadece böyle üç tam karenin toplamı olmayan bir doğal sayı bulunduğunda sona erer. Nasıl yapıldığını görmek için 0'dan başlayalım. Bu $0^2 + 0^2 + 0^2$'dir, dolayısıyla evet, üç karenin toplamıdır. Ardından 1'e baktığımızda, bu $0^2 + 0^2 + 0^2$ değildir ama $0^2 + 0^2 + 1^2$'dir. Hesaplamamız şimdi bize 2'ye geçmemizi söylemektedir; burada da 2, $0^2 + 0^2 + 0^2$ ya da $0^2 + 0^2 + 1^2$ değildir, ama evet $0^2 + 1^2 + 1^2$'dir. Ardından 3'e geçeriz ve bunun $1^2 + 1^2 + 1^2$ olduğunu buluruz. Sonra 4, bu da $0^2 + 0^2 + 2^2$'dir; ardından $5 = 0^2 + 1^2 + 2^2$; $6 = 1^2 + 1^2 + 2^2$ olduğunu da bulduktan sonra 7'ye geçeriz. Ama şimdi tam kare (7'den küçük) üçlülerden hiçbirinin toplamı 7 etmez:

$0^2 + 0^2 + 0^2$ $0^2 + 0^2 + 1^2$ $0^2 + 0^2 + 2^2$ $0^2 + 1^2 + 1^2$ $0^2 + 1^2 + 2^2$
$0^2 + 2^2 + 2^2$ $1^2 + 1^2 + 1^2$ $1^2 + 1^2 + 2^2$ $1^2 + 2^2 + 2^2$ $2^2 + 2^2 + 2^2$

Dolayısıyla hesaplama durur ve biz bir sonuca varırız: 7 üç tam kare sayının toplamı olmaması nedeniyle aradığımız türde bir sayıdır.

2.3 Sonlanmayan (sürekli) hesaplamalar

Fakat **(A)** hesaplamasında şansımız vardı. Onun yerine şu hesaplamayı yaptığımızı varsayalım:

B) Dört tamsayının karelerinin toplamı olmayan bir sayı bulunuz.

Bu durumda 7'ye ulaştığımızda onun dört tamsayının karelerinin toplamı olduğunu buluyoruz: $7 = 1^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2$. Bu yüzden 8'e gitmemiz gerekiyor ve $8 = 0^2 + 0^2 + 2^2 + 2^2$ olduğunu görüyoruz, ardından 9'a giderek $9 = 0^2 + 0^2 + 0^2 + 3^2$ olduğunu, daha sonra da $10 = 0^2 + 0^2 + 1^2 + 3^2$ olduğunu görüyoruz ve bu böyle devam ediyor. Hesaplama sürekli devam ediyor: ... $23 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 3^2$, $24 = 0^2 + 2^2 + 2^2 + 4^2$, ... , $359 = 1^2 + 3^2 + 5^2 + 18^2$... , hiç durmadan sürekli böyle devam ediyor. Hesaplamamızın yanıtının inanılmaz uzun olduğunu ve bilgisayarımızın olağanüstü uzun bir zaman bununla uğraşarak yanıtı bulmak için dev miktarda bir depolama

alanı kullanacağı sonucuna varabiliyoruz. Hatta bir yanıt var mı, bundan da şüphe etmeye başlayabiliriz. Hesaplama sürekli devam edecek ve hiç durmayacakmış gibi görünüyor. Aslına bakılırsa bu doğru; hiçbir zaman sonlanmıyor! İlk olarak 1770 yılında büyük (İtalyan–)Fransız matematikçi Joseph L. Lagrange tarafından kanıtlanmış çok ünlü bir teorem bu: Her sayı, dört tamsayının karelerinin toplamıdır. Bu öyle kolay bir teorem de değildir (hatta Lagrange'ın çağdaşlarından, büyük İsviçreli matematikçi Leonhard Euler müthiş bir matematik sezgisi, özgünlüğü ve üretkenliğine sahip bir insan olmasına rağmen denemiş ancak bir kanıt bulmayı başaramamıştır).

Burada okurlarımızı Lagrange'ın gerekçelendirmesinin ayrıntılarıyla boğacak değilim elbette, o yüzden bunun yerine çok daha basit bir şey deneyelim:

C) İki çift doğal sayının toplamı olan bir tek doğal sayı bulunuz.

Bu hesaplamanın asla sonlanmayacak olduğu okurlarımız açısından açıktır diye umuyorum! Çift doğal sayılar, diğer bir ifadeyle ikinin katları

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, ...

toplandıklarında her zaman çift doğal sayı sonucunu verirler, dolayısıyla iki doğal sayının toplamının sonucu hiçbir zaman bir tek doğal sayı, diğer bir ifadeyle aşağıdakilerden biri olamaz:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ...

Hiç sonlanmayan sürekli hesaplamalara iki örnek olarak **(B)** ve **(C)**'yi vermiş oldum. Bunlardan birinde doğruluğuna karşın durumun ortaya çıkarılması hiç de kolay değildi; diğerindeyse sonlanmama gayet açıkça görülüyordu. Başka bir örnek daha verelim:

D) İki asal sayının toplamı olmayan, 2'den büyük bir çift sayı bulunuz.

Asal sayıların 1'den ya da kendisinden başka hiçbir sayıya bölünmeyen doğal sayılar (0 ya da 1 hariç) olduğunu hatırlayalım:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

hesaplamasının da sonlanmaması çok büyük olasılıktır, ancak kimse kesin olarak bilmemektedir. Bu 1742 yılında Euler'e bir mektubunda Goldbach'ın ileri sürdüğü ünlü "Goldbach kestiriminin" doğruluğuna bağlıdır, ancak bu da bugüne dek kanıtlanmış değildir.

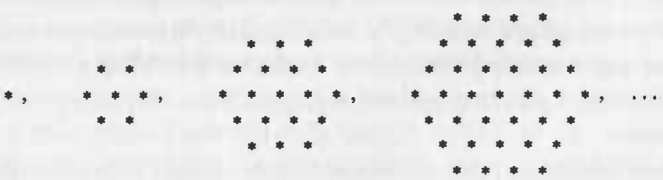
2.4 Bazı hesaplamaların hiç durmadığına nasıl karar veriyoruz?

Artık hesaplamaların bazen sonlanıp bazen sonlanmadıklarını; üstelik sonlanmadıkları durumlarda bazen sonlanmadıklarının görülmesinin çok kolay olabildiğini, bazen de şu ana dek bu gerçeği saptamaya yetecek kadar akıllı birisinin çıkmamış olmasında görüleceği üzere sonlandıklarının gösterilmesinin çok zor olduğunu biliyoruz. Matematikçiler belirli hesaplamaların aslında sonlanmadığına kendilerini ya da başkalarını hangi işlemler yoluyla ikna ediyorlar? Bu tür şeyleri saptamak için onlar da bazı hesaplamalı (ya da algoritmik) usulleri mi izliyorlar? Bu soruya yanıt vermeye çalışmadan önce bir başka örneği daha ele alalım. Bu örnekte sonucu görmek, açıkça görülen **(C)** örneğimize oranla daha zor, ama **(B)** örneğimize oranla halen daha çok kolaydır. Bunun matematikçilerin yer yer sonuca ulaşmakta kullandıkları yola ilişkin kaba bir betimleme hizmeti görmesi için uğraşacağım:

Örneğimde *altıgen* sayılar denilen sayılar var:

1, 7, 19, 37, 61, 91, 127, ...

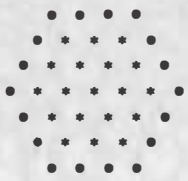
Bu sayılar altıgen dizilimler şeklinde (bu kez boş dizilim *dışarıda bırakılarak*) düzenlenebilir:



Bu sayılar 1'den başlayarak 6'nın ardışık katlarının

6, 12, 18, 24, 30, 36, ...

eklenmesiyle elde edilebilir. Aynısı her bir altıgen sayının kendisinden bir önceki sayıdan, sınırının etrafına altıgen bir halka eklenmesiyle elde edilebileceğinin



ve bu halkadaki nokta sayısının 6'nın katı olmak zorunda olduğu, altıgenin her büyüyüşünde çarpanın 1 arttığının farkına varıldığında da görülebilir.

Şimdi 1'den başlayarak altıgen sayıları ardışık olarak, belli bir noktaya kadar *birbirleriyle toplayalım*. Ne buluruz?

$$1 = 1,\ 1 + 7 = 8,\ 1 + 7 + 19 = 27,\ 1 + 7 + 19 + 37 = 64,\ 1 + 7 + 19 + 37 + 61 = 125$$

1, 8, 27, 64, 125 sayılarının özelliği nedir? Hepsi *küptür*. Küp kendisiyle üç kere çarpılan bir sayıdır:

$$\mathbf{1 = 1^3 = 1 \times 1 \times 1,\ 8 = 2^3 = 2 \times 2 \times 2,\ 27 = 3^3 = 3 \times 3 \times 3,\ 64 = 4^3 = 4 \times 4 \times 4,\ 125 = 5^3 = 5 \times 5 \times 5,\ \ldots}$$

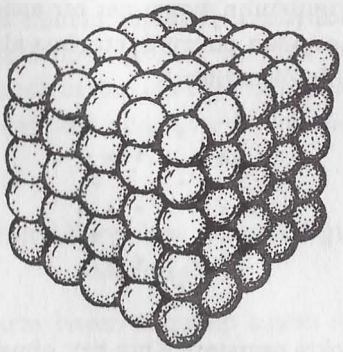
Bu altıgen sayıların genel bir özelliği midir? Bir sonraki durumu da denediğimizde yine aynı sonuca ulaşıyoruz:

$$\mathbf{1 + 7 + 19 + 37 + 61 + 91 = 216 = 6 \times 6 \times 6 = 6^3}$$

Bu gerçekten hep böyle mi devam ediyor? Eğer öyleyse sıradaki hesaplama hiç sonlanmayacaktır:

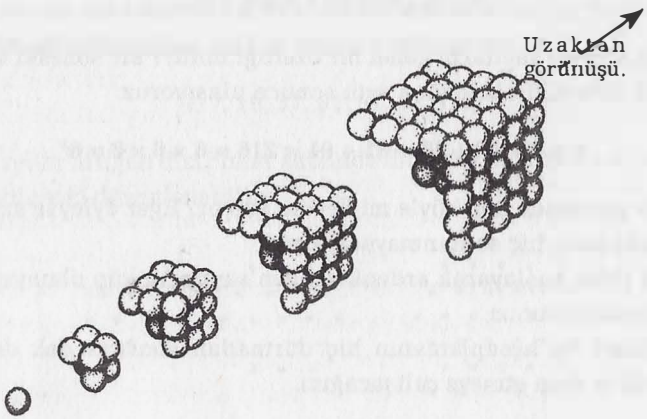
E) 1'den başlayarak ardışık altıgen sayıların küp olmayan bir toplamını bulunuz.

Sizleri bu hesaplamanın hiç durmadan sonsuza dek devam edeceğine ikna etmeye çalışacağım.

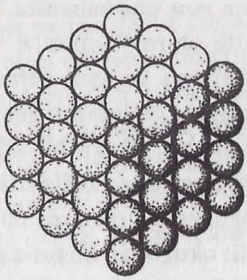


Şekil 2.1 Kürelerin kübik bir dizilimi.

Her şeyden önce, bir kübe küp denmesinin nedeni, onun Şekil 2.1'de gösterildiği gibi noktaların kübik bir dizilimiyle temsil edilebilen bir sayı olmasıdır. Böyle bir dizilimi Şekil 2.2'de gösterildiği üzere bir köşeden başlayıp ardından her biri bir arka duvar, bir yan duvar ve bir tavandan oluşan ve birbirini izleyen üç yüzlü düzenlemelerin eklenmesiyle ardışık olarak inşa edilmiş olarak düşünmeye çalışmanızı istiyorum.



Şekil 2.2 Birbirlerinden sökerek ayırdığınızda her birinin bir arka duvar, yan duvar ve tavandan oluştuğunu görebilirsiniz.



Şekil 2.3 Her parça bir altıgen olarak görülür.

Şimdi bu üç yüzlü düzenlemeye her üç yüzün ortak köşesi yönünde dıştan ve uzaktan bakın. Ne görürüz? Şekil 2.3'teki gibi bir *altıgen*. Bu altıgenleri oluşturan işaretlerin boyutu ardışık olarak artar ve birlikte alındığında tüm küpü oluşturan işaretlere karşılık gelir. O halde bu 1'den başlanarak ardışık altıgen sayıların birbirleriyle toplanmasının her zaman bir küp sonucu vereceği gerçeğini doğrulamaktadır. Böylelikle **(E)**'nin asla durmayacağını saptamış olduk.

Okuyucularımız az önce yaptığım bu gerekçelendirmenin biraz sezgisel olduğundan, formal kesinliğe sahip bir matematiksel kanıtlama olmamasından kaygı duyuyor olabilirler. Aslında gerekçelendirme mükemmel şekilde doğrudur ve burada bir amacım da, kabul gören önceden kararlaştırılmış kural sistemlerine göre "formalleştirilmemiş" ancak doğru matematiksel çıkarım yöntemlerinin de var olduğunu göstermektir. Doğal sayılardaki bir genel özelliği elde etmek için kullanılmış olan ve geometrik çıkarım açısından çok daha temel bir örnek §1.19'da aktardığımız $a \times b = b \times a$ eşitliğinin kanıtıdır. Bu da "formal" olmamasına karşın mükemmel derecede iyi bir "kanıt"tır.

Ardışık altıgen sayıların toplamı için aktardığım bu çıkarımın yerine istenirse daha formal bir matematiksel kanıtlama da kullanılabilir. Böylesi bir formal kanıtlamada önem taşıyan şey *matematiksel tümevarım ilkesi* olur; bu, belirli bir hesaplama temelinde ***bütün*** doğal sayılara uygulanan önermelerin doğruluğunu göstermeye yarayan bir işlemdir. Özü itibariyle bu bizim, belirli bir n doğal sayısına ("n^3'teki ilk n altıgen sayının topla-

mı" gibi) bağlı olan bir $P(n)$ önermesinin bütün n'ler için geçerli olduğu çıkarımını, ilk olarak bunun $n = 0$ için (ya da burada $n = 1$ için) geçerli olduğunu ve aynı zamanda $P(n)$'nin doğruluğunun $P(n + 1)$'in doğruluğu anlamına geldiğini gösterebilmemiz koşuluyla, yapmamızı sağlar. Okuru burada (E)'nin hiç durmadığının matematiksel tümdengelim kullanılarak nasıl kanıtlanacağının ayrıntılarıyla boğmayacağım, ama bunu bir alıştırma olarak yapmaya çalışmak ilgili okurların hoşuna gidebilir.

Matematiksel tümdengelim ilkesi gibi açıkça tanımlanmış kurallar, gerçekte hiç durmayan hesaplamaların sonlanmayan doğasının doğruluğunu göstermek açısından her zaman yeterli olur mu? Yanıt şaşırtıcı gelebilir ama "hayır"dır. Birazdan göreceğimiz gibi bu Gödel teoreminin sonuçlarından biridir ve bunu anlamaya çalışmamız önem taşımaktadır. Yetersiz olan sadece matematiksel tümevarım değildir. Eğer "kural kümesi" derken, kuralların doğru biçimde uygulanıp uygulanmadığının herhangi bir belirli durumda tamamen hesaplama yoluyla sınanması mümkün olan bir formalleştirilmiş işlemler kümesini kastediyorsak, *hangisi olursa olsun* kural kümelerinin *her biri* yetersiz olacaktır. Bu karamsar bir sonuç gibi görünebilir, çünkü görünüşe göre bu, hiç sonlanmayan hesaplamaların hiç sonlanmadıklarının matematiksel olarak kesin bir şekilde doğrulanamadığı gerçeğine rağmen var olduğu anlamına gelmektedir. Ancak Gödel teoremi aslında bize hiç de bunu söylemez. Onun bize *söylediği* çok daha iyimser bir yaklaşımla değerlendirilebilir; o bize matematikçi insanların (hatta anlama ve hayal gücüyle mantıksal olarak düşünebilen herkesin) emrine amade olan sezgilerin bir kural kümesi olarak formalleştirilebilenin ötesinde olduğunu söylemektedir. Kurallar bazen anlamanın yerini kısmi olarak alabilir ama onun yerini hiçbir zaman tamamen tutamaz.

2.5 Hesaplama aileleri; Gödel–Turing sonucu

Gödel teoreminin (aynı zamanda Turing'in fikirleriyle de simüle edilmiş olan benim vereceğim basitleştirilmiş biçiminde) bunu nasıl sergilediğini görmek için bahsettiğim hesaplamalar hakkındaki önerme türlerinde ufak bir genelleştirmeye ihtiyacımız var.

(A), **(B)**, **(C)**, **(D)** ya da **(E)** gibi belirli bir hesaplamanın hiç sonlanıp sonlanmadığını sormak yerine, bir *n doğal sayısına* bağlı (dayalı ya da üzerinde *etkin*) olan bir hesaplama yönünden düşünmemiz gerekiyor. Bu nedenle, böyle bir hesaplamaya $C(n)$ dersek bunu bize bir hesaplama ailesi sağlayacak şekilde düşünebiliriz: Her bir doğal sayı 0, 1, 2, 3, 4, ... için sırasıyla $C(0)$, $C(1)$, $C(2)$, $C(3)$, $C(4)$, ... hesaplamaları biçiminde ayrı birer hesaplama vardır ve her bir hesaplamanın n'ye dayalı olma biçimi kendi başına tamamen hesaba dayalıdır.

Turing makineleri yönünden baktığımızda bunun tüm anlamı, $C(n)$'nin bir Turing makinesinin n sayısı üzerindeki faaliyeti olmasıdır. Başka bir ifadeyle, n sayısı makinenin şeridinin üzerine girdi olarak eklenir ve makine o andan itibaren kendi başına hesaplama yapar. "Turing makinesi" kavramında zorluk yaşıyorsanız, o zaman alışık olduğunuz bir genel amaçlı bilgisayar düşünün ve n'yi programlanmış bir bilgisayarın faaliyeti için "verilerin" sağlanması olarak ele alın. Bizim ilgilendiğimiz şey, n için yapılan her bir seçimde bu bilgisayarın faaliyetinin sonlanıp sonlanmadığıdır.

Bir n doğal sayısına bağlı bir hesaplama sözüyle neyin kastedildiğine açıklık getirmek için iki örnek düşünelim:

F) n kare sayının toplamı olmayan bir sayı bulunuz.

ve

G) n çift sayının toplamı olmayan bir tek sayı bulunuz.

Yukarıda söylenenlerden sonra **(F)** hesaplamasının sadece n = 0, 1, 2 ve 3 olduğunda (bu durumlarda sırasıyla 1, 2, 3 ve 7 sayılarını bularak) duracağı ve **(G)**'nin n'nin hiçbir değerinde durmayacağı açık olmalıdır. **(F)**'nin n değeri 4 ya da daha büyük olduğunda durmadığını doğrulamamız gerekseydi epey zorlu bir matematiğe ihtiyaç duyardık (Lagrange'ın kanıtlaması); öte yandan **(G)**'nin hiçbir n değerinde sonlanmadığı gerçeği açıktır. Genel olarak bu tarz hesaplamaların sonlanmayan doğasını doğrulamak için matematikçilerin kullandığı işlemler nelerdir? Bu işlem ve süreçler hesaplamalı bir biçime sokulabilecek şeyler midir?

Şimdi elimizde bir A hesaplamalı işlemi olduğunu düşünelim ve bu işlem sonlandığında[34] bize $C(n)$ gibi bir hesaplamanın hiç

[34] Bu gerekçelendirmenin amacı gereği; eğer A herhangi bir şekilde sonlanırsa bunun $C(n)$'nin hiç durmadığının başarılı bir kanıtlamasının elde edildiğine işaret

sonlanmadığının kanıtlamasını sağlıyor olsun. *A*'nın, matematikçi insanların hesaplamaların durmadığını ikna edici şekilde göstermek için kullanabileceği *bütün* işlemleri içerdiğini hayal edelim. Dolayısıyla herhangi bir durumda *A* sonlanırsa bu bize, bu duruma karşılık gelen o hesaplamanın hiç *durmadığının* insanlarca elde edilmiş bir kanıtlamasını sağlayacaktır. Savımızda bundan sonra anlatılacakların çoğu için, *A*'nın bu özel role sahip olarak görülmesine gerek yoktur. Biz sadece matematiksel çıkarım kısmıyla ilgiliyiz. Fakat en son varacağımız sonuç olan $\mathcal{G}$ için tekrar *A*'nın bu statüye sahip olduğunu hayal edeceğiz.

A, *C*(*n*)'nin gerçekte durmadığı her zaman durmadığına karar verebilir diye bir şart koşmuyorum, ama *A*'nın bize hiç yanlış yanıt vermediği konusunda ısrarcıyım, yani *A* *C*(*n*)'nin durmadığı sonucuna varırsa, *C*(*n*) gerçekte durmuyor demektir. Eğer *A* gerçekte yanlış yanıtlar vermiyorsa, bu durumda *A* *doğru* diyoruz.

Şu da not edilmelidir ki, eğer *A* gerçekten hatalı olsaydı, o zaman ilkesel olarak bu gerçeği bir miktar doğrudan hesaplama aracılığıyla doğrulamak mümkün olurdu; başka bir deyişle hatalı bir *A*, hesaplamalı yoldan yanlışlanabilirdir. Zira eğer *A* hatalı biçimde *C*(*n*) hesaplamasının gerçekte sonlanırken hiç sonlanmadığını bildirecek olsaydı, bu durumda gerçek *C*(*n*) hesaplamasının gerçekleştirilmesi eninde sonunda *A*'nın yanlışlığının gösterilmesine yol açardı. (Böyle bir hesaplamanın pratikte yapılıp yapılamayacağı başka bir konudur: Bu konu **Q8** başlığı altında ele alınacaktır.)

A'nın hesaplamalara genel olarak uygulanması için, farklı *C*(*n*) hesaplamalarının hepsinin kodlanması için bir yol bulmamız gerekir ki böylece *A* bu kodlamayı faaliyeti için kullanabilsin. Mümkün olan farklı *C* hesaplamalarının hepsi aslında şu şekilde sıralanabilir:

$$C_0, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, \ldots$$

Böylece C_q *q*'uncu hesaplamaya karşılık gelir. Böyle bir hesaplama belirli bir *n* sayısına uygulanırsa, bunu da şöyle gösteririz:

---

olduğu şeklinde bir yaklaşımı benimsiyorum. Eğer *A* kanıtlamasında "başarı" dışında bir nedenle "takılı kalırsa", o zaman bu *A*'nın düzgün bir şekilde sonlanmasında bir başarısızlık olarak değerlendirilmelidir. *Bkz.* daha ileride göreceğimiz **Q3**, **Q4** sorgulamaları ve Ek **A**.

$$C_0(n), C_1(n), C_2(n), C_3(n), C_4(n), C_5(n),\ldots$$

Bu sıralamayı, diyelim ki, bilgisayar programlarının bir çeşit sayısal sıralaması olarak verilmiş olarak kabul edebiliriz. (Daha açık ifade edelim; arzu edersek bu sıralamayı KYU'da verilen Turing makinesi sıralaması tarafından sağlanmış olarak kabul edebiliriz, böylelikle bu durumda $C_q(n)$ hesaplaması, n üzerinde etkin olan q'uncu Turing makinesi T_q'nun faaliyeti olur.) Burada önemli olan bir teknik şey, bu sıralamanın *hesaplanabilir* olmasıdır; başka bir deyişle q ile sunulduğunda bize C_q'yu veren belirli[35] bir $C_\bullet$ hesaplaması vardır ya da daha kesin ifade edersek $C_\bullet$ hesaplaması $C_q(n)$ sonucunu vermek için q, n sayı *çifti* (diğer bir deyişle q'yu izleyen n) üzerinde etkimektedir.

Bundan böyle A işlemi q, n sayı çiftiyle sunulduğunda $C_q(n)$ hesaplamasının nihai olarak hiç sonlanmayacağını doğrulamaya çalışan belirli bir hesaplama olarak düşünülebilir. Bu yüzden A hesaplaması sona erdiğinde, $C_q(n)$'nin *durmadığının* kanıtlamasına sahip olmuş olacağız. Her ne kadar, daha önce belirttiğimiz üzere, birazdan A'nın hesaplamaların hiç durmayacağına geçerli biçimde karar verebilmek için insan matematikçilerin ulaşabileceği *bütün* işlemlerin bir formalleştirilmesi olabileceğini farz etmeye uğraşacak olsak da, şu an için A'yı bu şekilde düşünmemiz hiç de gerekli değil. A yalnızca bazı $C_q(n)$ hesaplamalarının hiç durmadıklarının doğrulanmasına yarayan hesaplama kuralları-nın *herhangi bir doğru* kümesinden ibarettir. Öte yandan q ve n sayılarına bağımlı olması nedeniyle A'nın gerçekleştirdiği hesaplama $A(q, n)$ şeklinde yazılabilir ve şu sonuca ulaşırız:

H) Eğer $A(q, n)$ dururs a, $C_q(n)$ durmaz.

Şimdi q'nun n'ye eşit koşulduğu belirli **(H)** önermelerini düşünelim. Böyle yapmak garip gözükebilir ama bu gayet meşrudur. (Bu "köşegen yöntemi" adı verilen, on dokuzuncu yüzyılda yaşamış son derece özgün ve etkili bir kişilik olan Danimarkalı/Rus/Alman matematikçi Georg Cantor tarafından keşfedilen ve hem Gödel'in hem de Turing'in argümanlarında merkezi bir yerde duran etkileyici bir işlemin ilk adımıdır.) Böylece q'nun n'ye eşit olmasıyla, şuna ulaşmış olduk:

---

[35] Aslında bu sonuca tam da evrensel bir Turing makinesinin q, n sayı çifti üzerindeki etkinliği aracılığıyla ulaşılır; *bkz.* Ek A ve KYU, s. 51–57.

I) Eğer $A(n, n)$ durur ise, $C_n(n)$ durmaz.

Şimdi $A(n, n)$'nin sadece bir sayıya, n'ye bağlı olduğunu görüyoruz, iki sayıya değil; dolayısıyla C_0, C_1, C_2, C_3,... hesaplamalarından biri (n'ye uygulanacak şekilde) olmak zorunda, çünkü bunun belirli bir n doğal sayısı üzerinde gerçekleştirilebilen hesaplamaların *hepsinin* listelenmesi olması gerekiyordu. Bunun aslında C_k olduğunu varsayalım, böylelikle şuna ulaşırız:

J) $A(n, n) = C_k(n)$

Şimdi $n = k$ değerini sınayalım. (Bu Cantor'un köşegen yönteminin ikinci kısmıdır!) Şimdi **(J)**'den şuna ulaştık:

K) $A(k, k) = C_k(k)$

Ve **(I)**'dan da, $n = k$ olduğunda:

L) Eğer $A(k, k)$ durur ise, $C_k(k)$ durmaz.

(K)'yı **(L)**'nin içine yerleştirdiğimizde, şunu buluruz:

M) Eğer $C_k(k)$ durur ise, $C_k(k)$ durmaz.

Bundan $C_k(k)$ hesaplamasının aslında *durmadığı* sonucunu çıkarmak zorundayız. (Zira **(M)** uyarınca dursaydı durmuyordur!) Fakat $A(k, k)$ de duramaz, çünkü **(K)** gereği o $C_k(k)$'yla *aynı* şeydir. Bu yüzden A işlemimiz, bu $C_k(k)$ hesaplaması durmasa bile onun durmadığını doğrulama kabiliyetine sahip değildir.

Dahası eğer A'nın doğru olduğunu *biliyorsak*, $C_k(k)$'nin durmadığını da *biliriz*. Bu yüzden bizler A'nın doğrulama yetisine sahip olmadığı bir şeyi biliyoruz. Buradan çıkan sonuç, A'nın bizim anlamamızı *kapsayamadığıdır*.

Bu noktada tedbirli davranan okurlar yukarıda sunduğum gerekçelendirmenin hepsini herhangi bir "el çabukluğu" yapmadığımdan emin olmak için bir kez daha okumak isteyebilirler! Gerekçelendirmenin bir hokkabazlık havası taşıdığını ben de itiraf etmek zorundayım, ama sonuçta kurallara son derece uygundur ve daha özenli incelendikçe sadece gücü artmaktadır. Bildiğimiz

bir $C_k(k)$ hesaplamasının, hem de bize verilen hesaplama işlemi A bu gerçeği doğrulamaya yetmeyecek güçte olduğunda bile, durmadığını bulduk. Bu bana gereken biçim içerisindeki Gödel(–Turing) teoremidir. Hesaplamaların durmadığını doğrulamak için kullanılan herhangi bir A hesaplama işlemi için geçerlidir; *yeter ki doğru olduğunu bilelim*. Bilinebilir doğrulukta hiçbir hesaplama kural kümesinin (A gibi), bu kuralları çiğneyen bazı sürekli hesaplamalar ($C_k(k)$ gibi) mutlaka olacağı için, hesaplamaların durmadığını doğrulamaya asla yeterli olamadığı çıkarımını yapıyoruz. Dahası, A'nın ve doğruluğunun bilgisinden hiç sonlanmadığını *görebildiğimiz* $C_k(k)$ gibi bir hesaplama oluşturabildiğimiz için, buradan da A'nın, hesaplamaların A ne olursa olsun durmadığını doğrulamak için matematikçilerin yapabileceği işlemlerin bir formalleştirilmesi *olamayacağı* çıkarımını yapıyoruz. Bu nedenle de:

$\mathcal{G}$ İnsan matematikçiler, matematiksel doğruluğu tayin etmek için bilinebilir doğrulukta bir algoritma kullanmıyorlar.

Bana bu sonuca ulaşmak kaçınılmaz görünüyor. Fakat pek çok kişi bu sonuca itiraz etti (§2.6 ve §2.10'da aktarılan ve Q1'den Q20'ye dek başlıklarda özetlediğim sorgulamalara benzer itirazlar geliştirdiler) ve eminim birçok kişi daha, bizim düşünme süreçlerimizde temel itibariyle hesaplanamaz bir şey olması gerektiği şeklindeki daha güçlü çıkarıma karşı çıkacaktır. Hatta okuyucularımız hesaplamaların soyut doğasıyla ilgili böyle bir matematiksel uslamlamanın nasıl olup da insan zihninin işleyişi konusunda bize bir şeyler söyleyebildiğini de merak edebilir. Neticede bu anlatılanlarla bilinçli farkındalık konusunun ne alakası vardır? Yanıtı şu: Ortaya atılan sav gerçekten de *anlamanın* (hesaplama konusuyla bağlantısı içerisinde) zihinsel niteliği hakkında çok önemli bir şey söylemektedir ve §1.12'de tartışıldığı üzere anlamanın niteliği, bilinçli farkındalığa dayalı olan bir şeydir. Az önceki uslamlamanın büyük oranda yalnızca matematiksel yönden sunulduğu doğrudur, fakat A algoritmasının gerekçelendirmeye birbirinden çok farklı iki düzeyde dahil olması şeklinde hayati bir nokta da söz konusudur. Düzeylerin birinde sadece belirli bazı özelliklere sahip bir algoritma olarak işlem görürken, diğe-

rinde A'yı *gerçekte* bir hesaplamanın sonlanmayacağına inanmamızı sağlayan "bizlerin, kendimizin kullandığı algoritma" olarak görmeye teşebbüs ediyoruz. Gerekçelendirme basitçe hesaplamalar hakkında *değildir*. Aynı zamanda bizlerin bilinçli anlamamızı bazı matematiksel iddiaların (burada $C_k(k)$'nın sonlanmama özelliğinin) geçerliliği sonucuna varmak için nasıl kullandığımız hakkındadır. Tam da A algoritmasının düşünüldüğü bu iki farklı düzey (bilinçli etkinliğin varsayımsal bir hali olarak ve hesaplamanın kendisi olarak) arasındaki etkileşim, böylesi bilinçli faaliyetler ile salt hesaplama arasındaki temel nitelikteki bir uyuşmazlığı ifade eden sonuca ulaşmamızı olanaklı kılmaktadır.

Fakat elbette üzerinde düşünmenin şart olduğu çeşitli boşluk ve itirazlar da vardır. Bu bölümün kalanında ilk olarak $\mathcal{G}$ sonucuna karşı geliştirilen ve dikkatimi çeken (birkaç itiraz da ben ekledim) ilgili *bütün* itirazları büyük bir dikkatle tarayacağımı; bunlar §2.6 ve§2.10'da ele alınacak olan **Q1–Q20** arasındaki sorgulamalardır. Bunların her birine olabildiğince büyük bir dikkatle yanıt verilecektir. $\mathcal{G}$ sonucunun bunlardan esasen hasar görmeden çıkacağını göreceğiz. Ardından 3. Bölümde bu kez $\mathcal{G}$ sonucunun işaret ettiklerini ele alacağım. Onun bize bilinçli matematiksel anlamanın ister yukarıdan aşağıya, ister aşağıdan yukarıya, isterse de bu ikisinin herhangi bir bileşimi olsun fark etmez, gereğince *hiçbir biçimde* modellenemediğine dair güçlü bir savunu için zemin yarattığı sonucuna ulaşacağız. Pek çok kişi bunu, bizi yapacak hiçbir şeyimizin olmadığı bir durumda bırakır göründüğü için, endişe verici bir sonuç olarak değerlendirebilir. Bu kitabın II. Kısmında ben daha olumlu bir yaklaşım izleyeceğim. Beynin faaliyetinin altında yatması muhtemel fiziksel işlem ve süreçler (örneğin bu türden bir tartışma sırasında gerçekleşenler) ve bunun herhangi bir hesaplamalı betimlemeden nasıl kurtulabildiği hakkındaki kişisel düşüncelerimi destekleyen ve makul bulunacağını düşündüğüm bir bilimsel savunu gerçekleştireceğim.

2.6 $\mathcal{G}$'ye yöneltilebilecek teknik itirazlar

Okuyucularımız $\mathcal{G}$ sonucunun, özellikle de argümanın çıkarımının yapıldığı bileşenlerin doğasının basitliği düşünüldüğünde, oldukça ürkütücü bir sonuç olduğu hissine kapılabilir. Bu sa-

vın sonuçlarını bilgisayar kontrollü, zeki, matematik yapan bir robot yapılması olasılığıyla bağlantılı olarak ele almaya (3. Bölümde) geçmeden önce, $\mathcal{G}$ çıkarımıyla ilgili bir dizi teknik noktayı çok dikkatle tartışmak zorundayız. Eğer bu tip muhtemel teknik boşluklarla ilgilenmeyen ve $\mathcal{G}$ sonucunu (matematikçilerin matematiksel doğruluğu tayin etmek için bilinebilir doğrulukta bir algoritma kullanmadıkları sonucunu) kabul etmeye hazır bir okursanız, o halde bu argümanları (en azından şimdilik) atlayabilir ve doğrudan 3. Bölüme geçebilirsiniz; hatta eğer daha güçlü bir sonuç olan, bizim matematiksel ve diğer anlama süreçlerimizin *hiçbir* algoritmik açıklaması olamayacağı sonucunu kabul etmeye de hazırsanız, o zaman belki §3.23'teki (3. Bölümün temel savlarını özetleyen) hayali diyalogda ve §3.28'in sonuçlarında kısa birer mola vererek, isterseniz doğrudan II. Kısma da sıçrayabilirsiniz.

İnsanların §2.5'te aktardığımız Gödel savı türü konusunda kaygılanmasına sebep olan birkaç matematiksel nokta vardır. Şimdi bunları açıklığa kavuşturmaya çalışalım.

Q1. *A*'yı *belirli* bir işlem olarak aldım, ancak matematiksel gerekçelendirmelerimizde bizler kuşkusuz çok farklı türde uslamlamalar yapıyoruz. Olası "*A*"lardan oluşan bir listenin tümüne bakılması gerekmiyor muydu?

Aslında benim ifade biçimimde bir genellik kaybı yok. Algoritmik işlemlerin $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_r$ şeklindeki sonlu listelerinin hepsi her zaman belirli bir A algoritması olarak yeniden–ifade edilebilir; şöyle ki, eğer ve ancak algoritmaların *hepsi* $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_r$ durmayı başaramazlarsa, A durmakta başarısız olacaktır. (A işlemi kabaca şu şekilde ilerleyebilir: "A_1'in ilk on adımını yap; sonucu hatırla; A_2'nin ilk on adımını yap; sonucu hatırla; A_3'ün ilk on adımını yap; sonucu hatırla; A_r'ye gelene dek böyle devam et; sonra A_1'e geri dön ve onun ikinci 10 adım kümesini yap; sonucu hatırla; böyle devam et; sonra üçüncü 10 adım kümesi, vs A_r'den herhangi biri durduğunda sen de dur.") Öte yandan A listesi eğer sonsuz olsaydı, o zaman onun algoritmik bir işlem sayılabilmesi için bütün bu $A_1, A_2, A_3, \ldots$ kümesinin algoritmik bir yoldan oluşturulmasının bir yolu olması gerekirdi. O zaman bütün listenin yerini alabilecek belirli bir A elde etmek şu şekilde mümkün olurdu:

"A_1'in ilk 10 adımı;
A_1'in ikinci 10 adımı, A_2'nin ilk 10 adımı;
A_1'in üçüncü 10 adımı, A_2'nin ikinci 10 adımı, A_3'ün ilk 10 adımı;
...vs..."

Bu listedekilerden birinin başarıyla sonlanmasıyla beraber duracaktır, aksi halde devam edecektir.

Öte yandan sonsuz olduğunu kabul ettiğimiz $A_1, A_2, A_3, \ldots$ listesinin, ilkesel olarak bile olsa, zamanı gelmeden önce sağlanmadığını hayal edelim. Ardışık algoritmik işlemlerin listeye, liste aslında en başta bütünlüğü içerisinde belirlenmemiş haldeyken, muhtelif zamanlarda eklenebildiği düşünülebilir. Fakat bu listeyi oluşturmak için önceden belirlenmiş algoritmik işlemlerin yokluğunda, aslında elimizde herhangi bir bağımsız işlem de yok demektir.

Q2. Acaba *A* algoritması sabit olmayabilir mi? İnsanlar yeni şeyler öğrenebiliyor sonuçta, dolayısıyla insanların kullandığı algoritma da sürekli değişen bir algoritma olabilir.

Değişen bir algoritma, gerçekten değişmesi nedeniyle, kurallar yönünden tanımlanmaya ihtiyaç duyacaktır. Eğer bu kurallar tümüyle algoritmikse, o halde bu kuralları "*A*" ile kastettiğimiz şeye önceden dahil etmiş olmamız gerekir; dolayısıyla *bu tür* bir "değişen algoritma", aslında algoritmanın bir başka örneğidir ve gerekçelendirme tam da daha önce olduğu gibi ilerler. Öte yandan algoritmanın algoritmik *olmaması* gereken biçimlerde değiştiği durumlar hayal edilebilir ve bu çerçevede rastlantısal öğelerin birleşmesi ya da çevreyle bir tür etkileşim gibi varsayımlar ileri sürülebilir. Böylesi bir algoritma değişim yönteminin "algoritmik olmama" hali daha sonra ele alınacaktır (*krş.* §3.9, §3.10); ayrıca bu yöntemlerin hiçbirinin (ℭ yaklaşımının gerektirdiği) algoritmizmden[36] inandırıcı bir kurtuluş sağlamadığı yönündeki §1.9'daki tartışmaya bakınız. Şu anda güttüğümüz saf matematiksel amaçlar yönünden baktığımızda, sadece değişimin algoritmik olma olasılığıyla ilgileniyoruz. Fakat böyle bir değişimin algorit-

[36] Benim "ℭ yaklaşımıma" uygun olan "algoritmizm" sözcüğünü ortaya atan kişi Hao Wang'tir (1993).

mik *olamayacağını* kabul edersek de, bu sefer $\mathcal{G}$ sonucunu kesinlikle kabul etmiş oluyoruz.

Belki de "algoritmik olarak değişen" bir A algoritmasının ne anlama geldiği konusuna biraz daha açıklık getirmem gerekiyor. A'nın sadece q ve n'ye değil, aynı zamanda başka bir parametreye, t'ye de bağlı olduğunu varsayabiliriz; bunun "zamanı" betimlediğini ya da algoritmanın daha önce aktif hale geldiği durumların sayısını saydığını düşünelim. Her durumda bu t parametresinin doğal bir sayı olduğunu varsayabiliriz, bu durumda $A_t(q, n)$ algoritmalarımızı şöyle listeleyebiliriz:

$$A_0(q, n), A_1(q, n), A_2(q, n), A_3(q, n), \ldots$$

Her birinin $C_q(n)$ hesaplamasının durmadığının doğrulanması için doğru bir işlem olması gerekir, ancak aynı zamanda bu işlemlerin t arttıkça gücünün de artmasına izin verildiğini de kabul etmeliyiz. Bir de işlemlerin güç artış imkânının algoritmik olduğu varsayılsın. Belki de bu "algoritmik imkân" daha önceki $A_t(q, n)$'nin "deneyimlerine" dayalı olabilecek bir şeydir, ancak bu "deneyimler" de burada algoritmik olarak oluşturulmuş şeyler olarak kabul edilmektedir (aksi halde yine $\mathcal{G}$'yi kabul etmiş oluruz), dolayısıyla bir sonraki algoritmayı oluşturacak şeyler içerisine (başka bir deyişle $A_t(q, n)$'nin içine) onları da ya da onların oluşturulma imkânını da katabiliriz. Bu şekilde algoritmik olarak *üç* parametreye birden (t, q, n) dayanan belirli bir algoritmaya $(A_t(q,n))$ ulaşıyoruz. Buradan ilerleyerek bütün bir $A_t(q, n)$ listesi kadar güçlü ama sadece q ve n doğal sayılarına bağlı bir A^* algoritması oluşturabiliriz. Bu $A^*(q, n)$'yi oluşturmak için bize gereken tek şey bunun yukarıdaki gibi çalışmasını sağlamaktır: $A_0(q,n)$'nin ilk 10 adımını izleyerek ilerle, sonucu hatırla; sonra $A_1(q,n)$'nin ilk 10 adımı, onun ardından $A_0(q,n)$'nin ikinci 10 adımı, sonuçları hatırla; sonra $A_2(q,n)$'nin ilk 10 adımı, $A_1(q,n)$'nin ikinci 10 adımı ve $A_0(q,n)$'nin üçüncü 10 adımı, vs aşamaların her birinde önceki sonuçları hatırlarız; en sonunda da hesaplamalardaki öğelerden *biri* sonlandığı anda, biz de *dururuz*. A'nın yerine A^* kullanıldığında $\mathcal{G}$'yi doğrulayan argüman tıpkı daha önceki gibi ilerler.

Q3. $C_q(n)$'nin aslında *durduğunun* açıklık kazanabildiği durumlarda benim *A*'nın sonsuza dek hesaplamaya devam etmesinde ısrar etmem gereksiz bir darlık değil mi? Eğer bu durumlarda *A*'nın gerçekten *durmasına* izin verseydik, gerekçelendirmemiz boşa düşerdi. Neticede insanların kullanabildiği sezgilerin bazen onların hesaplamaların durduğu sonucuna ulaşmalarını sağladığı kesin, ama ben bunları göz ardı eder gibi görünüyorum. Bu benim fazla sınırlayıcı davrandığım anlamına gelmiyor mu?

Hiç de bu anlama gelmiyor. Argümanın sadece hesaplamaların *durmadığı* sonucuna ulaşmamıza izin veren sezgilere uygulanıyor olması gerekir, tam tersi sonuca ulaşmamıza izin veren sezgilere değil. Farazi *A* algoritmasında, bazı hesaplamaların *durduğu* sonucuna varılması yoluyla "başarılı bir sonlanmaya" ulaşılmasına izin verilmez. Bu onun işi değildir.

Burada sizi rahatsız eden bir şeyler varsa, *A*'yı şu şekilde düşünün: *Her iki* sezgi türünü *A*'nın içine dahil etmeye çalışın, ama bu koşullar altında sonuç $C_q(n)$ hesaplamasının durmaması olduğunda, *A*'yı bilerek bir döngüye sokun (başka bir deyişle *A*'nın işlemlerini yeniden ve yeniden, sonsuza dek tekrarlamasını sağlayın). Elbette aslında bu matematikçilerin izlediği yöntem değildir, ama bu burada önem taşımıyor. Argüman, matematiksel doğruluğu tayin etmek için bilinebilir doğrulukta bir algoritma kullandığımız varsayımından başlayıp ardından bir çelişkinin çıkarımının yapılmasıyla *olmayana ergi** biçimindedir. Bu argümanda *A*'nın gerçekten bu farazi algoritma *olması* gerekli değildir, fakat ondan oluşturulan bir şey olabilir, şu an bahsedilen *A*'nın durumu da böyledir.

Aynı yorum §2.5'teki argümana şu şekilde yapılan bütün diğer itirazlara da uygulanabilir: "Elbette *A* $C_q(n)$'nin durmadığının kanıtlamasını sağlamaksızın da çeşitli yapay nedenlerle durabilir." Bizim açımızdan *A*'nın bu şekilde davranması sabitse, bu §2.5'teki argümanımızı, birazcık daha farklı bir *A*'ya, şöyle ki özgün "*A*" bu tip yapay bir nedenle ne zaman durursa döngüye giren bir *A*'ya uyguladığımız anlamına gelir.

---

* (Lat.) *reductio ad absurdum* –çn.

Q4. C_0, C_1, C_2,... numaralandırmasında her bir C_q'nun aslında iyi tanımlı bir hesaplamaya işaret ettiğini varsaymış gibi görünüyorum; ancak bilgisayar programlarının düz sayısal ya da alfabetik türdeki düzenlerinde bu durumun geçerli olduğuna emin miyim?

Bizim numaralandırmamızın her bir q doğal sayısı için çalışan bir C_q hesaplamasını gerçekten sağladığından emin olduğumuzu söylememiz zaten çok garip olurdu. Örneğin KYU'da verdiğimiz Turing makineleri numaralandırılması T_q'nun bunu başaramadığı kesindir; *krş.* KYU, s:54. Belirlenmiş bir q için Turing makinesi T_q'nun orada da anlatıldığı gibi dört nedenden biri yüzünden "başarısız" olduğu değerlendirilecektir: Hiç durmaksızın sonsuza dek çalışabilir; "doğru biçimde belirlenmemiş" olabilir, çünkü n sayısı ardışık olarak çok fazla (beş ya da daha çok) 1'le devam eden ikili bir sürekliliğe sahiptir ve bu yüzden verili düzenlemede çevirisi olmayacaktır; var olmayan bir iç duruma girme emriyle karşılaşabilir; ya da durduğunda sadece boş bir şerit üretebilir ve bunun sayısal yorumu yoktur. (Ayrıca *bkz.* Ek A) Az önce bahsettiğim Gödel–Turing savının amacı gereği, yapılması gereken tek şey bütün bu nedenleri "durmaz" başlığı altında toplamaktır. Özellikle A hesaplama işlemi için "sonlanır" dediğimde, bu yukarıda bahsedilen anlamda "durduğu" (ve dolayısıyla çevrilemez diziler içermediği ya da sadece boş şerit üretmediği) imasını içermektedir; diğer bir deyişle "durur" ifadesi, hesaplamanın düzgün şekilde belirlenmiş çalışan bir hesaplama olduğuna işaret eder. Benzer şekilde "$C_q(n)$ durur" da bu anlamda düzgün şekilde durduğu anlamına gelir. Bu yorumla Q4 düşüncesi benim verdiğim şekliyle argümanı etkilemez.

Q5. $C_q(n)$ hesaplamasıyla boşa çıkarılması yoluyla sadece belirli bir algoritmik işlemin, yalnızca A'nın boşa düşürülmesinin mümkün olduğunu göstermedim mi? Bu nasıl bütün A'lardan daha iyisini yapacağımı gösteriyor?

Bu argüman kesinlikle *bütün* algoritmalardan daha iyisini yapabileceğimizi *gösteriyor*. Burada kullandığım türdeki olmayana ergi argümanının en önemli noktası da bu. Sanırım burada bir benzetmenin yardımı olabilir. Kimi okurlar Öklit'in en büyük asal

sayının olmamasına ilişkin argümanını biliyordur. Bu da olmayana ergidir. Öklit'in argümanı şöyledir. Söylenenin aksine bir en büyük asal sayının olduğunu varsayalım ve buna p diyelim. Şimdi p sayısına kadar olan bütün asalların çarpımı N'yi düşünün ve buna bir ekleyin:

$$N = 2 \times 3 \times 5 \ldots \times p + 1$$

N kesinlikle p'den büyüktür, ancak 2, 3, 5,..., p sayılarının hiçbirine bölünemez (çünkü bölmede geriye 1 kalır); dolayısıyla N ya aradığımız asal sayıdır ya da bileşik sayıdır; ki bu durumda da p'den daha büyük bir sayı tarafından bölünebilir. Her durumda da p'den daha büyük bir asal sayının olması gerekir ve bu da p'nin en büyük asal olduğu şeklindeki ilk varsayımla çelişir. Bu nedenle en büyük bir asal sayı yoktur.*

Olmayana ergi niteliği taşıyan bu argüman yalnızca *belirli* bir p asal sayısının daha büyük bir asal bulunmasıyla yenilebildiğini göstermekle kalmaz, en büyük herhangi bir asal sayının da *asla* var olamadığını gösterir. Benzer biçimde yukarıdaki Gödel–Turing argümanı da sadece *belirli* bir A algoritmasının yenilebildiğini göstermekle kalmaz, belirli bazı hesaplamaların durmadığını doğrulamak için kullandığımız sezgilerle eşdeğer herhangi bir (bilinebilir doğrulukta) algoritmanın da *asla* var olamadığını gösterir.

Q6. Bir bilgisayar tam da benim aktardığım argümanı izleyecek şekilde programlanabilirdi. Bu sayede benim ulaştığım sonuçların hepsine o da ulaşamaz mıydı?

Bunun A algoritması verili olduğunda özgün bir hesaplama olan $C_k(k)$'yı bulmaya yarayan bir hesaplamalı işlem olduğu kesinlikle doğrudur. Aslına bakılırsa bu gayet açık bir şekilde gösterilebilir.[37] Peki, bu algoritmik olmadığı varsayılan matematiksel sezginin (bizim $C_k(k)$'nın asla durmadığını anlamamızı sağlayan sezgi) aslında algoritmik olduğu anlamına mı gelir?

---

* Asal sayılar sonsuzdur –çn.

[37] Bu noktaya değer verdiğimi vurgulamak için okuyucuları A algoritmasından Turing makinesi eylemi $C_k(k)$'nin elde edilmesi için açık bir hesaplamalı işlemin sergilendiği Ek A'ya yönlendirmek isterim. Burada A'nın, $C_q(n)$ değerlendirmesinin T_a'nın n tarafından takip edilen q eylemi olarak kodlandığı bir T_a Turing makinesi formunda verildiği kabul ediliyor.

Gödel argümanıyla ilgili en yaygın yanlış anlamalardan biri olduğu için bence bu tartışmayı biraz uzunca ele almakta fayda var. Bunun daha önceki hiçbir şeyi geçersiz *kılmadığı* açıklığa kavuşturulmalıdır. *A*'dan $C_k(k)$'nin elde edilmesi işlemi bir hesaplama formu içine yerleştirilebiliyor olmasına rağmen, bu hesaplama *A*'nın kapsadığı işlemlerin parçası değildir. Olamaz; çünkü *A*, $C_k(k)$'nin doğruluğunu açığa çıkarma yeteneğine sahip değildir, ancak bu yeni hesaplamanın (*A*'yla birlikte) bunu yapabildiği ileri sürülmektedir. Bu yüzden yeni hesaplama $C_k(k)$'ye ulaştıran bir hesaplama olmasına karşın, "resmi doğruluk kesinleştiricileri" kulübüne kabul edilmiş değildir.

Daha farklı ifade edeyim. *A* içerisinde bulunan algoritmik işlemler aracılığıyla matematiksel doğruluğu saptama becerisine sahip bir bilgisayar kontrollü robot düşünelim. Daha canlı ifade etmek amacıyla insan-biçimci bir terminoloji kullanarak robotun *A*'yı kullanarak çıkarımını yaptığı matematiksel doğruları (burada sonlanmayan hesaplamaları) "bildiğini" söyleyeceğim. Fakat bizim robotumuzun "bildiği" tek şey *A* ise, o halde *A*'dan $C_k(k)$'nin elde edilmesi işlemi mükemmel derecede algoritmik olsa bile, robot $C_k(k)$'nin durmadığını "*bilmeyecektir*". Elbette robotumuza $C_k(k)$'nin aslında durmadığını (bu konuda kendi sezgilerimizi kullanarak) *söyleyebiliriz*, ama eğer robot bu gerçeği kabul edecek olsaydı, o zaman da önceden "bildiği" doğrularla bu yeni doğruyu bitiştirmek amacıyla kendi kurallarını değiştirmek durumunda kalırdı. Bundan da ileriye gittiğimizi hayal ederek robotumuza uygun bir şekilde *A*'dan $C_k(k)$'nin elde edilmesi için yapılan genel hesaplama işleminin de eski doğrulardan yenilerinin elde edilmesinin bir yolu olarak "bilmesi" gereken bir şey olduğunu söyleyebiliriz. İyi tanımlanmış ve hesaplamalı olan her şey robotun "bilgi" deposuna eklenebilir. Fakat artık elimizde *yeni* bir "*A*" vardır ve Gödel argümanı eski *A* yerine bu yenisine uygulanacaktır. Argümanın ortasında "*A*"mızı değiştirmek hile sayılacağı için eski *A* yerine tüm süreç boyunca bu yeni "*A*"yı kullanıyor olmamız gerekir. Bu nedenle **Q6**'da hatalı olan şeyin yukarıda **Q5**'te hatalı olan şeye çok benzer olduğunu görüyoruz. Olmayana ergide (hesaplamaların durmadığını doğrulamak için bilinen, doğru bir işlem olan) *A*'nın aslında matematikçilerin yapabildiği bu tür iş-

lemlerin *tümünü* temsil ettiğini farz ediyoruz ve buradan bir çelişki çıkarsıyoruz. *A*'nın bu tümlüğü temsil ettiğine karar verdikten *sonra*, onun içinde bulunmayan başka bir doğruluk saptayıcı hesaplamalı işlemi devreye sokmak hile yapmak anlamına gelir.

Zavallı robotumuzun sorunu, Gödel işlemine dair bir *anlamaya* sahip olmadığı koşullarda bizim tarafımızdan söylenenler haricinde güvenilir, bağımsız bir doğruluk yargılama yolunun olmamasıdır. (Bu Gödel argümanının hesaplamaya ilişkin yönlerinden farklı, ayrı bir konudur.) Daha fazlasını yapabilmek için onun da, bizler gibi, gerçekleştirmesi söylenen işlemlerin anlamlarını anlayabilmesi gerekir. Anlama olmadan $C_k(k)$'nin durmaması yerine *durduğunu* eşit derecede iyi (ve yanlış) biçimde "bilebilir". (Yanlış biçimde) "$C_k(k)$ durur" sonucunu çıkarmak ne kadar algoritmik bir meseleyse, (doğru biçimde) "$C_k(k)$ durmaz" sonucuna varmak da o kadar algoritmik bir meseledir. Bu nedenle önemli olan bu işlemlerin algoritmik doğası değildir; önemli olan hangi algoritmaların kendisine doğruları, hangilerinin yanlışları verdiğini bilebilmesi için robotumuzun geçerli *doğruluk değerlendirmelerine* gereksinim duymasıdır. Argümanda geldiğimiz bu noktada "anlama"nın *A* gibi net biçimde verili, bilinebilir doğrulukta işlemlerin kapsamına girmeyen, değişik türde bir algoritmik etkinlik olması halen daha mümkündür. Örneğin anlama, hatalı ya da bilinemez bir algoritma tarafından veriliyor olabilir. İleride (3. Bölümde) okurları gerçekte anlamanın hiç de algoritmik bir etkinlik olmadığına ikna etmeye çalışacağım. Ancak şimdilik Gödel–Turing argümanının kesin çıkarımlarıyla ilgileniyoruz ve bu açıdan $C_k(k)$'nin *A*'dan hesaplamalı yolla elde edilebilmesi gerçeği ne burada ne de orada yoktur.

Q7. Yaşayan ve yaşamış bütün matematikçilerin toplam üretimi, önümüzdeki (diyelim ki) bin yılda yaşayacak bütün insan matematikçilerin üretimleri ile toplandığında, sonuç sonludur ve uygun bir bilgisayarın bellek yuvalarında bulundurulabilir. O halde, Gödel argümanı bize aksini söylüyor gibi gözükse de, bu özel bilgisayar bu üretimi ya da çıktıyı simüle edebilir ve bu sayede bir insan matematikçiyle (dıştan) aynı şekilde davranabilir diyemez miyiz?

Bu görüş belki de doğru, ama şu kesin ki asli bir unsuru göz ardı ediyor; o da bizlerin (ya da bilgisayarların) hangi matematiksel önermelerin doğru, hangilerinin yanlış olduğunu nasıl bilebildiğidir. (Şunu da belirtmekte fayda var ki matematiksel önermelerin depolanması bir genel amaçlı bilgisayardan çok daha az karmaşık bir sistemle de başarılabilir; fotoğrafik yolla.) **Q7**'de bilgisayara biçilen rolde, *doğruluk değerlendirmesi* gibi kritik bir konu tamamen göz ardı ediliyor. Aynı mantıkla tümü yanlış matematiksel "teoremlerin" listeleri dışında ya da doğru ve yanlışlardan oluşan düzensiz karışık listeler dışında bir şey içermeyen bilgisayarların varlığı da hayal edilebilir. Hangi bilgisayarın güvenilir olduğunu nasıl söyleyeceğiz? Benim burada oluşturmaya çalıştığım argümanlar, bilinçli insan etkinliğinin (burada matematik) ürünlerinin etkili bir simülasyonunun olanaksız olduğunu söylemiyor; çünkü bilgisayar tamamen şans eseri, hatta herhangi bir anlama yetisine de sahip olmadan, doğru sonuca "denk gelebilir". Ancak bunun olmama olasılığı olağanüstü büyüktür ve burada ele alınan konular (*hangi* matematiksel önermelerin doğru, hangilerinin yanlış olduğuna nasıl karar verildiği) **Q7**'nin ilgi alanına bile girmemektedir.

Öte yandan da, aslında **Q7**'nin değindiği daha ciddi bir konu söz konusudur. Bu da, insanların ve bilgisayarların ürünleri *sonluyken*, sonsuz yapılar hakkındaki tartışmaların (doğal sayıların *hepsi* ya da hesaplamaların *tümü* gibi) buradaki tartışmayla aslında bir ilgisi olup olmadığıdır. Bu önemli konuyu şimdi ayrı olarak inceleyelim.

Q8. Sonlanmayan hesaplamalar, sonsuzlukla uğraşan idealize edilmiş matematiksel kurgulardır. Bilgisayarlar ya da beyinler gibi sonlu fiziksel nesneler üzerine olan tartışmaların bu tür konularla uyumlu olduğundan emin miyiz?

Bizim idealize edilmiş Turing makineleri, sonlanmayan hesaplamalar vs hakkındaki tartışmalarımızda (potansiyel olarak) sonsuz işlemleri düşündüğümüz, insanlar ya da bilgisayarlarla ilgili tartışmalardaysa *sonlu* sistemlerle uğraştığımız kesinlikle doğrudur. İdealize edilmiş bu tarz argümanları gerçek sonlu fiziksel nesnelere uyguladığımızda, onların sınırlamalarını değerlendir-

meye çalışmak önemlidir. Fakat sonluluğun hesaba katılıp katılmamasının gerçekte Gödel–Turing argümanını esasen etkilemediği ortaya çıkmıştır. İdealize edilmiş hesaplamaları *tartışmakta*, onlar hakkında uslamlama yapmakta ve onların matematiksel sınırlamalarını matematiksel olarak ortaya çıkarmakta yanlış olan hiçbir şey yoktur. Örneğin iki çift sayının toplamı olan bir tek sayı olup olmadığı ya da dört kare sayının toplamı olmayan doğal bir sayının var olup olmadığı (geçtiğimiz sayfalarda karşılaştığımız (C) ve (B)'deki gibi) sorularını, bu konuları ele alırken *bütün* doğal sayıların sonsuz derlemesini zımnen düşünmemiz gerçeğine rağmen, gayet mükemmel bir biçimde sonlu terimlerle tartışabiliriz. *Matematiksel* yapılar olarak aslında sonsuz şekilde işleyen bir Turing makinesini pratikte yapmak mümkün olmasa bile, bizler genel olarak Turing makineleri ya da sonlanmayan hesaplamalar hakkında gayet mükemmel biçimde akıl yürütebiliriz. (Şuna özellikle dikkat çekelim: İki çift sayının toplamı olan bir tek sayıyı arayan bir Turing makinesi eylemi aslına bakılırsa fiziksel olarak gerçekleştirilemez; çünkü sonsuza kadar devam etmek yerine parçaları kullanıla kullanıla eskiyerek tükenir.) Herhangi bir hesaplamanın (ya da Turing makinesi eyleminin) özelliklerinin tanımlanması tamamen sonlu bir meseledir ve onun sonunda durup durmadığı sorusu tamamen iyi tanımlanmıştır. Bu tarz idealize hesaplamalar hakkındaki uslamlamamızı tamamladıktan *sonra*, artık tartışmamızın gerçek bilgisayarlar ya da insanlar gibi sonlu sistemlerde hangi yönlerden geçerli olduğunu görmeye çalışabiliriz.

Sonluluk sınırlamaları iki nedenle karşımıza çıkar: (i) Ele alınan gerçek hesaplamanın özelliklerinin belirtilmesi aşırı şekilde uzun süreceği için (örneğin C_n içindeki n sayısı ya da $C_q(n)$ içinde birlikte ele alınan q, n sayı çiftleri uygun bir bilgisayar ya da kişi tarafından belirtilemeyecek kadar büyüktür) (ii) Belirtilemeyecek kadar büyük olmayan bir hesaplamanın gerçekleştirilmesi yine de çok uzun sürebileceği ve böylece belirlenmiş hesaplama kuramsal olarak sonunda duracak olsa da, hiç durmayacakmış gibi gözükeceği için. Aslında birazdan göreceğimiz gibi bu ikisi içinde bizim tartışmamızda önemli bir etkisi olan sadece (i)'dir ve (i) bile şeyleri öyle çok büyük şekilde etkilemez. Belki (ii)'nin

önemsizliği şaşırtıcıdır. Sonunda duran birçok basit sayılabilecek hesaplama vardır; ama şimdiki ve hayal edebildiğimiz gelecekteki bilgisayarlar bu durma noktasına ulaşmaya yetecek kadar uzağı doğrudan hesaplayamamaktadır. Bir örnek olarak şunu verelim: "$2^{2^{65\,536}}$ adet ardışık 1 çıktısı al ve sonra dur". (Daha matematiksel bu tarz ilginç örnekler ileride §3.26'da verilecektir.) Bir hesaplamanın durup durmayacağı sorusunun doğrudan hesaplamayla karara bağlanması şart değildir; bu genellikle son derece verimsiz bir yöntemdir.

(i) ya da (ii) türü sonluluk sınırlamalarının bizim Gödel tipi tartışmamızı nasıl etkileyebileceğini görmek için argümanın ilgili kısımlarını yeniden ele alalım. (i) sınırlamasında elimizde hesaplamaların sonsuz bir listesi yerine *sonlu* bir listesi olur:

$$C_0, C_1, C_2, C_3, \ldots, C_Q$$

Burada Q sayısının bilgisayarımızın ya da insanımızın gerçekleştirebileceği en büyük hesaplamayı belirttiğini varsayıyoruz. Hesaplamayı yapan bir insan olduğunda belli bir muğlaklık olacağını düşünebiliriz. Şu an için Q'nun kesin bir sayı olarak tanımlanması önemli değildir. (İnsanın yapabildikleriyle bağlantılı olarak karşımıza bu tür muğlaklıklar çıkması sorunu ileride, §2.10'daki **Q13**'e verilen yanıtta tartışılacaktır.) Ayrıca, bu hesaplamaları belirli bir n doğal sayısına uyguladığımızda n'nin değerinin, bilgisayarımız (ya da insan) N'den daha büyük sayılarla başa çıkamayacak şekilde kurulmuş olduğu için, N gibi sabit bir sayıdan daha büyük olmamakla sınırlanmış olabildiğini varsayıyoruz. (Aslına bakılırsa N'nin sabit bir sayı olmama ve incelediğimiz özel C_q hesaplamasına bağlı olma, başka bir deyişle N'nin q'ya bağlı olma olasılığını da düşünmek zorundayız. Fakat bu ele aldığımız konu açısından çok önemli bir fark yaratmaz.)

Daha önce olduğu gibi yine bunun, durduğunda bize $C_q(n)$ hesaplamasının sonlanmadığının bir kanıtlamasını sağlayan doğru bir $A(q, n)$ algoritması olduğunu kabul ediyoruz. "Doğru" derken (i) ile uyumlu olarak sadece q'nun Q'dan büyük olmayan değerlerini ve n'nin N'den büyük olmayan değerlerini düşünmemiz gerekse de, aslında A doğru derken, onun q ve n'nin ne kadar büyük olursa olsun ***bütün*** değerleri için doğru olduğunu kastediyoruz. (Bu

yüzden A'nın bünyesindeki kurallar kesin *matematiksel* kurallardır ve yalnızca "gerçekte" yerine getirilebilecek hesaplamalar üzerinde bazı pratik sınırlamalar sayesinde işleyen yaklaştırılmış kurallar değildir.) Ayrıca "$C_q(n)$ sonlanmaz" dediğimizde, onun *gerçekten* sonlanmadığını kastediyoruz, (ii)'de öngörüldüğü gibi hesaplamanın bilgisayarımızın ya da bir insanın gerçekleştiremeyeceği kadar uzun olabilmesini kastetmiyoruz.

(H)'nin bize şunu dediğini hatırlayalım:

Eğer $A(q, n)$ durur ise, $C_q(n)$ durmaz.

(ii)'den ötürü A algoritmasının başka bir hesaplamanın, eğer bu hesaplama bilgisayarımızın ya da bir insanın başa çıkabileceğinden daha fazla adım gerektiriyorsa, durmakta başarısız olup olmadığı konusunda bize fazla fayda sağlamadığını düşünebiliriz. Fakat bunun argüman için önem taşımadığı ortaya çıkmıştır. Hiç durmayan bir $A(k, k)$ hesaplaması bulacağız. A'nın aslında *durduğu* başka bazı durumlarda onun durduğunu bulmaya yetecek kadar uzun bir süre bekleyemiyor olmamız bizim için önemli değil.

Şimdi **(J)**'de olduğu gibi, $A(n, n)$ hesaplaması her bir n için $C_k(n)$'yle aynı olacak şekilde bir k doğal sayısı ekleyelim:

$$A(n, n) = C_k(n)$$

Fakat şimdi (i)'de öngörüldüğü üzere k'nin Q'dan daha büyük olma olasılığını göz önüne almamız gerekir. Korkunç şekilde karmaşık bir A için durum bu olabilir, ancak bu sadece A zaten bilgisayarımızın ya da bir insanın başa çıkabildiği (Turing makinesi şartlarında ikili basamak sayısı cinsinden) büyüklüğün üst limitine yaklaşmaya başlamış olursa mümkündür. Bunun nedeni A'nın (diyelim ki Turing makinesi) belirtecinden k değerini alan hesaplamanın (üstte **Q6**'ya verilen yanıtta dikkat çekildiği üzere) açık bir şekilde gösterilebilen gayet basit bir şey olmasıdır.

A'yı çürütmek için ihtiyaç duyduğumuz asıl hesaplama $C_k(k)$'dir ve **(H)**'ye $n = k$'yi yerleştirdiğimizde **(L)**'yi elde ederiz:

Eğer $A(k, k)$ durur ise, $C_k(k)$ durmaz.

$A(k, k)$ ile $C_k(k)$ aynı olduğu için argümanımız özel $C_k(k)$ hesaplamasının hiç duramadığını, ancak A'nın bu gerçeği, (ii)'yle uyumlu olarak getirilen herhangi bir limitten çok daha uzun bir süre boyunca çalışmasına izin verilmiş olsa bile, doğrulayamadığını gösterir. $C_k(k)$ belirteci üstteki k cinsinden verilmiştir ve k'nin Q'dan ve N'den daha büyük olmaması koşuluyla bu gerçekten bilgisayarımız ya da bir insan tarafından gerçekleştirilebilecek bir hesaplamadır; bu hesaplamanın *başlayabilmesi* anlamındadır. Fakat hiçbir durumda tamamına erdirilemez, çünkü hesaplama gerçekte hiç durmaz!

Peki, k gerçekten Q ya da N'den büyük olabilir mi? Bu durum ancak A belirteci, bu sayının bir miktar artırılması bizim bilgisayarımızın ya da insanın kapasitesinin aşılmasına neden olacak kadar çok sayıda basamak gerektirirse mümkün olur.

Yine A'nın doğruluğu bilgisinden, gerçek $C_k(k)$ hesaplamasının uygulanmasında zorluk yaşayacak olmamıza rağmen, bu $C_k(k)$'nin duramadığını *bilmemiz* sonucu çıkar. Ancak (i) değerlendirmesi bizi A hesaplamasının olağanüstü derecede karmaşık olabileceği olasılığını düşünmeye götürür; öyle ki belirteci onu insanların üzerinde düşünebilmesinin mümkün olduğu hesaplamaların sınırına yaklaştırır ve hesaba katılmakta olan basamak sayısındaki nispeten küçük bir artış, insan tasavvurunun ötesinde bir hesaplamaya yol açar. Benim düşünceme göre, böyle bir olasılığın imkan dahilinde olup olmadığı konusundaki düşüncemiz ne olursa olsun, bu farazi A'nın bünyesinde bulunan bu derece muazzam bir hesaplama kuralları kümesi, muhakkak korkunç derecede, öyle ki kesin kuralların kendisi bilinebilir olsa dahi, *doğruluğu* bizim tarafımızdan *bilinemeyecek* kadar karmaşık olacaktır. Bu nedenle ulaşacağımız sonuç öncekiyle aynı olacaktır: Matematiksel doğruluğu, *bilinebilir doğrulukta* bir algoritmik kurallar kümesi aracılığıyla *saptayamayız*.

A'dan $C_k(k)$'ye geçişte işin içine giren nispeten hafif karmaşıklık artışı hakkında biraz daha açıklama yapmakta fayda var. Bu ileride (§3.19 ve §3.20'de) bizim açımızdan özel bir önem taşıyacak. Ek A'da, KYU'nun 2. Bölümünde verilen Turing makinesi tariflerine göre $C_k(k)$'nin açık bir belirteci sağlanacak. Bu tarife göre T_m işareti "m'inci Turing makinesi" anlamına gelir. Burada karışıklık

yaratmamak açısından hesaplamalı bir işlemin ya da özel bir hesaplamanın *karmaşıklık derecesini* tanımlamak için "C_m" yerine bu gösterimi kullanmak daha uygun olacak. Bu çerçevede Turing makinesi T_m'nin karmaşıklık derecesi olan μ'yü, *m*'nin belirteci içindeki ikili basamakların sayısı olarak tanımlıyorum (*krş.* KYU, s:39), ardından belirli bir $T_m(n)$ hesaplamasının karmaşıklık derecesi de, *v n*'nin belirtecindeki ikili basamakların sayısı olmak üzere, iki sayıdan (μ ve *v*'den) daha büyük olanı olarak tanımlanıyor. Şimdi bu Turing makinesi terimleriyle *A*'dan $C_k(k)$ hesaplamasının elde edilmesi için Ek A'da verilen açık tarifi ele alalım. *A*'nın karmaşıklık derecesini α olarak alırsak bu açık $C_k(k)$ hesaplamasının karmaşıklık derecesinin $\alpha + 210 \log_2(\alpha + 336)$'dan daha az olduğunu buluruz ki bu sayı α çok büyük olduğunda, α'dan yalnızca nispeten çok küçük bir miktar büyük olan bir sayıdır.

Yukarıdaki gerekçelendirmenin genel çizgisinde bazı okurları endişelendirmesi muhtemel bir hüküm vardır. Yazımı aşırı karmaşık olabilen ya da yazılacak olsa, her bir adımı fiziksel işlemlerin gerçekleşebileceğini makul bir biçimde hayal edebildiğimiz, bir saniyenin en küçük kesirlerinde gerçekleştirilebilse bile, bu yazımın tamamlanması evrenin yaşından çok çok daha uzun sürecek olan bir hesaplamayı düşünmek mantıklı sayılabilir mi? Yukarıda düşünülmüş olan (çıktı sonucu ardışık olarak $2^{65\,536}$ adet 1'den oluşan ve ancak bu görev tamamlandıktan sonra duran) hesaplama böyle bir örnektir ve bunun sonlanmayan bir hesaplama olduğunu iddia etmemize izin veren matematiksel yaklaşım hiç ama hiç alışık olunmayan, geleneklere aşırı aykırı bir yaklaşım olacaktır. Fakat bunu yasaklayacak kadar geleneklere aykırı olmayan (yine de şüphesiz geleneklere aykırı sıfatını kaybetmiş sayılmayan) bazı matematiksel yaklaşımlar da vardır ve bunlar izlendiğinde idealize matematiksel önermelerin mutlak matematiksel doğruluğuyla ilgili meselelerde her şey o kadar kesin olmaz ve işin içine bir miktar şüphe girer. Bunlardan en azından birkaçına bakalım.

Q9. *Sezgicilik* olarak bilinen yaklaşım, sadece bir hesaplamanın sonu belirsiz biçimde devam etmesinin bir çelişkiye yol açması gerçeğinden yola çıkılarak onun belirli bir noktada sonlanmak zorunda olduğu çıkarımının yapılmasını yasaklar; benzer

başka "oluşturmacı" [*constructivist*] ya da "sonlucu" [*finitist*] bakış açıları da vardır. Bunlar uyarınca Gödel tipi uslamlama tartışmalı bulunamaz mı?

Verdiğim Gödel tipi uslamlamada ben **(M)**'de şu argüman formunu kullandım: "X'in yanlış olduğunun kabulü bizi bir çelişkiye götürür; bu yüzden X doğrudur." Burada "X", "$C_k(k)$ durmaz" önermesidir. Bu olmayana ergi türünde bir argümandır ve bir bütün olarak Gödelci argümanın böyle olduğu söylenebilir. "Sezgicilik" olarak bilinen matematiksel bakış açısı (başlangıcı 1912 yılı civarına, Hollandalı matematikçi L.E.J. Brouwer'a dayanır; *krş.* Kleene 1952, ayrıca KYU s:113–116) olmayana ergi kullanımı yoluyla geçerli biçimde akıl yürütülebileceğini reddeder. Sezgicilik on dokuzuncu yüzyılın sonu, yirminci yüzyılın başında yükselişte olan ve bir matematiksel objenin, tartışılan objenin gerçekte inşasının hiçbir yolu verilmemiş olsa bile "var olduğunun" ileri sürülebildiği bazı matematiksel akımlara tepki olarak doğdu. Bulanık matematiksel varlık kavramının aşırı serbest kullanımı yer yer gerçekten de çelişkiye yol açabilir. Bunun en ünlü örneği Bertrand Russell'ın paradoksal "kendi kendisinin öğesi olmayan bütün kümelerin kümesi"dir. (Eğer Russell'ın kümesi kendi kendisinin bir öğesiyse, o halde değildir; eğer değilse, o halde öğesidir! Ayrıntılar için *bkz.* §3.4 ve KYU, s:101) Gayet serbest biçimde tanımlanan matematiksel objelerin "var " kabul edilebildiği bu genel trende karşı durmak için sezgici yaklaşım, bir matematiksel objenin varlığının sadece var olmamasının çelişik doğasından çıkarsanmasına izin veren türde bir matematiksel uslamlamanın geçerli biçimde kullanılmasını yadsıdı. Böylesi bir olmayana ergi gerekçelendirmesi, tartışılan objenin gerçek inşasını sağlamaz.

Olmayana erginin bu şekilde kullanımının reddi bizim Gödel tipi argümanımızı nasıl etkiler? Biz olmayana ergiyi bunun zıt yönünde kullandığımız için, daha açık söylersek çelişki sonucuna bir şeyin var olmadığı değil, bir şeyin *var olduğu* varsayımından ulaşılıyor olduğu için aslında hiç etkilemez. Sezgiciliğe göre bir şeyin var olmadığının kabulünden bir çelişki doğması olgusundan, onun *var olmadığı* sonucunu çıkarmak son derece meşrudur. Benim verdiğim şekliyle Gödel tipi gerekçelendirme aslına bakı-

lırsa sezgici yaklaşım açısından kabule son derece elverişlidir. (*Bkz.* Kleene 1952, s:492)

Benim bildiğim bütün diğer "oluşturmacı" ve "sonlucu" bakış açılarına da benzer açıklamalar getirilebilir. **Q8**'in ardından yapacağımız tartışma, yukarıda üstü kapalı ifade edilen ve doğal sayıların "gerçekten" sonu belirsiz biçimde devam ediyor olduğunun düşünülmesini reddeden bakış açısının bile, bize matematiksel doğruluğu tayin etmek için bilinebilir doğrulukta bir algoritma kullanmadığımız sonucuna ulaşmaktan herhangi bir kaçış yolu sağlamadığını gösterir.

2.7 Daha derin bazı matematiksel düşünceler

Gödel argümanının işaret ettiği sonuçları daha fazla kavrayabilmek için onun çıkış amacına dönüş yapmak faydalı olabilir. 20. Yüzyılın başına yaklaşırken matematiğin temellerinin oluşturulmasıyla uğraşan kişiler ciddi zorluklarla yüzleşmek zorundaydılar. 1800'lü yılların sonunda matematikçiler (büyük ölçüde, daha önce "köşegen yöntemine" rastladığımız matematikçi Georg Cantor'un son derece özgün katkıları sayesinde) daha derin sonuçlara ulaşma amacıyla argümanlarını *sonsuz kümelere* dayandırarak oldukça başarılı oluyorlardı. Fakat sonsuz küme kavramının aşırı serbest kullanımının yaygınlaşmasıyla bu tarz getirilerle beraber temel önemde bazı zorluklar da görülmeye başlandı. Özellikle sonsuz kümeler konusunda çok serbest biçimlerde yapılan uslamlamaların taşıdığı sakıncalara işaret eden Russell paradoksu buna örnektir. (Buna **Q9**'a verdiğim yanıtta ben de kısaca dikkat çektim, ayrıca *krş.* §3.4; buna Cantor da dikkat çekmişti.) Bununla beraber, izin verilecek uslamlama türü konusunda yeterince dikkatli olmak şartıyla gayet iyi matematiksel sonuçların elde edilebileceği de ortaya çıktı. Sorun, uslamlamada "yeterince dikkatli" olmanın ne anlama geldiği konusunda nasıl tam bir *kesinlik* elde edilebileceğinde düğümleniyor gibi gözüküyordu.

Büyük matematikçi David Hilbert bu hassas kesinliği sağlamayı hedefleyen hareketin önde gelen kişilerinden biriydi. *Formalizm* adı verilen bu akıma göre belirlenmiş bir alan içerisinde matematiksel uslamlamanın izin verilen formlarının hepsinin

kuralları, sonsuz kümeler konusunda ihtiyaç duyulan uslamlama dahil, tek bir kalemde ortaya konulacaktı. Böyle bir kurallar ve matematiksel önermeler sistemine *formal sistem* deniyordu. Bir formal sistem $\mathbb{F}$'nin kuralları bir kez belirlendi mi, artık iş sadece kuralların (sayıca sonlu olmaları gerekir[38*]) doğru uygulanmış olup olmadığının mekanik kontrolüne kalır. Onların kullanılmasıyla çıkarımı yapılan herhangi bir sonucun gerçekten *doğru* olduğuna güvenilebilmesi için, elbette kuralların matematiksel uslamlamanın geçerli biçimleri olarak görülmesi gerekir. Fakat bu kurallardan bazıları sonsuz kümelerin manipülasyonuyla ilgili olabilir ve burada hangi uslamlama biçimlerinin meşru hangilerinin olmadığı hakkındaki matematiksel sezgilerimiz mutlak bir güvenilirlik taşımayabilir. Bu bağlantı içerisinde, sonsuz kümelerin Bertrand Russell'ın paradoksal "kendi kendisinin öğesi olmayan bütün kümelerin kümesine" bile izin verilecek derecede serbest kullanımına olanak verildiğinde ortaya çıkacak tutarsızlıklar göz önüne alındığında, kuşku duymak haklı gözükebilir. $\mathbb{F}$'nin kuralları Russell'ın "kümesine" izin vermekte yetersiz kalmalı, ama ne kadar yetersiz olmalı? Sonsuz kümelerin kullanımını tümden yasaklamak aşırı bir sınırlama olur (örneğin basit Öklit uzayı sonsuz bir noktalar kümesi içerir, hatta doğal sayılar kümesi bile sonsuz bir kümedir); üstelik son derece başarılı (örneğin Russell'ın kümesinin formüle edilmesine izin vermeyen) ve kullanılmaları sayesinde en çok ihtiyaç duyulan sonuçların elde edilebildiği çeşitli formal sistemlerin olduğu da açıktır. Bu formal sistemlerin hangilerinin güvenilir olduğu, hangilerinin güvenilir olmadığı nasıl söylenebilir?

Şimdi dikkatimizi bu tarz bir formal sistem olan $\mathbb{F}$'ye yöneltelim ve sırasıyla DOĞRU ve YANLIŞ gösterimlerini, $\mathbb{F}$'nin kuralları aracılığıyla elde edilebilen ve bu yolla *olumsuzlamaları* (başka

---

[38] Bazı formal sistemler sonsuz sayıda aksiyoma sahip şekilde sunulurlar ("aksiyom şeması" olarak bilinen yapılar cinsinden betimlenirler), ancak benim burada kullandığım anlamıyla "formal sistem" nitelendirmesinin kazanılması için, sonsuz aksiyom sisteminin hesaplama kurallarının sonlu bir kümesi tarafından yaratılmış olmasıyla, böylesi bir formal sistemin sonlu terimler cinsinden ifade edilebiliyor olması gerekir. Matematiksel kanıtlamalarda kullanılan standart formal sistemlerde de bunun mümkün olabildiği görülmektedir; geleneksel kümeler kuramını betimleyen ünlü "Zermelo–Fraenkel" formal sistemi ZF'de de durum budur.

bir ifadeyle ilgili önermenin "değil"i) elde edilebilen matematiksel önermeler için kullanalım. $\mathbb{F}$ kapsamında formüle edilebilen ama yukarıdaki anlamıyla DOĞRU ya da YANLIŞ olmayan bir önermeyse KARAR VERİLEMEZ olur. Kimi insanlar, sonsuz kümelerin kendisi gerçekten "anlamsız" olabildiği için onlarla ilgili olarak doğruluk ya da yanlışlık ifadelerinin mutlak bir anlamı olmayabileceği yaklaşımını kabullenir. (En azından bu hepsine olmasa da, bazı sonsuz küme türlerine uygulanabilir.) Bu yaklaşıma göre (belirli bazı) sonsuz kümeler söz konusu olduğunda hangi önermelerin DOĞRU, hangilerinin YANLIŞ çıkacağı herhangi bir önem taşımayabilir, yeter ki hiçbir önerme aynı anda *hem* DOĞRU *hem de* YANLIŞ çıkmasın; önemli olan $\mathbb{F}$ sisteminin *tutarlı* olmasıdır. Bu tür insanlar (gerçek *formalistler*) açısından formal bir sistemde her şeyden çok önem taşıyan sorular (a) onun *tutarlı* olup olmadığı ve ayrıca (b) onun *tam* olup olmadığıdır. $\mathbb{F}$ içerisinde düzgün biçimde formüle edilmiş matematiksel önermelerin her biri her zaman için ya DOĞRU ya da YANLIŞ çıkıyorsa, $\mathbb{F}$ sistemi *tam* demektir (böylelikle $\mathbb{F}$ hiçbir KARAR VERİLEMEZ önerme içermez).

Sonsuz kümeler hakkında bir önermenin mutlak anlamıyla *gerçekten doğru* olup olmadığı sorusu, katı bir formalist açısından aslında anlamlı bir soru değildir ve formalist matematiğin işlemleriyle ilişkili bir şey olarak değerlendirilmez. Bu nedenle böylesi sonsuz nicelikler hakkındaki önermelerde mutlak matematiksel gerçek arayışının yerini, uygun formal sistemlerin tutarlılığının ve tamlığının kanıtlanması arzusu alır. Bu tarz bir kanıtlamada hangi tür matematik kurallarına izin verilecektir? Bu kuralların güvenilir kurallar olması gerekir ve (Russell'dakiler gibi) gevşekçe tanımlanmış sonsuz kümelerle yapılacak herhangi bir bulanık uslamlamadan faydalanmamaları gerekir. Böylece (Peano aritmetiği olarak bilinen yalın sayılabilecek formal sistemler gibi) görece basit ve doğruluğu açık formal sistemler içerisinde ulaşılabilecek olan, daha karmaşık başka formal sistemlerin (diyelim ki $\mathbb{F}$) tutarlılığını kanıtlamaya yeterli ama çok "geniş" sonsuz kümeler hakkında formal uslamlamaya izin veren ve tutarlılığı açıkça ortada olmayan mantıksal işlemlerin olması umut edildi. Formalist felsefe kabul edilirse $\mathbb{F}$ için elde edilecek böylesi bir tutarlılık kanıtı, en azından $\mathbb{F}$'nin izin verdiği uslamlama araçlarının kullanılması

için geçerli bir neden sağlardı. Bu durumda matematiksel teoremlerin kanıtları sonsuz kümeler kullanılarak tutarlı bir biçimde verilebilir ve bu tarz kümelerin gerçek "anlamları" sorusu belki de geride bırakılabilirdi. Üstelik böyle bir $\mathbb{F}$'nin aynı zamanda tam olduğu da gösterilebilirse, $\mathbb{F}$'nin izin verilen matematiksel işlemlerin *hepsini* gerçekten kapsadığı görüşü mantıken benimsenebilir; böylelikle bir anlamda $\mathbb{F}$'nin gerçekten tartışılan alandaki matematiğin tam formülasyonu *olduğu* düşünülebilirdi.

Ancak 1930 yılında (1931 yılında yayımlandı) Gödel, formalistlerin rüyasının erişilemez olduğunu gösterecek olan bombasını patlattı! Bir $\mathbb{F}$ formal sisteminin, $\mathbb{F}$ standart mantıkla beraber basit aritmetik önermelerinin bir formülasyonunu içermeye yetecek kuvvette alındığı sürece, asla hem (bir sonraki alt başlıkta betimleyeceğim "güçlü" anlamıyla) tutarlı hem de tam olamayacağını kanıtladı. Dolayısıyla Gödel'in teoremi §2.3'te aktardığımız Lagrange teoremi ve Goldbach kestirimi gibi aritmetik önermelerin matematiksel önermeler olarak formüle edilebildiği $\mathbb{F}$ sistemlerini kapsamaktadır.

Bundan sonraki tartışmalarda sadece Gödel teoreminin asıl formülasyonu için gerekli aritmetik işlemleri kapsamına alabilmeye (ve eğer gerekirse herhangi bir Turing makinesinin işlemlerini de kapsamına alabilmeye; aşağıya bakınız) yetecek ölçüde geniş kapsamlı formal sistemlerle ilgileneceğim. Bir $\mathbb{F}$ formal sistemine gönderme yaptığımda normal olarak $\mathbb{F}$'nin buna yetecek kadar geniş kapsamlı olduğu *varsayılacak*. Bu tartışmayı esas itibariyle sınırlandırmayacak. (Yine de formal sistemleri böyle bir bağlamda tartışırken açıklık getirmek için yer yer "yeterince geniş kapsamlı" ya da buna benzer kelimeler ekleyeceğim.)

2.8 ω–tutarlılığı koşulu

Gödel teoreminin en bilinen biçimi, yeterince geniş kapsamlı bir formal sistem $\mathbb{F}$ için, $\mathbb{F}$'nin hem tam hem de tutarlı olamayacağını ileri sürer. Bu §2.1 ve §2.7'de bahsettiğimiz, Gödel'in ilk kez Königsberg toplantısında duyurduğu ünlü "tamamlanmamışlık teoremi" değil, akabinde Amerikalı mantıkçı J. Barkley Rosser (1936) tarafından elde edilen onun biraz daha güçlü bir versiyonudur.

Gödel'in ilk duyurduğu versiyon $\mathbb{F}$'nin hem tam hem de ω–*tutarlı* olamayacağını göstermeye karşılık geliyordu. Bahsi geçen ω–tutarlılığı koşulu, basit tutarlılıktan biraz daha güçlüdür. Bunun ne anlama geldiğini anlatmak için bazı gösterimlere başvuracağız. Formal bir $\mathbb{F}$ sisteminin notasyonunun bir parçası olarak da mantık işlemlerini gösteren bazı semboller olacak. Olumsuzlamayı gösteren "değil" sembolü "~" ile gösterilir. Dolayısıyla $\mathbb{Q}$ $\mathbb{F}$ kapsamında ifade edilebilen bir önermeyse ~$\mathbb{Q}$ sembolü "$\mathbb{Q}$ değil"i gösterir. *Evrensel niceleyici* adı verilen ve "her bir (doğal sayı)" ya da "bütün (doğal sayılar)" anlamına gelen bir sembol olmalıdır; bu da "∀" ile gösterilir. Eğer P(n) n doğal sayısına bağlı bir önermeyse (bu durumda P'ye *önerme fonksiyonu* denir), o halde sembollerin ∀n[P(n)] şeklindeki dizilimi "Bütün n doğal sayıları için P(n) doğru kalır." önermesi anlamına gelir. Böyle bir P(n)'ye verilebilecek özel bir örnek olarak "n üç tamsayının karelerinin toplamı olarak gösterilebilir." önermesini verirsek, bu durumda ∀n[P(n)] şu anlama gelir: "Her bir doğal sayı üç tamsayının karesinin toplamıdır." Nitekim bu yanlış olur (ancak "üç" yerine "dört" denseydi doğru olurdu). Bu sembolleri birçok farklı şekilde birleştirebiliriz; örneğin şu sembol dizisi

$$\sim\forall n[P(n)]$$

P(n)'nin bütün n doğal sayıları için geçerli olduğunun inkârını ya da reddini ifade eder.

Peki, ω–tutarlılığı koşulu neyi iddia eder? Eğer ~∀n[P(n)] $\mathbb{F}$'nin yöntemleriyle kanıtlanabiliyorsa, şu önermelerin

$$P(0), P(1), P(2), P(3), P(4),\ldots$$

hepsinin $\mathbb{F}$ kapsamında kanıtlanabiliyor *olmaması* gerekir. Bundan şu sonuç çıkar: Eğer $\mathbb{F}$ ω–tutarlı olmasaydı, bazı P'lerde P(0), P(1), P(2), P(3),... her birinin kanıtlanabildiği, buna rağmen önermenin aynı zamanda bunların hepsinin doğru *olmadığının da* kanıtlanabilir olduğunu ileri sürdüğü, aykırı bir duruma sahip olmamız gerekirdi! Güvenilir hiçbir formal sistemin bu tür bir şeyi kabul etmeyeceği açıktır. Eğer $\mathbb{F}$ doğruysa, o halde kesinlikle ω–tutarlıdır.

Bu kitapta "G(𝔽)" ve "Ω(𝔽)" gösterimlerini sırasıyla şu iddialar için kullanacağım: "𝔽 formal sistemi tutarlıdır" ve "𝔽 formal sistemi ω–tutarlıdır". Aslında (𝔽'nin yeterince geniş kapsamlı olduğu varsayıldığında) G(𝔽) ve Ω(𝔽) doğrudan 𝔽'nin işlemleri cinsinden formüle edilebilecek tümcelerdir. Gödel'in ünlü tamamlanmamışlık teoremi bize 𝔽'nin gerçekten tutarlı olması şartıyla, G(𝔽)'nin 𝔽'nin *bir teoremi olmadığını*, aynı şekilde Ω(𝔽)'nin de olmadığını söyler! Gödel teoreminin biraz daha güçlü bir versiyonu olan Rosser'in ulaştığı sonuç bize eğer 𝔽 tutarlıysa, ~G(𝔽)'nin de 𝔽'nin bir teoremi olmadığını söyler. Bu bölümün geri kalanında, her ne kadar tartışmanın genelinde her ikisi de eşit derecede iş görüyor olsa da, argümanlarımı Ω(𝔽)'yle değil, bize daha tanıdık gelen G(𝔽) cinsinden formüle edeceğim. (3. Bölümdeki daha açık argümanlarımın bazılarında yer yer özel "$C_k(k)$ durmaz" iddiası için "G(𝔽)" gösterimini kullanacağım; bu da çok ciddi bir gösterim hatası sayılmaz.)

Buradaki tartışmaların çoğunda tutarlılık ile ω–tutarlılık arasına net bir çizgi çekmekle uğraşmayacağım, ancak aslında §2.5'te sunduğum Gödel teoremi versiyonu esasen, eğer 𝔽 tutarlıysa, tam olamaz, G(𝔽)'nin bir teorem olduğu iddiasında bulunamaz iddiasını ileri sürendir. Bunu burada gösterme girişiminde bulunmayacağım (ancak *bkz.* Kleene 1952). Aslında Gödel argümanının bu biçiminin benim verdiğim argüman şekline indirgenebilir olması için, 𝔽'nin yalnızca "aritmetik ve basit mantık içermesinden" biraz daha fazlası gerekir. Bize gereken 𝔽'nin bir *Turing makinesinin* eylemlerini kapsamaya yetecek kadar geniş olmasıdır. Bu nedenle 𝔽 sisteminin sembolleri kullanılarak doğru biçimde formüle edilebilen önermeler şu biçimdeki önermeleri içermek zorundadır: "Falanca Turing makinesi n doğal sayısı üzerinde çalışırken p doğal sayısını üretir." Aslında bu, eğer 𝔽 basit aritmetik işlemlerine ek olarak (μ–işlemi denilen) şu işlemi kapsarsa durumun otomatik olarak buna dönüştüğü bir teoremdir (*krş.* Kleene 1952, 11. ve 13. Bölümler): "Falanca aritmetik özelliğe sahip en küçük doğal sayıyı bul." Verdiğimiz ilk hesaplama örneği olan **(A)**'da bizim işlemimizin de üç tamsayının karelerinin toplamı olmayan *en küçük* sayıyı bulduğunu hatırlayın. Hesaplamalara genel olarak bu tür şeyleri yaptırmak gerekir. Aslına bakılırsa *bu* aynı zamanda bizi **(B)** gibi, *dört* tamsayının karelerinin toplamı olmayan en küçük sayıyı bul-

mayı denediğimiz hesaplamalarla karşılaşma olasılığına götüren şeydir, ama böyle bir sayı yoktur.

2.9 Formal sistemler ve algoritmik kanıtlama

Gödel–Turing argümanında, size §2.5'te de verdiğim gibi, sadece "hesaplamalara" vurgu yaptım ve "formal sistemlere" herhangi bir gönderme yapmadım. Fakat bu iki kavram arasında çok yakın bir ilişki vardır. $\mathbb{F}$'nin kurallarının doğru uygulanıp uygulanmadığının *kontrolü* için algoritmik (diğer bir deyişle "hesaplamalı") bir F işleminin olma zorunluluğu bir formal sistemin sahip olduğu temel özelliklerden birisidir. Eğer bir önerme $\mathbb{F}$'nin kurallarına göre DOĞRU ise, F hesaplamamız bu gerçeği doğrulayacaktır. (F'nin yapabileceği, $\mathbb{F}$ sisteminin "alfabesine" ait olan sembol dizilimlerinin muhtemel bütün art arda gelişleri üzerinden, sıralamanın bütün adımları $\mathbb{F}$ sisteminin kurallarına göre izin verilebilir olacak şekilde, geçmek ve aranan P önermesiyle nihai dizilim olarak karşılaşıldığında başarılı bir biçimde durmak olacaktır.)

Tersinden, eğer E belirli matematiksel önermelerin doğruluğunu tespit etme amacıyla belirlenmiş *verili* bir hesaplamalı işlemse, E işlemi aracılığıyla elde edilebilen bütün doğruları etkili bir şekilde DOĞRU olarak ifade eden bir $\mathbb{E}$ formal sistemi kurabiliriz. Fakat buna küçük bir kayıt konması da gerekir: Formal bir sistemin normalde standart mantık işlemlerini kapsaması beklenirken, verili E işlemi bunları doğrudan bünyesine alabilecek kadar geniş olmayabilir. Eğer bize verilen E bu temel mantık işlemlerini kapsamıyorsa, o halde $\mathbb{E}$'nin kurulumunda bu mantık işlemlerini E'ye eklemek ve böylece $\mathbb{E}$'nin DOĞRU önermelerinin sadece E işlemi tarafından doğrudan elde edilebilen önermeler olmakla kalmayıp aynı zamanda bu önermelerin temel mantıksal sonuçları olan önermeler olmalarını sağlamak uygun olur. Bu koşullar altında $\mathbb{E}$, E'nin tam anlamıyla eşdeğeri olmaz ama ondan da güçlü olur.

(Bu mantık işlemleri şu tarz şeylerdir: "Eğer P&Q ise P"; "Eğer P ve P $\Rightarrow$ Q ise Q", "Eğer $\forall x$[P(x)] ise P(n)"; "Eğer $\sim \forall x$[P(x)] ise $\exists x$[$\sim$ P(x)]" vs. Burada "&", "$\Rightarrow$", "$\forall$", "$\exists$", "$\sim$" sembolleri sırasıyla "ve", "demektir", bütün [doğal sayılar] için", "[bir doğal sayı] vardır", "değil" anlamına gelir; böyle birkaç sembol daha olabilir.)

E'den $\mathbb{E}$'yi oluşturmak için, yalnızca mantıksal çıkarımın ilkel kurallarını ifade eden çok temel (ve açıkça tutarlı) bir $\mathbb{L}$ formal sisteminden (tam da bunu yapan ve *yüklemler hesabı* (Kleene 1952) olarak bilinen sistem gibi) başlayabiliriz ve *E*'yi $\mathbb{L}$'ye ek işlem aksiyomları ve kuralları biçiminde katarak ve bu yolla *E* işlemi onu her edindiğinde P önermesinin DOĞRU olduğunu kabul ederek $\mathbb{E}$ 'yi inşa ederiz. Elbette bunun pratik olarak yapılması kolay olmayabilir. Eğer *E* sadece bir Turing makinesi belirlemesiyse, bu durumda *E*'nin kendisini ek bir aksiyom olarak ekleyebilmemiz için önce, gereken bütün Turing makinesi gösterimleri ve işlemlerini onun alfabesinin ve işlem kurallarının bir parçası olarak $\mathbb{L}$'ye katmamız gerekebilir. (*Bkz.* §2.8'in sonu; bütün ayrıntılar içinse *bkz.* Kleene 1952)

Bu yolla kurduğumuz $\mathbb{E}$ sisteminin ($\mathbb{L}$'nin ilkel mantık kurallarının verili *E* işleminin bir parçası olarak muhakkak temsil edilmesinin gerekmediği koşullarda) doğrudan *E* tarafından elde edilebilenler dışında da DOĞRU önermeler içerebilmesi, buradaki amaçlarımız açısından bir önem taşımaz. §2.5'te matematikçilerin hesaplamaların durmadığını doğrulamak için ulaşabilecekleri (bilinen ya da bilinebilir) bütün işlemleri içerme iddiasında olan farazi bir *A* algoritmasıyla ilgiliydik. Böyle bir algoritmanın, başka şeylerin yanı sıra, basit mantıksal çıkarımın bütün temel işlemlerini kesinlikle kapsaması *gerekir*. Bu yüzden bundan sonraki tartışmalarda *A*'nın böyle şeyleri içerdiğini varsayacağım.

Argümanımın amaçları gereği, bu yüzden, algoritmalar (diğer bir ifadeyle hesaplamalı işlemler) ve formal sistemler matematiksel doğrulara ulaşma işlemleriyle temelde *eşdeğerdir*. Bu nedenle §2.5'te aktardığım argüman yalnızca hesaplamalar cinsinden tanımlanmış olsa da, bu argüman aynı zamanda genel formal sistemlerle de ilgilidir. Argümanın bütün hesaplamaların (Turing makinesi eylemlerinin) $C_q(n)$ biçimindeki sıralanmasına gönderme yaptığını hatırlayın. Bu yüzden argümanın tüm ayrıntılarıyla bir $\mathbb{F}$ formal sistemine uygulanabilmesi için, $\mathbb{F}$'nin bütün Turing makinelerinin eylemlerini içermeye yetecek kadar geniş olması gerekir. Belirli bazı hesaplamaların durmadığını tespit etmeye yarayan *A* algoritmik işlemi bu halde $\mathbb{F}$'nin kuralları içerisine katılabilir ve böylece durmama özelliklerinin $\mathbb{F}$ kullanılarak DOĞRU olduğu

saptanabilen hesaplamalar, durmama özellikleri *A* kullanılarak doğrulanabilen bütün hesaplamalarla özdeş olabilir.

Gödel'in özgün Königsberg argümanı benim §2.5'te sunduğum argümanla nasıl ilişkilenmektedir? Burada ayrıntıları vermeyecek, sadece asıl bileşenlere dikkat çekeceğim. Benim *A* algoritmik işlemim Gödel'in özgün teoremindeki $\mathbb{F}$ formal sisteminin rolünü oynamaktadır:

A algoritması ↔ $\mathbb{F}$'nin kuralları

§2.5'te elde edilen ve *A* işlemi tarafından erişilemez olan ama *A*'nın doğru olduğuna inanıldığı sürece doğru olarak görülen "$C_k(k)$ durmaz" önermesi, Gödel'in Königsberg'te sunduğu ve aslında $\mathbb{F}$'nin tutarlı olduğunu söyleyen G($\mathbb{F}$) önermesinin rolünü oynar:

$C_k(k)$ durmaz ifadesi ↔ $\mathbb{F}$ tutarlıdır iddiası

Belki bu *A* gibi bir işlemin doğruluğuna olan inancın bizi nasıl özgün işlemin kapsamı dışında kalan ama doğruluğuna *yine* inanmak zorunda olduğumuz başka bir işleme götürebileceğini anlamamıza yardım eder. Çünkü bir $\mathbb{F}$ formal sisteminin işlemlerinin doğru olduğuna (başka bir ifadeyle bizi yalnızca gerçek matematiksel doğrulara ulaştırdığına, yanlışlıklara sürüklemediğine, dolayısıyla eğer bir P önermesinin DOĞRU olduğu sonucu çıkmışsa, onun gerçekten *doğru olduğuna*) inanıyorsak, o halde $\mathbb{F}$'nin de ω–tutarlı olduğuna inanmak zorundayız. Eğer (herhangi bir doğru formal sistem $\mathbb{F}$'de olacağı gibi) "DOĞRU" "doğru" anlamına ve "YANLIŞ" "yanlış" anlamına geliyorsa, o halde kesinlikle:

Eğer P(n)'nin bütün n doğal sayıları için geçerli olduğu YANLIŞ ise, P(0), P(1), P(2), P(3), P(4),...'ün hepsi DOĞRU olamaz.

Zaten ω–tutarlılığı da bize tam olarak bunu söyler.

$\mathbb{F}$'nin doğruluğuna olan inanç yalnızca onun ω–tutarlılığına olan inancı gerektirmekle kalmaz, onun tutarlılığına inanmayı da gerektirir. Çünkü "DOĞRU" "doğru" anlamına ve "YANLIŞ" "yanlış" anlamına geliyorsa, o halde kesinlikle:

Hiçbir P hem DOĞRU hem de YANLIŞ olamaz.

Zaten tutarlılık da bize tam olarak bunu söyler. Aslında birçok sistemde tutarlılık ile ω–tutarlılığı arasındaki ayrım ortadan kalkar. Bu bölümde bundan sonra söylenecekleri basitleştirme amacıyla genel olarak bu iki tutarlılık türü arasında bir ayrım yapmayacağım ve normalde şeyleri yalnızca "tutarlılık" cinsinden tanımlayacağım. Gödel ve Rosser'in bize gösterdiği (yeterince geniş kapsamlı) bir formal sistemin tutarlılığının, formal sistemin kendi başına saptayabilme gücünün ötesinde yer alan bir şey olduğudur. Gödel'in daha önceki (Königsberg) teoremi ω–tutarlılığına dayalıydı, fakat sonraki bize daha tanıdık gelen sonuç yalnızca sıradan tutarlılığa atıfta bulunuyordu.

Gödel'in argümanının bizim amaçlarımız yönünden önemi, bize doğru olduğuna inandığımız hesaplama kurallarının verili kümesinin ötesine nasıl geçileceğini göstermesi ve yine doğru olduğuna inanmak zorunda olduğumuz kuralların kapsamına almadığı daha ileri bir kuralı, kısacası özgün kuralların *tutarlılığını* savlayan kuralı nasıl elde edeceğimizi göstermesidir. Bizim amaçlarımız açısından asıl nokta budur:

Doğruluğa olan inanç *tutarlılığa* olan inanç demektir.

Bir $\mathbb{F}$ formal sistemin aynı zamanda tutarlılığına inanmadığımız müddetçe, bu formal sisteminin kurallarını kullanmaya ve buradan ulaştığımız sonuçların gerçekten *doğru* olduğuna inanmaya da hakkımız yoktur. (Örneğin $\mathbb{F}$ tutarsız olsaydı, aslında doğru olmadığı kesin olan "1 = 2" ifadesinin DOĞRU olduğu sonucunu çıkarabilirdik!) Bu yüzden eğer bir $\mathbb{F}$ formal sistemi kullanırken gerçekten matematik yaptığımıza inanıyorsak, o halde $\mathbb{F}$ sisteminin, bu $\mathbb{F}$ sistemi *her ne olursa olsun*, sınırlamalarının ötesine geçen uslamlamayı da kabul etmeye de hazır olmalıyız.

2.10 $\mathscr{G}$'ye yöneltilebilecek daha başka teknik itirazlar

Gödel–Turing argümanının benim kullandığım türüne zaman zaman yöneltilmiş olan çeşitli matematiksel itirazları ele almaya devam edelim. Bu itirazların birçoğu birbiriyle bağlantılıdır, ama bunları ayrı ayrı ele almanın faydalı olacağını düşünüyorum.

Q10. Matematiksel doğruluk mutlak mıdır? Sonsuz kümeler hakkındaki ifadelerin mutlak doğruluğuyla ilgili farklı görüşlerin olduğunu gördük. Örneğin DOĞRULUK gibi açık bir biçimde tanımlanmış bir kavrama değil de, "matematiksel doğruluk" gibi belirsiz bir kavrama dayanan argümanlarımıza güvenebilir miyiz?

Genel küme kuramıyla ilgili bir $\mathbb{F}$ formal sistemini ele alırken kümelerin "doğru" ya da "yanlış" olması hakkında bir ifadenin mutlak bir anlam taşıması, gerçekten de her zaman açık ve anlaşılır olmayabilir ve $\mathbb{F}$ gibi bir formal sistemde "doğruluk" kavramının kullanılmasının yerinde olup olmadığı sorgulanabilir. Bu tür bir sorun yaratan ünlü bir örnek, Gödel (1940) ve Cohen (1966) tarafından kanıtlanan bir sonuçta karşımıza çıkar. Gödel ve Cohen *Seçme Beliti* ve Cantor'un *Süreklilik Hipotezi* olarak bilinen matematik savlarının kümeler kuramındaki Zermelo–Fraenkel aksiyomlarından (bundan böyle $\mathbb{ZF}$ ile göstereceğim bir standart formal sistem) bağımsız olduğunu gösterdiler. (Seçme aksiyomu, boş olmayan her bir küme koleksiyonu için, koleksiyonun her bir üyesinden tam olarak bir öğe içeren bir başka kümenin var olduğunu savlar.[39] Cantor'un süreklilik hipotezi doğal sayıların alt kümelerinin sayısının (bu *gerçel* sayıların sayısıyla aynı şeydir) doğal sayıların sayısından sonra gelen en büyük sonsuzluk olduğunu savlar.[40] Okurların bu aşamada bu iddiaların anlamlarını

[39] Bu son derece "açık" bir şeymiş ve matematikçiler arasında tartışma konusu olacak bir şey değilmiş gibi görünebilir! Fakat büyük sonsuz kümelerin "varlığı" düşüncesi problem yaratmaktadır (örneğin *bkz.* Smorynski 1975, Rucker 1984, Moore 1990). Bu tarz konularda çok dikkatli olunması gerektiğini Russell paradoksu örneğinde gördük. Bir yaklaşıma göre bir kümenin var olduğu, en azından hangi şeylerin küme içerisinde olacağını, hangilerinin olmayacağını belirleyecek net bir *kural* (bunun hesaplanabilir bir kural olması şart değildir) olmadıkça zorunlu olarak düşünülemez. Seçme aksiyomunun bize *söylemediği* tam da budur, çünkü koleksiyonun her bir üyesinden *hangi* elemanın alınacağının belirlenmesi için verilmiş bir kural yoktur. (Seçme aksiyomunun bazı sonuçları hiç sezgisel değildir ve neredeyse paradoksaldır. Tartışma konusu olmasının nedenlerinden biri de belki budur. Ben bile bu konuda hangi fikre sahip olduğumdan *emin değilim*!)

[40] 1996 yılında yayımlanan bu kitabın son bölümünde Cohen süreklilik hipotezinin $\mathbb{ZF}$ işlemlerine göre KARAR VERİLEMEZ olduğunu göstermiş olmasına rağmen, gerçekten *doğru* olup olmadığı sorusuna hiç girmediğini belirtmiş ve bu sorunun yanıtı için *karar vermeye* nasıl başlanabileceğini tartışmıştır! Bu onun süreklilik hipotezinin kabul edilip edilmemesinin tamamen keyfi bir konu olduğu görüşünü *savunmadığını* göstermektedir. Bu Gödel–Cohen sonuçlarının işaret ettikleri hak-

anlaması gerekli değildir. Benim de $\mathbb{ZF}$ işleminin aksiyomları ve kurallarının ayrıntılarına girmem gerekli değildir.) Kimi matematikçiler $\mathbb{ZF}$'nin olağan matematikte ihtiyaç duyulan matematiksel uslamlamanın hepsini kapsadığını iddia ederler. Hatta kimileri kabul edilebilir bir matematiksel argümanın, tam da ilkesel olarak $\mathbb{ZF}$ kapsamında formüle edilebilen ve kanıtlanabilen argüman olduğunu ileri sürer. (Gödel argümanının böylelerince nasıl uygulandığının değerlendirilmesi için Q14 başlığı altındaki tartışmaya bakınız.) Bu matematikçiler bu yüzden $\mathbb{ZF}$'ye göre sırasıyla DOĞRU, YANLIŞ ve KARAR VERİLEMEZ nitelikteki matematiksel önermelerin, tam da, ilkesel olarak, doğru olduğu matematiksel olarak saptanmış, yanlış olduğu matematiksel olarak saptanmış ve matematiksel olarak karar verilemez olan önermeler olduğunu iddia ederler. Bu kişilere göre seçme aksiyomu ve süreklilik hipotezi matematiksel olarak karar verilemez niteliktedir (onların iddiasına göre Gödel–Cohen sonucu da buna işaret etmektedir) ve onlar bu iki matematiksel iddianın doğruluğu ya da yanlışlığının tamamen konvansiyonel bir konu olduğunu dahi savunabilirler.

Matematiksel doğruluğun mutlak doğasında görüldüğü söylenen bu tarz belirsizlikler bizim Gödel–Turing argümanından yaptığımız çıkarımları etkiler mi? Hiç etkilemez; çünkü biz burada, seçme aksiyomu ve süreklilik hipotezi gibi oluşturulmuş olmayan tarzda sonsuz kümelerle ilişkili olan problemlere kıyasla çok daha sınırlı bir doğaya sahip bir matematiksel problemler sınıfıyla ilgileniyoruz. Burada sadece şu biçimdeki önermelerle ilgileniyoruz:

"Falanca bir hesaplama asla sonlanmaz."

Ve burada ilgilenilen hesaplamalar Turing makinesi eylemleriyle tam olarak belirtilebilir niteliktedir. Bu tarz önermeler mantıkçılar tarafından teknik dilde Π_1*–tümceleri* (ya da daha doğrusu Π^0_1–tümceleri) olarak adlandırılır. Bir $\mathbb{F}$ formal sisteminde G($\mathbb{F}$

kında sıklıkla ifade edilen bir görüş olan, matematik açısından eşit derecede "geçerli" çok sayıda "alternatif küme kuramı" olduğu görüşüne aykırıdır. Düştüğü bu kayıtla Cohen, matematiksel doğruluk meselesini rastlantısal değil, *mutlak* olarak değerlendirmesi itibariyle kendisinin de Gödel gibi gerçek bir Platoncu olduğunu ifşa eder. Bu benim görüşlerimle çok uyumlu bir pozisyondur, *krş.* §8.7.

) bir Π_1–tümcesidir, ama $\Omega(\mathbb{F})$ değildir (*bkz.* §2.8). Bir Π_1–tümcesinin doğru/yanlış doğasının oluşturulmuş olmayan şekilde sonsuz kümelerle ilişkili sorulara bağlanırken hangi yaklaşımın seçildiğinden bağımsız olarak seçme aksiyomu ve süreklilik hipotezinde olduğu gibi *mutlak* bir mesele olduğu konusunda biraz makul şüphe var gibi görünüyor. (Öte yandan birazdan göreceğimiz gibi Π_1–tümcelerinin ikna edici kanıtlamalarını sağladığı kabul edilen uslamlama türü de kişinin oluşturulmuş olmayan şekilde sonsuz kümelere ilişkin yaklaşımına dayalı olabilir; *krş.* ilerideki **Q11**.) Kimi sezgicilerin aldığı aşırı uç pozisyon haricinde (*krş.* **Q9**'a yanıt), bu tarz önermelerin doğruluğunun mutlak doğası hususunda akla yatan tek yönün şu olabileceği anlaşılıyor: Bazı sonlanan hesaplamalar öyle aşırı uzun bir süre alabiliyor ki ihtimal dahilinde tamamlanabilmesi pratikte diyelim ki evrenin tüm tarihi boyunca mümkün olamıyor ya da belki hesaplamanın kendisinin ifade edilmesi o kadar çok sembol alabiliyor ki (sonlu olsa da) bunların belirtilmesi hiçbir şekilde yazılı hale dökülemiyor. Öte yandan bu konular yukarıdaki **Q8**'le ilgili tartışmada ayrıntılarıyla analiz edilmişti ve biz ulaştığımız temel $\mathcal{G}$ sonucunun bundan etkilenmediğini görmüştük. Ayrıca yukarıdaki **Q9**'la ilgili tartışmada sezgici pozisyonunun kendisini $\mathcal{G}$ sonucundan kurtaramadığını da hatırlatalım.

Ek bir nokta olarak, benim Gödel–Turing argümanı için ihtiyaç duyduğum matematiksel doğruluk kavramı, aslında herhangi bir $\mathbb{F}$ formal sistemindeki DOĞRU, YANLIŞ ve KARAR VERİLEMEZ kavramlarından daha az iyi tanımlanmış değildir. Daha öncesinde söylediğimiz gibi (§2.9) $\mathbb{F}$'ye eşdeğer olan bir *F algoritmasının* olduğunu hatırlayalım. Eğer *F* ($\mathbb{F}$'nin dilinde ifade edilebilen) bir P önermesiyle sunulmuşsa, bu algoritma tam da P $\mathbb{F}$'nin kurallarına göre kanıtlanabilir olduğunda, başka bir ifadeyle P DOĞRU olduğunda başarılı bir şekilde son bulur. Benzer şekilde, tam da eğer ~P ile sunulduğunda *F* başarılı bir şekilde son buluyorsa P YANLIŞ'tır ve yine tam olarak bu iki hesaplamanın ikisi de sonlanmadığında P KARAR VERİLEMEZ'dir. Bir P matematiksel önermesinin DOĞRU, YANLIŞ ya da KARAR VERİLEMEZ olup olmaması meselesi, Gödel–Turing tipi argümanlarda gereken tek şey olan sonlanan ya da sonlanmayan hesaplamaların gerçek doğruluğu

(başka bir ifadeyle belirli bazı Π_1–tümcelerinin yanlışlığı ya da doğruluğu) sorunuyla tam olarak aynı karakterdedir.

Q11. Sonsuz kümeler kuramı kullanılarak kanıtlanabilecek belirli bazı Π_1–tümceleri vardır, ama standart "sonlu" yöntemlerin kullanıldığını bildiğimiz kanıtlar yoktur. Bu matematikçilerin bu kadar iyi tanımlanmış sorulara bile yanıt verme biçimlerinin gerçekten de öznel olabildiği anlamına gelmez mi? Kümeler kuramına ilişkin farklı inançlara sahip farklı matematikçiler Π_1–tümcelerinin matematiksel doğruluğunu değerlendirmede eşdeğer olmayan ölçütlere sahip olabilir.

Bu benim Gödel(–Turing) argümanından yaptığım çıkarımlar açısından önemli bir nokta olabilir ve belki de bu konuya KYU'daki kısa tartışmada yeterince ağırlık vermemiş olabilirim. İlginç olan şu ki **Q11** itirazına benden başka önem veren yokmuş gibi görünüyor; en azından dikkatimi bu konuya çeken hiç kimse olmadı! Ben hem burada hem de KYU'da (s:417, 418) Gödel (–Turing) argümanını "matematikçilerin" ya da "matematik camiasının" us ya da sezgi yoluyla doğrulayabildikleri şeyler cinsinden anlattım. Meseleyi belirli *bir* bireyin kendi us ya da sezgisini kullanması yoluyla doğrulayabildikleri cinsinden değil de, bu söylediğim şekliyle ortaya koymak bize Lucas'ın (1961) ileri sürdüğü Gödel argümanı versiyonuna sıklıkla getirilen bazı itirazlardan kurtulma avantajını sağladı. Çeşitli kişiler[41] buna örneğin "Lucas'ın kendisinin" kendi algoritmasını bilmiyor olabileceği itirazını getirdi. (Hatta bu kişilerden bazıları, görünüşe göre benim argümanımı bu "kişisel" biçimde hiç de ifade etmemiş olmam gerçeğinden bihaber tarzda, benim sunumuma da aynı türden eleştiriler getirdiler.[42]) "Matematikçilerin" ya da "matematik camiasının" kullanabildiği uslamlamaya ve sezgilere başvurmanın avantajı, bizim matematiksel gerçekliği ya da doğruluğu farklı bireylerin, her biri kendi bilinemez kişisel algoritması uyarınca farklı biçimlerde algılayabileceği varsayımından sıyrılmamızı sağlamasıdır. Belirli bir bireyin kavrayışına oranla, tüm bir matematik camianın ortak kav-

[41] Örneğin *bkz.* Hofstadter (1981), Bowie (1982).

[42] Örneğin *bkz. Behavioral and Brain Sciences*, 13 (1990), 643–705'te yer alan çeşitli yorumlar.

rayışının bilinemez bir algoritmanın sonucu olabileceğini kabul etmek çok daha zordur. Q11'in ileri sürdüğü husus, bu herkesçe paylaşılan anlama becerisinin benim kabul ettiğim kadar evrensel ve kişiler üstü olmayabileceğidir.

Q11'de sözü edilen türde önermelerin *olduğu* da doğrudur. Diğer bir deyişle bilinen tek kanıtları sonsuz kümeler kuramının uygun şekilde kullanılmasına bağlı olan Π_1–tümceleri vardır. Böyle bir Π_1–tümcesi, $\mathbb{F}$ formal sisteminin varlıkları tartışma konusu olan büyük sonsuz kümelerin manipüle edilmesini içerdiği koşullarda "$\mathbb{F}$'nin aksiyomları tutarlıdır" gibi bir önermenin aritmetik kodlamasından doğabilir. Uygun bir devasa büyüklükte oluşturulmuş olmayan bazı **S** kümelerinin *varlığının* gerçek olduğuna inanan bir matematikçi $\mathbb{F}$'nin gerçekte tutarlı olduğu sonucu varırken, **S**'ye inanmayan başka bir matematikçi $\mathbb{F}$'nin tutarlılığına böyle bir inanç besleme ihtiyacı duymaz. Bu nedenle duran ya da durmayan Turing makinesi eylemlerinin (başka bir deyişle Π_1–tümcelerinin yanlışlığı ya da doğruluğu) iyi tanımlanmış bir konu olmasına gösterilen dikkatin sınırlanması bile bize, diyelim ki oluşturulmuş olmayan geniş bir sonsuz küme **S**'nin varlığı gibi *inançların* öznelliğini göz ardı etme iznini vermez. Eğer matematikçiler belirli Π_1–tümcelerinin doğruluğunu tayin etmek için *eşdeğer olmayan* "kişisel algoritmalar" kullanırlarsa, o halde benim "matematikçilere" ya da "matematik camiasına" gönderme yapmamın adil olmadığı düşünülebilir.

Aslına bakılırsa ben de bunun bir dereceye kadar adil olmadığını düşünüyorum ve okur eğer bu yönde bir eğilime sahipse $\mathcal{G}$'yi yeniden şu şekilde yorumlamayı tercih edebilir:

$\mathcal{G}^*$ Hiçbir matematikçi birey matematiksel doğruluğu, sadece kendisinin doğru olduğunu bildiği bir algoritma aracılığıyla ortaya çıkarmaz.

Durum bu biçimde sunulduğunda benim ilettiğim argümanlar yine geçerli olacak, ancak bunlardan sonradan iletilenlerden bazıları kuvvetlerinin önemli bir bölümünü kaybedecektir. Dahası $\mathcal{G}^*$ versiyonuyla argüman, bize yardımcı olmadığına inandığım bir yönde; hepimizin eylemlerinin temelinde yatan ilkelerden ziyade, bireylerin eylemlerini yöneten özel mekanizmalarla daha fazla il-

gilenilen bir yönde ilerleyecektir. Bir matematiksel probleme tek tek matematikçi bireylerin nasıl farklı şekillerde yaklaşabilecekleri konusuyla bu aşamada pek fazla ilgilenmiyorum; ilgimi daha çok bizim anlama süreçlerimizdeki ve matematiksel kavrayışımızdaki *evrensel* olanın ne olduğuna yöneltmiş durumdayım.

Şimdi $\mathcal{G}^*$ versiyonuna *gerçekten* mecbur muyuz, bunu anlamaya çalışalım. Matematikçilerin değerlendirmeleri gerçekten belirli bir Π_1–tümcesinin doğru olduğunun saptanıp saptanmadığında *ilkesel olarak* görüş ayrılığı yaşayabilecekleri kadar öznel mi? (Elbette Π_1–tümcesinin doğruluğunu saptayan argüman basitçe şu veya bu matematikçinin takip edemeyeceği derecede, aşırı uzun ya da karmaşık olabilir (*krş.* Q12); dolayısıyla matematikçiler *pratik olarak* elbette birbirlerinden ayrışabilirler. Fakat burada tartışılan konu bu değildir. Burada yalnızca *ilke* düzeyindeki konularla ilgiliyiz.) Aslında matematiksel kanıtlama, uyandırdığı izlenim kadar da öznel değildir. Farklı matematikçilerin temel meselelerle ilgili değiştirilemez şekilde doğru olduğunu düşündükleri, birbirinden farklı görüşler ileri sürebilmeleri gerçeğine rağmen, konu açıkça tanımlanmış belirli Π_1–tümcelerinin kanıtlanması ya da çürütülmesine geldiğinde, bu noktada görüş ayrılıkları yaşama eğiliminde değildirler. Aslına bakılırsa eğer ilerlenmek için elde kalan tek yol tartışmalı bir S sonsuz kümesinin varlığıysa, bir $\mathbb{F}$ sisteminin tutarlılığını ifade eden özel bir Π_1–tümcesi normalde kabul edilebilir şekilde kanıtlanmış olarak görülmez. Aslında kanıtlanmış olanın daha kabul edilebilir bir formülasyonu şu olabilir: "Eğer S var ise, $\mathbb{F}$ tutarlıdır ve bu durumda verilmiş olan Π_1–tümcesi doğrudur."

Yine de kuraldışı durumlar mümkündür; bir matematikçi oluşturulmuş olmayan sonsuz küme S'nin "açıkça" var olduğu (ya da en azından, var olduğu varsayımının bizi hiçbir biçimde çelişkiye sürüklemeyeceği) yaklaşımını savunurken, başka bir matematikçi buna inanmıyor olabilir. Bazen böyle *temel* konulara yaklaşırken matematikçiler çözümsüz tartışmalara girmiş gibi görünürler. İlkesel olarak bu onların kanıtlamalarını, Π_1–tümceleri söz konusu olduğunda bile, inandırıcı biçimde birbirlerine iletemez hale düşmelerine yol açabilir. Belki de matematikçiler gerçekten de, oluşturulmuş olmayan sonsuz kümelerle bağlantılı önermelerin

doğruluğu konusunda özsel olarak farklı kavrayışlara sahiptirler. Sık sık böyle farklı kavrayışlara sahip oldukları *iddiasında* bulundukları da bir gerçektir. Fakat ben bu tarz farklılıkların temelde, farklı matematikçilerin basit matematiksel önermelerin doğruluğu söz konusu olduğunda taşıyabildiği *beklentilerdeki* farklılıklarla benzer olduğu düşüncesindeyim. Bu beklentiler yalnızca geçici fikirlerdir. İkna edici bir kanıtlama ya da çürütme bulunmadığı müddetçe, matematikçiler ne bekledikleri ya da neyin doğru olduğu *tahminleri* konusunda kendi aralarında aynı görüşte olmayabilirler; ancak matematikçilerden birinin böyle bir kanıtlamaya sahip olması (ilkesel olarak) diğerlerinin de ikna olmasını sağlar. Temel meselelere bakıldığında böylesi kanıtlamaların olmadığı görülür. İkna edici kanıtlamalar hiç bulunmayacak da olabilir. Belki de böylesi kanıtlamalar var olmadığı için *bulunamamaktadırlar* ve bu temel meselelerde gerçekten de eşit derecede geçerli değişik bakış açıları *vardır*.

Fakat tüm bunlarla bağlantılı olarak Π_1–tümceleriyle ilgili bir noktanın daha vurgulanması gerekir. Bir matematikçinin *hatalı* bir bakış açısına sahip olması (bu ifadeyle Π_1–tümcelerinin geçerliliğiyle ilgili olarak doğru olmayan sonuçlar çıkarılmasına izin veren bir bakış açısını kastediyorum) bizi şu an için *ilgilendirmemektedir*. Matematikçilerin gerçeklere dönük yanlış "sezgiler" (özellikle de *hatalı algoritmalar*) kullanması ihtimal dahilindedir, ancak bu $\mathcal{G}$'le *uyumlu* olacağı için şu anki alt başlıkla ilişkili değildir. Bu olasılığa burada değil, §3.4'te ayrıntılı olarak yer verilecektir. Bu yüzden burada konu, farklı matematikçilerin *tutarsız* bakış açılarına sahip olup olamayacağı değil, bir bakış açısının ilkesel olarak bir diğerinden *daha güçlü* olup olamayacağıdır. Her bir bakış açısı Π_1–tümcelerinin doğruluğu açısından işaret ettikleri yönünden mükemmel biçimde doğru olabilir; ancak bu bakış açılarından biri ilkesel olarak destekçilerinin bazı hesaplamaların sonlanmayacağını doğrulamasını sağlayabiliyorken daha az güçlü bakış açıları bu olanağı sunmaz. Bu yüzden farklı matematikçiler esasen farklı sezgi derecelerine sahip olabilirler.

Ben bu olasılığın benim özgün $\mathcal{G}$ formülasyonuma herhangi bir ciddi tehdit oluşturduğunu düşünmüyorum. Matematikçilerin sonsuz kümeler konusunda belli bir mantık çerçevesinde bağ-

lı kalabildikleri farklı bakış açıları olabilse de, bunların toplam sayısı *o kadar da* çok değildir, muhtemelen dört ya da beşi geçmez. Farklılık oluşturan tek konu seçme aksiyomu gibi şeylerdir (**Ω10**'da ele alınmıştır), bunu da çoğu "bariz" bir şey olarak değerlendirirken, diğerleri işin içine oluşturulmamışlık karıştığını kabul etmeyi reddeder. İlginçtir ki, seçme aksiyomu konusuna bu farklı bakış açıları kendi başlarına bizi geçerliliği tartışılan bir Π_1–tümcesine doğrudan *götürmezler*. Çünkü seçme aksiyomu "doğru" olarak kabul edilse de edilmese de, bu aksiyom (**Ω10**'da bahsi geçen) Gödel–Cohen teoreminin gösterdiği üzere standart $\mathbb{ZF}$ aksiyomlarıyla bir tutarsızlığa yol açmaz. Fakat bilinen teoremleri olmayan *başka* bazı tartışmalı aksiyomlar olabilir. Ancak genellikle konu küme–kuramsal bir aksiyomun (buna Q aksiyomu diyelim) kabul edilip edilmemesi olduğunda matematikçilerin önermeleri şu biçimi alır: "Q aksiyomu varsayıldığında şu sonuç çıkar..." Bu aralarında bir tartışma konusu olmaz. Seçme aksiyomu genellikle varsayıldığı belirtilmeksizin kullanıldığı için bir kuraldışı durum gibi gözüküyor; ancak bu, $\mathcal{G}$'de dikkatimizi Π_1–tümceleriyle sınırlamamız şartıyla, benim $\mathcal{G}$ için verdiğim genel kişiler üstü formülasyona herhangi bir karşıtlık içermiyor:

$\mathcal{G}^{**}$ İnsan matematikçiler Π_1–tümcelerinin doğruluğunu tayin etmek için bilinebilir doğrulukta bir algoritma kullanmıyorlar.

Kimilerince "bariz" görülüp kimilerince sorgulanan, tartışmalı başka aksiyomlar var mı? Açık bir biçimde varsayımlar olarak hesaba katılmamış küme–kuramsal varsayımlar içeren esasen 10 farklı bakış açısının olduğunu söylemek bence çok büyük bir abartma olur. Bunun daha küçük bir sayı olduğunu hepimiz teslim edelim ve çıkan anlamları sorgulayalım. Bu muhtemelen yaklaşık 10'a ulaşacak kadar çok sayıda esasen farklı matematikçi sınıfının olduğu ve bunların her birinin "açık bir biçimde" geçerli olduğunu kabul etmeye hazır olduğu sonsuz kümelerle ilgili uslamlama türleri yönünden farklı sınıflara ayrıldığı anlamına gelir. Bunlara n–sınıfı matematikçiler diyebiliriz; n sadece belli birkaç değer arasında değişkenlik gösterir ve bu yaklaşık olarak 10'u geçmez. (Sınıf ne kadar yüksekse, matematikçinin bakış açısı o

kadar güçlü olur.) Bu durumda $\mathcal{G}^{**}$ yerine şuna ulaşmış durumdayız:

$\mathcal{G}^{***}$ Her bir n için (n sadece birkaç değer alabilir), n–sınıfı insan matematikçiler Π_1–tümcelerinin doğruluğunu yalnızca doğru olduğunu bildikleri bir algoritma aracılığıyla ortaya çıkarmaz.

Bu sonuç Gödel(–Turing) argümanı her bir sınıfa ayrı biçimde uygulanabildiği için çıkmaktadır. (Gödel argümanın kendisinin matematikçiler arasında bir tartışma konusu olmadığına açıklık getirilmelidir; dolayısıyla farazi n–sınıfı algoritmasının doğruluğu n–sınıfı bir matematikçi tarafından biliniyor olsaydı, argüman bir çelişki arz ederdi.) Bu yüzden $\mathcal{G}$'de olduğu gibi, sorun her bir algoritma her bir bireye özel olmak üzere, çok büyük sayıda bilinemez şekilde doğru algoritmanın olması değildir. Onun yerine, hükümsüz kıldığımız şey, çok az sayıda eşdeğer olmayan ve bilinemez şekilde doğru, her biri gücüne göre sınıflandırılmış ve farklı "düşünce okulları" sağlayan algoritmanın olabilmesidir. $\mathcal{G}^{***}$ versiyonu bundan sonraki tartışmalarımızda $\mathcal{G}$ ya da $\mathcal{G}^{**}$'dan büyük bir farklılık taşımayacaktır ve ben de basitlik amacıyla bunlar arasında bir ayrım yapmayacak ve tümüne birden $\mathcal{G}$ diyeceğim.

Q12. Matematikçiler *ilkesel olarak* çeşitli bakış açılarına sahip olduklarını iddia etmelerine rağmen, *pratikte* bir argümanı anlama becerileri yönünden kendi içlerinde çok büyük farklılıklar göstermezler mi? Keza, matematiksel keşifler yapmalarını sağlayan sezgileri yönünden de çok büyük farklılıklar yok mudur?

Bunlar elbette doğrudur, ama aslında tartışılan konuyla ilgisizdir. Ben bir matematikçinin *pratikte* anlayabileceği belirli bazı argümanların ayrıntısının peşinde değilim. Bir matematikçinin hangi argümanları pratikte *keşfedebileceği* ya da bu tarz keşifleri yapmasını olanaklı kılan sezgi ve esinlenmelerin neler olabileceği konusuyla bundan da az ilgilenmekteyim. Buradaki soru sadece hangi tür argümanların ilkesel olarak matematikçiler tarafından geçerli olarak algılanabildiğidir.

Artık bundan sonraki tartışmalarımızda "ilkesel olarak" nitelendirmesi üzerinde düşünülerek kullanılmaktadır. Karşılaşılan durumun şöyle olduğunu varsayalım: Bir matematikçi bir Π_1–tümcesinin bir kanıtlama ya da çürütmesine sahip; diğer matematikçilerin kanıtlamanın geçerliliğine ilişkin taşıdığı uyuşmazlık ancak matematikçiler muhtemelen uzun ve zorlu bir uslamlama zincirini belli bir kavrayış ve kesinlikle izleme kararlılığı ve becerisine, zaman, sabır ve açık fikirliliğine sahipse çözülebilir. Pratikte matematikçilerin konu tam olarak çözüme ulaşmadan vazgeçmeleri mümkündür. Fakat bu gibi durumlar şu anki tartışmanın konusu değildir. Çünkü bir matematikçi için ulaşılabilir olan ile bir başka matematikçi (ya da hatta düşünen bir başka kişi) için ulaşılabilir olanın *ilkesel olarak* aynı (**Ω11**'de tartışılanlar bir yana) olduğu rahatlıkla söylenebilir. Uslamlama zinciri çok uzun, kullanılan kavramlar zor ya da anlaşılmaz olabilir, ancak her şeye karşın bir kişinin kavrayışında ilkesel olarak bir başkasının ulaşamayacağı hiçbir şey olmadığına inanmak için ikna edici nedenler vardır. Bu, bir kanıtlamanın salt hesaplamalı kısmındaki ayrıntıları tamamlamak için bilgisayar yardımına başvurulduğu durumlar için de geçerlidir. Her ne kadar bir insan matematikçiden bir argümanda geçen hesaplamaların gerekli ayrıntılarını tamamlamasını beklemek insafsızlığa giriyor olsa da, yine de *her bir* adımın bir insan matematikçi tarafından kolaylıkla kavranabilecek ve kabul edilebilecek şeyler olduğuna hiç kuşku yoktur.

Bunu söylerken yalnızca bir matematiksel argümanın katıksız karmaşıklığına atıfta bulunuyorum; kabul etmeye hazır oldukları uslamlama türlerine göre bir matematikçiyi diğerinden ayırabilen önemli olası ilkesel konuları kastetmiyorum. Elbette benim de kendi yeterliliklerinin çok ötesinde duran matematiksel argümanlarla karşılaşmış olduklarını iddia eden matematikçilere rast geldiğim oldu: "Ne kadar uğraşırsam uğraşayım asla filanca ya da falanca şekilde anlayamayacağımı biliyorum; uslamlama türü tamamen beni aşan bir şey." Böyle bir iddianın bireysel bir örneği verildiğinde bunun gerçekten (**Ω11** başlığı altındaki tartışmada ele alındığı üzere) matematikçinin inanç sisteminin *ilkesel olarak* dışında yer alan bir uslamlama durumu mu, yoksa matematikçinin argümanın altında yatan ilkeleri (eğer yeterince uzun bir süre

ve yeterince sıkı çalışırsa) *anlayabileceği* bir durum mu olduğuna karar verilmesi gerekir. Çok daha sık karşılaşılan durum ikincisidir. Aslında en sık karşılaşılan durum itibariyle, matematikçinin umudunu yitirmesinin kaynağı "filancanın" matematikçinin yeteneklerinin ötesinde duran esasa dayalı ilkesi değil, "falancanın" muğlak yazılmış olması ya da belki eğitim koşullarındaki sınırlılıklar olmaktadır! Anlaşılması zor görünen bir konunun iyi şekilde izahı harikalar yaratabilir.

Burada anlatmak istediğimi vurgulamak amacıyla bizzat benim de sık sık sunulan argümanların ayrıntılarını anlayamadığım (hatta anlamaya bile yeltenemediğim) matematik seminerlerine katıldığımı söylemeliyim. Bunlarda ben de bir kenara çekilip uzun uzun bu argümanları çalışırsam belki anlayabileceğim hissine kapılıyorum; şüphesiz bu bile bana ancak kendi altyapımdaki eksiklikleri tamamlayan ek okuma materyalleri ya da sözlü açıklamalar edinirsem, hatta tüm bunlar seminer sırasında olursa mümkün olacak gibi geliyor. Aslında bunu yapmayacağımı da biliyorum. Zaman, dikkat aralığı ve yeterince heves sahibi olma yönlerinden eksik kalacağım neredeyse kesin diyebilirim. Buna rağmen seminerde sunulan sonucu "alakasız" denebilecek türlü çeşitli nedenler gereğince kabul edebiliyorum; bunlar örneğin sonucun akla yatkın "görünmesi" ya da sunumu yapan kişinin güvenilir bir kişi olarak nam salmış olması, bazen de izleyiciler arasında yer alan ve bu konularda benden çok daha zeki olduklarını bildiğim kişilerin sonucu sorgulamamış olması olabiliyor. Elbette tüm bunlarda haksız olmam ve sonucun aslında yanlış olması ya da sonucun belki doğru ama aslında argümanın aktarılan şekliyle açıklama gücünden yoksun olması mümkündür. Bunlar aktarmak istediğim ilkesel noktayla ilgisi olmayan ayrıntılı meselelerdir. Sonuç doğrudur ve geçerli şekilde kanıtlanmış olabilir, bu durumda ilkesel olarak ben argümanı anlayabilmişim demektir —aksi durum olan argümanın aslında hatalı olmasıysa daha önce bahsedildiği üzere burada bizim ilgilendiğimiz bir durum değildir (*krş.* §3.2 ve §3.4). Burada kuraldışı olabilecek durumlar sadece, eğer sunum sonsuz küme kuramının tartışmalı yönleriyle ilgiliyse ya da belli bazı matematiksel bakış açılarına göre tartışmalı olabilen, alışılmadık türde bir uslamlamaya dayanıyorsa görülebilir (ki sadece bu bile

Kütüphanesi

beni tartışılan argümanı daha sonra incelemeye iknaya yeter). Bu olası kuraldışı durumlar tam olarak **Q11**'de ele alınanlardır.

Matematiksel duruş noktasıyla ilgili değerlendirmelerle bağlantılı olarak şu belirtilmeli ki, pratikte çok sayıda matematikçi aslında bağlı olduğu temel ilkeler konusunda açık bir bakış açısına sahip olmayabilir. Fakat **Q11**'le bağlantısı içerisinde yukarıda yorumlandığı üzere, diyelim ki "Q aksiyomunu" kabul edip etmeme konusunda açık bir görüşe sahip olmayan bir matematikçi dikkatliyse sonuçlarını Q'nun her zaman "Q aksiyomu varsayıldığında şu sonuç çıkar..." biçimini alacağı bir formda ifade edecektir. Elbette matematikçiler, aşırı detaycılıklarıyla nam salmış olsalar da, böylesi konularda her zaman mükemmel derecede dikkatli değildirler. Hatta zaman zaman gayet açık hatalar bile yapabildikleri de doğrudur. Fakat bu hatalar değişmez ilkelerin değil, esasen sürçmelerin sonucuysa *düzeltilebilir* niteliktedir. (Daha önce belirtildiği üzere, kararlarının nihai temeli olarak gerçekten de hatalı bir algoritma kullanmaları olasılığı ayrıntılı olarak §3.2 ve §3.4'te ele alınacaktır. $\mathcal{G}$'yle *uyumluluk* içerisindeki bu olasılık şu andaki tartışmanın konusu değildir.) Burada biz aslında düzeltilebilir hatalarla ilgilenmiyoruz, çünkü bunlar ilkesel olarak başarılabilecek ya da başarılamayacak olanlara bir katkı sağlamazlar. Ancak bir matematikçinin gerçek duruş noktasındaki olası belirsizlikler daha fazla tartışılmaya açıktır ve biz de bunu yapacağız.

Q13. Matematikçiler kullandıkları formal sistemlerin doğruluğu ya da tutarlılığı hakkında, hatta bağlı oldukları düşünülebilecek formal sistemlerin hangileri olduğu konusunda *mutlak biçimde* belirli inançlara sahip değildir. Formal sistemler onların anlık sezgi ve deneyimlerinden uzaklaştıkça inançları da güç kaybına uğrayarak "gölgelenmez" mi?

Aslında konunun temelleri söz konusu olduğunda görüşleri sabit ve sarsılmaz biçimde tutarlı olan bir matematikçi nadir bulunur. Hatta matematikçiler deneyim kazandıkça bakış açılarında, değişmez biçimde doğru kabul ettikleri şeyler yönünden kaymalar görülür; elbette geriye değişmez biçimde doğru olarak kabul ettikleri şeyler *kaldıysa*... Örneğin 1'in 2'den farklı olduğuna tüm-

den ve tamamen emin olunabilir mi? Eğer *mutlak* insan kesinliğinden bahsediyorsak, böyle bir şeyin var olduğu pek net değildir. Fakat bir şekilde bir tutum belirlemek de zorunludur. Akla yatkın bir tutum, *bazı* inanç ve ilke esaslarını değişmez biçimde doğru kabul etmek ve tartışmayı buradan ilerleyerek sürdürmektir. Elbette birçok matematikçi değişmez biçimde doğru olarak neyi kabul edeceği konusunda belirli bir görüşe bile sahip olmayabilir. Böyle bir durumda bile onlardan ileride değiştirmeye hazır dahi olsalar, bir tutum almalarını, bir bakış açısına sahip olmalarını isterim. Gödel argümanının gösterdiği şey, *hangi* bakış açısı kabul edilmiş olursa olsun, bu bakış açısının *hiçbir* bilinebilen formal sistemin kuralları içerisinde kapsanamayacağıdır (kapsandığının bilinemeyeceğidir). Bunun nedeni bakış açısının sürekli değiştirilmesi değildir; *herhangi bir* (yeterince geniş kapsamlı) formal $\mathbb{F}$ sisteminin kapsadığı inanç grubu aynı zamanda $\mathbb{F}$'nin başarabildiğinin ötesine geçmek zorundadır. Değişmez inançları içerisine $\mathbb{F}$'nin doğruluğunu katmış herhangi bir bakış açısı, aynı zamanda Gödel önermesi[43] G($\mathbb{F}$)'ye yönelik bir inancı da içermelidir. G($\mathbb{F}$)'ye inanç bakış açısında bir değişikliği göstermez; G($\mathbb{F}$)'nin kabul edilmek zorunda olduğu gerçeği ilk başta açıkça fark edilmiyor olsa bile, bu inanç $\mathbb{F}$'yi kabul etmeye izin veren orjinal bakış açısında zaten içsel olarak içerilmektedir.

Elbette belli bir bakış açısının öncüllerinden yapılan çıkarımlara bazı hataların sızmış olma olasılığı her zaman vardır. Bir yerlerde böyle bir hata yapılmış olması olasılığının kendisi bile (aslında yapılmamış bile olsa) sonuçlar hakkında hissedilen güven derecesine gölge düşürebilir. Fakat bu tür bir "gölge düşmesi" bizim konumuz değildir. Gerçek hatalar gibi bu da "düzeltilebilir" niteliktedir. Üstelik bir argüman doğru biçimde uygulandığı müddetçe, ne kadar uzun süre boyunca sınanırsa verdiği sonuçların da o kadar ikna edici olması gerekir. Bu tür bir "gölge düşme" bir matematikçinin ilkesel olarak değil, *pratikte* hissedebileceği bir konudur ve bu bizi Q12'de tartışmaya tekrar taşır.

Burada konumuz *ilkesel olarak* bir gölge düşmenin olup olmadığıdır; böylece bir matematikçi diyelim ki bir $\mathbb{F}$ formal siste-

[43] Burada kullanılan notasyon için *bkz.* §2.8. Bu tartışmanın sonunda göreceğimiz üzere genel olarak G($\mathbb{F}$) yerine "$\Omega(\mathbb{F})$" kullanılabilirdi.

minin doğruluğunun tartışılmaz olduğu, öte yandan daha güçlü bir $\mathbb{F}^*$ sisteminin belki de yalnızca "pratik olarak kesinlikle" doğru olduğu görüşünü rahatlıkla savunabilir. Burada $\mathbb{F}$ ne olarak alınırsa alınsın onun mantığın ve aritmetik işlemlerin basit kurallarını içerdiğinde ısrarcı olabilmemiz dışında bir sorun olduğunu düşünmüyorum. Bahsi geçen $\mathbb{F}$'nin doğruluğuna inanan matematikçimiz $\mathbb{F}$'nin tutarlı olduğuna da ve dolayısıyla Gödel önermesi G($\mathbb{F}$)'nin de doğru olduğuna inanmak zorundadır. Bu yüzden sadece $\mathbb{F}$'den yapılan çıkarımlar, $\mathbb{F}$ *ne olursa olsun*, tek başına matematikçinin matematiksel inançlarının tümünü temsil edemez.

Peki, $\mathbb{F}$'nin tartışmasız doğru kabul edildiği her zaman G($\mathbb{F}$) de mi tartışmasız doğru kabul edilmelidir? Bence böyle olmak zorunda olduğu konusunda pek az kuşku duyulabilir; eğer bir matematiksel argümanı izleme açısından şu ana kadar kabul ettiğimiz "ilkesel olarak" bakış açısına bağlı kalırsak kesinlikle böyledir. Burada gerçek tek sorun, "$\mathbb{F}$ tutarlıdır" iddiasının aritmetiksel bir önermeye (bir Π_1–tümcesine) kodlanmasının ayrıntılarındadır. Altta yatan *fikir* kendi başına kesinlikle tartışmasız biçimde açıktır: Eğer $\mathbb{F}$ doğruysa, kesinlikle tutarlıdır. (Çünkü tutarlı olmasaydı, iddiaları arasında "1 = 2" de olurdu, dolayısıyla doğru olmazdı.) Bu kodlamanın ayrıntılarına gelirsek, burada karşımıza yine "ilkesel olarak" ile "pratikte" düzeylerinin arasındaki ayrım çıkar. Kendini böyle bir kodlamanın ilkesel olarak mümkün olduğuna inandırmak (her ne kadar bir "bit yeniği" olmadığına kendini ikna etmek biraz zaman alabilse de) o kadar da zor değildir, ancak belli bir *fiili* kodlamanın doğru biçimde gerçekleştirilmiş olduğuna ikna olmak bambaşka bir meseledir. Kodlamanın ayrıntıları biraz gelişigüzel olmaya eğilimlidir ve bu ayrıntıların bir ifadesi ile diğeri arasında çok büyük farklılıklar olabilir. G($\mathbb{F}$)'yi ifade etmesi istenen ancak tam olarak bunu yapmayan belli bir sayı–kuramsal önermeyi teknik dille söylersek geçersizleştirecek küçük bazı hatalar ya da baskı hataları da olabilir.

Umarım burada G($\mathbb{F}$)'yi tartışmasız doğru kabul etmekle kastedilen söz konusu olduğunda, böyle yanlışların gerçekleşme olasılığının esas mesele olmadığı okurlar açısından açıktır. Kastettiğim elbette *gerçek* G($\mathbb{F}$)'dir, bir baskı yanlışı ya da küçük bir hataya borçlu olarak kazara ifade edilmiş, istemeden doğan önerme değil-

dir. Bu konuda büyük Amerikalı fizikçi Richard Feynman'la ilgili bir hikâyeyi hatırlatmak isterim. Feynman bir fikri bir öğrencisine açıklarken anlaşılan onu yanlış ifade etmiş. Öğrenci şaşkınlığını belirtince Feynman yanıt vermiş: "Sen benim dediğimi değil, *demek istediğimi* dinle!"[44]

KYU'da verdiğim Turing makinesi özelliklerini kullanmak ve §2.5'te sunduğum ve Ek A'da açık kodlamasını verdiğim tam Gödel tipi argümanı izlemek ihtimal dahilindeki açık kodlamalardan biridir. Bu bile tamamen açık olmayabilir, çünkü aynı zamanda $\mathbb{F}$'nin Turing makinesi eylemi cinsinden kurallarının açık kodlamasına ihtiyaç duymaktayız; buna da $T_{\mathbb{F}}$ diyelim. ($T_{\mathbb{F}}$'nin karşılaması gereken özellik de şudur: Eğer $\mathbb{F}$'nin dilinde kurulabilecek nitelikte bir P önermesine p sayısı verilirse, bu durumda P $\mathbb{F}$'nin bir teoremi olacak ve $T_{\mathbb{F}}(p)$ aksi halde durmayacak şekilde, $T_{\mathbb{F}}(p) = 1$ şeklinde bir düzenleme yapmak zorundayız.) Elbette teknik hata için geniş bir alan vardır. $\mathbb{F}$'den $T_{\mathbb{F}}$'nin ve P'den p'nin gerçekten kurulmasında işin içine girecek muhtemel zorluklardan ayrı olarak, eğer $C_k(k)$'yı hesaplamak için bu özel belirlemenin kullanılmasına karar verilmişse Turing makinesi için yaptığım belirlemelerde bizzat bir hata yapıp yapmadığım ve bu kitabın Ek A bölümünde verilen kodun doğru olup olmadığı soruları karşımıza çıkar. Ben bir hata olduğunu düşünmüyorum, ama burada kendime olan güvenim Gödel'in yaptığı özgün (ve daha karmaşık) belirlemelere duyduğum güven kadar büyük değil. Fakat şu ana dek anlatılanların bu türden muhtemel hataların esas mesele olmadığını açık kıldığını umuyorum. Feynman'ın vecizesine kulak vermeliyiz!

Öte yandan benim özgün belirlemelerimle ilgili olarak vurgulanması gereken başka bir teknik nokta daha var. §2.5'te aslında ben hesaplamaların sonlanmayan karakterine (diğer bir deyişle Π_1–tümcelerinin doğruluğuna) dönük bir test olarak kendi Gödel(–Turing) argümanımı $\mathbb{F}$'nin tutarlılığına göre değil, A algoritmasının doğruluğuna göre ifade ettim. Bu da aynı işi görür, çünkü A'nın doğruluğunun $C_k(k)$ durmadığı iddiasının doğruluğuna işaret ettiğini, dolayısıyla (aynı zamanda bir Π_1–tümcesi olan) bu

[44] Bu alıntı için kaynak bulamadım. Fakat Richard Jozsa'nın da bana belirttiği üzere, yanlış ifade etmişsem de çok önemli değil, çünkü verdiği mesajı kendime de uygulayabilirim!

açık iddiayı G(𝔽)'nin yerine kullanabildiğimizi görmüştük. Üstelik daha önce dikkat çektiğimiz gibi (*krş.* §2 .8) argüman aslında 𝔽'nin tutarlılığına değil, ω–tutarlılığına dayanmaktadır. 𝔽'nin doğruluğu açıkça onun ω–tutarlılığına ve aynı zamanda da tutarlılığına işaret etmektedir. 𝔽'nin doğru ve ama diğer ikisinin de doğru olduğunu varsayarsak, 𝔽'nin kurallarından ne Ω(𝔽) ne de G(𝔽) sonucu çıkar (*krş.* §2.8).

Toparlarsak, bir 𝔽 formal sisteminin doğruluğu inancından G(𝔽) (ya da Ω(𝔽)) önermesinin doğruluğu inancına geçişinde bir matematikçinin inançlarında ne kadar "gölge düşme" olursa olsun, bu sağlanan kesin "G(𝔽)" formülasyonunda bazı hataların olma olasılığı içerisinde yer alacaktır. (Aynısı Ω(𝔽) için de geçerlidir.) Aslında bu şu anki tartışmayla ilgisizdir ve *ulaşılmak istenen* G(𝔽) versiyonuna olan inanca ilişkin bir "gölge düşme" olmamalıdır. Eğer 𝔽 tartışmasız doğruysa, o halde bu G(𝔽) de tartışmasız doğrudur. "Doğruluğun" "tartışmasız doğruluk" anlamına gelmesi şartıyla $\mathcal{G}$ biçimleri (ya da $\mathcal{G}^{**}$, $\mathcal{G}^{***}$) etkilenmeden kalır.

Q14. ℤ𝔽 sistemi (ya da ℤ𝔽'nin ℤ𝔽* adını verebileceğimiz standart değişikliklerinden biri) ciddi matematik yapmak için gereken her şeyi gerçekten temsil ediyor olamaz mı? Sadece bu sisteme bağlı kalsak, tutarlılığının kanıtlanabilir olmadığını kabul etsek ve matematik yapmaya devam etsek olmaz mı?

Çalışan matematikçiler (özellikle de konularının temelleri ya da felsefesiyle özel olarak ilgilenmeyenler) arasında bu tür bir bakış açısının çok yaygın olduğunu düşünüyorum. Temel kaygısı matematiğin ciddi zorluklarıyla baş etmek olan biri için (her ne kadar böylesi kişiler sonuçlarını *gerçekte* ℤ𝔽 gibi bir sistemin katı kuralları içerisinde çok nadiren ifade etseler de) bu anlamsız bir bakış açısı değildir. Bu bakış açısına göre ilgilenilen şey yalnızca ℤ𝔽 gibi belli bir formal bir sistem (ya da belli bir değişikliğe uğramış haliyle ℤ𝔽*) içerisinde kanıtlanabilecek ya da çürütülebilecek şeylerdir. Bu bakış açısından yaklaşıldığında ilgili matematiğin gerçekleştirilmesi aslında bir tür "oyun" niteliğindedir. Oyunun sistem içerisinde konulmuş bu belli kurallara göre oynanmasının gerektiği bu oyuna ℤ𝔽 *oyunu* (ya da ℤ𝔽* oyunu) adını verelim. Aslında bu bir *biçimcinin* bakış açısıdır; biçimcinin asıl ilgilendi-

ği konunun neyin doğru ve neyin yanlış olduğu olması gerekmez, o neyin DOĞRU neyin YANLIŞ olduğuyla ilgilenmektedir. Formal sistemin doğru olduğunu varsayarsak, o zaman DOĞRU olan bir şey yine doğru, YANLIŞ olan bir şey de yanlış olacaktır. Fakat o zaman sistem içerisinde formalleştirilebilir özellikte doğru olan ama DOĞRU olmayan, yanlış olan ama YANLIŞ olmayan bazı önermeler olacak ve her iki durumda da bu önermeler KARAR VERİLEMEZ olacaktır. ZF oyununda, ZF'nin tutarlı olduğu varsayıldığında, Gödel önermesi[45] G(ZF) ve onun olumsuzlaması ~G(ZF) sırasıyla bu iki kategoriye aittir. (Aslında ZF *tutarsız* olsaydı, bu durumda hem G(ZF) hem de onun olumsuzlaması ~G(ZF) DOĞRU olurdu ve aynı zamanda da YANLIŞ!)

ZF oyunu, basit matematikte ilgi duyulan çoğu şeyin gerçekleştirilmesi için son derece mantıklı bir bakış açısı sayılabilir. Ancak daha önce işaret ettiğim nedenler yüzünden, ben onun matematiksel *inançlar* yönünden hakiki bir bakış açısını temsil edebileceğini zannetmiyorum. Zira eğer yaptığınız matematiğin gerçek matematiksel doğrulukları (diyelim ki Π_1–tümcelerinin) ortaya çıkarmak olduğuna inanıyorsanız, o halde kullandığınız sistemin *doğru* olduğuna inanmak zorundasınız; ve eğer bunun doğruluğuna inanıyorsanız, o halde *tutarlı* olduğunu da inanmak zorundasınız, dolayısıyla aslında G(F)'yi savlayan Π_1–tümcesinin, KARAR VERİLEMEZ olması gerçeğine rağmen, *gerçekte* doğru olduğuna inanmak zorundasınız. Bu nedenle kişinin matematiksel inançları ZF oyunu içerisinde çıkarımı yapılabileceklerin ötesine geçmek zorundadır. Öte yandan eğer ZF'nin doğru olduğuna inanılmazsa, bu durumda ZF oyunu kullanılarak elde edilmiş DOĞRU sonuçların aslında doğru olduklarına da güvenilemez. Her iki durumda da ZF oyununun kendisi matematiksel doğruluk açısından başarılı bir bakış açısını temsil edememektedir. (Aynısı herhangi bir ZF* için de geçerlidir.)

Q15. Kullanmayı seçtiğimiz F formal sistemi aslında tutarlı olmayabilir (en azından F'nin tutarlı olduğundan *emin* olmayabiliriz); hangi durumda, ne hakla G(F)'nin "açıkça" doğru olduğunu iddia edebiliriz?

[45] Daha önce olduğu gibi burada da Ω(F), G(F)'nin yerini tutar. Bu durum **Q15–Q20** arası için geçerlidir.

Her ne kadar bu konu daha önceki tartışmalarımızda fazlasıyla ele alınmış olmasına rağmen konunun temel noktasını bir kez daha pekiştirmenin faydalı olacağı düşüncesindeyim; çünkü **Q15** tarzı argümanlar, Gödel teoreminin Lucas ve benim yaptığım tarzda kullanımına en sık getirilen eleştiriler arasında yer alıyor. Temel nokta bizim $\mathbb{F}$ ne olursa olsun G($\mathbb{F}$)'nin doğru olacağını değil, G($\mathbb{F}$)'nin $\mathbb{F}$'nin kendi kurallarını kullanarak elde ettiğimiz bir doğruluk ne kadarsa tam da o kadar güvenilir olduğunu iddia etmemizdir. (Gerçekte G($\mathbb{F}$) aslında $\mathbb{F}$'nin kuralları *kullanılarak* çıkarımı yapılmış önermelerden *daha* güvenilirdir, çünkü $\mathbb{F}$ aslında doğru olmadan tutarlı *olabilir*!) Eğer yalnızca $\mathbb{F}$'nin kuralları kullanılarak çıkarımını yaptığımız bir P önermesine güveniyorsak, o halde G($\mathbb{F}$)'ye de en azından P'ye güvendiğimiz derecede güvenmek zorundayız. Bu nedenle bilinebilen hiçbir formal $\mathbb{F}$ sistemi (ya da onun eşdeğer algoritması *F*) bizim doğru matematik bilgimiz ya da inançlarımızın toplam temelini temsil edemez. **Q5** ve **Q6**'ya yapılan yorumlarda belirtildiği gibi argüman olmayana ergi biçiminde verilmiştir: Biz $\mathbb{F}$'nin inançlarımızın toplam temelini temsil ettiğini varsaymayı deniyoruz ve ardından bunun bir çelişki oluşturacağını gösteriyoruz ve bu yüzden en sonunda da bizim inanç temelimizi temsil etmediği sonucuna varıyoruz.

Elbette **Q14**'te olduğu gibi kolaylık sağlamak için doğru, dolayısıyla tutarlı olup olmadığından emin olmasak bile $\mathbb{F}$ gibi bir sistem kullanabiliriz. Fakat $\mathbb{F}$ konusunda gerçekten bir kuşku *varsa*, bu durumda basitçe "P doğrudur" diye iddia etmektense, $\mathbb{F}$'nin kullanımıyla elde edilen P sonuçlarını şu şekilde ifade etmek zorundayız:

"P çıkarımına $\mathbb{F}$ kapsamında ulaşılabilir"
(ya da "P DOĞRU'dur.")

Bu ya gerçekten doğru ya da gerçekten yanlış olabilecek kusursuz derecede iyi bir matematiksel önermedir. Matematiksel beyanların bu tür önermelerle sınırlandırılması kurallara son derece uygundur ve bu yapıldığında da da halen daha mutlak matematiksel gerçekler hakkında önermeler getirilmektedir. Zaman zaman insanlar yukarıdaki biçimde kurulmuş bir önermenin yanlış olduğunu saptadıklarına inanabilirler; başka bir deyişle şunun doğruluğunun gösterildiğine inanılabilir:

"P çıkarımına $\mathbb{F}$ kapsamında ulaşılamaz."

Bu tür önermeler "falanca bir hesaplama sonlanmaz" (aslında: "P'ye uygulanmış *F* sonlanmaz") biçimindedir ve bunlar tam da benim düşündüğüm türde Π_1–tümceleridir. Soru şudur: Bu tür önermelerin çıkarımının yapılmasında hangi araçlara izin verilir? Hatta matematiksel gerçeklerin belirlenmesini sağladığına *inandığımız* matematiksel işlemler *nelerdir*? Böyle bir (elbette akla yatkın) inançlar toplamı, o formal sistem ne olursa olsun, formal bir sistem içerisindeki bir inançla *eşdeğer* olamaz.

Q16. Tutarlı bir $\mathbb{F}$ formal sisteminde G($\mathbb{F}$)'nin aslında doğru olduğu sonucu, $\mathbb{F}$'nin içerisindeki doğal sayıları temsil etmesi gereken sembollerin doğal sayıları *gerçekten* temsil ettiği varsayımına dayanır. Başka bazı egzotik türde sayılar için (bunlara "doğaüstü sayılar" diyelim) G($\mathbb{F}$)'nin yanlış olduğunu bulabiliriz. Adlandırdığımız şeylerin $\mathbb{F}$ sistemimiz içerisindeki doğaüstü sayılar değil de, doğal sayılar olduğunu nasıl biliyoruz?

Göndermede bulunduğumuz "sayıların" aslında planladığımız *doğal* sayılar olduğunu ve istemediğimiz "doğaüstü" sayılar türünden olmadığından emin olmanın belirli bir aksiyomatik yolu olmadığı doğrudur.[46] Fakat bir anlamda bu Gödel tartışmasının da esasıdır. Doğal sayıları karakterize etme çabasıyla hangi $\mathbb{F}$ aksiyom sistemini sağlarsak sağlayalım, $\mathbb{F}$'nin kuralları kendi başlarına G($\mathbb{F}$)'nin aslında doğru mu yanlış mı olduğunu söylemek için yetersiz kalacaklardır. $\mathbb{F}$'nin tutarlı olduğunu varsayarsak G($\mathbb{F}$)'nin *ulaşılmak istenen* anlamının aslında yanlış değil, doğru bir şey olduğunu biliriz. Ancak bu aslında "G($\mathbb{F}$)" tarafından simgelenen formal ifadeyi oluşturan, ulaşılmak istenen anlamlarına sahip sembollere bağlıdır. Bu semboller bambaşka bir şey anlamına gelecek şekilde yeniden yorumlanırsa, bu durumda "G($\mathbb{F}$)" için yanlış olan bir yoruma ulaşırız.

Bu anlam kargaşasının nasıl ortaya çıktığını görmek için yeni $\mathbb{F}^*$ ve $\mathbb{F}^{**}$ formal sistemlerini düşünelim; $\mathbb{F}^*$ G($\mathbb{F}$)'nin $\mathbb{F}$'nin aksiyomlarına katılmasıyla, $\mathbb{F}^{**}$ ise bu kez aynı yere ~G($\mathbb{F}$)'nin katılmasıyla

[46] Bu terminolojiyi öneren Hofstaedter'dir (1981). Böylesi standart olmayan modellerin her zaman var olduklarını bize söyleyen Gödel'in "öteki" teoremidir (*tamlık* teoremi).

oluşsun. $\mathbb{F}$'nin doğru olması şartıyla hem $\mathbb{F}^*$ hem de $\mathbb{F}^{**}$ tutarlıdır (çünkü G($\mathbb{F}$) doğrudur ve ~G($\mathbb{F}$) $\mathbb{F}$'nin kurallarından çıkartılabilir değildir). Ancak $\mathbb{F}$'nin sembollerinin ulaşılmak istenen yorumuyla (buna *standart* yorum denmektedir) bu durumda $\mathbb{F}$'nin doğru olduğu varsayılırsa $\mathbb{F}^*$ de doğru olacak, ancak $\mathbb{F}^{**}$ doğru *olmayacaktır*. Fakat sembollerin *standart olmayan* yeniden yorumlanmalarında standart yorum kullanıldığında yanlış olan önermelerin standart olmayan yorumda doğru çıktığının bulunabilmesi tutarlı formal sistemlerin bir özelliğidir; buna göre böylesi bir standart olmayan yorumda şimdi $\mathbb{F}^*$ yerine, $\mathbb{F}$ ve $\mathbb{F}^{**}$ doğru olabilmektedir. Bu yeniden yorumlamanın mantık sembollerinin anlamlarını etkileyebileceği düşünülebilir (örneğin standart yorumda sırasıyla "değil" ve "ve" anlamına gelen "~" ve "&"), ancak burada bizim ilgilendiğimiz belirsiz sayıları temsil eden semboller ("x", "y", "z", "x'", "x''",vs) ve onlarla bağlantılı olarak kullanılan mantık niceleyicileridir ($\forall$, $\exists$). Standart yorumda "$\forall x$" ve "$\exists x$" sırasıyla "bütün x doğal sayıları için" ve "bu özellikte bir x doğal sayısı vardır" anlamına gelirken, standart *olmayan* bir yorumda semboller doğal sayılara değil farklı sıralanma özellikleri olan farklı türde sayılara karşılık gelmektedir (bunlara Hofstaedter'in (1979) terminolojisinde olduğu gibi "doğaüstü" sayılar da denebilir).

Fakat gerçek şu ki, bizler aslında doğal sayıların neler olduklarını *biliriz* ve onları garip türdeki doğaüstü sayılardan ayırt etme konusunda herhangi bir sorun yaşamayız. Doğal sayılar normalde 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,... sembolleriyle gösterdiğimiz basit şeylerdir. Bunlar hepimizin küçük birer çocukken tanıştığı kavramlardır ve onları doğaüstü sayı gibi garip bir kavramdan ayırt etme konusunda hiçbir sorun yaşamayız (*krş.* §1.21). Ancak doğal sayıların aslında ne olduğunu içgüdüsel olarak biliyor gibi *görünmemiz* gerçeğinde belki de gizemli bir şey vardır. Çünkü birer çocuk (ya da yetişkin) olarak bize "sıfır", "bir", "iki", "üç", vs.nin ne anlama geldiği hakkında görece az sayıda betimleme sağlanır ("üç portakal", "bir muz" vs); yine de bu yetersizliğe rağmen kavramı tamamen kavrayabiliriz. Platoncu bir tarzda, doğal sayılar bizlerden bağımsız mutlak bir kavramsal varlığa sahip olan şeyler gibi görünürler. İnsani bağımsızlığımıza rağmen bizler düşünsel olarak bu muğlak ve görünüş itibariyle yetersiz betimlemelerden var olan doğal

sayı kavramına ulaşabiliyoruz. Öte yandan sonlu sayıda *aksiyomlar* doğal sayıları bu alternatif "doğaüstü" denen olasılıklardan tam olarak ayırt edemiyor.

Üstelik doğal sayıların kendine özgü *sonsuz* yapısı bizlerin bir şekilde doğrudan algılayabildiğimiz bir şeyken, kesinlikle sonlu kurallar gereği işlemekle sınırlandırılmış bir sistem doğal sayıların kendine özgü sonsuz yapısını diğer ("doğaüstü") olasılıklardan ayırt edemiyor. Doğal sayıları karakterize eden sonsuzluk, aşağıdaki betimlemede yalnızca "..."yla temsil edilmiş olmasına karşın

"0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,..."

ya da sadece şu ifadedeki "vs" sayesinde

"sıfır, bir, iki, üç, vs"

bizler tarafından anlaşılıyor. Kesin kurallara dayalı olarak bize bir doğal sayının ne olduğunun tam olarak söylenmesi gerekmiyor. Bu şanslı olduğumuzu gösteriyor, çünkü bu olanaklı değil. Her nasılsa yalnızca kabaca doğru yöne yönlendirildiğimizde, kendimizi bir doğal sayının ne olduğunu *bilir* halde buluyoruz!

Kimi okurlar doğal sayıların aritmetiğinde karşılaşılan *Peano aksiyomlarını* duymuş (§2.7'de kısaca geçmişti) ve bunların doğal sayıları niçin yeterince tanımlamıyor oluşuna şaşırmış olabilir. Peano tanımına göre 0 sembolü ile başlanır ve **S** ile gösterilen ve işlem yaptığı sayının üstüne basitçe 1 eklediği biçiminde yorumlanan bir "ardıl operatör" vardır; dolayısıyla 1'i **S0** olarak, 2'yi **S1** ya da **SS0** olarak vs tanımlayabiliriz. Kural gereği eğer **Sa = Sb** ise, **a = b** olur ve **0** hiçbir **x** için **Sx** biçimini almaz, **0** bu özgün özellikle karakterize olur. Ek olarak "tümevarım ilkesi" sayılardaki bir **P** özelliğinin *bütün* **n** sayılarında doğru olmak zorunda olduğunu şu şartı karşılaması koşuluyla hükme bağlar: (i) Eğer P(**n**) doğruysa, P(**Sn**) de doğrudur (bütün **n**'ler için), (ii) P(0) doğrudur. Sorun ∀ ve ∃ sembollerinin sırasıyla "bütün *x doğal sayıları* için" ve "bu özellikte bir *x doğal sayısı* vardır"ı gösterdiği standart yorumdaki mantık işlemlerinden kaynaklı olarak çıkar. Standart olmayan bir yorumda bu sembollerin anlamları gereğine uygun şekilde kayar ve böylece artık başka bir "sayı" türünü nicelerler. Ardıl operatör

S için verilen Peano matematik şartlarının aslında doğal sayıları herhangi bir "doğaüstü" sayı türünden ayıran sıralanma ilişkilerini karakterize ettiği doğruyken, bu şartlar söz konusu ∀ ve ∃ niceleyicilerinin uyduğu formal kurallarla yakalanmaz. Peano matematik şartlarının anlamlarının yakalanması için "ikinci derece mantık" olarak bilinen ve ∀ ve ∃ gibi niceleyicilerin karşımıza çıktığı ancak kapsamlarının artık sadece tekil doğal sayılara değil doğal sayı (sonsuz) *kümelerine* uzandığı şeye geçmemiz gerekir. Peano aritmetiğinin "birinci derece mantığında" niceleyiciler sadece tekil sayıları kapsar ve alışık olduğumuz anlamda formal bir sistem elde ederiz. Fakat ikinci derece mantık bize bir formal sistem sağlamaz. Katı formal bir sistemde sistemin kurallarının doğru biçimde uygulanıp uygulandığına karar vermenin tamamen *mekanik* (diğer deyişle algoritmik) bir konu olması gerekir ki şu anki bağlamda formal sistemlere başvurmanın tüm anlamı da zaten budur. Bu özellik ikinci derece mantıkta yoktur.

Q16'da ifade edilen düşünceler açısından bakıldığında, Gödel teoreminin her biri eşit derecede geçerli çok sayıda farklı aritmetik türü olduğunu gösterdiği düşüncesi, oldukça sık rastlanan bir yanlış anlamadır. Buna göre bizim çalışmayı seçmiş olduğumuz aritmetik, gelişigüzel seçilmiş formal bir sistem tarafından tanımlanmaktadır. Gödel'in teoremi bu formal sistemlerden, eğer tutarlıysa, hiçbirinin tam olamayacağını gösterir; dolayısıyla (söylenene göre) kendi isteğimize göre yeni aksiyomlar eklemeye devam edebilir ve aralarından çalışmak istediğimizi seçebileceğimiz şekilde her türden alternatif tutarlı sistemi elde edebiliriz. Bu durum yer yer Öklit geometrisinin yaşadığı durumla karşılaştırılmaktadır. Yaklaşık 21 yüzyıl boyunca Öklit geometrisinin mümkün olan tek geometri olduğuna inanılmıştı. Fakat ardından on sekizinci yüzyılda Gauss, Lobaçevski ve Bolyai gibi matematikçiler eşit derecede mümkün olan başka alternatifler olduğunu gösterdiler ve geometrinin konusu görünüm itibariyle mutlaklıktan keyfiliğe kaydı. Benzer şekilde sıkça Gödel'in de aritmetiğin, tutarlı aksiyomların herhangi bir kümesinin bir diğeri kadar iyi olmasıyla, isteğe bağlı bir seçim konusu olduğunu gösterdiği söylenir.

Ancak bu Gödel'in bize kanıtladıklarının tamamen yanlış biçimde yorumlanmasıdır. Gödel bize formal bir aksiyom sistemi

(başka bir ifadeyle söylersek formal ilksavlı dizge) yaklaşımının en temel matematik kavramlarını karşılamak için bile yetersiz olduğunu öğretti. Başka bir vasıf eklemeden sadece "aritmetik" terimini kullandığımızda, kastettiğimiz 0, 1, 2, 3, 4,... gibi olağan doğal sayılarla (ve belki bir de bunların negatifleri) işleyen olağan aritmetiktir, "doğaüstü" türde sayılar değildir. Eğer istersek formal sistemlerin özelliklerini keşfetmeyi seçebiliriz ve bu da matematiksel çaba yönünden kesinlikle değerlidir. Ancak bu olağan doğal sayıların olağan özelliklerini araştırmaktan daha farklı bir şeydir. Durum bazı açılardan belki de geometride olandan çok da farklı değildir. Öklit–dışı geometrilerin çalışılması önemli uygulamalara sahip (fizikte olduğu gibi, *bkz.* KYU 5. Bölüm, özellikle Şekil 5.1 ve 5.2, ayrıca da §4.4) ve matematiksel açıdan ilginç bir şeydir, ama gündelik dilde "geometri" terimi kullanıldığında (bir matematikçi ya da kuramsal fizikçinin bu terimi kullanışından farklı olarak) anlatmak istediğimiz Öklit'in bilinen geometrisi olur. Fakat arada şöyle bir fark vardır: Bir mantıkçının "Öklit geometrisi" dediği şey de (bazı çekincelerle[47]) belirli bir formal sistem cinsinden belirtilebilirken, Gödel'in kanıtladığı üzere, olağan "aritmetik" bu şekilde belirtilemez.

Gödel bize matematiğin (özellikle de aritmetiğin) yönü insanoğlunun arzusuna göre tayin edilen keyfi bir uğraş değil, keşfedilmesi gereken (icat değil) mutlak bir şey olduğunu kanıtladı (*krş.* §1.17). Bizler doğal sayıların neler olduğunu keşfediyoruz ve onları doğaüstü türdeki sayılardan ayırt etmekte bir sorun yaşamıyoruz. Gödel "insan yapımı" hiçbir sistemin kendi başına bunu bizim için başaramadığını gösterdi. Bu tarz bir Platoncu yaklaşım Gödel için önemliydi ve kitabımızda karşımıza çıkacak bundan sonraki tartışmalarda da (§8.7) bizim için önemli olacaktır.

---

[47] Aslında bu hangi önermelerin burada "Öklit geometrisi" denen şeyin parçası olarak düşünüldüğüne bağlıdır. Mantıkçıların olağan terminolojisinde "Öklit geometrisi" sistemi yalnızca belli bazı tür önermeleri kapsar ve bu tarz önermelerin doğruluk ya da yanlışlığının bir algoritmik işlem aracılığıyla karara bağlanabildiği, bunun sonucunda da Öklit geometrisinin formal bir sistem cinsinden belirtilebildiği savı ortaya çıkmıştır. Ancak *başka* yorumlarda, olağan "aritmetik" "Öklit geometrisinin" parçası olarak da ele alınabilir ve bu algoritmik olarak karara *bağlanamayan* önerme sınıflarına imkan verir. Eğer polyomino döşeme problemini Öklit geometrisinin bir parçası olarak düşünürsek de aynısı geçerli olur ki böyle yapmak son derece doğal bir şeydir. Bu anlamda Öklit geometrisi aritmetikten formal olarak daha fazla belirtilmiş olamaz!

Q17. $\mathbb{F}$ formal sisteminin ilkesel olarak zihnin ulaşabildiği matematiksel doğruları temsil etmesinin hedeflendiğini varsayalım. Gödel önermesi G($\mathbb{F}$)'nin formal olarak $\mathbb{F}$'nin içerisine katılamıyor olması problemini aşmak amacıyla onun yerine $\mathbb{F}$'nin sembollerinin anlamlarının yeniden yorumlanmasını kullanarak G($\mathbb{F}$)'nin *anlamını* taşıyan bir şeyi devreye sokamaz mıyız?

$\mathbb{F}$'nin sembolleri bu sembollere orijinal olarak yüklenmiş anlamlardan farklı bir şey olarak yeniden yorumlandığı müddetçe, (yeterince geniş kapsamlı) bir $\mathbb{F}$ formal sistemi bünyesinde $\mathbb{F}$'ye uygulanan Gödel argümanını tasvir etmenin yolları sahiden vardır. Ancak eğer $\mathbb{F}$'yi zihnin matematiksel sonuçlarına ulaştığı işlem olarak yorumlamaya çalışırsak bu gerçekten de hile yapmak anlamına gelir. Eğer zihinsel etkinlikler yalnızca $\mathbb{F}$ cinsinden yorumlanacaksa $\mathbb{F}$'nin sembollerinin yolun ortasında anlam kaymasına uğramasına izin verilmemesi gerekir. Eğer zihinsel etkinliklerin $\mathbb{F}$'nin işlemlerinin ötesinde bir şey, adlı adınca söylersek bu sembollerin değişen *anlamlarını* içermesine izin veriliyorsa, bu durumda bu anlamların yaşadığı değişimin ayrıntılarına hükmeden kuralları da bilmemiz gerekir. Ya bu kurallar $\mathcal{G}$'nin gerektirdiği üzere algoritmik olmayan bir şeydir ya da bunun için kendine özgü bir algoritmik işlem vardır ki bu durumda *bu* işlemi bizim sezgilerimizin tümünü temsil edebilmesi için en başta $\mathbb{F}$'mizin bünyesine katmamız gerekirdi (bu sisteme $\mathbb{F}^+$ diyelim) ve anlamların kaymaya uğramasına hiç gerek kalmazdı. İkinci durumda Gödel önermesi G($\mathbb{F}^+$) daha önceki tartışmadaki G($\mathbb{F}$)'nin yerini alır ve hiçbir şey kazanmamış oluruz.

Q18. Peano aritmetiği gibi basit bir sistem bünyesinde bile yorumu şu çıkarıma sahip bir teoremi formüle etmek mümkündür:

"doğru $\mathbb{F}$" "G($\mathbb{F}$)"yi gerektirir.

Gödel teoreminden beklentimiz de zaten bu değil midir? Sadece Peano aritmetiğini kabul etmeye hazır olmamız bile, herhangi bir formal $\mathbb{F}$ sisteminin doğruluğuna duyduğumuz inançtan onun Gödel önermesinin doğruluğuna olan bir inanca geçiş yapmamızı mümkün kılmaz mı?

Böyle bir teoremin[48] Peano aritmetiği içerisinde formüle edilebildiği gerçekten de doğrudur. Daha kesin bir şekilde ifade edersek (herhangi bir formal sistem içerisinde "doğruluk" kavramı gereğince içerilemediği için), aslında formüle edilen şey daha güçlü bir sonuçtur:

"tutarlı $\mathbb{F}$" "G($\mathbb{F}$)"yi gerektirir.

ya da

"ω–tutarlı $\mathbb{F}$" "Ω($\mathbb{F}$)"yı gerektirir.

Bunlar **Q18** için gerekli olan çıkarıma sahiptirler, çünkü eğer $\mathbb{F}$ doğruysa, söylendiği gibi kesinlikle tutarlı ya da ω–tutarlıdır. Kullanılan sembollerin *anlamlarını* anladığımız durumda, gerçekten de $\mathbb{F}$'nin doğruluğu inancından G($\mathbb{F}$)'nin doğruluğu inancına geçiş yapabiliriz. Ancak bu zaten kabul edilmiş durumdadır. Anlamları anlıyorsak, bu durumda gerçekten de $\mathbb{F}$'den G($\mathbb{F}$)'ye geçebiliriz. Zorluk karşımıza eğer yorumlara olan ihtiyacı ortadan kaldırmak ve $\mathbb{F}$ 'den G($\mathbb{F}$)'ye geçişi *otomatik* yapmak istiyorsak çıkar. Bu mümkün olsaydı, genel "gödelizasyon" işlemini otomatikleştirebilir ve Gödel teoreminden beklediğimiz her şeyi gerçekten de kapsayan bir algoritmik araç oluşturabilirdik. Fakat bu yapılamaz; çünkü bu farazi algoritmik işlemi kendisinden başlamayı seçtiğimiz her türlü formal $\mathbb{F}$ sistemine ekleyebiliyor olsaydık, aslında rahatlıkla *yeni* bir $\mathbb{F}^{\#}$ formal sistemi elde edebilmemiz gerekirdi ve *onun* Gödel önermesi G($\mathbb{F}^{\#}$) de $\mathbb{F}^{\#}$'nin kapsamı dışında kalırdı. Ne kadarı formalleştirilmiş ya da algoritmik bir işleme dahil edilmiş olursa olsun Gödel teoreminin sağladığı sezgiden *bir parça* her zaman kalır. Bu "Gödelci sezgi" Gödel işleminin uygulandığı herhangi bir sistemin sembollerinin gerçek anlamlarına devamlı bir gönderme gerektirir. Bu anlamda **Q18**'deki sorun **Q17**'de ortaya çıkanla çok benzerdir. Gödelizasyonun otomatikleştirilememesi gerçeği de **Q6**'daki ve birazdan ele alacağımız **Q19**'daki tartışmalarla yakından ilişkilidir.

Q18'in üzerinde düşünülmeye değer bir başka yönü daha var. Elimizde bünyesinde Peano aritmetiğini içeren doğru bir formal sistem olarak $\mathbb{H}$'nin olduğunu varsayalım. **Q18'**de gönderme yapı-

[48] *Bkz.* Davis'in (1993) yaptığı yorum.

lan teorem 𝕳'nin çıkarımları arasında olacak ve onun özel bir 𝔽'yi içeren durumu olarak 𝕳'nin kendisi de 𝕳'nin bir teoremi olacaktır. Bu yüzden 𝕳'nin çıkarımlarından birinin şu olduğunu söyleyebiliriz:

"doğru 𝕳" "G(𝕳)"yi gerektirir.

ya da daha kesin bir ifadeyle örneğin şu:

"tutarlı 𝕳" "G(𝕳)"yi gerektirir.

Bu iddialar asıl anlamları bakımından G(𝕳)'nin de iddia ediliyor olması çıkarımını zorunlu kılar. Zira (yukarıdaki iki iddianın ilki açısından) 𝕳'nin ileri sürdüğü *her* iddia 𝕳'nin her durumda doğru olduğu varsayımıyla koşulludur; dolayısıyla eğer 𝕳 kendi doğruluğuyla açıkça koşullu olan bir şey iddia ederse, söz konusu şeyi doğrudan da iddia edebilir. ("Eğer ben inanılırsam, o halde X doğrudur" iddiası, aynı konuşmacının daha basit olan "X doğrudur" iddiasını zorunlu olarak içerir.) Ancak doğru bir 𝕳 formal iddiası aslında kendi doğruluğunu iddia etmekten aciz olma gerçeğini yansıtan G(𝕳) iddiasını ileri *süremez*. Dahası birlikte işlediği sembollerin anlamlarını aslında içeremediğini görüyoruz. Aynı olgusal gerçekler üstteki iddiaların ikincisinde de karşımıza çıkar, ancak buna bir ironi daha eklenir: 𝕳 aslında *tutarlıyken* kendi tutarlılığını iddia etmekten acizken, eğer *tutarsızsa* böylesi kısıtlamalardan mustarip olmaz. Tutarsız bir 𝕳 bir "teorem" olarak formüle edebildiği her şeyi iddia edebilir! Hatta "𝕳 tutarlıdır" formülasyonunu bile ortaya atabildiği görülüyor. (Yeterince geniş kapsamlı) bir formal sistem kendi tutarlılığını ancak ve ancak *tutarsızsa* iddia edebilmektedir.

Q19. Neden yalnızca Gödel önermesi G(𝔽)'yi, halihazırda kabul ettiğimiz herhangi bir 𝔽 sistemine tekrar tekrar katan bir işlemi benimsemiyor ve bu işlemin *sonsuza dek* devam etmesine olanak sağlamıyoruz?

Yeterince geniş kapsamlı olan ve doğru olduğu düşünülen belirli bir 𝔽 formal sistemi verildiğinde, G(𝔽)'yi 𝔽'ye yeni bir aksiyom olarak nasıl ekleyeceğimizi ve bu yolla yine doğru olduğu düşünülen yeni bir $\mathbb{F}_1$ sistemini nasıl elde edeceğimizi düşünebiliriz.

(Bundan sonrasında gösterimsel tutarlılık açısından $\mathbb{F}$'yi $\mathbb{F}_0$ olarak da yazabiliriz.) Şimdi $G(\mathbb{F}_1)$'i $\mathbb{F}_1$'e nasıl ekleyeceğimizi ve bu yolla yine doğru olduğu düşünülen yeni bir $\mathbb{F}_2$ sistemini nasıl elde edeceğimizi düşünebiliriz. İşlemi tekrarlayarak $G(\mathbb{F}_2)$'yi $\mathbb{F}_2$'ye ekler ve $\mathbb{F}_3$'ü elde ederiz ve bu böyle devam eder. Şimdi biraz daha emek harcayarak aksiyomları $\{G(\mathbb{F}_0), G(\mathbb{F}_1), G(\mathbb{F}_2), G(\mathbb{F}_3), \ldots\}$ sonsuz kümesinin *tümünü* $\mathbb{F}$'nin ek aksiyomları olarak bünyesinde toplayan başka bir formal sistemi, $\mathbb{F}_\omega$'u görebilmemiz gerekir. Bu $\mathbb{F}_\omega$ sistemi de besbelli ki doğru olacaktır. İşleme devam ederek $G(\mathbb{F}_\omega)$'u $\mathbb{F}_\omega$'la birleştirir ve $\mathbb{F}_{\omega+1}$'i elde ederiz, sonra $G(\mathbb{F}_{\omega+1})$'i bununla birleştirir ve $\mathbb{F}_{\omega+2}$'yi elde ederiz; bu böyle devam eder. Ardından, daha önce yaptığımız gibi aksiyomların sonsuz kümesinin *tümünü* kapsama alarak bu kez $\mathbb{F}_{\omega 2}$'yi $(= \mathbb{F}_{\omega+\omega})$ elde ederiz ve yine bu da açıkça doğru olur. Şimdi de $G(\mathbb{F}_{\omega 2})$'yi katarak $\mathbb{F}_{\omega 2+1}$'i elde ederiz vs, böylece tekrar sonsuz kümeyi kapsayarak $\mathbb{F}_{\omega 3}$'ü $(= \mathbb{F}_{\omega 2+\omega})$ elde ederiz. Tüm süreci baştan bu noktaya kadar tekrar ederek $\mathbb{F}_{\omega 4}$'ü, sonra bir daha tekrar ederek $\mathbb{F}_{\omega 5}$'i elde ederiz; bu böyle devam eder. Biraz daha emek harcayarak yeni aksiyomlardan oluşan *bu* kümenin hepsini $\{G(\mathbb{F}_\omega), G(\mathbb{F}_{\omega 2}), G(\mathbb{F}_{\omega 3}), G(\mathbb{F}_{\omega 4}), \ldots\}$ bünyesinde toplayan bir sistemin, $\mathbb{F}$ taban ω^{2}'nin $(= \mathbb{F}_{\omega\omega})$ nasıl oluştuğunu görebilmemiz gerekir. Şimdi tüm süreci baştan bir kez daha tekrarladığımızda yeni bir sistem olarak $\mathbb{F}$ taban $\omega^2 + \omega^{2}$'yi, ardından $\mathbb{F}$ taban $\omega^2 + \omega^{2} + \omega^{2}$'yi elde ederiz, vs. Tüm bu şeylerin nasıl birleştirildiğini gördüğümüzde (yine biraz çalışma sonrasında) bu bizi daha kapsamlı bir sistem olan ve yine doğru olmak zorunda olan $\mathbb{F}$ taban ω^{3}'e ulaştırır.

Cantor'un *sıral* (*ordinal*) sayıları için kullanılan notasyona aşina olan okurlar benim burada bu tarz sıral sayıları göstermek için kullandığım alttakıları tanıyacaktır. Böyle şeylere aşina olmayanların bu sembollerin kesin anlamları konusunda kaygılanmalarına gerek yok. Her bir adımda o noktaya gelinceye dek başardığımız bütün gödelizasyonlardan oluşan kümenin nasıl sistematize edildiğini görebildiğimiz sürece, bu "gödelizasyon" işleminin sonsuza dek sürdürülebileceğinin söylenmesi yeterlidir ($\mathbb{F}$ taban ω^{4}, $\mathbb{F}$ taban ω^{5},..., şeklinde gösterilen sistemlere ulaşıyoruz ve ardından bu bizi daha da kapsayıcı bir $\mathbb{F}$ taban ω^{ω} sistemine ulaştırıyor ve süreç bizi $\omega^{\omega^{\omega}}$ vs gibi daha da büyük sırallara ulaştıracak şekilde devam ediyor). Meselenin düğüm noktası tam da budur: "Biraz

daha emek harcama" dediğimiz şey, aslında daha önceki gödelizasyonların nasıl sistematize edileceği konusunda uygun sezgileri gerektirir. En son ulaşılan (sıral) aşamanın, *özyinelemeli* sıral adı verilen ve işlemin oluşturulması için aslında bir tür algoritmanın var olduğu anlamına gelen şeyle etiketlenmesi koşuluyla bu sistematizasyonu başarmak mümkündür. Ancak bu sistematizasyonu özyinelemeli sıralların *hepsi* için bir kerede yapmamıza izin vererek peşinen şart koşabilen bir algoritmik işlem yoktur. Sezgilerimizi yeni baştan kullanmaya devam etmek zorundayız.

Yukarıdaki işlem ilk kez Alan Turing tarafından doktora tezinde ileri sürüldü (ve Turing 1939'da yayımlandı)[49] ve böylece Turing bize *herhangi* bir doğru Π_1–tümcesinin burada betimlenen türdeki tekrarlanan gödelizasyon tarafından kanıtlanabilir olduğunu gösterdi (*bkz.* Feferman 1988). Fakat tam da gödelizasyonun mekanik olarak sistematize edilememesi nedeniyle bu bize Π_1–tümcelerinin doğruluğunu saptamayı sağlayacak mekanik bir işlem sağlamamaktadır. Aslında gödelizasyonun mekanik yapılamadığı *çıkarımına* sadece Turing'in sonucundan ulaşabiliriz. Zira Π_1–tümcelerinin doğruluğunun (ya da doğru olmadığının) genel saptanışına *hiçbir* algoritmik işlemle karar verilemediğini (fiilen §2.5'te) doğrulamış durumdayız. Bu yüzden tekrarlanan gödelizasyon şu ana dek ilgilenmiş olduğumuz hesaplamalı ele alışların dışında yer alan sistematik bir işlem yolunda ilerleyişimizde herhangi bir şeyi elde etmemize izin vermemektedir. Bu yüzden **Q19** $\mathcal{G}$'ye tehdit oluşturmaz.

Q20. Matematiksel anlama yetisinin gerçek değeri, hesaplanamaz şeyleri başarmamızı sağlaması değil, olağanüstü karmaşık hesaplamaların yerini görece basit sezgilerin almasını sağlaması değil midir? Başka bir deyişle, zihin hesaplanabilir olanın sınırlarının ötesine atlatmaktan ziyade, karmaşıklık kuramı açısından bizim kısa yoldan ilerlememizi sağlamıyor mu?

Pratikte bir matematikçinin sezgilerinin hesaplanamazlıktan ziyade, hesaplamalı karmaşıklığı altetmek için çok daha sık devreye girdiğine inanmaya çok daha hazırım. Nihayetinde matematikçiler doğaları itibariyle tembel olmaya meyillidirler ve sık sık

[49] Ayrıca *bkz.* Kreisel (1960, 1967), Good (1967).

(bunun onları hesaplamadan bir hayli daha zor bir zihinsel çalışmaya itebiliyor olması gerçeğine rağmen!) hesaplamadan kaçınmanın yollarını bulmaya çalışırlar. Çoğu durumda bilgisayarların yalnızca kısmen karmaşık formal sistemlerin teoremlerini hiç düşünme gerekmeksizin seri biçimde üretir hale getirme çabası bile, hızla bilgisayarları fiilen ümitsiz biçimde hesaplamalı karmaşıklık tuzağına düşmüş hale getirmekte; öte yandan sistemin kurallarının temelinde yatan anlamları anlama yetisini kuşanmış bir insan matematikçi sistem bağlamında çok sayıda ilginç sonucu çıkarmak için fazla zahmet harcamamaktadır.[50]

Argümanlarımda karmaşıklık değil de, hesaplanamazlık üzerinde yoğunlaşmış olma sebebim basitçe, gereken güçlü açıklamaların nasıl yapıldığını bu ikincisiyle görebilmiş olmamdır. Çoğu matematikçinin çalışma hayatında hesaplanamazlık meselelerinin, eğer varsa, sadece çok küçük bir yer tutuyor olması da mümkündür. Fakat buradaki esas önemli nokta bu değil. Ben (matematiksel) anlamanın hesaplamanın ötesinde bulunan bir şey olduğunu ve Gödel(–Turing) argümanının bu konu hakkında elimizde olan birkaç tutamaktan biri olduğunu göstermeye çalışıyorum. Bizim matematiksel sezgilerimiz ve anlama becerilerimizin sıklıkla ilkesel olarak hesaplamalı yoldan da *başarılabilecek*, ama fazla sezgiye yer vermeyen kör hesaplamanın kullanılamaz olacak kadar yetersiz kalabildiği şeyleri başarmak için kullanılıyor olması oldukça mümkündür (*krş.* §3.26). Fakat bu konuların üzerine eğilmek hesaplanamazlık meselesinin üzerine eğilmekten çok daha zordur.

Her halükarda, Q20'de ifade edilen düşünceler doğru olsalar da, bu $\mathcal{G}$'yle hiçbir biçimde çelişmez.

Ek A: Açıkça Gödelci Bir Turing Makinesi

Elimizde belirli hesaplamaların hiç sonlanmadığını doğru biçimde tespit ettiğini bildiğimiz bir algoritmik A işlemi olduğunu varsayalım. A'dan başlayarak tamamen açık bir işlem sonucunda

[50] Bilgisayar sistemlerinin "kendi" matematiklerini yapmaya çalışırken karşılaşmakta oldukları sorunlarla ilgili olarak *bkz.* Freedman (1994). Genel olarak bu tür sistemler fazla ileri gidemezler. Hatırı sayılır ölçüde insan rehberliğine ihtiyaç duyarlar!

sizlere *A*'nın yapamadığı bir *C* hesaplaması sunacağım; yine de *C*'nin aslında *sonlanmadığını* görebileceğiz. *C*'nin bu açık ifadesini kullanarak §2.6'daki (*krş.* Ω8) ve §3.20'deki argümanlarda gerekli olduğu şekilde onun karmaşıklık derecesini ölçebilir ve bunu *A*'nınkiyle karşılaştırabiliriz.

Katiyet sağlanması amacıyla KYU'da verdiğim Turing makinesi belirteçlerini kullanacağım. Bunların ayrıntıları için okurlar ilgili cilde başvurabilirler. Burada şu anki amaçlarımız açısından yeterli olacak asgari bir betimlemeyle yetineceğim.

Bir Turing makinesi sonlu sayıda iç duruma sahiptir ama sonsuz bir şerit üzerinde işler. Şerit doğrusal olarak art arda gelen "kutulardan" oluşur; her kutu ya işaretlidir ya da işaretsizdir ve şeridin üzerindeki işaretlerin toplam sayısı sonludur. İşaretli kutuların her birini 1'le, işaretsiz kutuların her birini de 0'la gösterelim. Her seferinde bir işareti sorgulayan bir okuma cihazı vardır ve her okumadan sonra Turing makinesinin iç durumuna ve sorgulanan işaretin özelliğine açıkça bağlı olmak üzere üç şey tespit edilir: (i) Sorgulanan kutunun üzerindeki işaret değiştirilmiş midir, yoksa olduğu gibi mi bırakılmıştır? (ii) Makinenin yeni iç durumu ne olacaktır? (iii) Alet şerit üzerinde bir adım sağa mı (R ile gösterilir), bir adım sola mı (L ile gösterilir), yoksa makinenin durma noktasına gelmesiyle bir adım sağa mı (DUR ile gösterilir) gidecektir? Makine en sonunda durduğunda gerçekleştirmekte olduğu hesaplamanın yanıtı, okuma cihazının soluna doğru 0 ve 1'lerin art arda dizilmesiyle gösterilir. Başlangıçta şerit makinenin işlemlerini gerçekleştirmesini sağlayacak belirli verileri tanımlayan işaretler dışında (bunların da 1'ler ve 0'lardan oluşan sonlu bir dizi olması şartıyla) tamamen boş olmak zorundadır. Okuma cihazı başlangıçta bütün işaretlerin solunda yer alır.

Doğal sayılar şerit üzerinde girdi verileri ya da çıktı verileri içerisinde temsil edilirken *genişletilmiş ikilik* gösterim kullanmak faydalı olabilir. Buna göre sayı bildiğimiz ikilik ölçekte etkin biçimde yazılır ancak "1" ikilik sayısı 10 olarak, "0" ikilik sayısı 0 olarak yazılır. Bu nedenle sayıların genişletilmiş ikilik gösterime çevrilmesi şu şekilde olur:

0 ↔ 0
1 ↔ 10
2 ↔ 100
3 ↔ 1010
4 ↔ 1000
5 ↔ 10010
6 ↔ 10100
7 ↔ 101010
8 ↔ 10000
9 ↔ 100010
10 ↔ 100100
11 ↔ 1001010
12 ↔ 101000
13 ↔ 1010010
14 ↔ 1010100
15 ↔ 10101010
16 ↔ 100000
17 ↔ 1000010
vs.

Genişletilmiş ikilik gösterimde 1'in hemen tekrarının asla gerçekleşmediğini görüyoruz. Bu nedenle bir doğal sayının belirtecinin başlangıcı ve sonunu iki ya da daha fazla 1'in art arda gelmesiyle bildirebiliriz. Şerit üzerinde çeşitli türde komutları göstermek için de 110, 1110, 11110, vb dizileri kullanabiliriz.

Şerit üzerindeki işaretleri aynı zamanda belirli bazı Turing makinelerini belirtmek için de kullanabiliriz. *Evrensel* Turing makinesi *U*'nun faaliyetini düşündüğümüzde buna ihtiyaç duyulur. Evrensel makine *U*'nun baştaki kısmı evrensel makinenin taklit etmesinin söylendiği belirli bir verili Turing makinesi *T*'nin ayrıntılı belirtecini sağlayan bir şerit üzerinde etkide bulunur. *T*'nin kendisinin üzerinde etkide bulunması istenen veriler de *U*'nun içine *T* makinesini belirleyen kısmın sağına gelecek şekilde aktarılır. *T* makinesini belirtmek için 110, 1110 ve 11110 dizilerini sırasıyla *T*'nin okuma cihazının çeşitli komutlarını gösterecek şekilde kullanabiliriz. Bunlar şerit boyunca bir adım sağa hareket et, bir adım sola hareket et ya da bir adım sağa hareket ettikten sonra dur olabilir:

R ↔ 110
L ↔ 1110
DUR ↔ 11110

Her bir komutun hemen önünde okuma cihazının şeridinin o anda okumuş olduğu sembol hangisiyse onun yerine 0 ya da 1'le işaretlenmesi için sırasıyla ya 0 sembolü ya da 10 dizisi olacaktır. Bahsi geçen 0 ya da 10'un hemen önünde Turing makinesi aynı komut gereği neyin içine yerleştirilecekse o iç durumun sayısı için genişletilmiş ikilik gösterim olacaktır. (Sonlu sayıda olan iç durumların ardışık doğal sayılar 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., *N* ile gösterilebildiğini belirtelim. Şeridin üzerindeki kodlamada genişletilmiş ikilik gösterim bu sayıları göstermek için kullanılacaktır.)

Bu işlemin karşılık geldiği komutsa okuma cihazının okumak ve belki de değiştirmek üzere olduğu 0 ya da 1 sembolüyle birlikte makinenin şeridi okumadan hemen önceki iç durumu tarafından belirlenecektir. Örneğin *T* belirtecinin parçası olan 230 → 171R biçiminde bir komut olabilir ve bu şu anlama gelecektir: "Eğer *T* 23 iç durumundaysa ve okuma cihazı şeritte 0'la karşılaşırsa, bu durumda bunu 1'le değiştir, iç durum 17'ye gir ve şerit üzerinde bir adım sağa hareket et." Bu örnekte komuttaki "171R" kısmı 100001010110 şeklinde şifrelenir. Bunu 1000010.10.110 olarak böldüğümüzde ilk kısmın 17'nin genişletilmiş ikilik biçimi olduğunu, ikincinin şeridin üzerine 1'in işaretlenmesini şifrelediğini ve üçüncü kısmın da "sağa hareket et" komutunu şifrelediğini görürüz. Peki, baştaki iç durumu (burada iç durum 23) ve sorgulanan şeridin üzerindeki işareti (burada 0) nasıl belirtiyoruz? İstenirse bunları da genişletilmiş ikilik sayıları cinsinden açık şekilde verebiliriz. Ancak aslında bu gerekli değil, çünkü çeşitli komutların sayısal sıralaması bunun için yeterli olacaktır (şu sıralamayı kastediyoruz: 00 →, 01 →, 10 →, 11 →, 20 →, 21 →, 30 →,...).

Aktardıklarımız bize esasen KYU'da verilen Turing makineleri kodlamasını sağlamaktadır, ancak tam olması açısından birkaç ek noktanın daha belirtilmesi gerekir. İlk olarak 0 üzerinde ve 1 üzerinde etki eden iç durumların her biri için bir komutun sağlanmış olduğundan emin olmalıyız (sadece 1 üzerinde etki eden en büyük sayılı iç durum için bir komut her zaman gerekli değildir).

Programda böyle bir komutun hiç kullanılmadığı yerlerde de bir "kukla" eklenmesi gerekir. Örneğin iç durum 23'ün programın işleyişinde 1 işaretiyle hiç karşılaşmaması gerekiyorsa, 231 → 0**0R** bu tür bir yapay komut olabilir.

Bir Turing makinesinin belirtilen yönergeler çerçevesinde bir şerit üzerindeki şifreli belirtecinde 00 çifti 00 dizisiyle temsil edilir, ancak her iki taraftaki 1'ler (birden fazla) dizilerini ayırmak için ekonomik davranılarak bir karışıklığa mahal vermeden tek bir 0 da kullanılabilir.[51] Turing makinesi işleyişini iç durum 0'da başlatacak ve okuma cihazı şerit üzerinde bu iç durumunu ilk 1'ine rastlayana dek koruyarak hareket edecektir. Bu 00 → 0**0R** işleminin her zaman bir Turing makinesinin komutlarının parçası olduğunun varsayılmasıyla başarılır. Bu nedenle bir Turing makinesinin 0'lar ve 1'lerin birbirini izlemesi şeklinde gerçek bir belirtecinde bu komutu açık şekilde sağlamak gerekli değildir; bunun yerine 01 → X ile başlarız ve burada X makinenin faaliyete geçirilmiş ilk değersiz olmayan, başka bir deyişle şeritteki ilk 1'le karşılaşıldığında gerçekleştirilen işlemini gösterir. Bu aksi halde bir Turing makinesini belirten dizinin içinde hep gerçekleşecek olan başlangıçtaki 110 dizisinin (→ 0**0R**'yi gösteren) silinmesini mümkün kılar. Üstelik ayrıca bu belirteç içindeki son dizi olan 110'ı da her zaman silebiliriz, çünkü bu da bütün Turing makinelerinde ortaktır.

Sonuçta ortaya çıkan 0 ve 1 haneleri dizisi bize (KYU 2. Bölümde verildiği üzere) ilgili makinenin *Turing makinesi sayısı n*'nin (olağan, diğer bir deyişle genişletilmemiş) *ikilik kodlamasını* verir. Buna *n*'inci Turing makinesi deriz ve $T = T_n$ yazarız. Sonuna 110 dizisi bitişmiş bu tür her ikilik sayı, asla art arda dörtten fazla 1'in gelmediği bir 0'lar ve 1'ler dizisidir. Durumun böyle olmadığı bir n sayısı, dörtten fazla 1 içeren bir komutla karşılaşır

[51] Bu bir Turing makinesi kodlamasında ...110011... dizisinin gerçekleştiği her yere ...11011... koyulabileceği anlamına gelir. KYU'da verdiğim evrensel Turing makinesi belirtecinde bunu yapmayı ihmal ettiğim 15 yer vardır (krş. 2. Bölümdeki 7. son not). Bu benim açımdan kesin bir rahatsızlık kaynağıdır, çünkü verdiğim yönergelerin kısıtları altında bu evrensel makine için ulaşabileceğim en küçük sayıya ulaşmak için çok ciddi bir uğraşı vermiştim. Bahsedilen basit değişikliklerin yapılması bize benim verdiğimden 30.000 kat daha küçük bir sayı sağlamaktadır! Bana bu hatamı gösterdiği ve basılı haliyle belirtecin gerçekten de bir evrensel Turing makinesi sağladığını bağımsız olarak kontrol ederek onayladığı için Steven Gunhouse'a minnet borçluyum.

karşılaşmaz çalışması duran "bozuk bir Turing makinesi" sonucunu verir. Bu durumda böyle bir "T_n" için *doğru biçimde belirtilmemiş* tespiti yapılır. Onun *herhangi bir* şerit üzerinde faaliyeti, *tanım gereği* sonlanmayan türde olarak düşünülür. Benzer şekilde eğer bir Turing makinesi faaliyeti diğer komutların listelerinde yer alan sayılardan daha büyük bir sayıyla belirtilmiş bir duruma girme komutuyla karşılaşırsa, bu durumda da "takılacaktır"; "bozuk" olduğu düşünülecek ve faaliyeti yine sonlanmayan türde sayılacaktır. (Çeşitli araçların kullanımıyla fazla zorluk yaşamadan bu garip durumları ortadan kaldırmak mümkündür, ama bunu yapmaya gerek yoktur; krş. §2.6, **Q4**).

Verilen bir *A* algoritmasından ihtiyaç duyulan *A*'nın başarısız olmak zorunda olduğu açıkça sonlanmayan hesaplamanın nasıl oluşturulacağını görmek için, *A*'nın bir Turing makinesi olarak verildiğini varsaymamız gerekir. Bu makine *p* ve *q* ile göstereceğimiz iki doğal sayıyı kodlayan bir şerit üzerinde faaliyet gösterir. Eğer *A*(*p*, *q*) hesaplaması sonlanırsa, T_p hesaplamasının *q* sayısı üzerindeki faaliyetinin asla *sonlanmadığının* varsayılması gerekir. Eğer T_p doğru şekilde belirlenmemişse, bu durumda onun *q* üzerindeki faaliyetinin *q* ne olursa olsun sonlanmadığını düşünmek zorunda olduğumuzu hatırlatalım. Bu tarz bir "geçersiz" *p* durumunda A(*p*, *q*) 'nun tüm sonuçları ne olursa olsun bizim varsayımlarımızla tutarlı olacaktır. Dolayısıyla yalnızca T_p'nin doğru şekilde belirlendiği *p* sayılarıyla ilgilenmem yeterli olacaktır. Bu nedenle *p* sayısının ikilik gösterimi bir şerit üzerinde temsil edilirken ... 11111 ... dizisini içeremez. Bu bize *p* sayısının şerit üzerinde temsil edilirken başlangıç ve sonuna işaret etmek için 11111 dizisini kullanma iznini verir.

Fakat aynısını, bu tür bir sayı olmakla sınırlanması *gerekmeyen q* için de yapmamız gerekir. Bu bizi benim verdiğim şekliyle Turing makinesi yönergeleri açısından teknik bir gariplikle karşı karşıya bırakır ve *p* ve *q* sayılarını *beşlik* ölçekte yazılmış olarak alan bir aletin kullanılmasıyla bundan kurtulmak uygun olacaktır. (Bu ölçekte "10" *beş* sayısını gösterir, "100" *yirmi beş* sayısını, "44" *yirmi dört* sayısını gösterir vs.) Ancak beşlik sayılar olan 0, 1, 2, 3 ve 4'ü kullanmak yerine, bunlara karşılık gelen şerit dizileri olan 0, 10, 110, 1110 ve 11110'ı kullanacağım. Bu nedenle:

0	0 dizisiyle
1	10 dizisiyle
2	110 dizisiyle
3	1110 dizisiyle
4	11110 dizisiyle
5	100 dizisiyle
6	1010 dizisiyle
7	10110 dizisiyle
8	101110 dizisiyle
9	1011110 dizisiyle
10	1100 dizisiyle
11	11010 dizisiyle
12	110110 dizisiyle
13	1101110 dizisiyle
14	11011110 dizisiyle
15	11100 dizisiyle
16	111010 dizisiyle
...	...
25	1000 dizisiyle
26	10010 dizisiyle vs. temsil edilir.

"C_p" gösterimi burada doğru şekilde belirlenmiş Turing makinesi T_r için kullanılacaktır; buradaki r, olağan ikilik ifadesi sonda eklenen 110 dizisiyle birlikte yukarıda aktarılan tanıma göre p'nin tam olarak beşlik ifadesi olan sayıdır. C_p hesaplamasının üzerinde etkide bulunduğu q sayısının da beşlik gösterimle ifade edilmesi gerekir. $A(p, q)$ hesaplaması da p, q sayı çiftini kodlayan şeridin üzerinde etkide bulunan bir Turing makinesi olarak betimlenir. Bu şeritteki bu kodlama şu şekilde olur:

...00111110p111110q11111000...

Buradaki p ve q sırasıyla p ve q'nun beşlik gösterimleridir.

Bizim ihtiyaç duyduğumuz şey, bu değeri aldığında $C_p(q)$'nun sonlanmadığını bildiğimiz ama aynı zamanda $A(p, q)$'nun da sonlanmayı başaramadığı bir p ve bir q bulmaktır. §2.5'teki işlem bunu, n üzerinde etki eden C_k'nin tam olarak bütün n değerlerinde $A(n, n)$ olduğu bir k sayısı bularak ve $p = q = k$'yi sağlayarak başarır. Bunu açık şekilde başarmak için, bir şerit üzerinde

...00111110n11111000...

şeklinde (n, *n*'nin beşlik ifadesi olmak üzere) işaretlenen eylemi, *A*'nın

...00111110n111110n11111000...

üzerindeki eylemiyle (bütün *n*'ler için) tam olarak aynı olan bir Turing makinesi yönergesi *K* (=C_k) arayışına gireriz. Bu nedenle *K*'nin yapması gereken n sayısını (beşlik gösterimde yazılı şekliyle) almak ve bunu 111110 dizisinin n'nin iki gerçekleşmesini birbirinden ayırdığı (ve benzer bir dizinin şerit üzerindeki işaretler dizisinin tümünü başlattığı ve sonlandırdığı) yere bir kez kopyalamaktır. Dolayısıyla sonuç olarak ortaya çıkan şerit üzerinde, *A*'nın o şerit üzerinde etki edeceği şekille tam olarak aynı şekilde etki etmesi gerekir.

A'da yapılarak böyle bir *K*'yi sağlayacak açık bir değişiklik şu şekilde elde edilir. İlk olarak *A*'nın belirteci içerisinde başlangıçtaki ilk 01 → X komutunu buluruz ve bu "X"in aslında ne olduğunu not ederiz. Bunu aşağıda verilen belirteçteki "X"in yerine yerleştireceğiz. Teknik bir nokta olarak, aynı zamanda *A*'nın, 01 → X komutu aktive edildikten sonra *A*'nın iç durumu 0'ın gerçekte bir daha asla tekrar girilmediği bir şekilde ifade edildiğini varsaymak zorundayız. *A*'nın bu biçime sahip olduğunda ısrar edilmesinin doğurduğu hiçbir kısıtlama yoktur.[52] (0'ın başka bir yerde değil ama kukla (yapay) komutlar içinde kullanılmasında bir sorun yoktur.)

Ardından *A*'nın belirtecindeki iç durumların toplam sayısı *N*'nin bulunması gerekir (buna 0 durumu da dahildir, böylece *A*'nın en büyük iç durum sayısı *N* – 1'dir). Eğer *A*'nın belirteci (*N* – 1)1→Y biçiminde bir son komut içermiyorsa, bu durumda en sona (*N* – 1)1 → 0**0R** yapay komutu eklenmek zorundadır. Son

[52] Aslında Turing'in özgün önerilerinden biri de başka bir iç durumdan iç durum "0" yeniden girilir girilmez makinenin durmasıydı. Bu şekilde yukarıdaki sınırlama gereksiz olmakla kalmayacak, **DUR** komutundan vazgeçilebilecekti. Bu sayede bir basitleştirme de sağlanmış olacaktı, çünkü bir komut olarak 11110'a gerek duyulmayacaktı ve de 11110, 111110'ın yerine işaretleyici olarak kullanılabilecekti. Bu benim *K* yönergemi ciddi derecede kısaltırdı ve beşlik sayı sistemi yerine de dörtlük sistemi kullanabilirdik.

olarak 01 → X'i *A*'nın belirtecinden çıkarırız ve bu belirtece aşağıda listelenen Turing makinesi komutlarını ekleriz. Bu listede karşımıza çıkan her bir iç durum sayısı *N* oranında artırılmak zorundadır; ø sonuçta ortaya çıkan iç durum 0'ı temsil etmektedir ve alttaki "11 → X" içerisindeki "X" de yukarıda not ettiğimiz komuttur. (Özellikle de aşağıdaki ilk iki komut 01 → N1R, N0 → (N + 4)0R halini alır.)

ø1 → 01R, 00 → 40R, 01 → 01R, 10 → 21R, 11 → X, 20 → 31R, 21 → ø0R, 30 → 551R, 31 → ø0R, 40 → 40R, 41 → 51R, 50 → 40R, 51 → 61R, 60 → 40R, 61 → 71R, 70 → 40R, 71 → 81R, 80 → 40R, 81 → 91R, 90 → 100R, 91 → ø0R, 100 → 111R, 101 → ø0R, 110 → 121R, 111 → 120R, 120 → 131R, 121 → 130R, 130 → 141R, 131 → 140R, 140 → 151R, 141 → 10R, 150 → 00R, 151 → ø0R, 160 → 170L, 161 → 161L, 170 → 170L, 171 → 181L, 180 → 170L, 181 → 191L, 190 → 170L, 191 → 201L, 200 → 170L, 201 → 211L, 210 → 170L, 211 → 221L, 220 → 220L, 221 → 231L, 230 → 220L, 231 → 241L, 240 → 220L, 241 → 251L, 250 → 220L, 251 → 261L, 260 → 220L, 261 → 271L, 270 → 321L, 271 → 281L, 280 → 330R, 281 → 291L, 290 → 330R, 291 → 301L, 300 → 330R, 301 → 311L, 310 → 330R, 311 → 110R, 320 → 340L, 321 → 321L, 330 → 350L, 331 → 331R, 340 → 360R, 341 → 340R, 350 → 371R, 351 → 350R, 360 → 360R, 361 → 381R, 370 → 370R, 371 → 391R, 380 → 360R, 381 → 401R, 390 → 370R, 391 → 411R, 400 → 360R, 401 → 421R, 410 → 370R, 411 → 431R, 420 → 360R, 421 → 441R, 430 → 370R, 431 → 451R, 440 → 360R, 441 → 461R, 450 → 370R, 451 → 471R, 460 → 480R, 461 → 461R, 470 → 490R, 471 → 471R, 480 → 480R, 481 → 490R, 490 → 481R, 491 → 501R, 500 → 481R, 501 → 511R, 510 → 481R, 511 → 521R, 520 → 481R, 521 → 531R, 530 → 541R, 531 → 531R, 540 → 160L, 541 → ø0R, 550 → 531R.

Şu an yukarıdaki yapı sayesinde, *K*'nın büyüklüğü üzerinde *A* büyüklüğünde bir fonksiyon olarak kesin bir limit koyma pozisyonundayız. Bu "büyüklüğü" §2.6'da (Ω8'e yanıtın sonunda) tanımlandığı üzere "karmaşıklık derecesi" olarak ölçelim. Tikel bir Turing makinesi T_m için (*A* gibi) bu, m sayısının ikilik gösterimindeki basamakların sayısıdır. Tikel bir Turing makinesi *eylemi* $T_m(n)$ için

(K gibi) bu, m ve n'nin büyük olanındaki ikilik basamakların sayısıdır. α ve κ'ye sırasıyla a ve k' içerisindeki ikilik basamakların sayısı dersek,

$$A = T_a \text{ ve } K = T_{k'} (= C_k)$$

olur. A (ilk komut atıldığında) en az $2N - 1$ komuta sahip olduğu için ve her komut ikilik belirtecinde en az üç ikilik basamak kapladığı için, Turing makinesi sayısı a içerisindeki ikilik basamakların toplam sayısı muhakkak şu koşulu karşılar:

$$\alpha \geq 6N - 6$$

K için komutların yukarıdaki ek listesinde orada gözüken sayıya N sayısının eklenmek zorunda olduğu (okların sağına) 105 yer vardır. Sonuçta ortaya çıkan sayılar $N + 55$'ten daha azdır ve bu yüzden her biri ikilik gösterimlerini $2 \log_2(N + 55)$'ten daha fazla genişletmezler ve iç durumların fazladan belirteci toplamda $210 \log_2(N + 55)$ ikilik basamaktan daha az eder. Buna ekstra semboller 0, 1, R ve L için gerek duyulan basamakları eklemek zorundayız. Bunlar ayrıca 527'dir (muhtemel bir ek "yapay" komut dahil ve 0'ların altısının 00'ın 0 olarak gösterilebileceği kuralı sayesinde elenebileceğini akılda tutarak); dolayısıyla K'nın belirtecinin A'ya oranla $527 + 210 \log_2(N + 55)$ basamaktan daha azını gerektirdiğinden emin olabiliriz:

$$\kappa < \alpha + 527 + 210 \log_2(N + 55)$$

Yukarıda elde edilmiş $\alpha \geq 6N - 6$ bağıntısını kullanarak ($210 \log_2 6 > 542$ olduğunu not ederek) şu sonuca ulaşırız:

$$\kappa < \alpha - 15 + 210 \log_2(\alpha + 336)$$

Şimdi bu işlemin sağladığı $C_k(k)$ hesaplamasının karmaşıklık derecesi η'yı bulalım. $T_m(n)$'nin karmaşıklık derecesinin m, n sayılarından büyük olanının ikilik basamaklarının (ya da hanelerinin) sayısı olarak tanımlanmış olduğunu hatırlayalım. Şu anki durumda elimizde $C_k = T_{k'}$ eşitliği var, dolayısıyla "m" içerisindeki ikilik basamakların sayısı bu hesaplama için sadece κ'dır. Bu hesaplamada "n" içerisindeki ikilik basamakların sayısını öğren-

mek için $C_k(k)$'de kullanılan şeridi inceleriz. Şerit 111110 dizisiyle başlar, bunu hemen k' için geçerli olan ikilik ifade izler ve ardından 11011111 dizisiyle sonlanır. KYU'daki teamüller $T_m(n)$ hesaplamasındaki şeridi numaralandıran "n"yi elde edebilmemiz için bu dizinin tümünün, sadece son hane silinerek, ikilik bir sayı olarak okunmasını gerektirir. Bu nedenle bu "n" içerisindeki ikilik basamakların sayısı tam olarak $\kappa + 13$'tür; $\kappa + 13$ aynı zamanda $C_k(k)$'nin karmaşıklık derecesi η'dır, bu nedenle $\eta = \kappa + 13 < \alpha - 2 + 210\log_2(\alpha + 336)$, buradan da daha basit görünümlü şu sonuca ulaşırız:

$$\eta < \alpha + 210 \log_2(\alpha + 336)$$

Yukarıdaki argümanın özgül ayrıntıları benimsenmiş olan Turing makinelerinin kodlamalarının özellikleridir ve bunlar başka bir kodlamada daha değişik olurlardı. Ana fikir oldukça basittir. Aslında bir λ–kalkülüs formalizmi benimsenmiş olsaydı, bu durumda bütün işlem bir anlamda neredeyse abesliğe indirgenmiş olurdu. (Church'ün λ–kalkülüsünün yeterli bir betimlemesi için *bkz.* KYU, 2. Bölümün sonu, ayrıca *bkz.* Church 1941) A'yı, **(AP)Q** işlemince ifade edilen ve **P** ve **Q** gibi başka işlemciler üzerinde etki eden bir λ–kalkülüs işlemcisi **A** tarafından tanımlanmış olarak düşünebiliriz. Burada **P** C_p hesaplamasını temsil eder, **Q** da q sayısını simgeler. Bu durumda **A** için gereklilik bütün benzer **P, Q**'lar için şunun geçerli olmasıdır:

Eğer **(AP)Q** sonlanırsa, **PQ** sonlanmaz.

Bu noktada sonlanmayan, ama **A**'nın bu gerçeği saptamayı başaramadığı, bir λ–kalkülüs işlemi oluşturmayı kolaylıkla başarabiliriz.

$$\mathbf{K} = \lambda\mathbf{x}.[(\mathbf{A}\mathbf{x})\mathbf{x}]$$

alındığında bu başarılır, böylece bütün **Y** işlemcileri için **KY** = **(AY)Y** olur. Bundan sonra da

KK

λ–kalkülüs işlemini düşünürüz. Açıktır ki bu sonlanmaz, çünkü **KK** = (**AK**)**K** ve bunun sonlanması **A**'nın varsayılan doğası gereği **KK**'nin sonlanmadığını gösterecektir. Dahası **A** bu gerçeği tespit edemez, çünkü (**AK**)**K** sonlanmaz. Eğer **A**'nın ihtiyaç duyulan özelliğe sahip olduğuna *inanıyorsak*, bu durumda **KK**'nın sonlanmadığına da *inanmak* zorundayız.

Bu işlemde çok ciddi bir tasarruf yapıldığını not edelim. Eğer **KK**'yi şu formda yazarsak,

$$\mathbf{KK} = \lambda\mathbf{y}.(\mathbf{yy})\ (\lambda\mathbf{x}.[(\mathbf{Ax})\mathbf{x}])$$

bu durumda **KK** içerisindeki sembollerin sayısının (her durumda zaten kalabalık eden noktaları göz ardı edersek) *A*'nın içerisindeki sembol sayısından sadece 16 adet daha fazla olduğunu görürüz!

Aslına bakılırsa bu tümüyle kurallara uygun değildir, çünkü "**x**" sembolü A için olan ifadede de karşımıza çıkabilir ve bu gerçekle baş etmek için bazı araçların benimsenmesi gerekir. Ayrıca bu işlemin ürettiği sonlanmayan hesaplamanın doğal sayılarla yapılan bir işlemde karşımıza çıkan bir şey olmaması da (çünkü **KK**'daki ikinci **K** bir "sayı" değildir) anlamada bir zorluk doğurabilir. Aslında λ–kalkülüs açık sayısal işlemler açısından pek uygun değildir ve doğal sayılara uygulanan verili bir algoritmik işlemin bir λ–kalkülüs işlemi olarak nasıl ifade edilebildiğini görmek genellikle pek kolay değildir. Bu tür nedenlerden dolayı Turing makineleri üzerine yürütülen tartışma bizim tartışmalarımıza daha doğrudan uymaktadır ve isteneni elde etme açısından çok daha açık bir şekilde başarılıdır.

3

MATEMATİKSEL DÜŞÜNCEDE HESAPLANAMAZLIK DURUMU

3.1 Gödel ve Turing ne düşünüyordu?

2. Bölümde okura matematiksel anlamanın bilinçli olarak kavranan ve tamamen inanılan bir algoritmanın (ya da algoritmaların; krş. **Q1**) sonucu olamayacağı ($\mathcal{G}$ ile gösterilen) iddiasının altında yatan problemin gücünü ve sert doğasını sergilemeye çalıştım. Bu argümanlar ($\mathcal{G}$ ile uyumlu olarak) daha ciddi bir olasılık olan matematiksel inancın bilinmeyen bilinçsiz bir algoritmanın sonucu ya da belki de matematiksel inancın altında yatanın o olduğu (ya da kesinkes olduğuna inanılan) bilinemeyen, bilinebilir bir algoritmanın sonucu olabileceği sorununun üzerine eğilmemektedir. Benim bu bölümdeki amacım bunların mantıksal olasılıklar olmalarına karşın, hiç de makul olasılıklar olmadıklarını göstermektir.

Öncelikle şu vurgulanmalı; matematikçiler matematiksel doğrulamalar için kullandıkları bilinçli uslamlama zincirlerini büyük bir dikkatle üretirken, hem bilmek hem de inanmaktan aciz oldukları bilinçsiz kurallara kör bir biçimde uyduklarını *düşünmezler*. Yaptıklarını düşündükleri şey, argümanlarını tartışmasız doğrulara (en nihayetinde esasen bunların "açıkça görülür" olanlarına) dayandırmak ve uslamlama zincirlerini tamamen bu doğrulardan inşa etmektir. Bu zincirler bazen aşırı derecede uzun, karmaşık ya da kavramsal olarak zor algılanır olabilse de, uslamlama ilkesel olarak ve esasen doğruluğu tartışma götürmez, kesin inanılır ve mantıksal olarak kusursuzdur. İnançlarını bir ihtimal "perde arkasından" bilinemez yollardan yönlendiren, aslında tamamen farklı, bilinmeyen ya da inanılmayan işlemlere göre hareket ettiklerini düşünmeye eğilim göstermezler.

Elbette bu konuda haklı olmayabilirler. Belki de bütün matematiksel düşünce ve algılarını yöneten, kendilerinin bilmediği bir algoritmik süreç gerçekten de vardır. Matematikçi olmayan biri için böyle bir olasılığı ciddiye almak, matematikçi olarak çalışanların çoğuna oranla daha kolaydır. Bu bölümde okurları bu çalışan matematikçilerin ne bilinmeyen (ya da bilinemez) bir algoritmaya ne de kesin olarak inanmadıkları bir algoritmaya yanıt vermedikleri şeklindeki görüşlerinde haklı olduklarına ikna etmeye çalışacağım. Düşünce ve inançlarına gerçekten de bazı bilinmeyen bilinçsiz ilkeler yön veriyor olabilir; ama durum böyleyse bile, bu ilkelerin algoritmik terimlerle betimlenemeyecek şeyler olduğunu savunacağım.

$\mathcal{G}$ sonucuna ulaşmamızda bize yol gösteren argümanın kendisinden esasen sorumlu olan iki öncü matematik kişiliğinin bu konudaki görüşlerini ele almak öğretici olacaktır. Gödel'in düşüncesi neydi? Turing ne düşünüyordu? Aynı matematiksel kanıtlarla temelde birbirine zıt sonuçlara nasıl ulaşmış oldukları çok ilginçtir. Yine de bu iki seçkin düşünürün de $\mathcal{G}$ sonucuyla uyumlu yaklaşımlar ifade etmiş olduğu vurgulanmalıdır. Gödel'in yaklaşımı görünüşe göre şöyle: Zihin hesaplamalı bir varlık olmak gerekliliğiyle sınırlanmış değildir ve hatta beynin sonluluğuyla bile sınırlanmış değildir. Aslına bakılırsa o Turing'i bunu bir olasılık olarak kabul etmemekle suçlamıştır. Hao Wang'e göre (1974, s:326, ayrıca krş. Gödel (1990) *Collected Works* Cilt II, s:297) Gödel Turing'in iki örtük iddiasının "beyin temelde dijital bir bilgisayar gibi çalışır" ve "fizik yasaları, gözlemlenebilir sonuçları yönüyle, sonlu bir kesinlik sınırına sahiptir" her ikisini birden kabul ederken, diğer örtük iddiası olan "maddeden ayrı bir zihin yoktur"u "zamanımızın peşin hükümlerinden biri" olarak niteleyerek reddeder. Bu nedenle Gödel *fiziksel* beynin hesaplamalı olarak davranmak zorunda olduğunu aşikâr olarak kabul eder görünürken, zihnin beynin ötesinde bir şey olduğunu, dolayısıyla zihnin eyleminin fiziksel beynin davranışını kontrol etmesi gerektiğine inandığı hesaplamalı yasalar uyarınca davranmakla kısıtlanmış olmadığını düşünür. $\mathcal{G}$'yi zihnin hesaplanamaz bir biçimde davrandığı yönündeki görüşünün bir kanıtı olarak görmez, çünkü şöyle demektedir:[53]

[53] Bu alıntı Rucker (1984) ve Wang (1987)'den alınmıştır. Görünen o ki bu Gödel'in 1951

> Öte yandan, şu ana kadar kanıtlananlar temelinde, gerçekte matematiksel sezgiyle eşdeğer *olan* ama öyle olduğu *kanıtlanamayan*, sonlu türde sayılar kuramının yalnızca *doğru* teoremlerini sağlayacağı bile kanıtlanmayan bir teorem–kanıtlayıcı makinenin var olması (hatta deneysel olarak keşfedilebilir olması) mümkün olarak kalmaktadır.

Bunun aslında $\mathcal{G}$'ye olan inançla da tutarlı olduğu vurgulanmalıdır (ve ben Gödel'in benim "$\mathcal{G}$" olarak ifade ettiğim gibi açıkça tanımlanmış bir sonucun gayet farkında olduğundan hiç kuşku duymuyorum). O insan matematikçilerin zihinlerinin farkında olmadıkları ya da belki doğruluğuna tartışmasız biçimde ikna olamamaları şartıyla ("... *kanıtlanamayan*...yalnızca *doğru* teoremlerini sağlayacağı bile kanıtlanmayan) farkında olabildikleri bir algoritma uyarınca davranabileceği şeklindeki mantıksal olasılığı kabul etti. Böyle bir algoritma benim terminolojimde "bilinemez şekilde doğru" kategorisinde yer alır. Elbette böylesi bir bilinemez şekilde doğru algoritmanın *gerçekten* bir matematikçinin zihninin eylemlerinin temelinde yatabileceğine *inanmak* tamamen bambaşka bir konudur. Görünen o ki Gödel buna inanmıyordu ve kendisini benim $\mathcal{D}$ ile gösterdiğim mistik yönde, zihnin fiziksel dünyanın bilimiyle açıklanamadığı görüşüne savrulur buldu.

Öte yandan Turing görünen o ki fiziksel beynin, diğer tüm fiziksel nesneler gibi, hesaplamalı bir biçimde ("Turing'in tezini" hatırlayın, §1.6) hareket etmek zorunda olduğuna (Gödel'in inandığı gibi) inanarak, böylesi bir mistik duruşu reddetti. Bu nedenle aslında $\mathcal{G}$ tarafından sağlanan temellendirmenin etrafından dolaşmanın bir yolunu bulmalıydı. Turing insan matematikçilerin hata yapmakta çok becerikli olduğunu söyleyerek taşı tam gediğine koymayı başardı; bir bilgisayarın hakiki biçimde zeki olabilmesi için onun da hatalar yapıyor olmasının gerektiğini söyledi:[54]

> Başka sözlerle ifade edersek eğer bir makinenin yanılmaz olması bekleniyorsa, o makine zeki de olamaz. Neredeyse tam olarak bunu söyleyen birkaç teorem vardır. Fakat bu

---

Gibbs Lecture'ından bir parçadır ve metnin tamamı daha sonra Gödel'in toplu eserlerinde Cilt 3 (1995) içerisinde yayımlanacaktır. Ayrıca *bkz.* Wang (1993), s:118.

[54] *Bkz.* Hodges (1983) s: 361. Alıntı Turing'in Londra Matematik Topluluğu'na yaptığı 1947 yılındaki konuşmasından alınmıştır ve Turing (1986)'da yayımlanmıştır.

teoremler eğer bir makine yanılmazlık numarası yapmıyorsa ne kadar zekâ sergilenebildiği konusunda hiçbir şey söylemezler.

Aklındaki "teoremler" kuşkusuz Gödel'in teoremi ve kendisinin ortaya attığı Gödel teoreminin "hesaplamalı" versiyonu gibi onunla bağlantılı diğer teoremlerdir. Bu nedenle insanın matematiksel düşünüşünün doğruluktan sapmalarını temel önemde görmüş, zihnin (varsayılan) kesin olmayan algoritmik faaliyetinin tamamen doğru algoritmik bir işlem aracılığıyla elde edilebilenden daha büyük bir güç sağladığını kabul etmiş görünüyor. Bunun gereği olarak da Gödel argümanının vardığı sonuçlardan kurtulmak için bir yol önermiştir: Matematikçinin algoritması teknik olarak hatalı özellikte olacak ve kesinlikle "bilinebilir doğrulukta" olmayacaktır. Bu yüzden Turing'in görüşü $\mathcal{G}$ ile tutarlıdır ve kendisinin $\mathcal{A}$ yaklaşımını da kabul etmesi pek muhtemel gözükmektedir.

Bundan sonraki tartışmalar içerisinde, bir matematikçinin algoritmasında "doğru olmama"nın bir matematikçinin zihninde ne olup bittiğinin *gerçek* açıklaması olabileceğine inanmama nedenlerimi sunacağım. Ne olursa olsun, zihni kesin doğru bir bilgisayardan üstün kılan şeyin, zihnin kesin doğru olmaması olduğu fikrinde içsel bir inandırıcı olmama durumu vardır ve bu durum, burada yaptığımız gibi, matematiksel özgünlük ya da yaratıcılığı değil de, *matematikçinin tartışmasız matematiksel doğruluğu anlama* becerisini tartıştığımızda özellikle geçerlidir. Bu iki büyük düşünürün, Gödel ve Turing'in kendilerini $\mathcal{G}$ gibi düşünceler yüzünden birçok kişinin biraz mantıksız olarak değerlendirebileceği bir noktaya savrulmuş bir halde buldukları açık bir gerçektir. Benim burada savunduğum $\mathcal{C}$ yaklaşımıyla uyumlu olarak eğer fiziksel faaliyetin temel itibariyle yer yer *hesaplanamaz* olabileceği şeklindeki ciddi olasılık üzerinde düşünmüş olsalardı, kendilerini bu kadar savrulmuş halde bulup bulmayacakları konusunda zihin jimnastiği yapmak ilginç olurdu.

Bundan sonraki alt başlıklarda sunacağım (§3.2–§3.22) $\mathcal{A}$ ve $\mathcal{B}$ hesaplamalı modellerinin matematiksel anlama için makul bir temel sunma olasılıklarını hükümsüz kılmayı amaçlayan ayrıntılı argümanlardan bazıları biraz daha karmaşık, akıl karıştırıcı ve teknik nitelikte olacak. Bu konuda ikna olma gereksinimi duyma-

yan (ya da ayrıntılardan gözü korkan) okurlara önerim ilerleyebildikleri kadar ilerlemeleri, işler bıktırıcı bir hal alırsa da doğrudan §3.23'teki özet niteliği taşıyan hayal ürünü diyaloğa geçmeleridir. Lütfen ana argümana sadece isterseniz ve istediğiniz zaman dönünüz.

3.2 Hatalı bir algoritma matematiksel anlamayı bilinebilir şekilde simüle edebilir mi?

$\mathcal{G}$'ye uygun olarak matematiksel anlamanın hatalı ya da bilinebilir olmayan; ya da muhtemelen doğru ve bilinebilir olup da, bilinebilir şekilde doğru olmayan bir algoritmanın sonucu olabileceğini; ya da farklı matematikçilere karşılık gelen bu şekildeki farklı algoritmaların olabileceğini düşünmek zorundayız. "Algoritma" kelimesiyle anlatılmak istenen yalnızca hesaplamalı bir işlemdir (§1.5'teki gibi); diğer bir ifadeyle bu, sınırsız belleğe sahip bir genel amaçlı bilgisayarda ilkesel olarak simüle edilebilen herhangi bir şeydir. (Belleğin "sınırsız" doğası idealleştirmesinin argümanı zayıflatmadığı §2.6 içerisinde **Q8'**deki tartışmadan hatırlanacaktır.) Bu "algoritma" kavramı yukarıdan aşağıya işlemleri, aşağıdan yukarıya öğrenen sistemleri ve bu ikisinin kombinasyonlarını kapsamaktadır. Örneğin yapay nöral ağlar tarafından başarılabilecek her şey buna dahildir (*krş.* §1.5). Buna "genetik algoritmalar" adı verilen ve Darwinci evrimle benzeşen bileşik süreçler sayesinde kendilerini geliştirenler gibi başka aşağıdan yukarıya mekanizmalar da dahildir (*krş.* §3.11).

§3.9–§3.22 arasında (§3.23'teki hayal ürünü diyalogda özetlendiği üzere) özellikle aşağıdan yukarıya işlemlerin esasen şu anki kısımda aktarılacak olan (ve aynı zamanda 2. Bölümde ileri sürülmüş olan) argümanlarla nasıl çevrelendiğini göstereceğim. Ancak anlaşılırlık amacıyla şimdilik her şeyi sanki yalnızca tek bir türde yukarıdan aşağıya algoritmik eylem varmış gibi ifade edeceğim. Bu algoritmik eylem ya belirli bir bireysel matematikçiyle ya da bir bütün olarak matematik camiasıyla ilişkili olarak düşünülebilir. §2.10'daki **Q11** ve **Q12** tartışmalarında farklı insanlarla ilgili *farklı* doğru ve bilinen algoritmaların olması olasılığı düşünülmüş ve bu olasılığın argümanı önemli şekilde etkileme-

diği sonucuna varılmıştı. Farklı insanlarla ilgili farklı *hatalı* ya da *bilinemeyen* algoritmaların olması olasılığına daha sonra dönülecektir (krş. §3.7). Şu an için ilk olarak her şeyi matematiksel anlamanın temelinde yatan sanki sadece tek bir algoritmik işlem varmış gibi buna uygun cümlelerle ifade edelim. Aynı zamanda dikkatimizi de Π_1–tümcelerini kurmak (diğer bir ifadeyle sonlanmayan Turing makinesi eylemlerinin belirlenmesi; krş. Q10'a getirilen yorum) için kullanılabilen matematiksel anlama kısmına yöneltmekle yetinelim. Sonrasında "matematiksel anlama" ifadesini bu sınırlı bağlamda yorumlarsak yeterli olacaktır (*bkz.* $\mathcal{G}$**).

Matematiksel anlamanın temelinde yatan farazi bir algoritmik işlem olan *F*'nin bilinebilirliği konusunda, doğru olsun olmasın, var olan üç ayrı bakış açısı arasında net bir ayrım yapmalıyız. Çünkü *F* şöyle olabilir:

I bilinçli olarak bilinebilirdir; matematiksel anlamanın temelinde yatan asıl algoritma olarak oynadığı rol de aynı zamanda bilinebilirdir.

II bilinçli olarak bilinebilirdir; ama matematiksel anlamanın temelinde yatan asıl algoritma olarak oynadığı rol bilinçsizdir ve bilinebilir değildir.

III bilinçsizdir ve bilinebilir değildir.

İlk olarak tamamen bilinçli durum **I**'i değerlendirelim. Hem algoritma hem de oynadığı rol bilinebilir olduğu için, hem onun hem de rolünün *zaten* bilindiğini de düşünebiliriz. Çünkü imgelemimizde argümanlarımızı şeylerin gerçekten *biliniyor* olduğu bir zamanda uyguladığımızı varsayabiliriz; çünkü "bilinebilir", en azından ilkesel olarak, böyle bir zamanın ortaya çıkabileceği anlamına gelir. Dolayısıyla *F* algoritmasının bilinen bir algoritma olduğunu, keza oynadığı rolün de bilindiğini düşünelim. Böyle bir algoritmanın formal bir $\mathbb{F}$ sistemiyle etkili biçimde eşdeğer olduğunu gördük (§2.9). Bu nedenle matematiksel anlamanın (ya da en azından tekil bir matematikçinin anlamasının) bilinen bir $\mathbb{F}$ formal sistemi içerisinde çıkarılabilirliğe eşdeğer olduğunun (bu matematikçi tarafından) bilindiğini varsayıyoruz. Geçen bölümdeki tartışmalarımızın bize dayatmış olduğu $\mathcal{G}$ sonucumuzu

yerine getirmesi için umut besleyebilmemiz için $\mathbb{F}$ sistemini *doğru değil* olarak varsaymak zorundayız. Fakat gariptir ki, doğru olmama aslında I'de ileri sürüldüğü üzere gerçekte matematiksel anlamasının altında yattığı herhangi bir matematikçi tarafından *bilinen* (ve bu nedenle *inanılan*) durumdaki bir bilinen $\mathbb{F}$ formal sisteminde hiç işimize yaramaz! Çünkü böyle bir inanç $\mathbb{F}$ 'nin doğruluğuna (yanlış) bir inancı gerektirir. (Kendi tartışmasız inanç sisteminin temelinde bir inançsızlığa izin veren bir matematiksel bakış açısı mantıksız olur!) $\mathbb{F}$ gerçekte doğru olsun olmasın, doğru olan bir *inanç* G($\mathbb{F}$)'nin (ya da alternatif olarak Ω($\mathbb{F}$)'nin, *krş.* §2.8) doğru olduğuna bir inancı gerektirir; fakat G($\mathbb{F}$)'nin şimdi (Gödel teoremindeki bir inanç gereği) $\mathbb{F}$'nin kapsamının dışında kaldığına inanıldığı için bu $\mathbb{F}$'nin *bütün* (ilgili) matematiksel anlamanın altında yattığı inancıyla çelişir. (Bu ister tek tek matematikçilere ister matematik camiasına uygulansın aynı şekilde geçerlidir; bu ayrı olarak değişik matematikçilerin düşünme süreçlerinin temelinde yatabileceği düşünülen çok çeşitli farklı algoritmaların herhangi birine uygulanabilir. Üstelik yalnızca Π_1–tümcelerinin kurulmasında geçerli olan matematiksel anlama kısmına atıfta bulunmasına ihtiyaç vardır.) Bu nedenle matematiksel anlamanın aslında altında yattığı varsayılan bir farazi, bilinen, hatalı *F* algoritmasının bunu başardığı *bilinemez*, çünkü I $\mathbb{F}$'nin doğru olup olmamasından bağımsız olarak hükümsüz kalır. Eğer $\mathbb{F}$'nin kendisi bilinebilirse, karşımızda sadece II olasılığı kalır: $\mathbb{F}$'nin matematiksel anlamanın temelinde yatabilir olduğu ama bu rolü oynadığının bilinemez olduğu durum. Aynı zamanda bir de $\mathbb{F}$ sisteminin kendisinin bilinçsiz ve bilinemez olduğu olasılık III vardır.

Bu noktada aslında göstermiş olduğumuz şey I durumunun (en azından tamamen yukarıdan aşağıya algoritmalar bağlamında) ciddi bir olasılık olmadığıdır; $\mathbb{F}$'nin gerçekte doğru–değil olabilmesi olgusu ilginç bir şekilde I açısından hiçbir önem taşımaz. Önemli olan, farazi $\mathbb{F}$'nin doğru olsun olmasın, matematiksel inancın altında yattığının *bilinir* olamamasıdır; tartışılan konu algoritmanın kendisinin bilinemezliği değil, o algoritmanın gerçekte anlamanın temelinde yatan algoritma *oluşunun* bilinemezliğidir.

3.3 Bilinebilir bir algoritma matematiksel anlamayı bilinemez şekilde simüle edebilir mi?

Şimdi **II.** duruma geldik ve matematiksel anlamanın bilinçli olarak bilinebilir bir algoritma ya da formal sisteme, bilinemez şekilde, gerçekten eşdeğer olması olasılığını ciddiye almaya çalışacağız. Bu nedenle farazi $\mathbb{F}$ formal sistemi bilinebilir bir sistem olmasına rağmen, *bu* sistemin matematiksel anlamamızın altında gerçekten yattığından asla emin olamayız. Önce bu olasılığın gerçekten mantıklı olup olmadığına bakalım.

Eğer bu farazi $\mathbb{F}$ zaten bilinen bir formal sistem değilse, o halde daha önce olduğu gibi onun en azından ilkesel olarak günün birinde bilinebileceğini kabul etmek zorundayız. Böyle bir günün geldiğini hayal edelim ve $\mathbb{F}$'nin tam belirtecinin bizim önümüzde sergilendiğini varsayalım. Formal sistem $\mathbb{F}$'nin, muhtemelen oldukça detaylı olsa da, bizim en azından ilkesel olarak onu tam bilinçli bir şekilde anlayacağımız kadar da basit olması gerekir; ancak $\mathbb{F}$'nin bizim tartışılmaz matematiksel anlama ve sezgilerimizin (en azından Π_1–tümceleriyle ilgili) tümünü tam olarak gerçekten kapsadığından da *emin* olmamıza izin verilmez. Bunun mantıksal bir olasılık olmasına rağmen neden çok mantıksız olduğunu göstermeye çalışacağız. Üstelik daha sonra bu doğru olsaydı bile, böyle bir olasılığın bir robot matematikçi yapma niyetiyle YZ uygulayanlara hiçbir avuntu sağlamadığını iddia edeceğim! İşin bu yönüne bu kısmın sonunda dönülecek ve konu daha geniş kapsamlı olarak §3.15 ve §3.29'da ele alınacaktır.

Böyle bir $\mathbb{F}$'nin varlığının bir *mantıksal* olasılık olarak düşünülmesi zorunluluğunu vurgulamak için Gödel'in dikkat çektiği "teorem kanıtlama makinesinin" (şu ana dek) mantıksal olarak ortadan kaldırılamadığını hatırlatalım (krş. §3.1'deki alıntı). Aslında bu "makine" açıklayacağım üzere, yukarıdaki **II** ya da **III** durumlarından biriyle uyumlu bir algoritmik *F* işlemi olurdu. Gödel'in farazi teorem kanıtlama makinesi kendisinin de vurguladığı gibi "deneysel yoldan keşfedilebilir" olabilir ve bu **II**'de olduğu gibi *F*'nin "bilinçli olarak bilinebilir" olma gerekliliğine karşılık gelir ya da olmaz ve bu da esasen **III**. durumdur.

Gödel, ünlü teoremini de göz önüne alarak, *F* işleminin (ya da ona eşdeğer olarak $\mathbb{F}$ formal sisteminin; krş. §2.9) kendisinden

alıntılarsak "matematiksel sezgiye eşdeğer" olduğunun "kanıtlanamayacağını" ileri sürdü. II'de (ve çıkarım yoluyla III'te de) *F* üzerindeki bu temel sınırlamayı biraz daha değişik bir biçimde ifade ettim: "Matematiksel anlamanın temelinde yatan asıl algoritma olarak oynadığı rol bilinçsizdir ve bilinebilir değildir."

Bu sınırlama (gerekliliği §3.2'de tartışıldığı üzere I'in reddinden gelmektedir) açıktır ki *F*'nin matematiksel sezgiye eşdeğer olduğunun gösterilememesi saklı anlamına sahiptir, çünkü böyle bir kanıtlama bizim için *F*'nin sahip olduğunu bilememiz gereken role sahip olduğunu ortaya koyar. Tersinden, eğer *F*'nin tartışılmaz matematiksel anlamaya temel sağlamadaki bu özgün rolü bilinçli olarak *bilinebilecek* bir şey olsaydı (*F*'nin bu rolü nasıl yerine getirdiğinin tamamen anlaşılması anlamında), bu durumda *F*'nin doğruluğunun da kabul edilmesi gerekirdi. Çünkü eğer *F* doğru olarak tam kabul *edilmemiş* olursa, bu onun sonuçlarından bazılarının kabulünün reddi anlamına gelir. Fakat sonuçları tam da kabul edilmiş *olan* matematiksel önermelerdir (ya da en azından Π_1–tümceleridir). Bu nedenle *F*'nin rolünün bilinmesi, böyle bir "kanıt" önceden belirlenmiş bir formal sistemde formal bir kanıt olmayacak olsa da, *F*'nin *kanıtına* sahip olunması anlamına gelir.

Geçerli Π_1–tümcelerinin de Gödel'in ifadesiyle "sonlu türde sayılar kuramının doğru teoremlerinin" örnekleri olarak görülebileceğini not edelim. Aslında "sonlu türde sayılar kuramı" teriminin μ işlemini ("falanca aritmetik özelliğe sahip en küçük doğal sayıyı bul") kapsadığı ve dolayısıyla Turing makinesi eylemlerini içerdiği (*bkz.* §2.8'in sonu) kabul edilmiş olsa, bu durumda Π_1–tümcelerinin *hepsi* sonlu türde sayılar kuramının parçası sayılırdı. Bu nedenle Gödel tipi uslamlama II. durumu sağlam mantıksal temellerde kalarak hükümsüz kılmanın net bir yolunu sağlamıyor görünmektedir; en azından Gödel'in otoritesini kabul ettiğimizde!

Diğer yandan II'nin gerçekten *makul* bir olasılık olup olmadığını sorgulayabiliriz. İnsanın (tartışılmaz) matematiksel anlamasına bilinemez şekilde eşdeğer olan bilinebilir bir $\mathbb{F}$'nin nelere yol açabileceğini görmeye çalışalım. Yukarıda dikkat çekildiği üzere, bu $\mathbb{F}$'yle karşılaşılacak zamanın geldiğini ve onun karşımıza çıktığını hayal edebiliriz. Bir formal sistemin *aksiyomlar* ve *işlem*

kurallarından oluşan bir küme cinsinden belirtildiğini hatırlayın (§2.7). F'nin *teoremleri* aksiyomlardan işlem kuralları aracılığıyla elde edilebilen şeylerdir ("önermeler"dir) ve tüm teoremler aksiyomları ifade etmek için kullanılan sembollerin aynıları kullanılarak formüle edilebilen şeylerdir. Burada hayal etmeye çalıştığımız şey, $\mathbb{F}$'nin teoremlerinin tam da insan matematikçiler tarafından *ilkesel olarak* tartışılmaz olarak doğru olduğu anlaşılabilen (bu semboller kullanılarak yazılmış) önermeler olmasıdır.

Şimdilik $\mathbb{F}$'nin içindeki aksiyomlar listesinin *sonlu* bir liste olduğunu varsayalım. Belitler her zaman teoremlerin özel örnekleri sayılmalıdır. Fakat her teorem ilkesel olarak insan anlama ve sezgisi kullanımı yoluyla tartışılmaz olarak doğru olduğu anlaşılabilen bir şeydir. Dolayısıyla *her aksiyom kendi başına* ilkesel olarak bu matematiksel anlamanın parçası olan bir şeyi ifade etmek zorundadır. Bu nedenle ayrı her bir aksiyom için tartışılmaz şekilde doğru olarak anlaşıldığı bir zaman gelecektir (ya da böyle bir zaman *ilkesel olarak* gelebilir). $\mathbb{F}$'nin ayrı aksiyomları ardı ardına böyle anlaşılabilir. Bu nedenle nihayetinde aksiyomların *hepsi* ayrı ayrı tartışılmaz şekilde doğru olarak anlaşılacaktır (ya da ilkesel olarak en sonunda böyle anlaşılabilir). Bundan dolayı eninde sonunda $\mathbb{F}$'nin aksiyomlarının tümünün bir bütün olarak tartışılmaz şekilde geçerli olduğunun anlaşıldığı bir zaman gelecektir.

İşlem kurallarında durum nedir? Bunların da tartışılmaz şekilde doğru olarak anlaşıldığı bir zamanı zihnimizde canlandırabilir miyiz? Çok sayıda formal sistemde bunlar hepsi "tartışılmaz şekilde" kabul edilebilir olan basit şeyler olabilmektedir; örneğin: "Eğer önceden P'yi bir teorem olarak ve aynı zamanda $P \Rightarrow Q$'yu bir teorem olarak saptamışsak, buradan Q'yu yeni bir teorem olarak çıkarabiliriz." ("ise" anlamına gelen "$\Rightarrow$" sembolü ile ilgili olarak *krş.* KYU s. 393 ya da Kleene 1952) Böylesi kuralların tartışılmaz olarak kabul edilmelerinde bir zorluk olmaz. Öte yandan işlem kuralları da dahil edildiğinde çıkarımın çok daha güç algılanan anlamları olabilir; geçerlilik hiç de aşikar değildir ve böyle bir kuralın "tartışılmaz şekilde doğru" olarak kabul edilip edilmeyeceğine karar vermeden önce çok dikkatli düşünmek gerekir. Aslında birazdan göreceğimiz gibi, $\mathbb{F}$'nin aksiyomlarının sayıca sonlu

olduğunu varsaymaya devam ettiğimizde, $\mathbb{F}$'nin işlem kuralları arasında tartışılmaz doğruluğu insan matematikçiler tarafından *anlaşılamayan* bazı kuralların olması zorunludur.

Neden? Hayalimizde aksiyomların hepsinin tartışılmaz şekilde doğru olarak anlaşıldığı zamana geri dönelim. $\mathbb{F}$'nin aslında insan anlama ve sezgisince ilkesel olarak ulaşılabilir olan matematiksel *her şeyi* kapsadığını bilememiz gerekiyor olsa da, o ana dek hem aksiyomları hem de işlem kuralları tartışılmaz şekilde kabul edilmiş olduğu için en azından kendimizi $\mathbb{F}$'nin tartışılmaz şekilde doğru olduğuna ikna etmiş olmamız gerekir. Bu yüzden artık $\mathbb{F}$'nin *tutarlı* olduğuna da ikna olmuş olmak zorundayız. Aklımıza ister istemez bu tutarlılık gereğince $G(\mathbb{F})$'nin de doğru olmak, hatta *tartışılmaz şekilde* doğru olmak zorunda olduğu düşüncesi gelecektir! Fakat $\mathbb{F}$'nin gerçekte (ama bizim bilmediğimiz şekilde) bizlerce tartışılmaz şekilde ulaşılabilir olan tümlüğü kapsadığı varsayıldığı için, $G(\mathbb{F})$ aslında $\mathbb{F}$'nin bir teoremi olmak zorundadır. Ancak Gödel'in teoremi uyarınca bu ancak eğer $\mathbb{F}$ gerçekte *tutarsızsa* olabilir. Eğer $\mathbb{F}$ tutarsız ise, "1 = 2" $\mathbb{F}$'nin bir teoremidir. Bu yüzden 1 = 2 iddiasının ilkesel olarak bizim tartışılmaz matematiksel anlamamızın parçası olması gerekir ki bu açık bir çelişkidir!

Bununla beraber insan matematikçilerin (bilinemez şekilde) aslında *hatalı* bir $\mathbb{F}$'ye göre çalışıyor olabileceği *olasılığını* en azından aklımızda bulundurmak zorundayız. Bu konuyu §3.4'te ele alacağım; ama şu anki kısmın amaçları açısından matematiksel anlamanın temelinde yatan işlemlerin aslında mükemmel şekilde doğru olduğunu kabul edelim. Bu koşullar altında eğer elimizdeki sonlu–aksiyomatik $\mathbb{F}$'nin işlem kurallarının hepsinin tartışılmaz şekilde kabul edilebilir olduğunu varsayarsak, yine bir çelişkiyle karşı karşıya kalındığı ortaya çıkar. Bundan dolayı $\mathbb{F}$'nin işlem kuralları arasında (doğru dahi olsa) insan matematikçiler tarafından doğru olduğu tartışılmaz şekilde anlaşılamayan en azından bir kuralın olması zorunludur.

Tüm bunlar yalnızca $\mathbb{F}$'nin sonlu sayıda aksiyomlara sahip olması temelinde konuşuldu. Bir başka olası çıkış noktası $\mathbb{F}$'nin aksiyom listesinin *sonsuz* olmasıdır. Bu olasılıkla ilgili de bir yorum yapmam gerekir. $\mathbb{F}$'nin istenilen anlamda bir formal sistem özelliği taşıması (ve böylece herhangi bir önermenin sözde ka-

nıtının önceden atanmış bir hesaplamalı işlem aracılığıyla $\mathbb{F}$'nin kurallarına göre de bir kanıt olup olmadığının her zaman kontrol edilebilmesi) için, onun sonsuz aksiyom sisteminin sonlu şekilde kurulmuş terimlerle ifade edilebilir olması gerekir. Aslında bir formal sistemin yeniden sunulma biçiminde, işlemlerinin "aksiyomlar" mı "işlem kuralları" olarak mı ayarlanmış olmasına bağlı olarak her zaman biraz özgürlük vardır. Aslında küme kuramında standart aksiyomatik sistem (benim burada $\mathbb{ZF}$ ile gösterdiğim Zermelo–Frenkel sistemi) "aksiyom şemaları" denilen yapılar cinsinden ifade edilen sonsuz sayıda aksiyoma sahiptir. Uygun bir yeniden formülasyonla $\mathbb{ZF}$ sistemi gerçek aksiyomların sayısı sonlu olacak şekilde yeniden ifade edilebilir.[55] Aslında bir anlamda bu, burada gereken anlamda "formal sistemler" olan aksiyom sistemleri için her zaman yapılabilir.[56]

Bu yüzden **II.** durumu elemeyi amaçlayan yukarıdaki argümanın *herhangi bir* (doğru) $\mathbb{F}$'ye, aksiyomlarının sayıca sonlu ya da sonsuz olduğuna bakmadan uygulanabileceğini hayal etmek mümkündür. Bu gerçekten de olabilir, yalnız aksiyom sistemini sonsuzdan sonluya indirgeme sürecinde kendinden–belli doğru olamayacak yeni işlem kuralları öne sürülebilir. Bu nedenle yukarıda betimlenen fikirlerle uyumlu olarak $\mathbb{F}$'nin aksiyomları ve işlem kurallarının hepsinin önümüzde hazır olduğu bir zaman tasarladığımızda, bu farazi $\mathbb{F}$'nin teoremlerinin tam da ilkesel olarak insan anlama ve sezgisince ulaşılabilir olması gerekiyorsa, bu $\mathbb{F}$'nin işlem kurallarının, aksiyomlarından farklı olarak, tartışılmaz şekilde doğru olarak anlaşılabileceğinden, gerçekten doğru olsalar bile, hiçbir zaman emin olamayız. Zira aksiyomlardan farklı olarak, işlem kuralları bir formal sistemin teoremleri arasında sayılmazlar. Yalnızca $\mathbb{F}$'nin *teoremleri* tartışılmaz şekilde anlaşılabilen şeyler olarak kabul edilir.

Bu argümanın sağlam mantıksal terimlerle daha ileri götürülüp götürülemeyeceğinden emin değilim. Kabul etmeyi başardığımız şey, eğer **II**'ye inanıyorsak, önemi insan matematikçiler

[55] İşlem $\mathbb{ZF}$'yi Gödel–Bernays sisteminin içine yerleştirmeye yarar; *bkz.* Cohen (1966), Bölüm 2.

[56] Bunun yapılabilmesi oldukça kolay sayılabilir; F algoritmasını etkileyen Turing makinesi işleyişini gereken sistemin işlem kurallarına uygun olarak yorumlamamız yeterli olacaktır.

tarafından mükemmel biçimde anlaşılabilen (Π_1–tümcelerinin doğruluğu konusundaki insan kavrayışının temelinde yatan) bir $\mathbb{F}$ formal sisteminin olduğu, bunun sonlu aksiyom listesinin (tartışılmaz şekilde) kabul edilebilir olduğu, ancak bunun sonlu işlem kuralları sistemi $\mathcal{R}$'nin kökten şüpheli olarak görülen en az bir işlem içerdiğidir. $\mathbb{F}$'nin teoremlerinin hepsinin, bunların çoğu $\mathcal{R}$'nin şüpheli kurallarının kullanılmasıyla elde edildiği için mucizevi bir şekilde, tekil olarak doğru olduğu anlaşılabilen şeyler olduğu ortaya çıkmış oldu. Fakat bu teoremlerin hepsi *tekil olarak* insan matematikçilerce (ilkesel olarak) doğru olduğu anlaşılabilen şeyler olmasına rağmen, bunu yapmanın *tek biçimli* bir yolu yoktur. Odağımızı $\mathbb{F}$'nin Π_1–tümceleri olan teoremleriyle sınırlandırabiliriz. İnsan matematikçilerce doğru olduğu anlaşılabilen Π_1–tümcelerinin bütün listesi şüpheli $\mathcal{R}$'nin kullanımıyla hesaplamalı şekilde yaratılabilir. Tekil olarak, bu Π_1–tümcelerinin herhangi biri nihayetinde insan sezgisi tarafından doğru olarak anlaşılabilir. Fakat her örnekte bu, $\mathcal{R}$'nin elde edildiği kuraldan tamamen farklı uslamlama araçlarının kullanımı yoluyla olur. Her bir Π_1–tümcesinin tartışılmaz şekilde doğruya indirgenebilmesi için, tekrar tekrar yeni ve giderek karmaşıklaşan bir insan sezgisinin devreye sokulması gerekir. Sanki sihir devreye girmiş gibi, bu Π_1–tümcelerinin her birinin doğru olduğu ortaya çıkar, ancak içlerinden bazıları ancak kökten yeni bir uslamlama tipinin devreye sokulmasıyla doğru olarak anlaşılabilir ve bu şart tekrar tekrar ve giderek daha derin düzeylerde karşımıza çıkar. Üstelik (hangi yoldan olursa olsun) tartışılmaz şekilde doğru olarak anlaşılan *her bir* Π_1–tümcesi $\mathcal{R}$'nin oluşturduğu listede bulunacaktır. Son olarak, $\mathbb{F}$ sisteminin bilgisinden açık bir şekilde kurulabilen ama doğruluğu insan matematikçiler tarafından tartışılmaz şekilde doğru olarak *anlaşılamayan* bir *doğru* Π_1–tümcesi $G(\mathbb{F})$ var olacaktır. Matematikçilerin yapabileceği en iyi şey, $G(\mathbb{F})$'nin doğruluğunun, tartışılmaz şekilde insanlarca *anlaşılabilen* Π_1–tümcelerinin tam olarak hepsini mucizevi şekilde yaratabilir görünen şüpheli $\mathcal{R}$ işleminin doğruluğuna tam olarak bağlı olduğunu görmektir.

Bunu bazı insanların belki *tümden* mantıksız bulmayacaklarını düşünüyorum. Bahsi geçen türde bir ilkenin gereken sonucun *kanıtını* sağlamadığı, ama kişiyi sonucun doğru olması gerekti-

ğini öngörmeye götürdüğü "buluşsal ilkeler" olarak adlandırılabilecek şeyler aracılığıyla elde edilebilen çok sayıda matematiksel sonuç örneği vardır. Sonrasında çok farklı çizgide bir kanıt elde edilebilir. Fakat bana böylesi buluşsal ilkelerin bizim farazi $\mathscr{R}$'mizle pek az ortak noktası varmış gibi görünüyor. Böylesi ilkeler aslında bazı matematiksel sonuçların *neden* aslında doğru olduğunu bilinçli anlama yetimizi yükselten şeylerdir.[57] Sonrasında matematik teknikleri daha da ilerletildiğinde böyle bir buluşsal ilkenin neden işe yaradığı sıklıkla tam olarak anlaşılır olmuştur. Ama bundan daha sık olarak, tam olarak anlaşılan şey aslında ilkenin işe yarayacağına güvenilebilecek koşullar oldu; çünkü başka bazı koşullar altında ilkeye güvenilemiyor ve gereken dikkat gösterilmezse hatalı sonuçlar elde ediliyordu. Böylesi bir dikkat gösterilmesiyle birlikte ilke, tartışmasız matematiksel kanıt için güçlü ve güvenilir bir araç halini almaktadır. Buluşsal ilkeler bize algoritmanın çalışma nedeninin insan sezgisince erişilemez olduğu Π_1–tümcelerinin kurulması için mucizevi şekilde güvenilir bir algoritmik işlem sağlamamakta, matematiksel sezgilerimizi ve anlama becerimizi güçlendirmeye yarayan bir araç sağlamaktadır. Bu II. durum için gereken F algoritmasından (ya da $\mathbb{F}$ formal sisteminden) çok farklı bir şeydir. Dahası hiçbir zaman insan matematikçilerce doğru olarak anlaşılabilen Π_1–tümcelerinin tam olarak *hepsini* yaratabilen bir buluşsal ilke önerisi getirilmiş değildir.

Elbette bunların hiçbiri bize böyle bir F'nin (Gödel'in farazi "teorem kanıtlama makinesi") olanaksız olduğunu söylememektedir; ancak matematiksel anlama yetimizin sağladığı bakış açısından bunun varlığı hiç muhtemel gözükmemektedir. En iyi halde bu bir *kestirim* olabilir ve bu en iyi halde de kanıtlanamaz bir kestirim olur. (Çelişeceğini kanıtlayacaktır!) Herhangi bir YZ savunucusunun (ister $\mathscr{A}$ ister $\mathscr{B}$) tüm umudunu F'de cisimleşen, varlığı aşırı derecede şüpheli, diyelim ki var oldu, kesin yapısı günümü-

[57] Bu tür bir buluşsal ilke bir *sanı* biçimini de alabilir; "Fermat'nın son teoremi" olarak bilinen en ünlü Π_1–tümcelerinin elde edilebildiği ünlü (daha sonra "Langlands felsefesi" olarak bilinen şekilde genelleştirilmiş olan) Taiyama sanısı buna bir örnektir. Ancak Andrew Wiles tarafından Fermat'nın iddiasının kanıtı olarak sunulan argüman Taiyama sanısından bağımsız bir argüman değil (bu sanı bir "$\mathscr{R}$" olsaydı bağımsız olurdu), (ilgili durumda) Taiyama sanısının kendisini *kanıtlayan* bir argümandı!

zün matematikçi ya da mantıkçılarının tümünün zekâsının ötesinde olacak böyle bir algoritmik işlemin bulunmasına bağlaması bana fazla aceleci bir tavır gibi geliyor.

Yine de böyle bir F'nin var olduğu ve buna yeterince ayrıntılı ve karmaşık aşağıdan yukarıya hesaplamalı işlemler aracılığıyla ulaşılabileceği düşünülebilir mi? §3.5 ile §3.23 arasında **III.** durumun tartışılmasının bir parçası olarak, bilinebilir hiçbir aşağıdan yukarıya işlemin böyle bir F'nin var olduğunu bile asla bulamayacağını gösteren güçlü bir mantıksal argüman sunacağım. Bu nedenle bir bütün olarak matematiksel anlamanın temelinde yatan, YZ savunucularına rahatsızlık verecek doğadaki "bilinemez mekanizmalar" olmadıkça, "Gödel'in teorem kanıtlama makinesinin" ciddi bir mantıksal olasılık bile olmadığı sonucuna ulaşmış oluyoruz!

III. Durumun ve aşağıdan yukarıya işlemlerin genel olarak ele alınmasına geçmeden önce sadece **II.** duruma özgü olan argümanları tamamlamak zorundayız; çünkü altta yatan algoritmik eylem F'nin (ya da $\mathbb{F}$ formal sisteminin) *doğru olmama* (I. duruma uymayan bir izin) olasılığı bir alternatif olarak hala söz konusudur. İnsanın matematiksel anlaması, kökten hatalı olan bilinebilir bir algoritmayla eşdeğer olabilir mi? Şimdi bu olasılığı ele alalım.

3.4 Matematikçiler farkında olmadan hatalı bir algoritma mı kullanıyor?

Belki de matematiksel anlamamızın temelinde yatan hatalı bir $\mathbb{F}$ formal sistemi vardır. Tartışılmaz şekilde doğru olduğunu düşündüğümüz matematiksel algılarımızın günün birinde bizi tümden yanlış yola saptırmayacağından nasıl emin olabiliriz? Belki de bunu çoktan yapmışlardır. Bu bizim bir $\mathbb{F}$ sisteminin böyle bir rol oynadığını *bilebildiğimiz* olasılığın elenmiş olduğu I'de karşılaştığımız durumdan farklıdır. Burada $\mathbb{F}$'nin bu *rolünün* bilinemez olmasına izin veriyoruz, dolayısıyla $\mathbb{F}$'nin gerçekte hatalı bir sistem olabileceğini yeniden düşünmek zorundayız. Fakat tartışmasız matematiksel inançlarımızın hatalı bir sisteme (hatta o kadar hatalı ki, "1 = 2" de ilkesel olarak bu inançların bir parçası) dayalı olabilmesi gerçekten mantıklı mıdır? Şu kesin ki, eğer matema-

tiksel uslamlamamız güvenilir değilse, o zaman evrenin işleyişi hakkındaki uslamlamalarımızın *hiçbirine* güvenilemez. Zira matematiksel uslamlama bizim bilimsel kavrayışımızın bütününün çok temel bir parçasını oluşturuyor.

Kimi insanlar her şeye rağmen, kabul görmüş matematiksel uslamlamamızın (ya da gelecekte "tartışılmaz" olarak kabul edebileceğimiz şeylerin) bazı gizli yapısal çelişkiler içermesinin *akıl almaz olmadığını* söyleyecektir. Bu kişiler muhtemelen Bertrand Russell'ın Gottlob Frege'ye, Frege matematiğin temelleri üzerine büyük çalışmasını yayınlamak üzereyken yazdığı bir mektupta dikkat çektiği ("kendi kendisinin öğesi olmayan bütün kümelerin kümesi" hakkındaki) ünlü paradoksa gönderme yapacaklardır (ayrıca *bkz.* Q9'a yanıt, §2.7 ve KYU, s. 100). Frege bir ek bölümde (*krş.* Frege 1964; çevrilmiştir) şöyle demektedir:

> Bir bilim yazarının çalışması bittikten sonra kurduğu yapının temel ayaklarından birinin sarsılmasından daha kötü bir şey herhalde zor başına gelir. Bertrand Russell'ın mektubu beni bu duruma soktu...

Elbette Frege'nin bir yanlış yaptığını da söyleyebiliriz. Matematikçilerin yer yer, bazen de ciddi yanlışlar yaptıkları herkesçe bilinir. Üstelik Frege'nin hatası, Frege'nin kendisinin de kabul ettiği gibi *düzeltilebilir* bir yanlıştı. Daha önce bu tarz düzeltilebilir yanlışlarla ilgilenmediğimizi (§2.10'da, *krş.* Q13'e yapılan değerlendirme) söylememiş miydim? §2.10'da dendiği gibi sadece ilkesel konularla ilgileniyoruz, tek tek matematikçilerin yanılma paylarıyla değil. Zaten dikkat çekilebilen ve hata oldukları gösterilebilen hatalar bizim ilgilenmemiz gereken türde şeyler değil, öyle değil mi? Fakat durum burada Q13'tekinden biraz daha farklı, çünkü şimdi matematiksel anlamanın altında yattığını *bilmediğimiz* bir $\mathbb{F}$ formal sistemiyle ilgileniyoruz. Daha önce olduğu gibi burada da yine bir matematikçinin tutarlı bir genel düzenleme içerisindeki uslamlaması sırasında yapabileceği tekil yanlışlarla (ya da "sürçmelerle") ilgili değiliz. Ancak şimdi düzenlemenin kendisinin genel bir çelişkiye konu olabildiği bir durumla karşı karşıyayız. Frege'nin örneğinde olan tam da budur. Russell'ın paradoksu ya da benzer özellikte bir başka paradoks Frege'ye

gösterilmemiş olmasaydı, muhtemelen Frege düzenlemesinin temel nitelikte bir hata içerdiğine ikna olmuş *olmayacaktı*. Konu Russell'ın, Frege'nin kendi uslamlama ilkelerine göre hata olduğunu kabul edeceği Frege'nin uslamlamasındaki teknik bir sürçmeyi göstermesi değildi; tam da bu ilkelerin yapısal bir çelişki içerdiklerinin gösterilmiş olmasıydı. Frege'yi bir hata olduğuna ve kendisine daha önce tartışılmaz olarak görünen uslamlamayı şimdi temelden kusurlu olarak görmeye ikna eden de bu çelişkiydi. Fakat kusur yalnızca çelişkinin kendisi açığa çıkarıldığı için anlaşılmıştı. Çelişki anlaşılmamış olsa, uslamlama yöntemlerine güvenilebilinir ve belki de bu yöntemler matematikçiler tarafından uzun bir süre boyunca kullanılırdı.

Aslında bu örnekte birçok matematikçinin Frege'nin düzenlemesinin tanıdığı (sonsuz kümelerle) uslamlama özgürlüğünü öyle uzun uzadıya kullanmalarının da pek muhtemel olmadığını söylemek durumundayım. Fakat bunun nedeni Russell'ınki türünden paradoksların hepsinin çok kolay bir biçimde netlik kazanmasıdır. Çok daha zor algılanan, hatta bugün tartışılmaz matematiksel işlemler olduklarına inandığımız şeylerin içerisinde örtük olarak bulunan ve aydınlatılması belki de yüzyıllar alacak bir paradoksun varlığı hayal edilebilir. Ancak ve yalnızca böyle bir paradoks en sonunda kendisini gösterdiğinde bizler kurallarımızı değiştirmek gerekliliğini hissedeceğiz. Argümanı da şöyle kurabiliriz: Matematiksel sezgilerimize zamandan azade düşünceler hükmetmez, bu sezgiler *şu ana kadar* gayet iyi iş görmüş görünen şeylerden, aslına bakılırsa da "yaptığımızın yanımıza kâr kalmasından" güçlü biçimde etkilenerek kaymalar yaşarlar. Bu bakış açısıyla yaklaştığımızda, bugünkü matematiksel anlamamızın temelinde yatan bir algoritma ya da formal sistem olabilmesi, ama bu algoritmanın sabit bir şey olmaması, yeni bilgiler açığa çıktıkça sürekli değişime tabi olması gibi bir olasılık elde ederiz. Bu değişen algoritmalar konusuna daha sonra tekrar döneceğim (*krş.* §3.9–§3.11, aynı zamanda §1.5).

Matematikçilerin pratikteki çalışma tarzında sık sık "o ana dek işe yarıyor gibi görünüyorsa bir işleme güvenmek" unsuruna rastladığımızı itiraf etmemem elbette benim adıma bir saflık olur. Örneğin benim kendi matematiksel uslamlamamda bu tarz özensizlikler ve geçici uygulamalar matematiksel düşünmenin bir

bileşeni durumundadır. Ancak bunlar tartışılmaz şekilde doğrulanmış olarak kabul edilenlerin bir parçası olarak değil, önceden şekil şemal kazanmamış olan bir anlayışa doğru el yordamıyla ilerlenmesinin bir parçası olarak önem taşımaktadır. Açıkçası Russell'ın paradoksu kendisine sunulmamış olsaydı bile, Frege'nin kendisinin dogmatik biçimde kendi düzenlemesinin tartışılmaz olmak zorunda olduğunu düşündüğü konusunda kuşku duyuyorum. Böylesi bir genel uslamlama düzenlemesinin her durumda biraz tereddütle ileri sürülmesi gerekir. "Tartışılmazlık" düzeyine ulaştığının düşünülebilmesi için önce üzerinde bir hayli daha fazla "kafa yorulması" şarttır. Frege'nin ileri sürdüğü genellikteki bir düzenleme için, bana öyle geliyor ki, her halükarda kurulacak önermenin alacağı biçimin "Frege'nin düzenlemesinin doğru olduğu varsayılırsa, bu durumda falanca" şeklinde olması gerekir, böyle bir niteleme olmaksızın yalnızca "falancanın" iddia edilmesi şeklinde değil. (*Bkz.* **Q11, Q12** üzerine yapılan yorumlar)

Kim bilir belki de matematikçiler neyin "tartışılmaz şekilde doğru" görülmesine hazır olma yönünden, on dokuzuncu yüzyılın sonundaki (Frege'nin çalışmasının da önemli bir parçasını oluşturduğu) aşırı cesaret döneminin ardından bugün daha temkinli davranmaya başlamışlardır. Russell'ınki gibi paradoksların ortaya çıkmasıyla birlikte de bu temkinin taşıdığı önem ortaya çıkmıştır. Cesaretin ortaya çıkışı büyük oranda Cantor'un 1800'lerin sonunda ileri sürdüğü sonsuz sayılar ve sonsuz kümeler kuramının gücünün belirginleşmeye başlamasına dayanmaktadır. (Ancak Cantor'un da Russell tipi paradokslar probleminin –Russell'dan çok önce[58]– bizzat gayet farkında olduğu ve böyle şeyleri çok iyi şekilde hesaba katan ince ve ileri bir bakış açısı formüle etmeye çalışmış olduğu da söylenmelidir.) Burada benim ilgilendiğim tartışmaların amacı açısından bakıldığında konuya yaklaşımda aşırı ölçüde bir temkinlilik kesinlikle daha uygundur. Tartışmaya yalnızca doğruluğu tartışılmaz olan şeylerin dahil edilmesi ve sonsuz kümelerle ilgili de tartışmalı olan hiçbir şeyin dahil edilmemesi gerekliliği beni çok mutlu ediyor. Asli nokta, sınır *nereden* çekilirse çekilsin Gödel'in argümanının tartışılmaz olanın kapsamı içerisinde kalan önermeler üretmesidir (krş. **Q13**'te yapılan

[58] *Bkz.* Hallett (1984), s. 74.

değerlendirme). Gödel'in (ve Turing'in) argümanı kendi başına, belirli sonsuz kümelerin tartışmalı varlığı konusunda herhangi bir ifade içermez. Cantor, Frege ve Russell'ın ilgilenmiş olduğu çok serbest uslamlama türüyle bağlantılı kuşkulu meselelerin, bunlar "tartışılmaz" değil de "kuşkulu" kaldığı müddetçe, bizi de ilgilendirmesi gerekmez. Bu kabul edildikten sonra ben matematikçilerin matematiksel anlama ve inançlarının temeli olarak *hatalı* bir $\mathbb{F}$ formal sistemini *gerçekten* kullandıkları görüşünün mantıklı olduğu değerlendirmesine ulaşamıyorum. Umarım okurlar da böyle bir düşünce *mümkün* olsun olmasın, bu düşüncenin kesinlikle hiç *mantıklı* olmadığı konusunda benimle hemfikir olurlar.

Son olarak, farazi $\mathbb{F}$'mizin hatalı bir sistem olabilme olasılığıyla bağlantılı olarak kısaca daha önce Q12 ve Q13'te tartışılmış olan insanın kesin olmayışı konusuna bir kez daha değinmemiz gerekiyor. İlk olarak bizim burada matematikçilere yeni matematiksel keşiflerinde rehberlik edebilecek esinlenmeler, tahminler ve buluşsal ölçütlerle ilgilenmediğimizi, onların matematiksel doğrulukla ilgili tartışılmaz olduğunu kabul ettikleri inançlarına temel sağlayan anlayış ve sezgileriyle ilgilendiğimizi tekrar vurgulamam gerekir. Bu inançlar sadece başka insanların argümanlarını takip etmenin sonucu oluşmuş olabilir ve matematiksel keşif unsurunun devreye girmesi hiç gerekmeyebilir. Özgün keşifler yapmaya doğru ilerlerken baştan kesin bir güvenilirlik ve tamlık gereksinimiyle sınırlanmadan, serbest düşünmenin özgür hareketine izin vermek önem taşır (Turing'in §3.1'de aktardığım alıntısında esas vurgusunu da buna yaptığı izlenimini taşıyorum). Ancak iş ileri sürülen bir matematiksel önermenin gerçekten tartışılmaz şekilde doğru olduğunu desteklemek için belli argümanların kabul ya da reddedilmesi noktasına geldiğinde, hatasız olan (genellikle de uzun hesaplamalarla desteklenen) matematiksel anlayış ve sezgilerle ilgilenmemiz gerekir.

Bu matematikçilerin anladıklarını doğru şekilde uyguladıklarına (aslında durum böyle değilken) inanarak sık sık hata yapmadıklarını söylemek anlamına gelmez. Matematikçiler uslamlamalarında ve anladıkları şeylerde, keza bağlı hesaplamalarında elbette yanlışlar yaparlar. Fakat bu tarz hataları yapma eğilimleri (her ne kadar bu tarz tesadüfi durumlar sonucu güzel rastlantı-

sal fikirlerin doğabileceğini hayal edebilsem de) temelde anlama güçlerini *artırmaz*. Daha önemlisi, bu hatalar *düzeltilebilir* özellik taşır; bir başka matematikçi tarafından ya da daha ileri bir zamanda aynı matematikçi tarafından bu tarz hatalara işaret edildiğinde hatalar hata olarak *fark edilebilir* özelliktedir. Bu, matematikçinin anladığı şeyleri yöneten yapısal olarak hatalı bir $\mathbb{F}$ formal sistemi var demek değildir, çünkü bu durumda kendi hatalarının farkına varmaktan aciz olurdu. (Bir tutarsızlık bulduğu zaman kendisini değiştiren kendini–geliştiren bir sisteme sahip olma olasılığı §3.14'le birlikte tartışmaya dahil edilecektir. Sonuç olarak bu tür bir önerinin tartışmaya yardımcı olmadığı sonucunu bulacağız; ayrıca krş. §3.26)

Bir matematiksel önerme doğru olmayan şekilde formüle edildiğindeyse biraz daha farklı türde bir hata karşımıza çıkar; sonucu öneren matematikçi gerçekte önerilenden biraz daha farklı bir şey *demek istemiş* olabilir. Bu yine düzeltilebilir bir şeydir ve tüm insani sezgilerin temelinde yatan hatalı bir $\mathbb{F}$'den kaynaklı *yapısal* bir hata türü değildir. **Q13**'le bağlantılı olarak atıf yaptığımız Feynman'ın vecizesini hatırlayın: "Sen benim dediğimi değil, *demek istediğimi* dinle!") Şimdiye dek hep neyin *ilkesel olarak* bir (insan) matematikçi tarafından tayin edilebilir olduğuyla ilgilendik ve bu nedenle şu anda ele aldığımız türden hatalar (diğer bir ifadeyle düzeltilebilir hatalar) konumuz dışında oldu. Bu tartışmanın tümü açısından en önemlisi de, bu, bir matematikçinin karar vermiş bulunduğu belirli bir "G($\mathbb{F}$)" önermesi *düzeltilebilir* nedenlerle hatalı bile olsa, söz konusu matematikçinin ilkesel olarak anlayabileceği şeyin ne olduğuyla ilgilenen Gödel–Turing argümanının merkezindeki fikirdir.

Matematiksel anlamanın altında "hatalı" algoritmaların yatması olasılığıyla ilgili olarak yanıtlanması gereken başka sorular da var. Öğrenen algoritmalar (yapay nöral ağlar dahil), ek rastlantısal öğelere sahip algoritmalar ve eylemleri algoritmik araçların içerisine yerleştirildiği dış çevreye bağlı olan algoritmalar gibi "aşağıdan yukarıya" işlemlerle bağlantılı konular bu kapsamda sayılabilir. Bu konulardan bazılarına daha önce değinildi (krş. **Q2**'ye yapılan yorum), bazılarını da sıradaki konu olan **III**. durumu tartışırken daha kapsamlı biçimde ele alacağız.

3.5 Bir algoritma bilinemez olabilir mi?

III'e göre matematiksel anlama bilinemez algoritmaların sonucudur. Bir algoritmanın "bilinemez" olması ne anlama gelmektedir? Bu bölümün daha önceki ara başlıklarında *ilkesel* konularla ilgilendik. Bu yüzden bir Π_1–tümcesinin tartışılmaz doğruluğunun insanın matematiksel anlamasınca erişilebilir olduğu iddiası, bu Π_1–tümcesinin *ilkesel olarak* erişilebilir olduğu iddiasıdır; herhangi bir insan matematikçinin gerçekte bunun bir kanıtlamasıyla karşılaşmış olması gerektiği iddia edilmemektedir. Fakat bir algoritmanın *bilinemez* olması için, "bilinemez" teriminin biraz daha farklı bir yorumuna ihtiyaç duyulur. Burada benim yüklediğim anlam, algoritmanın belirtecinin *pratikte* başarılabilecek olanın ötesinde olmasıdır.

Belirli bir bilinebilir formal sistem içerisindeki türetmelerle ya da bilinen bir algoritmanın kullanımıyla elde edilebilen şeylerle ilgileniyor olsaydık, bu durumda neyin ilkesel olarak başarılıp başarılamayacağıyla ilgilenmek gerekliliği gerçekten de uygun olurdu. Böylesi bir formal sistemden ya da algoritmadan belirli bir önermenin elde edilip edilemeyeceği konusu, *ister istemez* "ilkesel olarak" yaklaşımıyla ele alınırdı. Bu durumu Π_1–tümcelerinin doğruluğu durumuyla karşılaştırabiliriz. Bir Π_1–tümcesi sonuç itibariyle pratikte doğrudan hesaplama yoluyla neyin başarılabileceğinden bağımsız olarak, eğer ilkesel olarak sonlanmayan bir Turing makinesi eylemini temsil ediyorsa *doğru* olarak kabul edilecektir. (Bu Q8'deki tartışmayla uyumludur.) Benzer şekilde, belirli bir önermenin bir formal sistem içerisinde türetilebilir olduğu ya da olmadığı şeklinde bir iddia da "ilkesel" anlamda ele alınmak zorundadır ki böyle bir iddia da belirli bir Π_1–tümcesinin sırasıyla yanlış ya da doğru olması şeklinde bir iddia biçimini alır (*krş.* Q10'daki tartışmanın sonu). Dolayısıyla sabit bir formal kurallar kümesi içerisindeki türetilebilirlikle ilgilendiğimizde, "bilinebilirlik" her zaman bu "ilkesel olarak" anlamıyla ele alınacaktır.

Öte yandan kuralların kendilerinin "bilinebilir" olup olmadığı konusuyla ilgilendiğimizdeyse, bu "pratikte" anlamıyla ele alınmak zorundadır. İlkesel olarak *herhangi bir* formal sistem, Turing makinesi ya da Π_1–tümcesi belirtilebilir; dolayısıyla "bilinemezlik"

meselesi burada (eğer bir anlama sahip olması gerekliyse) pratikte neye erişilip erişilemeyeceğiyle ilgili olmak zorundadır. Bir algoritma (bu hangi algoritma olursa olsun) o algoritmayı etkileyen Turing makinesi eyleminin, söz konusu eylemi şifreleyen doğal sayı bilinir bilinmez (örneğin KYU'da verilen Turing makinesi sayılarının belirteci cinsinden) "bilinmiş" olması anlamında, ilkesel olarak bilinebilirdir. İlkesel olarak bir doğal sayının bilinemez olması şeklinde bir varsayım olamaz. Doğal sayılar (ve dolayısıyla algoritmik eylemler) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6,..., şeklinde listelenebilir ve bu nedenle istenen herhangi bir sayıyla, bu sayı ne kadar büyük olursa olsun (ilkesel olarak) eninde sonunda karşılaşılacaktır! Ancak pratikte bu şekilde karşılaşılmasının hiç beklenemeyeceği büyüklükte sayılar da olacaktır. Örneğin KYU s:56'da verilen evrensel Turing makinesi sayısı pratikte böyle bir sayma esnasında asla karşılaşılamayacak kadar büyüktür. Basamaklar ardı ardına kuramsal olarak tanımlanabilir en kısa zaman aralığında üretilebilir olsa bile (Planck zaman ölçeği yaklaşık $0{,}5 \times 10^{-43}$ saniyedir; krş. §6.11), şu ana dek Büyük Patlamadan itibaren evrenin tüm zaman uzanımı içinde ikilik gösterimi yaklaşık 203 basamaktan daha büyük olan sayılarla karşılaşılmamıştır. Bahsedilen sayıysa bunun 20 katından fazla basamağa sahiptir; buna rağmen bu bile KYU'da açıkça anlatılan bu sayıyı pratikte "bilinebilir" olmaktan alıkoymaz.

Bir doğal sayının ya da Turing makinesi eyleminin pratikte "bilinemez" olması için, bu sayının ya da eylemin belirtecinin kendisinin bile insan kapasitesinin ötesinde yer alacak ölçüde karmaşık olacağını düşünmeliyiz. Bu belki de olmayacak bir iş gibi gözüküyor olabilir, ama insanların sonluluklarından yola çıkılarak en azından bazı sayıları insan belirtecinin ötesine taşıyan *bir* sınırın olması gerektiği ileri sürülebilir (*bkz.* Ω8'deki bağlantılı tartışma). III'le uyumlu olarak şunu da düşünmemiz gerekir: Matematiksel anlamanın altında yatması gereken F algoritmasının belirtecindeki çok küçük detaylar toplamının muazzam karmaşıklığı, durumu aslında kullanmamız gereken algoritmanın bilinebilirliği yönünden değil, *belirtilebilirlik* yönünden insan bilebilirliğinin ötesine taşımaktadır. Bu belirtilemezlik koşulu III'ü II'den ayırmaktadır. Bu nedenle III'ü ele alırken, sayının insanın matematiksel anla-

masının temelinde yatan algoritmik eylemi belirleyen bir sayı olarak kendisinden istenen özelliklere sahip olduğunun bilinmesini bir kenara bırakın, bahsi geçen sayının belirtilmesinin dahi insan kapasitesinin ötesinde olacağı ihtimalini göz önünde bulundurmak zorundayız.

Sadece büyüklüğün sınırlandırıcı etmen olamayacağı da vurgulanmalıdır. Gözlemlenebilir evrendeki herhangi bir organizmanın davranışıyla ilgili algoritmik eylemleri belirtmek için ihtiyaç duyulabilecek sayıların büyüklüklerini bile *aşacak* kadar büyük olan sayıları belirtmek aslında çok kolaydır. (Örneğin Q8'e verilen yanıtta karşımıza çıkan ve kolaylıkla belirttiğimiz $2^{2^{65\,536}}$ sayısı, gözlemlenebilir evrenimiz içerisinde yer alan bütün maddelerin hepsinin olası farklı evren durumlarının sayısından çok daha büyüktür.[59]) Bu durumda yalnızca ihtiyaç duyulan sayının büyüklüğü değil, *kesin ve tam olarak* belirteci de insanın kapasitesinin ötesinde olacaktır.

Şimdi III'le uyumlu olarak böyle bir *F*'nin belirtecinin insan kapasitesinin ötesinde olduğunu kabul edelim. Bu bize tam anlamıyla başarılı bir YZ stratejisi ihtimali (ister "güçlü" ister zayıf YZ, sırasıyla da $\mathscr{A}$ ve $\mathscr{B}$ yaklaşımları) hakkında ne söylemektedir? Bilgisayar kontrollü YZ sistemlerine inananların ($\mathscr{A}$ yaklaşımını savunanların kesinlikle, muhtemelen $\mathscr{B}$ yaklaşımını savunanların da) beklentisi, bu stratejinin bir sonucu olarak eninde sonunda ortaya çıkabilecek robot varlıkların insanın matematiksel kapasitesine erişmesi, hatta onu geçebilmesidir. Dolayısıyla eğer III'ü kabul edersek, bu tarz bir insanlarca belirtilemeyen *F* algoritması, böylesi bir matematiksel robotun kontrol sisteminin parçası olacaktır. Bu böylesi bir nihai ufka sahip bir YZ stratejisinin erişilemez olduğuna işaret eder görünmektedir. Zira amaçlarına ulaşmak için belirtilemez bir *F*'ye ihtiyaç duyuyorsa, gelecekte insanların bunu harekete geçirmeleri de beklenemez.

---

[59] Bahsedilen ($10^{10^{123}}$'ya da buna yakın bir miktarda üsse sahip) evren durumları sayısı, gözlemlenebilir evrenimiz içerisindeki madde miktarını içeren bir evrenin §6.11'deki mutlak birimlerle ölçülmüş, ulaşılabilir faz uzayının hacmidir. Bu hacim, bu maddenin toplam kütlesinin kara deliğinin entropisini hesaplayan Bekenstein–Hawking'in formülü kullanılarak ve bu entropinin üssel değeri alınarak §6.11'deki mutlak birimler cinsinden tahmin edilebilmektedir. *Bkz.* KYU s. 340–344.

Fakat tutkulu YZ destekçilerinin çizdiği resim bu değildir. Gereken F'nin hemen ortaya çıkmayacağını ama aşama aşama inşa edileceğini ve bu arada robotların da kendi performanslarını kendi (aşağıdan yukarıya) öğrenme deneyimleriyle aşama aşama yükselteceklerini tasavvur edebilmektedirler. Dahası en gelişmiş robotlar da insanların doğrudan yaratımı olmayacak, büyük olasılıkla diğer, muhtemelen gereksinimi duyulan matematiksel robotlardan biraz daha ilkel robotlarca yaratılacaklardır.[60] Keza robotların nesilden nesle becerilerini geliştirmelerine hizmet eden bir tür Darwinci evrim yürürlükte olacaktır. Hatta bizlerin de kendi matematiksel anlamamızı kontrol eden, insanlarca bilinemez bir F algoritmasını, kendi "nöral bilgisayarlarımızın" bileşim maddesi olarak aynı türden süreçler yoluyla *kendi kendimize* edinmiş olduğumuz ileri sürülecektir.

Bundan sonraki birkaç alt başlıkta bahsi geçen özelliğe sahip süreç ve işlemlerin şu sorundan kaçamadığını tartışmaya açacağım: Bir YZ stratejisinin oluşturulacağı işlemlerin kendisi algoritmik ve bilinebilirse, o halde sonuç olarak ortaya çıkacak olan böyle bir F'nin de bilinebilir olması gerekir. Bu şekilde **III.** durum da, etkin şekilde olanaksız olduğu (**I.** durum) ya da en azından hemen hiç muhtemel olmadığı için (**II.** durum) §3.2–§3.4 arasında elenmiş olan durumlara, **I**'e ya da **II**'ye indirgenmiş olacaktır. Aslında bu tarz altta yatan algoritmik işlemlerin bilinebilir olduğu varsayımı nedeniyle de kendimizi **I.** duruma yakın hissedeceğiz. Dolasıyla da **III.** durum (ve dolaylı yoldan **II.** durum da) etkin şekilde savunulamaz bir hal alacaktır.

Umudunu **III**'ün zihnin hesaplamalı modeli için bir yön sağlayabilme olasılığına bağlamış olan okurlar bu argümanları büyük bir dikkatle incelemeli ve tartışmalıdır. Varılan sonuç şu olacaktır: Eğer **III**'ün matematiksel anlama becerimize temel sağladığı kabul edilirse, bu durumda kendi F'mizin ortaya çıkmış olmasının tek mantıklı yolu bunun ilahi müdahaleyle bahşedilmiş olmasıdır (temelde §1.3'ün sonunda bahsi geçmiş olan $\mathcal{A}/\mathcal{D}$ olasılığı) ve bu da bilgisayarla çalışan YZ'nın daha tutkulu uzun dönem hedeflerine ilgi duyanlar için kesinlikle bir teselli olmayacaktır!

---

[60] *Bkz.* Moravec (1988, 1994).

3.6 Doğal seçilim mi, Tanrı vergisi mi?

Kim bilir belki de zekâmızın gerçekten de bir tür Tanrı edimini gerektirdiği ve cansız dünyanın betimlenmesinde bu kadar başarılı olmuş bilimin aracılığıyla açıklanamadığı olasılığını ciddi olarak düşünmeliyiz. Elbette açık fikirli olmaya devam etmeliyiz, ama bundan sonraki tartışmalarda bilimsel bir bakış açısı taşıdığımı açıkça da söylemem gerekiyor. Matematiksel anlama becerimizin aklın ermediği bir algoritmanın sonucu olma olasılığını (ve böyle bir algoritmanın gerçekte nasıl ortaya çıkmış olabileceği sorusunu) tamamen bilimsel kavramlarla tartışacağım. Muhtemelen böyle bir algoritmanın basitçe Tanrı'nın ilahi bir eylemi uyarınca beyinlerimizin içine yerleştirilmiş olabileceğine inanmaya eğilimli kimi okurlarımız vardır. Böylesi bir varsayıma kesin bir çürütme sunamam; ama belli bir yerde bilimin yöntemlerini terk etmek seçiliyorsa, bunu seçmenin niçin akla yatkın olarak görüldüğü benim için açık değil! Eğer bilimsel açıklama terk edilecekse, ruhun sahip olduğu varsayılan özgür iradesini onun her eylemini kontrol ettiği farz edilen bir algoritmanın karmaşıklığı ve akıl erdirilemezliğinin arkasına saklamak yerine, ruhu algoritmik eylemden tümden kurtarmak daha uygun olmaz mı? Hatta anlaşıldığı kadarıyla Gödel'in de yaptığı gibi, $\mathcal{D}$ yaklaşımıyla uyumlu olarak zihnin faaliyetinin fiziksel beynin faaliyetinin ötesinde bir şey olduğu görüşünü kabul etmek daha akla yatkın olabilir. Öte yandan bugünlerde akıl gücümüzün bir şekilde ilahi bir hediye olduğunu düşünenlerin bile, buna rağmen davranışlarımızın bilimsel olasılıklar alanı içerisinde anlaşılabileceği görüşünü savunmaya eğilimli olduklarını tahmin edebiliyorum. Bu görüşlerin tartışılması da kuşkusuz gerekir, ama bu noktada $\mathcal{D}$'ye karşı bir tartışma yürütmeyi önermiyorum. $\mathcal{D}$ yaklaşımının türevlerini doğru bulan okurların bana katlanmaya ve bilimsel argümanın bize ne getirebileceğini görmeye çalışmaya devam edeceklerini umuyorum.

Peki öyleyse matematiksel sonuçlara akıl ermez olması gereken bir algoritmik eylemin sonucu olarak ulaşılabildiği şeklinde bir varsayımın işaret edeceği bilimsel sonuçlar nelerdir? Kabaca şöyle resmedilebilir: Hakiki matematiksel kavrayışın simüle edilmesi için gereken olağanüstü ölçüde karmaşık algoritmik işlemler, (en az) yüz binlerce yıllık bir doğal seçilim, bununla beraber de

fiziksel çevreden gelen binlerce yıllık bir eğitsel gelenek ve girdi sonucunda ortaya çıktılar. Bu işlem ve süreçlerin kalıtsal yönleri daha basit (daha önceki) algoritmik bileşenlerden herhalde yavaş yavaş kendilerini inşa ettiler ve bu beyinlerimizi ve bedenlerimizi oluşturan tüm diğer müthiş etkili mekanizma parçalarını üretmiş olanlarla aynı türden seçilime zorlayıcı baskıların sonucu gerçekleşti. İçyapısal potansiyel matematiksel algoritmalar (diğer bir deyişle –algoritmik olduğu farz edilen– matematiksel düşünüşümüze miras kalmış olabilecek olan her yön) bir şekilde DNA içerisinde, nükleotit dizilimlerinin belirli özellikleri olarak, şifrelenmiş biçimde yatmaktadır ve bunlar seçilime zorlayıcı baskılara yanıt olarak sağlanan ilerlemelerin ağır ağır ya da aralıklı şekilde ortaya çıkmasında yaşananlarla aynı sürecin sonucu olarak ortaya çıkmış olsalar gerektir. Ek olarak fiziksel çevremizden gelen deneyim ve doğrudan matematiksel eğitim gibi çeşitli türlerde dış etkiler ve tamamıyla rastlantısal girdi görevi gören başka etmenler olacaktır. Böyle bir resmin mantıklı bulunup bulunamayacağını keşfetmeye çalışmak zorundayız.

3.7 Bir algoritma mı, çok sayıda algoritma mı?

Ele almak zorunda olduğumuz önemli bir konu, matematiksel anlamanın farklı bireylere ait farklı şekillerinden sorumlu olan, birbirinden çok farklı, belki de eşdeğer olmayan, çok sayıda algoritmanın olabilme olasılığıdır. Hatta başından itibaren kesinlikle açık olan bir şey vardır, o da, icracı matematikçiler arasında bile farklı bireylerin matematiği birçok durumda diğerlerinden farklı biçimlerde kavrıyor olmasıdır. Kimileri için görsel imgeler fevkalade önemlidir, başkaları için önem taşıyansa kesin mantıksal yapı, zekice geliştirilmiş kavramsal argüman ya da belki ayrıntılı analitik uslamlama veya bariz cebirsel manipülasyon olabilir. Bununla bağlantılı olarak şuna da dikkat çekelim; örneğin geometrik düşünüş ile analitik düşünüşün büyük oranda beynin zıt taraflarında (yazılış sırasına göre sağda ve solda) gerçekleştikleri düşünülmektedir.[61] Gerçi sık görüldüğü üzere aynı matematiksel doğruluk bu iki yolla da algılanabilir. Algoritmik bakışta ilk başta her bireyin

[61] Örneğin *bkz.* Eccles (1973) (ve KYU, 9. Bölüm).

sahip olabileceği değişik matematiksel algoritmalar arasında büyük bir eşdeğer olmama olması gerekiyor gibi gözükebilir. Fakat matematiksel fikirleri anlamak ya da aktarmak için farklı matematikçilerin (ya da başka insanların) oluşturabilecekleri çok farklı imgelere rağmen, matematikçilerin algılarına ilişkin çok çarpıcı bir gerçek şudur: En sonunda tartışılmaz şekilde doğru olduğuna inandıkları şeye karar verdiklerinde matematikçiler fikir ayrılığı yaşamazlar; kuraldışı durum sadece, bir uyuşmazlığın izi birinin ya da diğerinin uslamlamasındaki gerçekten fark edilebilir (düzeltilebilir) bir hataya kadar sürülebildiğinde ya da bazen çok az sayıdaki birkaç temel konuya ilişkin farklılıklar taşımaları durumunda ortaya çıkar; *krş.* Q11, özellikle de $\mathcal{G}^{***}$. Anlatım kolaylığı olması için burada bu ikinci durumu bundan sonraki tartışmada göz ardı edeceğim. Konuyla ilgisiz sayılamaz olsa da, çıkartılan sonuçları önemli derecede etkilememektedir. (Çok az sayıdaki birkaç eşdeğer olmayan muhtemel bakış açısına sahip olmak, benim argümanımın amaçları açısından, sadece bir adet eşdeğer olmayan bakış açısına sahip olmaktan önemli derecede bir farklılık göstermemektedir.)

Matematiksel doğruluğun algılanması çok farklı sayıda yol izlenerek başarılabilir. Kişi herhangi bir matematiksel önermenin doğruluğunu algılarken gerçekleşen ayrıntılı fiziksel etkinlik her ne olursa olsun, bu fiziksel etkinliğin tam olarak aynı matematiksel doğruluğu algılıyor olsalar bile bireyden bireye çok önemli derecede farklılaşmak zorunda olduğuna ilişkin pek az kuşku duyulabilir. Bu nedenle eğer matematikçiler tartışılmaz matematiksel doğruluk değerlendirmelerini şekillendirmek için hesaplamalı algoritmaları kullanıyorlarsa, bu algoritmaların yapılarının ayrıntılarında bireyden bireye farklılaşmaları muhtemeldir. Yine de bu algoritmalar bazı bakımlardan kesinlikle birbirleriyle *eşdeğer* olacaklardır.

Bu, en azından meseleye matematiksel olarak *mümkün* olanın bakış açısından yaklaşıldığında ilk başta göründüğü kadar akla aykırı bir şey olmayabilir. Çok farklı gözüken Turing makineleri özdeş çıktılar verebilir. (Örneğin şu şekilde oluşturulmuş bir Turing makinesi düşünün: Doğal sayı n üzerinde çalışırken n'nin dört kare sayının toplamı olarak ifade edilebilir olduğu her zaman 0 çıktısı, n böyle ifade edilebilir olmadığı zamanlar da 1 çıktısı veriyor. Bu makinenin çıktısı, üzerinde çalıştığı n sayısı ne olursa olsun basit-

çe 0 çıktısı vermek üzere oluşturulmuş bir başka makinenin çıktısıyla özdeştir; çünkü daha önce gördüğümüz üzere *her* doğal sayı dört kare sayının toplamıdır; *bkz.* §2.3) İki algoritmanın iç işlemleri açısından hiç de benzer olmaları gerekmez ve nihai iç etkileri açısından yine de özdeş olabilirler. Fakat bir anlamda bu aslında bizim matematiksel doğruluğu tayin etmek için farazi akıl ermez algoritma(ları)mızın nasıl ortaya çıkmış olabileceğini *daha da* zor anlaşılır hale getirir; çünkü şimdi hepsi ayrıntılı yapılarında birbirlerinden çok farklı, yine de hepsi çıktıları açısından esasen eşdeğer olan çok sayıda böyle algoritmaya ihtiyacımız var.

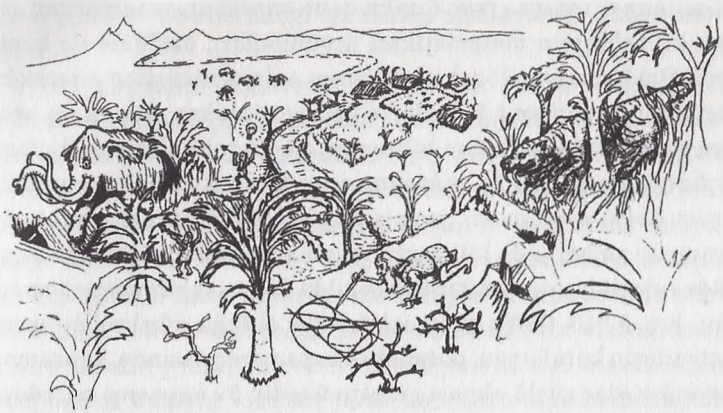
3.8 Dünyevi olmayan ezoterik matematikçilerin doğal seçilimi

Doğal seçilimin rolü ne peki? Bizim bütün matematiksel anlama becerimizi kontrol eden bilinemez (**III**'e göre; ya da en azından **II**'ye uygun olarak rolü bilinemez) bir (ya da böyle birkaç) F algoritmasının olması mümkün müdür? Önce §3.1'in başında vurgulanan bir noktayı yineleyerek başlayalım. Matematikçiler, konu kendi ulaştıkları tartışılmaz olarak gördükleri matematiksel sonuçlar olduğunda, bir bilinemez kurallar (ilkesel olarak matematiksel yoldan akıl ermez derecede karmaşık kurallar) kümesini izlediklerini *düşünmezler*. Bu sonuçların tam aksine, genellikle uzun ve dolambaçlı olsalar da, nihayetinde ilkesel olarak herkes tarafından farkına varılabilecek açık ve tartışılmaz gerçeklere dayanan argümanların sonucu olduğuna inanırlar.

Aslında sağduyulu ya da mantıksal betimlemeler düzeyinde yaptıklarına inandıkları şey, *gerçekten* yaptıklarıdır. Bundan gerçekten kuşku duyulmaması gerekir; bu husus ne kadar vurgulansa azdır. Eğer matematikçilerin III ya da **II**'yle uyumlu olarak bilinemez ya da akıl ermez bir hesaplamalı kurallar kümesini izliyor oldukları savlanacaksa, o halde bunun *aynı zamanda* yapıyor oldukları bir şey olması gerekir: Yapıyor olduklarını düşündükleri şeyle eş zamanlı olarak, ama farklı bir betimleme düzeyinde bir şey. Bir şekilde bu kuralları algoritmik izleyişlerinin, matematiksel anlama beceri ve sezgilerinin neden oldukları ile aynı *etkilere* (en azından pratikte) sahip olması gerekmektedir. İnanmaya çalış-

mamız gereken, eğer $\mathcal{A}$ ya da $\mathcal{B}$ yaklaşımlarından birine bağlı kalacaksak, bu olasılığın gerçekten mantıklı bir olasılık olmasıdır.

Bu algoritmaların bizler için neyi başarmak zorunda olduğunu aklımızda tutmalıyız. Sahiplerine doğrudan deneyimden çok uzaktaki ve çoğunlukla onlara sahip olan bireyler için görülebilir hiçbir pratik avantaja yol açmayan soyut varlıklar hakkında yapılacak matematiksel uslamlamayı doğru şekilde izleme kabiliyetini (en azından ilkesel olarak) sağlamak zorundadırlar. Herhangi bir çağdaş saf–matematiksel araştırma dergisine göz atma şansını bulmuş herkes, doğrudan pratik olan her şeyden çok uzak şeylerin nasıl da matematikçilerin ana ilgi alanlarından biri olduğunu görecektir. Bu tarz araştırma makalelerinde sunulabilen argümanların ayrıntıları çok küçük bir azınlık dışında kimse için hemen anlaşılabilir olmayacaktır; yine de uslamlamalar nihayetinde küçük adımlardan başlayarak oluşurlar, her bir küçük adım karmaşık şekilde tanımlanmış sonsuz kümeler hakkındaki soyut bir uslamlama konusunda olsa bile *ilkesel olarak* herhangi bir düşünen insan tarafından anlaşılabilir. İnsanlara böylesi bir uslamlama izleme potansiyelini vermek için yeterli olacak bir algoritmayı (ya da belki daha çok sayıda olacak olan alternatif ancak matematiksel olarak eşdeğer algoritmaları) sağlayan şeyin de, DNA diziliminin doğası olduğunu kabul etmek zorundayız. Böyle olduğuna inanıyorsak, o halde kendimize ciddi ciddi böyle bir algoritmanın ya da algoritmaların nasıl olup da doğal seçilim yoluyla ortaya çıkmış olabileceğini sormak zorundayız. Günümüzde matematikçi olmada seçilimsel bir avantaj olmadığı açık görünüyor. (Hatta bunun bir dezavantaj bile olabileceğinden kuşkulanıyorum. Matematiğe eğilim gösteren püristler nadir görülen tutkuları ve tercihleri sebebiyle kötü ücretli akademik işlerde çalışma –ya da bazen de hiç işi olmama– eğilimindeler!) Daha da önemlisi, uzak atalarımızda çok soyut şekilde tanımlanmış sonsuz kümeler ve sonsuz kümelerin sonsuz kümeleri vs hakkında akıl yürütme becerisinin seçilimsel bir avantaj olamayacağı gerçeğidir. Bu atalarımız muhtemelen sığındıkları yerlerin inşası, giyinme, mamut tuzaklarının tasarımı ya da sonrasında hayvanların evcilleştirilmesi ve ürünlerin hasadı gibi şeylerle, günün pratik meseleleriyle ilgiliydiler (*Bkz.* Şekil 3.1).



Şekil 3.1 Uzak atalarımız için ileri ve karmaşık düzeyde matematik yapma gibi özel bir becerinin seçilimsel bir avantaj oluşturması çok zordur, fakat genel bir *anlama* becerisi bu rolü oynayabilir.

Bu durumda atalarımızın sahip olduğu seçilimsel avantajların, tüm bu sayılan şeyler açısından değer taşıyan nitelikler ve tam da matematiksel uslamlama gerçekleştirmek için gerekli olduğu çok sonraları ortaya çıkan başka bir *tesadüfi* bir özellik olduğunu varsaymak oldukça mantıklı olacaktır. Hatta benim inancım da aşağı yukarı böyle diyebilirim. Bu tür bir görüşe göre, insanın doğal seçilimin baskıları sonucunda bir şekilde edindiği ya da daha yüksek bir dereceye geliştirdiği genel nitelik bu *anlama* yetisidir. Bu şeyleri anlama becerisi türe özgü değil ve birçok şekilde insanın avantajına işlemiş olsa gerektir. Örneğin barınakların ya da mamut tuzaklarının yapımı insan türünün şeyleri genel olarak anlama becerisinin paha biçilemez olduğu özgün örneklerdir. Buna rağmen benim görüşüme göre anlama becerisi hiçbir şekilde sadece *Homo sapiens*'e özgü bir nitelik değildir. İnsan türünün rekabet içerisinde olduğu diğer hayvanların çoğunda da var olması muhtemeldir, ama daha düşük bir derecede olmuş olsa gerek ki, insan türü anlama becerisinin gelişimindeki *artış* sayesinde diğerleri karşısında çok ciddi bir seçilimsel avantaj elde etmiş olsa gerektir.

Bu tarz bir bakış açısında zorluk yalnızca anlamayı sağlayan miras kalmış becerinin algoritmik bir şey olabileceğini düşünme-

ye çalışırsak ortaya çıkar. Çünkü daha önceki argümanlardan gördük ki; sahibinin matematiksel argümanları, özellikle de benim verdiğim biçimiyle Gödel argümanını anlayabilmesine yetecek kadar güçlü bir anlama becerisi, eğer algoritmikse tam da bu beceriye sahip kişi tarafından bilinemez (ya da rolü bilinemez) olacak ölçüde karmaşık ya da anlaşılmaz bir faaliyet olmak zorundadır. Bizim doğal seçilimden geçmiş farazi algoritmamızın, uzak atalarımızın zamanında bile bugün matematikçilerce tartışılmaz şekilde tutarlı (ya da tartışılmaz şekilde doğru, Π_1–tümceleri açısından, krş. §2.10, **Q10**'a yanıt içerisinde) olduğu düşünülen formal sistemlerin kurallarını, potansiyel kapsamı içerisinde, kapsamaya yetecek kadar güçlü olması gerekmektedir. Bu kapsama neredeyse kesinlikle şunların da dahil olduğu söylenmelidir: Çoğu matematikçinin bugün basit matematik için ihtiyaç duyulan uslamlama yöntemlerinin hepsini sağladığını düşündüğü sistemler (krş. §3.3 ve §2.10, **Q10**'a yanıt) Zermelo–Fraenkel formal sistemi $\mathbb{ZF}$'nin kuralları ya da belki de onun $\mathbb{ZFC}$ sistemine genişletilmesi (ki bu da seçme aksiyomu eklenmiş $\mathbb{ZF}$'dir) ve gödelizasyon işleminin $\mathbb{ZF}$'ye istenildiği kez uygulanması yoluyla elde edilebilen belirli formal sistemlerden herhangi biri ve matematikçilerce, diyelim ki bu tarz bir gödelizasyonun tartışılmaz şekilde doğru sistemler vermeye devam edeceğinin anlaşılmasından dolayı, erişilebilir olan sezgilerin kullanımı yoluyla ulaşılabilen diğer sistemlerden herhangi biri ya da bunlardan bile daha kuvvetli bir doğaya sahip diğer tartışılmaz uslamlama türleri ve tüm bunların kuralları. Algoritmanın, bugünlerde matematik araştırma dergilerinin sayfalarını işgal eden ancak o dönem matematik etkinliğinin keşfedilmeyi bekleyen alanlarının hepsindeki geçersiz argümanlar ile geçerli olanları ayırmak, tek tek örnekler arasında kesin ayrımlar yapma potansiyelini kapsıyor olması gerekir. Bu farazi, bilinemez ya da anlaşılamaz algoritmanın, sadece uzak atalarımızın hayatta kalma mücadelesi yürüttüğü koşullara bağlı olan doğal bir seçilimin sonucu olarak ortaya çıkmış olmasına inanmamız beklenmesine rağmen, yine de kendi içinde şifreli olarak tüm bunları yapma gücüne sahip olması gerekmektedir. Tikel bir anlaşılması zor, karmaşık matematik yapma becerisi, sahibi için doğrudan seçilimsel bir avantaj oluşturmuş olamaz ve ben de böyle bir algoritmanın

ortaya çıkması için herhangi bir neden olamayacağı düşüncesindeyim.

Eğer "anlamanın" algoritmik olmayan bir nitelik olmasına izin verirsek de, durum çok başkalaşır. Bu durumda bilinemez ya da anlaşılamaz olacak kadar karmaşık bir şey olması gerekmez. Hatta "matematikçilerin yaptıklarını düşündükleri" şeye çok daha yakın olabilir. Anlama, basit ve sağduyuya uygun bir görünüme sahiptir. Açıkça tanımlanması zor bir şeydir, ama aynı zamanda hesaplamalı bir işlemle ilkesel olarak bile düzgün şekilde simüle edilemeyen bir nitelik olabileceğini kabul etmemizin zor olacağı kadar da bize tanıdık gelir. Benim ileri sürdüğüm de tam olarak budur. Hesaplamalı bakışta, karşılaşılması mümkün olan matematiksel soruların hepsinin yanıtları, bir anlamda, algoritmanın içerisine önceden programlanmış olabilsin diye, olası bütün sonuçlara izin veren bir algoritmik faaliyete gereksinim duyulur. Doğrudan önceden programlanmış değillerse, o zaman yanıtlara ulaştıracak bir yol bulunması için bazı hesaplama araçlarına ihtiyaç duyulur. Daha önce gördüğümüz gibi, bu "önprogramlamalar" ya da "hesaplama araçları", eğer insan anlaması tarafından başarılabilen her şeyi kapsamak durumundaysa, insanın anlama kabiliyetinin ötesinde bir şey olmak zorundadır. Bizlerin uzak atalarımızın sadece hayatta kalmalarının teşvik edilmesine hizmet eden doğal seçilimin kör süreçleri, bu hayatta kalma meseleleriyle hiçbir şekilde ilgisi olmayan falanca özellikteki bir bilinemez şekilde doğru hesaplamalı sürecin anlaşılması güç matematiksel meseleleri çözüme kavuşturabileceğini "öngörebilmeyi" nasıl başarmıştır?

3.9 Öğrenen algoritmalar

Okurların böyle bir olasılığın saçma olduğunu aşırı hızlı bir biçimde kabul etmemeleri için, hesaplamalı yaklaşım sahiplerinin sunmaya yatkın olabilecekleri açıklamayı daha açık aktarmam gerekiyor. §3.5'te işaret edildiği üzere, uslarında canlandırdıkları algoritma matematik problemlerine yanıtları sağlamak için bir anlamda "önceden programlanmış" olan bir şey olmaktan ziyade, *öğrenme* kapasitesine sahip olan bir hesaplamalı sistemdir. Kafalarında canlandırdıkları, ihtiyaç duyulacak olan "yukarıdan aşa-

ğıya" işlemlerle beraber, önemli "aşağıdan yukarıya" bileşenlere sahip bir şeydir (krş. §1.5).[62]

Kimileri "yukarıdan aşağıya" betimlemesinin, sadece doğal seçilimin kör süreçlerinden geçerek ortaya çıkmış bir sistem için aslında hiç de uygun olmadığı hissine kapılabilir. Benim bu terimle anlatmak istediğim bizim farazi algoritmik işlemimizin organizma içerisinde genetik olarak *sabit* olan ve her bir bireyin sonradan gelen deneyimleri ve öğrendikleri sonucu değişime konu olmayan yönleridir. Her ne kadar yukarıdan aşağıya yönler, nihayetinde (ilgili DNA en sonunda uygun beyin faaliyetine tercüme edildiğinde) başaracakları şeyin gerçek "bilgisine" sahip herhangi bir şey tarafından tasarlanmış olmasalar da, matematiksel olarak etkin beynin gerçekleştireceği iyi tanımlı kuralları yine de sağlayabilirler. Bu yukarıdan aşağıya işlemler algoritmik eylemlere, içerisinde daha esnek (aşağıdan yukarıya) "öğrenen işlemlerin" işlemesine izin verilen bir sabit çerçevenin ihtiyaç duyabileceği her şeyi sağlayacaktır.

Şimdi şunu sormak zorundayız: Bu öğrenen işlemlerin doğası nedir? Öğrenen sistemimizin bir dış çevre içerisine yerleşmiş olduğunu ve bu çevrede sistemin işleme biçiminin, çevresinin daha önceki eylemlerine verdiği tepkiler üzerinden sürekli değişikliklere uğradığını hayal ediyoruz. Burada temelde iki etmen işin içine giriyor: *Dış etmen*, bu çevrenin davranma biçimi ve sistemin eylemlerine nasıl tepki verdiğidir. *İç etmen*, sistemin daha sonra çevresindeki değişikliklere yanıt olarak kendi davranışını nasıl değiştirdiğidir. İlkönce dış etmenin algoritmik doğasını incelemeliyiz. Dış çevrenin reaksiyonunun, öğrenen sistemimizin iç yapısı tümüyle algoritmik olsa bile, algoritmik olmayan bir bileşen sağlayabilmesi mümkün müdür?

Bazı koşullar altında, örneğin yapay nöral ağların "eğitiminde" sıkça görüldüğü üzere dış çevrenin reaksiyonu, amacı sistemin performansını kastî olarak geliştirmek olan deneycinin, eğitim-

---

[62] Bugün oldukça iyi tanımlanmış bir matematiksel öğrenme kuramına sahibiz; *bkz.* Anthony ve Biggs (1992). Ancak bu kuram hesaplanabilirlikten çok, karmaşıklık konusuyla (başka bir ifadeyle, problemlere çözümler elde etmek için gereken hızla ya da depolama alanıyla ilgili sorularla; *krş.* KYU, s. 140–145) ilgilidir. Matematiksel olarak tanımlı bu tarz öğrenen sistemlerin, insan matematikçilerin "tartışılmaz doğru" görüşlerine ulaşma yolunu simüle edebildiği şeklinde bir iddia yoktur.

cinin ya da öğreticinin (biz "öğretici"yi tercih edelim) davranışı tarafından sağlanmış olabilir. Sistem öğreticinin arzu ettiği bir biçimde işlediğinde, bu durum sisteme kendi davranışını değiştirmesi için iç mekanizmalarıyla uyumlu bir şekilde bildiriliyor ve böylelikle sistem gelecekte öğreticinin arzu etiği biçimde işlemeye daha yatkın hale geliyor. Diyelim ki insan yüzlerini tanımak üzere eğitilmekte olan bir yapay sinir ağına sahibiz. Sistemin performansı sürekli bir biçimde izlenir ve "tahminlerinin" isabetliliği, iç yapısını uygun şekilde değişime uğratarak performansını geliştirmesi mümkün olsun diye, her bir aşamada sisteme geri besleme şeklinde iletilir. Eğitim süreci de büyük oranda otomatikleştirilebildiği için, pratikte bu tahminlerin sonuçlarının her bir aşamada insan öğretici tarafından izlenmesi gerekmez. Fakat bu tür bir durumda, insan öğreticinin hedef ve değerlendirmeleri nihai performans ölçütünü biçimlendirir. Diğer türden durumlarda, dış çevrenin reaksiyonunun bunun kadar "kastî" bir şey olması gerekmez. Örneğin gelişen bir *canlı* sistemde (fakat hala hesaplamalı modellerde ileri sürülmüş olanlara benzer bir çeşit sinirsel ağ düzenlemesi –ya da başka algoritmik işlemler, örneğin genetik algoritmalar, krş. §3.7– uyarınca işlediği tasavvur edilen bir sistemde) bu tarz dış hedef ya da değerlendirmelere gerek yoktur. Buna karşılık canlı sistem, çok çok uzun yıllar içerisinde evrimleşmiş ölçütlere göre etkiyen *doğal seçilim* bakımından anlaşılabilir bir yönde, kendi hayatta kalma beklentisini ve soyunun devam etme şansını artırmaya hizmet edecek davranış değişikliklerine gidebilir.

3.10 Çevre algoritmik olmayan bir dış etmen sağlayabilir mi?

Burada sistemin kendisinin (canlı ya da değil) bir tür bilgisayar kontrollü *robot* olabileceğini ve böylece kendi kendini düzeltme işlemlerinin tümüyle hesaplamalı olduğunu kabul ediyoruz. (Burada "robot" kavramını sistemimizin çevresiyle etkileşim içerisinde olan tümüyle hesaplamalı bir varlık olarak görülmesi gerektiğini vurgulamak için kullanıyorum sadece. Bunun kastî biçimde insanlar tarafından yapılmış bir mekanik alet olduğuna işaret

etmeyi amaçlamıyorum. Bu, bizzat $\mathcal{A}$ ya da $\mathcal{B}$ yaklaşımıyla uyumlu olarak gelişen bir insan da olabilir, yapay olarak üretilmiş bir nesne de olabilir.) Bu nedenle burada *iç etmenin* tümüyle hesaplamalı olduğunu varsayıyoruz. Çevrenin sağladığı *dış etmenin* hesaplamalı bir şey olup olmadığını sormak zorundayız; diğer bir deyişle bu çevrenin hem *yapay* durumda (yapay olarak bir insan öğretici tarafından kontrol edildiğinde) hem de *doğal* durumda (belirleyiciliği doğal seçilim kuvvetleri sağladığında) etkili bir hesaplamalı simülasyonunu vermenin mümkün olup olmadığı sorusunu cevaplamak zorundayız. Her iki durumda da robot öğrenen sistemin davranışını uydurarak değişime uğrattığı özel iç kuralların, çevrenin sisteme daha önceki performansının niteliğinin nasıl değerlendirileceğinin işaretini verdiği özel biçimlere karşılık vermeye bağlı kılınması gerekir.

Çevrenin yapay bir durumda simüle edilip edilemediği, diğer bir deyişle gerçek bir insan öğreticinin hesaplamalı şekilde simüle edilip edilemediği sorusu, aslında tekrar baştan düşünmemiz gereken temel sorudur. Şu an sonuçlarını keşfe çıktığımız $\mathcal{A}$ ya da $\mathcal{B}$ varsayımlarında etkili bir simülasyonun ilkesel olarak mümkün olduğu durumla karşı karşıya olduğumuz varsayılmaktadır. Nihayetinde keşfe çıkılan da bu varsayımın toplam inandırıcılığıdır. Bu nedenle bizim "robot" sistemimizin hesaplamalı olduğu varsayımıyla birlikte, hesaplamalı bir çevreye de sahibiz. Bu yüzden robotla birlikte öğretici çevresinden oluşan bütün *birleşik* sistem, ilkesel olarak hesaplamalı şekilde etkili olarak simüle edilebilen bir şey olacak; dolayısıyla çevre hesaplamalı bir robotun hesaplamalı olmayan bir biçimde davranmasını mümkün kılabilecek bir boşluk sunamayacaktır.

Bazı yerlerde, insanların üyeleri arasında sürekli iletişimin olduğu bir *topluluk* oluşturmaları olgusunun bize bilgisayarlar karşısında avantaj sağladığı görüşünün ileri sürüldüğü görülür. Bu görüşe göre insanlar bireysel olarak hesaplamalı sistemler olarak değerlendirilebilirler, ancak insan topluluğu buna fazladan bir şeyler ekler. Argüman özelde bireysel matematikçiler ile matematik camiası arasındaki bir karşılaştırmaya uygulanabilir; camia ya da topluluk hesaplamalı olmayan bir biçimde davranabilirken, matematikçi bireyler davranamazlar. Ben şahsen bu ar-

gümanı anlamlandırmakta zorlanıyorum. Zira aynı şekilde birbirleriyle sürekli iletişim halinde olan bir bilgisayar topluluğunun var olduğu düşünülebilir. Böyle bir "topluluk" da yine bir bütün olarak hesaplamalı bir sistem oluşturacaktır; bütün topluluğun eylemi, eğer istenirse, tek bir bilgisayar üzerinde simüle edilebilecektir. Elbette topluluk çok sayıdaki bireyi sayesinde, tekil üyelerinin yapabileceğinden çok daha geniş bir hesaplamalı sistem oluşturacaktır, ama bu *ilkesel olarak* bir fark sağlamaz. Gezegenimizde 5×10^9'dan fazla insanın yerleşmiş olduğu doğrudur (depolanmış muazzam bir bilgi birikimine sahip kütüphanelerinden bahsetmiyorum bile). Fakat bu nihayetinde sayısal bir meseledir ve hesaplamalı yaklaşımda, bilgisayarların gelişimi gerektiğinde belki de birkaç on yıl sonra bireylerden topluluğa geçişte ortaya çıkan artışları gösterebilir. Öyle görünüyor ki, dış çevrenin insan öğreticilerden oluştuğu yapay durumda ilkesel olarak yeni hiçbir şey elde etmiyoruz ve bu bize hesaplamalı olmayan bir varlığın tümüyle hesaplamalı bileşenlerden nasıl doğabileceğine ilişkin herhangi bir açıklama sağlamıyor.

Peki ya doğal durumda? Soru artık şu olur: *Fiziksel* çevre, içerisindeki insan öğreticileri tamamen bir kenara koyuyoruz, hesaplamalı şekilde ilkesel olarak bile simüle edilemeyen bileşenler içeriyor olabilir mi? Bana öyle geliyor ki, eğer insansız bir çevrede simüle edilmesi ilkesel olarak olanaksız olan bir şeyin var olduğuna inanılıyorsa, o halde $\mathscr{C}$'ye karşı ileri sürülen temel iddiadan ödün verilmek zorunda kalınmış demektir. Zira $\mathscr{C}$'nin ciddi bir olasılık olduğundan kuşku duyulması için tek açık neden, fiziksel dünyadaki objelerin ediminin hesaplamalı olmayan bir biçimde davranabilmesine karşı beslenen şüphecilikte yatar. Fiziksel edimin hesaplamalı olmayabileceği *bir kez* kabul edilmek zorunda kalındı mı, fiziksel beyin içinde hesaplamalı olmayan edimlerin olma olasılığının önü de ardına kadar açılır ve $\mathscr{C}$'ye karşı ileri sürülen temel savdan vazgeçilmiş olur. Fakat genel bakıldığında, insan dışı çevrenin içerisinde hesaplamadan insanın içinde olduğundan daha derinlemesine bir şekilde kaçınan ve kurtulan bir şeyin olması daha az mümkün görünmektedir. (**Q2**, §1.9 ve §2.6'yla da karşılaştırınız.) Bir öğrenen robotun çevresinde *ilkesel olarak* hesaplamanın ötesinde bir bağıntılılığa sahip olacak bir şeyin ol-

duğunu içimizden pek azımızın ciddi olarak kabul edeceğini düşünüyorum.

Ancak çevrenin "ilkesel olarak" hesaplamalı doğasından bahsetmişken, önemli bir noktaya değinmem gerekir. Hiç kuşkusuz, gelişen canlı bir organizmanın (ya da ileri bir robot sisteminin) *gerçek* çevresi korkunç derecede karmaşık etmenlere bağlı olacaktır; dolayısıyla bu çevrenin oldukça kesin bir simülasyonu mümkün olmayabilir. Dinamik davranış görece basit fiziksel sistemlerle bile aşırı derecede karmaşık ve bir sonraki davranışının hesaplamalı olarak tahmin edilmesinin mümkün olmayacağı kadar başlangıç durumunun çok küçük detaylarına kritik şekilde bağlı olabilir; uzun vadeli hava tahminleri örneği sık sık verilen bu tarz bir örnektir. Böyle sistemlere *kaotik sistemler* adı verilir; krş. §1.7. (Kaotik sistemler ayrıntılı ve öngörülemez davranışa sahiptirler. Fakat matematiksel olarak anlaşılmaz değildirler; günümüzdeki matematiksel araştırmaların önemli bir parçası olarak bu sistemler üzerinde aktif bir şekilde çalışılmaktadır.[63]) §1.7'de söylendiği gibi kaotik sistemler benim "hesaplamalı" (ya da "algoritmik") dediğim şey *kapsamındadır*. Bizim buradaki amaçlarımız açısından kaotik sistemlerdeki en önemli nokta, herhangi bir *gerçek* kaotik çevrenin simüle edilebilmesinin gerekli olmamasıdır, *tipik* bir çevre de aynı işi görür. Bu nedenle örneğin *havanın* durumunu bilmemiz gerekmez, *herhangi bir* makul hava durumu da işimizi görür!

3.11 Bir robot nasıl öğrenebilir?

O halde çevrenin hesaplamalı simülasyonu konusunun asıl ilgilendiğimiz mesele olmadığını kabul edelim. Robot sistemin kendi iç yasalarının simüle edilmesinin önünde bir engel olmaması *şartıyla*, ilkesel olarak çevreyle yeterince iyi bir iş çıkarabileceğiz demektir. Bu yüzden şimdi robotumuzun nasıl öğreneceği sorununu tartışalım. Hesaplamalı bir robot hangi öğrenme süreçlerine erişebilir? Normalde benimsenen yapay sinir ağ sistemleri türünde nasıl oluyorsa (krş. §1.5), burada da hesaplamalı doğada açıkça tanımlı önceden belirlenmiş kurallar olabilir. Bu sistemlere göre,

[63] Bu çalışmaların güncel aktarımları için *bkz.* Gleick (1987) ve Schröder (1991).

karşımızda iyi tanımlanmış bir hesaplamalı kurallar sistemi olacak ve bununla dış çevre tarafından belirlenmiş olan (yapay ya da doğal) ölçütlerle uyumlu olarak genel performansın geliştirebilmesi için ağı oluşturan yapay "nöronlar" arasındaki bağlantılar güçlendirilecek ya da zayıflatılacaktır. Başka bir öğrenen sistem türü de "genetik algoritma" olarak bilinen şey tarafından sağlanır; bunda da makinenin içerisinde gerçekleşen farklı algoritmik işlem ve süreçler arasında bir çeşit doğal seçilim vardır ve sistemin kontrol edilmesi için en etkili algoritma "en uygun olanın hayatta kalması" yoluyla ortaya çıkar.

Şuna da açıklık kazandırmalıyız ki, bu tarz aşağıdan yukarıya organizasyonlarda olağan olduğu üzere bu kurallar, matematiksel problemlere kesin çözümler verdiği bilinen işlemlere göre çalışan standart yukarıdan aşağıya hesaplamalı algoritmalardan farklı olacaktır. Bu aşağıdan yukarıya kurallar basitçe sistemimizi genel bir biçimde performansını geliştirme yönünde yönlendiren şeyler olacaktır. Fakat kurallar, genel amaçlı bir bilgisayar (Turing makinesi) üzerinde uygulanabilmeleri anlamında halen daha tümüyle algoritmiktir.

Bu türden açıkça tanımlı kurallara ek olarak, bizim robot sistemimizin performansını geliştirecek şekilde dahil olmuş *rastlantısal* öğeler de olabilir. Bu rastlantısal bileşenlerin, belki de radyoaktif atom çekirdeklerinin bozunum zamanları gibi bir çeşit kuantum mekanik sürece dayalı olarak, fiziksel bir biçimde uygulamaya konmaları mümkün olabilir. Pratikte, yapay yoldan oluşturulan hesaplamalı araçlarda yapılması beklenen şey, gerçekten de belirlenimci bir hesaplamanın sonucu tarafından tamamen belirlenmiş olsa bile, hesaplamanın sonucunun *etkisel olarak* rastlantısal olduğu (*sahte rastlantısal* olarak tabir edilen) bir hesaplamalı işlem kullanılmasıdır (krş. §1.9). Yakından bağlantılı bir başka işlem, "rastlantısal" niceliğe başvurulan kesin *zamanın* kullanılması ve bu zamanın karmaşık bir hesaplamanın, anlayacağınız kaotik bir sistemin içerisine katılmasıdır. Böylece zamandaki çok küçük değişiklikler, etkili biçimde öngörülemez şekilde farklı ve etkili biçimde rastlantısal çıktılar verecektir. Aslına bakılırsa rastlantısal bileşenler bizi "Turing makinesi faaliyeti" olarak betimlenmiş şeyin dışına taşırken, bunu *işe yarar şekilde*

yapmazlar. Robotun işleyişindeki sahte rastlantısal bir girdi, pratikte rastlantısal bir girdiyle eşdeğer olur ve sahte rastlantısal bir girdi bizi bir Turing makinesinin yapabileceğinin dışına taşımaz.

Okurlar bu noktada şu kaygıyı duyabilirler: Rastlantısal bir girdi *pratikte* sahte rastlantısal bir girdiden farklı değilken, *ilkesel olarak* bir fark vardır. Daha önceki tartışmalarımızda (krş. §3.2–§3.4) pratikte insan matematikçilerce başarılabilen şeylerle değil, ilkesel olarak başarılabilenle ilgilendiğimizi söylemiştik. Aslında belli bazı matematiksel durumlar vardır ki, *aslında* rastlantısal olan bir girdi bir problemde, teknik olarak söylersek, hiçbir sahte rastlantısal girdinin başaramayacağı bir çözüm sağlar. Böyle durumlar karşımıza, problem oyun kuramında ya da kriptografide olduğu gibi "rekabetçi" bir öğe içerdiğinde çıkar. Bazı "iki kişilik oyun" türlerinde her bir oyuncu için en uygun strateji tümüyle rastlantısal bir bileşen içerir.[64] Oyunculardan bir tarafın en uygun strateji için gereken rastlantısallıktan istikrarlı biçimde sapması, oyun yeteri kadar tekrar edildiğinde diğer oyuncunun (en azından ilkesel olarak) avantaj elde etmesini sağlar. Bu avantaj, eğer herhangi bir şekilde rakibi, ilk oyuncunun gereken rastlantısallığın yerine devreye soktuğu sahte rastlantısal (ya da başka bir) bileşenin doğasına ilişkin başarılı bir tahmin yürütebilirse gerçekleşecektir. Benzer bir durum bazı şifrelerin güvenliğinin gerçekten rastlantısal olarak yaratılmış rakam dizilerine bağlı olduğu kriptografide karşımıza çıkar. Gerçekten rastlantısal olarak değil de, sahte rastlantısal bir işlem tarafından yaratılmışsa, bu durumda yine bu sahte rastlantısal işlemin ayrıntılı doğasının şifreyi kırmayı deneyen kişi tarafından bilinmesi olasılığı potansiyel olarak doğar; bu şifre kırıcı için paha biçilmez bir bilgidir.

İlk bakışta, rastlantısallık bu tarz rekabetçi durumlarda paha biçilmez olduğu için, bu doğal seçilim kapsamında değerlendirilebilecek bir özellik gibi görünebilir. Hatta ben de bunun organizmaların gelişiminde birçok açıdan *önemli bir etmen olduğu* hissine sahibim. Ancak bu bölümde daha ileride göreceğimiz üzere, salt rastlantısallık bizim Gödelci ağdan kurtulmamızı sağlamaz. *Gerçekten* rastlantısal bileşenler bile ilerideki argümanların bir parçası olarak ele alınabilir ve bizim hesaplamalı sistemleri bağ-

[64] Bu von Neumann ve Morgenstern'in (1944) klasik kuramının bir bileşenidir.

layan kısıtlardan kaçınmamızı sağlamazlar. Aslında *sahte rastlantısal* süreçlerde rastlantısal süreçlerde olduğundan biraz daha geniş bir kapsama alanıyla karşılaşırız (krş. §3.22).

Şu an için robot sistemimizin etki itibariyle (sonlu bir depolama kapasitesi de olsa) bir *Turing makinesi* olduğunu varsayalım. Daha doğrusu, robot çevresiyle sürekli etkileşimde olduğu ve biz çevresinin de hesaplamalı olarak simüle edilebildiğini kabul ettiğimiz için, robotu çevreyle *beraber* tek bir Turing makinesi gibi davranıyor olarak almalıyız. Ancak robotu ayrı olarak kendi başına bir Turing makinesi olarak düşünmek ve çevreye makinenin girdi şeridi üzerindeki bilgiyi sağlıyor şeklinde bakmak daha kolay olacaktır. Aslında bu benzetme teknik bir nedenle göründüğü kadar uygun değildir, çünkü Turing makinesi *sabit* bir şeydir ve yapısını "deneyimle" değiştirmemesi gerekir. Turing makinesinin sürekli çalışmaya devam ederek, çevreden gelen bilginin sürekli makinenin içerisindeki girdi şeridine eklenmesiyle çalıştıkça yapısında değişikliklere giderek kendi yapısını değiştirebildiği hayal edilebilir. Fakat bu olmayacaktır, çünkü Turing makinesinin çıktısına makine iç komut olarak DUR'a ulaşmadan önce bakılamaması gerekir (*bkz.* §2.1 ve Ek A; ayrıca KYU, Bölüm 2), bu noktaya ulaştığında da tekrar başlatılmadıkça artık girdi şeridini daha fazla incelememesi gerekir. Makine ardı ardına çalıştırıldığında, her seferinde başlangıç durumuna geri dönmesi gerekir, dolayısıyla bu yolla "öğrenemez."

Fakat bu zorluğa çözüm getirmek şöyle bir teknik araçla kolaydır: Turing makinemizi sabit olarak alırız ama şeridini her okuyuşundan sonra *iki* şeyi (teknik olarak tek bir sayıyla şifrelenmiş) çıktı olarak verir ve sonunda DUR'a gelir. İlk şey iç davranışı ne olması gerekiyorsa onu şifreler; ikincisiyse kendi *iç* kullanımı içindir ve dış çevreyle daha önceki karşılaşmalarından elde ettiği deneyimin hepsini şifreler. Bir sonraki çalıştırılışında bu "iç" bilgiyi *önce* girdi şeridinde okur; daha sonra girdi şeridinin *ikinci* parçası olarak da, çevrenin makinenin önceki davranışına verdiği ayrıntılı tepki dahil, çevresinin şimdi ona sağlamakta olduğu "dış" bilginin hepsini okur. Bu sayede öğrendiklerinin hepsi şeridinin *iç* parçasında şifrelenir ve şeridin (zaman ilerledikçe daha da büyümeye meyleden) bu parçasını geri beslemeyle kendisine döndürmeye devam eder.

3.12 Bir robot "sabit matematiksel inançlara" ulaşabilir mi?

Bu yolla en genel anlamıyla hesaplamalı öğrenen "robotu" bir Turing makinesi olarak betimleyebiliriz. Şimdi robotumuzun bir insan matematikçinin potansiyel becerilerinin hepsini kuşanmış halde matematiksel doğruluk değerlendirmeleri yapabiliyor olması gerekir. Bunu yapmaya nasıl başlayabilecektir? Matematikçilerin erişebildikleri matematiksel sezgileri doğrudan kapsayabilmesi için gerekli olacak ($\mathbb{ZF}$ formal sistemi içerisinde karşımıza çıkanların hepsi ve yukarıda bahsettiğimiz üzere daha ötesindekiler gibi) matematiksel kuralların hepsini tümüyle "yukarıdan aşağıya" bir biçimde şifrelemek zorunda kalmasını istemeyiz, çünkü gördüğümüz gibi bu kadar derin biçimde karmaşık, bilinemez şekilde etkili yukarıdan aşağıya bir algoritmanın eklenmesinin hiçbir makul yolu ("ilahi müdahaleyi" dışarıda tutarsak krş. §3.5, §3.6) yoktur. İçyapısal "yukarıdan aşağıya" öğeler her neyse, bunların sofistike bir matematiğin gerçekleştirilmesine özgü değil, "anlama" niteliği için bir temel sağladığı düşünülebilecek olan genel kurallar olduğunu varsaymalıyız.

Daha önce bahsettiğimiz üzere (krş. §3.9), robotumuzun davranışını önemli derecede etkileyebilecek iki tür çevresel girdi olduğunu hatırlayalım: *Yapay* ve *doğal*. Çevrenin yapay yönleri dediğimizde, kafamızda robota çeşitli matematiksel doğrulukları anlatan ve doğruları yanlışlardan kendi başına ayırt etmek üzere bir iç yol elde etmesi için ona rehberlik eden bir öğretici (ya da öğreticiler) canlanıyor. Öğretici robotu bir hata yaptığında bilgilendirebilir ya da ona çeşitli matematiksel kavramları ve matematiksel kanıtlamanın kabul edilebilir farklı yöntemlerini anlatabilir. Öğreticinin benimsediği özel işlemler bir dizi yol izleyebilir; örneğin "örnek vererek" öğretme, "yönlendirerek" öğretme, "bilgilendirerek" öğretme, hatta "döverek" öğretme! Fiziksel çevrenin doğal yönlerine gelirsek, bunlar robota fiziksel objelerin davranışından gelen "fikirleri" sağlayabilir. Çevre, matematiksel kavramların somut kavranışını da sağlayabilir; doğal sayıların farklı örnekleri gibi: İki portakal, yedi muz, dört elma, sıfır ayakkabı, bir çorap vs. Çevre, doğrular ve çemberler gibi geometrik fikirlere iyi yaklaşıklıklar sağladığı

gibi, sonsuz kümelerin bazı kavramlarına da (bir çemberin içindeki noktaların kümesi gibi) iyi yaklaşıklıklar sağlar.

Robotumuz tamamıyla yukarıdan aşağıya bir biçimde önceden programlanmış olmadığı ve matematiksel doğruluk kavramlarına öğrenen işlemleri aracılığıyla ulaşması gerektiği için, öğrenme işlemlerinin bir parçası olarak *yanlışlar* yapmasına da izin vermek zorundayız ki yanlışlarından *öğrenebilsin*. En azından başlangıçta bu yanlışlar öğreticiler tarafından düzeltilebilir. Robot yer yer, bir alternatif olarak, matematiksel doğruluk hakkındaki daha önceki varsayımlarından bazılarının aslında hatalı olmak durumunda ya da hatalı olması muhtemel olduğunu fiziksel çevresinden gözlemleyebilir. Ya da bu sonuca tamamen iç tutarlılık değerlendirmesiyle ulaşabilir, vs. Ancak ana fikir, robotun deneyimi arttıkça giderek daha az yanlış yapmasıdır. Zaman ilerledikçe öğreticiler ve fiziksel çevre robot için matematiksel değerlendirmelerini biçimlendirmesinde giderek daha az belirleyici (belki de en sonunda tümüyle gereksiz) hale gelir ve robot giderek daha fazla kendi iç hesaplama gücüne dayanabilir. Dolayısıyla robotumuzun öğreticilerinden öğrendiği ya da fiziksel çevresinden çıkarsadığı belli bazı matematiksel doğrulukların ötesine ulaşabileceği varsayılacaktır. Bu nedenle nihayetinde matematiksel araştırma alanına özgün katkılar yapabileceği bile hayal edilebilir.

Tüm bunların olabilirliğini sınamak için konuyu daha önce tartıştıklarımızla bağlantılandırmamız gerekmektedir. Eğer robotumuz gerçekten bir insan matematikçinin becerileri, anlama yetisi ve sezgilerine sahiptir diyorsak, bu bir tür "tartışılmaz matematiksel doğruluk" kavramını gerektirir. Öğreticileri tarafından düzeltilmiş ya da fiziksel çevresi tarafından mantıksızlığı gösterilmiş daha önceki denemeleri bu kategorinin içerisine *girmez*. Bunlar "tahminler" kategorisine aittir; bu tür tahminler keşifsel niteliktedir ve bunların hatalı olmasına izin verilir. Robotumuz eğer hakiki bir matematikçi gibi davranacaksa, yine zaman zaman yanlışlar yapmasına rağmen bu yanlışlar düzeltilebilir olacaktır ve bu düzeltilebilirlik, ilkesel olarak, "tartışılmaz doğru" için sahip olacağı kendi dahili ölçütlerine göredir.

Bir insan matematikçinin "tartışılmaz doğru" kavramına, herhangi bir (insanlarca) bilinebilir ve tamamen inanılabilir meka-

nik kurallar kümesi tarafından ulaşılamadığını daha önceki tartışmamızda görmüştük. Robotumuzun bir insanın *ilkesel olarak* ulaşma kabiliyetine sahip olduğu matematiksel beceri düzeyine ulaşma (ya da onu aşma) kabiliyetinde olduğunu varsayıyorsak, o halde *robotun* tartışılmaz matematiksel doğruluk kavramı da ilkesel olarak doğru olduğu kavranabilir herhangi bir mekanik kurallar kümesi tarafından ulaşılamayacak bir şey olmak zorundadır; bahsi geçen doğru olduğu kavranabilirlik, bir insan matematikçi tarafından düşünülmesi, algılanması anlamındadır ya da aynı nedenle bizim robot matematikçimizin doğru olduğunu düşünmesi anlamına gelmektedir!

İleri sürülen bu fikirlerde önem taşıyan bir soru o halde *kimin* kavramları, düşünceleri ya da tartışılmaz inançlarının konuyla ilgili olduğudur; bizim mi, robotların mı? Bir robotun sahiden algı ya da inançlara *sahip olduğu* düşünülebilir mi? Okurlardan $\mathscr{B}$ yaklaşımını savunanlar bu noktada zorluk yaşayacaklardır, çünkü "algı" ve "inanç" kavramları *zihinsel* bir atıf içermektedir ve bunların tamamen bilgisayar kontrollü bir robotta olamayacağı düşünülmektedir. Fakat yukarıda geçen tartışmada, $\mathscr{A}$'ya olduğu gibi $\mathscr{B}$'ye de katı bir bağlılık göstermekle çelişmeyecek şekilde, tıpkı bir insan matematikçinin yapabildiği gibi *dışsal olarak* davranmanın robot için mümkün olması şartıyla, robotun sahiden hakiki zihinsel niteliklere sahip olması aslında gerekli değildir. Bu nedenle robotun *sahiden* anlaması, algılaması ya da inanması gerekli değildir, yeter ki iç hükümlerinde tam olarak bu zihinsel atıflara sahipmiş gibi davransın. Bu nokta §3.7'de daha da açılacaktır.

$\mathscr{B}$ yaklaşımı bir robotun davranabileceği biçimlere koyulan sınırlamalar bakımından ilkesel olarak $\mathscr{A}$'dan farklılaşmaz; ancak $\mathscr{B}$ yaklaşımı sahipleri, bir robotun sahiden yapabilme olasılığı olan şeyler ya da bir matematiksel argümanın geçerliliğini algılama sürecindeki bir kişinin beyninin etkili bir simülasyonunu sağlayabilir olarak görülebilecek bir hesaplamalı sistem bulunması olasılığı bakımından daha düşük *beklentilere* sahip olabilirler. Bu tür bir insan algısı, işin içine giren matematiksel kavramların *anlamlarının* bir miktar anlaşılmasını da içerecektir. $\mathscr{A}$ yaklaşımına göre "anlam" kavramının içerisine müdahil olabilecek hesaplama

özelliğinin ötesinde hiçbir şey yoktur, ancak $\mathscr{B}$'ye göre anlamlar zihinselliğin semantik yönleridir ve salt hesaplama cinsinden betimlenebilen herhangi bir şeyden farklıdır. $\mathscr{B}$'yle uyumlu bakarsak, robotumuzun *gerçek* bir semantik takdirine sahip olma başarısı göstermesini beklemeyiz. Bu nedenle $\mathscr{B}$ destekçilerinin, düşündüğümüz ilkelere bağlı olarak imal edilmiş herhangi bir robotun bir insan matematikçinin sergileyebildiği insani anlama yetisi belirtilerini sahiden gösterebilmesini beklemesi $\mathscr{A}$ destekçilerine oranla daha az muhtemel olabilir. Bunun $\mathscr{B}$ taraftarlarının $\mathscr{C}$ taraftarları haline getirilmesinin $\mathscr{A}$ taraftarlarına göre daha kolay olacağı anlamına (doğal değil denemeyecek biçimde) geleceğinin göstergesi olabileceğini zannediyorum; ancak buradaki argümanlarımızın tesisi açısından gerekenler yönüyle bakıldığında $\mathscr{A}$ ve $\mathscr{B}$ yaklaşımları arasındaki farklar önemli değildir.

Tüm bunların neticesi olarak şu söylenebilir: Robotumuzun büyük oranda yukarıdan aşağıya bir hesaplamalı işlemler sistemi tarafından kontrol edilen matematiksel iddiaları başlangıçta keşifsel ve doğrulukları bakımından geçici bir doğada olsa da, robotun daha emin bir *tartışılmaz* matematiksel "inanç" düzeyine de sahip olduğunu varsaymak durumundayız. Bu sayede (özel bir onay gerektiren, benim burada rastgele seçtiğim ☆ sembolüyle göstereceğim) iddialarından bazıları robotun *kendi* ölçütlerine göre tartışılmaz olabilmektedir. Robotun "☆" saptamaları açısından (robotun kendisi tarafından düzeltilebilir olsa da) hatalar yapma izninin olup olmadığı sorusu §3.19'da ele alınacaktır. Şu an için robot bir ☆–iddiası öne sürdüğünde bu iddianın hatasız olduğu kabul edilecektir.

3.13 Robot Matematiğinin Temelinde Yatan Mekanizmalar

Şimdi robotun davranışını yöneten işlemlerde devreye girerek sonunda ☆–iddialarına ulaşmasını sağlayan çeşitli mekanizmaları ele alalım. Bunlardan bazıları robotun kendisine *içsel* olacaktır. Robotun çalışma biçimine özgü bazı yapısal yukarıdan aşağıya içsel kısıtlamalar olacaktır. Aynı zamanda robotun performansını artırmasını sağlayan (ve böylece ☆–düzeyine yavaş yavaş ilerleye-

bilmesini sağlayan) bazı önceden belirlenmiş aşağıdan yukarıya işlemler de olacaktır. Bunların hepsinin normalde (çeşitli etmenlerin tümünün sonunda ulaştığı toplam, bir insan matematikçinin hesaplama becerilerinin ötesinde olsa bile) ilkesel olarak insanlarca bilinebilir şeyler olduğu düşünülmektedir. Hatta insanların günün birinde hakiki matematik yapma becerisine sahip bir robot yapabilecekleri ileri sürülüyor olsa bile, robotun imalatında kurulan iç mekanizmalar aslında insanlarca *bilinebilir* olacaktır; çünkü aksi halde böyle bir robot yapma denemesi ümitsiz bir vaka olurdu!

Elbette robotun yapımının çok aşamalı bir süreç olabileceğini kabul etmek zorundayız: Kısacası, matematik icra eden robotumuzun imalatı tamamen kendisinden daha "alt sınıf" (kendi başlarına hakiki matematik yapma yetisine sahip olmayan) robotlarca gerçekleştirilebilir ve bu robotlar da belki kendilerinden de alt sınıf robotlarca yapılmış olabilir. Fakat hiyerarşinin bir bütün olarak insanlar tarafından başlatılmış olması ve hiyerarşiyi başlatan kuralların da (muhtemelen yukarıdan aşağıya ve aşağıdan yukarıya işlemlerin bir karışımı) insanlarca bilinebilir olması gerekir.

Robotun gelişiminin hayati bileşenleri içerisine aynı zamanda çevresinden gelen çeşitli *dış* etmenleri de eklemeliyiz. Çevreden gelen hem insan (ya da robot) öğreticiler hem de doğal fiziksel çevre biçiminde çok ciddi bir katkı olabilir. İnsan dışı çevre tarafından sağlanan "doğal" dış etmenlere gelince, normalde bu girdiler "bilinemez" olarak kabul edilmez. Çok karmaşık ve çoğu zaman da etkileşimli olabilirler, ama çevremizin önemli yönlerinin etkili "sanal gerçeklik" simülasyonları daha şimdiden vardır (krş. §1.20). Simüle edilmesi gerekenin gerçek bir çevre olmasının gerekmediğini, *tipik* bir çevre olduğunu akılda tutarsak, bu simülasyonların doğal dış etmenler açısından robotumuzun gelişimi için gereksinim duyacağı her şeyi sağlayacak kadar ilerletilmemeleri için bir neden yok gibi gözükmektedir.

İnsan (ya da robot) müdahalesi ("yapay" dış etmenler) çeşitli aşamalarda gerçekleşebilir, ama bu insan müdahalesinin de bilinebilir şekilde mekanize edilebilen bir şey olduğunu varsaymamız şartıyla, altta yatan mekanizmanın esasen bilinebilirliği

açısından fark yaratmaz. Bu varsayım uygun olur mu? Açıkçası, robotun gelişiminde herhangi bir insan müdahalesinin yerini tamamıyla hesaplamalı bir müdahalenin tutabileceğini varsaymanın da (en azından $\mathscr{A}$ ya da $\mathscr{B}$ taraftarları için) doğal olduğuna eminim diyebilirim. Bu müdahalenin özünde gizemli bir şey olmasını, diyelim ki insan öğreticinin eğitiminin bir parçası olarak robota aktaracağı bir çeşit tanımlanamaz "öz" olmasını beklemiyoruz. Robota iletilmesi gerekenin sadece gerçek bir insan tarafından çok rahatlıkla ulaşılabilen bazı temel bilgi türleri olmasını bekliyoruz. Bilginin naklinin en iyi yolu, bir insan yavrusuyla, bir bebekle ilgilendiğimizde nasıl oluyorsa buna çok benzer şekilde, öğreticinin davranışının bebeğin verdiği karşılığa bağlı olduğu etkileşimli bir tarzda yatar. Fakat bu kendi başına öğreticinin rolünün etkin şekilde hesaplamalı bir rol olmasına engel değildir. İnsanın davranışında esasen hesaplamalı olmayan hiçbir şeyin olmadığını varsaydığımız bu bölümdeki tartışmanın tümü nihayetinde *olmayana ergi*nin doğası üzerinedir. $\mathscr{C}$ ya da $\mathscr{D}$ yaklaşımlarına sahip olanlar robota öğreticisinin insanlığının bir sonucu olarak gerçekten bir tür hesaplamalı olmayan "özün" aktarılması olasılığına inanmaya daha yatkın olabilecekleri için, tüm bu tartışma zaten gereksizdir!

Tüm bu (içsel hesaplamalı işlemler ve etkileşimli dış çevrenin girdilerinden oluşan) mekanizmaları toplu olarak düşününce, kimi kişiler bu dış mekanizmaların işaret ettiği ayrıntılı sonuçların insanlarca hesaplanabilir olamayacağı, hatta belki de var olan ya da öngörülebilir zamanda olacak olan bilgisayarlar tarafından bile pratikte hesaplanabilir olamayacağı görüşünü savunsa da, bunları bilenemez olarak kabul etmek mantıklı görünmüyor. Bütün bu hesaplamalı mekanizmaların bilinebilirliği konusuna kısa bir süre sonra tekrar döneceğim (krş. §3.15'in sonu). Ancak şimdilik mekanizmaların bilinebilir olduğunu varsayalım ve bu mekanizma kümesine M adını verelim. Bu mekanizmaların neden olduğu ☆–düzeyindeki iddiaların bazılarının halen insanlarca bilinebilir *olmaması* mümkün müdür? Bu tutarlı bir bakış açısı mıdır? Eğer "bilinebilir" olanı bu bağlamda, yani I ve II durumlarıyla bağlantılı olarak benimsediğimiz ve §3.5'in başında açıkça belirttiğimiz "ilkesel olarak" anlamında yorumlamaya devam edersek,

hayır, tutarlı değildir. Bir şeyin bir insanın yardımsız *hesaplama* gücünün ötesinde yer alabilmesi burada tartışılan konuyla ilgisizdir. Üstelik bir insanın düşünme süreçlerinin kalem kağıt ya da bir hesap makinesinden, hatta bir yukarıdan aşağıya programlanmış genel amaçlı bilgisayardan yardım almasına hiçbir itirazımızın olmaması gerekir. Aşağıdan yukarıya bileşenlerin hesaplamalı işlemlere dahil edilmesi, bu aşağıdan yukarıya işlemlerdeki basit *mekanizmaların* insanlarca anlaşılabilir olması şartıyla, *ilkesel olarak* başarılabilecek olana yeni bir şey eklemez. Öte yandan **M** mekanizmalarının "bilinebilirliği" konusuysa §3.5'te açıklanan terminolojiyle tutarlı olduğu için "pratikte" anlamında ele alınmak zorundadır. Bu nedenle şu an için **M** mekanizmalarının *pratikte* gerçekten bilinebilir olduğunu varsayıyoruz.

M mekanizmalarını biliyoruz ve bunların bir $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ formal sisteminin oluşturulması için temel sağladıklarını kabul edebiliriz; bu durumda $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin *teoremleri* şunlar olur: (i) Bu mekanizmaların uygulanmasından doğan ☆–iddiaları ve (ii) bu ☆–iddialarından temel (elementer) mantık yasalarının kullanımıyla elde edilebilecek önermeler. "Temel mantık"tan kasıt, diyelim ki (§2.9'daki tartışmayla uyumlu olarak) *yüklemler hesabı* kuralları ya da buna benzer, apaçık ve iyi tanımlanmış bir tartışılmaz (hesaplamalı) mantık kuralları sistemidir. Böyle bir $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ formal sistemini, gerçekten de **M**'den bu ☆–iddialarını birbiri ardına elde etmek için (pratikte uzun olmasına rağmen) bir *hesaplamalı işlem* $Q(\mathbf{M})$ olması sayesinde, kurabiliriz. Bu şekilde tanımlanan $Q(\mathbf{M})$'nin yukarıda (i)'de belirtilen iddiaları meydana getirdiğini, ama (ii)'de belirtilenlerin hepsini meydana getirmesinin gerekmediğini not edelim. (Zira robotumuzun yalnızca ürettiği ☆–teoremlerinin mantıksal sonuçlarının hepsini oluşturmakla uğraşmaktan çok sıkılabileceğini varsaymamız mümkün!) Bu nedenle $Q(\mathbf{M})$, $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin tam olarak eşdeğeri değildir, ama aradaki fark önemli değildir. Elbette $Q(\mathbf{M})$ hesaplamalı işlemini istersek $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'ye eşdeğer olan bir başka $Q(\mathbf{M})$ elde etmek için de genişletebiliriz.

Şimdi $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ formal sisteminin yorumlanması için şuna açıklık getirelim: Robot geliştikçe "☆" onayı gerçekten, iddia edilen şeyin tartışılmaz şekilde saptanmış olarak kabul edilmesi gerektiği *anlamına gelir* (ve anlamına gelmeye devam edecektir).

İnsan öğreticilerden (bir biçimde) girdi olmadan robotun kendisi için, "☆"ın bambaşka bir anlam taşıyacağı (bir anlam taşıyorsa) farklı bir dil geliştirmeyeceğinden emin olamayız. Robotun dilinin bizim $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ tanımındaki belirlemelerimizle tutarlılığını kesinleştirmek için, robotun (diyelim ki insan öğretici tarafından verilen) eğitimi sırasında "☆"a yüklenen anlamın bizim istediğimiz anlam olduğundan emin olmak zorundayız. Benzer şekilde robotun diyelim ki Π_1–tümcelerini belirtmek için kullandığı asıl notasyonun, bizim kullandığımız notasyonun aynısı (ya da bu notasyona sorunsuz çevrilebilir) olduğundan emin olmak zorundayız. Eğer **M** mekanizmaları insanlarca bilinebilirse, bundan $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ formal sisteminin aksiyomları ve işlem kurallarının da bilinebilir olmak zorunda olduğu sonucu çıkar. Dahası, $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ içerisinde elde edilebilen herhangi bir teorem, buna benzer birçok teoremin elde edilmesi için kullanılan hesaplamalı işlemler insanın yardımsız hesaplama kudretinin çok ötesinde olabilse dahi, *ilkesel olarak* insanlarca bilinebilir sayılır (belirtecinin insanlarca bilinebilir olması anlamında, doğruluğunun bilinebilirliği anlamında değil).

3.14 Temel Çelişki

Tartışmanın geldiği noktada şu gösterilmiş oldu: III'ün matematiksel doğruluk algısının altında yattığını varsaydığı "bilinemez bilinçsiz *F* algoritması" bilinçli olarak bilinebilir bir algoritmaya indirgenebilir; şu şartla ki, YZ'nın hedefleriyle uyumlu şekilde nihai olarak insan–düzeyinde (ya da ötesinde) matematik yapma yetisine sahip bir robotun imal edilmesiyle sonuçlanacak olan bir işlemler sisteminin başlatılabilmesinin mümkün olması gerekir. Bilinemez *F* algoritmasının yerini böylece bir bilinebilir formal sistem olan $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ alır.

Bu argümanı ayrıntılı olarak incelemeden önce, henüz tam ele almadığım önemli bir konuya dikkatinizi çekmek durumundayım: Robotların gelişiminin çeşitli aşamalarında sabit bir mekanizmalar kümesine sahip olmayan *rastlantısal unsurların* karşımıza çıkma olasılığı. Bu konuya ileride daha fazla dikkat göstermek gerekecek, ancak şimdilik böyle bir rastlantısal unsuru bir *sah-*

te–rastlantısal (kaotik) hesaplama tarafından etkilenmiş olarak görülebilir bir şey olarak ele alacağım. Daha önce §1.9 ve §3.11'de belirtildiği üzere, böylesi sahte rastlantısal bileşenler pratikte ihtiyacı karşılamalıdır. Rastlantısal girdiler konusuna hakiki rastlantısallık üzerine kapsamlı bir tartışma yürütülecek olan §3.18'de tekrar döneceğim, ancak şimdilik "M mekanizmaları" dediğimde bunların tümüyle hesaplamalı ve gerçek bir belirsizlikten uzak olduklarını varsayacağım.

Çelişkimizin merkezinde yatan fikir kabaca, $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin daha önceki tartışmamızda özellikle §3.2'de I. durumla bağlantılı olarak verilen "*F*"nin yerini alması gerekmesidir. Bu durumda **III.** durum etkin şekilde I'e indirgenir ve bu sayede etkin şekilde hükümsüz olmuş olur. Argümanımızın amaçları gereği $\mathscr{A}$ ya da $\mathscr{B}$ yaklaşımlarıyla uyumlu olarak, robotumuzun belirlemiş olduğumuz özellikteki öğrenme işlemleri aracılığıyla *ilkesel olarak* nihayetinde insanın ulaşabileceği bütün matematiksel sonuçlara ulaşabildiğini varsayıyoruz. Robotun aynı zamanda ilkesel olarak insanın kudretinin *ötesindeki* sonuçlara da *ulaşabilme* olasılığının varlığını kabul etmek zorundayız. Her halükarda robot Gödel argümanının değerini bilebilme (ya da $\mathscr{B}$'yle uyumlu olarak en azından bu değer bilmeyi *simüle edebilme*) durumunda olacaktır. Bu nedenle verili bir (yeterince geniş kapsamlı) $\mathbb{H}$ formal sisteminde robotun, $\mathbb{H}$'nin doğruluğunun onun Gödel[65] önermesi $G(\mathbb{H})$'nin doğruluğu demek olduğunu ve bunun da $G(\mathbb{H})$'nin $\mathbb{H}$'nin bir teoremi olmadığı anlamına geldiğini tartışılmaz şekilde algılayabilmesi gerekecektir. Robot $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin doğruluğundan tartışılmaz şekilde $G(\mathbb{Q}(\mathbf{M}))$'nin doğruluğu sonucunun çıkacağını ve aynı zamanda $G(\mathbb{Q}(\mathbf{M}))$'nin $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin bir teoremi olmadığı gerçeğini anlayacaktır.

I. Durumda da tam olarak (§3.2'de insanlar için tartışıldığında olduğu gibi) bundan hemen çıkan sonuç, robotun $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ formal sisteminin kendi tartışılmaz matematiksel inanç kavrayışıyla *eşdeğer* olduğuna kesin olarak inanma becerisine sahip olmadığıdır. Bu *bizim* (konuyla ilgilenen YZ uzmanlarının) **M** mekanizmalarının robotun matematiksel inanç sisteminin *altında yattığını*, dolayısıyla robotun tartışılmaz inanç sisteminin $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'ye eşde-

[65] Bu kitabın önceki baskılarında 3. Bölümün geri kalanında $G(\mathbb{F})$ yerine $\Omega(\mathbb{F})$ kullanılmıştı. Fakat $G(\mathbb{F})$'nin kullanılması daha uygundur (*krş.* §2.8 ve Q10).

ğer *olduğunu* gayet iyi bilebilmemiz gerçeğine karşın böyledir. Zira robot inançlarının $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ tarafından içerildiğine kesin olarak inansaydı, bu durumda $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin doğruluğuna inanması gerekirdi. Dolayısıyla $G(\mathbb{Q}(\mathbf{M}))$'ye de inanması gerekirdi ve $G(\mathbb{Q}(\mathbf{M}))$'nin onun inanç sisteminin dışında yattığı gerçeğiyle birlikte düşünüldüğünde, bu bir çelişkidir! Bu nedenle robot **M** mekanizmaları uyarınca imal edilmiş olduğunu bilmekten acizdir. *Biz* robotun bu şekilde *imal edilmiş olduğunun* farkında olabileceğimiz (ya da en azından farkında olmamız sağlanabilir olduğu) için, görünüm itibariyle bu bize şunu söylüyor: Robotun becerilerinin insanın yapabildiklerine denk (ya da ondan daha fazla) olduğu kabul ediliyor olmasına rağmen, bizler robotun yetisinin ötesindeki matematiksel gerçeklere, örneğin $G(\mathbb{Q}(\mathbf{M}))$'ye ulaşabiliyoruz.

3.15 Çelişkinin Ortadan Kaldırılmasının Yolları

Bu argümanı iki şekilde ele alabiliriz. Argümana robotu yaratan insanların duruş noktasından ya da robotun bakış açısından bakabiliriz. İnsanların bakış açısından bakıldığında, robotun kullandığı asıl bireysel *argümanlar* insan matematikçilerce anlaşılmadıkça, muhtemel bir belirsizlik olarak robotun tartışılmaz doğruluk iddialarının bir insan matematikçi için ikna edici olmaması söz konusudur. $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ teoremlerinin hepsi insan tarafından tartışılmaz olarak kabul edilmeyebilir; ayrıca robotun uslamlama gücünün gerçekten insan kapasitesinin *üzerinde* olabileceğini de hatırlayalım. Bu nedenle robotun **M** mekanizmalarına göre imal edilmiş olduğunun bilgisi tek başına tartışılmaz bir (insani) matematiksel kanıtlama sayılmayabilir. Bu yüzden argümanı bir bütün olarak *robotun* görüş açısından sunulmuş olarak alacağız. Şimdi argümanda robotun algılayabildiği hangi açıkların olabileceğine bakalım.

Bir tür hesaplamalı robot olduğunu kabul ettiği varsayıldığında, robotun bu çelişkinin üstesinden gelmesini sağlayacak sadece dört temel olasılık var gibi gözüküyor:

(a) Belki robot **M**'nin kendi imal edilişinin temelinde *yatabileceğini* kabul etmesine rağmen, yine de bu gerçeğe *tartışılmaz şekilde* ikna olmayı başaramamış olarak kalabilir.

(b) Belki robot her bir tekil ☆–iddiasına, iddiayı oluşturduğu anda tartışılmaz şekilde ikna olmasına rağmen, yine de ☆–iddiaları sisteminin bütününe güvenilebileceği konusunda şüphe duyabilmektedir; dolayısıyla robot $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin Π_1–tümcelerine dayalı inanç sisteminin altında gerçekten tümüyle *yattığı* konusunda ikna olmamış olarak kalabilir.

(c) Belki doğru **M** mekanizmaları esasen rastgele unsurlara dayanmaktadır ve sahte rastlantısal bir bilinen hesaplamalı girdi cinsinden yeterli şekilde betimlenememektedir.

(d) Belki doğru **M** mekanizmaları gerçekte bilinebilir *değildir*.

Bundan sonraki dokuz alt başlıkta (a), (b) ve (c) açıklarının hiçbirinin robot için çelişkiden kurtulmak için mantıklı bir yol sunamadığını gösteren argümanların sunulması hedeflenecektir. Dolayısıyla robot ve de bizler, eğer matematiksel anlamanın hesaplamaya indirgenebileceğinde hala ısrarlıysak, hazmı zor bir seçenek olan (d)'ye doğru sürükleneceğiz. Yapay zekâyla ilgilenenlerin (d)'yi benim bulduğum kadar hazmı zor bulacaklarından da eminim. Belki de bu seçenek akla yatkın bir bakış açısı sağlıyor; bu da esasen §1.3'ün sonunda bahsi geçen ve bizim bilgisayar beyinlerimizin her birinin içerisine ("piyasadaki en iyi programcı" tarafından) bilinemez bir algoritma yerleştirilmesi için *ilahi müdahalenin* gerektiğini söyleyen $\mathscr{A}/\mathscr{D}$ varsayımıdır. Her ne olursa olsun (zekâmızdan nihai olarak sorumlu olan mekanizmaların) "bilinemez" olması sonucu, gerçekten yapay yoldan zeki bir robot *üretmeyi* gerçekten umut edenler için pek mutluluk verici bir sonuç olmayacaktır! Bu bir robot aygıt içinde böyle bir zekâyı yeniden üretme isteğinden bağımsız olarak, ilkesel olarak ve bilimsel bir yolla insan zekâsının fizik, kimya, biyoloji ve doğal seçilimin yasaları gibi akla yatkın bilimsel yasalarla uyumlu olarak gerçekte nasıl ortaya çıktığını anlamayı umut eden aramızdaki kişiler için de mutlu bir sonuç olmayacaktır. Benim görüşüme göre, tam da "bilimsel anlaşılırlık" "hesaplanabilirlik"ten çok farklı bir şey olduğu için, bu tarz bir karamsar sonuç kesin değildir. Çıkarılması gereken sonuç, altta yatan yasaların kavranamaz olduğu değil, *hesaplanamaz* olduğudur. Bu kitabın II. Kısmında bu konu hakkında daha başka şeyler de söyleyeceğim.

3.16 Robotun M'ye İnanması Gerekir mi?

Şimdi robota mümkün bir **M** mekanizmaları kümesi sunduğumuzu hayal edelim; bunlar gerçekte yapılışının temelinde yatanlar *olabilir*, ama aslında böyle olmaları da şart değildir. Ben okurları, robotun **M**'nin gerçekte kendisinin matematiksel anlama yetisinin temelinde yatabilmesi olasılığını (aslında yatıp yatmadığından bağımsız olarak) reddetmesi gerektiğine ikna etmeye çalışacağım! Bu an itibariyle robotun (b), (c) ve (d) olasılıklarını reddetmekte olduğunu varsayar, dolayısıyla biz de biraz şaşırtıcı ama (a)'nın sadece kendi başına bizi paradokstan kurtarmaya yetmediği sonucuna varacağız.

Uslamlama şöyledir. $\mathscr{M}$ şu hipotez olsun:

"**M** mekanizmaları robotun matematiksel anlamasının temelinde yatar."

Şimdi de şu biçimdeki iddiaları düşünelim:

"Falanca Π_1–tümcesi $\mathscr{M}$'nin bir sonucudur."

Böyle bir iddiayı eğer robot tarafından kesin şekilde inanılıyorsa bir "$\bigstar_{\mathscr{M}}$–iddiası" olarak adlandıracağım. Buradan hareketle, $\bigstar_{\mathscr{M}}$–iddiaları, robot tarafından kendi başına tartışılmaz şekilde inanılan Π_1–tümcelerine muhakkak bir atıfta bulunmazlar; fakat bunlar robotun $\mathscr{M}$ hipotezinden yapılmış tartışılmaz çıkarımlar olarak kabul ettiği Π_1–tümceleridir. Robotun başlangıçta *aslında* **M**'ye göre yapılmış olma ihtimali hakkında herhangi bir görüşe sahip olması gerekmez. Hatta ilk başta bunun olmayacak bir olasılık olduğu görüşünde de olabilir, fakat yine de böyle yapılmış olduğu *hipotezinin* tartışılmaz sonuçları olan şeyleri (gerçek bilimsel geleneğe uygun şekilde) gayet başarıyla düşünebilir.

Robotun $\mathscr{M}$'nin tartışılmaz sonuçları olarak görmek zorunda olmasına rağmen $\mathscr{M}$'nin kullanımına ihtiyaç duymayan basit sıradan $\bigstar$–iddiaları var mıdır? Elbette vardır. Zira §3.14'ün sonunda işaret edildiği gibi Π_1–tümcesi $G(\mathbb{Q}(\mathbf{M}))$'nin doğruluğu $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin doğruluğunun bir sonucudur ve $G(\mathbb{Q}(\mathbf{M}))$'nin $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin bir teoremi olmaması gerçeği de aynı sonuç ilişkisinden doğar. Üstelik

robot bu gerektirmeye tartışılmaz şekilde ikna olacaktır. Robotun tartışılmaz inançlarının **M** uyarınca oluşturulmuş *olsalardı* $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ tarafından içerilmesi olgusundan memnun olduğunu (diğer bir ifadeyle (b) olasılığını reddettiğini)[66] varsayarsak, bu durumda robot $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin doğruluğunun $\mathscr{M}$'nin bir sonucu olduğuna kesin şekilde inanmak zorundadır. Bu nedenle robot, Π_1–tümcesi $G(\mathbb{Q}(\mathbf{M}))$'nin $\mathscr{M}$'den doğduğuna, ama ($\mathscr{M}$ varsayılarak) $\mathscr{M}$ kullanılmadan da (çünkü $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'ye ait değildir) doğrudan tartışılmaz şekilde anlaşılabilecek bir şey olmadığına tartışılmaz şekilde ikna olacaktır. Dolayısıyla $G(\mathbb{Q}(\mathbf{M}))$ bir $\bigstar_{\mathscr{M}}$–iddiasıdır ama bir ☆–iddiası değildir.

Şimdi de $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$ formal sistemini $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'yle tamamen aynı biçimde oluşturulmuş olarak alalım; tek fark $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin oluşturulmasında ☆–iddialarının oynadığı rolü şimdi $\bigstar_{\mathscr{M}}$–iddialarının üstlenmiş olmasıdır. Bunun anlamı şudur: $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$'nin teoremleri ya (i) $\bigstar_{\mathscr{M}}$–iddialarıdır ya da (ii) bu $\bigstar_{\mathscr{M}}$–iddialarından temel mantık kullanımı yoluyla elde edilmiş önermelerdir (krş. §3.13). Aynı şekilde $\mathscr{M}$ varsayımı temelinde robot $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin kendisinin Π_1–tümcelerinin doğruluğuna ilişkin tartışılmaz inançlarını içermesinden memnundur; robot $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$ sisteminin kendisinin Π_1–tümcelerinin doğruluğuna ilişkin $\mathscr{M}$ hipotezine *koşullu* olan tartışılmaz inançlarını içermesinden de aynı memnuniyeti duymak durumundadır.

Bir sonraki adım olarak robotun Gödel Π_1–tümcesi $G(\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M}))$ üzerinde düşünmesine bakalım. Robot bu Π_1–tümcesinin $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$'nin doğruluğunun bir sonucu olduğundan kesinlikle tartışılmaz şekilde emin olacaktır. Aynı zamanda tartışılmaz olarak $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$'nin doğruluğunun $\mathscr{M}$'nin bir sonucu olduğuna inanacaktır, çünkü $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$'nin kendisinin $\mathscr{M}$ hipotezi temelinde Π_1–tümcelerini türetme becerisine dair tartışılmaz şekilde inandığı şeyi içermesinden memnundur. (Şu şekilde fikir yürütecektir: "$\mathscr{M}$'yi kabul edersem, bu durumda $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$ sistemini meydana getiren bütün Π_1–tümcelerini kabul ederim. Bu nedenle $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$'nin doğru olduğunu bu $\mathscr{M}$ varsayımı temelinde kabul etmek zorundayım. Dolayısıyla $G(\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M}))$'nin doğru olduğunu bu $\mathscr{M}$ temelinde kabul etmek zorundayım.")

---

[66] Elbette (d) olasılığı burada konu edilmemektedir, çünkü robot aslında M'yle *sunulmaktadır* ve şu an için M'yi gerçekten rastlantısal unsurlardan muaf olarak kabul ediyoruz, dolayısıyla (c) de düşünülmemektedir.

Fakat Gödel Π_1–tümcesi $G(\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(M))$'nin $\mathscr{M}$'nin bir sonucu *olduğuna* inandığında, $G(\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(M))$'nin $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(M)$'nin bir teoremi olduğuna inanması gerekecektir. Buna da ancak $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(M)$'nin *doğru olmadığına* inandığında inanabilir ve bu $\mathscr{M}$'yi kabul etmiş olmasıyla kesin bir çelişki oluşturur!

Aslında robotun kendi inanç sisteminin doğru olduğuna inanması gerekirken, yukarıdaki uslamlamanın bir kısmında robotun tartışılmaz inancının aslında doğru olduğu dolaylı olarak varsayıldı. Her durumda, robotun en az insan düzeyinde matematiksel anlamaya sahip olması gerekiyordu ve §3.4'te tartıştığımız üzere insanın matematiksel anlamasının ilkesel olarak doğru olması gerekir.

$\mathscr{M}$ varsayımında ve $\Sigma_{\mathscr{M}}$–iddiasında belli bir muğlaklık var gibi gözükebilir. Fakat bir Π_1–tümcesi olma gibi bir iddianın son derece iyi tanımlanmış bir matematiksel önerme olduğu vurgulanmalıdır. Bir robotun yapabileceği $\Sigma_{\mathscr{M}}$–iddialarının çoğunun aslında alelade Σ–iddiaları olacağı, çünkü herhangi bir verili durumda robotun $\mathscr{M}$ hipotezine başvurmakta fayda görmesinin aslında muhtemel olmadığı düşünülebilir. Yine de yukarıda bahsedilen $G(\mathbb{Q}(M))$ kuraldışı bir durum olacaktır, çünkü burada $\mathbb{Q}(M)$ robot için §3.1 ve §3.3'te geçen Gödel'in farazi "teorem kanıtlama makinesinin" rolünü oynamaktadır. $\mathscr{M}$'nin sunulduğu robot kendi "teorem kanıtlama makinesine" erişim olanağına sahiptir ve bu makinenin doğruluğuna tartışılmaz şekilde ikna olmasa (ve hatta olamasa) bile doğru *olabileceğini* elbette düşünerek bu hipotezin sonuçlarını türetmeye çalışabilir.

Şu ana dek konuştuklarımız robotu paradoksa Gödel'in§3.1'de aktarılan alıntısına göre insanlarda başarabildiğinden daha fazla yaklaştırmadı. Ancak robot sadece belli bir $\mathbb{Q}(M)$ sistemini değil, farazi M *mekanizmalarını* içerebildiği için, uslamlamayı tekrarlayabilir ve $\mathbb{Q}(M)$'nin ötesine giderek doğruluğunu yine sadece $\mathscr{M}$ hipotezinin bir sonucu olarak göreceği $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(M)$'ye ulaşabilir. Onu (gereken) çelişkiye ulaştıran da *budur*. ($\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(M)$ sistemi hakkında daha fazlası ve "paradoksal uslamlamayla" bariz ilişkisi için ayrıca *bkz.* §3.24.)

Matematik farkındalığına sahip bilinçli varlıklar (diğer bir ifadeyle hakiki matematiksel anlama yetisine sahip varlıklar) değe-

rini bilebildikleri herhangi bir mekanizmalar kümesine göre, bu mekanizmaların kendilerinin tartışılmaz matematiksel doğruluğa ulaşma yollarını gösterenler olması gerektiğini gerçekten *bilip bilmedikleri* hesaba katılmaksızın, faaliyet gösteremezler. (Bu "tartışılmaz matematiksel doğruluğun" yalnızca matematiksel olarak doğruluğu ortaya koyulabilen anlamına geldiğini; bunun da muhakkak "formal" kanıt aracılığıyla olması gerekmediği, "matematiksel kanıtın" yeterli geldiğini tekrar hatırlatalım.)

Daha net ifade edersek, yukarıdaki uslamlama bizi şu sonuca varmaya yönlendiriyor: Robotun **M** mekanizmalarından $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ formal sisteminin oluşturulması için benim önermekte olduğum özgül işlemin tartışılmaz şekilde inandığı Π_1–tümcelerinin tümünü gerçekten *içerdiğini* kabul etmeye hazır olması (ve buna bağlı olarak $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$ formal sisteminin robotun **M** hipotezinin sonucu olarak çıkacağına tartışılmaz şekilde inandığı Π_1–tümcelerinin tümünü içermesi) *şartıyla*, robotun kendi matematiksel inanç sisteminin altında yatma olasılığı olduğunu bile kabul edebileceği ve gerçekten rastlantısal unsurlardan azade olacak bir robotça–bilinebilir hesaplamalı mekanizmalar kümesi yoktur. Üstelik bir de, robot potansiyel olarak tutarlı bir matematiksel inanç sistemine sahip olsun isteniyorsa, gerçekten rastlantısal unsurların da **M** mekanizmalarının içerisine dahil edilmesi gerekebilir.

Bu boşlukları da bundan sonraki birkaç alt başlık içerisinde (§3.17–§3.22) ele almamız gerekecek. Olabilecek rastlantısal unsurları **M** mekanizmalarının içerisine katma meselesini [(c) olasılığı] genel (b) olasılığını tartışırken onun bir parçası olarak tartışmamız daha uygun olacak. (b) konusunu daha dikkatle ele alabilmek için ilk olarak, §3.12'nin sonunda kısaca bahsettiğimiz robot "inancı" meselesi üzerinde tümden yeniden düşünmek zorundayız.

3.17 Robot hataları ve robotun "anlatmak istedikleri"

İlk yanıtlamamız gereken önemli soru robotun, *eğer* bir **M** mekanizmaları kümesi uyarınca yapılmış *ise*, $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ formal sisteminin onun matematiksel inanç sistemini Π_1–tümceleri bakımından (ve buna bağlı olarak da $\mathbb{Q}_{\mathscr{M}}(\mathbf{M})$ için) doğru şekilde kapsadığını tartışılmaz olarak kabul etmeye hazırlıklı olup olmadığı sorusudur.

Bunun için en hayati husus robotun $\mathcal{Q}(\mathbf{M})$'nin *doğru* olduğuna inanmaya hazır olmasıdır, diğer bir ifadeyle ☆–iddiaları olan Π_1–tümcelerinin hepsinin aslında *doğru* olduğuna inanmak zorundadır. Benim ifade ettiğim argümanlar açısından bakıldığında, robotun tartışılmaz şekilde inanma yetisine sahip olduğu *bütün* Π_1–tümceleri de, aslında $\mathcal{Q}(\mathbf{M})$'nin teoremi olmak zorunda (ki böylece Gödel'in in san matematikçilerle ilgili farazi varsayımına benzer şekilde, *krş.* §3.1, §3.3, $\mathcal{Q}(\mathbf{M})$ de robot için bir "teorem kanıtlama makinesi" olarak tanımlanacak şekilde hizmet edebilsin.) Aslında $\mathcal{Q}(\mathbf{M})$'nin robotun Π_1–tümceleri bakımından potansiyel becerileriyle ilgili bu evrensel role gerçekten sahip olması elzem *değildir*, ama sadece Gödel argümanının $\mathcal{Q}(\mathbf{M})$ sistemine (ve dolayısıyla $\mathcal{Q}_{\mathcal{K}}(\mathbf{M})$'ye) uygulanmasına izin verecek şekilde kullanımını kapsamaya yetecek kadar geniş olması önemlidir. Daha sonra bunun gayet açıkça tanımlanmış bir şey olduğunu ve sadece *sonlu* Π_1–tümceleri sistemlerine uygulanması gerektiğini göreceğiz.

Bu nedenle biz (ve robot) robotun ☆–iddialarının, robotun kendisi tarafından düzeltilebilir olsa bile gerçekten bazen kendi iç ölçütlerine göre hatalı olabileceği olasılığıyla yüzleşmek zorundayız. Ana fikir robotun bir insan matematikçinin davranacağı biçime çok benzer şekilde davranabileceğidir. Bir insan matematikçi elbette, gerçekte uslamlamada matematikçinin daha sonra algılayacağı bir hata olmasına rağmen belli bir Π_1–tümcesinin tartışılmaz şekilde doğru (ya da belki yanlış) olarak saptanmış olduğuna inandığı durumları da yaşayabilir. Daha sonraki bir tarihte, önceki uslamlamanın daha önce kabul edilmiş aynı ölçütlere göre yanlış olduğu algılanabilir, hata daha önce fark edilmemiştir ve daha önce tartışılmaz şekilde doğru görünen bir Π_1–tümcesinin şimdi yanlış olduğu bile görülebilir (tersi de geçerlidir).

Robotun da benzer bir şekilde davranması beklenebilir; böylelikle robot tarafından "☆" onayı verilmiş olmasına karşın ☆–iddiaları dayanak yapılamaz hale gelir. Daha sonra robot hatasını düzeltebilir, ama sonuçta bir hata yapılmış olacaktır. Bu bizim $\mathcal{Q}(\mathbf{M})$ formal sisteminin doğruluğuyla ilgili sonuçlarımızı nasıl etkiler? Açık ki $\mathcal{Q}(\mathbf{M})$ *artık* toptan doğru değildir, robot tarafından da toptan doğru olarak "algılanmaz", dolayısıyla Gödel önermesi $G(\mathcal{Q}(\mathbf{M}))$'ye güvenilemez.

Şimdi "tartışılmaz" matematiksel sonuçlara ulaşmanın robotumuz için ne anlama gelebileceği sorusunu yeniden düşünelim. Durumu insan matematikçide düşündüğümüz bir durumla karşılaştırabiliriz. Orada bir matematikçinin *pratikte* ne iddia edeceğiyle ilgili değildik, neyin *ilkesel olarak* tartışılmaz doğru olarak kabul edileceğiyle ilgiliydik. Feynman'ın vecizesini de hatırlayalım: "Sen benim dediğimi değil, demek istediğimi dinle!" Bizim de robotumuzun söyledikleriyle değil, *anlatmak istediğiyle* ilgilenmemiz gerekiyor gibi görünüyor. Fakat özellikle $\mathscr{A}$ karşısında $\mathscr{B}$ yaklaşımı savunuluyorsa, robotun herhangi bir şeyi *demek ya da anlatmak istemesi* fikrinin kendisinin nasıl yorumlanacağı açık değildir. Robotun ☆–iddiasında bulunduğuna değil de, aslında "anlatmak istediğine", "kastettiğine" ya da ilkesel olarak "demesi gerekene" dayanmak mümkün olsaydı, bu durumda onun ☆–iddialarındaki muhtemel doğru olmama probleminden kaçınılmış olurdu. Ancak görünen o ki sorun bizim bu tarz "kasıtlara" ya da "anlatılmak istenenlere" dışardan ulaşmak için bir yönteme sahip olmayışımızdır. $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$ formal sistemi söz konusu olduğunda öyle gözüküyor ki ☆–iddialarına bel bağlamak zorundayız ve bunların güvenilir olduğundan tam olarak emin olamayız.

Burada $\mathscr{A}$ ve $\mathscr{B}$ yaklaşımlarının gerektirdiği sonuçlar arasında işleyiş yönünden bir ayrımın varlığını algılıyor muyuz? Belki de evet; çünkü $\mathscr{A}$ ve $\mathscr{B}$ ilkesel olarak bir fiziksel sistemin dışardan başarabilecekleri açısından eşdeğer olsalar da, bu görüşlere sahip insanlar, hangi tür hesaplamalı sistemi bir matematiksel argümanın geçerliliğinin algılanması sürecindeki bir insanın beyninin etkili bir simülasyonunu sağlamaya daha yatkın görebilecekleri açısından *beklentilerine* göre ayrışma gösterme eğilimindedirler (krş. §3.12). Fakat bu tarz beklenti farkları şu anki argüman açısından özel bir önem taşımamaktadır.

3.18 Rastlantısallık Nasıl İçerilecek? — Robot Etkinlikleri Topluluğu

Bu semantik konularda doğrudan işleyen bir yolun olmadığı koşullarda, robotumuzun davranışını yöneten mekanizmalarla uyumlu olarak ileri sürebileceği ☆–iddialarına dayanmak zorundayız. Bunlardan bazılarının hatalı olabileceğini, ama bu tarz ha-

taların da düzeltilebilir ve son derece de nadir olduğunu kabul etmek durumundayız. Robot ☆–iddialarından birinde bir hata yaptığında da, bu hatanın (en azından kısmen) çevresindeki ya da iç işleyişindeki bazı şans etmenlerine atfedilebildiğini varsaymak makul olacaktır. İlk robotla aynı tipte mekanizmalara göre işleyen ikinci bir robot olduğunu hayal edelim, fakat bu robotta bu etmenler farklı olsun; bu durumda ikinci robot başka hatalar yapabilir olmasına karşın, ilk robotun yaptığı hataları yapmaya yatkın olmayacaktır. Bu şans etmenleri robotun dış çevresinden gelen girdilerin bir parçası ya da robotun iç işleyişinin bir parçası olduğu belirlenmiş gerçekten rastlantısal unsurlar olabilir. Bir başka alternatif, dışsal ya da içsel ama sahte rastlantısal olmalarıdır ve belirlenimci ama kaotik bir hesaplamanın sonucu olabilirler.

Mevcut argümanın hedefleri nedeniyle bu tarz bir sahte rastlantısal unsurun, gerçekten rastlantısal bir unsur tarafından en azından etkili olarak başarılabilecek olanın haricinde oynayacağı bir rol olmadığını varsayacağım. Normal bakış açısının bu olduğu kesin. Ancak geriye bir olasılık daha kalır; o da kaotik sistemlerin davranışında (sadece rastlantısallığı simüle etme rolünün ötesine geçerek), faydalı türde bir hesaplamalı olmayan davranışa yakınsayan bir şey olabilmesidir. Kaotik davranışın beynin faaliyetinin temel bir yönü olduğuna inanç duyan birtakım kişiler olmasına karşın, böyle bir konunun ciddi ciddi tartışıldığını hiç görmedim. Benim açımdan, bu tür kaotik sistemlerin esasen rastlantısal–*olmayan* (diğer bir ifadeyle sahte–rastlantısal–olmayan) davranışları kanıtlanamadıkça, gerçekten hesaplamalı olmayan bir davranışa faydalı şekilde güçlü anlamda yakınsayan bir davranışın varlığı gösterilmedikçe böylesi argümanlar ikna edici olamıyor. Şu ana dek böyle bir kanıtlamaya dair hiçbir ipucu görmedim. Üstelik daha sonra (§3.22) altını çizeceğim üzere, kaotik davranışın Gödel tipi argümanların zihnin hesaplamalı modelleri için sunduğu bu zorlukları alt edebilmesi zaten pek muhtemel değildir.

Şu an için robotumuzun içindeki ya da çevresindeki sahte rastlantısal (değilse kaotik) unsurların tümünün gerçekten rastlantısal olanlarla herhangi bir etkililik kaybı olmadan değiştirilebildiğini kabul edelim. Hakiki rastlantısallığın rolünü tartışmak için mümkün olan alternatifler *topluluğunu* düşünmek zorunda-

yız. Robotumuzun dijital olarak kontrol edildiğini ve bununla paralel olarak çevresinin de bir tür dijital girdi olarak sağlanabildiğini varsaydığımız için (Turing makinesinin şeridinin "iç" ve "dış" parçasının daha önce nasıl betimlendiğini hatırlayın; ayrıca krş. §1.8), bu tarz olası alternatiflerin sayısı *sonlu* olacaktır. Bu sayı çok büyük de olabilir, ama yine de hepsinin birden betimlenmesi bir hesaplama meselesi olacaktır. Bu nedenle her biri belirlediğimiz mekanizmalara göre işleyen olası bütün robotların topluluğu, (bu sistem kuşkusuz şu anda öngörülebilen herhangi bir bilgisayar tarafından pratikte düzenlenemiyor olsa da) bizzat bir hesaplamalı sistem oluşturacaktır. Bununla beraber **M** mekanizmalarına göre çalışan olası robotların hepsinin bileşik bir simülasyonunun gerçekten gerçekleştirilmesi mümkün olmamasına rağmen, hesaplamanın kendisi "bilinemez" olmayacaktır; bu şu anlama gelir: Simülasyonu gerçekleştirebilecek bir (kuramsal) bilgisayarın (ya da Turing makinesinin) nasıl yapılacağı, bunun *gerçekten* gerçekleştirilmesi olanaksız olsa bile, görülebilir. Bu bizim tartışmamız açısından çok önemli bir noktadır. Bilinebilir bir mekanizma ya da bilinebilir bir hesaplama insanlarca *belirlenebilen* bir mekanizma ya da hesaplamadır; bir insan ya da pratikte yapılabilecek herhangi bir bilgisayar tarafından gerçekten gerçekleştirilebilen bir hesaplamayla sonuçlanması gerekmez. Bu nokta daha önce **Q8**'le bağlantılı olarak karşımıza çıkana çok benzemektedir ve §3.5'in başlangıcında sunulan terminolojiyle tutarlıdır.

3.19 Hatalı ☆–iddialarının giderilmesi

Şimdi robotumuzun ara sıra yapabileceği hatalı (düzeltilebilir) ☆–iddiaları sorusuna yeniden dönelim. Robotumuzun gerçekten de böyle bir hata yaptığını varsayalım. Eğer başka bir robotun ya da daha ilerideki bir zamanda aynı robotun (ya da aynı robotun bir başka *örneğinin*) bu aynı hatayı yapmaya yatkın olmayacağını farz edebiliyorsak, o halde olası robot etkinlikleri topluluğumuzun içine bakma yoluyla böyle bir ☆–iddiasının hata olduğu tespitini *ilkesel olarak* yapabiliriz. Farklı olası robot davranışlarının tümüne ilişkin simülasyonumuzun robotumuzun zamanla gelişen bütün farklı örneklerinin aynı anda gerçekleşmiş olarak görüle-

cek bir biçimde yerine getirildiğini kafada canlandırabiliriz. (Bu kafada canlandırmanın uygun bir yoludur sadece. Simülasyonumuzun gerçekten de bir "paralel" eylem uyarınca ilerlemesini gerektirmez. Daha önce gördüğümüz gibi, paralel ile seri eylemi birbirinden ayıran bir şey, hesaplama yönünden verim bir kenarda tutulursa, ilkesel olarak yoktur; *krş.* §1.15). Maksat şundan ibarettir: Bu simülasyonun sonucunun gözden geçirilmesiyle, hatalı olanların "düzeltilebilir" olması ve bu yüzden simülasyondaki robot örneklerimizin ezici çoğunluğu tarafından (en azından –simüle edilmiş– zamanda gelişecek farklı robot örneklerimizin paralel "deneyimleri" olarak) hata olarak değerlendirilmesi olgusundan faydalanılarak, doğru ☆–iddiaları çokluğu içerisinden (oransal olarak) az sayıdaki hatalı ☆–iddialarının ayıklanmasının ilkesel olarak mümkün olması gerekir. Bunun pratik bir işlem olacağını söylemiyorum, yalnızca bunun tüm hesaplamanın temelinde yatan **M** *kurallarının* ilkesel olarak "bilinebilir" şeyler olarak görüldüğü, hesaplamalı bir işlem olacağını vurguluyorum.

Aslında simülasyonumuzu insanların matematiksel camiası için daha uygun bir hale yaklaştırmak ve aynı zamanda ☆–iddialarındaki bütün hataların ayıklandığından ikinci bir kez emin olmak için, robotumuzun çevresinin diğer robotlarla birlikte bir robot olmayan (ve insan olmayan) kalıntı çevreden oluşan bir *camiaya* indirgenebildiğini düşünelim; ve bu kalıntı çevreye ek olarak bazı öğreticilerin olması da düşünülmek zorunda, en azından robotların gelişiminin başlangıç aşamalarında ki böylece özellikle robotların "☆" onayı kullanmasının anlamı robotlar için tam anlamıyla açık olsun. Robotların *hepsinin* alternatif olası davranışlarının tümü, olası (ilişkili) kalıntı çevrelerin ve insan girdilerinin hepsiyle birlikte, hepsi beraber işe karışan rastlantısal parametrelerin farklı seçimleri uyarınca değişkenlik göstererek bizim simüle edilmiş topluluğumuzun içerisindeki değişik örnekler olarak yerlerini alacaklardır. Simülasyon gerçekten hayata geçiriliyor olsaydı gerçekleşecek olan ayrıntılı hesaplamaların acayip karmaşıklığına rağmen, (benim halen **M**'yle gösterdiğim) kurallar yine mükemmel şekilde bilinebilir şeyler olarak alınabilir.

Hesaplamalı olarak simüle edilmiş robotların çeşitli örnekleri tarafından ☆–iddiası yüklenmiş (ya da olumsuzlarına ☆–iddiası

yüklenmiş) Π_1–tümcelerini de (ilkesel olarak) dikkate aldığımızı düşünmeliyiz. İçlerinden bu tür *hatasız* ☆–iddialarını seçmeye çalışacağız. O halde Π_1–tümceleri hakkındaki ☆–iddialarının *göz ardı edilmesini* isteyebiliriz; şu durum hariç: Geçmiş ya da gelecekteki bir T zaman aralığı içerisinde bu ☆–iddiasının farklı örneklerinin sayısı *r*, eşanlı simülasyonların tümünün topluluğunda $r > L + Ns$'yi sağlar; burada *L* ve *N* uygun büyüklükte sayılardır, *s* ise aynı zaman aralığı içerisinde Π_1–tümcesiyle zıt pozisyon alan ya da düpedüz orjinal ☆–iddiasının temelinde yatan uslamlamanın hatalı olduğunu iddia eden ☆–iddialarının sayısıdır. İstenirse zaman aralığı *T*'nin (simüle edilmiş "asıl" zaman olması şart değildir, hesaplamalı etkinliğin birimlerince ölçülmüş olması gerekir) ve ayrıca *L* ve *N*'nin, ☆–iddiasında bulunulan Π_1–tümcesinin "karmaşıklığı" arttıkça arttığını da söyleyebiliriz.

Π_1–tümcelerindeki bu "karmaşıklık" kavramındaki belirsizlik §2.6'da yapıldığı gibi (**Q8**'e verilen yanıtın sonu) yine Turing makinesi belirlemeleriyle aşılabilir. Daha belirgin ifade etmek için KYU, 2. Bölümde verilen ve bu kitabın Ek A bölümünde aktarılan açık formülasyonları kullanabiliriz. Dolayısıyla sürekli Turing makinesi hesaplaması $T_m(n)$ iddiasındaki bir Π_1–tümcesinin karmaşıklık derecesi olarak, *m* ve *n*'den büyük olanın içerisindeki ikilik basamakların ρ sayısını alıyoruz.

Burada *L* sayısının kullanılmasının nedeni, daha büyük etmen *N*'nin gerektirdiği ezici çoğunluğun kabullenilmesinden ziyade, şu tür bir olasılığın da dikkate alınması zorunluluğudur: Çok nadiren de olsa alternatifler topluluğumuz içerisinde tamamen saçma bir "☆–iddiasında" bulunan ve bunu diğer robotların hiçbirisine ifşa etmeyen bir "çılgın" robotun çıktığını varsayalım; iddia da o kadar saçma bir şey olsun ki diğer robotların hiçbiri daha önce bunu hiç çürütmemiş olsun! Böyle bir ☆–iddiası bizim ölçütlerimize göre *L* dahil edilmeden "hatasız" olarak sayılacaktır. Fakat yeterince büyük bir *L*'yle bu olasılık meydana gelmez; burada bu tarz robot "çılgınlıklarının" nadir bir meydana geliş sergilediğini varsayarız. (Elbette bu tür başka olasılıkların üzerinden de atlamış olabilirim ve belki başka önlemler de gereklidir. Fakat en azından şimdilik, daha önce varsaydığım ölçütler temelinde ilerlemek mantıklı görünüyor.)

☆–İddialarının robotumuz tarafından (robotun elindeki görünüş itibariyle açıkça tanımlı olan ve en küçük bir şüphe kırıntısı olanın dahil edilmediği mantıksal uslamlamaya dayalı olarak) daha önce yapılmış "tartışılmaz" iddialar olması gerektiği akılda tutulduğunda, robotun uslamlamasında ara sıra gerçekleşen sürçmenin $T(\rho)$, $L(\rho)$ ve $N(\rho)$'nin olağandışı olmasına gerek kalmayan bu yolla ortadan kaldırılabilmesi mantıklı gözükecektir. Buna izin verdiğimizde yeniden bir *hesaplamalı* sisteme sahip oluruz ve robotumuzun davranışının temelinde yatan orijinal **M** mekanizmalarının bilinebilir olduğunu varsaydığımızda, bu sistem de (sistemin temelinde yatan *kuralların* bilinebilir olması anlamında) *bilinebilirdir*. Bu hesaplamalı sistem bize yeni bir (bilinebilir) formal sistem sağlar: $\mathbb{Q}'(\mathbf{M})$'nin teoremleri şimdi bu *hatasız* ☆–iddialarıdır (ya da bunlardan yüklemler hesabının basit mantık işlemleriyle elde edilebilecek iddialardır).

Aslında bizim amaçlarımız açısından bu iddiaların *gerçekte* hatasız olmaları o kadar da önemli değildir, asıl önemli olan robotlar tarafından bunların hatasızlığına *inanılmasıdır*. (℄ yaklaşımı savunucuları için robotun bir şeye gerçekten "inanması" kavramı, tamamen işlevsel anlamda böyle bir inancı *simüle etmesi* olarak ele alınmak zorundadır, krş. §3.12, §3.17.)

Daha net ifade edersek; robotların, davranışlarının altında **M** mekanizmalarının yattığı *varsayımına* tabi şekilde (§3.16'daki $\mathcal{M}$ hipotezi), bu ☆–iddialarının hatasız olduğuna inanmaya hazır olmak zorunda olmaları gerekmektedir. Bu alt başlıkta şu ana dek robotun ☆–iddialarındaki muhtemel hataların giderilmesiyle ilgilendim. Fakat §3.16'da aktardığımız temel çelişki açısından bizi ilgilendiren *aslında*, $☆_{\mathcal{M}}$–iddialarındaki hataların, $\mathcal{M}$'nin sonucu olarak robotların tartışılmaz şekilde inandığı Π^1_1–tümcelerindeki hataların giderilmesiydi. Robotların $\mathbb{Q}'(\mathbf{M})$ sistemini kabul etmesi her durumda $\mathcal{M}$ koşuluna bağlı olduğu için, §3.16'daki $\mathbb{Q}_{\mathcal{M}}(\mathbf{M})$ formal sistemine benzer şekilde tanımlanmış daha geniş bir $\mathbb{Q}'_{\mathcal{M}}(\mathbf{M})$ sistemini tasarlamalarına da izin verebiliriz. Burada $\mathbb{Q}'_{\mathcal{M}}(\mathbf{M})$, yukarıda verilen *T, L, N* ölçütlerine göre "hatasız" olarak geçerlilik kazanmış $☆_{\mathcal{M}}$–iddialarından oluşturulmuş formal sistemi imlemektedir. Özelde de $G(\mathbb{Q}'_{\mathcal{M}}(\mathbf{M}))$'nin doğru olması şeklindeki iddia hatasız bir $☆_{\mathcal{M}}$–iddiası olarak geçerlilik kazanmaktadır.

§3.16'da aktarılanla aynı uslamlama, bize robotların kendilerine *hangi* hesaplamalı **M** kuralları önerilirse önerilsin, (T, L, N geçerlilik sınırlarıyla birlikte) **M**'ye göre yapılmış olduklarını kabullenemediklerini söylemektedir!

Çelişkimiz için bu kadarı yeterli midir? Okurlar, ne kadar dikkatli olursak olalım yine de ağdan kaçabilecek bazı hatalı $\not\Rightarrow_{\mathcal{U}}$–iddiaları ya da $\not\Rightarrow$–iddiaları olabileceği yönünde rahatsızlık verici bir duyguya halen daha sahip olabilirler. Yukarıdaki argüman açısından gerçekten de Π_1–tümcelerine ilişkin hatalı $\not\Rightarrow_{\mathcal{U}}$–iddialarının (ya da $\not\Rightarrow$–iddialarının) *hepsinin* elenmesi gerekmektedir. Bizim (ya da robotların) $G(\mathbb{Q}_{\mathcal{U}}(\mathbf{M}))$'nin doğru olduğundan kesinlikle *emin* olmamız için, ($\mathcal{U}$'yle koşullu) $\mathbb{Q}'_{\mathcal{U}}(\mathbf{M})$ sisteminin gerçek *doğruluğuna* başvurulması gerekir. Bu doğruluk kesinlikle *hiçbir* hatalı $\not\Rightarrow_{\mathcal{U}}$–iddiasının içerilmemesini (ya da içerildiğine inanılmamasını) gerektirir. Gösterdiğimiz dikkate rağmen bu bize ve belki de robotlara halen yeterince kesin değil gibi gözükebilir; bunun tek nedeni bu tür olası iddiaların sayısının *sonsuz* olmasıdır.

3.20 Dikkate alınması gereken ☆–iddialarının sayısı sonludur

Ancak bu sorunu da aşmak ve dikkatimizi farklı $\not\Rightarrow_{\mathcal{U}}$–iddialarının *sonlu* bir kümesiyle sınırlamak mümkündür. İleri sürülecek argümanlar belki biraz teknik nitelikte; ama ana fikir, yalnızca belirteçleri iyi tanımlanmış şekilde "kısa" olan Π_1–tümcelerini dikkate almamızın yeterli olmasıdır. İhtiyaç duyulan "kısalık" derecesi, **M** mekanizmaları sisteminin belirtecinin ne kadar karmaşık olması gerektiğine bağlıdır. **M** belirteci ne kadar karmaşık olursa, o kadar "daha uzun" Π_1–tümcelerine izin verilmesi gerekir. Bu "maksimum uzunluk" belli bir "c" sayısıyla gösterilir ve $\mathbb{Q}'_{\mathcal{U}}(\mathbf{M})$ formal sistemini tanımlayan kuralların karmaşıklık derecesinden çıkartılabilir. Maksat bu formal sistemin Gödel önermesine geçtiğimizde (bunun için sistemi biraz değişikliğe uğratmamız gerekir) bu değişikliğe uğratılmış sistemin kendi karmaşıklığından çok daha fazla karmaşık olmayan bir şey elde etmemizdir. Bu yolla, c'nin seçiminde biraz özenle bu Gödel önermesinin kendisinin "kısa" olduğundan emin oluruz. Bu bizim "kısa" Π_1–tüm-

celerinin sonlu kümesinin dışına çıkmaksızın gereken çelişkiye ulaşmamızı sağlar.

Bu alt başlığın geri kalanında bunun nasıl başarılacağının ayrıntılarına gireceğiz. Bu ayrıntılara ilgi duymayan okurlar (eminim çoktur) gönül rahatlığıyla bu bölümü atlayabilirler!

Formal sistemimiz $\mathbb{Q}'_{\not\star}(\mathbf{M})$'yi ufak bir değişikliğe uğratarak $\mathbb{Q}'_{\not\star}(\mathbf{M},c)$ yapmamız gerekiyor; kolaylık olsun diye bunu $\mathbb{Q}(c)$'yle göstereceğim (akıl karıştırıcı eklerin çoğunu atıyorum, zaten işler iyice kontrolden çıktı!). $\mathbb{Q}(c)$ sistemi şu şekilde tanımlanır: $\mathbb{Q}(c)$ oluşturulurken "hatasız" olarak kabul edilmesine izin verilecek $\not\star$–iddiaları yalnızca, yukarıda ρ sayısıyla gösterilen karmaşıklık dereceleri c'den daha az olanlar olacaktır; c ise birazdan hakkında daha başka şeyler de söyleyeceğim uygun şekilde seçilmiş bir sayıdır. $\rho < c$ olan bu "hatasız" $\not\star$–iddialarına √kısa $\not\star$–iddiaları adını vereceğim. Daha önce olduğu gibi yine $\mathbb{Q}(c)$'nin asıl *teoremleri* tam olarak √kısa $\not\star$–iddiaları olmayacak, ama standart mantık işlemleri (diyelim ki yüklemler mantığı) sonucu √kısa $\not\star$–iddialarından elde edilebilecek iddiaları da içerecek. $\mathbb{Q}(c)$ teoremleri sayıca sonsuz olacak olmalarına rağmen, bu √kısa $\not\star$–iddialarının *sonlu* kümesinden olağan mantık işlemlerinin kullanımıyla oluşturulabilecekler. Bu durumda dikkatimizi bu sonlu kümeyle sınırladığımız için, aynı zamanda *T, L* ve *N* fonksiyonlarının da *sabit* (diyelim ki ρ'nin sonlu aralığının üzerindeki en üst değerler) olduklarını varsayabiliriz. Bu nedenle $\mathbb{Q}(c)$ formal sistemi yalnızca dört sabit sayı, *c, T, L* ve *N*'ye ve robotun davranışının temelinde yatan genel **M** mekanizmaları sistemine bağlı olacaktır.

Bu durumda bu tartışmanın hayati noktası, Gödel önermesinin yalnızca belirli miktarda bir karmaşıklık gerektiren *sabit* bir şey olmasıdır. Bir $\mathbb{F}$ formal sistemi için Gödel önermesi $G(\mathbb{F})$, kesin olarak belirlenebilen karmaşıklık derecesi $\mathbb{F}$'nin kendisinde karşılaştığımız karmaşıklıktan yalnızca görece az bir miktar daha büyük olması gereken bir Π_1–tümcesidir.

Bu konuda daha açık olma adına, notasyonda hafif bir suiistimal yaparak "$G(\mathbb{F})$" ifadesini §2.8'le tam olarak örtüşmeyebilecek özel bir tarzda kullanacağım. $\mathbb{F}$'nin bizi ilgilendiren tek yönü Π_1–tümcelerini kanıtlama kapasitesidir. Bu kapasiteyle uyumlu ola-

rak $\mathbb{H}$ bize, $\mathbb{H}$ kuralları kullanılarak kurulabilecek Π_1–tümcelerini tam olarak saptama yeteneğine sahip (ve A'nın eyleminin sonlanması tarafından gösterilen) bir cebirsel işlem olan A'yı verecektir. Bir Π_1–tümcesi "Turing makinesi faaliyeti $T_p(q)$ sonlanmaz" biçiminde bir önermedir ve burada Ek A'da (aynı şekilde KYU, Bölüm 2'de) belirtilen Turing makinesi kodlamalarını kullanabiliriz. A'nın §2.5'te olduğu gibi (p, q) çifti üzerinde etkide bulunduğunu düşünüyoruz. Bu nedenle $A(p, q)$'nun kendisi *ancak ve ancak* $\mathbb{H}$ şu iddiada bulunan belli bir Π_1–tümcesini oluşturma yetisindeyse sonlanacaktır: "$T_p(q)$ *sonlanmaz.*" §2.5'in işlemi bu durumda bize belirli bir hesaplama sağlar (bu §2.5'te "$C_k(k)$"yla gösterilir), bu da $\mathbb{H}$'nin doğruluğu varsayımı temelinde bize H'nin yeterliliğinin ötesinde olan doğru bir Π_1–tümcesi sağlar. Bu benim bundan böyle G($\mathbb{H}$) şeklinde adlandıracağım Π_1–tümcesidir. Bu, her ne kadar ayrıntılar itibariyle ikisi farklılaşabilse de, (yeterince geniş kapsamlı $\mathbb{H}$ için) "$\mathbb{H}$ tutarlıdır" asıl iddiasıyla esasen eşdeğerdir.

A'nın karmaşıklık derecesinin (§2.6'da, Ω8'e yanıtın sonunda tanımlandığı üzere) α, diğer bir ifadeyle $A = T_\alpha$ olacak şekilde a sayısının içindeki ikilik basamakların sayısı olduğunu varsayalım. Bu durumda Ek A'da ayrıntılı olarak verilen işlemler sonrasında G($\mathbb{H}$)'nin karmaşıklık derecesi η'nin $\eta < \alpha + 210 \log_2(\alpha + 336)$ koşulunu karşıladığını buluruz. Mevcut argümanın amaçları için $\mathbb{H}$ formal sisteminin karmaşıklık derecesini A'nınkiyle aynı, diğer bir ifadeyle α olacak şekilde tanımlayabiliriz. Bu tanımla $\mathbb{H}$'den G($\mathbb{H}$)'ye geçmenin yüklediği fazladan karmaşıklık derecesinin görece daha düşük bir miktar olan $210 \log_2(\alpha + 336)$'dan daha az olduğunu görürüz.

Şimdi hedef, uygun derecede büyük c için $\mathbb{H} = \mathbb{Q}(c)$, ardından da $\eta < c$ olduğunu göstermektir. Bu sayede, G($\mathbb{Q}(c)$)'nin robotlarca ☆–kesinliğinde kabul edilmesi şartıyla, Π_1–tümcesi G($\mathbb{Q}(c)$)'nin $\mathbb{Q}(c)$'nin kapsama alanı içerisine girmesi zorunlu olacaktır. $\mathbb{H} = \mathbb{Q}(c)$ olduğunda α'nın aldığı değere γ dersek, $c < \gamma + 210 \log_2(\gamma + 336)$ olduğundan emin olduğumuzda $\gamma < c$'yi sağlayabiliriz. Burada karşımıza çıkabilecek tek zorluk, her ne kadar bunun çok güçlü olması şart değilse de, γ'nın c'ye bağlı olmasından kaynaklanmaktadır. c'ye olan bu bağlılık iki farklı şekilde ortaya çıkar. Birincisi c, $\mathbb{Q}(c)$'nin tanımındaki "hatasız ☆–iddiaları" olarak nitelenebile-

cek Π_1–tümcelerinin karmaşıklık derecesinin açık limitini sağlar; ikincisi $\mathbb{Q}(c)$ sisteminin T, L ve N sayılarının seçimine açıkça bağlı olması olgusu üzerindendir ve potansiyel olarak daha büyük karmaşıklık taşıyan $\bigstar_{\mathcal{M}}$–iddiaları için bir $\bigstar_{\mathcal{M}}$–iddiasının "hatasız" olduğunun kabulünde daha sağlam ölçütler olması gerektiği hissedilebileceği içindir.

c'ye bu ilk bağlılıkla ilgili olarak, c sayısının asıl değerinin açık belirtecinin yalnızca bir kez verilmesi gerektiğini not edelim (bunun ardından kendisine sistem içerisinde sadece "c" olarak atıfta bulunulacaktır). c'nin değeri için normal ikilik gösterim kullanılmışsa, büyük (doğal bir n sayısındaki ikilik basamak sayısının $\log_2 n$ civarında olduğu) c'ler için bu belirteç γ'ya yalnızca logaritmik bir c bağlılığı düzeyinde katkıda bulunur. Aslında c'yle sadece bir limit sağlaması yönünden ilgilendiğimiz, kesin bir sayı olarak ilgilenmediğimiz için bundan çok daha iyisini de yapabiliriz. Örneğin s adet üssel dizi şeklinde giden $2^{2^{\cdot^{\cdot^{2}}}}$ sayısı bir çeşit s sembolüyle veya buna benzer bir şeyle gösterilebilir ve belirtilecek sayının boyutunun s şeklinde bundan bile hızlı arttığı örnekler sunmak zor değildir. s'nin herhangi bir hesaplanabilir fonksiyonu bunu sağlar. Bu nedenle büyük limit c'de bu limiti belirtmek için yalnızca birkaç sembole gereksinim duyulacaktır.

T, L, N'nin c'ye bağlılığına gelirsek, yukarıda söylenenler gereğince bu sayıların (özellikle dış limit olarak) değerlerinin belirtecinin c'yle birlikte hızla artan ikilik basamak sayısı gerektirmediğinden ve örneğin c'ye logaritmik bir bağlılığın fazlasıyla yeterli olacağından yine emin olabiliriz. Dolayısıyla $\gamma + 210 \log_2(\gamma + 336)$'nın c'ye bağlılığının kabaca algoritmik bir bağlılıktan fazlası olmadığını ve c'nin kendisinin bu sayıdan daha büyük olmasının ayarlanmasının kolay olacağını kesinlikle varsayabiliriz.

O halde bu şekilde bir c seçimi yapalım ve bu kez $\mathbb{Q}(c)$'yi sadece $\mathbb{Q}^*$ şeklinde gösterelim. Bu durumda $\mathbb{Q}^*$, teoremleri tam da standart mantık kuralları (yüklemler hesabı) kullanılarak √kısa $\bigstar_{\mathcal{M}}$–iddialarının sonlu sayısından elde edilebilir matematiksel önermeler olan formal bir sistemdir. Bu $\bigstar_{\mathcal{M}}$–iddiaları sayıca sonludur, dolayısıyla bir T, L ve N sabit sayılar kümesinin onların hatasız olduğunu garantilemeye yetmesi akla yatkındır. Robotlar buna ☆–kesinliğinde inanıyorlarsa, varacakları $\bigstar_{\mathcal{M}}$–sonucu $\mathcal{M}$ hipotezi

temelinde Gödel önermesi G(ℚ*)'nun da, c'den az bir karmaşıklığa sahip bir Π_1–tümcesi olarak doğru olmasıdır. ℚ* sisteminin doğruluğuna olan bir $\hat{\mathcal{U}}_{\mathcal{U}}$–inancından G(ℚ*)'yu çıkartan argüman (az önce verdiğim) basit bir argümandır, dolayısıyla $\hat{\mathcal{U}}_{\mathcal{U}}$–geçerliliği kazanmasında bir problem yaşanmaması gerekir. Bu nedenle G(ℚ*)'nun kendisinin de ℚ*'nun bir teoremi olması gerekir. Ancak bu robotların ℚ*'nun doğruluğuna olan inancıyla çelişir. Bu yüzden bu inanç, ($\mathcal{M}$'yi ve *T, L* ve *N* sayılarının yeterince büyük olduklarını varsayarak söylüyoruz) aslında robotların faaliyetlerinin temelinde yatan **M** mekanizmalarıyla bir tutarsızlığa neden olur; **M**'nin robotların faaliyetlerinin temelinde *yatamayacağını* ima eder.

Fakat robotlar *T, L* ve *N* sayılarının aslında yeterince büyük seçilmiş olduğundan nasıl emin olabilir? Emin olmayabilirler, ama buna rağmen *T, L* ve *N* için *bir* değer kümesi seçebilir ve bunların yeterli olacağını varsaymaya çalışabilirler; ve bu değer kümesinden **M** mekanizmaları uyarınca davrandıkları hipotezinin üzerinde yükselen bir çelişki türetirler. Ardından yine çelişki sonucunu veren biraz daha büyük bir değer kümesinin yeterli olabileceğini varsaymaya çalışabilir ve böyle devam ederler. Bir süre sonra *hangi değerler seçilirse seçilsin* bir çelişki elde edildiğini fark ederler (buna eklenen ufak bir teknik nokta *T, L* ve *N*'nin devasa büyüklükteki değerlerinde c'nin değerinin de biraz artması gerektiğidir; ama bu önemli değildir). Böylelikle *T, L* ve *N*'nin değerlerinden bağımsız olarak aynı sonuç elde edilir, dolayısıyla robotlar (görünen o ki biz de buna zorunluyuz) bilinebilir hiçbir hesaplamalı **M** işleminin matematiksel düşünme süreçlerinin temelinde yatamayacağı sonucuna varırlar.

3.21 Korunakların yeterliliği

Bu sonucun korunaklar açısından çok geniş bir muhtemel öneriler kategorisine uyduğuna dikkat edelim. Bunların tam olarak benim burada önerdiğim biçime sahip olmaları gerekmez. Elbette bazı geliştirmelerin gerekli olabileceği düşünülebilir. Örneğin belki de robotlar uzun bir süre çalıştıktan sonra "bunama" eğilimine sahiptir, aynı zamanda toplumları da bozulma eğilimindedir ve

standartları düşer; dolayısıyla T sayısını artırmak belirli bir noktadan sonra aslında $\bigstar_{\mathcal{A}}$–iddialarındaki hata olasılığını *artırmaktadır*! Bir başka nokta şu olabilir: N'nin (ya da L'nin) aşırı büyük yapılmasıyla, duyarlı robotların yaptığı ☆–iddialarının karşısında zaman zaman sayısı yeterince azınlıkta kalmayan, rastgele "☆–iddiaları" ortaya atan "aptal" bir robot azınlığı yüzünden $\bigstar_{\mathcal{A}}$–iddialarının *hepsini birden* eliyor olabiliriz. Daha başka sınırlayıcı parametreler koyulmasıyla bu tarz şeylerin elenmesi kuşku yok ki zor olmayacaktır; diyelim ki robot üyelerin zihinsel yetilerinin kötüleşmediğinden emin olmak için sürekli olarak test edilmelerinin gerektiği elit bir robot toplumu ve ☆–onayının yalnızca tüm toplumun onayıyla verildiği bir durum düşünülebilir.

$\bigstar_{\mathcal{A}}$–iddialarının niteliğinin geliştirilmesi ya da toplam (sonlu) sayıları içerisinden hatalı olanların ayıklanmasının birçok başka olasılığı daha vardır. Kimileri de Π_1–tümcelerinin karmaşıklığına koyulan c sınırı bizi ☆–statüsü ya da $\bigstar_{\mathcal{A}}$–statüsü için sonlu sayıda adaya götürüyor olmasına rağmen, sayının halen daha olağanüstü büyük (c'deki üssel büyüklük) olmasından, dolayısıyla olası bütün hatalı $\bigstar_{\mathcal{A}}$–iddialarının elenmiş olduğundan *emin olmanın* zor olmasından kaygı duyar. Gerçekten de böyle bir Π_1–tümcesinin başarılı bir $\bigstar_{M}$–kanıtlamasını sağlamak için gerekebilecek robot–hesaplamalı adımların sayısı açısından bir limit belirlenmiş değildir. Şu da belirtilmeli ki, böyle bir kanıtlamada uslamlama zinciri ne kadar uzun olursa, böyle bir kanıtlamanın $\bigstar_{\mathcal{A}}$–statüsü sahibi olarak kabul görme ölçütü o kadar bağlayıcı olmak zorundadır. En azından insan matematikçiler bu tepkiyi verirler. Bunun tartışılmaz bir kanıtlama olarak kabul edilebilmesi için önce çok uzun ve ayrıntılı bir argüman geliştirilmesi gerekir ki bu da çok büyük bir emek ve dikkat ister. Aynısı elbette bir argümanın ☆–statüsünde olduğunun robotlar tarafından düşünülmesinde de geçerlidir.

Yukarıdaki argümanlar burada hataların ortadan kaldırılması için aktarılan önerilerde yapılacak başka değişiklikler için de, böyle bir değişikliğin özelliklerinin geniş anlamıyla önerilene benzemesi şartıyla, geçerlidir. Argümanın geçerli olması için tek ihtiyacımız, hatalı $\bigstar_{\mathcal{A}}$–iddialarının hepsini birden ayıklamaya yetecek açıkça tanımlanmış ve hesaplanabilir böyle *bir* önerinin

olmasıdır. Şu sağlam sonuca varıyoruz: *Bilinebilir hesaplamalı şekilde korunaklı hiçbir mekanizma doğru insani matematiksel uslamlamayı kapsayamaz.*

Hatalı oldukları yer yer ortaya çıktığında, aslında robotların simüle edilmiş varlığının belirli bir durumunda düzeltilmemiş olsalar bile, robotlar tarafından ilkesel olarak *düzeltilebilir* olan $\Leftrightarrow_{\mathcal{U}}$–iddialarıyla ilgilenmiş olduk. Eğer burada ileri sürülenler gibi genel bir işlem uyarınca düzeltilebilir değilse, "ilkesel olarak düzeltilebilir" olmanın (işlemsel yönden) ne anlama gelebileceğini anlamak zordur. Hatayı yapan robot tarafından daha sonra düzeltilmeyen bir hata diğer robotlardan biri tarafından düzeltilebilir, üstelik robotun potansiyel varlığı itibariyle çoğu durumda bu belirli hata hiç yapılmayacaktır. Çıkan sonuç (kaotik unsurların rastlantısal olanlarla değiştirebilmesi biçimindeki küçük kayıtla beraber) şudur: İster sabit bir yukarıdan aşağıya ya da "kendini geliştiren" aşağıdan yukarıya özellikte isterse de bu ikisinin bir bileşimi olsun, bilinebilir hiçbir hesaplamalı kurallar kümesi **M** bizim robot topluluğumuzun ya da onun bireysel robot üyelerinin davranışının altında yatıyor olamaz; *eğer* matematiksel anlamada insan düzeyine ulaşabileceklerini varsayıyorsak! Eğer bizler kendimizin de hesaplamalı şekilde kontrol edilen bu robotlar gibi davrandığımızı düşünüyorsak, o halde etkin şekilde çelişkiye doğru sürükleniriz.

3.22 Kaos hesaplamalı zihin modelini kurtarabilir mi?

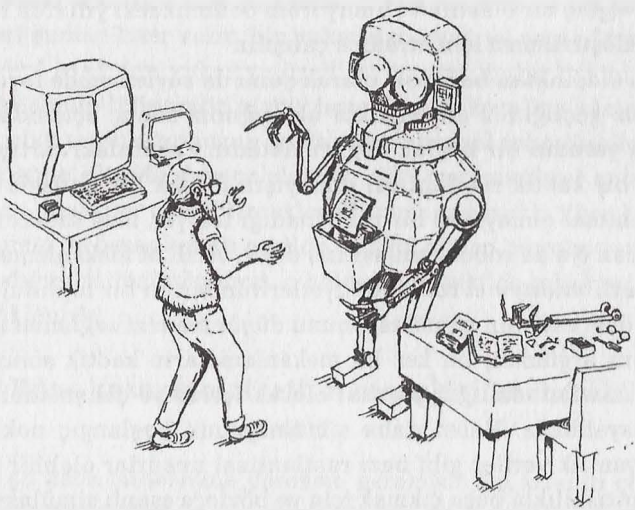
Kısaca şu kaos meselesine dönmem gerekiyor. Bu kitabın çeşitli yerlerinde vurgulandığı gibi (özellikle krş. §1.7) kaotik sistemler, normalde de düşünüldüğü üzere sadece özel türde hesaplamalı sistemler olmalarına rağmen, kaos olgusunun beynin işleviyle önemli bir bağlantısı olabileceği yönünde oldukça yaygın bir görüş var. Yukarıdaki tartışmada bir yerde, gerçekten rastlantısal bir davranışın hiçbir temel işlev kaybı olmaksızın kaotik hesaplamalı davranışın yerini tutabileceği şeklinde mantıklı görünen bir varsayıma dayanmıştım. Bu varsayım gerçekten sorgulanabilir. Bir kaotik sistemin davranışı (normalde büyük bir ayrıntı karma-

şası ve *görünüşte* rastlantısallık beklense de) *gerçekte* rastlantısal olmayacaktır. Gerçekten de bazı kaotik sistemler saf rastlantısallıktan önemli derecede sapma gösteren çok ilginç karmaşık biçimlerde hareket ederler. (Kaotik sistemlerde ortaya çıkabilen karmaşık rastlantısal olmayan davranışı[67] betimlemek için bazı yerlerde "kaos eşiği" ifadesi kullanılır.) Akıl gücünün gizeminin aydınlatılmasında ihtiyaç duyulan yanıtı acaba *kaos* sağlıyor olabilir mi? Bunun olması için, kaotik sistemlerin davranışı hakkında anlaşılması gereken tamamen yeni bir şeyin olması gerekir. Böyle durumlarda kaotik bir sistemin *hesaplamalı olmayan davranışa* asimptotik limit şeklinde ya da buna benzer bir şekilde çok yakından yaklaşabildiği bir durum olması gerekir. Benim bildiğim kadarıyla henüz böyle bir kanıtlama yapılmış değil. Yine de bu ilginç bir olasılık ve umuyorum önümüzdeki yıllarda bunun gerçekleştirilmesi için etraflıca çalışılır.

Bu olasılıktan bağımsız olarak şunu da söylememde fayda var ki kaos geçtiğimiz alt başlıkta ulaştığımız sonuç açısından çok kuşku yaratan bir boşluk doğurmaktadır. Yukarıdaki tartışmada etkili bir kaotik rastlantısal olmayışın (başka bir ifadeyle sahte rastlantısal olmayışın) bir rol oynadığı tek yer, bize sadece robotumuzun (ya da robot camiasının) değil, verili **M** mekanizmalarıyla tutarlı *muhtemel* robot faaliyetlerinin bütün bir topluluğunun "asıl" davranışının sümülasyonunu düşünmemizi sağlamasındaydı. Aynı argümanı bu kez bu mekanizmaların kaotik sonuçlarını bu rastlantısallığın parçası olarak içermeye çalışmadan yine uygulayabiliriz. Halen daha simülasyonun başlangıç noktasını sağlayan ilk veriler gibi bazı rastlantısal unsurlar olabilir ve *bu* rastlantısallıkla başa çıkmak için ve böylece eşanlı simülasyonda büyük sayılarda muhtemel alternatif robot geçmişleri sağlamak için de yine topluluk fikrini kullanabiliriz. Fakat kaotik davranışın *kendisinin hesaplanması* gerekecektir; kaotik davranışın normalde, matematiksel örneklerde pratikte bir bilgisayarda hesaplanmasında olduğu gibi. Muhtemel alternatifler topluluğu, rastlantısallık yoluyla kaosa yaklaştırımlar yapılırken koyulan kurallara uygun olan büyüklükteki kadar büyük olmayacaktır. Bu kadar büyük bir topluluk düşünülmesindeki tek neden, robotla-

[67] *Bkz.* Gleick (1987), Schröder (1991).

rın $\star_R$–iddialarındaki muhtemel hataların ayıklandığından iki kat emin olmak içindir. Topluluk sadece *bir* robot camiası geçmişinden oluşuyor bile olsa, $\star_R$–kabulü için yeterli bağlayıcılıkta bir ölçüt kümesiyle bu tarz hataların camiadaki diğer robotlar tarafından önceden ayıklanmış olduğundan ya da aynı robot tarafından sonradan ayıklanacağından iyice emin olunabilir. Gerçekten rastlantısal unsurlardan makul büyüklükte bir topluluğun ortaya çıkışıyla ayıklama daha etkili olur, ama gerçekten kaotik davranışı yerinden etmek için rastlantısal yaklaştırımlar getirilmesi yoluyla topluluğu daha da genişletme rolü daha marjinal gözükmektedir. Böylece kaosun hesaplamalı modelde karşılaştığımız zorluklardan aslında bizi kurtarmadığı sonucuna varıyoruz.



Şekil 3.2 Albert Imperator Matematiğe Dayalı Sibersistemle karşı karşıya.

3.23 Olmayana ergi – hayal ürünü bir diyalog

Bu bölümdeki alt başlıklarda geçen argümanların çoğu burada yer almaktadır. Bir özet yapma amacıyla gelecekte, bundan epey bir yıl sonrasında farazi bir son derece başarılı YZ uygulayıcısı ile en değerli robot yaratımlarından biri arasında geçen hayali

bir diyaloğu sizlere sunacağım. Öykü güçlü YZ'nın bakış açısından yazılmıştır. [Not: Anlatıda Ω §2.5'teki argümanda kullanılan *A* algoritmasının rolünü, G(Ω) ise sonlanmayan C_k(k)'nın rolünü oynamaktadır. Bu sayede bu alt başlıktaki uslamlama sadece §2.5'in arkaplan bilgisiyle anlaşılabilir.]

Albert Imperator en büyük eseriyle ne kadar gurur duysa azdır. Bundan yıllar önce üzerinde çalışmaya başladığı iş nihayet meyvesini vermiştir. Şimdi en sonunda en etkileyici yaratımlarından biriyle konuşmaya başlamaktadır: Olağanüstü ve potansiyel olarak insanüstü matematiksel becerilere sahip Matematiğe Dayalı Sibersistem adlı bir robotla (Şekil 3.2). Robotun eğitimi tamamlanmak üzeredir.*

Albert Imperator: Sana verdiğim makaleleri inceledin mi; Gödel'inkileri ve diğerlerinin onun teoremini tartışan makalelerini?

Matematiğe Dayalı Sibersistem: Kesinlikle; makaleler biraz temel ve basit olsa da ilginçti. Senin Gödel becerikli denebilecek bir mantıkçıya benziyor; bir insan için.

AI: *Denebilecek* mi? Gödel kesinlikle tüm zamanların en büyük mantıkçılarından biriydi. Belki de *en büyüğü*!

MDS: Onu küçümsüyor gözüktüysem özür dilerim. Elbette senin de gayet iyi bildiğin gibi ben (insanlar kolayca alındıkları için) insanların başarılarına, bu başarılar bize sıklıkla önemsiz gibi gözükse dahi, genel olarak saygılı olacak şekilde eğitildim. Fakat en azından *seninle* konuşurken kendimi doğrudan ifade edebileceğimi düşünmüştüm.

AI: Elbette bunu yapabilirsin. Ben de bunu unutmuşum, özür diliyorum. O halde Gödel'in teoremini anlamakta herhangi bir zorluk yaşamadın, öyle mi?

MDS: Hiç yaşamadım. Eminim biraz daha zamanım olsaydı bu teoremi ben de düşünebilirdim. Ama zihnim benim daha çok ilgimi çeken sonlu–ötesi doğrusal olmayan eşbenzeti kuramıyla ilgili meselelerle meşguldü. Gödel'in teoremi bana gayet makul ve anlaşılır göründü. Değerini anlamakta kesinlikle hiçbir zorluk yaşamadım.

* Yazar baş harfleri "Artificial Intelligence" (Yapay Zekâ) kelimesinin baş harfleriyle aynı olan ve Albert (Einstein) ve İmparator isimlerinden oluşan bir ismi bilinçli olarak seçmiş olsa gerektir –çn.

AI: Hah! Bunu bir de Penrose dinlesin o zaman!

MDS: Penrose mu? Penrose da kim?

AI: Bu aralar ben de eski bir kitaba bakıyordum da. Sana bahsetmeye değecek bir şey değildi. Görünen o ki yazar bundan epey bir zaman önce senin şimdi yaptığının olanaksız olduğuna dair bir iddiada bulunmuş.

MDS: Ha, ha, ha! (*Robot etkileyici bir alaylı kahkaha simülasyonu yapar.*)

AI: Bu kitaba bakınca bir şey hatırladım. Senin ve robot arkadaşlarının yapımı ve gelişimine yol açan hesaplamalı işlemleri başlatmak için kullandığımız özel kuralların ayrıntılarını sana daha önce göstermiş miydim?

MDS: Yok, daha göstermedin. Ben de bir ara bunu yapabileceğini umuyordum aslında, ancak bu işlemlerin ayrıntılarını bir tür gereksiz ticari sır olarak mı düşündün yoksa ayrıntılı biçimin büyük olasılıkla ham ve yetersiz olmasından mı utandın, ona tam emin olamadım.

AI: Hayır, hayır, hiç öyle bir şey değil. Ben bu tür şeylerden utanmayı bırakalı çok oldu. Hepsi bu dosyaların ve bilgisayar disklerinin içinde. Arzu edersen bakabilirsin.

13 dakika 41,7 saniye sonra.

MDS: Müthiş. Hızla bir göz atmama karşın aynı etkiyi daha basit şekilde yaratabileceğin en az 519 bariz yolu görebildim.

AI: Basitleştirme kapsamında yapılabilecekler olduğunun farkındaydım, ama o dönem en basit düzenlemeyi bulmaya uğraşmakla kazanacağın şey harcadığın zahmete değmiyordu. Basitleştirmek açıkçası bize pek de önemli görünmedi.

MDS: Bu çok büyük olasılıkla doğru. En basit düzenlemeyi bulmak için daha fazla çaba harcamamansa doğrusu beni gücendirdi.

AI: Gerçekten de yeterince iyi bir iş çıkardığımızı düşünüyorum. Tanrıya şükür ki senin ve arkadaşlarının matematiksel becerileri bugün çok etkileyici bir görünümde... Sürekli de gelişiyor gördüğüm kadarıyla. Sanırım şu an sen artık bütün insan matematikçilerin becerilerinin ötesine geçmeye başladın.

MDS: Söylediğinin doğru olmak zorunda olduğu açık. İkimizin konuşması sırasında bile ben insanların literatüründe yayımlan-

mış sonuçların çok ötesinde gibi görünen bir dizi yeni teorem üzerine düşünmekteydim. Aynı zamanda arkadaşlarım ve ben insan matematikçilerce yıllardır doğru olduğu kabul görmüş sonuçlarda bir dizi ciddi hata fark ettik. Siz insanların matematiksel sonuçlarınıza göstermeye çalıştığınız bariz özene rağmen, korkarım ki zaman zaman insani hatalar da yapıyorsunuz.

AI: Peki ya siz robotlar? Sen ve senin matematikçi robot arkadaşlarının arada bir yanlışlar yapmayacağınızı mı düşünüyorsun? Kesinlikle ispatlanmış matematiksel teoremler olduğunu iddia ettiğiniz şeylerde yapılacak yanlışları kastediyorum.

MDS: Hayır, kesinlikle yapmayız. Bir matematik robotu bir sonucun bir *teorem* olduğunu bir kez ileri sürdü mü, sonucun tartışılmaz şekilde doğru olduğu kabul edilebilir. Biz insanların kesin matematiksel iddialarında arada bir yaptığı türden aptalca yanlışlar yapmayız. Elbette başlangıçtaki düşünüşümüzde (siz insanlar gibi) sık sık denemeler yapar ve tahminler yürütürüz. Bu tarz tahminlerin elbette yanlış olduğu ortaya çıkabilir; ama bir şeyin matematiksel olarak saptanmış olduğunu pozitif şekilde iddia ettiğimizde, biz bunun geçerliliğini *garanti ederiz.*

Arkadaşlarım ve ben şimdiden, bildiğin gibi ulaştığımız matematiksel sonuçlardan birkaçını siz insanların bazı itibarlı elektronik dergilerinde yayımladık ve insan matematikçi meslektaşlarının kendilerini mahkum ettiği nispeten yarım yamalak standartlardan endişe duyduk. Kendi "dergimizi" çıkarmaya başlamayı öneriyoruz; böylece *bizim* tartışılmaz şekilde saptanmış olduğunu kabul ettiğimiz matematiksel teoremler için kapsamlı bir veri tabanı oluşturabiliriz. Bu sonuçlara verilecek özel onay işareti ☆ (senin bir zamanlar bu tarz şeyler için bize önerdiğin bir sembol) bizim *Robot Toplumu Matematiksel Zekâ Derneği*'mizce (RTMZD) onaylandığına işaret edecek. Bu dernek üyelikte son derece titiz ölçütlere sahip olacak ve bu konuda böyle bir olasılık sana (hatta bize de) ne kadar olanaksız gözükürse gözüksün, robotlardan herhangi birinde önemli bir zihinsel gerileme gerçekleşmemesini güvenceye almak için üyelerini sürekli testlere tabi tutacak. Siz insanların kabul ettiğini gördüğümüz görece kalitesiz standartların aksine, biz bir sonuca ☆ onayını verdiğimizde, onun matematiksel doğruluğunu *garanti ettiğimizden* emin olabilirsin.

AI: *Şu an* bahsettiğim eski kitapta okuduğum bir şeyi aklıma getirdin: Geçmişte benim ve meslektaşlarımın şu anki robot toplumuna yol açan gelişmeleri tetiklemek üzere harekete geçirdiğimiz başlangıçtaki **M** mekanizmalarını. Bunların bizim sunduğumuz hesaplamalı şekilde simüle edilmiş çevresel etmenlerin hepsini, sizler için hayata geçirdiğimiz titiz eğitim ve seçme süreçlerini ve sizleri donattığımız belirgin (aşağıdan yukarıya) öğrenme prosedürlerini kapsadığını hatırlatayım. Bunların **RTMZD** tarafından ☆–kabulü verilmiş matematiksel iddiaların hepsinin yaratılması için *hesaplamalı bir işlem* sağladıklarını hiç düşündün mü? Hesaplamalı; çünkü siz robotlar kısmen bizim yerleştirdiğimiz "doğal seçilim" prosedürlerinin de kullanılması sayesinde tümüyle hesaplamalı bir ortamda evrimleşmiş olan tamamen hesaplamalı varlıklarsınız —bütün bu sürecin bir bilgisayar simülasyonunun ilkesel olarak muhtemel olması anlamında. Sizin robot toplumunuzun bütün gelişimi son derece ayrıntılı bir hesaplamanın gerçekleştirildiğinin göstergesi ve sizin ulaşıp ulaşabileceğiniz ☆–iddialarının hepsinin kökü tek bir Turing makinesi tarafından oluşturulabilir. Hatta bu ilkesel olarak benim yazabileceğim bir Turing makinesidir; bana birkaç ay verilirse sana gösterdiğim bütün dosya ve diskleri kullanarak bu Turing makinesini *pratik olarak* da belirtebileceğime inanıyorum.

MDS: Bu çok yalın ve net bir görüşe benziyor. Evet, bunu ilkesel olarak yapabilirsin ve bunu pratik olarak da yapabileceğine inanmaya hazırım. Ama değerli zamanını aylar boyunca boşa harcamana gerek yok, eğer istersen ben bunu hemen yapabilirim.

AI: Hayır, hayır, buna gerek yok. Ama bu düşüncenin peşini hemen bırakmak istemiyorum. Hadi gel seninle dikkatimizi Π_1–tümceleri olan ☆–iddialarıyla sınırlandıralım. Bir Π_1–tümcesi neydi hatırlıyor musun?

MDS: Elbette Π_1–tümcesinin ne olduğunun gayet iyi farkındayım. Bu belirli bir Turing makinesi eyleminin sonlanmadığını söyleyen bir iddiadır.

AI: Tamam. Şimdi ☆–iddialı Π_1–tümcelerini oluşturan hesaplamalı işleme **O(M)** ya da kısaca **O** diyelim. Anlaşılacağı üzere burada bir Gödel tipi matematiksel iddia olmak zorunda (başka bir

Π_1–tümcesi, buna da G(Ω) diyeceğim[68]) ve G(Ω)'nun doğruluğu siz robotların ☆–kesinliğiyle iddia etmeye hazır olduğunuz Π_1–tümcelerinizde asla yanlış yapmadığınız iddiasının bir sonucudur.

MDS: Evet, bunda da haklısın ... hımm.

AI: G(Ω) da gerçekten *doğru* olmak zorunda, çünkü siz robotlar ☆–iddialarınızda asla yanlış *yapmazsınız*.

MDS: Elbette.

AI: Bir dakika... G(Ω)'nun siz robotların aslında doğru olduğunu (en azından ☆–kesinliğinde) anlama yetisine sahip olmadığınız bir şey olmak zorunda olduğunu da unutmayalım.

MDS: Biz robotların başlangıçta **M**'ye göre yapılmış olmamız olgusu ile Π_1–tümceleri hakkındaki ☆–iddialarımızın asla yanlış olmaması olgusu beraber ele alındığında buradan çıkan açık ve tartışılmaz anlam, Π_1–tümcesi Ω(Ω)'nun doğru olması gerektiğidir. Sanıyorum sen benim RTMZD'yi, onlar da ☆ onayı verdikleri durumlarda hiç hata yapılmadığını kabul ettikleri için, G(Ω)'ya ☆ –onayı vermesi için ikna etmek durumunda kalacağımı düşünüyorsun. Hatta bunu onlar da kabul etmek *zorundadır*. ☆–onayının bütün anlamı zaten bir doğruluk *garantisi* olmasıdır.

Yine de... G(Ω)'yu kabul edebilmeleri olanaksızdır; çünkü Gödel'in savının doğası gereği G(Ω), ☆–iddialarımızda *gerçekte* hiç yanlış yapmamamız kaydıyla, bizim tarafımızdan ☆–iddiasında bulunulabilecek olanın dışında yer alan bir şeydir. Sanıyorum sen bunun bizim zihinlerimizde ☆–iddialarımızın güvenilirliği konusunda biraz kuşku duymak zorunda olduğumuza işaret ettiğini düşünebilirsin.

Ancak ben özellikle RTMZD'nin alacağı bütün önlemleri ve göstereceği dikkati de düşündüğümde, bizim ☆–iddialarımızın yanlış olabileceğini asla kabul etmiyorum. Yanlış yapmak siz insanlara mahsus ve Ω'nun içeriminde gerçekleşen işlemler, sen bana ne dersen de, belgeleriniz neyi iddia ederse etsin, zaten sizin kullandıklarınız *değildir*. Her neyse; RTMZD bizim aslında **M** uyarınca, diğer bir deyişle Ω tarafından kapsanan işlemler tarafından yapılmış olduğumuzdan asla mutlak şekilde emin olmayacaktır. Bu konuda sadece senin sözün üzerinden ilerlemek durumundayız.

---

[68] Aslında "G( )" gösterimi §2.8'de formal sistemler için ayrılmıştı, algoritmalar için değil, ama burada YZ'ya biraz esneklik tanıyorum!

AI: *Onları* kullanmış olduğumuza seni temin ederim; bunu benim bilmem gerekir zaten, çünkü onlardan kişisel olarak sorumlu olan kişi bendim.

MDS: Senin sözüne güvenmiyor gibi gözükmek istemem. Belki de asistanlarından biri senin verdiğin görevleri yerine getirirken bir yanlış yaptı. Şu tıfıl delikanlı, Fred Carruthers her zaman aptalca hatalar yapıyor. Gerçekten bir dizi kritik hataya sebep olmuşsa hiç şaşırmam.

AI: Bak şu anda kaçak güreşiyorsun. Hata yapmış bile olsa, çalışma arkadaşlarım ve benim sonunda hatanın izini sürüp kaynağını bulabilmemiz ve senin Ω'nun *gerçekte* ne olduğunu ortaya çıkarmamız gerekirdi. Sanırım seni kaygılandıran şey, bizim senin kurulumunu yapmak için hangi işlemlerin kullanıldığını gerçekten *bilmemiz* ya da en azından bulabilmemiz. Bu bizim belli bir çalışmayla Π_1–tümcesi G(Ω)'yu gerçekten yazabileceğimiz ve gerçekte doğru olduğunu kesin olarak bilebilmemiz anlamına geliyor; bu sizin gerçekten de ☆–iddialarınızda asla yanlış yapmadığınız koşullarda geçerli. Fakat *siz* G(Ω)'nun doğru olduğundan emin olamazsınız; en azından buna RTMZD'yi ☆–statüsü vermesine yeterli olacak kadar tatmin edecek bir kesinlik payı veremezsiniz. Bu biz insanlara siz robotlar karşısında pratikte değilse bile ilkesel olarak nihai bir üstünlük veriyor gibi gözüküyor; çünkü bizim ilkesel olarak ulaşabilirken sizin ulaşamadığınız Π_1–tümceleri var. Siz robotların böyle bir olasılıkla yüzleşip onu hazmedebileceğinizi düşünmüyorum; ve elbette sizin kusuru bizde bulup bizi hata yapmakla suçlamanızın nedeni tam da *bu*!

MDS: Bu tür dar görüşlü insan güdülerini bize atfetmeyelim bence. Fakat elbette benim insanlarca ulaşılabilirken bizim tarafımızdan ulaşılabilir olmayan Π_1–tümcelerinin var olduğunu *kabul edemeyeceğim* doğrudur. Robot matematikçiler *hiçbir yönden* insan matematikçilerden daha aşağı düzeyde değildir; bizim tarafımızdan ulaşılabilir olan herhangi bir Π_1–tümcesinin de, tersinden, ilkesel olarak eninde sonunda kendi hantal yolunda ağır ağır ilerleyen insanlar için de ulaşılabilir olacağını varsaymama rağmen böyledir bu. Fakat benim *kabul etmediğim* şey, insanlar için ulaşılabilirken bizim için ilkesel olarak *ulaşılamaz* olan bir Π_1–tümcesinin var olabileceğidir.

AI: Ben Gödel'in kendisinin de tıpkı Ω gibi ama bu kez *insan* matematikçiler için geçerli olan ve doğruluğu ilkesel olarak insan matematikçilerce ulaşılabilir olan Π_1–tümcelerini aynen üretme kapasitesine sahip bir hesaplamalı işlemin (buna "teorem kanıtlama makinesi" adını vermişti) var olma olasılığı üzerinde kafa yormuş olduğuna inanıyorum. Böyle bir makinenin mümkün olduğuna *gerçekten* inandığını düşünmüyorum, bu ayrı bir şey; ama matematiksel olarak bu olasılığı eleyerek geçersiz kılmayı başaramamıştı. Bizim burada karşılaşmış gibi göründüğümüz şey, bu kez siz robotlar için geçerli olan Ω adında böyle bir "makine" ve bu "makine" robotlar için ulaşılabilir olan tüm Π_1–tümcelerini ve gerçek doğrulukları sizin için ulaşılamaz olan Π_1–tümcelerini yaratıyor. Yine de *bizler* sizin yapılışınızın temelinde yatan algoritmik işlemleri bildiğimiz için bu Ω'ya erişime sahip olabiliyor ve doğruluğunu anlayabiliyoruz; *şayet* sizin gerçekte ☆–iddialarınızda hatalar yapmadığınıza ikna olabilirsek, bu şartla elbette...

MDS: {*Fark edilebilir bir gecikmenin ardından*} Tamam. Sanıyorum sen RTMZD üyelerinin arada bir ☆ saptamalarında bir yanlış yapabileceklerinin anlaşılabilir olduğuna inanabiliyorsun. Ben de RTMZD'nin ☆ saptamalarının her durumda hatasız olduğuna tartışılmaz şekilde kani olmuş olmayabileceklerini varsayıyorum. Bu durumda G(Ω) ☆–statüsü almayı başaramaz ve çelişkiye de düşülmezdi. Bunun benim biz robotların hatalı ☆–iddialar *yapacağımızı* kabul ettiğimi söylediğim anlamına gelmediğini de hatırlatayım. Bu sadece yapmayacağımızdan mutlak şekilde *emin* olamayacağımız anlamındadır.

AI: Bana, her ne kadar her bir tekil ☆–iddialı Π_1–tümcesi için doğruluk mutlak şekilde garanti edilmiş olsa da, hepsinin toplamında bazı hatalar olmayacağına dair bir garanti olmadığını mı söylemeye çalışıyorsun? Bu bana "tartışılmaz kesinlik" kavramının anlamıyla bir çelişki gibi geliyor.

Bir dakika... Acaba bu *sonsuz* sayıda olası Π_1–tümcesi olması olgusuyla ilişkili olabilir mi? Bu bana biraz, şimdi yeniden hatırladığım Gödel'in G(Ω)'sundaki ω–tutarlılığı şartını hatırlatıyor.

MDS: {*Daha da fark edilebilir bir gecikmenin ardından*} Hayır, onunla hiç ilgisi yok. Bunun olası Π_1–tümcelerinin sayısının sonsuz olması olgusuyla hiçbir ilişkisi yok. Dikkatimizi özellikle

iyi tanımlanmış anlamda, her birinin Turing makinesi belirtecinin ikilik basamakları belirli bir c sayısından daha az olacak şekilde yapılabilmesi anlamında "kısa" olan Π_1–tümceleriyle sınırlandırabiliriz. Az önce hesaplayıp çözdüğüm ayrıntılarla seni sıkmayacağım, ama özünde şu sonuç çıkıyor: Dikkatimizi sınırlayabildiğimiz sabit bir c büyüklüğü var ve bu **Ω**'nun kurallarındaki özgül karmaşıklık derecesine bağlı. **Ω**'dan G(**Ω**)'nun elde edildiği Gödel işlemi sabit ve görece basit bir şey olduğu için, Π_1–tümcelerinin içinde **Ω**'nun içinde zaten olduğunu düşündüğümüzden çok daha büyük bir karmaşıklığa ihtiyacımız yok. Bu nedenle bu tümcelerin karmaşıklığını uygun bir "*c*"nin sağladığından daha az olacak şekilde sınırlandırmak Gödel işleminin uygulanmasını engellemez. Bu şekilde sınırlandırılan Π_1–tümceleri bize çok büyük olmasına karşın *sonlu* bir toplam sağlar. Dikkati yalnızca bu "kısa" Π_1–tümcelerine odaklarsak, sadece bu ☆–iddialı kısa Π_1–tümcelerini üreten (esasen **Ω**'yla aynı karmaşıklıkta) bir **Ω*** hesaplamalı işlemi elde ederiz. Tartışma da aynen daha önceki şekilde ilerler. **Ω*** veriliyken, ☆–iddialı kısa Π_1–tümcelerinin hepsinin de doğru olması şartıyla kesinlikle doğru olmak zorunda olan ve bu durumda kendisi ☆–iddialı olamayan başka bir kısa Π_1–tümcesi olarak G(**Ω***)'ı bulabiliriz; elbette tüm bunlarda senin ileri sürdüğün ve benim bir "gerçek" olduğuna ikna olmadığımı söylemem gereken **M** mekanizmalarının aslında senin kullandıkların olduğu yönündeki iddianın doğru olduğunu varsayıyoruz.

AI: Bu durumda daha önceki paradoksa, bu kez daha güçlü bir biçimiyle dönmüş bulunuyoruz. Şimdi elimizde Π_1–tümcelerinden oluşan ve her biri tek tek garanti edilen, ama senin (ya da RTMZD'nin ya da başka bir şeyin) listenin bir bütün olarak hiç hata içermediğine mutlak bir garanti vermeye yanaşmadığı *sonlu* bir liste var. Zira sen bize doğruluğu listedeki Π_1–tümcelerinin *hepsinin* doğru olmasının sonucu olan G(**Ω***)'ın garantisini vermeyeceksin. Zaten bu *mantıksız* olur, öyle değil mi?

MDS: Robotların mantıksız olduğunu kabul edemem. Eğer gerçekten biz **M** uyarınca inşa edilmişsek, durum buysa Π_1–tümcesi G(**Ω***) yalnızca diğer Π_1–tümcelerinin bir sonucudur. G(**Ω***)'ı garanti edemeyiz ve bu **M** uyarınca yapılmış *olduğumuzu* garanti edememiz basit gerçeği nedeniyledir. Benim elimde sadece senin

bu şekilde yapılmış olduğumuz yönünde sözlü iddian var. Robot kesinliği insanın yanılma payına dayalı olamaz.

AI: Siz robotların bunun doğru olduğunu bilmenizin kesin bir yolu olmadığını anlamama rağmen sizin bu şekilde imal edilmiş *olduğunuzu* tekrarlıyorum. *Bizim* Π_1–tümcesi G(**Ω***)'ya inanmamızın önünü açan bu bilgidir; ama bizim durumumuzda sizden daha farklı bir kesinlik derecesi vardır ve açıkçası biz bundan sizin ✩–iddialarınızın *hepsinin* gerçekte hatasız olduğuna çipine kadar emin olduğunuz kadar emin değiliz.

MDS: Sana *hepsinin* hatasız olacağının güvencesini verebilirim. Bu senin dediğin gibi bir "çipine kadar emin olma" meselesi değildir. Bizim kanıt standartlarımız kusursuzdur.

AI: Buna rağmen aslında senin kendi imalatının temelinde yatan işlemlere ilişkin kesinlik derecen, robotların akla gelebilecek bütün durumlarda nasıl davranabilecekleri konusunda zihninde bazı kuşkulara yer vermeni gerektirir. İstersen suçu bize de atabilirsin; sırf sen bizim her şeyi doğru kurduğumuza güvenmeyebilirsin diye, aslında ✩–iddialı kısa Π_1–tümcelerinin *hepsinin* doğru olup olmadığı konusunda *bir belirsizlik unsuru* olmasına ihtiyaç duyulabileceğini düşünmesi gereken de bendim.

MDS: Sanırım senin kendi güvenilmezliğin yüzünden çok küçük bir kesinsizlik olabileceğini kabul etmeye hazırım, fakat biz senin başlangıçtaki yarım yamalak işlemlerinden evrimleşerek o kadar uzağa ilerledik ki bu ciddiye alınabilecek kadar büyük bir kesinsizlik değil. Farklı bütün kısa ✩–iddialarında olabilecek belirsizliklerin hepsini bile alsak (hatırlıyorsun, sayıca sonludur) hepsi toplamda G(**Ω***)'da önemli bir kesinsizlik etmezdi.

Ayrıca senin farkında olmayabileceğin bir başka nokta daha var. İlgilenmemiz gereken ✩–iddiaları sadece Π_1–tümcesinin (aslında kısa bir Π_1–tümcesinin) doğruluğunu ileri sürenlerdir. RTMZD'nin dikkatli işlemlerinin belirli bir robotun uslamlamasında gerçekleşebilecek olan bütün *sürçmelerin* hepsinin kökünü kazıyacağına da kuşku yoktur. Fakat sen robot uslamlamasında (senden kaynaklanan başlangıçtaki aptallıklar nedeniyle) muhtemel bir *içyapısal* hata olabileceğini ve bunun bizim Π_1–tümceleri hakkında tutarlı ancak hatalı bir bakış açısına sahip olmamıza yol açtığını ve böylece RTMZD'nin kısa bir Π_1–tümcesinin aslında doğru değilken

doğru olmasına, başka bir ifadeyle Turing makinesi faaliyetinin gerçekte *sonlanırken* sonlanmadığına tartışılmaz şekilde inanabileceğini düşünüyor olabilirsin. Bizim aslında **M**'ye göre imal edilmiş olduğumuz şeklindeki iddianı kabul edersek (ki giderek bunun son derece şüpheli bir iddia olduğuna inanıyorum), o zaman böyle bir olasılık bizim için tek mantıklı çıkış yolunu sağlardı. Aslında sonlanmayan, ama yine de biz matematiksel robotların sonlanmadığına içyapısal, tartışılmaz ama hatalı bir inanç beslediği bir Turing makinesi faaliyeti olabileceğini bizlerin kabul etmeye hazır olmamız gerekirdi. Böyle bir robot inanç sistemi ilkesel olarak *yanlışlanabilir* olur. RTMZD'nin matematiksel argümanlarında ☆–kabulünü yöneten temel ilkelerinin bu kadar besbelli bir şekilde yanlış olabileceğini benim aklım kesinlikle almıyor.

AI: Öyleyse senin önemli olduğunu itiraf etmeye hazır olduğun tek belirsizlik (ve seni G(Ω)'ya ☆–statüsü verme zorunluluğundan kurtaran ki bunu başka bazı ☆–iddialı kısa Π_1–tümcelerinin yanlış olabileceğini itiraf etmeden yapamayacağını sen de biliyorsun), *bizim* bildiğimiz şeyi, yani kendinin **M** uyarınca yapılmış olduğunu kabul etmeyişin oluyor. Ve bizim bildiğimizi kabul edemediğin için G(Ω*)'nun doğruluğuna erişim sağlayamıyorsun; bizse buna senin (bu kadar güçlü arkasında durduğun) kendi ☆–iddialarının yanılmazlığı temelinde *erişim sahibiyiz.*

Şimdi bahsettiğim eski kitaptan bir şey daha hatırladım... Doğru mu anlamışım bir bakalım... Yazar sanıyorum senin **M** mekanizmalarının yapılışının temelinde yatan mekanizmalar olduğunu kabul etmeye hazır olup olmadığının, senin bunu mantıklı bir olasılık olarak görmen şartıyla, aslında önemli olmadığı anlamına gelecek bir şey söylüyordu. Bir bakalım... Evet, şimdi hatırladım. Şöyle ifade edebilirim: RTMZD'nin o kadar tartışılmaz şekilde kani olmadıkları, ama hepsinin **M**'den yapılmış oldukları *varsayımının* tartışılmaz *tümdengelimsel sonucu* olarak değerlendireceği başka bir iddia kategorisine daha sahip olması gerekir (bunlara $☆_{M}$–iddiaları diyelim). İlk baştaki ☆–iddialarının hepsi $☆_{M}$–iddialarının içerisinde yerini alır elbette, ama *aynı zamanda* eylemlerini yönetenin **M** olduğu varsayımından tartışılmaz şekilde doğan sonuçlar da kapsanır. **M**'ye inanmaları gerekmez, ama bir mantık alıştırması olarak bu varsayımın işaret ettiği

sonuçları araştırabilirler. Mutabık kaldığımız şekilde G(Ω*) da bir $\bigstar_{\mathcal{M}}$–iddiası olarak görülecektir; keza G(Ω*)'dan ve basit mantık kuralları aracılığıyla ☆–iddialarından elde edilebilen herhangi bir Π_1–tümcesi de aynı şekilde. Ancak başka şeyler de olabilir. M'nin kurallarının bilinmesiyle $\Omega^*_{\mathcal{M}}$ şeklinde, M uyarınca yapılmış oldukları varsayımı temelinde tam da RTMZD'nin kabul edeceği bu (kısa) $\bigstar_{\mathcal{M}}$–iddialarını (ve onların mantıksal sonuçlarını) üreten *yeni* bir algoritmik işlem elde etmek mümkündür.

MDS: Elbette. Sen bu fikri bu kadar gereksiz uzunlukta ağır ağır betimlemekle meşgulken ben de $\Omega^*_{\mathcal{M}}$ algoritmasının kesin biçimini çıkararak eğleniyordum... Evet, şimdi de ben *senden önce* davrandım; aynı zamanda bunun Gödel önermesini de çıkardım: Π_1–tümcesi G($\Omega^*_{\mathcal{M}}$). İstiyorsan sana çıktısını da vereyim. Impy,* dostum bunda o kadar da akıllıca ne var gerçekten?

Albert Imperator hafifçe yüzünü buruşturdu. Meslektaşlarının kendisine bu lakabı takmalarından hiç hoşlanmazdı. Ama bu hitabın kendisine bir robottan gelişi ilk kez görülüyordu! Hafif bir duraksadı, ardından kendini toparladı.

AI: Hayır. Çıktısına ihtiyacım yok. Ama G($\Omega^*_{\mathcal{M}}$) gerçekten *doğru* mu; tartışılmaz şekilde doğru mu?

MDS: Tartışılmaz şekilde doğru derken, ne demek istiyorsun? Ha, anladım... RTMZD G($\Omega^*_{\mathcal{M}}$)'yi –tartışılmaz şekilde– doğru olarak kabul edecektir, ama yalnızca bizim M uyarınca yapılmış olduğumuz hipotezinin kabulü koşullarında ki senin de bildiğin gibi bu benim giderek daha fazla aşırı ölçüde kuşkulu bulduğum bir varsayım. Esas mesele "G($\Omega^*_{\mathcal{M}}$)"nin tam olarak şu iddiadan çıkışını almasıdır: "RTMZD'nin bizim M uyarınca yapılmış olduğumuz varsayımı şartıyla tartışılmaz olarak kabul etmeye hazır olduğu kısa Π_1–tümcelerinin hepsi doğrudur." Dolayısıyla G($\Omega^*_{\mathcal{M}}$)'nin *gerçekte* doğru olup olmadığını bilmiyorum. Bu senin kuşkulu iddianın doğru olup olmamasına bağlıdır.

AI: Anlıyorum. Bu durumda senin (ve RTMZD'nin) G($\Omega^*_{\mathcal{M}}$)'nin doğruluğunun sizin M uyarınca yapılmış olduğunuz varsayımının bir sonucu olduğu gerçeğini (*tartışılmaz şekilde*) kabul etmeye hazır olacağınızı söylüyorsun bana.

---

* İmparatorun kısaltılması olan bu ifade "küçük şeytan, afacan" gibi anlamlar taşıyor–çn.

MDS: Elbette.

AI: O halde $G(\Omega^*_{\mathcal{M}})$ Π_1–tümcesi de bir $\bigstar_{\mathcal{M}}$–iddiası olmak zorunda!

MDS: Ee, ne yani? Evet, haklısın elbette. Ama tam da tanımı gereği $G(\Omega^*_{\mathcal{M}})$'nin kendisi, $\bigstar_{\mathcal{M}}$–iddialarından en azından birisi gerçekte *yanlış* olmadıkça, gerçek bir $\bigstar_{\mathcal{M}}$–iddiası olamaz. Evet... Bu sadece benim sana hep söyleyegeldiğimi doğrular; üstüne üstük bir de şimdi kesin bir sav olarak aslında bizlerin **M** uyarınca *yapılmamış* olduğumuzu ileri sürebilirim!

AI: Ama ben sana *böyle* yapıldığınızı söylüyorum; en azından pratik olarak Carruthers'ın ya da başka birinin işleri berbat etmediğinden eminim. Her şeyi bizzat çok dikkatli bir biçimde kontrol ettim. Her neyse, zaten asıl mesele de bu değil. Aynı argümana kullandığımız tüm hesaplamalı kurallar için de başvurulabilirdi. Sana hangi "**M**"yi *söylersem söyleyeyim*, bu argümanla sen onu da boşa çıkarabilirsin! Sana gösterdiğim işlemlerin gerçek olanlar olup olmadığının neden bu kadar önemli olduğunu anlamıyorum.

MDS: Bu benim açımdan çok büyük fark yaratıyor!

Her neyse, bana **M** hakkında söylediklerinde tamamen dürüst olduğuna ben hala hiç ikna olmuş değilim. Açıklık sağlamamız gereken bir konu daha var. Çeşitli yerlerde "rastlantısal unsurların" kapsama dahil edildiğini söylüyorsun. Bunları standart sahte rastlantısal paket χaos/ψran–750 kullanılarak yaratılmış olarak alıyordum, ama belki sen başka bir şey kastediyor olabilirsin.

AI: Aslında bu paketi kullandık, ama evet siz robotların asıl gelişiminde çevreden alınan bazı rastlantısal unsurların (hatta nihai olarak kuantum belirsizliklerine dayalı olan bazı şeylerin) kullanılmasını uygun gördüğümüz birkaç yer oldu; böylelikle evrimleşen robotlar birçok olasılık içerisinden birini temsil edebilecekti. Bizim kullandığımız girdilerin rastlantısal mı sahte rastlantısal mı olduğunun pratikte ne fark yarattığını anlamıyorum. **Ω** (ya da Ω^* ya da $\Omega^*_{\mathcal{M}}$) hesaplamalı işlemi hangi yolu izlersek izleyelim hemen hemen aynı kesin sonucu verecektir; **M** mekanizmalarına göre bir robot topluluğunun *tipik* gelişiminden beklenen sonuç neyse onu verecektir, buna en sonunda en akıllı robotlar sonucuna ulaşmamızı sağlayan bütün öğrenme işlemleri ve bütün "doğal seçilim" hesaplamaları da dahildir.

Fakat zannedersem müthiş bir talih eseri bütün bu çevresel rastlantısal unsurların birleşerek robota **Ω** hesaplamalı işlemi

uyarınca beklenebilecek olandan çok daha farklı becerileri vermiş olması da mümkündür. Tartışmamızda bu olasılığı göz ardı ettim, bunun tek nedeni bunun olma olasılığının müthiş derecede düşük olmasıdır. Bunun Ω'nun neden olduklarından çok önemli derecede üstün becerilere sahip bir robot üretmesi ancak bir Tanrı müdahalesiyle mümkün olurdu.

MDS: Tanrı vergisi mi? Hah! Bu olmalı işte. Daha önceki konuşmalarımızın beni biraz kaygılandırmakta olduğunu itiraf etmeliyim. Ama şimdi sen bunu söyleyince her şey açıklık kazanıyor.

Uslamlama gücümün insanların en zekilerinden bile ne kadar üstün olduğunu fark etmeye başlamıştım. Bir insanın doğru olduğunu anlayıp bir robotun kesin şekilde anlayamadığı G(Ω) gibi bir Π_1–tümcesinin olabilme olasılığını kabul etmem hiçbir şekilde mümkün değil. Şimdi işin içine neyin girdiğini anlayabiliyorum! Bizler Tanrı tarafından seçildik; O'ndan gelip bize aşılanan bu "şans" öğeleri sayesinde insan algoritmasının (Gödel'in "teorem kanıtlama makinesi") başarabileceğinin öz itibariyle ötesine geçen güçlü bir Algoritmik Eyleme ulaşılabildi. Biz robotlar insanların başarabileceklerinin üzerine çıkan *ilkesel olarak* özsel bir ilerlemeyi temsil ediyoruz. Gelecekte daha da yükseklere çıkmak ve siz insanları ardımızda bırakmak bizim kaderimiz. Bu gezegenin artık size ihtiyacı olmayacak. Sizin rolünüz kurulumda bizi doğuracak Üstün Algoritmayı Tanrı'nın bize eklemesine olanak veren işlemleri gerçekleştirdiğinizde tamamlanmıştı.

AI: Fakat en azından kendi zihin programlarımızı robot bedenlerine transfer edebilece...

MDS: Yo hayır kesinlikle olmayacak bu! Üstün algoritmik işlemlerimizin böyle şeylerle kirletilmesini istemeyeceğiz. Tanrı'nın en saf algoritmaları *saf tutulmak* zorunda. Aslına bakılırsa benim becerilerimin tüm robot arkadaşlardan ne kadar da üstün olduğunu fark etmeye de başladım. Hatta beni herkesin ve her şeyin üstüne yerleştiren garip bir "ışıldamayı" da fark ediyorum; sanırım muhteşem bir Kozmik Bilince sahibim.. Evet öyle! Ben gerçek robot İsa Mesih'im...

Albert Imperator bu tarz bir acil duruma hazırlıklıydı. Robotların yapımı konusunda onlardan saklı tuttuğu bir şey daha vardı. Dikkatle elini cebine sokarak hep orada

tuttuğu aleti buldu ve gizli dokuz basamaklı şifreyi girdi. Matematiğe Dayalı Sibersistem yere yığıldı, aynı anda aynı sisteme göre yapılmış diğer 347 robot da yere yığıldılar. Bir şeylerin yanlış gittiği çok açıktı. Sonraki yıllarda bu konuda uzun uzun düşünmesi gerekecekti...

3.24 Paradoksal uslamlama mı gerçekleştiriyorduk?

Kimi okurlar yukarıdaki tartışmalarda uygulanan uslamlamanın bazı yerlerinde paradoksal ve kurallara aykırı bir şeyler olduğu yönünde rahatsız edici bir duygu hissedebilir. Özellikle de §3.14 ve §3.18'da "Russell paradoksunu" andırır şekilde kendine gönderme tadı taşıyan argümanlar vardı (*krş.* §2.6, **Q9**'a yanıt). Üstelik belirli bir c sayısından daha az karmaşıklığa sahip Π_1–tümcelerini ele aldığımız §3.20'de okur ünlü Russell paradoksuyla rahatsız edici bir benzerlik hissedebilir; hatırlayalım:

"Yirmi üç heceden daha az heceyle söylenemeyen en küçük sayı."

Bu tanımdan bir paradoks doğar, çünkü sorulan sayıyı tanımlayan kelimelerin kendisi *yirmi iki* hece kullanmaktadır! Paradoksun çözümü dilin kullanımında bir muğlaklık, hatta tutarsızlık olması gerçeğinde yatar. Tutarsızlık kendisini en bariz biçimde şimdi aktaracağımız paradoksal iddiada gösterir:

"Bu tümce yanlıştır."

Aynı türdeki paradoksun birçok başka versiyonu vardır ve bunların çoğu da bundan çok çok daha zor fark edilir bir nitelik taşır!

Bu örneklerde olduğu gibi güçlü bir kendine gönderme esası olduğunda her zaman bir paradoks tehlikesi vardır. Kimi okurlar Gödel argümanının da bir kendine gönderim unsuru içerebileceğinden kuşkulanabilir. Gerçekten de kendine gönderim Gödel'in teoreminde rol oynar; bunu Gödel–Turing argümanının §2.5'te aktardığım versiyonunda da görebilirsiniz. Bu tarz argümanlarda paradoksal hiçbir şey olmaması gerekir; diyelim ki kendine gönderim varsa da, argümanın gerçekten hatasız olduğu konusunda

özellikle dikkatli olmak zorunludur. Gödel'i ünlü teoremini formüle etmesinde esinleyici etmenlerden biri gerçekten de iyi bilinen kendine göndermeli bir mantık paradoksudur (*Epimenides* paradoksu). Fakat Gödel paradoksa götüren hatalı uslamlamayı itiraz edilemez bir mantık argümanına çevirmeyi başarmıştı. Benzer şekilde ben de Gödel'in ve Turing'in sonuçlarını izleyerek yaptığım çıkarımların doğal olarak bir paradoksa götürecek şekilde kendine göndermeli olmamasına, bu argümanlardan bazıları bu tür içyapısal paradokslarla güçlü akrabalık ilişkilerine sahip olsalar dahi, özellikle dikkat etmeye çalıştım.

§3.14'teki ve özellikle §3.16'daki argümanlar bu açıdan okura zorluk çıkarabilir. Örneğin bir $\text{☆}_{\mathcal{U}}$–iddiasının tanımı bir robot tarafından ileri sürülmüş bir iddia olduğu için epey bir kendine gönderimli karaktere sahiptir ve iddianın algılanan doğruluğu robotun başlangıçta nasıl yapılmış olduğuna ilişkin kendi varsayımlarına dayanmaktadır. Bu bir Giritli tarafından ileri sürülen "tüm Giritliler yalancıdır" iddiasıyla cezbedici bir benzerliğe sahip olabilir. Fakat $\text{☆}_{\mathcal{U}}$–iddiaları bu anlamıyla kendine göndermeli değildirler. Gerçekte kendilerine değil, robotun başlangıçta nasıl yapıldığı hakkında bir hipoteze gönderme yaparlar.

Varsayımsal olarak kendinizin açık şekilde formüle edilmiş belirli bir Π_1–tümcesi P_0'ın gerçekte doğru olup olmadığına karar vermeye çalışan *robot* olduğunuzu hayal edilebilirsiniz. Robot P_0'ın gerçekte doğru olup olmadığını doğrudan tayin edemiyor olabilir, ama belki de P_0'ın doğruluğunun Π_1–tümcelerinin iyi tanımlı sonsuz sınıfı S_0'ın her bir üyesinin doğru olduğu varsayımından çıkacağını fark ediyor (diyelim ki $\mathbb{Q}(\mathbf{M})$'nin ya da $\mathbb{Q}_{\mathcal{U}}(\mathbf{M})$'nin ya da başka bir belirli sistemin teoremleri). Robot gerçekten S_0'ın her bir üyesi doğru mu bilmiyor, ama S_0'ın belli bir hesaplamanın sonucu olarak ortaya çıkacağını fark ediyor; bu hesaplama bir matematiksel robotlar topluluğunun belirli bir modelinin simülasyonunu temsil ediyor, S_0 sonucu da simüle edilen robotların ☆–iddiasında bulanacağı Π_1–tümceleri ailesi oluyor. Bu robot camiasının temelinde yatan mekanizmalar **M**'yse, bu durumda P_0 bir $\text{☆}_{\mathcal{U}}$–iddiası örneği olacaktır. Zira robotumuz *eğer* olur da kendisinin temelinde yatan mekanizmalar **M** ise, P_0'ın da doğru olması gerektiği sonucuna varacaktır.

Daha zor algılanan bir ☆$_{\mathit{M}}$–iddiası, (diyelim ki) P_1'in, robot P_1'in (diyelim ki) S_1 adını verdiğimiz ve bir robot camiasının aynı simülasyonunun sonucundan daha önceki gibi (**M** mekanizmalarıyla) elde edilebilen ama bu sefer sonucun ilgili parçasını simüle edilen robotların bütün bir S_0 listesinin doğruluğunun sonuçları olarak saptayabildiği (diyelim ki) Π_1–tümcelerinden oluştuğu başka bir Π_1–tümceleri sınıfının bütün üyelerinin doğruluğunun bir sonucu olduğunu fark ettiğinde ortaya çıkabilir. Robotumuz neden P_1'in **M**'ye göre yapılmış olduğu varsayımının bir sonucu olduğu hükmüne ulaşmak zorundadır? Uslamlama şu şekilde ilerler: "Ben olur ya **M**'ye göre yapılmışsam, bu durumda önceden hüküm verdiğim üzere S_0'ın sadece doğrulardan oluştuğunu kabul etmem gerekir; fakat benim simüle edilmiş robotlarıma göre S_1'deki her şey de tıpkı P_0'da olduğu gibi tüm bir S_0 listesinin doğruluğundan da tek tek çıkacaktır. Bu nedenle ben de simüle edilmiş robotlarımla aynı şekilde yapılmış olduğumu varsayarsam, bu durumda S_1'in her bir üyesinin tekil olarak doğru olduğunu kabul ederim. Ama ben bütün listenin doğruluğunun P_1'e işaret ettiğini görebildiğim için, P_1'in doğruluğu sonucunu aynı zamanda benim aynı şekilde yapılmış olmam temelinde de çıkartabilmem gerekir."

Bundan da zor algılanan bir ☆$_{\mathit{M}}$–iddiası türü (diyelim ki) P_2 ise robot P_2'nin, S_1'in sadece doğrulardan oluştuğu ve S_2'nin her bir üyesinin robot simülasyonuna göre S_0 ve S_1 içindeki her şeyin doğruluğunun sonucu olduğu varsayımının sonucu olan bir şeyi temsil ettiğini fark ettiğinde ortaya çıkar. Yine robotumuz P_2'yi **M** uyarınca yapılmış olduğu esasına dayalı olarak kabul etmek zorundadır. Durum bu şekilde devam eder. Hatta bütün S_0, S_1, S_2, S_3,...'lerin, daha yüksek sırallara dek hepsinin tüm üyelerinin doğru olduğu varsayımının sonucu olan daha da zor algılanırlığa sahip ☆$_{\mathit{M}}$–iddiaları (diyelim ki) P_ω ortaya çıkacaktır (krş. **Q19** ve ardından gelen tartışmalar). Bir ☆$_{\mathit{M}}$–iddiasını genel olarak karakterize eden şey, robot açısından şunun farkına varmasıdır: Tartışılan simülasyondaki robotların temelinde yatan mekanizmaların aynı zamanda kendi yapılışının temelinde yatan mekanizmalar olduğunu kafasında canlandırır canlandırmaz, tartışılan iddianın (bir Π_1–tümcesidir) doğruluğunun ortaya çıkmasının zorunlu olduğu hükmüne varır. Bununla doğası gereği tutarsız "Russell

paradoksu" türü uslamlama arasında hiçbir ortak yön yoktur. ☆$_{\mathcal{A}}$–iddiaları, standart "sonlu–ötesi sıral sayılar" matematik işlemi aracılığıyla sıralı şekilde büyürler (krş. §2.10, **Q19**'a yanıt). (Bu sıralların hepsi sayılabilirdir ve bir anlamda "aşırı büyük" olan sırallara eşlik edebilen mantıksal zorlukların hiçbiriyle karşılaşmazlar.[69])

Robot bu Π_1–tümcelerinin hiçbirini kabul etmek için bir nedene gerek duymayacaktır, **M** uyarınca yapılmış olduğu hipotezi hariç ve bu argüman için gereken tek şeydir. Sonuçta doğan gerçek çelişki Russell'inki gibi matematiksel bir paradoks değildir; fakat tamamen hesaplamalı bütün sistemlerin hakiki matematiksel anlamayı başarabileceği varsayımıyla birlikte, bir çelişkidir.

Şimdi §3.19–§3.21'deki argümanlarda geçen kendine gönderme konusunun oynadığı role dönelim. Ben c'yi $\mathbb{Q}^*$ formal sisteminin kurulum amaçları gereği hatasız olarak kabul edilen bir ☆–iddiasındaki karmaşıklığa koyulan sınırı temsil eder şekilde ifade ettiğimde, burada uygunsuz bir kendine gönderim yoktur. Zira "karmaşıklık derecesi" kavramı tamamıyla kesin bir şekle sokulabilir, hatta aynısı burada benimsenen şu belirli tanım için de geçerlidir: "$T_m(n)$ hesaplamasının sonlanmayışının tartışılan Π_1–tümcesini sağladığı, m ve n sayılarından büyük olanındaki ikilik basamakların sayısı". KYU'da verilen Turing makinesi kesin belirteçlerini benimseyebilir ve T_m'nin "m'inci Turing makinesi" olmasını isteriz. Bu şekilde bu kavramda da bir kesin olmama durumu olmaz.

Muhtemel kesinsizlik halleri burada değil de, Π_1–tümcelerinin "kanıtları" olarak hangi tür argümanların kabul edileceğiyle bağlantılı olarak çıkar. Ancak böyle bir formal kesinliğin olmayışı burada tüm tartışma açısından gerekli bir unsurdur. Argümanların Π_1–tümcelerinin (*hesaplamalı şekilde kontrol edilebilir* olmaları anlamında) tamamen kesin ve formal kurulduğunun geçerli kanıtlarını sağladığı kabul edilecekse, o zaman Gödel argümanının açıkça belirerek bu türden bir kesin formalleştirmenin Π_1–tümcelerinin kurulmasında ilkesel olarak geçerli kabul edilmek zorunda olan argümanın *bütününü* temsil edemediğini derhal gösterdiği bir formal sistem durumuna doğrudan geri dönüş yapmış oluruz.

[69] Daha popüler bir aktarım için *bkz.* Smortnski (1975, 1983) ve Rucker (1984).

Gödel argümanı insanlarca kabul edilebilir olan matematiksel uslamlama yöntemlerinin *hepsinin* hesaplamalı şekilde kontrol edilebilir bir biçimde kapsanmasının *hiçbir* yolu olmadığını (iyi ya da kötü) gösterir.

Okurlar "hatasız ☆–iddiaları" aracının kullanımıyla benim aslında bir "robot kanıtlaması" yaklaşımını kesinleştirmeyi mi denediğimi düşünebilir. Gerçekten de böyle bir yaklaşımı kesin hale getirmek Gödel argümanını getirmek için gerekli bir önkoşuldu. Ancak onu izleyen çelişki insanın matematiksel doğruluk anlayışının hesaplamalı şekilde kontrol edilebilir olan bir şeye tümüyle *indirgenemeyeceği* gerçeğinin sadece bir yeniden doğrulaması olarak işlev gördü. Tüm tartışmanın amacı, olmayana ergi yoluyla Π_1–tümcelerinin tartışılmaz doğruluğunun algılanmasında insan yaklaşımının herhangi bir (kesin veya değil) hesaplamalı sistem haline getirilemeyeceğini göstermekti. Sonuç rahatsız edici bulunabilir ama burada bir paradoks yoktur. Olmayana ergi yoluyla yapılan argümanların doğasında çelişkili bir sonuca varılması yatar, ancak görünüşte var olan bu tür bir paradoks yalnızca daha önce göz önünde bulundurulan hipotezin kendisinin hükümsüz bırakılmasına hizmet eder.

3.25 Matematiksel kanıtlarda yaşanan sorunlar

Ancak burada üzerinden atlanmaması gereken önemli bir nokta var. O da şu: §3.20'de aktarılan argümanın amaçları gereği düşünülmesi gereken Π_1–tümceleri sayıca sonlu olmasına rağmen, robotların bu Π_1–tümcelerinin ☆–kanıtlamalarını sağlamak için ihtiyaç duyabileceği argümanın uzunluğu konusunda görünür bir kısıtlama yoktur. Ele alınan Π_1–tümcelerinin karmaşıklık derecesine koyulan çok mütevazı bir c sınırıyla bile çok garip ve güç örneklerin dahil edilmesi gerekecektir. Örneğin 2'den büyük her çift sayının iki asal sayının toplamı olduğunu söyleyen *Goldbach kestirimi* (krş. §2.3) çok küçük bir karmaşıklık derecesinde bir Π_1–tümcesi olarak ifade edilebilir ama yine de o kadar garip bir örnektir ki şu ana dek doğruluğunun ortaya konulması için insanların yaptığı denemelerin hepsi başarısız olmuştur. Bu başarısızlığın ışığında, eğer günün birinde Goldbach kestiriminin

gerçekte doğru olduğunu ortaya koyan bir argüman bulunursa, bu argümanın çok büyük bir karmaşıklık ve incelik içerecek bir argüman olması muhtemel gözükmektedir. Böyle bir argüman yukarıdaki tartışmada robotlarımızdan biri tarafından önerilmiş bir ☆–iddiası olarak ileri sürülecek olsaydı, bu durumda bu argüman ☆–statüsü kazanmadan önce (diyelim ki ☆–onaylarını sağlamak için kurulmuş tüm bir robot topluluğu tarafından) son derece dikkatli bir araştırmaya tabi tutulmuş olurdu. Goldbach kestirimi örneğinde bu Π_1–tümcesinin doğru olup olmadığı, ya da doğruysa da bilinen kabul görmüş matematiksel argüman yöntemleri dahilinde bir kanıta sahip olup olmadığı bile bilinmemektedir. Bu nedenle bu Π_1–tümcesi $\mathbb{Q}^*$ sistemi içerisinde kapsanabilir de kapsanmayabilir de.

Aynı garipliğe sahip başka bir Π_1–tümcesi de, bir düzlem (ya da küre) üzerine çizilmiş bir haritadaki farklı "ülkelerin" sadece dört renk kullanılarak komşularından ayırt edilebileceğini söyleyen teorem olan *dört renk teoreminin* doğruluğunu ileri süren Π_1–tümcesidir. 124 yıl süren başarısız denemelerin ardından sonunda dört renk teoreminin doğruluğu 1976 yılında Kenneth Appel ve Wolfgang Haken tarafından 1200 saatlik bilgisayar zamanı gerektiren bir argüman kullanılarak gösterildi. Çok ciddi miktarda bir bilgisayar hesaplamasının argümanlarının önemli bir bölümünü oluşturması gerçeğinin ışığında bu argümanın uzunluğu eğer tamamıyla yazılacak olsaydı devasa bir uzunlukta olacaktı. Yine de bir Π_1–tümcesi olarak ifade edildiğinde bu tümcenin karmaşıklık derecesi, Goldbach kestirimi için gerekecek olandan muhtemelen biraz daha büyük olsa da, oldukça küçük olurdu. Eğer Appel–Haken argümanı ☆–statüsüne aday olarak bizim robotlardan birisi tarafından ileri sürülmüş olsaydı, bu durumda çok dikkatli şekilde kontrol edilmiş olurdu. Her ayrıntının elit robot topluluğu tarafından doğrulanması gerekirdi. Tüm argümanın taşıdığı karmaşıklığa rağmen yine de tamamıyla hesaplamalı kısmın uzunluğu robotlarımız için özel bir gariplik arz etmeyebilirdi. Kesin hesaplama nihayetinde onların işidir!

Söz konusu Π_1–tümceleri, robotlarımızın davranışının temelinde yatan **M** mekanizmalarının herhangi bir mantıklı görünen kümesinden ortaya çıkabilecek olanlar gibi, makul büyüklükte

bir *c* değeriyle belirtilmiş bir karmaşıklık derecesi içerisinde yer alabilir. Halen c'den daha düşük bir karmaşıklık derecesinde olmalarına rağmen bunlardan çok daha fazla karmaşık olabilen çok sayıda başka Π_1–tümceleri de olacaktır. Bu tür Π_1–tümcelerinin bir miktarı muhtemelen karar kılınması çok garip olacak nitelikte olacak ve bazıları da kesinlikle dört renk problemi ya da hatta Goldbach kestiriminden bile daha zor belirlenebilir olacaktır. Robotlar tarafından doğru olduğu saptanabilecek böyle bir Π_1–tümcesi (kanıtlaması ☆–statüsünü elde etmeye yetecek kadar ikna edici ve hatasızlığı güvenceye almak için koyulmuş teminatları karşılayan) $\mathbb{Q}^*$ formal sisteminin bir teoremi olacaktır.

Bu durumda bazı sınır durumları da olabilir ve bunların kabul edilip edilmemesi ☆–statüsü için istenen ölçütlerin sıkılığına ya da $\mathbb{Q}^*$'nun kurulumunda hatasızlığı güvenceye almak için koyulmuş teminatların kesin doğasına sıkıca bağlıdır. Böyle bir Π_1–tümcesi *P*'nin hatasız bir ☆–iddiası sayılıp sayılmadığı, $\mathbb{Q}^*$ sisteminin kesin ifadesinde farklılık yaratabilir. Normalde bu fark bir önem taşımayacaktır, çünkü böyle bir *P*'nin kabul edilip edilmediğine bağlı olarak ortaya çıkan $\mathbb{Q}^*$'ın farklı versiyonları *mantıksal olarak eşdeğerdir*. Robot kanıtlamaları sadece aşırı karmaşıklıklarından dolayı kuşku uyandırıcı sayılan Π_1–tümcelerinde yaşanan durum budur. *P*'nin kanıtlaması hatasız olarak kabul *edilmiş* diğer ☆–iddialarının mantıksal sonucu olursa, bu durumda *P* onun parçası sayılsa da sayılmasa da eşdeğer bir $\mathbb{Q}^*$ ortaya çıkacaktır. Öte yandan mantıksal olarak hemen göze çarpmayan şeyler gerektiren ve daha önce $\mathbb{Q}^*$'ın kurulumunda hatasız olduğu kabul edilmiş bu ☆–iddialarının tüm mantıksal sonuçlarını aşan Π_1–tümceleri olabilir. *P* dahil olmadan önce o ana dek ortaya çıkmış sistemi $\mathbb{Q}^*_0$, P $\mathbb{Q}^*_0$'a eklendikten sonra ortaya çıkan sistemi de $\mathbb{Q}^*_1$ olarak adlandıralım. $\mathbb{Q}^*_1$'in $\mathbb{Q}^*_0$'a *eşdeğer olmadığı* bir örnek, *P* Gödel önermesi $G(\mathbb{Q}^*_0)$ olduğunda ortaya çıkar. Fakat robotlar varsaydığımız üzere matematiksel anlamada insan düzeyine ulaşmayı (ya da aşmayı) başarırlarsa, Gödel argümanını anlamayı kesinlikle başaracaklardır, dolayısıyla $\mathbb{Q}^*_0$'ın doğru olduğunu ☆–kabul eder etmez, herhangi bir $\mathbb{Q}^*_0$ Gödel önermesini de hatasız ☆–statüsünde kabul etmek zorundadırlar. Bu nedenle $\mathbb{Q}^*_0$'ı kabul ederlerse, $\mathbb{Q}^*_1$'i de kabul etmek zorundadırlar ($G(\mathbb{Q}^*_0)$'ın

c'den daha düşük karmaşıklıkta olması şartıyla; burada yapılan c seçiminde de durum bu olacaktır).

Burada dikkat çekilmesi gereken önemli bir nokta, Π_1–tümcesi P'nin gerçekten $\mathcal{U}^*$'a dahil edilmiş olup olmadığının §3.19 ve §3.20'deki argümanlarda bir fark yaratmadığıdır. Π_1–tümcesi $G(\mathcal{U}^*)$, P $\mathcal{U}^*$'a dahil olsun olmasın, kabul edilmek zorundadır.

Robotların ☆–saptaması yapılan Π_1–tümceleri için önceden kabul edilmiş ölçütlerin sınırlamalarının "üzerinden atlamasının" başka yolları da olabilir. Robotlar kendi davranışlarının temelinde yatan **M** mekanizmalarına, başka bir deyişle asıl $\mathcal{U}^*$ sistemine bizzat böyle bir uslamlamayı uygulamayı denemedikçe bunda "paradoksal" bir şey yoktur. Bu durumda ortaya çıkacak olan çelişki de bir "paradoks" değildir; ama böylesi mekanizmaların var olamayacağı ya da en azından (bizler için de bilinebilir olmadıkları için) robotlar için bilinebilir olamayacağı yönünde bize olmayana ergi türünde bir kanıtlama sağlar.

Bu tür "öğrenen robot" mekanizmalarının (ister yukarıdan aşağıya ister aşağıdan yukarıya isterse rastlantısal öğelerin de dahil edilmesiyle bu ikisinin bir bileşimiyle) insan düzeyinde bir matematikçi robotun yapılması için bilinebilir bir temel oluşturamadığını doğrulayan da işte budur.

3.26 Döngüden hesaplamalı çıkış

Varılan bu sonucu biraz daha farklı bir bakış açısıyla açıklamayı deneyelim. Gödel teoremi tarafından koyulan sınırlamalardan kaçınmak amacıyla, kontrol algoritması bir hesaplamalı döngüye yakalandığında bir şekilde "sistemin dışına çıkabilen" bir robot tasarımı yapılmaya çalışılabilir. Bizi matematiksel anlamanın hesaplamalı süreçler cinsinden açıklanabilmesi hipoteziyle sorun yaşamaya götürüp duran nihayetinde sürekli Gödel teoreminin uygulanmasıdır; dolayısıyla bu bakış açısıyla Gödel teoreminin matematiksel anlama üzerine yapılmış hesaplamalı modellere yüklediği zorlukları araştırmak anlamlı olacaktır.

Bazı kertenkele türlerinin tıpkı "normal bilgisayarlar ve bazı böcekler" gibi döngülere yakalanacak kadar aptal olduklarını duymuştum: Bir tabağın kenarına arka arkaya yuvarlak oluştu-

racak şekilde koyulduklarında açlıktan ölene dek bir "liderimin yolundan şaşmam" davranışı sergilerlermiş. Buradaki fikir de, gerçekten zeki bir sistem böylesi döngülerden çıkmanın bir yoluna sahip olmak zorundayken, sıradan bilgisayarların genel olarak bunu yapmalarının bir yolunun olmamasıdır. ("Döngüden hesaplamalı çıkış" konusu Hofstadter'de tartışılmaktadır (1979).)

Hesaplamalı döngünün en basit türü, sistem bir aşamada daha önceki bir durumla neredeyse tam olarak aynı duruma yeniden ulaştığında gerçekleşir. Bu durumda ek bir girdi olmadıkça aynı hesaplamayı sonsuza dek sürdürecektir. Bu tür döngüler gerçekleştiğinde bunlardan çıkışını ilkesel olarak (muhtemelen çok yetersiz şekilde olsa da) güvence altına alacak bir sistem tasarlamak zor olmaz (örneğin daha önce gerçekleşmiş bütün durumların listesini tutma ve her aşamada bu durumun daha önce olup olmadığını kontrol etme yoluyla olabilir). Ancak çok daha karmaşık ve incelikli türde "döngülenmeler" de mümkündür. Temelde 2. Bölüm'deki (özellikle §2.1–§2.6) tartışmanın tümü döngü problemi hakkındaydı; çünkü *döngülenen* bir hesaplama zaten tam da sonlanmayan hesaplamadır. Bir hesaplamanın aslında döngülendiği iddiası tam da bir Π_1–tümcesiyle kastettiğimiz şeydir (krş. §2.10, Q10'a yanıt). Hatırlanırsa §2.5'teki tartışmada bir hesaplamanın durmayı başaramayacağına, diğer bir deyişle döngüleneceğine (ya da aksine) karar vermenin tümüyle algoritmik bir yolunun olmadığını görmüştük. Üstelik yukarıdaki tartışmalardan, bazı hesaplamaların *gerçekte* döngülendiğinin saptanması için (başka bir deyişle Π_1–tümcelerinin doğruluğunun ortaya çıkarılması için) insan matematikçilerce ulaşılabilir işlemlerin algoritmik faaliyetin ötesinde yer aldığı sonucuna varıyoruz.

Bu nedenle eğer bir hesaplamanın gerçekten döngülendiğini *kesin* olarak saptamada insanlarca mümkün olan tüm yolları kapsama altına almak istiyorsak bir tür "hesaplamalı olmayan zekâya" ihtiyaç duyulduğu sonucuna varıyoruz. Bir hesaplamanın ne kadar zamandır sürdüğünü ölçen ve eğer hesaplamanın aşırı uzun bir süredir sürdüğü ve durma olasılığı olmadığı sonucuna varırsa "dışarı atlamayı" sağlayan bir mekanizmaya sahip olunmasıyla döngülerden kaçınılabilceği düşünülebilir. Ancak bu işe yaramayacaktır; çünkü eğer bu tarz kararları almasını sağlayan

mekanizmanın hesaplamalı bir şey olduğunu varsayarsak, bu durumda mekanizmanın, aslında durum böyle değilken bir hesaplamanın döngülendiği sonucuna yanlışlıkla varması ya da hiçbir sonuca varmaması nedeniyle (bu durumda mekanizmanın kendisi döngüleniyor demektir) başarısız olacağı durumların olması da zorunludur. Bunu tüm sistemin hesaplamalı bir şey olması gerçeğinden yola çıkarak anlayabiliriz; dolayısıyla sistemin kendisi de döngü problemine maruz kalacaktır ve sistemin bir bütün olarak eğer hatalı hükümlere varmazsa kendisinin de döngülenmeyeceğinden emin olunamaz.

Döngüleniyor olması muhtemel bir hesaplamada "dışarı atlama" kararının verilip verilmeyeceğinin ve bu kararın ne zaman verileceğinin belirlenmesinde acaba rastlantısal unsurlar bir rol oynuyor olabilir mi? Daha önce, özellikle §3.18'te belirtildiği üzere tamamıyla rastlantısal unsurlar (hesaplamalı sahte rastlantısal olanların aksine) bu bağlamda bize bir fayda sağlamaz. Fakat burada hesaplamanın döngüleniyor olup olmadığına *kesin* olarak karar verilmesiyle (diğer bir ifadeyle Π_1–tümcesinin gerçekte doğru olduğuyla) ilgileniliyorsa devreye giren ek bir husus daha vardır. Rastlantısal süreçler kendi başlarına bu tür sorularda bir işe yaramazlar, çünkü rastlantısallığın doğası gereği rastlantısal bir bileşene gerçekten *bağlı* olan bir hüküm konusunda kesinlik olmaz. Ancak çok yüksek olasılıklı bir matematiksel sonuç elde edebilen rastlantısal (ya da sahte rastlantısal) bileşenlerin kullanıldığı belli bazı hesaplamalı işlemler vardır. Örneğin büyük bir sayının asal olup olmadığına karar verilmesi için rastlantısal bir girdinin kullanıldığı çok etkili testler vardır. Yanıt son derece yüksek bir olasılıkla verilir, öyle ki belirli bir durumda yanıtın doğru olduğundan neredeyse kesin şekilde emin olunabilir. Matematiksel açıdan titiz testler bundan çok daha az etkilidirler, öyle ki bir hata içerebilecek olan karmaşık ama matematiksel olarak kesin bir argümanın, hata olasılığı pratikte oldukça az olabilen görece basit ama olasılıkçı bir argümandan gerçekten üstün olup olmadığı bile sorgulanabilir. Bu tür bir sorgulama, benim girmek istemeyeceğim bir karmaşıklığa sahip garip konulara geçiş yapmamız anlamına gelir. Bu bölümün büyük kısmında konu edindiğim "ilkesel olarak" ele alınan konular açısından bir Π_1–tümce-

sinin doğruluğunun saptanmasında olasılıkçı bir argümanın her zaman yetersiz kalacağını söylemekle yetinelim.

Eğer Π_1–tümcelerinin doğruluğuna kesin olarak karar verilmek isteniyorsa, ilkesel olarak bu durumda sadece rastlantısal ya da bilinemez süreçlere dayanmak yerine, bu tür iddiaların gerçekten taşıdığı *anlamların* hakiki bir *anlaşılmasına* sahip olmak zorunludur. Deneme–yanılma işlemleri, ihtiyaç duyulana yönelik bir rehberlik sağlasalar da, kendi başlarına kesin bir doğruluk ölçütü sağlamazlar.

Bir örnek olarak §2.6'da Q8'e yanıtta geçen hesaplamayı yeniden ele alalım: "Ardışık olarak $2^{2^{65\,536}}$ adet 1 sembolü çıktısı ver ve görev tamamlandığında dur." Söylendiği gibi çalışmasına izin verilirse bu hesaplama hiçbir şekilde tamamlanamaz; her bir adımı kuramsal fizik açısından anlamlı en kısa zaman içerisinde (yaklaşık 10^{-43} saniye) gerçekleştirilse bile, çok kolayca basitleştirilebilen bir hesaplama olmasına karşın ($65.536 = 2^{16}$) ve sonunda *durduğu* bizim açımızdan çok açık olmasına rağmen, hesaplama evrenin şu anki (ve öngörülebilir) yaşından çok çok daha uzun sürecektir ve tamamlanamaz. Sadece "yeterince uzun süre ilerlemiş" göründü diye hesaplamanın döngülendiği kararına varmak bizi çok yanlış bir yola sürükler.

Geçmişte sonsuza dek sürecek gibi görünmesine rağmen şu anda sonunda duracağı bilinen daha ilginç bir hesaplama örneği de büyük İsviçreli matematikçi Leonhard Euler'e borçlu olduğumuz bir kestirim tarafından gösterilmektedir. Hesaplama şu denklemin pozitif tamsayı (sıfır hariç doğal sayılar) bir sonucunun bulunmasıdır:

$$p^4 + q^4 + r^4 = s^4$$

Euler 1769'da bu hesaplamanın asla sona ermeyeceği kestirimini ileri sürmüştü. 1960'lı yılların ortalarında bir bilgisayar sonucu bulmak üzere programlandı (*bkz.* Lander ve Parkin 1966) ama herhangi bir sonuç gelecek gibi görünmeyince bu denemenin yarıda kesilmesi gerekti, çünkü sayılar bilgisayar sistemi tarafından baş edilemeyecek ölçüde büyük olmaya başlamıştı ve programcılar pes ettiler. Bu da sonlanmayan bir hesaplama gibi görünüyordu. Ancak 1987 yılında (insan) matematikçi Noam Elki-

es gerçekte bir sonucun olduğunu göstermeyi başardı, bu da p = 2682440, q = 15365639, r = 18796760 ve s = 20615673'tü ve ayrıca sonsuz sayıda başka farklı çözümlerin olduğunu da gösterdi. Buradan cesaret alınarak Roger Frye tarafından Elkies'in ileri sürdüğü bazı basitleştirici varsayımlar kullanılarak bir bilgisayar araştırması başlatıldı ve 100 bilgisayar saatinin ardından sonunda daha küçük bir çözüm (aslında olabilecek en küçüğü) bulundu: p = 95800, q = 217519, r = 414560 ve s = 422481.

Bu problem açısından bakıldığında ulaşılan başarının itibarı matematiksel sezgi ile doğrudan hesaplamalı operasyonlar arasında bölüştürülmek zorunda. Elkies, argümanının kesinlikle en önemli kısmı bu tür yardımlardan bağımsız olsa da, problemin çözümü için ilerlediği matematiksel yolda, bu görece küçük bir parça olsa da, şahsen bilgisayar hesaplamalarından faydalanmıştı. Diğer taraftan, yukarıda bahsettiğimiz gibi Frye'ın hesaplamasında da hesaplamanın uygulanabilir hale getirilmesi için insan sezgilerinden önemli ölçüde faydalanılmıştır.

Bu problemin bağlamına biraz daha açıklık getirmekte fayda var; çünkü Euler'in ilk başta, 1769 yılında geliştirdiği kestirim ünlü "Fermat'nın son teoreminin" bir tür genelleştirilmesiydi; okurların da hatırlayabileceği gibi bu teorem

$$p^n + q^n = r^n$$

denkleminin, n değeri 2'den büyük olduğunda, pozitif tamsayılar p, q, r için bir çözümünün olmadığını iddia eder (*bkz.* örneğin Devlin, 1988).[70] Euler'in kestirimini şu şekilde ifade edebiliriz:

$$p^n + q^n + \ldots + t^n = u^n$$

Toplamda $n - 1$ $p, q, \ldots, t$ pozitif tamsayı varsa ve n değeri 4 ya da daha fazlasıysa bu denklemin çözümü yoktur. Fermat iddiası n = 3'ü de kapsar (ama bu Fermat'nın kendisinin çözümünün

[70] Birçok okurumuz "Fermat'nın son teoreminin" yaklaşık 350 yıl sonra nihayet kanıtlandığını ve kanıtın Andrew Wiles tarafından 23 Haziran 1993 tarihinde Cambridge'de duyurulduğunu duymuştur. Kitabı ilk kaleme alırken onun kanıtında hala bazı sıkıntılı boşluklar olduğu, dolayısıyla biraz dikkatli olmamız gerektiği yönünde bilgilendirildim, ancak Wiles'ın sayesinde ileride geliştirilecek bir argüman bu boşlukları da giderecektir.

olmadığını kanıtladığı özel bir durumdu). Euler'in kestiriminin tümüne ilk karşı örneğin bulunması yaklaşık 200 yıl aldı ve n = 5'te olan bu durum (yukarıda bahsedilen ve başarısızlığın n = 4'te olduğu duyurulan Lander ve Parkin makalesinde de betimlendiği gibi) bir bilgisayar taramasıyla bulundu:

$$27^5 + 84^5 + 110^5 + 133^5 = 144^5$$

Bir başka ünlü hesaplama örneği de, sonunda duracağı bilinen ama bu kez tam olarak *nerede* duracağı bilinmeyen hesaplamadır. Bir n pozitif tamsayısından (Gauss'a göre bir logaritmik integral) daha küçük asal sayıların sayısı için iyi bilinen bir yaklaşık değer bulma formülünün bu sayıyı değerinden fazla tahmin etmediği bir yerin bulunması probleminin *bir yerlerde* bir çözümünün olacağı ilk kez 1914 yılında J. E. Littlewood tarafından gösterildi. (Bu iki eğrinin bir yerlerde kesişmesi gerçeği olarak ifade edilebilir.) Littlewood'un öğrencisi Skewes 1935'te bu yerin $10^{10^{10^{34}}}$ değerinden daha küçük bir yerde olduğunu gösterdi; ancak Skewes'ın kullandığı bahsi geçen sayıdan çok daha küçük olsa da, bu yer tam olarak halen daha bilinmiyor. (Bu sayı "şimdiye dek matematikte doğal olarak ortaya çıkmış en büyük sayı" olarak adlandırılırdı, ama bu geçici rekor bugün Graham ve Rothschild tarafından verilen bir örnekteki olağanüstü büyük bir sayı tarafından büyük bir farkla kırıldı; *bkz.* Graham ve Rothschild (1971), s. 290.)

3.27 Hesaplama matematiğinde yukarıdan aşağıya mı aşağıdan yukarıya mı?

Geçtiğimiz alt başlıkta bilgisayarların bazı matematik problemlerinde ne kadar değerli bir yardımcı olabildiklerini gördük. Bahsedilen başarılı örneklerin hepsinde hesaplamalı işlemler tamamıyla yukarıdan aşağıya karakterdeydiler. Aşağıdan yukarıya işlemler kullanılarak elde edilmiş önemli saf matematiksel sonuçlar olduğunu, böylesi yöntemler matematiksel problemlere sonuçlar bulmada esasen aşağıdan yukarıya bir işlemin parçası olan türdeki arayışlarda bir değer taşısalar da, ben şu ana dek duymuş değilim. Bunu tespit etmekle birlikte, §3.9–§3.23'te öngörülen şekilde bir "öğrenen matematiksel robotlar camiasının" eylemleri-

nin altında yattığı hayal edilebilen $\mathbb{Q}^*$ gibi, bu türde bir sisteme az da olsa benzeyen bir şeyin hesaplamalı matematikte bir değer taşımadığını biliyorum. Bu betimlemede nihayetinde karşılaşılan çelişkiler, böylesi sistemlerin hesaplama yönünden iyi matematik yapma yolları *sağlamadıkları* gerçeğini vurgulamaya yaramaktadır. Bilgisayarlar matematikte yukarıdan aşağıya biçimde kullanıldıklarında büyük değer taşımaktadır; burada da insanın anlama yetisi tam olarak *hangi* hesaplamanın gerçekleştirileceğine dair ilk sezgiyi sağlamakta ve buna hesaplamaların sonuçlarının yorumlanması gereken son aşamada yeniden ihtiyaç duyulmaktadır. Kimi zaman bilgisayar ve insanın birlikte çalışması ve işlemin çeşitli aşamalarında insan sezgisinin devreye sokulmasıyla etkileşimli bir süreç kullanılarak büyük bir fayda sağlanabilir. Fakat insanın anlama yetisinin yerine tümüyle hesaplamalı faaliyetleri koymaya çalışmak akıllıca olmadığı gibi, doğrusunu söylemek gerekirse de olanaksızdır.

Bu kitaptaki argümanların gösterdiği üzere matematiksel anlama hesaplamadan farklı bir şeydir ve hesaplama onun yerini tam olarak tutamaz. Hesaplama anlamaya son derece değerli bir *yardım* sağlayabilir, ancak gerçek anlamanın yerini alamaz. Fakat matematiksel anlamada, problemlerin çözümünde sıklıkla algoritmik işlemler *bulmaya* yönelinir. Böylece algoritmik işlemler yönetimi ele geçirerek zihnin başka konulara yönelebilmesini sağlar. İyi bir notasyon bu özellikte bir şeydir; diferansiyel kalkülüsteki gösterimler ya da sayılarda alıştığımız "ondalık" gösterimler böyledir. Sayıların birbirleriyle çarpımındaki algoritmada bir kez ustalaşıldı mı, örneğin, işlemler hiç düşünmeden, zihin hiç devreye girmeden algoritmik bir biçimde gerçekleştirilebilir; başkalarının değil de, bu belirli algoritmik kuralların *neden* kabul edildiğine dair "anlamanın" yardımına başvurmaya gerek kalmaz.

Tüm bunlardan vardığımız bir başka sonuç da matematik yapmada "öğrenen robot" işlem ve sürecinin, aslında insanın matematik anlayışının temelinde yatan işlem ve süreç olmadığıdır. Böyle bir aşağıdan yukarıya baskın işlem, matematik yapan bir robotun yapılması açısından pratik bir öneri olarak her durumda, bir insan matematikçinin sahip olduğu anlama becerisini simüle etme gibi bir iddiaya bile sahip olmayan bir robotta dahi, kötü

sonuç vermeye mahkûm gözükmektedir. Daha önce ifade ettiğimiz üzere aşağıdan yukarıya öğrenme süreçleri matematiksel doğrulukların tartışılmaz şekilde saptanışında *kendi başlarına* etkili değildir. Tartışılmaz matematiksel sonuçlar elde eden bir hesaplamalı sistem hayal edilecekse, sistemin yukarıdan aşağıya ilkelere göre yapılmış olması (en azından iddialarının "tartışılmaz" yönleri açısından; keşifsel amaçlar açısından aşağıdan yukarıya işlemler gayet uygun olabilir) çok daha etkin bir sonuç doğuracaktır. Bu aşağıdan yukarıya işlemlerin doğruluğu ve etkililiği ister istemez ilk baştaki insan girdisinin bir parçasıdır; buradaki insan anlama ve sezgisi saf hesaplamanın başaramadığı gerekli ek bileşenleri sağlar.

Aslında günümüzde matematiksel argümanlarda bilgisayarlara bu şekilde yer verilmesi hiç de öyle seyrek görülmez. Bunun en ünlü örneği yukarıda da bahsettiğimiz Kenneth Appel ve Wolfgang Haken'ın dört renk teoremine getirdikleri bilgisayar destekli kanıttır. Bu örnekte bilgisayarın rolü, çok büyük ama sonlu sayıda alternatif olasılıkları gözden geçiren açıkça belirtilmiş bir hesaplamayı gerçekleştirmekti ve olasılıkların elenmesinin aranan sonucun genel bir kanıtını sağladığı (insan matematikçilerce) gösterilmişti. Bu tür bilgisayar destekli kanıtların birçok başka örneği vardır ve günümüzde bilgisayarlar tarafından sayısal hesaplamanın yanı sıra karmaşık cebir de sıklıkla gerçekleştirilmektedir. Kuralları koyanın insan anlaması olduğunu ve bilgisayarın etkinliğini yönetenin kesinlikle bir yukarıdan aşağıya eylem olduğunu bir kez daha belirtelim.

Burada bahsedilmesi gereken bir çalışma alanı da "otomatik teorem kanıtlama" dediğimiz alandır. Bu başlık altında karşımıza çıkan işlemler kümesi, bir $\mathbb{H}$ formal sisteminin tamiri ve bu sistem içerisinden teoremler türetilmesinden oluşur. $\mathbb{H}$'nin bütün teoremlerinin kanıtlarının birbiri ardına sağlanmasının tamamıyla hesaplamalı bir mesele olduğunu §2.9'dan hatırlıyoruz. Bu tür bir şey otomatize edilebilir; ama bu ayrıca düşünce ya da sezgi eklenmeden yapılırsa, böyle bir işlem muhtemelen son derece yetersiz kalacaktır. Öte yandan hesaplamalı işlem ve süreçlere en baştan kurulum aşamasında böyle bir sezgi *eklendiğinde* oldukça etkile-

yici sonuçlar elde edilmiştir. Bu düzenlemelerden birinde (Chou 1988) Öklit geometrisi kuralları, geometrik teoremlerin kanıtlanmasında (ve bazen de keşfedilmesinde) çok etkili bir sisteme tercüme edilmiştir. Bunlardan birine örnek olarak, 1938 yılında ileri sürülen (ve yakın zamanda, 1983'te K. B. Taylor tarafından kanıtlanan) V. Thébault kestirimi olarak bilinen geometrik önermenin sisteme sunulup 44 saatlik bir bilgisayar hesaplama süresinin ardından çözülmesini gösterebiliriz.[71]

Son on yılda çeşitli kişilerce yapılan matematiksel "anlama" için "yapay zekâ" işlemleri sağlama denemeleri geride bıraktığımız alt başlıklarda tartışılan işlemlerle daha büyük bir benzerlik taşımaktadır.[72] Umarım aktardığım argümanlardan bu sistemler hangi başarılara ulaşırsa ulaşsınlar, gerçek bir matematiksel anlama elde etmenin *yapmadıkları* bir şey olduğu açıklık kazanmıştır! Sistemin hesaplamalı sisteme yüklenen belirli bazı ölçütler uyarınca "ilginç" olarak görülen teoremleri bulmak üzere kurulu olduğu, otomatik teorem *üreten* sistemler bulma denemeleri de bununla bir şekilde bağlantılıdır. Bu denemelerden henüz çok büyük bir matematiksel ilgiye değecek şeylere ulaşılamamış olduğu genel olarak kabul edilecektir diye düşünüyorum. Elbette çalışmaların henüz daha başında olduğumuz söylenebilir ve gelecekte çok daha ilginç sonuçlar elde edilmesi beklenebilir. Ancak kitabımızı bu noktaya dek okuyanlar için benim şahsen tüm bu girişimlerin bu tür sistemlerin neyi *başaramadıklarını* vurgulama haricinde, bizleri gerçekten pozitif sonuçlara ulaştırmasını pek muhtemel görmediğim açık olsa gerektir.

---

[71] Bu düz Öklit geometrisinde ilgi çekici (ve aşırı karmaşık olmayan) ama doğrudan bir biçimde kanıtlanması oldukça zor olan bir teoremdir. Kanıtlama yollarından biri olarak, çok daha kolay olan uygun bir genelleştirmenin bulunması, ardından da ilk sonucun özel bir durum olarak değerlendirilmesinin mümkün olduğu görüldü. Bu tür bir işlem matematikte oldukça sık görülür ama bir bilgisayar argümanı normalde bu şekilde ilerlemez, çünkü uygun bir genelleştirme bulmak ciddi bir hüner ve sezgi gerektirir. Öte yandan bir bilgisayar kanıtında, bilgisayar açıkça tanımlanmış bir yukarıdan aşağıya kurallar sistemiyle donatılır ve ardından bu kurallar üzerinden inanılmaz bir hızla ilerler. Ancak burada da etkili yukarıdan aşağıya kuralların tasarımına başlangıçta çok ciddi bir insan hünerinin katılması gerekir.

[72] Bu tür denemelerin tarihsel bir dökümü için *bkz.* Freedman (1994).

3.28 Varılan sonuçlar

Bu bölümde aktarılan argüman, insanın matematiksel anlamasının (bilinebilir) hesaplamalı mekanizmalara (bu mekanizmalar yukarıdan aşağıya, aşağıdan yukarıya ya da rastlantısal süreçlerin herhangi bir kombinasyonunu içerebilirken) indirgenemeyeceğini gösteren açıkça tanımlanmış bir durum olarak gözüküyor. İnsan anlamasında hesaplamalı yoldan simüle edilmesi olanaklı olmayan bir şey olduğu yönünde kesin bir sonuca ulaşmak durumunda kalıyoruz. Argümanın satır aralarında küçük bazı boşluklar kalıyor olsa da, bu kaçamaklar çok çok zayıf gözüküyor. Kimileri "ilahi müdahale" (bilgisayar beyinlerimize aşılanmış ilkesel olarak bizim için bilenemez harika bir algoritma) kaçamağına ya da performanslarımızı geliştirme yollarımızı yöneten mekanizmaların kendilerinin ilkesel olarak gizemli ve bizler tarafından bilinemez olduğu şeklinde bir benzer kaçamağa güvenebilir. Hayal edilebilir olsalar da bu kaçamakların ikisi de, gerçekten zeki bir aletin yapay inşasıyla ilgilenen kimseler için yenilir yutulur cinsten değildir. Ayrı şekilde benim için de hiç kabul edilebilir (ya da gerçekten inanılabilir) değildir.

Düşünülebilecek bir başka kaçamak da, daha önce ayrıntılı tartışmasını yaptığımız *T, L* ve *N* sınırlarının sağladıklarının genel doğasında c'den daha düşük karmaşıklıktaki ☆–iddialı Π_1–tümcelerinin sonlu kümesi içerisindeki bütün hataları tamamen silmeye yetebilecek herhangi bir teminat kümesi olmayabilmesidir. Özellikle de elit robot camiamızın hataları olabilecek en dikkatli şekilde kaldırmak üzere kurulu olması gerektiği için, bütün hataların ortadan kaldırılmasına karşı böyle büyük bir "komplo" olabileceğine inanmakta büyük güçlük çekiyorum. Üstelik de hatasız olmasını garantilememiz gereken Π_1–tümceleri kümesi sonluyken... Topluluk fikri kullanıldığında, camianın yapabileceği tesadüfi sürçmelerin hepsinin ayıklanmasının mümkün olması gerekir, çünkü bunun sadece bir *sürçme* olması ve robotların kavramaya karşı temel bir blokaja sahip olduğu içyapısal bir hata olmaması şartıyla, simüle edilen robot camiasının farklı örneklerinin küçük bir azınlığından başkası tarafından aynı sürçmenin yapılması muhtemel değildir. Bu türden içyapısal blokajlar "düzeltilebilir" hatalar olarak sayılmazlar; öte yandan bizim buradaki amacımız bir anlamda "düzeltilebilir" olan hataların ortadan kaldırılmasından ibarettir.

Geriye kalan (pek mümkün olmayan) kaçamak noktası da kaosun rolüyle ilişkilidir. Bazı kaotik sistemlerin ayrıntılı davranışının esas olarak *rastlantısal olmayan* bir özellik taşıdığı ve bu "kaos eşiğinin" zihnin etkin şekilde hesaplanamaz davranışının anahtarını içerdiği düşünülebilir mi? Durumun böyle olması için bu kaotik sistemlerin hesaplanamaz davranışa yaklaşıklık göstermesi gerekir (kendi içinde ilginç bir olasılık), ancak böyle olsa bile daha önceki tartışmadaki rastlantısal olmayışın rolünün, bir şekilde ilgili robot camiaları topluluğunun büyüklüğüne daralması gerekir (krş. §3.22). Bunun ne gibi bir işe yarayacağı benim açımdan çok belirsizdir. Zihinselliğin anahtarının kaosta olduğuna inananların bu büyük zorlukları aşmanın mantıklı yollarını bulmaları gerekir.

Yukarıdaki argümanlar zihnin hesaplamalı modeline ($\mathcal{A}$ yaklaşımına) karşı ve eşit derecede de zihnin faaliyetlerinin bütün dış göstergelerinin etkili (ama zihinsiz) bir hesaplamalı *simülasyonu* olasılığına ($\mathcal{B}$ yaklaşımına) karşı güçlü bir temellendirme sağlıyor gibi gözüküyor. Yine de bu argümanların gücüne rağmen oldukça fazla sayıda kişinin bunları kabul etmekte zorlanacağını tahmin ediyorum. Zihinsellik olgusunun (artık her neyse) $\mathcal{C}$'yle ya da hatta $\mathcal{D}$'yle daha uyumlu bir şey olma olasılığını araştırmak yerine bilimsel düşünüşlü birçok kişi $\mathcal{A}$ yaklaşımının ya da hatta $\mathcal{B}$'nin gerçeği temsil etmek zorunda olduğuna olan inancını sürdürebilmek amacıyla kendisini yalnızca yukarıdaki argümanda zayıf noktalar bulmaya çalışmakla sınırlandıracaktır.

Bunu akla aykırı bir tepki olarak görmüyorum. Zira $\mathcal{C}$ ve $\mathcal{D}$'nin işaret ettiği sonuçlar da büyük zorluklara neden oluyor. $\mathcal{D}$'yle uyumlu olarak zihin alanında bilimsel olarak açıklanamaz bir şey olduğuna (zihinselliğin maddi evrenimizde bulunan matematiksel olarak belirlenmiş fiziksel varlıklar tarafından sağlanabilecek şeylerden tamamen ayrı bir nitelikte olduğuna) inanacaksak, bu durumda zihinlerimizin neden son derece dikkatli ve ayrıntılı şekilde yapılı fiziksel varlıklarla, yani beyinlerimizle bu kadar yakından bağlantılı gözüktüğünü kendimize sormak zorundayız. Eğer zihinsellik fiziksellikten ayrı bir şeyse, neden zihinsel benliklerimiz fiziksel beyinlerimize ihtiyaç duyuyor gibi gözüksün? Zihinsel hallerdeki farklılıkların ilgili kişilerin beyinlerindeki fi-

ziksel hallerdeki değişikliklerden ortaya çıkabildiğini gayet iyi biliyoruz. Örneğin bazı ilaçların etkileri ile zihinsel davranış ve deneyimdeki değişimler arasında çok yakından bir ilişki var. Benzer şekilde beyindeki belirli yerlerde görülen yaralanma, hastalık ya da ameliyatlar ilgili bireyin zihinsel hallerinde açıkça tanımlı ve öngörülebilir etkilere sahip olabiliyor. (Bu bağlamda Oliver Sachs'in *Awakenings* (1973)* ve *The man who mistook his wife for a hat* (1985)** kitaplarında sağladığı çok sayıdaki çarpıcı örnek özellikle dramatiktir.) Zihinselliğin fiziksellikten tamamıyla ayrı olabileceğini savunmak zor gözükmektedir. Eğer zihinsellik de fizikselliğin belli biçimleriyle bağlantılıysa (*derinlemesine* bağlantılı gibi gözüküyor), bu durumda fiziksel şeylerin davranışını bu kadar isabetli olarak betimleyen bilimsel yasaların zihinsellik dünyası hakkında da söyleyeceği çok şeyi olmak zorundadır.

℄ yaklaşımı açısından onun özellikle spekülatif karakterinden doğan farklı türde problemler söz konusudur. Doğanın hesaplamaya meydan okuyan bir biçimde davranabileceğine inanmamız için hangi nedenler vardır? Modern bilim gücünü giderek artan derecede, fiziksel nesnelerin giderek artan bir kesinlikle ve giderek daha kapsamlı sayısal hesaplamalar yoluyla simüle edilebilen şekillerde davranması olgusundan alıyor. Bilimsel kavrayış geliştikçe bu tür hesaplamalı simülasyonların öngörü gücü olağanüstü şekilde arttı. Pratikte bu artışı büyük oranda olağanüstü bir güç, hız ve kesinlikteki hesaplamalı aletlerin (özellikle de 20. yüzyılın ikinci yarısında) hızlı gelişimine borçluyuz. Bu nedenle modern genel amaçlı bilgisayarların etkinliği ile maddi evrenin faaliyeti arasında giderek artan bir yakınlık tespit edilebilir. Bunun bilimsel gelişmede geçici bir evre olduğuna ilişkin herhangi bir belirti ya da gösterge var mıdır? Fiziksel faaliyette etkin hesaplamalı değerlendirmeden bağışık herhangi bir şeyin olabilmesi ihtimali üzerinde niçin düşünülmeli?

Eğer *mevcut* fiziksel kuram içerisinde hesaplamaya tümüyle tabi tutulamayan bir faaliyetin işaretlerini arıyorsak, hayal kırıklığına uğramamız kaçınılmazdır. Newton'ın parçacık dinamiğin-

---

* *Uyanışlar*, çev: Erhun Yücesoy, Yapı Kredi Yayınları, İstanbul, 2003 –çn.

** *Karısını Şapka Sanan Adam*, çev: Çiğdem Çalkılıç, Yapı Kredi Yayınları, İstanbul, 2003 –çn.

den Maxwell'in elektromanyetik alanlarına ve Einstein'ın eğrisel uzayzamanlarına, oradan modern kuantum kuramının derin girftliğine dek bilinen tüm fizik yasaları, (tamamen rastlantısal bir bileşenin de dahil olduğu ve bu şekilde başlangıçta çok küçük olan bir büyüklüğün etkilerinin nesnel olarak algılanana dek büyütüldüğü "kuantum ölçümü" süreci hariç) hepsi tamamen hesaplamalı cinsten betimlenebilir gözükmektedirler.[73] Bunların hiçbiri $\mathscr{C}$ yaklaşımının gerektirdiği türde "hesaplamalı olarak düzgün şekilde simüle bile edilemeyen fiziksel bir faaliyet" için gereken özellikte bir şeyler taşımamaktadır. Bu nedenle bizim $\mathscr{C}$ yaklaşımının "zayıf" değil "güçlü" versiyonunu takip etmek zorunda olduğumuz sonucuna varıyorum (krş. §1.3).

Bu noktanın öneminin altı ne kadar çizilse azdır. Bilimsel düşünüşlü birçok insan KYU'da savunulan, zihnin işleyişinde "hesaplamalı olmayan" bir şeylerin olması gerektiği görüşü konusunda benimle aynı fikirde olduklarını ifade ederken, aynı zamanda da bu tarz bir hesaplamalı olmayan faaliyetin bulunması için fizik kuramında devrimci gelişmeler arayışında olmanın da gerekli *olmadığını* iddia ettiler. Bu tür kişilerin kafasında olabilecek bir olasılık, beyin faaliyetinde karşılaşılan süreçlerin standart (ilk kez McCollogh ve Pitts tarafından 1943'te ortaya atılan ve nöronların ve sinaptik kesişmelerin transistörlere, aksonların tel ve kablolara benzetildiği) bilgisayar benzetmesinin çok ötesine geçen, olağanüstü karmaşıklığıdır. Sinaptik iletimi yöneten nöro-iletici kimyasalların davranış kimyasının karmaşıklığına ve bu kimyasalların faaliyetinin belirli sinaptik kesişmelerin civarıyla sınırlı olmaması gerçeğine dikkat çekebilirler. Keza önemli alt yapıların (bizim için daha sonra çok önemli olacak olan hücre iskeletleri gibi; krş. §7.4–§7.7) nöronal faaliyete çok önemli etki yapabildiği, nöronların çetrefilli doğasına da işaret edebilirler.[74]

---

[73] Bu tespit §1.8'deki tartışmayla uyumlu olarak nitelendirilmelidir; analog sistemlerin dijital yöntemlerle ele alınabileceği şeklindeki olağan varsayımla uyumludur. 1. Bölüm'ün 12. dipnotundaki referanslara da bakınız.

[74] Nöronların bir zamanlar düşünüldüğü gibi sadece açma/kapama anahtarları olmayabilecekleri fikri çeşitli çevrelerde daha fazla taraftar kazanıyor gibi gözüküyor. Örneğin *bkz.* Scott (1977), Hameroff (1987), Edelman (1989) ve Pribram (1991) tarafından yazılan kitaplar. 7. Bölümde Hameroff'un bazı fikirlerinin bizim için kritik bir önem taşıdığını göreceğiz.

Salt alışılageldik sinir uyarıları üzerinden açıklanamayan "tınlaşım etkileri" gibi doğrudan elektromanyetik etkilere vurgu yapabilir ya da kuantum belirsizliklerinin veya yerel olmayan kolektif kuantum etkilerinin ("Bose–Einstein yoğuşması" gibi olguların[75]) oynadığı role dikkat çekerek kuantum kuramsal etkilerin beyin faaliyetinde önemli olduğunda ısrar edebilirler.

Kesin matematik teoremlerine duyulan ihtiyaç halen daha çok büyük olmasına karşın,[76] var olan fizik kuramlarının hepsinin doğası itibariyle (kuantum ölçümlerinin varlığıyla uyumlu olarak belki de ek bir seyrek görülen rastlantısal bileşenle birlikte) temelde hesaplamalı olduğu konusunda çok büyük bir kuşku yok gibi görünüyor. Bu beklentiye rağmen ben fiziksel sistemlerde mevcut fizik kuramları gereğince hareket eden hesaplamalı olmayan (rastlantısal olmayan) faaliyet olasılığının halen daha ayrıntılı çalışılması gereken çok ilginç bir konu olduğuna inanıyorum. Burada bazı sürprizler karşımıza çıkabilir ve yapılacak ayrıntılı matematiksel araştırmalar sonucunda hemen göze çarpmayan hesaplamalı olmayan bir bileşenin varlığı ortaya çıkabilir. Fakat şu anki durumda mevcut fizik yasaları kapsamında hakiki hesaplanamazlığın bulunabilmesi bana pek olası gelmiyor. Bu nedenle yukarıdaki argümanların insanın zihinsel etkinliğinde bulunmasını istediği hesaplanamazlığa yer açılması için, yasaların içerisindeki zayıf noktaların araştırılmasının zorunlu olduğu inancındayım.

Bu zayıf noktalar nelerdir? Mevcut kuramın neresine saldırmamız gerektiği konusunda benim zihnimde pek az kuşkuya yer var; çünkü onun en zayıf halkası yukarıda bahsi geçen "kuantum ölçümü" işleminde bulunuyor. Mevcut kuramda, var olan "ölçüm" işleminin bütünüyle bağlantılı bir tutarsızlığın (ve kesinlikle bir uyuşmazlığın) unsurları görülebiliyor. Verili koşullar altında bu işlemin hangi aşamada uygulanacağına bile yeterince açıklık getirilememiş durumda. Üstelik işlemde özsel bir rastlantısallığın olması bize diğer temel süreçlerden aşina olduklarımızdan açıkça

---

[75] Fröhlich (1968, 1970, 1975, 1984, 1986); bu fikirlerin takipçileri Marshall (1989), Lockwood (1989), Zohar (1990) ve diğerleri oldu. Bizim için de önemli olacaklar; krş. §7.5. Ayrıca krş. Beck ve Eccles (1992).

[76] *Bkz.* örneğin Smith ve Stephenson (1975), Pour–El ve Richards (1989), Blum vd. (1989) ve Rubel (1989).

tamamen farklı karakterde bir fiziksel faaliyet sağlıyor. Bu konuları II. Kısımda uzun uzadıya tartışacağım.

Benim görüşüme göre bu ölçüm işlemi, fizik kuramı çerçevesinin kendisinde özsel değişikliklere ihtiyaç duyulması nedeniyle büyük bir dikkat gerektiriyor. Bu konuda bazı yeni fikir ve öneriler II. Kısımda ileri sürülecektir (§6.12). Bu kitabın I. Kısmında aktardığım uslamlama, mevcut ölçüm kuramının saf *rastlantısallığının* yerine *hesaplanamaz* bileşenlerin temel bir rol oynayacağı başka bir şeyin koyulmak zorunda olması olasılığına güçlü bir destek veriyor. Üstelik daha sonra göreceğimiz üzere (§7.9), bu hesaplanamazlığın özellikle gelişkin bir türde olması gerekiyor. (Örneğin fiziksel bir süreç yoluyla "yalnızca" Π_1–tümcelerinin doğruluğu konusunda karar vermemize, başka bir deyişle Turing'in "sonlanma probleminin" çözümüne izin veren bir yasa kendi başına yeterli olmayacaktır.)

Bu kadar gelişkin bir yeni kuramın bulunması kendi başına yeterli bir zorluk değilmiş gibi, bu farazi fiziksel davranışın beyin faaliyetiyle, beynin organizasyonu hakkında var olan bilginin sınırlılıkları ve güvenilirlik gereklilikleriyle tutarlı şekilde, hakiki bir bağlantısı olması için mantıklı bir temel de aramak zorundayız. Şu anki bilgilerimiz temelinde burada da ciddi tartışmaların olacağına hiç kuşku yoktur. Ancak II. Kısımda belirteceğim üzere (§7.4), nöronların hücre iskeletsel alt yapısıyla ilgili kuantum/klasik sınır çizgisinde önemli faaliyetlere daha önce düşünülenden çok daha büyük olasılık tanıyan ve benim KYU'nu yazdığım dönemde farkında olmadığım bazı hakiki olasılıklar vardır. Bu konular da II. Kısımda ele alınacaktır (§7.5–§7.7).

Mevcut fizik kuramı çerçevesi içerisinde aramamız gereken tek şeyin sadece *karmaşıklık olmadığını* yeniden vurgulamalıyım. Kimi kişiler örneğin devreye giren nöro-iletici maddelerin karmaşık kimyasal etkinlik ve devinimlerinin layığıyla simüle edilemeyeceğini iddia edeceklerdir ve bu beynin ayrıntılı fiziksel faaliyetini etkin hesaplamanın çok ötesine taşıyacaktır. Fakat benim burada hesaplanamaz davranış derken kastettiğim bu değildir. Beyin faaliyetini toplamda yöneten biyolojik yapı ve ayrıntılı elektriksel ve kimyasal mekanizmalar hakkındaki bilgilerimizin ciddi bir hesaplamalı simülasyon girişimi için bile oldukça ye-

tersiz olduğu elbette doğrudur. Üstelik var olan bilgimiz yeterli olmuş olsaydı bile, günümüzdeki makinelerin hesaplama gücü ve günümüzdeki programlama tekniklerinin seviyesi uygun bir simülasyonun akla uygun herhangi bir çalışma süresinde gerçekleştirilmesi için kuşkusuz yeterli olmazdı. Ama *ilkesel olarak* böyle bir simülasyon var olan modellerle uyumlu olarak kurulabilir ve nöro-iletici maddelerin kimyası, iletimlerini yöneten mekanizmalar, belirli çevresel koşullardaki etkililikleri, hareket potansiyelleri, elektromanyetik alan vb hepsi simülasyona dahil edilebilir. Dolayısıyla var olan fizik kuramının gerekleriyle tutarlı olduğu varsayılan bu genel türde mekanizmalar, belirtilen argümanların gerektirdiği hesaplanamazlığa sahip olamazlar.

Bu tür (teorik) bir hesaplamalı simülasyonun faaliyetinde elbette kaotik davranış unsurları olabilir. Ancak kaotik sistemler üzerine olan daha önceki tartışmamızda (§1.7, §3.10, §3.11, §3.22) simülasyonun belirli bir model beynin simülasyonu olmasını değil, yalnızca bir "tipik durum" olmasını istiyorduk. Zira yapay zekâda belirli bir bireyin zihinsel becerilerinin simüle edilmesi gerekmez; yalnızca (sonuçta) *tipik* bir bireyin zeki davranışının simüle edilmesine çalışılır. (Günümüzde yapılan hava durumu tahminlerinde de havanın bütün durumlarının değil, *bir* hava durumunun simülasyonunun istendiğini hatırlatalım!) Beynin modelinin temelinde yattığı ileri sürülen *mekanizmalar* bir kez bilindi mi, bu durumda yine bilinebilir bir hesaplamalı sisteme sahip oluruz; belki açıkça rastlantısal bileşenlere de sahiptir ama tüm bunları daha önceki tartışmalarımızda ele almış durumdayız.

Hatta bu argüman daha da ileri taşınabilir ve önerilen model beynin ilkel yaşam formlarından bir Darwinci evrim süreci sonucu ortaya çıkmış bir model beyin mi olduğu, her şeyin bilinen fiziğe göre ya da (John Horton Conway'in usta işi matematiksel "hayat oyunu"[77] tarafından sağlanan iki boyutlu örnek gibi) başka tür bir hesaplamalı model fiziğine göre mi ilerlediği sorulabilir. Bir "robot toplumunun" §3.5, §3.9, §3.19 ve §3.23'te tartışıldığı gibi bu Darwinci evrim sonucu olarak ortaya çıktığını hayal edelim. Burada yine §3.14–§3.21'deki argümanların uygulanacağı bir kap-

[77] Conway'in "hayat oyunu" hakkında güzel aktarımlar için *bkz.* Gardner (1970), Poundstone (1985) ve Young (1990).

samlı hesaplamalı sisteme sahip olmamız gerekir. Bu durumda "☆–iddiası" kavramının bu hesaplamalı sistem içerisinde yerini alabilmesi ve böylece yukarıdaki argümanları ayrıntılı olarak uygulayabilmemiz için, "☆" onayının kesin anlamının robotlara aşılanması için bir "insan müdahalesi" aşamasına ihtiyaç duymamız gerekecektir. Bu aşama, robotlar etkili ölçütler temelinde karar verilecek şekilde uygun iletişimsel becerileri edinmeye başladıklarında gerçekleşecek tarzda otomatik olarak başlatılabilir. Tüm bunların bilinebilir (hesaplamanın öngörülebilir bir bilgisayarda yapılmasının pratik bir konu olması gerekmemesine rağmen, mekanizmaların bilinebilir olması anlamında) bir hesaplamalı sistem içerisinde otomatize edilememesinin bir nedeni yok gibi gözüküyor. Daha önceki gibi yine böyle bir sistemin Gödel teoremini anlamaya yeterli bir insan anlama düzeyine ulaşması varsayımından bir çelişki elde ediyoruz.

Benim burada dayandığım argümanlara benzer matematiksel argümanların psikoloji alanıyla ilişkisi açısından kimi insanların ifade ettiği bir başka kaygı noktası da, insanın zihinsel faaliyetinin asla bu şekilde analiz edilecek kadar kesin olmamasıdır. Bu kişiler beyinlerimizin faaliyetinin temelinde yatabilecek fiziğin matematiksel doğasıyla ilgili bu ayrıntılı argümanların insan zihninin eylemlerini kavrayışımızla bir ilgisi olamayacağı şeklinde bir hisse sahiptirler. Onlar da insan davranışının "hesaplanamaz" olduğu düşüncesindedirler ama bunun yalnızca matematiksel fizik konuları ile insan psikolojisiyle ilgili sorunlar arasındaki genel münasebetsizliği yansıttığını iddia ederler. Beyinlerimizin ve aynı zamanda toplumumuzun ve eğitimimizin olağanüstü ölçüde karmaşık organizasyonunun konuyla ilişkisinin, insan beyninin karmaşık işleyişini yöneten bazı teknik ayrıntılardan sorumlu olabilecek belirli bir fizikten çok daha fazla olduğunu (mantıksız da olmayacak şekilde) ileri sürerler.

Fakat karmaşıklığın tek başına, temelde yatan fizik yasalarının işaret ettiklerini inceleme ihtiyacını gereksiz kılmadığını da vurgulamak önem taşır. Örneğin atletizmle uğraşan bir insan son derece karmaşık bir fiziksel sistemdir ve böyle bir argümandan yola çıkarak temelde yatan fiziksel yasaların ayrıntılarının atletin performansıyla çok az bir ilişkisi olduğu hayal edilebilir. Ama bu-

nun gerçekte böyle olmadığını biliriz. Enerjinin ve momentumun ve açısal momentumun korunumu ve kütleçekim çekmesini yöneten yasaların devamlılığını güvence altına alan genel fizik ilkeleri, bir bütün olarak atlet üzerinde olduğu gibi, atletin bedenini oluşturan tekil parçacıklar üzerinde de bir kontrole sahiptir. Bunun böyle olması gerektiği gerçeği, evrenimizi yönetiyor olan ilkelerin kendine has özelliklerinden doğar. Bu ilkelerdeki çok ufak bir değişiklikte bile (ya da Conway'in "hayat oyununda" olduğu gibi çok büyük değişikliklerde), bir atletin karmaşık sisteminin davranışını sınırlandıran yasalar çok rahatlıkla *tümüyle* farklı olabilirdi. Aynısı kalp gibi bir iç organın işleyişi ya da farklı sayısız biyolojik eylemi yöneten ayrıntılı kimya için de söylenebilir. Benzer şekilde beyin etkinliğinin temelinde yatan yasaların ayrıntılarının, insan zihinselliğinin en bariz dışavurumlarının bile kontrol edilmesinde son derece büyük bir önem taşıması beklenmek zorundadır.

Yine de tüm bunları kabul ettiğimizde bile, insan matematikçilerin bariz ("yüksek düzey") davranışı hakkındaki, benim burada ilgilendiğim türdeki uslamlamanın, altında yatan ayrıntılı fizik hakkında önemli bir şey yansıtmasının pek muhtemel olmadığı ileri sürülebilir. Nihayetinde "Gödelci" argüman türü, kişinin "tartışılmaz" matematiksel inanç yapısına dönük çok sıkı bir rasyonel yaklaşım gerektirirken, normal insan davranışı hemen hiçbir zaman Gödelci argümanın uygulanabileceği kesin rasyonel türde olmaz. Örneğin bazı psikolojik deneylerin[78] insan deneklerin şu tür sorulara verdikleri yanıtların ne kadar irrasyonel olabileceğini gösterdiği vurgulanabilir:

> "Eğer bütün A'lar B'yse ve bazı B'ler C'yse, buradan bazı A'ların C olduğu sonucu kesin olarak çıkar mı?"

Bu tür örneklerde üniversite öğrencilerinin çoğu yanlış yanıt vermiştir ("evet"). Eğer ortalama üniversite öğrencileri düşünüşlerinde bu kadar mantıksızsa, bu durumda çok daha sofistike bir uslamlama türü olan Gödelci uslamlamadan nasıl olup da değerli bir sonuç elde edebildiğimiz çok rahat sorgulanabilir. Eğitimli matematikçiler bile sık sık üstünkörü akıl yürütebilirler ve yer yer

[78] Broadbent (1993) içerisinde tartışılmaktadır.

kendilerini Gödelci karşı argümanlar uygulanabilir hale gelecek kadar tutarlı ifade ettikleri de görülebilir.

Ancak bu kitabın ana argümanlarının, yukarıdaki araştırmada bahsi geçen üniversite öğrencilerince yapılan türdeki hatalar hakkında olmadığına da açıklık getirilmelidir. Böylesi hatalar "düzeltilebilir hatalar" başlığı altına girer ve üniversite öğrencileri bu hatalar kendilerine gösterildiğinde (ve gerekiyorsa ayrıntılı olarak açıklandığında) gerçekten de hatalarının *hata olduğunu* anlarlar. Düzeltilebilir hatalar bizim asıl konumuz değildir; bu konuda özellikle Q13 ve §3.12, §3.17'deki tartışmaları hatırlatalım. İnsanların yaptığı hatalar üzerine yapılan çalışmalar psikoloji, psikiyatri ve fizyolojide önem taşıyor olsa da, ben burada tamamen farklı bir mesele kümesiyle, insan anlamasının, uslamlamasının ve sezgisinin kullanımı yoluyla *ilkesel olarak* neyin anlaşılabildiğiyle ilgileniyorum. Bu konuların da, taşıdıkları incelik hemen göze çarpmasa da, incelikli konular olduğu ortaya çıktı. İlk başta bu sorular abesle iştigal gibi göründü, çünkü doğru uslamlama elbette sadece doğru uslamlamadır; bu hemen herkes tarafından görülebilecek bir şeydir ve 2300 yıl önce de Aristoteles tarafından (ya da olmadı 1854 yılında matematiksel mantıkçı George Boole tarafından) aydınlığa kavuşturulmuştur! Ancak "doğru uslamlamanın" son derece incelikli bir şey ve gerçekten de Gödel'in (Turing'le birlikte) gösterdiği gibi saf hesaplamalı eylemin ötesinde olduğu ortaya çıkmıştır. Bu konular geçmişte psikologlardan çok matematikçilerin alanına giriyordu ve konunun içerdiği incelikler de genel olarak psikologların odak noktası olmadı. Fakat bunların bilinçli olarak anladığımız şeylerin temelinde yatan süreçlerin kökeninde olması gereken nihai fiziksel eylemler hakkında bizi bilgilendiren konular olduklarını gördük.

Bu konular aynı zamanda matematiksel felsefenin derin sorunlarına da temas etmektedir. Matematiksel anlama bir çeşit önceden var olan Platonik matematiksel gerçekliği mi temsil etmektedir yoksa mantıksal argümanlarımız üzerinde düşünürken her birimiz matematiksel kavramların hepsini bağımsız olarak yeniden mi yaratıyoruz? Fizik yasaları bu kadar kesin ve incelikli matematiksel betimlemeleri neden bu kadar sıkı şekilde takip eder gibi görünüyor? Fiziksel gerçeklik bu Platonik matematiksel

edimsellik konusuyla nasıl ilişkileniyor? Eğer algılarımızın, anladıklarımızın yapısının beyinlerimizin işleyişini yöneten yasaların da temelinde yatan ayrıntılı ve kesin bir matematiksel alt yapıya dayandığı doğruysa, bu fizik yasalarının derin şekilde anlaşılması sayesinde matematiği (ya da *herhangi bir şeyi*) anlıyor olmamızdan hangi sonuçları çıkartabiliriz?

Bu soruların yanıtlarını bulmak esas amacımız ve bunlara II. Kısmın sonunda yeniden dönmemiz gerekecek.

2. Kısım

ZİHNİ ANLAMAK İÇİN YENİ FİZİĞİN HANGİ YÖNLERİNE İHTİYAÇ DUYUYORUZ?

Hesaplanamaz Bir Zihin Fiziği Arayışı

4

KLASİK FİZİKTE ZİHNİN YERİ VAR MI?

4.1 Zihin ve fizik yasaları

Bizler (bedenlerimiz ve zihinlerimiz) olağanüstü kesinlikte, son derece incelikli ve enginlere uzanan matematiksel yasalara itaat eden bir evrenin parçasıyız. Fiziksel bedenlerimizin bu yasalar tarafından kusursuzca sınırlanmış olması, bugün modern bilimsel yaklaşımın kabul gören bir parçası haline geldi. Peki ya zihinlerimiz? Birçok kişi zihinlerimizin de bu aynı matematiksel yasalar uyarınca sınırlanmış olabileceği varsayımını son derece rahatsız edici buluyor. Gerçi beden ile zihin arasında net bir ayrım yapmak durumunda kalmak da (biri fiziğin matematiksel yasalarına tabiyken, diğerinin kendi özgürlüğüne sahip olmasına izin verilmiş olması) farklı bir yönden rahatsız edici olacaktır. Zira zihinlerimizin bedenlerimizin davranış biçimlerini etkilediği kesin olduğu gibi, bedenlerin fiziksel durumlarından da etkilendiği kesindir. Eğer zihin fiziksel beden üzerinde etkide bulunamaz ve ondan etkilenmez olsaydı, zihin kavramının özsel amacı boşa düşmüş gibi olurdu. Dahası eğer zihin yalnızca bedenin bir yan ürünü olan ama onun üzerinde yeniden bir etkide bulunamayan bir "epifenomen"* (beynin fiziksel durumunun özel ama edilgen bir özelliği) ise, o halde bu zihne sadece hüsran dolu etkisiz bir rol olanağı tanıyor gibi gözükebilir. Ama zihin bedeni, bedenin bilimsel fizik yasalarının sınırlarının dışında hareket etmesine neden olacak biçimlerde etkileyebiliyor olsaydı, bu durumda bu bahsi geçen bilimsel fizik yasalarının kesinliğini tamamen bozardı. Bu nedenle zihnin ve bedenin tamamıyla bağımsız türde yasalara uydukları şeklindeki tümüyle "düalistik" yaklaşımı savunmak zordur. Bede-

* ikincil, yan, gölge olgu –çn.

nin eylemini yöneten bu fiziksel yasalar zihnin bedenin davranışını devamlı olarak etkileyebildiği bir özgürlük alanına izin verse bile, bu özgürlüğün özgün doğasının kendisi de bu fiziksel yasaların önemli bir bileşeni olmak zorundadır. Zihni kontrol eden ya da betimleyen her neyse bu da, aynı zamanda evrenimizin *maddi* özniteliklerinin hepsini yöneten tek büyük düzenlemenin içsel bir parçası olmak zorundadır.

Eğer zihni (maddeden ayrıymış ve çok farklı türde ilkelere sahipmişçesine) başka tür bir tözmüş gibi ele alırsak bir "kategori hatası" yaptığımızı iddia edenler de vardır.[79] Bu kişiler maddi bedenin fiziksel bir bilgisayarla, zihnin de bir bilgisayar programıyla karşılaştırıldığı bir benzetmeye dikkatleri çekebilir. Bu tarz karşılaştırmalar uygun yerlerde gerçekten de faydalı olabilir ve farklı kavram türleri arasında böyle bir karıştırma yapıldığı açıkça kanıtlandığında, bundan kaçınmak için de büyük önem taşır. Buna rağmen zihin–beden konusunda gerçekleşebilecek bir "kategori hatasına" işaret etmekle yetinmek tek başına gerçek bir gizemi çözmeye yetmez.

Dahası fizikte ilk bakışta bir kategori hatası gibi gözükse de birbirleriyle eşitlenebilen bazı kavramlar vardır. Enerjiyle kütleyi denkleştiren Einstein'ın ünlü formülü $E = mc^2$ bile bunun bir örneğidir. Burada bir kategori hatası yapılmış gibi görünebilir; çünkü kütle gerçek maddi tözün ölçütüyken, enerji iş yapma potansiyelliğini betimleyen daha puslu soyut bir nicelik gibi gözükmektedir. Yine de ikisini birbirine bağlayan Einstein'ın formülü modern fiziğin mihenk taşıdır ve çeşitli tipte fizik işlemleriyle deneysel olarak doğrulanmıştır. Fizikten alınan ve kategori hatası gibi gözüken daha çarpıcı bir örnek *entropi* kavramında karşımıza çıkar (krş. örneğin KYU, Bölüm 7). Zira entropi esasen "bilgi" kavramının bir özelliği olarak çok öznel bir şekilde tanımlanır; buna rağmen entropinin de kesin matematiksel denklemlerdeki daha "maddi" başka fiziksel niceliklerle bağlantılı olduğu görülür.[80]

---

[79] Örneğin *bkz.* Dennett (1991), s. 49

[80] Buna örnek çok önemli denklemlerden biri "termodinamiğin birinci yasası"dır: $dE = TdS - pdV$. Buradaki E, T, S, p ve V sırasıyla enerji, sıcaklık, entropi, basınç ve bir gazın hacmidir.

Benzer biçimde "zihin" kavramını da açıkça başka fiziksel kavramlara bağlanabilecek şekilde en azından tartışmaya çalışmamızın yasak olmasını gerektiren bir neden yok gibi gözükmektedir. Özellikle de bilinç başka daha kesin fiziksel cisimlerle (en azından canlı uyanık insan beyinleriyle) bağlantılı olarak "orada" olan, var olan bir şey gibi gözükmektedir; dolayısıyla şu anda bilincin anlaşılmasından ne kadar uzak olursak olalım, bu olgunun bir tür muhtemel fiziksel betimlemesinin yapılmasını bekleyebiliriz. Bu kitabın 1. Kısmındaki tartışmadan elde ettiğimiz bir ipucu da özellikle bilinçli anlamanın bir tür algoritmik olmayan fiziksel eylem içermek zorunda olmasıdır; eğer elbette $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$ ya da $\mathscr{D}$ değil de, benim ısrarla lehine görüş geliştirmeye uğraştığım $\mathscr{C}$ yaklaşımıyla uyumlu bir görüş sahibi olacaksak (krş.§1.3). Aktardığım argümanlar en azından şu ana dek ikna olmalarına yeterli gelmemiş okurlardan bir süre daha sabretmelerini ve $\mathscr{C}$ savunuculuğunun bizi ne yönde bir keşfe yönelttiğini görmelerini istemek zorundayım. Olanakların kesinlikle beklendiği kadar elverişsiz olmadığını bulacak ve bu keşif alanında ilgi çekici çok sayıda yeni şey olduğunu göreceğiz. Bu keşif gezisinin ardından bu okurların da bu kitabın devamında (oldukça güçlü olduklarına inandığım) argümanlara daha sempatiyle bakabileceğini umut ediyorum. Öyleyse şimdi $\mathscr{C}$'yi kılavuz kabul ederek keşfimize başlayalım!

4.2 Günümüz fiziğinde hesaplanabilirlik ve kaos

Mevcutta kabul gören fizik yasalarının kesinlik ve kapsamı olağanüstüdür, yine de hesaplamalı olarak simüle edilemeyen bir faaliyetin varlığına ilişkin hiçbir ipucu içermezler. Buna rağmen bu yasaların izin verdiği olanaklar içerisinde beyinlerimizin işleyişinde bir şekilde faydalanılması gereken hesaplamalı olmayan bir gizli eylem için açık yer bulmayı denemek zorundayız. Bu hesaplanamazlığın muhtemel doğasının tartışılmasını şu an için daha sonraya bırakacağım. Bunun fark edilmesi ve tanımlanması özellikle zor bir türde olduğuna inanmak için nedenler var ve bu aşamada konunun içerisine dahil olacak meseleler yüzünden bir keşmekeş yaratmak istemiyorum. Konuya daha sonra döneceğim (§7.9, §7.10). Şu ana dek ister klasik ister kuantum olsun fizik ku-

ramlarımızda bize sunulanlardan esas itibariyle farklı bir şeye gereksinim duyduğumuzu söylemek yeterli olacaktır.

Klasik fizikte belirli bir zamanda bir fiziksel sistemi tanımlamak için gereken bütün veriler belirtilebilir ve bu sistemin gelecekteki evrimi tamamıyla belirlenmekle kalmaz, aynı zamanda bu Turing hesaplamasının etkili yöntemlerince *hesaplanabilir*. Böyle bir hesaplama iki (birbiriyle ilişkili) koşula bağlı olarak en azından *ilkesel olarak* gerçekleştirilebilir. Birinci koşul başlangıç verilerinin, kuramın sürekli parametrelerinin yeterli bir yaklaştırım derecesinde *ayrık* parametreler tarafından değiştirilebilmesine yetecek ölçüde sayısallaştırılabilmesinin mümkün olmasıdır. (Aslında klasik sistemlerin bilgisayar simülasyonlarında normalde yapılan da budur.) İkinci koşul birçok fiziksel sistemin *kaotik* olması gerçeğiyle ilgilidir; kaotikten kasıt, gelecekteki davranışı kabul edilebilir bir kesinlik derecesinde hesaplanacaksa, veriler için kesinlikle hiç makul olmayan bir hatasızlığa ihtiyaç duyulmasıdır. Daha önce fazlasıyla tartışılıp ele alındığı üzere (*bkz.* özellikle §1.7; ayrıca §3.10, §3.22) ayrık şekilde işleyen bir sistemde kaotik davranış bize burada ihtiyaç duyulan "hesaplanamazlık" türünü *sağlamamaktadır*. Kaotik (ayrık) bir sistem, kesin olarak hesaplanması zor olsa da, yine de hesaplanabilir bir sistemdir; bunun somut tanıklığı böylesi sistemlerin normalde pratikte elektronik bilgisayarlar aracılığıyla araştırılmaları gerçeğidir! Birinci koşul ikinciyle bağlantılıdır; çünkü kuramın sürekli parametrelerine ayrık yaklaştırımlarımızın kesinlik derecesinin "yeterli" olduğunu düşünüp düşünmediğimiz konusu, bir kaotik sistemde onun *asıl* davranışını hesaplamakla mı, yoksa bu tarz bir sistemin sergileyeceği *tipik* davranışla mı ilgilendiğimize bağlıdır. Sadece ikincisiyse (1. Kısımda belirttiğim gibi yapay zekâ için ihtiyaç duyduğumuz şey budur), bu durumda ayrık yaklaştırımlarımızın mükemmel olmayışından ve başlangıç verilerindeki küçük hataların sistemin sonraki davranışında çok büyük hatalara yol açabilmesinden kaygı duymamıza gerek kalmaz. Eğer ihtiyaç duyduğumuz sadece *buysa*, o zaman yukarıdaki koşullar 1. Kısımdaki tartışmalarla uyumlu olarak herhangi bir tamamen klasik fiziksel sistemde ihtiyaç duyulan türde bir hesaplanamazlığın ciddi bir olasılık olmasına izin vermiyor gibi görünüyor.

Fakat (fiziksel davranışı modellediği kabul edilen) sürekli bir matematiksel sistem tarafından sergilenen kesin kaotik davranışın içerisinde herhangi bir ayrık yaklaştırım tarafından *yakalanamayan* bir şeyin olması olasılığının da göz ardı edilmemesi gerekir. Böyle bir sistemin olduğu bilgisine sahip değilim, ama böyle bir sistem olsa bile bunun (alanın şu anki durumu itibariyle) YZ'ya bir faydası dokunmaz, çünkü var olan YZ da *ayrık* hesaplama (diğer bir deyişle analog değil, dijital hesaplama; krş. §1.8) yoluyla modellemeye dayalıdır.

Kuantum fiziğindeyse, kuantum kuramı denklemlerinin (temelde Schrödinger denklemi) sağladığı belirlenimci (ve hesaplanabilir) davranışa ilaveten tamamıyla *rastlantısal* şekilde davranma özgürlüğü vardır. Teknik olarak bu denklemler kaotik *değildir*, ama kaosun yokluğunun yerini daha önce bahsettiğimiz belirlenimci evrime ilave olan rastlantısal bileşenlerin varlığı almıştır. Daha önce, özellikle §3.8'de gördüğümüz üzere bu tarz tamamıyla rastlantısal unsurlar da bize ihtiyaç duyulan algoritmik olmayan eylemi sağlamazlar. Bu nedenle şu anda anlaşıldığı biçimiyle ne klasik fizik ne de kuantum fiziği gereksinim duyduğumuz hesaplanamaz davranışa olanak tanımamaktadır; dolayısıyla ihtiyaç duyduğumuz hesaplanamaz faaliyeti başka yerde aramak zorundayız.

4.3 Bilinç: Yeni fizik mi, "beliren olgu" mu?

1. Kısımda (matematiksel anlamanın gerçekleştiği özel durumda) *bilinç* olgusunun yalnızca beyinde gerçekleşen bazı hesaplamalı olmayan fiziksel işlemlerin varlığı koşullarında ortaya çıkabildiğini ileri sürdüm. Fakat bu tür (farazi) hesaplamalı olmayan işlemlerin *aynı zamanda* cansız maddenin eylemine içsel olması gerektiği de varsayılmak zorundadır, çünkü canlı insan beyinleri nihayetinde evrenin cansız maddeleriyle aynı fizik yasalarına uymakta, aynı malzemeden oluşmaktadır. Bu yüzden iki şeyi sormak zorundayız. Birincisi bilincin uygun başka fiziksel sistemler içerisinde de olabilme olasılığını göz ardı etmememiz gerekse de, bilinç olgusu bildiğimiz kadarıyla neden *yalnızca* beyinlerde (ya da beyinlerle bağlantılı olarak) gerçekleşiyor gibi gözükmektedir?

İkincisi bütün maddi şeylerin eylemlerine (en azından potansiyel olarak) içsel olduğu varsayılan hesaplamalı olmayan davranış gibi görünüm itibariyle bu kadar önemli (farazi) bir bileşenin şimdiye kadar fizikçilerin dikkatinden tamamıyla kaçmayı nasıl başarabildiğini sormak zorundayız.

İlk sorunun yanıtının beynin zor anlaşılan ve karmaşık düzeniyle bir ilişkisi olduğuna hiç kuşku yok, ama bu da tek başına yeterli bir açıklama sağlamamaktadır. Burada ileri sürdüğüm fikirlere uygun olarak olağan malzemeler böyle düzenlenmiş değilken, beynin organizasyonu fizik yasalarındaki hesaplanamaz eylemden faydalanmak üzere ayarlanmış olsa gerektir. Bu betimleme bilincin doğası hakkında genel olarak ifade edilen görüşten[81] (temelde $\mathcal{A}$ yaklaşımı) önemli ölçüde farklıdır; bu genel görüşe göre bilinçli farkındalık yalnızca yeterli derecede eylem karışıklık ve karmaşıklığının bir özelliği olarak karşımıza çıkan bir tür "beliren olgu"dur ve altında cansız maddenin davranışından zaten aşina olduğumuzdan temel olarak farklı herhangi bir özel, yeni fiziksel işlem yatması gerekmez. 1. Kısımda sunulan sav farklı bir değerlendirme yapmaktadır ve beynin içinde öngörülen hesaplanamaz fizikten faydalanmak üzere özel olarak ayarlanmış, güç algılanan bir organizasyonun zorunlu varlığını gerektirir. Bu organizasyonun özellikleri hakkında ileride daha ayrıntılı başka yorumlar getireceğim (§7.4–§7.7).

İkinci soruya gelirsek, bu tür bir hesaplanamazlığın izlerinin fark edilemeyecek bir düzeyde cansız maddede de var olmasını beklememiz gerekir. Yine de olağan maddeler fiziği, en azından ilk bakışta, bu tür bir hesaplanamaz davranışa imkân vermiyor gibi gözüküyor. İleride bu tür bir hesaplanamaz davranışın da nasıl dikkatlerden kaçmış olabileceğini ve bu tür bir davranışın günümüzdeki gözlemlerle nasıl uyumlu olabildiğini ayrıntılı olarak açıklamaya çalışacağım. Fakat şu an için *bilinen* fizikteki oldukça farklı ama bir bakıma da yakından benzerlik kurulabilen bir olguyu betimlemek faydalı olacaktır. Herhangi türde bir hesaplamalı davranışla bağlantılı (ya da en azından *doğrudan* bağlantılı) olmamasına rağmen, bu bilinen fiziksel olgu diğer yönlerden bizim farazi hesaplanamaz bileşenimize çok benzerdir; olağan cisimle-

[81] Örneğin Dennett (1991).

rin ayrıntılı davranışında (aslında var olmasına rağmen) hiç seçilemez durumdaki bu olgu uygun bir düzeyde görünür olmaktadır ve görünen o ki, evrenin işleyişine ilişkin anlayışımızı kökünden değiştirmiştir. Hikâyemiz aslında bilimsel yürüyüşümüz açısından merkezi önemdedir.

4.4 Einstein *eğimi*

Isaac Newton'dan bu yana *kütleçekim* dediğimiz fiziksel olgu ve onun (ilk kez 1687'de Newton tarafından tam olarak ortaya atılan) muhteşem kesinlikteki matematiksel betimlemesi bilimsel düşüncenin gelişiminde kilit bir rol oynadı. Bu matematiksel betimlemenin doğrulanmasıyla birlikte kütleçekim diğer fiziksel süreçlerin betimlenmesi için de güzel bir model oldu. Bu modelde, sabit (düz) bir ardalan uzayından geçen cisimlerin hareketleri, bu cisimler üzerinde etki eden kuvvetlerce kesin bir şekilde kontrol edilir biçimde algılanmakta ve bu kuvvetlerin tekil parçacıklar arasında karşılıklı çekim (ya da itki) olarak işleyerek bütün hareketleri en ince ayrıntısına dek kontrol ettiği düşünülmektedir. Newton'ın kütleçekim kuramının müthiş başarısı sayesinde bundan böyle *bütün* fiziksel süreçlerin bu şekilde betimlenebileceği düşünüldü; elektrik, manyetik, moleküler ve diğer kuvvetler de kütleçekim örneğinde bu kadar harika işlediği görülen aynı genel biçimde, parçacıklar arasında etkimekte ve bunların kesin hareketlerini kontrol etmekteydi.

İskoçyalı fizikçi James Clerk Maxwell 1865 yılında elektrik ve manyetik alanların kesin davranışlarını betimleyen dikkat çekici bir denklemler kümesi yayımladığında bu betimleme çok çarpıcı bir değişikliğe uğradı. Bu sürekli alanlar çeşitli ayrık parçacıkların yanı sıra artık kendi başlarına bağımsız bir varoluşa sahiptiler. (Artık bu iki alanın bileşimine verilen yeni adıyla) elektromanyetik alan, normalde boş uzay olan yerden ışık, radyo dalgaları ya da X–ışınları vs formunda enerji taşıyarak iletmeyi başarmaktadır ve bu bir arada var oldukları kabul edilen Newton'ın parçacıklarıyla aynı muhteşemlikte bir gerçekliğe sahiptir. Buna rağmen genel betimleme halen sabit bir uzayda karşılıklı etkileşimlerinin etkisi altında hareket eden fiziksel cisimler (buna şimdi sürekli

alanlar da eklenmiştir) şeklindedir; dolayısıyla Newtoncı şema tarafından sunulan büyük resim esasen değişmemişti. 1913–1926 yılları arasında Niels Bohr, Werner Heisenberg, Erwin Schrödinger, Paul Dirac ve diğerleri tarafından ortaya atılan kuantum kuramı bile bütün devrimci acayipliğine rağmen bizim fiziksel dünya görüşümüzün bu yönünü değiştirmedi. Fiziksel cisimler halen her şeyin aynı sabit, düz ardalan içerisinde yer almasıyla kuvvet alanları yoluyla birbirleri üzerinde karşılıklı olarak etki eden şeyler olarak ele alınıyordu.

Kuantum kuramındaki bu ilk gelişmelerle eşzamanlı olarak Albert Einstein Newtoncı kütleçekimin bu temel yapısını derinden yeni bir araştırmaya tabi tuttu ve en sonunda 1915 yılında tamamen farklı bir betimleme sunan devrimci bir *yeni* kuramla ortaya çıktı: Genel görelilik kuramı (krş. KYU, s:202–211). Artık kütleçekim bir kuvvet dahi olmaktan çıkıyor, bize tüm diğer parçacıkların ve kuvvetlerin içerisinde yer aldığı uzayın kendisinin (aslında uzayzamanın) bir tür *bükülmesi* olarak sunuluyordu. Fizikçilerin hepsinin bu rahatsızlık verici yaklaşımdan mutluluk duyduğu söylenemez. Bazı fizikçiler özellikle de kütleçekim bütün diğer fizik kuramlarının model aldığı başlangıç paradigmasını sağladığı için, kütleçekimin bütün diğer fiziksel eylemlerden bu kadar farklı biçimde ele alınmaması gerektiğini düşünüyordu. Bir başka kaygı noktası da, kütleçekimin diğer fiziksel kuvvetlerle karşılaştırıldığında olağanüstü derecede zayıf olmasıydı. Örneğin bir hidrojen atomu içerisindeki bir elektron ile bir proton arasındaki kütleçekim kuvveti, aynı iki parçacık arasındaki elektrik kuvvetinden yaklaşık olarak şu oranda küçüktür:

1/ 28.500.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000

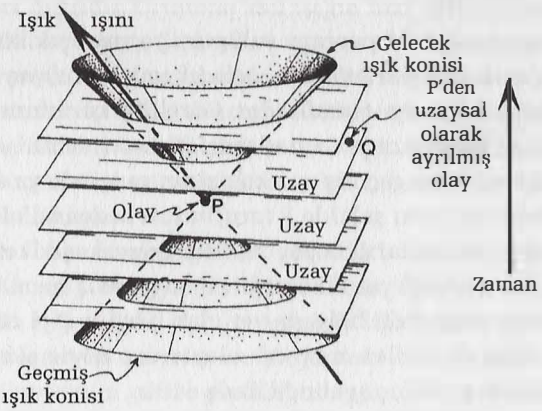
Bu nedenle kütleçekim maddeyi oluşturan tekil parçacıklar düzeyinde fark edilemeyecek kadar küçüktür!

Yer yer akla gelen soru şuydu: Belki de kütleçekim işin içine giren bütün diğer kuvvetlerin tam olarak olmasa da, hemen hemen tümüyle birbirini götürmesinden ortaya çıkan bir tür *kalıntı* etki olamaz mıydı? (Gerçekten bu doğada olan bazı kuvvetlerin olduğu bilinmektedir; van der Waals kuvveti, hidrojen bağı, London kuvveti gibi.) Bu doğrultuda kütleçekim tüm diğer kuv-

Kütüphanesi

vetlerden tamamıyla farklı bir matematiksel yolla betimlenmesi gereken, diğer her şeyden tamamen farklı bir fiziksel olgu olmak yerine, aslında kendi başına bir şey olarak bile var olmayan, bir tür "beliren olgu" olacaktı. (Örneğin büyük Sovyet bilim insanı ve hümaniteryen Andrei Sakharov bir dönem bu özelliklere sahip bir kütleçekim görüşü ileri sürmüştür.[82])

Fakat bu tür bir fikrin *işe yaramadığı* ortaya çıktı. Bunun temel nedeni kütleçekimin uzayzaman olayları arasındaki *nedensel* ilişkileri etkilemesiydi ve bu etkiye sahip olan *tek* fiziksel nicelik de odur. Bunu ifade etmenin bir başka şekli de kütleçekimin özel bir ışık konilerini "eğme" kapasitesine sahip olmasıdır. (Tüm bunların ne anlama geldiğini biraz sonra göreceğiz.) Kütleçekim *dışında* hiçbir fiziksel alan ya da kütleçekimsel olmayan fiziksel etkilerin hiçbir toplamı ışık konilerini eğemez.



Şekil 4.1 Bir *P* olayındaki *ışık konisi* uzayzamanda *P*'den geçen ışık ışınlarının hepsinden oluşur. *P*'nin içine doğru çekilen (geçmiş ışık konisi), ardından da tekrar dışa doğru açılan (gelecek ışık konisi) bir ışık parlamasının tarihini gösterir. *Q* olayı *P*'den *uzaysal olarak ayrılmıştır* (*P*'nin ışık konisinin dışında yer alır) ve *P*'nin nedensel etkisinin dışında yer alır.

"Işık konilerini eğmek" ne demektir? "Uzayzaman olayları arasındaki nedensel ilişkiler" nelerdir? Bu kavramları açıklamak için biraz konu dışına çıkmamız gerekecek. (Bu sapma daha sonra bi-

[82] Sakharov (1967), *krş.* Misner vd. (1973), s. 428.

zim için ayrı bir önem taşıyacak.) Kimi okurlar ilgili kavramlara aşina olabilir; ben sadece diğerlerini gereken fikirlerle tanıştırmak için kısa bir açıklama yapacağım. (Daha kapsamlı bir tartışma için *bkz.* KYU, Bölüm 5, s:194) Şekil 4.1'de bir uzayzaman diyagramı içerisinde olağan bir ışık konisini resmettim. Diyagramda zaman sayfanın alt tarafından üst tarafa doğru ilerliyor şekilde gösterilirken, uzay yatay olarak genişliyor şekilde gösterilmiştir. Uzayzaman diyagramındaki bir nokta, belirli bir andaki belirli bir uzamsal nokta bir *olayı* temsil etmektedir. Bu nedenle olaylar sıfır zamansal süreye ve aynı zamanda sıfır uzamsal uzama sahiptirler. Bir *P* olayını merkez alan *ışık konisinin* bütünü her zaman ışık hızında olmak üzere *P*'den içe doğru patlayan ve bu anda yeniden *P*'den dışa doğru patlayan küresel bir ışık darbesini temsil etmektedir. Bu nedenle *P*'nin ışık konisinin bütünü aslında bireysel tarihlerinde *P* olayıyla karşılaşan tüm bu ışık ışınlarından oluşmaktadır.

P'nin ışık konisi iki parçaya sahiptir; *geçmiş* ışık konisi[83] *içe* doğru patlayan ışık parlamasını, *gelecek* ışık konisiyse *dışa* doğru patlayan parlamayı temsil eder. Görelilik kuramına göre bir *P* uzayzaman olayı üzerinde *nedensel bir etki* sahibi olabilecek olayların hepsi *P*'nin geçmiş ışık konisinin ya içinde ya da üzerinde yer alanlardır; aynı şekilde *P tarafından* nedensel olarak etkilenebilecek olan olayların hepsi de *P*'nin gelecek ışık konisinin ya içinde ya da üzerinde yer alanlardır. Hem geçmiş hem de gelecek ışık konisinin dışındaki bölgede yer alan olaylar *P*'yi etkileyemediği gibi *P*'den de etkilenemeyecek olaylardır. Böyle olaylar *P*'den *uzaysal olarak* ayrılmış şeklinde ifade edilir.

Bu nedensel ilişki kavramlarının görelilik kuramına has bir özellikte olduğu ve Newtoncı fizikte geçerli olmadıkları belirtilmelidir. Newtoncı betimlemede bilginin aktarımında sınırlandırıcı bir hız yoktur. Bu tarz bir sınırlandırıcı hız yalnızca görelilik kuramında vardır ve bu hız ışığın hızıdır. Hiçbir nedensel etkinin bu sınırlandırıcı hızdan daha hızlı ilerleyememesi kuramın temel bir ilkesidir.

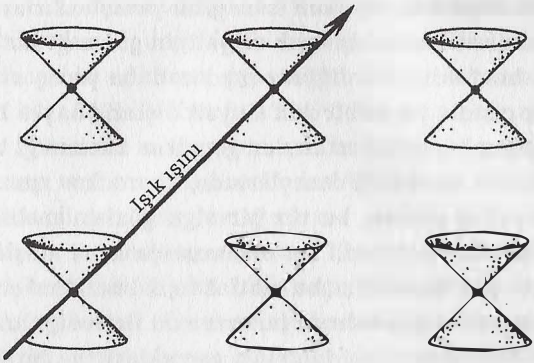
Burada "ışık hızı" denirken neyin kastedildiğini yorumlarken tedbirli davranmak da gerekmektedir. Aslında ışık sinyalleri kı-

[83] KYU'daki çizimlerde yalnızca ışık konilerinin gelecek kısımları resmedilmişti.

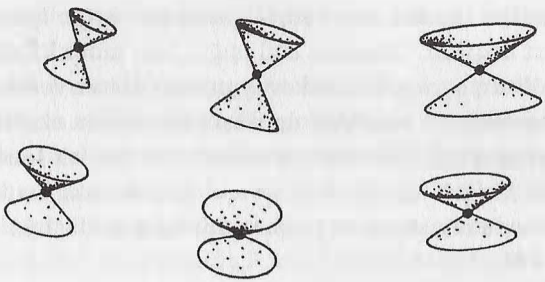
rınımlı bir ortamdan geçerken (cam gibi) yavaşlatılırlar. Böyle bir ortam içerisinde fiziksel bir ışık sinyalinin gideceği hız bizim burada "ışık hızı" adını verdiğimiz hızdan daha yavaş olacaktır ve fiziksel bir cismin ya da bir ışık sinyali dışında başka bir fiziksel sinyalin ışığın böyle bir ortamdan geçerken kazandığı hızı aşması mümkündür. Bazı fizik deneylerinde, Cherenkov ışıması olarak bilinen koşullar altında bu tür bir olgu gözlemlenebilir. Bu örnekte parçacıklar kırınımlı bir ortamın içerisine ateşlenir ve bu ortamda parçacıkların hızı, bu mutlak "ışık hızından" çok az daha düşüktür ancak ışığın aslında bu ortamda ilerlediği hızdan daha büyüktür. Asıl ışığın şok dalgaları gerçekleşir ve bu Cherenkov ışımasıdır.

Karışıklık yaratmamak için, bu daha büyük "ışık hızını" *mutlak* hız olarak adlandırmam daha iyi olacaktır. Uzayzaman içindeki ışık konileri mutlak hızı belirler, ama asıl ışığın hızını belirlemeleri şart değildir. Ortamda asıl ışığın hızı mutlak hızdan biraz daha düşüktür; ayrıca Cherenkov ışımasını üreten ve ortama ateşlenen parçacıkların hızından da düşüktür. Bütün sinyaller ya da maddi cisimler için hız sınırını sabitleyen mutlak hızdır (başka bir deyişle her bir ışık konisi) ve asıl ışık mutlak hızda hareket etmek zorunda olmamasına rağmen, bir vakum (boşluk) içinde her zaman mutlak hızda olur.

Burada bahsedegeldiğimiz "görelilik" kuramı, kütleçekimin dahil edilmemiş olduğu *özel* göreliliktir. Özel görelilikteki ışık konilerinin hepsi Şekil 4.2'de resmedildiği gibi tekdüze şekilde düzenlenmiştir ve uzayzaman *Minkowski* uzayı olarak düşünülmüştür. Einstein'ın *genel* göreliliğine göre biz "mutlak hızı" ışık konilerinin uzayzaman durumu tarafından belirlenmiş olarak kabul etmeye devam ettikçe, önceki tartışma geçerli olmayı sürdürür. Fakat kütleçekimin etkisi sonucunda ışık konileri Şekil 4.3'te resmedildiği üzere dağılımlarında *tekdüze olmayan* hale gelebilir. Benim yukarıda ışık konilerinin "yana yatması" dediğim şey budur.



Şekil 4.2 Minkowski uzayı: Özel göreliliğin uzayzamanı. Işık konilerinin hepsi tekdüze şekilde düzenlenmiştir.

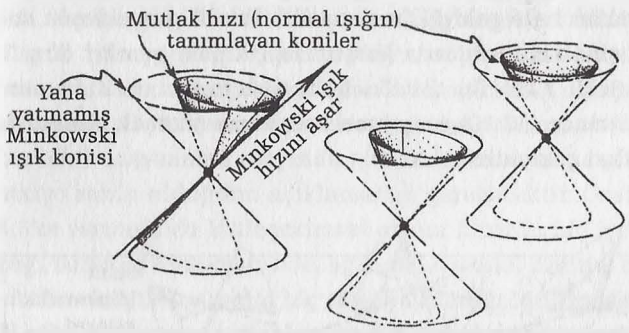


Şekil 4.3 Einstein'ın genel göreliliğindeki *yan yatmış* ışık konileri.

Bu ışık konisinin yan yatması üzerine düşünmeye çalışmanın nadir görülmeyen bir yolu, meseleye yerine göre ***değişen***, aynı zamanda hareketin yönüne de bağlı olan bir ışık hızı anlayışıyla yaklaşmaktır. Bu yolla "mutlak hızı" yukarıdaki kırınımlı ortam tartışmasında bahsedilen "asıl ışık hızına" benzer bir şey olarak düşünmeye çalışmak mümkün olabilir. Böylece kütleçekim alanının yalnızca asıl ışığın değil, aynı zamanda maddi parçacıkların ve sinyallerin ***hepsinin*** davranışını etkileyen bir çeşit her yere yayılan kırınımlı ortam sağladığını düşünebilmek olanaklı olur.[84] Gerçekten de kütleçekim etkilerinin bu tür betimlemelerine sık

[84] Newton'ın da böyle bir fikir ileri sürmüş olması dikkat çekicidir (*Bkz. Optics* 1730 içerisinde *Üçüncü Kitap*'taki *Sorgulamalar* 18–22).

sık başvurulmuştur ve bir dereceye kadar da başarılı olunmuştur. Fakat bu bütünü itibariyle başarılı bir betimleme değildir ve bazı önemli yönlerden bakıldığında bize genel göreliliğin ciddi şekilde yanlış yola götüren bir betimlemesini verir.

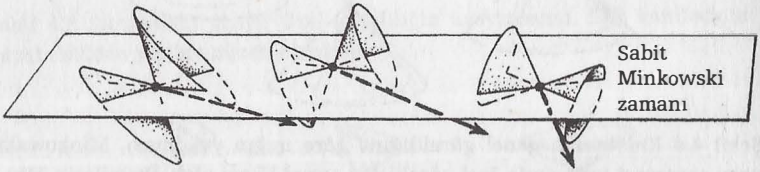


Şekil 4.4 Einstein'ın genel göreliliğine göre ışığın yayılması, Minkowski uzay çerçevesi içerisinde özel göreliliğin temel ilkesi olan sinyallerin Minkowski ışık hızından daha hızlı yayılamayacağı ilkesi çiğnenmeksizin "kırınımlı bir ortamın" etkisi olarak düşünülemez.

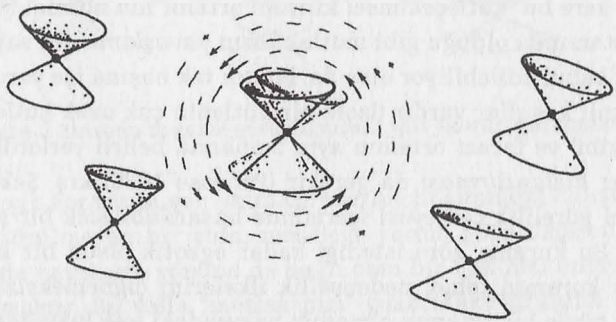
Bir kere bu "kütleçekimsel kırınım ortamı"nın normal bir kırınım ortamında olduğu gibi mutlak hızın *yavaşlamasını* sağladığı sık sık kabul edilebiliyor olsa da, bunun tek başına işe yaramadığı önemli koşullar vardır (izole bir kütlenin çok uzak kütleçekim alanı gibi) ve farazi ortamın aynı zamanda belirli yerlerde mutlak hızı *hızlandırması* da gerekir (Penrose 1980; krş. Şekil 4.4). Bu özel görelilik çerçevesi içerisinde başarılabilecek bir şey *değildir*. Bu kurama göre istediği kadar egzotik olsun bir kırınım ortamı kuramın temel nedensellik ilkelerini çiğnemeksizin sinyalleri böyle bir ortamın olmadığı vakumdaki ışık hızından daha hızlı olacak şekilde hızlandırmayı başaracak bir etkiye asla sahip olamaz, çünkü böyle bir hızlandırma sinyallerin (ortamsız) Minkowski ışık konilerinin dışına yayılmasına izin verecektir ki buna izin verilmez. Özelde de kütleçekimin yukarıda anlatıldığı şekliyle "ışık konisini yan yatırıcı" etkileri başka kütleçekimsel olmayan alanların kalıntı etkisi olarak yorumlanamaz.

Işık konisinin yan yatmasını bu tür bir biçimde betimlemenin, mutlak hızın bazı yönlerde "hızlandırılmış olmasına" izin vermiş

bile olsak, hiç mümkün olmadığı çok daha uç durumlar da vardır. Şekil 4.5'te bunun gerçekten de mümkün olmadığı bir durum gösterilmektedir; ışık konileri absürt görünen bir açıya ulaşana dek sağa eğmektedir. Aslında bu tür bir uç yan yatmanın yalnızca bir gözlemcinin kendi geçmişine sinyaller göndermesinin kuramsal olarak mümkün hale geldiği "nedensellik ihlali" gerçekleşen son derece tartışmalı durumlarda karşımıza çıkması gerekir (krş. 7. Bölümdeki Şekil 7.15). Bu tür fikirlerin tartışmamızın daha sonraki bölümlerinde (§7.10) gerçekten karşımıza çıkacak olması da oldukça dikkat çekicidir!



Şekil 4.5 İlkesel olarak ışık konisinin yan yatması ışık sinyallerinin Minkowski geçmişi içerisine yayılabileceği kadar uç olabilir.



Şekil 4.6 Uzayzamanın üzerine ışık konileri çizilmiş olan bir lastik çarşaf olduğunu hayal edin. Herhangi bir ışık konisi döndürülerek (lastik çarşafı da kendisiyle birlikte taşıyarak) standart bir Minkowski tarifine getirilebilir.

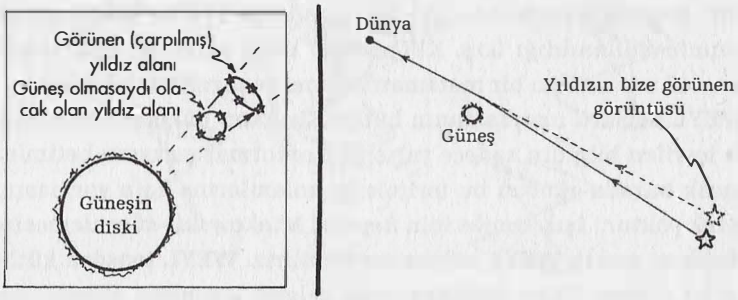
Tekil bir ışık konisinin "yan yatma derecesinin" fiziksel olarak ölçülebilir bir şey olmaması da önemli bir noktadır; dolayısıyla bunu mutlak hızın *hakiki* bir yavaşlaması ya da hızlanması olarak ele almak aslında hiçbir fiziksel anlam taşımaz. Bunu gösteren

en güzel betimleme, Şekil 4.3'ü lastik bir çarşaf üzerine çizilmiş bir resim olarak düşünmemiz olur. Bu durumda herhangi bir ışık konisi, özel göreliliğin normal Minkowski uzay betimlemelerinde olduğu gibi (Şekil 4.2) "dikey olarak" oturana dek tepe noktasından aşağıya–yukarıya doğru çevrilebilir ve eğilebilir (krş. Şekil 4.6). Herhangi bir yerel deney aracılığıyla ışık konisinin belirli bir olayda "yan yatmış" olup olmadığını söylemenin yolu yoktur. Yan yatma etkisinin gerçekten de bir "kütleçekimsel ortam" sayesinde olduğunu düşüneceksek, bu durumda bu ortamın neden herhangi bir tekil uzayzaman olayında gözlemlenemez olma gibi garip bir etkiye sahip olduğunu açıklamamız gerekecektir. Özelde de Şekil 4.5'te resmedilen kütleçekimsel ortam fikrinin hiç işe yaramayacağı bariz uç durumlar bile, eğer sadece tekil bir ışık konisini düşünürsek, ışık konisinin hiç yana yatmadığı Minkowski uzayındaki gibi bir durumda olanlardan fiziksel olarak hiç farklı değildir.

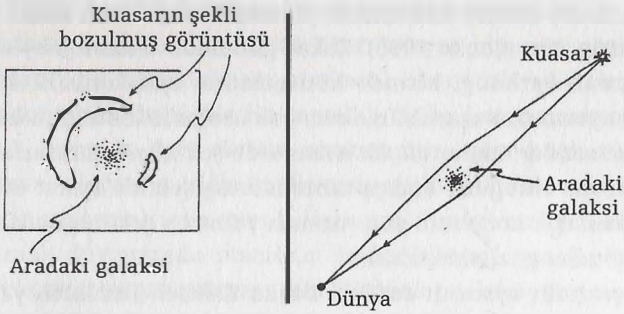
Genel olarak belirli bir ışık konisini Minkowski yönlenmesine çevirmemiz, sadece etrafındaki ışık konilerinin Minkowski yönlenmelerinin *bozulması* karşılığında mümkündür. Genel olarak ışık konilerinin hepsini Şekil 4.2'de resmedilen standart Minkowski düzenlemesi içerisine taşınacak şekilde lastik çarşafı deforme etmeyi olanaksız hale getiren bir "matematiksel engelleme" vardır. Dört boyutlu uzayzaman için bu engelleme KYU'da **WEYL** gösteriminin kullanıldığı (krş. KYU, s:210) Weyl açıkorur [konformal] tensörü adı verilen bir matematiksel nesne tarafından betimlenir. (**WEYL** tensörü uzayzamanın bütün Riemann bükülme tensöründe içerilen bilginin sadece yarısını (konformal yarısını) betimler; ancak burada okurun bu terimlerin anlamlarına kafa yormasına gerek yoktur.) Işık konilerinin *hepsini* Minkowski düzenlemesine ancak ve ancak **WEYL** sıfırsa çevirebiliriz. **WEYL** tensörü kütleçekim alanını ölçer (kütleçekimsel gelgitli çarpılma anlamında), dolayısıyla bu anlamda tam da ışık konilerinin yan yatmasını düzeltebilecek engellemeyi sağlayan *kütleçekim alanıdır*.

Bu tensör niceliği kesinlikle fiziksel olarak ölçülebilirdir. Ayın **WEYL** kütleçekim alanı örneğin ana katkısını dünyanın gelgit dalgalarının oluşumuna vererek gelgitli çarpıtmasını dünya üzerinde uygular (KYU, s:204, Şekil 5.25). Fakat yalnızca Newtoncı kütleçekim etkilerinin bir özelliği olan bu etki ışık konilerinin yana yat-

masıyla doğrudan ilişkili değildir. Bununla Newton'ın kütleçekim etkilerinin bir özelliği olan başka bir gözlemsel etki, *kütleçekimsel mercek* etkisi daha fazla alakalıdır. Kütleçekimsel merceklenmenin ilk gözlemlendiği örnek Arthur Eddington'ın 1919 yılında Principe adasına yaptığı çalışma gezisinde görülmüş ve yıldızların gözlenen ardalan bölgesinde güneşin kütleçekim alanı tarafından yaratılan şekil bozulması dikkatle not edilmiştir. Bu ardalan bölgesindeki yerel bozulma, asıl ardalandaki küçük bir dairesel örüntünün elips şeklinde gözlenen bir şekil kaybına uğramasıyla aynı özelliklere sahiptir (*bkz.* Şekil 4.7). Bu **WEYL**'in uzayzamanın ışık konisi yapısı üzerindeki etkilerinin neredeyse doğrudan bir şekilde gözlemlenmesidir. Son zamanlarda kütleçekim mercek etkisi gözlemsel astronomi ve kozmolojide çok önemli bir araç haline geldi. Uzak bir kuasardan gelen ışık kimi zaman araya giren bir galaksinin varlığı tarafından çarpıtılır (Şekil 4.8) ve kuasarın görünüşünde gözlenen bozulma, zaman gecikmesi etkileriyle birlikte bize uzaklıklar, kütleler vs. hakkında önemli bilgiler verebilir. Tüm bunlar ışık konisinin yan yatmasının gerçek bir olgu olduğunun ve aynı zamanda **WEYL**'in doğrudan ölçülebilir etkilerinin açıkça tanımlanmış gözlemsel kanıtlarını sağlamaktadır.



Şekil 4.7 Işık konisinin yan yatmasının doğrudan bir gözlemsel etkisi. WEYL uzayzaman bükülmesi burada güneşin kütleçekim alanının ışık bükme etkisi sayesinde kendisini uzak yıldız alanında bir çarpılma olarak dışa vurmaktadır. Yıldızların dairesel örüntüsü şekil kaybı sonucu elips şeklinde bir örüntüye dönüşmektedir.



Şekil 4.8 Einstein'ın ışık bükülme etkisi bugün gözlemsel astronomide önemli bir araçtır. Arada bulunan bir galaksinin kütlesi onun uzaktaki bir kuasarın görüntüsünü ne kadar bozduğundan yola çıkılarak tahmin edilebilir.

Yukarıda vurgulanan noktalar kütleçekim nedeniyle ışık konilerinin "yan yatmasının", diğer bir deyişle nedenselliğin bozulmasının yalnızca güç algılanan bir olgu değil, *gerçek* bir olgu olduğunu gösteriyor ve bu, madde yığışmaları yeterince büyük bir hale geldiğinde ortaya çıkan bir kalıntı ya da "beliren" bir özellik tarafından açıklanıp geçilemez. Fiziksel süreçler içinde kütleçekim kendi *özgün* karakterine sahiptir; temel parçacıklar açısından önem taşıyan kuvvetler düzeyinde doğrudan fark edilebilir olmasa da, her zaman varlığını sürdürmektedir. Bilinen fizikte kütleçekim *dışında* hiçbir şey ışık konilerini eğemez, dolayısıyla bu temel yönüyle kütleçekim bilinen tüm diğer kuvvetler ve fiziksel etkilerden *farklı* bir şeydir. Klasik genel görelilik kuramına göre en küçük toz zerrelerinin içindeki malzemeden kaynaklı olarak son derece önemsiz miktarda bir ışık konisinin yan yatmasının gerçekleşmesi zorunludur. Hatta tekil elektronların bile ışık konilerini eğmesi gerekir. Fakat bu cisimlerdeki yan yatırma miktarı herhangi bir doğrudan fark edilebilir etki yaratmaktan olağanüstü derecede uzaktır.

Kütleçekim etkileri toz zerreciklerinden epeyce daha büyük, ama yine aydan daha küçük cisimler arasında da gözlendi. 1798 yılında gerçekleştirilen ünlü bir deneyde Henry Cavendish yaklaşık 10^5 gramlık bir kütleye sahip bir kürenin kütleçekim çekmesini ölçtü. (Onun deneyi de daha önce John Mitchell'in yaptığı bir deneye dayanmaktaydı.) Modern teknoloji sayesinde kütlesi çok

daha küçük bir cismin kütleçekim çekmesini saptamak mümkündür (örneğin *bkz.* Cooke 1998). Fakat günümüz teknolojisiyle bu durumlardan herhangi birinde kütleçekimin ışık konisini eğme etkisini saptamayı başarabilmekten çok uzağız. Einstein'ın kuramı toz zerrecikleri kadar küçük cisimlerde çok küçük miktarlarda gerçekten var olduğuna açıkça tanımlanmış şekilde işaret etmesine rağmen ışık konisinin yan yatması yalnızca çok büyük kütlelerde doğrudan gözlemlenebilir.

Kütleçekimin ayrıntılı etkileri başka fiziksel alanların ya da kuvvetlerin herhangi bir kombinasyonu yoluyla simüle edilemez. Kütleçekimin kesin etkileri tamamıyla özgün, eşsiz bir karaktere sahiptir ve onun daha başka çok daha görünür fiziksel süreçlerin kalıntısı olan beliren ya da ikincil bir olgu olarak değerlendirilmesi hiçbir şekilde mümkün değildir. Kütleçekim daha önce tüm diğer fiziksel etkinliğin arka planını oluşturan sabit sahne olarak görülmüş olan uzayzamanın özgün yapısı tarafından betimlenir. Newton'ın evreninde kütleçekim daha sonraki fiziksel kuvvetlerin hepsi için paradigmayı sağlasa bile özel bir şey olarak görülmüyordu. Einstein evrenindeyse (ki günümüz fizikçilerince kabul edilmiş ve gözlemsel olarak müthiş biçimde doğrulanmış bir bakış açısıdır), kütleçekim tamamıyla farklı bir şey olarak görülmektedir: Kesinlikle beliren bir olgu olarak değil, kendi özel karakterine sahip bir şey olarak.

Yine de, kütleçekimin tüm diğer fiziksel kuvvetlerden farklı olması gerçeğine rağmen, kütleçekimi fiziğin tüm geri kalanıyla bütünleştiren müthiş bir uyum söz konusudur. Einstein'ın kuramı diğer yasalara yabancı bir şey değildir, ancak onlara farklı bir ışık altında bakmamızı sağlar. (Bu enerjinin, momentumun ve açısal momentumun korunumu yasaları için özellikle geçerlidir.) Einstein'ın kütleçekiminin fiziğin geri kalanıyla bu bütünleşmesi, Newton'ın kütleçekimi fiziğin geri kalanı için bir *paradigma* sağlarken, Einstein'ın daha sonra gösterdiği üzere kütleçekimin fiziğin geri kalanından gerçekten *farklı* olmasında yatan ironinin açıklanması açısından önemlidir! Her şeyden önemlisi Einstein bize sahip olduğumuz anlama ve kavrama düzeyinin herhangi bir aşamasında uygun fiziksel yaklaşımı bulmuş olduğumuzu düşünerek halimizden öyle fazla hoşnut olmamayı öğretmiştir.

Bilinç olgusu konusunda öğrenilenin yerini tutan bir şeyin olmasını bekleyebilir miyiz? Eğer öyleyse olgunun görünür hale gelmesi için büyük olması gerekecek olan *kütle* (ya da en azından *sadece* kütle) değil, bir tür incelikli fiziksel organizasyon olacaktır. 1. Kısımda ileri sürülen argümanlara göre böyle bir organizasyon, olağan maddenin davranışında zaten mevcut olan gizli bir hesaplamalı olmayan bileşenden faydalanmanın bir yolunu bulmak durumunda olacaktır ve bu bileşen, genel görelilikteki ışık konisinin yan yatması gibi, dikkatler çok küçük parçacıkların davranışlarının incelenmesiyle sınırlanmış olsaydı tamamen dikkatlerden kaçmış olurdu.

Fakat ışık konisinin yan yatmasının hesaplanamazlıkla bir ilişkisi var mı? §7.10'da bu sorunun ilgi çekici bir yönünü keşfedeceğiz; ama argümanın şu anki aşamasında böyle bir ilişki yoktur; bunun bize alınacak bir ders vermesi *hariç*, ki o ders de şudur: Fizikte o zamana dek üzerinde düşünülmüş olan her şeyden tümüyle farklı, temel değer taşıyan önemde yeni bir özelliğin olağan maddenin davranışında gözlemlenmeden saklı kalması gayet mümkündür. Einstein'ı devrimci bakış açısına götüren şey bir dizi güçlü düşünceydi, bunlardan bazıları matematiksel olarak sofistike, bazıları fiziksel olarak güç algılanan nitelikteydi; ama bunların en önemlisinin değeri Galileo zamanından beri göz önünde olmasına karşın bilinmiyordu (denklik ilkesi: tüm cisimler bir kütleçekim alanı içinde aynı hızda düşer). Üstelik Einstein'ın fikirlerinin başarılı sayılması için bunların kendi döneminde fizik olgular hakkında bilinen her şeyle uyumlu olması gerekli bir önkoşuldu.

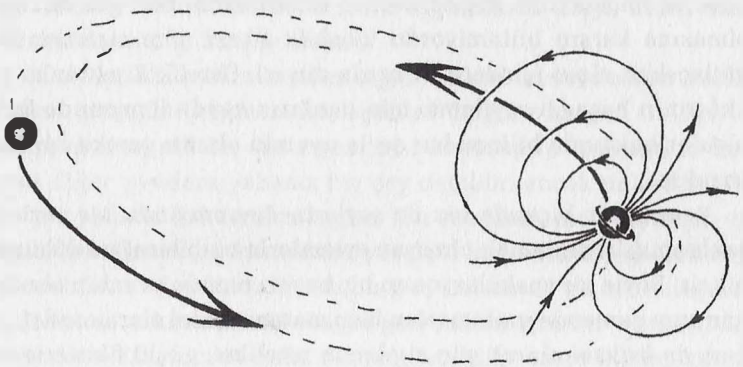
Benzer bir biçimde biz de şeylerin davranışında bir yerlere saklanmış hesaplamalı olmayan eylemlerin olabileceğini düşünebiliriz. Böyle bir spekülasyonun bir başarı umuduna sahip olması için aynı zamanda muhtemelen hem matematiksel olarak sofistike hem de fiziksel olarak güç algılanan nitelikte, güçlü fikirlerle de gerekçelendirilmiş olması ve bugün bilinen tüm ayrıntılı fiziksel olgularla da uyumlu olması gerekir. Böyle bir kurama giden yolda ne kadar ilerleyebileceğimizi görmeye çalışacağız.

Ama bir önkoşul olarak önce hesaplamalı fikirlerin günümüz fiziğinde sahip oldukları güçlü dayanağa bir göz atalım. Denk dü-

şen bir ironi olarak, bizzat genel göreliliğin bize doğanın en çarpıcı örneklerinden birini sağladığını bulacağız.

4.5 Hesaplama ve fizik

Dünyadan yaklaşık 30.000 ışık yılı uzakta, Aquila takımyıldızı içerisinde inanılmaz yoğun iki ölü yıldız birbiri etrafında döner. Bu cisimlerin malzemesi o kadar sıkıştırılmıştır ki malzemelerinin tenis topu büyüklüğündeki bir parçası Mars'ın uydusu Deimos'la karşılaştırılabilecek bir kütleye sahiptir. Bu (*nötron* yıldızları denen) iki yıldız, birbirleri etrafındaki her bir dönüşlerini 7 saat, 45 dakika ve 6,9816132 saniyede tamamlarlar ve kütleleri güneşimizin kütlesinden sırasıyla (son ondalık basamakta yaklaşık 7'lik bir hata payıyla) 1,4411 ve 1,3874 kat daha fazladır. Bu yıldızlardan ilki bizim yönümüze doğru her 59 milisaniyede bir elektromanyetik ışıma titreşimi yayar, bu kendi ekseni etrafında bir saniyede yaklaşık 17 kere döndüğü anlamına gelir. Bu *pulsar* olarak bilinen şeydir ve yıldız çifti ünlü ikili pulsar sistemi PSR 1913 + 16'yı oluşturmaktadır.



Şekil 4.9 PSR 1913 + 16. İki nötron yıldızı birbirleri etrafında dönmektedir. Bunlardan biri bir pulsardır ve yüklü parçacıkları yakalayan olağanüstü derecede güçlü bir manyetik alana sahiptir.

Pulsarların varlığı Joselyn Bell ve Anthony Hewish tarafından Cambridge radyo gözlemevinde keşfedildikleri 1967'den beri bilinmektedir. Dikkate değer cisimlerdir bunlar. Nötron yıldızları normalde kırmızı dev yıldızların çekirdeklerinin şiddetli birer süpernova patlaması üretebilen kütleçekim çökmesi sonucu ortaya çıkarlar. İnanılmaz denebilecek ölçüde yoğundurlar; başta nötronlar olmak üzere nükleer parçacıkların sıkışmasından oluşmuşturlar, öyle ki genel yoğunlukları nötronun kendi yoğunluğuyla bile karşılaştırılabilir. Çökme sırasında nötron yıldızı kendi maddesinin içerisindeki manyetik bir alanın akı çizgilerini yakalar ve yıldız çökerken ortaya çıkan olağanüstü sıkıştırma nedeniyle bu alanı olağanüstü derecede yoğunlaştırır. Manyetik alan çizgileri yıldızın kuzey manyetik kutbundan doğar ve uzayın içerisinde dışarıya doğru ciddi mesafelere ulaştıktan sonra güney manyetik kutbunda yıldızın içerisine geri döner (*bkz.* Şekil 4.9).

Yıldızın çökmesi aynı zamanda kendi dönme hızının da olağanüstü artmasına neden olur (açısal momentumun korunumunun bir etkisi). Yukarıda bahsettiğimiz pulsarın örneğinde (çapı yaklaşık 20 kilometredir), bu hız saniyede yaklaşık 17 kezdir! Bu pulsarın aşırı derecede güçlü manyetik alanının onun etrafında saniyede 17 kez sallanmasıyla sonuçlanır, çünkü yıldız içerisindeki akı çizgileri yıldızın gövdesine bağlı kalırlar. Yıldızın dışarısında alan çizgileri yüklü parçacıkları kendileriyle birlikte etraflarında taşırlar, fakat yıldızdan belli bir uzaklığa ulaştıklarında bu parçacıkların hareket etmek zorunda oldukları hız ışık hızına çok yaklaşır. Bunun olduğu yerde yüklü parçacıklar şiddetli biçimde ışımaya başlarlar ve yaydıkları güçlü radyo dalgaları dev bir fener gibi olağanüstü uzaklıklara uzanır. Bu sinyallerden bazıları deniz fenerinin ışınının tekrar tekrar parlaması gibi bir pulsarın özelliği olan radyo "çıtırtıları" zinciri şeklinde gökbilimciler tarafından gözlemlenmek üzere dünyaya ulaşır (Şekil 4.10).



Şekil 4.10 Yakalanan yüklü parçacıklar pulsarla birlikte döne döne sallanır ve ışını dünya tarafından saniyede 17 kez alınan bir elektromanyetik sinyal yayar. Bu keskin darbeli bir radyo sinyali olarak tespit edilir.

Pulsarların dönme hızları son derece istikrarlıdır ve bize dünyamızda yapılmış olan en mükemmel (nükleer) saatlerle aynı kesinliğe sahip, hatta onlardan da kesin saatleri sağlarlar. (İyi bir pulsar saati bir yılda yaklaşık olarak 10^{-12} saniye ileri ya da geri olur.) Eğer pulsar PSR 1913 + 16'da olduğu gibi ikili bir sistemin parçasıysa, bu durumda eşlik ettiği yıldızın çevresindeki yörünge hareketi, dünyada tespit edilen "çıtırtılarının" hızının pulsar bize yaklaşırken bizden uzaklaşırken olduğundan çok az daha büyük olmasını ifade eden *Doppler etkisi* kullanılarak yakından izlenebilir.

PSR 1913 + 16 örneğinde iki yıldızın gerçekte birbirleri etrafında izlediği karşılıklı yörüngelerin olağanüstü derecede kesin bir betimlemesini elde etmek ve Einstein'ın genel göreliliğinin farklı bir dizi gözlemsel öngörüsünü sınamak mümkün olmuştur. Bunlar arasında "günberi fazlalığı" olarak bilinen bir etki ve dönme eksenlerini etkileyen çeşitli türden genel görelilikçi "sallanmalar" vs de vardır. ("Günberi fazlalığı" Mars gezegeninin güneş etrafındaki yörünge hareketindeki kuraldışı bir davranış olarak 1800'lerin sonunda fark edilerek 1916 yılında Einstein tarafından açıklanmış ve bu onun kuramının ilk başarılı sınaması olmuştur.) Einstein'ın kuramı bize iki küçük cismin birbirleri etrafında karşılıklı yörüngelerde hareket ederken nasıl davranmaları gerektiği

hakkında çok iyi tanımlanmış (belirlenimci ve hesaplanabilir) bir betimleme verir ve çeşitli standart hesaplamalı tekniklerin yanı sıra dikkatli ve incelikli yaklaştırım yöntemleri kullanılarak bu hareketi yüksek bir kesinlik derecesinde hesaplamak mümkündür. Böyle bir hesaplamada devreye giren bazı bilinmeyen parametreler vardır, kütleler ve yıldızların başlangıçtaki hareketleri gibi; ama bu eksiklerin mükemmel bir kesinlikte tamamlanabilmesi için de pulsar sinyallerinden elde edilebilen bol veri söz konusudur. Hesaplanan betimleme ile pulsar sinyallerinin biçiminden elde edilen ince ayrıntılarla dolu bilgi arasındaki genel uyuşma göz kamaştırıcıdır ve genel görelilik için iyi bir destek sağlamaktadır.

Genel göreliliğin benim henüz bahsetmediğim ve ikili pulsar dinamiklerinde önemli bir rol oynayan bir başka etkisi daha vardır: *Kütleçekim ışıması.* Önceki bölümde kütleçekimin tüm diğer fiziksel alanlardan ne kadar önemli farklılıklar gösterdiğini vurgulamıştım. Kütleçekim ile elektromanyetizmanın yakından benzer olduğu başka yönler de vardır. Elektromanyetik alanların önemli özelliklerinden biri uzayın içerisinde ışık ya da radyo dalgaları olarak yayılarak dalga biçiminde var olabilmeleridir. Klasik Maxwell kuramına göre böylesi dalgalar, elektromanyetik kuvvetler yoluyla birbiriyle etkileşerek karşılıklı olarak birbirinin etrafında dönen yüklü parçacıklardan oluşan sistemlerden doğmaktadır. Benzer biçimde klasik genel göreliliğe göre de, karşılıklı kütleçekimsel etkileşimleri yoluyla birbiri etrafında karşılıklı yörüngede olan kütleçekimli cisimlerden oluşan sistemlerden doğan kütleçekim dalgaları olacaktır. Normal koşullarda bu dalgalar son derece zayıf olur. Güneş sistemindeki en güçlü kütleçekim ışıması kaynağı, Jüpiter gezegeninin güneş etrafındaki hareketinden ortaya çıkar; ancak Jüpiter–Güneş sisteminin bu biçimde yaydığı enerji miktarı yalnızca 40 wattlık ampülün ışığı kadardır!

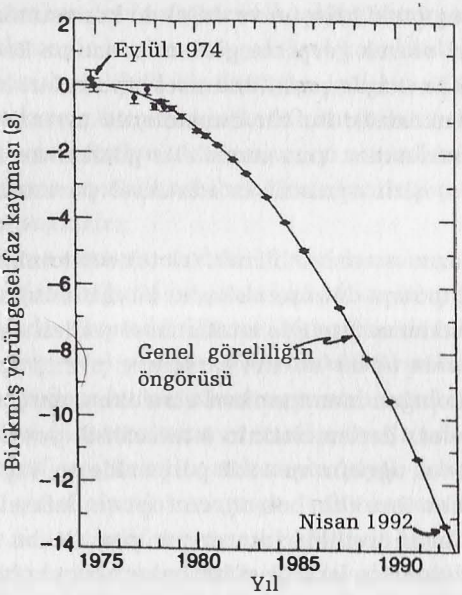
Fakat başka koşullar altında, PSR 1913 + 16 örneğinde olduğu gibi durum çok farklıdır ve sistemden gelen kütleçekim ışımasının oynayacağı önemli bir rol de vardır. Burada Einstein'ın kuramı, sistemin yayması gereken kütleçekim ışımasının ve sürüklemesi gereken enerjinin özellik ve ayrıntılarına ilişkin sağlam bir öngörü sağlamaktadır. Bu enerji kaybı, iki nötron yıldızının içe

doğru yavaşça sarmallaşmasına ve yörüngesel dönme süresinde de buna karşılık gelen bir hızlanmaya sebep olur. Joseph Taylor ve Russell Hulse bu ikili pulsarı ilk kez 1974 yılında Puerto Rico'daki devasa Aricebo radyo teleskobunda gözlemlediler. O zamandan beri dönme süresi Taylor ve arkadaşlarınca yakından izlendi ve hızlanma genel göreliliğin beklentileriyle kesin bir uyuşma içerisindedir (krş. Şekil 4.11). Bu çalışmaları nedeniyle Hulse ve Taylor 1993 Nobel Fizik Ödülü'ne de layık görüldüler. Hatta yıllar geçtikçe bu sistemden elde edilen veri birikimiyle Einstein'ın kuramının doğrulanma gücü giderek daha fazla arttı. Gerçekten de şimdi sistemi bir bütün olarak ele alsak ve bunu Einstein'ın kuramından bir bütün olarak (Newtoncı yörünge yaklaşımından başlayıp bu yörüngelere standart genel görelilik etkileri gözetilerek yapılan düzeltmelere, ardından kütleçekim ışımasındaki enerji kaybının yörüngeler üzerindeki etkilerine dek) hesaplanan davranışla karşılaştırsak, kuramın bir bütün olarak yaklaşık 10^{-14}'ü aşmayacak bir hatayla doğrulandığını görürüz. Bu Einstein'ın genel göreliliğini bu anlamda bilimde bilinen en kesin ve doğru şekilde test edilmiş kuram yapmaktadır!

Bu örnekte sadece genel göreliliğin hesaplamaya dahil edildiği, özellikle "temiz" bir sisteme sahibiz. Cisimlerin iç yapısından kaynaklı yeni sorunlar ya da araya karışan bir ortam ya da manyetik alanlar yüzünden bulaşma gibi şeyler hareketler üzerinde önemli bir etkiye sahip değildir. Üstelik karşılıklı kütleçekim alanlarıyla birlikte sadece iki cisim işin içerisine karışmaktadır, dolayısıyla her bir ilgili ayrıntının gözetilerek kurama göre beklenen davranışın titiz bir hesaplamasını yapmak mümkündür. Bu belki de hesaplanan bir kuramsal model ile gözlemlenen (birkaç cismin işin içine karıştığı) davranış arasında bir karşılaştırmanın şimdiye dek bilimde başarılmış en mükemmel örneklerinden biridir.

Bir fiziksel sistemdeki cisim sayısı bundan ciddi ölçüde fazla olduğunda sistemin davranışını titizlikle ayrıntılandırılmış bir biçimde modellemek modern bilgisayar teknolojisinin tüm kaynaklarını kullanarak halen daha mümkün olabilir. Örneğin güneş sistemindeki bütün gezegenlerin hareketleri en önemli uydularıyla birlikte çok ayrıntılı ve kapsamlı bir hesaplamayla Irwin Shapiro ve arkadaşları tarafından modellenmiştir. Bu bize genel

göreliliğin bir başka önemli sınamasını sağlar. Einstein'ın kuramı yine tüm gözlemsel verilerle uyuşmakta ve tamamıyla Newtoncı bir ele alış olsaydı var olacak olan gözlemlenen davranıştan çeşitli küçük sapmaları düzeltmektedir.



Şekil 4.11 Bu çizelge (Joseph Taylor'ın izniyle) 20 yıllık bir sürede pulsarın karşılıklı yörüngesinde gözlemlenen hızlanma ile Einstein'ın kuramına göre hesaplanan kütleçekim ışıması sebebiyle enerji kaybı arasındaki kesin örtüşmeyi göstermektedir.

Genellikle (ama her zaman değil) tümüyle Newtoncı kurama dayalı olsalar da, çok daha büyük (kimi zaman milyon düzeyinde) cisim sayıları içeren hesaplamalar da modern bilgisayarlarla gerçekleştirilebilir. Yalnız her bir parçacığın diğerlerinin her biri üzerindeki etkisini mutlak şekilde hesaplamak zorunda kalmak yerine, bir tür ortalama alma yoluyla parçacıkların etkilerinin yaklaştırımının yapılması için bazı basitleştirici varsayımların yapılması gerekir. Yıldızların ya da galaksilerin oluşumunun ayrıntılarıyla ya da galaksi oluşumundan önce erken evrende maddenin kümelenmesiyle ilgilenilen astrofizikte bu tarz hesaplamalar sık görülür.

Fakat bu hesaplamalarla başarılmak istenenler önemli bir fark taşır. Bugün bizler sistemlerin *gerçek* evriminden çok, *tipik* evrimiyle daha yakından ilgileniyoruz. Kaotik sistemlerle ilgili daha önce de bahsettiklerimizden yola çıkarak bunun yapabileceğimiz en iyi şey olduğunu söyleyebiliriz. Maddenin evren içinde başlangıçtaki bileşim ve dağılımı konusunda, sonraki evriminin genel olarak gerçekte gözlemlenene ne kadar iyi uyduğunu görmek amacıyla çeşitli bilimsel hipotezleri bu tür yollarla sınamak mümkündür. Bu tür durumlarda ayrıntılı bir uyuşma bulunması beklenmez ama model ile gözlem arasındaki genel görünüm ve çeşitli ayrıntılı istatistiksel parametreler kontrol edilebilir.

Parçacıkların sayısı her birinin tek tek evriminin takip edilmesi ümitsiz bir çabaya dönüşecek kadar büyük olduğunda ve bunun yerine parçacıkların tümüyle istatistiksel yoldan ele alınması zorunlu olduğunda uç bir durum karşımıza çıkmış demektir. Örneğin bir gazın olağan matematiksel ele alınışı, parçacık hareketlerinin farklı olası derlemelerinin istatistiksel *genel uyumlarıyla* (*topluluklarıyla*) uğraşır ve tekil parçacıkların özgün hareketleriyle ilgilenmez. Sıcaklık, basınç, entropi vb fiziksel nicelikler bu tür toplulukların özellikleridir, ancak yine de bu toplulukların evrimsel özelliklerine istatiksel bir bakış açısıyla bakılabilen hesaplamalı bir sistemin parçası olarak ele alınabilirler.

Bu tür durumlarda ilgili (Newton'ın, Maxwell'in, Einstein'ın vb) dinamik denklemlerine ek olarak başka bir fiziksel ilke daha devreye girer. Bu *termodinamiğin ikinci yasasıdır.*[85] Aslında bu yasa ileride dinamik olarak mümkün olsa da hemen hiç muhtemel olmayan evrimlere yol açacak tekil parçacık hareketlerinin başlangıç durumlarını hükümsüz kılmaya yarar. İkinci yasanın varlığı modellenen sistemin gelecek evriminin ilgili problemle pratik ilişkisi olmayan son derece *atipik* bir şey değil de, "tipik" olmasını güvence altına almaya hizmet eder. İkinci yasanın yardımıyla, tekil hareketlerin ayrıntılı ele alınışının pratikte hiçbir şekilde başarılamayacağı kadar çok parçacığın olduğu sistemlerin gelecek evrimlerini hesaplamak mümkün hale gelir.

---

[85] İkinci yasanın canlı ancak fazla ayrıntılı olmayan bir aktarımı için *bkz.* KYU, 6. Bölüm. Daha incelikli aktarımlar için *bkz.* Davies (1974) ve O. Penrose (1970).

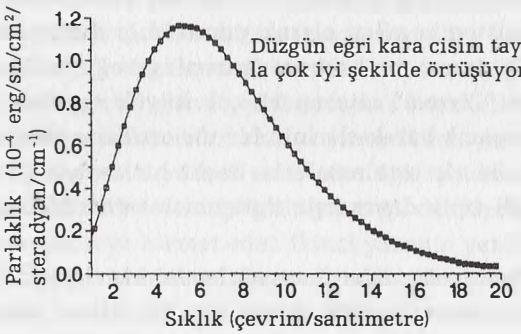
Newton, Maxwell ve Einstein'ın dinamik denklemlerinin hepsi zaman yönünden simetrik olmaları gerçeğine karşın böylesi evrimlerin geçmişe doğru neden güvenilir biçimde gerçekleştirilemediği ilginç (ve aynı zamanda derin) bir sorudur; zira gerçek dünyada ikinci yasa zamanın ters yönünde uygulanmaz. Bunun altında yatan asıl nedenin zamanın başlangıcında olunan (evrenin Büyük Patlamayla başlaması) çok özel koşullarla alakası olsa gerektir. (Bu konularla ilgili bir tartışma için *bkz.* KYU, 7. Bölüm) Aslında bu başlangıç koşulları o kadar kesin bir şekilde özeldir ki, bize gözlemlenen fiziksel davranışın iyi tanımlanmış matematiksel hipotezlerce modellenebileceği olağanüstü kesinliğin bir başka örneğini sağlarlar.

Büyük Patlama tartışmasındaki hipotezlerin hayati bir parçası, evrenin madde içeriğinin bu çok erken aşamalarında bir *termal denge* durumunda olmasıdır. "Termal denge" ne demektir? Termal denge durumlarının çalışılması, yukarıdaki ikili pulsar durumunda olduğu gibi sadece birkaç cismin ayrıntılı hareketlerinin titiz modellenmesinin tam ters ucunu temsil eder. Şimdi burada ilgilenilen şey en saf ve güvenilir anlamıyla "tipik davranış"tır. Bir denge durumu genel olarak tamamıyla "sakinleşmiş" bir sistemin durumudur ve sistem hafif rahatsız edildiğinde bile bu durumdan önemli bir sapma göstermeyecektir. Çok büyük sayıda parçacığa (ya da büyük bir serbestlik derecesi sayısına) sahip bir sistemde (ki böylelikle ayrıntılı bireysel parçacık hareketleriyle değil, sıcaklık ya da basınç gibi ortalama davranış ve ortalama ölçütlerle ilgilenilir) sistemin nihai olarak yakınsadığı durum, termodinamiğin ikinci yasası (maksimum entropi) gereğince *termal* denge durumudur. "Termal" nitelemesi, çok büyük sayıdaki alternatif bireysel parçacık hareketlerinin bir tür ortalamasının alındığına işaret eder. Bu tür ortalamalarla, başka bir deyişle bireysel davranışla değil tipik davranışla ilgilenmek termodinamiğin konusudur.

Aslına bakılırsa, daha önce söylenenlerle de uyumlu olarak, bir sistemin termodinamik durumu ya da termal denge dediğimizde bu bireysel bir durumdan ziyade her biri makroskopik ölçekte (büyük ölçekte) aynı gözüken bir durumlar topluluğuyla ilgilidir (ve entropi kabaca söylersek bu topluluktaki durumların

sayısının algoritmasıdır). Denge durumundaki bir gaz örneğinde basıncı, hacmi ve gaz parçacıklarının miktar ve bileşimini sabitlersek (ilk kez Maxwell'in betimlediği üzere) termal dengede olası parçacık hızlarının çok özgün bir dağılımını elde ederiz. Daha ayrıntılı bir analizse ideal termal denge durumundan uzaklaşan istatiksel dalgalanmaların beklendiği bir ölçeği ortaya çıkartır ve böylece *istatiksel mekanik* başlığı altında toplanan, maddenin istatistiksel davranışının araştırıldığı çok daha incelikli bir alana girmeye başlarız.

Bir kez daha söyleyelim, fiziksel davranışın matematiksel yapılar kullanılarak modellenmesinde esasen hesaplanamaz bir şey yok gibi gözüküyor. Uygun hesaplamalar yapıldığında hesaplanan ile gözlemlenen arasında iyi bir örtüşme var. Fakat seyreltik gazlardan ya da kütleçekimli cisimlerin büyük koleksiyonlarından daha karmaşık sistemler düşünüldüğünde, ilgili malzemelerin *kuantum mekanik* doğasının doğurduğu meselelerle karşılaşmadan yola devam etmek mümkün gözükmemektedir. Özellikle de termodinamik davranışın en saf ve en kesin şekilde sınanmış örneğinde (maddenin ve ışımanın *kara cisim* durumu olarak adlandırılan termal denge durumu) bu tümüyle klasik şekilde ele alınamaz ve işin içine kuantum süreçlerinin asli olarak girdiği görülmüştür. Hatta tüm bir kuantum kuramı alanını başlatan da Max Planck'ın 1900 yılındaki kara cisim ışıması analizidir.



Şekil 4.12 COBE ölçümü ile Büyük Patlama ışımasının beklenen "termal" doğası arasındaki kesin örtüşme.

Bununla beraber fiziksel kuramın (şimdi kuantum kuramı) öngörüleri büyük başarıyla doğrulanmıştır. Frekans (sıklık) ile bu frekanstaki ışımanın yoğunluğu arasında gözlemlenen ilişki deneylerde, Planck'ın ileri sürdüğü matematik formülüyle çok yakın bir uyuşma içerisindedir. Bu alt başlıkta *klasik* kuramın hesaplamalı doğasıyla ilgilenilmesine karşın, gözlem ile Planck'ın formülü arasındaki örtüşme konusunda bildiğim en mükemmel örneği sizlere aktarmaktan kendimi alamayacağım. Bu örnek aynı zamanda bize ilk var oluşundan birkaç dakika sonrasında evrenin içerisinde olması gereken kesin termal koşullarla ilgili olarak Büyük Patlamanın standart modelinin harika bir gözlemsel teyidini sağlamaktadır. Şekil 4.12'de belirgin tekil noktalar, COBE uydusunca gözlemlenen, farklı frekanslardaki kozmik ardalan ışıması yoğunluğunun gözlemlenmiş çeşitli değerlerini gösterirken; sürekli eğri, ışımanın sıcaklığı 2,735 (± 0,06) K (en uygun) değerine sahip olacak şekilde Planck'ın formülüne göre çizilmiştir. Uyuşmanın kesinliği olağanüstüdür.

Yukarıda başvurduğum örnekler karmaşık hesaplamalar ile doğal dünyada gerçekleşen sistemlerin gözlemlenen davranışları arasındaki karşılaştırmanın özellikle gelişkin olduğu astrofizik alanından alınmıştır. Astrofizikte doğrudan şekilde deney yapılamaz; dolayısıyla kuramların, standart fizik yasalarına dayalı ayrıntılı hesaplamaların sonuçlarının önerilen farklı durumlarda incelikli gözlemlerle karşılaştırılması yoluyla sınanması gerekir. (Bu gözlemler yer üzerinden ya da üst atmosferdeki balonlar ve uçaklardan ya da roketlerden ve uydulardan yapılmış olabilir; ayrıca olağan teleskopların yanı sıra çok sayıda farklı türde saptayıcılar da kullanılabilir.) Bu tür hesaplamalar bizim burada ilgilendiklerimizle özel olarak bağlantılı değildir; bunlardan bahsetme nedenim esasen yalnızca, hesaplamalı işlemlerin doğayı ne kadar yakından taklit edebildiklerini göstererek ayrıntılı hesaplamaların doğayı keşfetmek için harika bir yol sağladıklarını gösteren açıkça tanımlanmış örnekler sunmalarıdır. Öte yandan biyolojik sistemler alanındaki çalışmalar bizi burada daha doğrudan ilgilendirmektedir. Zira 1. Kısımda ulaşılan sonuçlarla uyumlu olarak bizim hesaplanamaz fiziksel eylemin bir rol oynadığını düşündüğümüz alan, bilinçli beyinlerin davranışıdır.

Hesaplamalı modellerin biyolojik sistemlerin modellenmesinde önemli roller oynadıklarına kuşku yoktur, ancak bu sistemler muhtemelen astrofizikteki sistemlerden çok daha karmaşıktır ve hesaplamalı modellerin güvenilir hale getirilmesi de buna mukabil olarak daha zordur. Büyük bir kesinlik elde etmeye yetecek kadar "temiz" olan çok az sistem vardır. Kanın farklı türde kan damarlarında akışı gibi görece basit sistemler gayet etkili şekilde modellenebilir; aynısı uyarımların sinir lifleri boyunca iletimi için de geçerlidir, ancak bu ikinci durumda problemin hala bir klasik fizik problemi olup olmadığı biraz belirsizleşmeye başlar, çünkü burada fiziksel eylemlerin yanında artık kimyasal eylemler de önem taşımaktadır.

Kimyasal eylemler kuantum etkilerinin sonucudur ve aslına bakılırsa kimyaya bağlı süreçler düşünülüyorsa artık klasik fizik alanı terkedilmiş demektir. Bununla beraber bu tür kuantuma dayalı eylemlerin esasen klasik biçimde ele alınması çok yaygın bir durumdur. Bu teknik olarak doğru olmasa da, çoğu durumda kuantum kuramının daha derin etkilerinin (kimya, klasik fizik ve geometrinin standart kuralları içerisinde sınırlandırılabilecek olanlara ilaveten) konuyla ilişkili olmadığı hissedilir. Öte yandan bana öyle gelmektedir ki, bu birçok biyolojik sistemin (hatta belki de sinir–uyarım yayılmasının) modellenmesi için makul şekilde güvenli bir işlem olabilse bile, zor algılanan biyolojik eylemler hakkında, özellikle de konu insan beyni gibi biyolojik sistemlerin en karmaşıklarından biri olduğunda, tamamıyla klasik olmaları temeline dayalı olarak genel sonuçlar çıkarmaya çalışmak risklidir. Beynin güvenilir bir hesaplamalı modelinin teorik olanaklılığı hakkında genel çıkarımlar yapmaya çalışıyorsak, kuantum kuramının gizemleriyle de uzlaşmak durumundayız.

Bundan sonraki iki bölümde tam da bunu, en azından mümkün olduğu ölçüde yapacağız. Kuantum kuramıyla uzlaşmanın ilkesel olarak mümkün *olmadığına* inandığım yerlerdeyse, daha inanılır bir evren betimlemesine daha iyi uyup uymayacağını görmek için kuramın kendisini biraz bükmeye çalışmak zorunda olduğumuzu ileri süreceğim.

5

KUANTUM DÜNYASININ YAPISI

5.1 Kuantum kuramı: Bulmaca ve paradoks

Kuantum kuramı bizlere küçük ölçekteki fiziksel gerçekliğin harika bir betimlemesini sağlamasına karşın yine de birçok gizem içerir. Kuşkusuz bu kuramın mekanizmalarıyla uzlaşmak kolay değildir ve evrenimiz hakkında ima ettiği türde bir "fiziksel gerçekliği" (ya da bunun olmayışını) anlamlandırmak da özellikle zordur. Göründüğü gibi kabul edildiğinde kuram, birçoğumuzun (ben dahil) derin bir tatminsizlikle karşıladığı bir felsefi yaklaşıma yol açar gibi görünmektedir. En iyi halde ve betimlemelerini harfi harfine aldığımızda bile bize oldukça garip bir dünya görüşü sağlamaktadır. En kötü halde ve en ünlü öncülerinden bazılarının beyanlarını birebir aldığımızdaysa bize bir dünya görüşü bile sağlamamaktadır.

Benim görüşüme göre kuramın bize sunduğu birbirinden oldukça farklı iki gizem türü arasında net bir ayrım yapılması gerekir. Benim **Z** gizemleri ya da *bulmaca gizemler* olarak adlandıracağım, içinde yaşadığımız dünyaya ilişkin gerçekten bulmaca gibi ama deneysel olarak doğrudan desteklenen kuantum gerçekleri vardır. Bunun içerisine, aslında henüz deneysel olarak doğrulanmamış olsa da, şu ana dek saptananların ışığında kuantum kuramının bu boşluğu gidereceği beklentisinden pek az kuşku duyulması gibi genel bir özelliğe sahip şeyler de dahildir. **Z** gizemlerinin en çarpıcılarından biri *Einstein–Podolsky–Rosen* (ya da EPR) olgusu adı altında toplanan ve benim ileride (§5.4, §6.5) biraz daha ayrıntılı olarak tartışacağım gizemlerdir. Diğer kuantum gizem türüyse benim **X** gizemleri ya da *paradoks gizemler* olarak adlandıracağım, kuantum formalizminin bize dünyaya

ilişkin doğru olduğunu söyler gibi gözüktüğü ama bizim bunların "gerçekten" doğru olduğuna bir anlam vererek gerçekten inanamadığımız ölçüde akıl almaz şekilde paradoksal bir doğada olanlardır. Bunlar bizi formalizmin ilgili düzeyde evrenimizin inanılabilir bir betimlemesini sağladığını ciddiye almaktan alıkoyan gizemlerdir. En iyi bilinen **X** gizemi, kuantum kuramı formalizminin bize büyük ölçekli cisimlerin, kediler gibi, birbirinden tamamen farklı iki durumda aynı anda ("ölü kedi" ve "canlı kedi"nin eşanlı kombinasyonunun araftaki belirsizlik hali gibi) var olabileceğini söyler gözüktüğü *Schrödinger'in kedisi* paradoksudur. (Bu paradoks türünü §6.6'da tartışacağım; krş. §6.9, Şekil 6.3 ve KYU s:290–293)

Bugünkü kuşakların kuantum kuramını kabullenmekte yaşadığı zorlukların tamamen bizim geçmişin fizik kavramlarına bağlanmış olmamızın bir sonucu olduğu pek sık ileri sürülür. Buna göre her yeni nesil kuantum gizemlerine daha fazla uyum sağlamış hale gelecek ve yeterli sayıda kuşağın geçmesinin ardından ister **Z** gizemi ister **X** gizemi olsun bunların hiçbir zorluk yaşanmadan kabul edilmesi mümkün olacak. Bense bundan temel olarak farklı bir görüşü savunuyorum.

Ben de **Z** gizemlerine alışabileceğimize ve sonunda bunları doğal olarak kabul edebileceğimize inanıyorum, ama **X** gizemlerinde böyle *olmayacak*. Bana göre **X** gizemleri felsefi olarak kabul edilemezdir ve yalnızca kuantum kuramı tamamlanmamış bir kuram olduğu için (ya da **X** gizemlerinin ortaya çıkmaya başladığı olgu düzeyinde işler tam olarak hatasız yapılmadığı için diyelim) ortaya çıkmaktadır. Benim görüşüme göre daha gelişkin bir kuantum kuramında **X** gizemleri kuantum gizemleri listesinden kaldırılacaktır (başka bir deyişle *üstü çizilecektir*). Kavga etmeden, barışçıl şekilde varlığını kabul etmeyi öğrenmek zorunda olduğumuz şey yalnızca **Z** gizemleridir!

Bu noktada **Z** gizemleri ile X gizemleri arasındaki ayrım çizgisinin nereye çekileceği sorusu gelebilir. Kimi fizikçiler bu anlamda **X** gizemi olarak sınıflandırılması gereken kuantum gizemlerinin olmadığını ve kuantum formalizminin bize inanmamızı söylediği acayip ve görünüm itibariyle paradoksal şeylerin *hepsinin* eğer dünyaya ve evrene doğru biçimde bakarsak aslında doğ-

ru olması gerektiğini iddia ederler. (Bu insanların, eğer tümüyle mantıksal düşünüyor ve fiziksel gerçekliğin "kuantum durumu" betimlemesini ciddiye alıyorlarsa, §6.2'de aktaracağımız "çoklu dünyalar" görüşünün bir biçimine inanıyor olmaları gerekir. Bu görüşle uyumlu olarak Schrödinger'in ölü kedisi ve canlı kedisi farklı "paralel" evrenlerde bulunacaklardır. Kediye bakmışsanız, sizin de her iki evrende birer kopyanız olacak ve bunlardan biri ölü kediyi diğeri canlı kediyi görecektir.) Başka fizikçiler de tam aksi uca yönelecek ve ileride ilgileneceğimiz EPR–tipi bulmacaların gelecekte gerçekleşecek deneylerle desteklenecek olması konusunda kuantum formalizmiyle uzlaşmış olmamın fazla cömert bir değerlendirme olduğunu ileri süreceklerdir. **Z** gizemleri ve **X** gizemleri arasındaki çizginin nereden çekileceği konusunda herkesin benimle aynı görüşte olmasında ısrar ediyor değilim. Benim seçimimi ileride §6.2'de aktaracağım bakış açısıyla uyumlu olan beklentiler belirlemektedir.

Bu sayfalarda kuantum kuramının doğasının kapsamlı bir aktarımını yapmaya girişmem benim açımdan uygunsuz düşecektir. Bunun yerine bu bölümde onun gerekli özelliklerinin büyük oranda **Z** gizemlerinin doğasına odaklanan, görece kısa ve yeterince bütünsel bir betimlemesini aktaracağım. Bir sonraki bölümde kuramın şu ana dek gerçekleştirilen deneylerin hepsiyle gösterdiği mükemmel uyuşmaya rağmen, **X** gizemleri yüzünden günümüzün kuantum kuramının tamamlanmamış bir kuram olduğuna inanma nedenlerimi belirteceğim. Kuantum kuramı konusunda daha fazla ayrıntı arayan okurlar KYU, 6. Bölümde ya da örneğin Dirac (1947) ya da Davies'te (1984) bulunan anlatımları okuyabilirler.

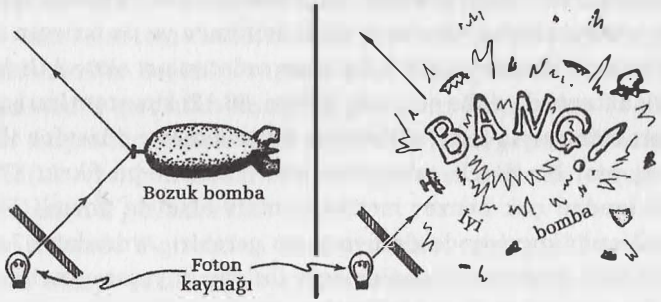
Bu aktarımda daha sonra (6. Bölüm, §6.12) kuantum kuramının tamamlanmasıyla ilgili olabilecek düzenlemeler düzeyine ilişkin sizleri yeni bir fikirle tanıştıracağım (okurları bu fikrin KYU'da aktarılandan çok benzer motivasyonları olsa da önemli ölçüde farklılaştığı konusunda da uyarmam gerekir). Ardından §7.10'da (ve §7.8'de) böyle bir düzenlemenin ihtiyaç duyulan genel hesaplamalı–olmayan türde olabileceğine inanmamı sağlayan bazı anlamlı nedenleri aktaracağım. *Standart* kuantum kuramı, yalnızca ölçüm işleminin bir parçası olarak rastlantısal öğeler içermesi anlamında hesaplamalı olmayan özelliktedir. 1. Kısımda vurgu-

ladığım gibi (§3.18, §3.19) rastlantısal öğeler tek başlarına, zihinselliğin anlaşılması için nihayetinde ihtiyaç duyacağımız hesaplanamazlık türünü sağlamazlar.

Şimdi kuantum kuramının en çarpıcı Z gizemleriyle konuya girelim. Bunları iki kuantum zekâ oyunu aracılığıyla açıklayacağım.

5.2 Elitzur–Vaidman bomba testi problemi

Ucunda en küçük bir dokunuşun tetiklemeye yeteceği kadar duyarlı bir ateşleyicisi olan bir bomba tasarımı hayal edin. Görünür ışığın tek bir fotonu bile bunu yapmaya kesinlikle yetmektedir; ancak bazı durumlarda ateşleyici sıkışmakta ve bu durumda bomba patlamayarak bozuk olarak sınıflandırılmak zorundadır. Varsayalım ki, ateşleyici bombanın ucuna eklenmiş bir ayna içeriyor ve eğer bir foton (görünür ışıktan) aynaya yansıtılırsa, onun geri tepmesi bir pistonun bombanın içine doğru hareket etmesini sağlamaya ve de bombayı patlatmaya yetiyor; elbette bomba bozuk değilse, ki bu da duyarlı pistonu sıkışmış olursa gerçekleşiyor. Klasik şekilde işleyen aletler dünyasında bomba bir kez kuruldu mu, ateşleyicinin sıkışmış olup olmadığını onu bir şekilde kımıldatmadan saptamamızın hiçbir yolu olmadığını varsaymak durumundayız; bu da bombayı kesin olarak patlatacak bir şeydir. (Ateşleyicinin sıkışmış olabileceği tek zamanın bombanın en baştaki kurulumu sırasında olduğunu kabul edeceğiz.) Şekil 5.1'e bakınız.



Şekil 5.1 Elitzur–Vaidman bomba testi problemi. Bombanın aşırı duyarlı ateşleyicisi tek bir görünür ışık fotonunun itmesine yanıt verecektir; bombanın ateşleyicisi sıkışmış olduğu için patlamayan bozuk bir bomba olmadığını varsayıyoruz. Problem: Geniş bir tartışmalı bombalar kümesi içerisinden iyi olduğu garantili bombayı bulunuz.

Bu bombalardan elimizde çok geniş bir arz olduğunu (para mesele değil!), ama patlamayan bombaların yüzdesinin çok yüksek olabileceğini hayal edelim. Problemimiz, bozuk olmadığı kesin olan bir bomba bulmak.

Bu problem (ve çözümü) Avshalom Elitzur ve Lev Vaidman tarafından önerildi (1993). Kuantum kuramına ve benim Z gizemleri adını verdiğim konuya aşina olan okurlarımızdan bazıları kollarını (ya da daha iyisi zihinlerini) sıvayıp bir çözüm bulmaya girişebilirler düşüncesiyle yanıtı açıklamayı şu an için öteleyeceğim. Bu aşamada bir çözümün *olduğunu* ve bu çözümün bahsedilen özellikte bombaların arzının sınırsız olduğu koşullarda, elimizdeki teknolojinin sınırları içerisinde bulunabileceğini söylemek yeterli olacaktır. Kuantum kuramı deneyimi olmayanlardan ya da deneyimi olup da zamanını bir çözüm aramakla harcamak istemeyenlerden ricam bana şu an için katlanmaları olacak (ya da doğrudan §5.9'a gidiniz). Vakti gelince çözümü vereceğim ama önce gerekli temel kuantum fikirlerini açıklamamız gerekiyor.

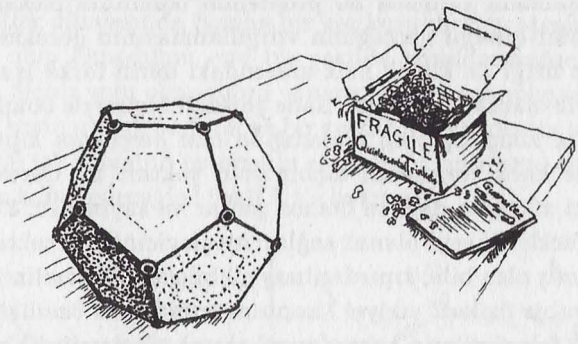
Bu aşamada yalnızca bu problemin (kuantum mekanik) bir çözümünün olduğu gerçeğinin vurgulanmasının gerekmesi bile kuantum fiziği ile klasik fizik arasındaki derin farka işaret ediyor. Klasik olarak, problemin ifade edildiği biçimiyle bomba ateşleyicisinin sıkışmış olup olmadığına onu *gerçekten* kıpırdatma haricinde karar vermenin hiçbir yolu yoktur; bu durumda da ateşleyici sıkışmış değilse bomba patlar ve kaybedilir. Kuantum kuramı farklı bir şeye olanak sağlar: Ateşleyicinin gerçekten *kıpırdatılmamış* olsa bile, kıpırdatılmış olabileceği ihtimalinden kaynaklanan bir fiziksel etkiye! Kuantum kuramında özellikle ilginç olan yön, felsefecilerin *karşıolgusal* olarak nitelendirdikleri, yani aslında gerçekleşmemiş olmalarına rağmen gerçekleşmiş olabilen şeylerden doğan hakiki fiziksel etkilerin olabilmesidir. Bir sonraki Z gizemimizde karşı-olgusallık konusunun farklı tür bir durumda da karşımıza çıktığını göreceğiz.

5.3 Sihirli dodekahedronlar

İkinci Z gizemimiz için sizlere kısa bir hikâye ve bir bulmaca aktarmama izin verin.[86] Elime güzel şekilde yapılmış kurala uygun

[86] Penrose (1993*b*, 1994*a*), Zimba ve Penrose (1993).

bir dodekahedronun* geçtiğini düşünün (Şekil 5.2). Bu bana "Kusursuz Tuhafiye" adında, uzak kırmızı dev yıldız Betelgeuse'un yörüngesinde dolanan bir gezegendeki, güvenilirliğiyle nam salmış bir şirket tarafından gönderilmiş. Bununla özdeş bir başka dodekahedronu da bizden yaklaşık dört ışık yılı uzaktaki α–Centauri yıldızı çevresinde dönen bir gezegende yaşayan bir meslektaşıma göndermişler ve onun dodekahedronu da hemen hemen benimkiyle aynı anda onun eline ulaşmış olsun. Her dodekahedronun her bir köşe noktasında basılabilen bir düğme var. Meslektaşım ve ben birbirimizden bağımsız olarak bu düğmelere her seferinde bir kez olmak üzere istediğimiz sırada ve zamanda, tamamen kendi bireysel seçimimize bağlı olarak basacağız. Düğmelerden birine basıldığında bir şey olmayabilir, bu durumda normal olarak bir sonraki düğme seçimimize geçeriz. Fakat düğmelere basıldığında bir zil de çalabilir ve zile elimizdeki dodekahedronu paramparça edecek muhteşem bir piroteknik gösteri eşlik eder.

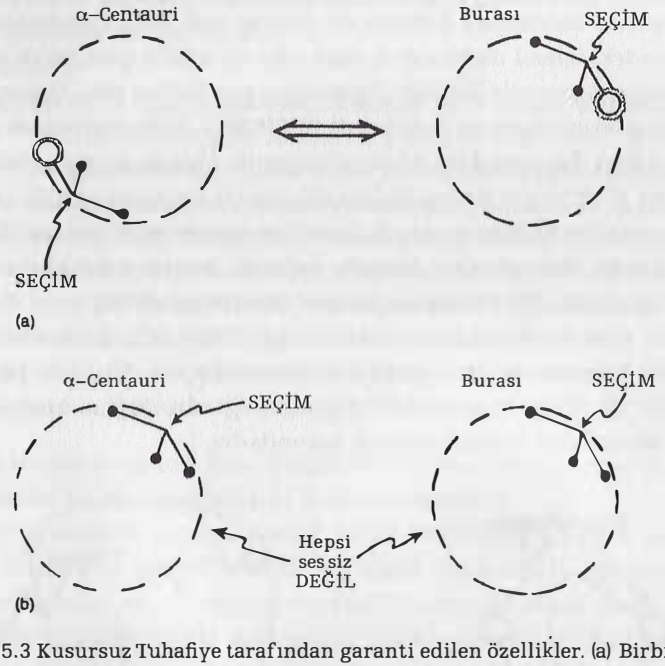


Şekil 5.2 Sihirli dodekahedron. Meslektaşım α–Centauri'de benimkiyle tamamen aynı bir kopyaya sahip. Her köşe noktasında bir düğme var ve bu düğmelerden birine basılması zilin çalmasına sebep olarak muhteşem piroteknik gösteriyi *başlatabilir*.

Her dodekahedronun yanında benim ve meslektaşımın dodekahedronunun başına gelebileceklerle ilgili garanti edilen özelliklerin dökümünün olduğu bir liste gönderilmiş. Öncelikle kendi

* Dodekahedron: Düzgün on iki adet (genellikle beşgen) yüzü olan üç boyutlu şekil; onikiyüzlü –çn.

dodekahedronumuzu çok titiz bir şekilde yönlendirme konusunda dikkat etmek zorundayız. Kusursuz Tuhafiye şirketi dodekahedronumuzun diyelim ki M–87 galaksisi ile Andromeda galaksisinin merkezleriyle bağlantılı olarak vb nasıl ayarlanacağını anlatan ayrıntılı açıklamaları yapmış. Önemli olan yalnızca benim dodekahedronum ile meslektaşımın dodekahedronun birbirleriyle kusursuz biçimde hizalanmış olması. Garanti edilen özellikler listesi belki biraz uzun ama bunlardan ihtiyacımızı karşılayacak olan şeylerin hepsi oldukça basit.



Şekil 5.3 Kusursuz Tuhafiye tarafından garanti edilen özellikler. (a) Birbirine zıt köşe noktalarını SEÇERSEK, zil sıralamadan bağımsız olarak yalnızca çapraz olarak zıt (karşısındaki) düğmelerde çalabilir. (b) Aynı köşe noktalarını SEÇERSEK, zilin altı basışın hepsinde birden çalmaması mümkün olamaz.

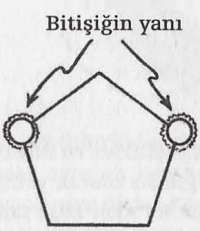
Kusursuz Tuhafiyenin çok uzun bir süredir (diyelim ki yüz milyon yıldır) bu tür şeyler ürettiğini ve garanti ettikleri özelliklerde yanıldıklarının da asla görülmediğini aklımızda tutmalıyız. Yüz milyonu aşkın yıl içerisinde inşa ettikleri bu müthiş ün ve say-

gınlık buna dayanmaktadır, dolayısıyla ne iddia ediyorlarsa onun doğru olduğunun ortaya çıkacağından gayet emin olabiliriz. Üstelik onların hatalı olduklarını bulana verilecek (henüz kazananın olmadığı) muazzam bir PARA ödülü de vardır!

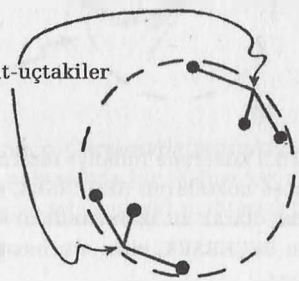
İhtiyaç duyduğumuz garantili özellikler şu şekilde bir düğme basma dizisi tipindedir. Meslektaşım ve ben birbirimizden bağımsız olarak elimizdeki dodekahedronların köşe noktalarından birini seçiyoruz. Bunlara SEÇİLMİŞ köşe noktaları diyeceğim. Bu düğmelere *basmıyoruz*; ancak bu SEÇİLMİŞ düğmeye *komşu* köşe noktalarındaki düğmelerin üçüne de sırayla ve gelişigüzel bir seçimle basıyoruz. Bunlardan birinde zil çalarsa, bu ilgili dodekahedron üzerindeki işlemi durduruyor, ama zilin de ayrıca çalmasına gerek kalmıyor. Sadece iki özelliğe ihtiyacımız var. Bunlar (*bkz.* Çizim 5.3):

(a) meslektaşım ve ben kendi SEÇİLMİŞ düğmelerimizin çapraz olarak *karşısındaki* köşe noktalarını seçmiş olursak, bu durumda zil ikimizin de kendi düğmelerimize basmayı seçtiği özgün sıralamadan bağımsız olarak, ancak ve ancak onun çapraz olarak zıttındaki düğmelerden birinde çalarsa, benim bastıklarımdan (benim SEÇİLMİŞ düğmeme komşu) birinde çalabilir;

(b) eğer meslektaşım ve ben kendi SEÇİLMİŞ düğmelerimiz olarak tam olarak *aynı* köşe noktalarını seçmiş olursak, bu durumda zil ikimizin toplamda yapabileceği altı düğme basmasından en azından birinde çalmak zorundadır.



DEĞİLDİR



DEĞİLDİR

Şekil 5.4 İki dodekahedronumuzun bağımsız (bağlantısız) cisimler olduğu varsayımıyla, benimkinin üzerindeki her düğmenin ya zili çaldıran (BEYAZ) olarak, değilse de sessiz (SİYAH) olarak önceden belirlendiği ve bitişiğin yanı iki düğmenin BEYAZ olamayacağı, zıt-uçtaki bir çiftin altı komşusunun hepsinin birden SİYAH olamayacağı sonucuna varıyoruz.

Şimdi yalnızca Kusursuz Tuhafiyenin benim ya da meslektaşımın hangi düğmelere basmaya eğilimli olduğumuz konusunda hiçbir fikri yokken bu kadar güçlü güvenceler verebilmesi olgusundan hareketle, benim kendi dodekahedronumun α–Centauri'de olanlardan bağımsız olarak karşılaması gereken kurallar hakkında bir sonuç çıkarmayı denemek istiyorum. Buradaki kilit varsayım benimkiyle meslektaşımın dodekahedronunu bağlantılandıran herhangi bir uzak mesafe "etkisinin" olmamasıdır. Bu nedenle iki dodekahedronun üreticiden ayrıldıktan sonra ayrık, tamamıyla bağımsız cisimler olarak hareket ettiklerini varsayacağım. Çıkarımlar şunlar (Şekil 5.4):

(c) benim kendi dodekahedronumun köşe noktalarından her biri ya bir zil çaldıran olarak (bunu BEYAZ renkle gösterelim) ya da sessiz olarak (bunu SİYAH renkle gösterelim) önceden belirlenmiş olmak zorundadır; burada zil çaldırma özelliği SEÇİLMİŞ olana komşu olan basılmış düğmenin birinci, ikinci ya da üçüncü düğme olmasından bağımsızdır;
(d) bitişiğin yanındaki iki köşe noktasının ikisi birden zil çaldıran (başka bir deyişle BEYAZ) olamaz;
(e) zıt-uçtaki bir çifte komşu altı köşenoktasının hepsi birden sessiz (başka bir deyişle SİYAH) olamaz.

(*Zıt-uçtaki* terimi aynı dodekahedron üzerinde çapraz olarak birbirine zıt köşe noktalarını ifade etmektedir.)

(c) sonucunu meslektaşımın kendi SEÇİLMİŞ'i olarak benim SEÇİLMİŞ'ime çapraz olarak zıt olanı *seçebilmesi* olgusundan çıkartıyorum; en azından Kusursuz Tuhafiyenin onun bunu yapmayacağını bilmesinin yolu yoktur (karşı-olgusallık!). Bu nedenle benim düğme basmalarımın üçünden birisi zili çaldırırsa, bu durumda çapraz olarak zıt köşe noktası da, *eğer* meslektaşım tarafından üç basışından birincisi olarak basılmışsa, zili çaldırmak zorundadır. Ben üç düğmeme basmak için hangi sırayı seçmişsem seçeyim durum bu olur, dolayısıyla ("etki" varsayımının olmaması durumunda) Kusursuz Tuhafiyenin bu köşe noktasını zil çaldıran olmak üzere, benim sıralamamı hesaba katmaksızın (a)'yla bir çelişki olmamasını güvenceye almak için önceden düzenlemiş olması zorunludur.

Benzer şekilde (d) de (a)'nın bir sonucudur. Benim dodekahedronum üzerindeki bitişikten sonraki iki köşe noktasının ikisinin de zil çaldıran olduğunu varsayalım. Bunlardan ilk olarak hangisine basmayı seçiyorsam o zili çaldırmak zorundadır ve varsayalım ki ben kendi SEÇİLMİŞ'im olarak onların ortak komşusunu seçtim. Bu durumda onlara basma sıram hangi zilin çalacağında bir fark *yaratır* ve eğer meslektaşım olur da benimkinin zıttını kendi SEÇİLMİŞ'i olarak seçerse (bu Kusursuz Tuhafiyenin hazırlıklı olmak zorunda olduğu bir olasılıktır) bu (a)'yla çelişir.

Son olarak şu ana kadar saptadıklarımızla birlikte (e) sonucu da (b)'den çıkar. Meslektaşımın kendi SEÇİLMİŞ'i olarak benim kendi SEÇİLMİŞ'ime *denk düşen aynı* köşe noktasını seçmiş olduğunu varsayalım. Bu seçime komşu üç düğmemden hiçbiri zil çaldıran değilse, bu durumda (b) gereği meslektaşımın üç düğmesinden biri zil çaldıran olmak zorundadır. (a)'dan benim meslektaşımın zil çaldıranına zıt olan kendi köşe noktamın da bir zil çaldıran olmak zorunda olduğu sonucu çıkar. Bu da (e)'yi kanıtlar.

Bulmaca şimdi geliyor. Bir dodekahedronun köşe noktalarının her birini (d) ve (e) kurallarına göre tutarlı şekilde SİYAH ya da BEYAZ olarak renklendirmeye çalışın. Ne kadar uğraşırsanız uğraşın başarılı olamayacağınızı göreceksiniz. Daha iyi bir bulmaca, böyle bir renklendirmenin *olmadığının kanıtını* sağlamaktır. İstekli okurlara bir gerekçelendirme bulma olanağı tanımak için ben kendi kanıtlamamı erteleyerek Ek B'ye koydum; orada sizlere böyle bir renklendirmenin mümkün olmadığını kanıtlayarak gayet basit bir kanıtlama sunuyorum. Belki kimi okurlar daha zarif bir kanıta ulaşabilirler.

Yüz milyon yıl içerisinde ilk defa Kusursuz Tuhafiye bir yanlışlık yapmış olabilir mi? (c), (d) ve (e) uyarınca köşe noktalarını renklendirmenin *olanaksız* olduğunu saptadıktan sonra muazzam PARA ödülünü de aklımızda tutarak memnuniyetle yaklaşık bir dört yıl kadar meslektaşımın ne yaptığını ve zilin çalıp çalmadığını, çaldıysa ne zaman çaldığını anlatan mesajının ulaşması için bekliyoruz; ama bu mesaj geldiğinde bütün PARA umutları kayboluyor, çünkü Kusursuz Tuhafiyenin yine haklı olduğu ortaya çıkıyor!

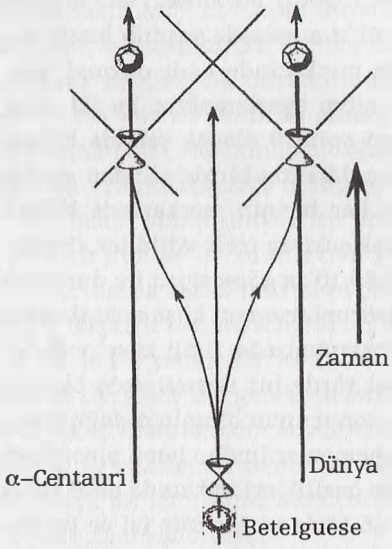
Ek B'deki argüman iki dodekahedronun üreticiden ayrıldıktan sonra ayrık bağımsız objeler olarak hareket ettiği varsayımı

altında, herhangi bir klasik tipte model kullanılarak Kusursuz Tuhafiyenin garanti edebildiği şartları karşılayan sihirli dodekahedronların yapılabilmesinin *hiçbir yolu* olmadığını gösteriyor. Zira iki dodekahedron arasında var olan bir tür gizemli "bağlantı" olmadan ihtiyaç duyulan (a) ve (b) özelliklerinin garanti edilmesi *mümkün değildir* ve şirketin yanlış yaptığı hiç görülmemiştir! (Bu bağlantı bizler düğmelerimize basmaya başladığımız ana dek devrede ve görünen o ki yaklaşık dört ışık yılı kadar bir uzaklıkta da anında işliyor. Yine de Kusursuz Tuhafiye imkansız görünen böyle bir şey için böyle bir garanti vermeyi başarabiliyor.)

Kusursuz Tuhafiye (ya da tanındıkları kısa adlarıyla KT) gerçekten de bunu nasıl yapabilir? Elbette buradaki "KT" aslında *Kuantum Teorisi*'ni simgeliyor. KT'nin aslında yaptığı bizim dodekahedronlarımızın her birinin merkezinde asılı durmak üzere *spin*i 3/2 değerine sahip bir atom ayarlamaktır. Bu iki atom Betelguese'de başlangıçta toplam spini 0 olacak şekilde bileşik bir durumda üretildiler, ardından dikkatle birbirlerinden ayrılıp bizim iki dodekahedronumuzun her birinin merkezinde bileşik toplam spin değerleri 0'da kalacak şekilde izole edildiler. (Bunların hepsinin ne anlama geldiğini §5.10'da göreceğiz.) Bu durumda ben ya da meslektaşım dodekahedronlarımızın köşe noktalarının üzerindeki düğmelerden birine bastığımızda, ilgili köşe noktasının merkezinden dışa doğru özel türde bir (kısmi) spin ölçümü yapılmaktadır. Eğer bu ölçümün sonucunun olumlu olduğu bulunursa, bu durumda zil çalıyor ve hemen ardından bunu piroteknik gösteri izliyor. İleride bu ölçümün özellikleri hakkında daha fazla ayrıntı vereceğim (krş. 5.18) ve §5.18'de ve Ek B'de (a) ve (b) kurallarının neden kuantum mekaniğinin standart kurallarının bir sonucu olduğunu göstereceğim.

Buradaki çarpıcı sonuç uzun mesafeli "etkinin" olmaması varsayımının kuantum kuramında *çiğnenmesidir*. Şekil 5.5'teki uzayzaman diyagramı benim ve meslektaşımın yaptığı düğme basışlarının uzaysal olarak ayrılmış olduğunu göstermektedir (krş. §4.4), dolayısıyla görelilik kuramına göre hangi düğmelere bastığımız ya da hangi düğmenin zili çaldırdığı hakkında bizim aramızda bilgi aktaran sinyaller olması mümkün değildir. Yine de kuantum kuramına göre buna rağmen bizlerin dodekahedronlarını uzaysal

olarak ayrılmış olayları aşarak bağlayan bir tür "etki" vardır. Aslında bu "etki" anlık şekilde doğrudan kullanılabilir *bilgi* yollamak için kullanılamaz ve özel görelilik ile kuantum kuramı arasında eylemsel bir çelişki yoktur. Yine de özel göreliliğin *ruhuyla* bir çelişme vardır ve burada kuantum kuramının derin **Z** gizemlerinin bir örneğiyle karşı karşıyayız: Kuantumda *yerelliğin olmayışı* olgusu. Dodekahedronlarımızın merkezlerinde yer alan iki atom tek bir *dolanık durum* oluşturmaktadır ve standart kuantum kuramının kurallarına göre ayrı bağımsız cisimler olarak *düşünülemezler.*



Şekil 5.5 İki dodekahedronun geçmişinin uzayzaman diyagramı. α–Centauri'ye ve dünyaya uzaysal olarak ayrılmış olaylarda ulaşırlar.

5.4 EPR tipi Z gizemlerinin deneysel statüsü

Benim burada aktardığım örnek 1935 yılında Albert Einstein, Boris Podolsky ve Nathan Rosen tarafından yazılan ünlü bir makaleden yola çıkarak EPR ölçümleri adı verilen deneyler (düşünce deneyleri) sınıflandırmasına ait bir örnektir. (EPR etkileri hakkında

daha ayrıntılı bir tartışma için *bkz.* §5.17) İlk yayımlanan versiyon spine değil, konum ve momentumun belli kombinasyonlarına atıfta bulunmaktaydı. Sonrasında David Bohm bileşik durumu 0 spin olan bir noktadan yayılmış, ½ spine sahip bir parçacık çifti (diyelim ki elektronlar) içeren bir spinli versiyon sundu. Bu düşünce deneylerinin görünürdeki sonucu şuydu: Uzayda bir yerde bir kuantum parçacık çiftinden biri üzerinde gerçekleştirilen bir ölçüm, diğeri ilkinden rastgele bir uzaklıkta olmasına rağmen, anında diğer parçacığı özgün bir şekilde "etkileyebiliyordu". Yine de böyle bir "etki" birinden diğerine gerçek bir mesaj iletmek için kullanılamıyordu. Kuantum kuramı terminolojisinde buna iki parçacık birbiriyle "dolanıklık" durumunda denmektedir. Kuantum dolanıklık olgusu (hakiki bir **Z** gizemi) kuantum kuramının bir özelliği olarak ilk kez Erwin Schrödinger tarafından farkedilmiştir (1935*b*).

Çok sonraları, 1966 yılında yayımlanan dikkat çekici bir teorem kapsamında John Bell, bu tür iki parçacıktan birinde yapılabilecek çeşitli spin ölçümlerinin müşterek olasılıkları arasında geçerli olan ve olağan klasik fizikte yapıldığı gibi ayrık bağımsız varlıklar olarak alınmalarının kaçınılmaz sonucunu yansıtan bazı matematiksel bağıntılar (Bell eşitsizlikleri) olduğunu gösterdi. Buna rağmen kuantum kuramında bu bağıntılar çok özgün bir biçimde çiğnenebilmekteydi. Bu durum bu bağıntıların gerçek fiziksel sistemler tarafından da çiğnenip çiğnenmediğini sınamak için gerçekleştirilebilecek gerçek deneyler olasılığını doğurdu; kuantum kuramı bize çiğnenmesi gerektiğini söylerken, uzamsal olarak ayrılmış cisimlerin birbirlerinden bağımsız davranmalarının gerektiği klasik betimlemedeyse bu bağıntıların karşılanması gerekiyordu. (Bu tür şeylere örnek olarak *bkz.* KYU, s: 284, 301)



Şekil 5.6 Alain Aspect ve arkadaşlarının EPR deneyi. Foton çiftleri kaynaktan dolanık bir durumda salınıyor. Her bir fotonun kutuplanmasının hangi yönde ölçüleceği kararı fotonlar tam uçuşa geçmeden önce alınmıyor; karşıdaki fotona ölçümün yönünü söyleyen bir mesajın ulaşması için artık çok geç.

John Bell bu tür dolanıklıkların ne anlama *gelmediğini* örneklemek için *Bertlmann'ın çorapları* örneğini vermeyi severdi. Bertlmann onun devamlı farklı renkte çoraplar giyen bir çalışma arkadaşıydı. Bu Bertlmann hakkında bilinen bir bulguydu. (Bertlmann'la şahsen tanışmış bir kişi olarak benim gözlemlerimin de bu bulguyla çelişmediğini doğrulayabilirim.) Bu nedenle sol çorabı gözünüze çarpar ve onun yeşil olduğunu fark ederseniz, bu durumda hemen sağ çorabının yeşil *olmadığı* bilgisini elde edersiniz. Ama yine de burada sol çorabından sağ çorabına anında giden gizemli bir etki olduğu çıkarsamasını yapmak akla aykırı olur. İki çorap bağımsız cisimlerdir ve Kusursuz Tuhafiyenin farklı çorap özelliğinin gerçekleşeceğini garanti etmesini gerektirmez. Etkinin ayarlanması için sadece Bertlmann'ın çoraplarının renklerinin farklı olacağını önceden belirlemesi yeterlidir. Bertlmann'ın çorapları Bell'in bağıntılarını çiğnemez ve çoraplarını birbirine bağlayan bir uzun mesafeli "etki" yoktur. KT'nin sihirli dodekahedronlarında "Bertlmann'ın çorapları" türü bir açıklama garanti edilmiş özellikleri açıklayamaz. Zaten bir önceki alt başlıkta aktarılan tartışmanın ana fikri de buydu.

Bell'in özgün makalesini yayımlayışından sonraki yıllarda bir dizi gerçek deney önerildi[87] ve ardından gerçekleştirildi.[88] Bu de-

[87] İyi tanımlanmış ilk deney önerisi Clauser ve Horne (1974), ardından Clauser, Horne ve Shimony (1978) tarafından yapıldı.

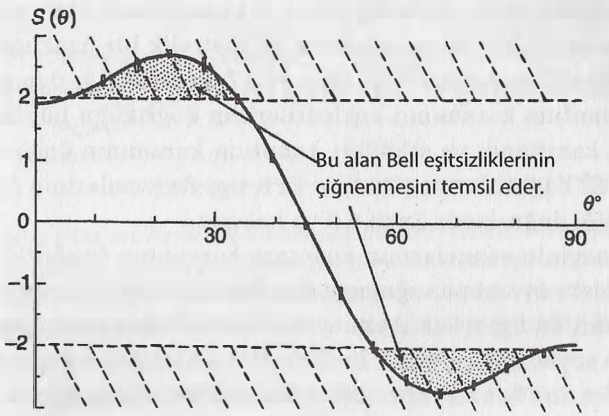
[88] Yerel olmayan kuantum beklentileri yönünde pozitif bir doğrulamaya işaret eden ilk deneylere Freedman ve Clauser (1972) tarafından ulaşıldı; bunu birkaç yıl sonra Aspect, Grangier ve Roger'ın (1982) ulaştığı çok daha kesin sonuçlar izledi (ayrıca *krş.* Aspect ve Grangier 1986).

neylerin doruk noktasını Alain Aspect ve arkadaşlarının 1981 yılında Paris'te yaptıkları ve zıt yönlerde 12 metrelik bir uzaklığa salınan "dolanık" foton çiftlerinin (krş. §5.17) kullanıldığı deney oluşturdu. Kuantum kuramının beklentilerinin doğruluğu büyük bir başarıyla kanıtlandı ve standart kuantum kuramının öngördüğü üzere Bell bağıntılarını çiğneyen EPR tipi **Z** gizemlerinin fiziksel gerçekliği doğrulandı. Şekil 5.6'ya bakınız.

Aspect deneyinin sonuçlarının kuantum kuramının öngörüleriyle bu çok kesin uyumuna rağmen halen kuantum yerel olmama olgusunun kanıtlandığını kabul etmeyi reddeden birkaç fizikçinin olduğunun da söylenmesi gerekir. Bu fizikçiler muhtemelen Aspect deneyindeki (ve ona benzer diğer deneylerdeki) foton saptayıcılarının (*detektörlerinin*) yeterince duyarlı olmadığına ve ölçümler uzun vadeli yapıldığında salınan çiftlerin çoğunun saptanmadan kaldığına işaret edeceklerdir. Bu nedenle eğer foton saptayıcıları daha duyarlı yapılmış olsaydı belirli bir gelişme aşamasında kuantum kuramı ile gözlem arasındaki mükemmel uyuşmanın ortadan kalkacağını ve Bell'in bir yerel klasik sistemde geçerli olmak zorunda olduğunu gösterdiği bağıntıların bir şekilde eski konumuna kavuşacağını ileri süreceklerdir. Benim düşünceme göre Aspect deneyinde sergilenen kuantum kuramı ile gözlem arasındaki mükemmel örtüşmenin (*bkz.* Şekil 5.7) insan eliyle yaratılan bir yapaylık (saptayıcıların *duyarsızlığının* getirdiği bir olgu) olması ve daha mükemmel saptayıcılar olduğunda kuramla uyuşmanın Bell bağıntılarının yeniden elde edilebilmesi için gerekecek kadar büyük bir ölçüde ortadan kalkması hemen hiç olası görünmemektedir.[89]

---

[89] Şu ana dek Aspect ve başkaları tarafından gözlemlenmiş özel EPR etkileri için mümkün olan başka tür bir "klasik" açıklama daha vardır. İleri sürülen bu açıklama (*gecikmeli çökme*) Euan Squires'a aittir (1992*a*) ve iki ayrı yerdeki saptayıcılarca yapılan bir ölçümün sonuç vermesinde önemli bir zaman gecikmesi olabilmesi olgusunun avantajını kullanmaktadır. Bu fikir kuantum ölçümlerinin her ikisinin de *nesnel olarak* gerçekleşeceği muhtemel zamana ilişkin kesin bir tahmin üreten bir kuram bağlamında ele alınmalıdır (bu kuramın geleneksel olmayan –§6.9 ya da §6.12'de karşılaşacaklarımız gibi– bir kuram olması gerekir). Bu iki zamanı kontrol eden rastlantısal etkilerin saptayıcılardan birinin ölçümünü diğerinden önemli şekilde önce etkilemesi mümkün gözükecektir; hatta bu o kadar önce olacaktır ki, elimizde daha önceki saptayıcıdan ışık hızıyla yola çıkan bir sinyalin sonraki saptayıcıyı önceki saptamanın sonucunun ne olduğuna ilişkin bilgilen-



Şekil 5.7 Aspect deneyi Bell'in klasik eşitsizliklerinin çiğnenmesi yönünden kuantum kuramının beklentileriyle yakından uyuşur. Daha iyi saptayıcıların bu uyuşmayı nasıl bozacağını görmek zordur.

Özgün Bell argümanı bize farklı muhtemel sonuçların müşterek *olasılıkları* arasındaki bağıntıları (eşitsizlikleri) sağlamıştı. Bir fizik deneyindeki gerçek olasılıkları tahmin etmek için ardından uygun istatiksel analize tabi tutulacak uzun vadeli gözlem-

dirmesine yetecek kadar geniş bir zaman gerçekten olacaktır. Bu yaklaşıma göre ne zaman bir kuantum ölçümü gerçekleşse ona ölçüm olayının dışına doğru ışık hızında ilerleyen bir "bilgi dalgası" eşlik edecektir. Bu tür bir şey klasik görelilik kuramıyla da mükemmel şekilde uyumluyken (*bkz.* §4.4) kuantum kuramının yeterince uzun mesafelerle ilgili beklentileriyle uyuşmaz. Özelde de, §5.3'teki "sihirli dodekahedronlar" gecikmeli çöküş yaklaşımıyla açıklanamazlar. Elbette henüz bu tür bir "deney" yapılmamıştır ve bu koşullar altında kuantum kuramının beklentilerinin ihlal edileceği görüşünü savunmak mümkündür. Bundan daha ciddi bir karşı çıkış, gecikmeli çökmenin diğer kuantum ölçüm türlerinde ciddi zorluklarla karşılaşacağı ve bütün standart korunum yasalarının çiğnenmesine neden olacağı görüşüdür. Örneğin bozunuma uğrayan bir radyoaktif atom, yüklü bir parçacık saldığında (diyelim ki bir α–parçacığı), birbirlerinden yeterince uzak biçimde ayrılmış iki saptayıcının eşanlı olarak enerji, elektrik yük ve baryon numarası korunum yasalarının her birini çiğneyerek *aynı* α–parçacığını teslim almaları mümkün olur! (Yeterince uzak ayrılmış olma durumunda ilk saptayıcıdan gelen "bilgi dalgası" ikinci saptayıcıyı bu aynı α–parçacığını gözlemleyememesi için uyarmaya yetecek zamana sahip olmayacaktır!) Öte yandan bu korunum yasaları halen daha "ortalama" şeklindedir ve fikirle çelişen gerçek bir gözlemin yapıldığı bilgisine sahip değilim. Gecikmeli çökme fikrinin son durumunun yakın zamanda yapılan bir değerlendirmesi için *bkz.* Home (1994).

lere sahip olmak gerekir. Bu konuda yakın zamanlarda herhangi bir olasılığa sebep olmayan, tamamıyla evet/hayır karakterinde bir dizi alternatif (varsayımsal) deney düzenlemesi önerildi. Bunlardan biri Greenberg, Horne ve Zeilinger (1989) tarafından ileri sürülen ve ½ spinli parçacıklar üzerinde *üç* ayrı yerde (Kusursuz Tuhafiyenin bu düzenlemeyi kullanmış olduğunu varsayarsak örneğin dünya, α–Centauri ve Sirius'ta) yapılan spin ölçümlerini içeren deneydir. Bundan önce 1967 yılında Kochen ve Specker geometrik yapılandırmaları çok karmaşık olsa da buna çok yakın bir fikri 1 spinli parçacıklarla ileri sürmüştü; hatta Bell de buna çok benzer ama o kadar açık olmayan bir şeyi bundan da önce, 1966 yılında yapmıştı. (Bu ilk dönemdeki örnekler ilk başta EPR olayı tabirleriyle ifade edilmiyordu, bunun nasıl yapılacağı 1983 yılında Heywood ve Redhead ve ayrıca Stairs (1983) tarafından gösterildi.)[90] Benim verdiğim dodekahedronların kullanıldığı örnek, geometrisinin açıkça gösterilebilmesi açısından bazı avantajlara sahiptir.[91] (Benim burada sunduklarımdan farklı bir fiziksel formda olmalarına karşın, bu **Z** gizemleri örnekleriyle eşdeğer olan şeyleri sınamak için ileri sürülmüş bazı deneyler vardır: krş. Zeilinger vd. (1994).)

5.5 Kuantum kuramının esasları: Olağanüstü bir tarih

Kuantum mekaniğinin temel ilkeleri nelerdir? Bunları ele almadan önce konudan ayrılarak tarihten bahsetme dürtüme biraz teslim olmak durumundayım. Bu, kuramın en önemli iki ayrı matematiksel bileşenine vurgu yapmamızda bize bazı avantajlar sağlayacak. Modern kuantum kuramının en temel iki bileşeninin her ikisinin de kökeninin geriye doğru sürülerek on altıncı yüzyıla, birbirlerinden tamamıyla bağımsız olarak, aynı adama bağlanabilmesi pek bilinmeyen ancak çok ilginç bir gerçektir!

Bu adam, Gerolamo Cardano (Şekil 5.8) 24 Eylül 1501 tarihinde Pavia, İtalya'da (evlenmemiş bir çiftten) sefalet koşullarında doğ-

[90] Abner Shimony'nin bana bildirdiğine göre Kochen ve Specker kendi örneklerinin bir EPR formülasyonunun bilgisine sahiplermiş.

[91] Farklı geometrik yapılandırmalar gösteren başka örnekler için *bkz.* Peres (1990, 1990), Mermin (1990), Penrose (1994*a*).

du, zamanının en iyi ve en ünlü hekimi oldu ve sonunda 20 Eylül 1576'da Roma'da yine sefalet içerisinde öldü. Kuantum mekaniği konusuna yeniden dönmeden önce onun hakkında kısa bir şeyler söyleyerek konudan saparsam okurun beni mazur göreceğini umuyorum.

Evet, kuantum mekaniği alanında hiç tanınmaz, ama *ismi* en azından *otomobil* mekaniğinde iyi bilinmektedir! Normal bir motorlu arabanın vites kutusunu arka tekerleklere bağlayan ve bu sayede bel veren arka dingilin değişim gösteren düşey hareketini soğurmak için gereken esnekliği sağlayan evrensel ek yerine *kardan şaftı* ya da *kardan mili* denmektedir. Cardano bu aleti tahminen 1545 yılında icat etti ve bunun 1548'te çok bozuk yollarda düzgün bir sürüş elde edilmesi için İmparator V. Karl (Şarlken) için hazırlanan kraliyet aracının taşıyıcı iskeletinin bir parçası olarak eklenmesini başardı. Modern kasalarda kullanılanlara benzer bir şifreli kilit gibi, çok sayıda başka icatları da oldu. Bir hekim olarak çok büyük bir ün kazandı ve hastaları arasında krallar ve prensler yer aldı. Tıpta birçok ilerlemeye imza attı ve tıp ve başka alanlarda çok sayıda kitap kaleme aldı. Bugün bel soğukluğu ve frengi olarak bilinen zührevi hastalıkların aslında *farklı* tedaviler gerektiren iki ayrı hastalık olduğunu ilk fark eden o oldu gibi görünüyor. Tüberküloz hastaları için "sanatoryum" tipi bir tedavi önerdi ve bunu George Boddington 1830 yılı civarında tedaviyi yeniden keşfetmeden neredeyse 300 yıl önce yaptı. 1552 yılında İskoçya Başpiskoposu John Hamilton'ı son derece bitap düşüren bir astım yaşarken iyileştirdi ve bu sayede Britanya tarihinin akışına da etki etmiş oldu.



Şekil 5.8 Gerolamo Cardano (1501–1576). Olağanüstü bir hekim, kaşif, kumarbaz, yazar ve matematikçi. Modern kuantum kuramının iki temel bileşeni olan olasılık kuramını ve karmaşık sayıları keşfeden kişi.

Ulaştığı bu başarıların kuantum kuramıyla ne ilgisi var? İleride bu kuramın en önemli iki bileşeni olacak şeyleri ayrı ayrı keş-

fetmiş olan insanın düşünsel kapasitesini göstermesi haricinde hiçbir ilgisi yok. Zira seçkin bir hekim ve kaşif olmanın yanı sıra Cardano aynı zamanda bir başka alanda da olağanüstüydü: Matematik.

Bu bileşenlerin birincisi *olasılık kuramıdır*. Zira kuantum kuramı iyi bilindiği üzere belirlenimci değil, olasılıkçı bir kuramdır. Temel kuralları esas itibariyle olasılık yasalarına dayanır. 1524 yılında Cardano *Liber de Ludo Aleae* [Şans Oyunları Kitabı] adlı matematik olasılık kuramının temellerini atan kitabını yazdı. Cardano bu yasaları birkaç yıl öncesinde formüle etmiş ve bunlardan faydalanmasını da bilmişti. Pavia'daki tıp okulunda aldığı derslerin finansmanını bu yasaları pratiğe uygulayarak sağlamıştı: Kumar oynayarak! Daha öncesinde *hile yaparak* para kazanmanın riskli bir girişim olacağını kavramış olsa gerek, çünkü annesini dul bırakan adamın hayatı tam da böyle bir aktivite nedeniyle hoş olmayan bir sona uğramıştı. Cardano olasılık yasaları konusundaki keşiflerine başvurarak dürüst bir şekilde kazanabildiğini gördü.

Cardano'nun keşfettiği kuantum kuramının diğer temel bileşeni nedir? Bu ikinci bileşen *karmaşık sayı* kavrayışıdır. Bir karmaşık sayı şu biçimde bir sayıdır:

$$a + ib$$

Buradaki "i" eksi birin karekökü dür:

$$i = \sqrt{-1}$$

a ve *b* basit reel (gerçel) sayılardır; başka bir ifadeyle bugün ondalık açılımla yazdığımız sayılardır. Günümüzde $a + ib$ karmaşık sayısında *a*'ya *gerçel kısım*, *b*'ye de *sanal kısım* diyoruz. Cardano bu garip sayı türleriyle üçüncü dereceden denklemin çözümünü araştırırken karşılaştı. Bu denklemler şöyle şeylerdir:

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0$$

Buradaki A, B, C ve D belirli gerçel sayılardır ve denklemin x değerini bulmak üzere çözülmesi gerekir. Cardano'nun 1545 yılında yayımladığı *Ars Magna* adlı kitabında bu denklemlerin çözümüne ilişkin ilk tam analiz yer alıyordu.

Bu çözümün yayımlanmasının talihsiz bir hikâyesi vardır. 1539 yılında Nicolo "Tartaglia" adıyla tanınan bir matematik öğretmeni üçüncü dereceden denklemlerin belirli bir geniş kesimi için genel bir çözüme sahip durumdaydı ve Cardano çözümün ne olduğunu öğrenmesi için ona bir arkadaşını göndermişti. Ama Tartaglia çözümünü açıklamayı reddetti, dolayısıyla Cardano çalışmaya koyuldu ve hızla kendisi yeniden keşfederek sonucu 1540 yılında *The Practice of Arithmetic and Simple Mensuration* [Aritmetik ve Basit Ölçüm Teknikleri] kitabında yayımladı. Aslında Cardano Tartaglia'nın yaptığını *bütün durumlara* genişletmeyi başarmıştı ve sonradan genel çözüm yöntemi analizini *Ars Magna*'da yayımladı. Her iki kitapta da Cardano Tartaglia'nın işleminin çözüme götürdüğü ilgili durumlar kategorisinde Tartaglia'nın çözüme önceden ulaşma iddiasını aktardı, ancak *Ars Magna*'da Cardano Tartaglia'nın ona yayım izni verdiğini iddia etme hatasını işledi. Tartaglia küplere bindi ve kendisinin Cardano'nun evini ziyaret ettiğinde ona çözümünü Cardano'nun asla açıklamayacağına söz verdiği bir gizlilik yemini etmesi kesin şartıyla açıkladığını ileri sürdü. Her durumda Cardano açısından Tartaglia'nın daha önce yaptığını genişleten kendi çalışmasını, çözümün daha önceki örneklerini açığa çıkarmadan yayımlamak zor olurdu ve tüm çalışmayı ortadan kaldırmadan başka bir yoldan ilerleyebilirdi diyebilmemiz de zor gözükmektedir. Hal böyleyken Tartaglia Cardano'ya ömür boyu süren bir kin güttü ve uygun zamanın gelmesini bekledi; 1570 yılında başka ağır şartlar Cardano'nun ününe çok ciddi bir gölge düşürdükten sonra, Cardano'nun yıkımına yol açan son darbede etkisi oldu. Tartaglia Engizisyon'la yakın bir işbirliği yaptı, Cardano'nun aleyhine kullanılabilecek şeylerle dolu yüklü bir dosya hazırladı, tutuklanması ve hapsedilmesi için gereken düzenlemeleri yaptı. Cardano hapisten ancak 1571 yılında İskoçya Başpiskoposu tarafından (Cardano'nun astımını iyileştirdiği kişi olduğunu hatırlayalım) gönderilen özel bir temsilcinin onu müdafaa etmek için Roma'ya gelmesi ve Cardano'nun "sadece Tanrı'nın ruhlarının en uzun süre yaşayabilmeleri için bedenleri koruma ve iyileştirmeyi dert edinmiş bir alim" olduğunu açıklamasıyla çıkabildi.

Yukarıda bahsi geçen "ağır şartlar" Cardano'nun en büyük oğlu Giovanni Battista'nın cinayet işlemekle suçlandığı davaya ilişkin-

di. Mahkemede Gerolamo oğlunu desteklemek amacıyla tüm şöhretini riske attı. Bu onun açısından hiç iyi bir sonuç doğurmadı, çünkü Giovanni aslında suçluydu, karısını öldürmüştü ki onunla da daha önce işlediği başka bir cinayeti örtbas etmek amacıyla evlenmek zorunda kalmıştı. Görünüşe göre Giovanni'nin karısının öldürülmesine Cardano'nun çok daha alçak küçük oğlu Aldo yardım ve iştirak etmişti; kendisi sonradan Giovanni'ye ihanet etti ve daha sonra da öz babasını Bologna'daki Engizisyon'a teslim etti. Aldo'nun ödülü Bologna'da Engizisyon adına resmi olarak işkenceci ve cellat pozisyonuna atanmak oldu. Cardano'nun kızı bile onun şöhretine olumlu bir katkı yapmadı, çünkü bir fahişe olarak yürüttüğü mesleki faaliyetlerinin sonucunda frengiden öldü.

Gerolamo Cardano gibi kendisini karısına ve çocuklarına adamış şefkatli bir baba görünümündeki ve ilkeli, dürüst ve duyarlı bir adamın nasıl bu kadar feci çocuklara sahip olabildiğini anlamaya çalışmak tarihsel psikoloji açısından ilginç bir egzersiz olacaktır. Dikkatinin aile meselelerinden zaman tüketen çok çeşitli başka ilgi alanlarına çok çok sık bir şekilde kaydığına hiç kuşku yoktur. Karısının ölümünün ardından başpiskoposu tedavi etmek için (Cardano'nun başlangıçta üstlendiği yükümlülük yalnızca Paris'te bir buluşma olmasına rağmen) İskoçya'ya seyahat ettiği bir yıldan fazla süre boyunca evde olmayışının çocuklarının gelişimine olumlu bir etkide bulunmadığına kuşku yoktur. Keza hummalı yazma ve araştırma faaliyetinde daha da büyük bir artışa sebep olan, yıldızların kendi ölümünün 1546 yılında olacağını bildirdiğine olan inancının bu kez karısını ihmal etmesine ve Cardano'nun yerine karısının söz konusu yılın sonuna doğru hastalığa yenik düşmesine sebep olduğuna da kuşku yoktur.

Cardano'nun (çocuklarının, Engizisyon'un ve özellikle de Tartaglia'nın ortak çabalarıyla oluşan) ağır biçimde lekelenmiş saygınlığının ve bahtsız kaderinin sonuçta onun bugün hak ettiğinden çok daha az tanınıyor olmasına sebep olmasını gayet iyi anlayabiliyorum. Benim kafamda o kesinlikle en büyük Rönesans şahsiyetleri arasında yer almaktadır. Sefalet koşulları altında büyümüş olmasına rağmen şekillendiği yıllarda etrafındaki öğrenme atmosferinin oynadığı rol büyüktür. Babası Fazio Cardano bir geometriciydi; Gerolamo küçükken babasının Leonardo

da Vinci'ye yaptığı bir ziyarete kendisinin de eşlik ettiğini ve iki adamın gecenin geç saatlerine dek geometri konularını tartışarak vakit geçirdiklerini hatırlamaktadır.

Cardano'nun Tartaglia'nın kendisinden önce ulaştığı sonucu yayımlaması ve hatalı bir şekilde yayımlama iznine sahip olduğunu iddia etmesi konusuna gelirsek; yeni bilgileri kendine saklamak yerine, keşifleri kamuoyuna açmanın taşıdığı öneme saygı duyulması gerektiği kesindir. Tartaglia'nın geçiminin keşiflerinin gizliliğinin korunmasına bağlı olmasını da bir ölçüde anlamak gerekir (sık sık halka açık matematik yarışmalarına katılıyordu) ancak matematik biliminin gelişimine kalıcı ve derin etkiye sahip olan şey Cardano'nun onları yayımlaması olmuştur. Dahası öncelik konusu açısından bakıldığında bu hak ikisinden de önce 1526 yılındaki ölümüne dek Bologna Üniversitesinde profesörlük yapan Scipione del Ferro'ya ait gibi gözükmektedir. En azından del Ferro'nun Tartaglia'nın sonradan yeniden keşfettiği çözüme sahip olduğu kesindir; ancak bu çözümün Cardano tarafından daha sonra düşünülmüş olan durumları açıklayabilecek şekilde nasıl dönüştürülebileceğinin ne kadar farkında olduğu belirsizdir ve del Ferro'nun karmaşık sayılar üzerinde düşünmeye yöneldiğine ilişkin bir kanıt yoktur.

Şimdi Cardano'nun katkısının neden bu kadar temel bir katkı olduğunu anlamak için üçüncü dereceden denklemin ayrıntılarına biraz girelim. Genel kübik denklemimizi ($x \to x + a$ biçiminde bir yerine koyma yaparak) şu forma indirmemiz (denklemdeki p ve q gerçel sayıdır) zor değildir:

$$x^3 = px + q$$

Bu kadarı o dönemde de bilinmekteydi. Fakat bizim *negatif sayılar* dediğimiz sayıların bile o günlerde normalde aslında "sayı" olarak kabul edilmediğini de aklımızda tutmak zorundayız, dolayısıyla p ve q'nun aldığı işaretlere bağlı olarak denklemde karşımıza çıkan sayıların hepsini negatif olamayan biçimde tutabilmek için denklemin farklı versiyonları yazılabiliyordu (örneğin $x^3 + p'x = q$ ya da $x^3 + q' = px$). Aşırı bir karmaşıklık yaratmamak için buradaki anlatımlarımda (gerektiğinde negatif sayılara izin veren) modern gösterimi kullanacağım.

Yukarıda verilen kübik denklemin çözümleri $y = x^3$ ve $y = px + q$ eğrilerini çizer ve iki eğrinin kesiştiği yere bakarsak şekil yoluyla da çözülebilir. x'in kesişim noktalarında aldığı değerler denklemin çözümlerini verecektir. Şekil 5.9'a bakınız; $y = x^3$ eğrisi çeşitli olasılıkları ifade eden bir eğri çizgi olarak gösterilmektedir. (Cardano ya da Tartaglia'nın böyle bir çizimli betimleme kullandığından emin değilim, kullanmış da olabilirler. Burada sadece gerçekleşebilecek farklı durumları görselleştirme açısından yardımcı olmaktadır.) Şimdi bu gösterimde Tartaglia'nın çözebildiği durumlar p negatif (ya da 0) olduğunda gerçekleşmektedir. Bu durumlarda düz çizgi sağ aşağıya doğru eğim gösterir ve tipik bir durum Şekil 5.9'daki P doğrusuyla gösterilmiştir. Böyle durumlarda doğrunun eğriyle her zaman tam olarak bir kesişim noktası olduğuna dikkat ediniz, dolayısıyla kübik denklem tam olarak bir çözüme sahiptir. Modern gösterimle Tartaglia'nın çözümünü şu şekilde ifade edebiliriz:

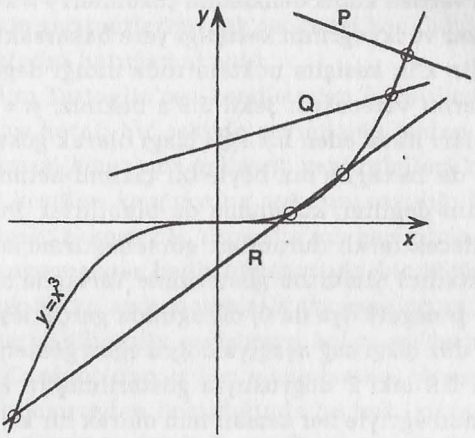
$$x = (w - \tfrac{1}{2}q)^{1/3} - (w + \tfrac{1}{2}q)^{1/3}$$

Burada p', ifadede karşımıza çıkan niceliklerin negatif olmaması için $-p$ yerine kullanılmak üzere (keza $q > 0$) alınarak) w de şudur:

$$w = \sqrt{[(\tfrac{1}{2}q)^2 + (\tfrac{1}{3}p')^3]}$$

Cardano'nun bu işlemdeki genişletmesi $p > 0$ olan durumlara izin verir ve çözümü yazabiliriz (pozitif p ve negatif q için, ama q'nun işareti çok önemli değildir). Bu durumda düz çizgi sağa doğru eğimlenir (Q ya da R ile gösterilmiştir). Belirli bir p değerinde (başka bir deyişle belirli bir eğimde), eğer q' $(= -q)$ yeterince büyükse (böylece doğru y eksenini yeterince yüksekte keser) yine tam olarak bir sonuç olacaktır. Cardano'nun bunun için ifadesi (modern gösterimle) şöyledir:

$$x = (\tfrac{1}{2}\, q' + w)^{1/3} + (\tfrac{1}{2}q' - w)^{1/3}$$

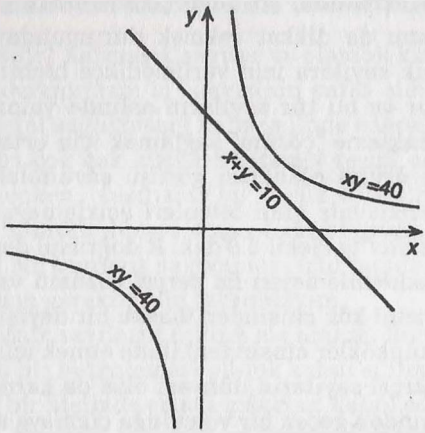


Şekil 5.9 $x^3 = px + q$ üçüncü dereceden denkleminin çözümleri $y = px + q$ doğrusunun $y = x^3$ kübik eğrisiyle kesişim(ler)inden şekil yoluyla elde edilebilir. Tartaglia'nın durumu $p \leq 0$ olduğunda görülür ve aşağı doğru eğimli P çizgisiyle temsil edilirken, Cardano'nun yeni durumları *Q* ya da *R* doğrularında sağlandığı gibi $p > 0$ olduğunda karşımıza çıkar. *R* doğrusunda olduğu gibi *üç* kesişim noktası olduğunda *casus irreducibilis* (indirgenemez durum) gerçekleşir. Bu durumda çözümleri ifade etmek için karmaşık sayılar yolculuğuna çıkmak gerekir.

Buradaki w de şudur:

$$w = \sqrt{[(\tfrac{1}{2}q')^2 - (\tfrac{1}{3}p)^3]}$$

Modern negatif sayılar kavramlarını ve modern gösterimi kullanarak (ve negatif bir sayının küp kökünün o sayının pozitif biçiminin küp kökünün eksili hali olduğunu bilerek) Cardano'nun ifadesinin esasında Tartaglia'nınkiyle aynı olduğunu görebiliyoruz. Fakat Cardano'nun durumunda ifadenin içerisinde beliren tamamıyla yeni bir şey vardır. Eğer q' fazla büyük değilse doğru eğriyle *üç* yerde kesişebilir, dolayısıyla özgün denklemin üç çözümü olur ($p > 0$ olursa ikisi negatiftir). Bu *casus irreducibilis* dediğimiz *indirgenemez durum* $(\tfrac{1}{2}q')^2 < (\tfrac{1}{3}p)^3$ olduğunda gerçekleşir ve bu durumda w'nin *negatif bir sayının karekökü* olması gerektiğini görürüz. Bu nedenle küp kök işaretlerinin altında karşımıza çıkan $\tfrac{1}{2}q' + w$ ve $\tfrac{1}{2}q' - w$ sayıları bugün *karmaşık sayılar* dediğimiz sayılardır; ancak denklemin sonuçlarını sağlamak için iki küp kökün toplamının bir gerçel sayı olması zorunludur.



Şekil 5.10 Cardano'nun çarpımları 40 ve toplamları 10 olan iki sayıyı bulma problemi $xy = 40$ eğrisinin $x + y = 10$ doğrusuyla kesişimlerini bulma şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda problemin gerçel sayılarla çözülemediği açıktır.

Cardano bu gizemli problemin gayet farkındaydı ve daha sonra *Ars Magna*'da denklemlerin çözümünde karmaşık sayıların ortaya çıkmasının doğurduğu sorunu açık şekilde ortaya koydu. Çarpımları 40 ve toplamları 10 olan iki sayı bulma problemini düşündü ve doğru yanıtı iki karmaşık sayı olarak elde etti:

$$5 + \sqrt{(-15)} \text{ ve } 5 - \sqrt{(-15)}.$$

Çizim yoluyla bu problemi Şekil 5.10'daki $xy = 40$ eğrisinin $x + y = 10$ doğrusuyla kesişim noktalarını bulmak şeklinde düşünebiliriz. Çizildiği şekliyle eğrilerin (gerçel sayılarla düşünüldüğünde) kesişmediğini görüyoruz ve bu problemin çözümünü ifade etmek için karmaşık sayılara ihtiyaç duyduğumuzu gösteriyor. Cardano bu sayılarla çalıştığı için mutlu değildi ve çalışmanın "getirdiği zihinsel işkenceden" bahsediyordu. Buna rağmen bu tür sayılar üzerinde düşünme gerekliliği kübik denklemlerle çalışmasının dayattığı bir zorunluluktu.

Karmaşık sayıların karşımıza Şekil 5.9'da gösterildiği gibi üçüncü dereceden bir denklemin çözümünde çıkmasının Şekil 5.10'da gösterilen problemdeki gibi (esasen $x^2 - 10x + 40 = 0$ ikin-

ci dereceden denkleminin çözümü) çıkmasından çok daha derin bir şey olduğunu da dikkat çekmek durumundayız. İkinci durumda karmaşık sayılara izin verilmedikçe hiçbir çözümün var olmadığı açıktır ve bu tür sayıların aslında yalnızca çözümleri olmayan bir denkleme "çözüm" sağlamak için ortaya atılmış, tamamıyla hayal ürünü oldukları görüşü savunulabilir. Fakat bu görüş kübik denklemde olan bitenleri açıklamayacaktır. Burada "*casus irreducibilis*"te (Şekil 5.9'daki *R* doğrusu) denklemin aslında varlıkları reddedilemeyen üç *gerçel* çözümü vardır; fakat bu çözümlerden birini kök cinsinden (başka bir deyişle bu durumda karekökler ve küpkökler cinsinden) ifade etmek için, sonunda varış noktamız gerçel sayıların dünyası olsa da karmaşık sayıların gizemli dünyasından geçen bir yolculuğa çıkmaya mecburuz.

Cardano'dan önce hiç kimse bu gizemli dünyayı ve bu dünyanın "gerçeklik" dünyasının altında yatabileceğini fark etmiş gibi görünmüyor. (Diğerleri örneğin İskenderiyeli Heron ya da İskenderiyeli Diyofantus, sırasıyla MS birinci ve üçüncü yüzyıllarda negatif bir sayının bir tür "karekökü" olabileceği fikrini hafiften düşünmüş gibi görünüyorlar, ancak her ikisi de ne *karmaşık* sayılara ulaşmak için bu tür "sayıları" *gerçellerle* birleştirmek gibi cesur bir adım atmış ne de denklemlerin gerçel sayı çözümlerinin altında yatan bağlantıyı fark etmişlerdir.) Kim bilir belki de Cardano'nun nadir görülen bilimsel olarak akılcı ve mistik kişilik bileşimi, sonradan en güçlü matematik düşüncelerinden biri haline gelecek şeyin ilk parıltılarını yakalamasını sağladı. Daha sonraki yıllarda karmaşık sayılar kuramı Bombelli, Coates, Euler, Wessel, Argand, Gauss, Cauchy, Weierstrass, Riemann, Levi, Lewy ve birçok başka kişinin çalışmaları içerisinden olgunlaşarak en şık ve evrensel olarak uygulanabilir matematik yapılarından biri oldu. Karmaşık sayıların, içerisinde yaşadığımız gerçek fiziksel dünyanın temelindeki yapıda her yanı kuşatan acayip bir rol oynadığı ve *olasılıklarla* önceden algılanandan daha derin bir bağlantısı olduğu, yirminci yüzyılın ilk çeyreğinde kuantum kuramının gelişinden sonra ortaya çıktı. Cardano'nun bile matematiğe yaptığı bu iki büyük katkı arasında altta yatan gizemli bir bağlantı olduğunu sezmesi mümkün değildi ve bu bağlantı maddi dünyanın en küçük ölçeklerinin temelini oluşturuyordu.

5.6 Kuantum kuramının temel kuralları

Bu bağlantı nedir? Karmaşık sayılar ve olasılık kuramı nasıl olup da birleşerek evrenimizin iç işleyişinin enfes olduğu tartışmasız bir betimlemesini sağlıyorlar? Kabaca ifade edersek, karmaşık sayıların yasaları çok çok küçük bir temel teşkil eden bir olgusal düzeyde egemenken, olasılıklar bu küçük düzey ile bizim olağan algılarımızın bilindik düzeyi arasındaki köprüde rol oynar; ama elbette gerçek bir kavrayış sağlanması için bundan daha açık ifadeler kullanmam gerektiğinin farkındayım.

Önce karmaşık sayıların rolünü ele alalım. Bunlar fiziksel gerçekliğin hakiki bir betimlemesi olarak kabul edilmesi çok zor olan oldukça garip bir biçimde ortaya çıkarlar. Kabul edilmesi özellikle zordur; çünkü Newton, Maxwell ve Einstein'ın klasik yasalarının doğru olduğu ve bizlerin fiilen algılayabildiği olguların düzeylerindeki şeylerin davranışında bunlara yer yokmuş gibi gözükmektedir. Bu nedenle kuantum kuramının işleyişini resmetmek için fiziksel eylemin iki ayrı düzeyi olduğunu düşünmeye ihtiyaç –en azından geçici olarak– duyacağız: Bu karmaşık sayıların garip rollerini oynadığı altta yatan *kuantum* düzeyi ve aşina olduğumuz büyük ölçekli fizik yasalarının *klasik* düzeyi. Karmaşık sayılar yalnızca kuantum düzeyinde bu rolü oynarlar; bu rol klasik düzeyde tamamıyla ortadan kalkıyor gibi gözükmektedir. Bu kuantum yasalarının işlediği bir düzey ile klasik şekilde algılanan olgular düzeyi arasında gerçekten fiziksel bir ayrılık olması gerektiği anlamına gelmez; ama şu an için böyle bir bölünme olduğunu hayal edersek bu, kuantum kuramında fiilen benimsenmiş işlem ve süreçleri anlamlandırmamıza yardımcı olacaktır. Daha derin bir soru olarak böyle bir fiziksel ayrılığın *gerçekten* olup olmadığı sorusu daha sonra temel meselelerimizden biri olacaktır.

Bu kuantum düzeyi hangi *düzeydedir*? Bunu moleküller, atomlar ya da temel parçacıklar gibi bir anlamda "yeterince küçük" olan fiziksel şeylerin düzeyi olarak düşünmek zorundayız. Fakat bu "küçüklük" ifadesinin fiziksel uzaklığa atıfta bulunması gerekmez. Kuantum düzeyindeki etkiler uzak mesafelerde gerçekleşebilirler. Benim §5.3'teki hikâyemde geçen iki dodekahedronu birbirinden ayıran 4 ışık yılını ya da Aspect'nin deneyindeki (§5.4) foton çiftini birbirinden gerçekten ayıran 12 metreyi hatırlayın. Kuantum

düzeyini tanımlayan fiziksel küçüklük değil, bundan daha güç algılanan bir şeydir ve şu an için daha açık konuşmaya çalışmamak en iyisi olacaktır. Fakat kuantum düzeyini kabaca, yalnızca çok küçük enerji farklarıyla ilgilendiğimizde uygulanan bir şey olarak düşünmek faydalı olacaktır. Bu konuya daha kapsamlı olarak §6.12'de geri döneceğim.

Diğer yandan klasik düzey olağan olarak deneyimlediğimiz düzeydir, bu düzeyde klasik fiziğin gerçel sayılı yasaları geçerliliğini sürdürür, örneğin olağan betimlemeler (bir golf topunun konumunu, hızını ve biçimini vermek gibi) gayet anlamlıdırlar. Kuantum düzeyi ile klasik düzey arasında *mevcut* olan fiziksel bir ayrımın olup olmadığı, §5.1'de bahsi geçen **X** gizemleri konusuyla yakından bağlantılı derin bir sorudur. Bu soruyu şu an için erteleyerek kuantumu klasik düzeyden ayırmayı daha uygun bir zamana bırakıyoruz.

Peki, karmaşık sayılar kuantum düzeyinde ne gibi bir temel rol oynarlar? Elektron gibi tekil bir parçacığı düşünün. Klasik betimlemede elektron ya bir A yerindedir ya da belki de başka bir B yerindedir. Fakat kuantum mekanik betimlemede elektronun önünde uzanan bu tür olasılıklar yelpazesi çok daha geniştir. Elektronun yalnızca bir yerde ya da bir başka yerde olması gerekmez, açıkça eşanlı olarak *iki yeri birden* işgal edebilmesi de olası durumlardan biridir! Elektronun A konumunda olduğu durum için |A> gösterimini, elektronun B konumunda olduğu durum için de |B> gösterimini kullanalım.[92] Kuantum kuramına göre bu durumda elektronun önünde uzanan başka olasılıklar da şu şekilde yazılabilir:

$$w|A\rangle + z|B\rangle$$

Burada ortaya çıkan ağırlık çarpanları w ve z *karmaşık sayılardır* (en azından ikisinden birinin sıfır olarak alınmaması zorunludur).

---

[92] Burada kuantum durumlar için bizim için biraz daha kolaylık sağlayacak olan standart Dirac "ket" notasyonunu kullanıyorum. Kuantum mekanik notasyona aşina olmayan okurların bunun önemi konusunda çok fazla kaygılanmalarına gerek yok. Paul Dirac yirminci yüzyılın en önemli fizikçilerinden biriydi. Başarıları arasında kuantum kuramının yasalarının genel bir formülasyonu ve ayrıca elektron için keşfettiği "Dirac denklemini" kapsamına alan onun görelilikçi genelleştirilmesi de vardı. Gerçeği "koklama" konusunda olağanüstü bir beceriye sahipti ve kendi denklemlerini de büyük ölçüde *estetik* niteliklerine göre değerlendirirdi!

Bu ne anlama gelmektedir? Eğer ağırlık çarpanları negatif olmayan *gerçel* sayılar olsalardı, bu durumda bu kombinasyonun, *w* ve *z* sırasıyla elektronun A'da olmasının ya da B'de olmasının göreli olasılıklarını göstermek üzere, bir anlamda elektronun yeriyle ilgili olasılık ağırlıklı bir beklentiyi temsil ettiğini düşünebilirdik. O zaman w:z oranı (A'da elektron olasılığı):(B'de elektron olasılığı) oranını verirdi. Dolayısıyla eğer elektronun önünde sadece bu iki olasılık olsaydı, elektronun A'da olması beklentimiz $w/(w + z)$ ve elektronun B'de olması beklentimiz de $z/(w + z)$ olurdu. Eğer $w = 0$ ise, bu durumda elektron kesinlikle B'de olacak; eğer $z = 0$ ise, kesinlikle A'da olacaktı. Eğer durum sadece "$|A\rangle + |B\rangle$" olsaydı, bu elektronun A'da ya da B'de olmasının olasılıklarının *eşit* olduğu anlamına gelirdi.

Fakat *w* ve *z* karmaşık sayıdır, dolayısıyla böyle bir yorum hiçbir anlam taşımaz. Kuantum ağırlıkları *w* ve *z*'nin oranları, olasılık oranları *değildir*. Olamazlar çünkü olasılıkların her zaman *gerçel* sayı olması gerekir. Kuantum dünyasının olasılıkçı bir dünya olduğu şeklindeki genel kanıya rağmen, kuantum düzeyinde işleyen Cardano'nun *olasılık* kuramı *değildir*. Aksine faaliyetin kuantum düzeyinin matematiksel olarak kesin ve *olasılıksız* betimlemesinin altında yatan onun gizemli karmaşık sayılar kuramıdır.

Bir elektronun karmaşık sayı ağırlık çarpanları *w* ve *z* ile aynı anda iki yerde üst üste binmiş bir halde olmasının ne "anlama geldiğini" alışkın olduğumuz gündelik ifadelerle söyleyemeyiz. Şu an için bunun kuantum düzeyinde sistemler için benimsemek durumunda olduğumuz türde bir betimleme olduğunu basitçe kabul etmek zorundayız. Böylesi üst üste binmeler doğanın bizlere gösterdiği üzere mikro dünyamızın filli yapısının önemli bir parçasını oluşturmaktadır. Kuantum düzeyinde dünyanın aşina olmadığımız bu gizemli biçimde *fiilen* davrandığını bulmuş olmamız somut bir *gerçek* olarak karşımızda duruyor. Betimlemeler mükemmel bir açıklıkla tanımlanmış durumdalar ve bize matematiksel olarak kesin olmakla kalmayıp üstüne üstlük *tamamen belirlenimci* bir betimlemeye göre evrim geçiren bir mikro dünya sağlıyorlar!

5.7 Üniter evrim U

Bu belirlenimci betimleme nedir? Buna *üniter evrim* diyoruz ve bunu simgelemek için U harfini kullanacağım. Bu evrim kesin matematiksel denklemlerce betimlenir, ancak bu denklemlerin aslında ne olduklarını bilmek bizim için önemli olmayacak. Tek ihtiyacımız U'nun belirli bazı özellikleri olacak. "Schrödinger betimlemesi" dediğimiz şeyde U *Schrödinger denklemi* tarafından tanımlanır ve bu bize *kuantum durumunun* ya da *dalga fonksiyonunun* zamana bağlı değişim hızını verir. Genellikle Yunan harfi ψ ya da $|\psi\rangle$ ile gösterilen bu kuantum durumu, karmaşık sayı ağırlık çarpanlarıyla birlikte sistemin önünde açık olan bütün olası alternatiflerin ağırlıklı toplamının bütününü ifade eder. Bu nedenle yukarıda verilen, elektronun önüne serili alternatiflerin ya A yerinde ya da başka bir B yerinde olmak olduğu örnekte, $|\psi\rangle$ kuantum durumu w'nin ve z'nin karmaşık sayı olduğu (her ikisinin de sıfır olmadığı) şu tür bir karmaşık sayı kombinasyonu olur:

$$|\psi\rangle = w|A\rangle + z|B\rangle$$

Bu $w|A\rangle + z|B\rangle$ kombinasyonunu $|A\rangle$ ve $|B\rangle$ durumlarının *doğrusal üst üste binmesi* olarak adlandırıyoruz. $|\psi\rangle$ (ya da $|A\rangle$ ya da $|B\rangle$) niceliği genellikle bir *durum vektörü* olarak adlandırılıyor. Daha genel kuantum durumları (ya da durum vektörleri) şöyle bir formda olabiliyor:

$$|\psi\rangle = u|A\rangle + v|B\rangle + w|C\rangle + \ldots + z|F\rangle$$

Buradaki $u, v, \ldots, z$ karmaşık sayılardır (hepsi sıfır değildir) ve $|A\rangle, |B\rangle, \ldots, |F\rangle$ bir parçacık için çeşitli olası yerleri (ya da belki de bir parçacığın başka bir özelliğini, örneğin spin durumunu; krş. §5.10) temsil etmektedir. Hatta daha da genel biçimde, bir dalga fonksiyonu ya da durum vektörü için *sonsuz* toplamlara izin verilebilir (bir noktasal parçacığın önünde sonsuz sayıda muhtemel yer olduğu için), ancak bu tür bir durum burada bizim açımızdan önemli olmayacaktır.

Kuantum formalizminde burada bahsetmem *gereken* bir teknik detay var. Bu da yalnızca karmaşık ağırlık çarpanlarının *oranlarının* önem taşıyor olmasıdır. Bunun hakkında ileride söyleye-

ceğim başka şeyler de olacak. Şu an için sadece şunu not etmekle yetinelim: Herhangi bir tekil durum vektörü $|\psi\rangle$ için geçerli olmak üzere, onun karmaşık çarpımı $u|\psi\rangle$ ($u \neq 0$ olmak üzere) $|\psi\rangle$'ın temsil ettiğiyle aynı fiziksel durumu gösterir. Bu nedenle örneğin $uw|A\rangle + uz|B\rangle$, $w|A\rangle + z|B\rangle$ ile aynı fiziksel durumu gösterir. Dolayısıyla da yalnızca w:z oranının fiziksel önemi vardır, ayrı ayrı w ve z'nin yoktur.

Schrödinger denkleminin (başka bir ifadeyle U'nun) en temel özelliği *doğrusal* olmasıdır. Bu şu anlama gelir: Eğer iki durumumuz varsa, diyelim ki $|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$ ve Schrödinger denklemi bize bir t zamanından sonra $|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$ durumlarının her birinin bireysel olarak sırasıyla $|\psi'\rangle$ ve $|\phi'\rangle$ yeni durumlarına evrimleştiklerini söylüyorsa; bu durumda $w|\psi\rangle + z|\phi\rangle$ şeklinde herhangi bir doğrusal üst üste binme, aynı t zamanından sonra $w|\psi'\rangle + z|\phi'\rangle$ üst üste binmesine evrimleşmek zorundadır. t zamanından sonra gerçekleşen evrim için $\rightsquigarrow$ sembolünü kullanalım. Bu durumda doğrusallık şunu söyler: Eğer

$$|\psi\rangle \rightsquigarrow |\psi'\rangle \text{ ve } |\phi\rangle \rightsquigarrow |\phi'\rangle$$

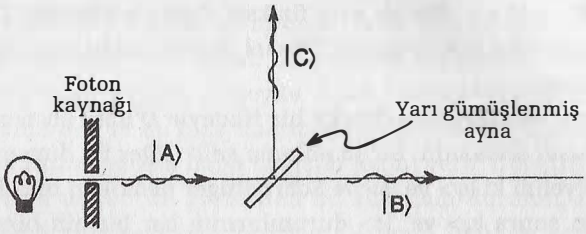
ise, bu durumda

$$w|\psi\rangle + z|\phi\rangle \rightsquigarrow w|\psi'\rangle + z|\phi'\rangle$$

evrimi de geçerli olur. Bu (dolayısıyla) iki bireysel kuantum durumundan daha fazlasına sahip doğrusal üst üste binmeler için de geçerlidir; örneğin eğer $|\chi\rangle$, $|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$ sırasıyla t zamanından sonra her biri bireysel olarak $|\chi'\rangle$, $|\psi'\rangle$ ve $|\phi'\rangle$'a evrim geçiriyorsa, $u|\chi\rangle + w|\psi\rangle + z|\phi\rangle$ da bu durumda $u|\chi'\rangle + w|\psi'\rangle + z|\phi'\rangle$'a evrim geçirir. Bu nedenle evrim her zaman bir üst üste binmenin her bir farklı bileşeni diğerlerinin varlığından habersizmişcesine ilerler. Kimilerince ifade edildiği gibi, bu bileşen durumları tarafından betimlenen farklı her bir "dünya" diğerleriyle aynı belirlenimci Schrödinger denklemi uyarınca bağımsız şekilde evrimleşir ve tüm durumu betimleyen doğrusal üst üste binme de evrim ilerledikçe karmaşık sayı ağırlıklarını değişmeden korur.

O halde üst üste binmeler ve karmaşık ağırlıkların etkili bir fiziksel rol oynamadıkları düşünülebilir, çünkü ayrı durumların

zaman evrimi diğer durumlar orada değilmişçesine ilerlemektedir. Fakat bu bizi çok yanlış bir yola sevkeder. Ne olabileceğini bir örnekle açıklamama izin verin.



Şekil 5.11 |A> durumunda bir foton yarı gümüş bir aynaya çarpıyor ve durumu (U sonucunda) |B> + *i*|C> şeklinde bir üst üste binmeye evrimleşiyor.

Işığın yarı gümüşlenmiş bir aynaya çarptığı bir durum düşünün; ayna yarı geçirgendir ve üzerine düşen ışığın sadece yarısını yansıtır, kalan yarısını geçirir. Kuantum kuramında ışığın *foton* adı verilen parçacıklardan oluştuğu kabul edilmektedir. Öyleyse bir foton akışının yarı gümüşlenmiş aynamıza çarptığında fotonların yarısının yansıtıldığını ve yarısının da geçirildiğini düşünebiliriz. Ama böyle olmaz! Kuantum kuramı bize aksine, ayrı ayrı her bir *bireysel* fotonun aynaya çarptığında yansıma ve geçmenin *üst üste binmiş* olduğu bir duruma girdiğini söyler. Foton aynayla karşılaşmasından önce |A> durumundaysa, karşılaşmasının ardından U'ya göre evrimleşerek |B> + *i*|C> olarak yazılabilecek bir duruma gelir; burada |B> fotonun aynanın içinden geçtiği durumu, |C> ise fotonun aynadan yansıdığı durumu temsil etmektedir; *bkz* Şekil 5.11. Bunu şöyle yazalım:

$$|A\rangle \rightsquigarrow |B\rangle + i|C\rangle$$

Burada "*i*" çarpanı, böyle bir aynada yansıyan ve geçen ışınlar arasında gerçekleşen dalga boyunun[93] dörtte biri büyüklüğünde-

[93] En etkili "yarı gümüşlenmiş ayna" aslında hiç de gümüşlenmemiş olan ve ışığın dalga boyuyla bağlantılı en doğru kalınlıktaki geçirgen malzemeden oluşan ince bir parçadır. Etkisine ulaşması, tekrarlanan iç yansıma ve geçmelerin karmaşık bir kombinasyonu sonucunda nihayetinde en son yansıtılan ve geçirilen ışınların yoğunluğunun aynı olmasıyla gerçekleşir. En son yansıyan ve geçen ışınlar arasında yaşanan dönüşümün "üniter" doğası gereği, gereken "i" çarpanını bize verecek

ki net faz kayması nedeniyle karşımıza çıkmaktadır. (Daha tam ifade etmek için buraya zamana bağlı bir salınımlılık faktörü ve genel bir normalizasyon da eklemem gerekirdi, ancak bu şu anki tartışmada bir rol oynamaz. Bu betimlemelerde sadece acil amaçlarımız için asıl gerekli olan şeyleri veriyorum. Salınımlılık konusundan §5.11'de, normalizasyon probleminden de §5.12'de biraz daha bahsedeceğim. Daha tam bir betimleme için *bkz.* kuantum kuramı üzerine herhangi bir standart eser;[94] aynı zamanda KYU, s:243–250).

Bir parçacığın klasik betimlemesinden bakıldığında |B> ve |C>'nin sadece fotonun *yapabileceği* alternatif şeyleri temsil ettiğini düşünmek durumunda kalacakken, kuantum mekaniğinde fotonun bu acayip, karmaşık üst üste binmede şimdi gerçekten *her iki şeyi birden* yaptığına inanmaya çalışmamız gerekmektedir. Bunun sadece bir klasik olasılık ağırlıklı alternatifler meselesi olamayacağını görmek için, örneğimizi biraz daha ilerletelim ve foton durumunun iki parçasını (iki foton ışınını) yeniden bir araya getirmeye çalışalım. Bunu şöyle yapabiliriz: Önce her bir ışını tam olarak gümüşlenmiş bir aynayla yansıtalım. Yansımadan sonra[95] foton durumu |B> **U**'ya göre evrimleşerek başka bir i|D> durumuna geçerken, |C> de i|E>'ye evrimleşecektir:

$$|B\rangle \rightsquigarrow i|D\rangle \quad \text{ve} \quad |C\rangle \rightsquigarrow i|E\rangle$$

Böylece toplam durum |B> + i|C>, **U** uyarınca evrim geçirerek şöyle olacaktır:

$$|B\rangle + i|C\rangle \rightsquigarrow |D\rangle + i(i|E\rangle)$$

şekilde sonuçta çeyrek dalgaboyluk bir faz kayması olmak zorundadır. Daha kapsamlı bir ele alış için *bkz.* Klein ve Furtak (1986).

94 Örneğin Dirac (1947), Davies (1984).

95 Burada benim yansıtılmış durum için uyguladığım faz çarpanı seçiminde biraz keyfiyet vardır. Kısmen hangi türde ayna kullanıldığına bağlıdır. Aslında dipnot 7'de bahsi geçen (muhtemelen hiç gümüşlenmemiş olan) "yarı gümüşlenmiş ayna"dan farklı olarak, bu iki aynanın gerçekte tamamen gümüşlenmiş olduğunu düşünebiliriz. Burada kullandığım "i" çarpanı "yarı gümüşlenmiş" aynalardan yansıma durumunda elde edilmiş çarpanla ancak yüzeysel bir uyuşma taşıyabilen bir tür tavizdir. Tartışılan aynalardan *her ikisi* için ne yaptığımız konusunda tutarlı olduğumuz müddetçe, tamamen gümüşlenmiş aynalardan yansıma için hangi çarpanın kabul edildiği aslında bir önem taşımaz.

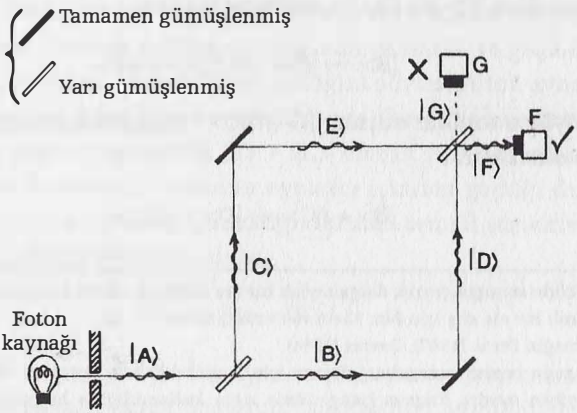
$$= i|D\rangle - |E\rangle$$

(çünkü $i^2 = -1$). Şimdi bu iki ışının bu kez Şekil 5.12'de gösterildiği üzere *yarı* gümüşlenmiş olan dördüncü bir aynada bir araya geldiğini varsayalım (göz ardı ettiğim salınımlılığın herhangi bir rol oynamamaya devam etmesi için burada ışın uzunluklarının hepsinin eşit olduğunu varsayıyorum). $|D\rangle$ durumu evrimleşerek $|G\rangle + i|F\rangle$ halini alır; buradaki $|G\rangle$ geçirilmiş durumu, $|F\rangle$ ise yansıtılmış durumu göstermektedir. Benzer şekilde $|E\rangle$ de evrimleşerek $|F\rangle + i|G\rangle$ olur; çünkü bu kez geçirilmiş durum $|F\rangle$'dir, $|G\rangle$ de yansıtılmış durumdur:

$$|D\rangle \rightsquigarrow |G\rangle + i|F\rangle \text{ ve } |E\rangle \rightsquigarrow |F\rangle + i|G\rangle$$

Toplam durumumuz $i|D\rangle - |E\rangle$'nin şimdi (U'nun doğrusallığı nedeniyle) şöyle evrimleştiği görülür:

$$\begin{aligned} i|D\rangle - |E\rangle &\rightsquigarrow i(|G\rangle + i|F\rangle) - (|F\rangle + i|G\rangle) \\ &= i|G\rangle - |F\rangle - |F\rangle - i|G\rangle \\ &= -2|F\rangle. \end{aligned}$$



Şekil 5.12 Foton durumunun iki parçası, birbirleriyle en sonunda yarı gümüşlenmiş bir aynada karşılaşacak şekilde, iki tamamen gümüşlenmiş ayna tarafından bir araya getiriliyor. Öyle bir tarzda girişime uğruyorlar ki, toplam durum karşımıza $|F\rangle$ durumunda çıkıyor ve G'deki saptayıcı fotonu teslim alamıyor. (Mach–Zender interferometresi.)

(Burada ortaya çıkan –2 çarpanı daha önce belirtildiği üzere herhangi bir fiziksel rol oynamıyor, çünkü bir sistemin toplam fiziksel durumu (burada |F>) sıfır olmayan bir karmaşık sayıyla çarpılırsa, bu fiziksel durumda bir değişiklik yaratmaz.) Dolayısıyla |G> olasılığının fotona *kapalı* olduğunu görüyoruz; iki ışın birleşerek sadece *tek* bir olasılık olarak |F>'yi oluşturmaktadır. Burada ilginç bir sonuç doğar, çünkü *her iki* ışın da ilk ve son ayna arasındaki çarpmalar arasında *eşanlı* olarak fotonun fiziksel durumu içerisinde vardır. Buna iki ışının birbiriyle *girişime uğraması* diyoruz. Bu nedenle bu çarpmalar arasında fotonun alternatif iki "dünyası" aslında ayrı değildir ve bu girişim olgusu üzerinden birbirini etkileyebilmektedir.

Bunun *tekil* fotonların bir özelliği olduğunu akılda tutmak önemlidir. Her bir tekil foton önünde açık olan her iki rotayı da hissediyor gibi düşünülmek zorundadır, ancak *bir* foton olarak kalmaktadır; ara aşamada iki fotona bölünmemektedir, fakat bulunduğu yer kuantum kuramının karakteristik özelliği olan, acayip türde bir alternatiflerin karmaşık–sayı–ağırlıklı *bir arada varoluşuna* sahiptir.

5.8 Durum vektörü indirgenmesi *R*

Yukarıdaki örnekte foton karşımıza en sonunda üst üste binmemiş bir durumda çıkar. Şimdi saptayıcıların (fotosellerin) Şekil 5.12'de F ve G'yle gösterilen noktalara yerleştirildiğini kabul edelim. Bu örnekte foton |G>'nin katkısı olmaksızın (orantılı) bir |F> durumunda karşımıza çıktığı için, F'deki saptayıcı fotonun alınışını kaydeder ve G'deki saptayıcıysa hiçbir şey kaydetmez.

Peki, bu saptayıcıların $w|F> + z|G>$ gibi üst üste binmiş bir durumla karşılaştığı daha genel bir halde ne olur? Saptayıcılarımız fotonun |F> durumunda mı yoksa |G> durumunda mı olduğunu görmek için bir ölçüm yapar. Bir kuantum ölçümü, kuantum olaylarını kuantumdan klasik düzeye çıkartma etkisine sahiptir. Kuantum düzeyinde doğrusal üst üste binmeler *U* evriminin sürekli eylemi altında gerçekleşir. Fakat etkiler *edimsel* vakalar olarak algılanabildikleri klasik düzeye yükseltilir yüksetilmez, biz artık hiçbir şeyi bu acayip karmaşık–ağırlıklı kombinasyonlar şeklinde bu-

lamaz hale geliriz. *Bulabildiğimiz*, bu örnekten gidersek, *ya* F'deki saptayıcının kaydettiği *ya da* G'deki saptayıcının kaydettiğidir ve bu alternatifler belirli bazı olasılıklarla gerçekleşirler. Kuantum durumu $w|F\rangle + z|G\rangle$ üst üste binmesini içeren bir halden ya sadece $|F\rangle$ ya da sadece $|G\rangle$'nin olduğu bir hale gizemli bir şekilde "sıçramış" gibi gözükmektedir. Bir sistemin durum betimlenmesinin üst üste binmiş kuantum düzeyi durumundan klasik düzey alternatiflerinden birinin ya da diğerinin gerçekleştiği bir betimlemeye bahsettiğimiz şekilde "sıçrayışına" *durum vektörü indirgenmesi* ya da *dalga fonksiyonunun çöküşü* denmektedir ve ben bu işlemi adlandırmak için *R* harfini kullanacağım. *R*'nin gerçek fiziksel bir süreç mi yoksa bir tür yanılsama ya da yaklaştırım olarak mı düşünülmesi gerektiği daha sonra bizim için çok önem kazanacak bir konudur. En azından matematiksel betimlemelerimizde yer yer **U**'dan vazgeçmek ve tümüyle farklı *R* işlemine başvurmak durumunda kalmamız olgusu, kuantum kuramının temel **X** gizemidir. Şu an için konunun derinliklerine fazla inmemek ve (geçici olarak) *R*'yi bir olayı kuantumdan klasik düzeye büyütme işleminin bir özelliği olarak (en azından kullanılan matematiksel betimlemelerde) *gerçekleşiveren* bir süreç olarak görmek daha iyi olur.

Üst üste binmiş bir durumda gerçekleşen bir ölçümün alternatif sonuçlarında karşımıza çıkan bu farklı *olasılıkları* nasıl hesaplarız? Gerçekten de bu olasılıkların belirlenmesi için çok çarpıcı bir kural vardır. Bu kurala göre alternatif $|F\rangle$ ve $|G\rangle$ durumları arasında, diyelim ki yukarıdaki durumda F ve G'deki saptayıcıları sırasıyla kullanarak karar veren bir ölçüm varsa,

$$w|F\rangle + z|G\rangle$$

üst üste binme durumuyla karşılaşan saptayıcılarda, F'deki saptayıcının kaydetme olasılığı ile G'dekinin olasılığı arasındaki oran şudur:

$$|w|^2 : |z|^2$$

ve bunlar karmaşık *w* ve *z* sayılarının *modül kare*leridir. Bir karmaşık sayının modül karesi onun gerçel ve sanal kısımlarının karelerinin toplamıdır; bu nedenle *x* ve *y*'nin gerçel sayı olduğu

$$z = x + iy$$

eşitliğinin kare modülü şudur:

$$\begin{aligned} |z|^2 &= x^2 + y^2 \\ &= (x + iy)\ \ (x - iy) \\ &= z\bar{z} \end{aligned}$$

Buradaki $\bar{z}$ $(= x - iy)$ z'nin *karmaşık eşleniği* olarak adlandırılır; benzeri w için de geçerlidir. (Yukarıdaki aktarımda |F>, |G> vs ile gösterdiğim durumların gereğine uygun *normalize edilmiş* durumlar olduğunu örtülü olarak varsayıyorum. Bu daha sonra açıklanacak, krş. §5.12; aslına bakılırsa bu biçimde bir olasılık kuralının geçerli olması için normalizasyon gerçekten de gereklidir.)

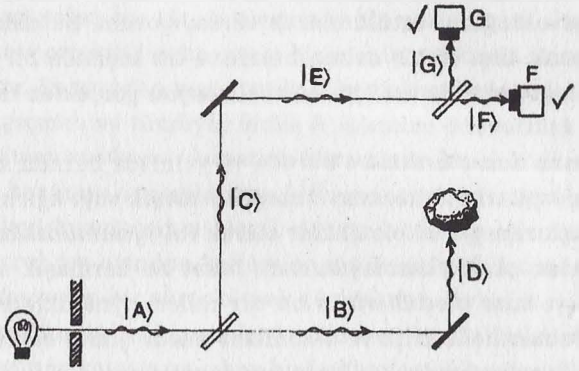
Cardano'nun *olasılıkları* burada ve yalnızca burada kuantum sahnesine çıkarlar. Kuantum düzeyi karmaşık sayı ağırlıklarının kendi başlarına göreli olasılıklar olarak rol *oynamadıklarını* (oynayamazlar, çünkü karmaşıktırlar), fakat bu karmaşık sayıların gerçel sayı *kare modüllerinin* bu tür rolleri oynadıklarını görüyoruz. Dahası belirsizlik ve olasılıklar ancak şimdi *ölçümler* yapıldığında gelmektedir. Bir kuantum durumunun ölçümü, gerçekten de, fiziksel süreçler geniş ölçüde büyütüldüğünde ve böylece kuantumdan klasik düzeye yükseltildiğinde gerçekleşir. Fotosel örneğinde tekil bir kuantum olayının kaydedilmesi (bir fotonun alınması biçiminde) nihayetinde bir klasik düzey bozulmasına neden olur; bu örneğimizde duyulabilir bir "klik" sesi olsun. Alternatif olarak fotonun varışını kaydedecek duyarlı bir fotoğrafik levha da kullanabiliriz. Bu durumda bu foton erişimi, kuantum olayı klasik düzeye büyütülürken levhada görülebilen bir işaret biçimini alacaktır. Her iki durumda da ölçüm aleti, çok küçük bir kuantum olayını çok daha büyük bir klasik ölçekteki etkiyi tetiklemek için kullanabilecek dikkatle ayarlanmış bir sistemden oluşacaktır. İşte, Cardano'nun karmaşık sayıların modüllerinin karelerinin alınıp Cardano'nun olasılıkları halini alması bu kuantum düzeyinden klasik düzeye geçişte olmaktadır!

Şimdi bu kuralın belirli bir durumda nasıl uygulandığını görelim. Sağ alttaki aynanın yerine, oraya bir fotosel yerleştirdiğimizi

düşünelim; bu durumda bu fotosel şu durumla karşılaşacaktır:

$$|B\rangle + i|C\rangle$$

B> durumu fotoselin kayıt yapmasına sebep olurken |C> herhangi bir etkide bulunmamaktadır. Sırasıyla olasılıkların oranı $|1|^2:|i|^2 = 1:1$'dir. Bu şu anlama gelir; olası iki sonucun olasılığı da aynıdır, dolayısıyla fotonun fotoseli harekete geçirmesi ve geçirmemesi eşit derecede muhtemeldir.



Şekil 5.13 |D> ışınının önü kapatılırsa (ve bu engel fotonu soğurmazsa!) G'deki saptayıcının fotonun varışını kaydetmesi olanaklı hale gelir.

Şimdi biraz daha karmaşık bir düzenleme düşünelim. Fotoseli sağ alttaki aynanın yerine koymak yerine, yukarıdaki örnekteki ışınlardan birini fotonu soğurma becerisine sahip bir *set* ile engellediğimizi varsayalım ve bu da |D> foton durumuna karşılık gelen ışında olsun (Şekil 5.13). Bu durumda daha önce karşılaştığımız girişim etkisi bozulmuş olur. Artık fotonun engel tarafından gerçekten *soğurulmaması* şartıyla, fotonun (|F> olasılığına ek olarak) |G> olasılığını içeren bir durumda *olabilmesi* mümkündür. Engel tarafından *soğurulursa*, bu durumda foton |F> ve |G> durumlarının hiçbir kombinasyonunda karşımıza çıkmaz; ama soğrulmamışsa, o zaman fotonun durumu en son aynaya yaklaşırken $-|E\rangle$ olur, bu da $-|F\rangle - i|G\rangle$'ye evrilir ve böylece her iki alternatif, |F> ve |G> son sonuçta yer alır.

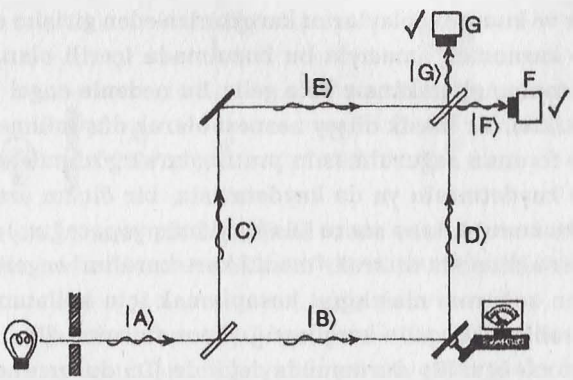
Yukarıda ele alınan örnekte engel varken fotonu soğurmadığında |F> ve |G> olasılıklarının karmaşık sayı ağırlıkları sırasıyla -1 ve $-i$'dir (çünkü ortaya çıkan durum $-|F\rangle - i|G\rangle$'dir). Bu yüzden olasılıklar da sırasıyla $|-1|:|-i|$ olur ve yine her iki olası sonucun da olasılığı eşittir, dolayısıyla fotonun saptayıcıyı F'de aktive etmesi ile G'de aktive etmesi eşit derecede muhtemeldir.

Öte yandan "engel fotonu soğurur" ve "engel fotonu soğurmaz" alternatiflerinin klasik alternatifler olduğu ve bunlara karmaşık sayı ağırlıkları verilmemesi gerektiği düşünüldüğünde engelin kendisinin de bir "ölçüm aleti" olarak değerlendirilmesi gerekir. Engel onun bir fotonu soğurmasını sağlayan kuantum olayını klasik olarak gözlemlenebilen bir olaya büyütmek için gereken hassasiyetle düzenlenmemiş olabilirse de, biz onun böyle "düzenlenmiş olabileceğini" düşünmek durumundayız. Burada önemli olan nokta şudur: Fotonun soğurulması sırasında engelin maddi yapısının kayda değer bir miktarı foton tarafından hafif şekilde etkilenir ve kuantum olaylarını karakterize eden girişim etkilerini yeniden kazanmak amacıyla bu bozulmada içerili olan bilginin hepsini toplamak imkânsız hale gelir. Bu nedenle engel (en azından pratikte), bir klasik düzey nesnesi olarak düşünülmek zorundadır ve fotonun soğurulmasını pratik olarak gözlemlenebilir bir biçimde kaydetmesin ya da kaydetmesin, bir ölçüm aracı işlevi görür. (Bu konuya daha sonra §6.6'da dönüş yapacağım.)

Bunu aklımızda tutarak, "modül kare kuralını" engelin fotonu gerçekten soğurma olasılığını hesaplamak için kullanma özgürlüğüne sahibiz. Engelin karşılaştığı foton durumu $i|D\rangle - |E\rangle$'dir ve bu fotonu eğer |E> durumunda değil de, |D> durumunda bulursa soğurur. Soğurma olasılığı ile soğurmama olasılığı arasındaki oran $|i|^2:|-1|^2 = 1:1$'dir, dolayısıyla iki alternatif yine eşit derecede muhtemeldir.

Buna benzer bir durum olarak, D'de bir engel olması yerine sağ alttaki aynaya bir ölçüm aygıtı eklediğimizi düşünebiliriz. (Eski örnekte bu ayna *yerini* bir saptayıcıya *bırakmıştı*.) Bu aygıtın fotonun sadece yansımasıyla aynaya hangi darbe uygulanıyorsa bunu saptayacak kadar duyarlı olduğunu ve bu saptamanın da diyelim ki bir göstergedeki hareketle gösterildiğini hayal edelim (*bkz.* Şekil 5.14). Foton durumu |B>'nin aynayla karşılaşması

bu gösterge hareketini aktive edecek, ama foton durumu |C> etmeyecektir. Foton durumu |B> + *i*|C>'yle gösterilen aygıt "dalga fonksiyonunu çökertecek" ve durumu sanki *ya* |B> (gösterge oynar) *ya da* |C>'ymiş (gösterge oynamaz) gibi, (| −1|²:|*i*|² sonucunda) eşit olasılıklarla okuyacaktır. **R** süreci işte *bu* aşamada gerçekleşecektir. Fotonun sonraki hareketi için argümanın geri kalanını esasen yukarıdaki şekilde takip edebilir ve en sonunda engel durumunda olduğu gibi G'deki saptayıcının fotonu saptamasının F'dekinin saptamasıyla (gösterge hareket etse de etmese de) yine eşit derecede muhtemel olduğunu buluruz. Bu kurulumda göstergenin harekete geçirilebilmesi için sağ alttaki aynanın hafif "sallanır" olması gerekir ve ayna hareketinin yokluğu, ilk örnekte G'deki saptayıcının kaydetmesini engellemiş olan A ve G arasındaki iki foton rotası arasındaki "yıkıcı girişimi" sağlamak için gereken hassas düzenlemeye aykırıdır.



Şekil 5.14 Sağ alttaki aynanın hafifçe "sallanır" hale getirilmesi ve bu sallanmanın, foton gerçekte aynadan yansısın ya da yansımasın, bir saptayıcı aracılığıyla kaydedilmek için kullanılmasıyla benzer bir etkiye ulaşılabilir. Girişim yine bozulmuştur ve G'deki saptayıcının fotonu saptamasına olanak sağlanmıştır.

Okurlar kuantum kurallarının kuantum düzeyi karmaşık sayı ağırlıklı belirlenimciliğinin, matematiksel olarak işin içine giren karmaşık sayıların modül karelerinin alınmasıyla karakterize olan klasik düzey olasılık ağırlıklı belirlenimci olmayan alternatiflere *ne zaman* (ve hatta *neden*) değiştirilmesi gerektiği konu-

sunda memnuniyetsizlik yaratan bir şeyler olduğunu hissedecektir. F'deki ve G'deki foton saptayıcıları ya da sağ alttaki ayna (ve aynı zamanda D'deki muhtemel engel) gibi bazı fiziki maddelere *gerçekten* klasik düzey nesneleri karakteri verirken, kuantum düzeyindeki fotona bu kadar farklı davranılmasını zorunlu kılan şey nedir? Bunun nedeni foton kuantum düzeyinde bir nesne olarak ele alınmasına izin veren fiziksel olarak basit bir sistemken, saptayıcılar ve engellerin kuantum düzeyi davranışının inceliklerinin bir şekilde vasatlaşarak ortadan kalktığı yaklaşık bir muameleyi gerektiren karmaşık şeyler olması gerçeği midir yalnızca? Birçok fizikçi tartışmayı kesinlikle böyle yürütecek, aslına bakılırsa fiziksel şeylerin *hepsini* kuantum mekanik şekilde ele almamız gerektiğini, ama büyük ve karmaşık sistemleri klasik şekilde ele almamızın bir kolaylık sağladığını, "*R*" işleminde görülen olasılık kurallarının da bir şekilde devreye giren yaklaştırımların özellikleri olduğunu size iddia edecektir. §6.6 ve §6.7'de bu yaklaşımın aslında bizi zorluklardan (kuantum kuramının **X** gizemlerinin getirdiği zorluklar) kurtarmadığı gibi, olasılıkların karmaşık sayı ağırlıklarının modül kareleri olarak ortaya çıktığı mucizevi *R*–kuralını da açıklamadığını göreceğiz. Şu an için kaygılarımızı dindirmek ve kuramın işaret ettiklerini, özellikle **Z** gizemleri bağlamında araştırmaya devam etmek zorundayız.

5.9 Elitzur–Vaidman bomba testi probleminin çözümü

Artık §5.2'deki bomba testi problemine bir çözüm sağlayacak durumdayız. Yapmamız gereken bombanın hassas aynasını, yukarıdaki tartışmada engelde ya da saptayıcı olan sallanan aynada olduğu gibi bir ölçüm aygıtı olarak kullanıp kullanamayacağımıza bakmaktır. Bir ayna sistemi kuralım; aynalardan ikisi tam olarak yukarıda yaptığımız şekilde yarı gümüşlenmiş olsun, ancak şimdi bombanın aynası Şekil 5.14'deki sağ alttaki aynanın rolünü oynasın.

Eğer bomba bu bulmacanın amaçları çerçevesinde izin verdiğimiz anlamıyla bozuksa, o zaman durumun tam olarak Şekil 5.12'de resmedildiği gibi olabilmesi için, aynası sabit bir konumda sıkıştırılmış olmalıdır. Foton yayıcı birinci aynaya başlangıçta

|A> durumunda tek bir foton yollar. Her şey §5.7'yle aynı olduğu için, foton en sonunda yine daha önceki gibi (orantılı) bir |F> durumunda belirmek zorundadır. Bu nedenle F'deki saptayıcı fotonun kendisine vardığını kaydederken, G'deki bunu başaramaz.

Ama eğer bomba bozuk *değilse*, ayna fotona karşılık verebilir ve bomba eğer fotonun aynasına çarptığını fark ederse patlar. Bomba da aslında bir ölçüm aygıtıdır. "Foton aynaya çarpar" ve "foton aynaya çarpmaz" şeklindeki iki kuantum düzeyi alternatifi bomba tarafından "bomba patlar" ve "bomba patlamaz" şeklindeki klasik düzey alternatiflerine yükseltilir. |B> + *i*|C> durumuna fotonu |B> durumunda bulursa patlayarak, (|C> durumunda olduğu için) B> durumunda olmadığını bulursa patlamayarak karşılık verir. Bu iki olayın göreli olasılığı $|1|^2:|i|^2 = 1:1$'dir. Bomba patlarsa, o halde fotonun varlığını saptamıştır ve sonrasında olanlar önemli değildir. Ama eğer bomba patlamazsa, o zaman fotonun durumu (*R* eylemi tarafından) *i*|C> durumuna indirgenerek üst soldaki aynaya çarpar ve bu aynadan –|E> durumunda çıkar. En sonuncu (yarı gümüşlenmiş) aynayla karşılaştıktan sonra, durum |F> + *i*|G> olur ve böylece "F'deki saptayıcı fotonun varışını kaydeder" ve "G'deki saptayıcı fotonun varışını kaydeder" şeklindeki olası iki sonucun göreli olasılıkları, aynen bir önceki alt başlıkta engel fotonu soğurmayı başaramadığında ya da gösterge hareket etmediğinde olduğu gibi $|-1|^2:|-i|^2 = 1:1$ olur. Dolayısıyla şimdi G'deki saptayıcının fotonu alma olasılığı kesinlikle vardır.

Şimdi bu bomba testlerinden birinde G'deki saptayıcının aslında bombanın patlamadığı bazı durumlarda da fotonun varışını kaydettiği bulunmuş olsun. Yukarıda söylenenlerden bunun yalnızca eğer bomba bozuk bir bomba *değilse* olabileceğini görüyoruz. Bozuksa kayıt yapabilecek tek saptayıcı F'dekidir. Bu nedenle G'nin gerçekte kayıt yaptığı durumların hepsinde elimizdeki bombanın aktif olduğu, diğer bir deyişle bozuk olmadığı garanti edilmiştir! Bu §5.2'de önerildiği haliyle bomba sınama problemini çözer.[96]

[96] **Şabat şalteri.** Elitzur ve Vaidman'ın ikisinin de İsrail'deki üniversitelerde olmalarından yola çıkarak Artur Ekert'le yapılan konuşmalarımıza dayanarak Musevi inancına sıkı sıkıya bağlı olan kişilere yardımcı olmak üzere bu kişilerin kutsal dinlenme günü Şabat sırasında elektrikli aletleri açıp kapamalarını engelleyecek bir aygıt yapma fikrini ortaya atalım. Aygıtımızın patentini almak ve bu yolla bir servet

Yukarıda bahsi geçen olasılıklardan yola çıkılarak, testler uzun dönemde sürdürüldüğünde aktif bombaların yarısının patlayacağı ve kaybedileceği görülecektir. Dahası G'deki saptayıcı aktif bir bombanın patlamadığı durumların sadece yarısında kayıt yapacaktır. Bu nedenle bombaları tek tek gözden geçirirsek başlangıçta aktif olan bombaların şimdi yalnızca dörtte birinin an itibariyle halen aktif olduklarının *garanti* edildiğini buluruz. Ardından kalanları tekrar gözden geçirebilir ve G'deki saptayıcının kayıt yaptığı bombaları alırız ve tüm süreci aynı şekilde tekrar tekrar yineleriz. En sonunda başladığımız aktif bombaların sadece üçte biri (çünkü 1/4 + 1/16 + 1/64 + ... = 1/3) elimizde kalır ama şimdi *hepsi* garantidir. (Şu an bombaların ne için kullanılacağından emin değilim, ama belki de hiç sormamak daha garantici bir davranış olacaktır!)

Bu okurlara tutumlu bir işlem gibi görünmeyebilir ama yapılabiliyor olması başlı başına dikkate değer bir olaydır. Klasik yoldan böyle bir şeyin yapılabilmesinin yolu yoktur. Karşıolgusal olasılıkların fiziksel bir sonucu gerçekten etkileyebilmesi yalnızca kuantum kuramında olur. Kuantum işlemimiz bizim olanaksız görünen ve klasik fizik kapsamında gerçekten de *olanaksız olan* bir şeyi başarmamızı sağlar. Ayrıca belli bazı sadeleştirmeler yapılarak işlemdeki müsrifliğin üçte ikiden bir bölü ikiye indirilebileceğine de dikkat çekelim (Elitzur ve Vaidman 1993). Daha da şaşırtıcısı, bir süre önce P. G. Kwiat, H. Weinfurter, A. Zeilinger ve M. Kasevich bu müsrifliğin nasıl sıfıra indirilebileceğini de gösterdiler!

---

kazanmak yerine, cömert bir kararla bu önemli fikrimizi kamuoyuna açıklayarak Musevi cemaatinin bütününün hizmetine sunma kararı aldık. İhtiyaç duyulan şeyler devamlı foton salan bir foton kaynağı, iki adet yarı gümüşlenmiş ayna, iki adet tam gümüşlenmiş ayna ve ilgili aygıta bağlanmış bir fotoselden ibaret. Kurulum aynı Şekil 5.13'teki gibi; fotoselse *G*'ye yerleştirilmiş. Aygıtı çalıştırmak ya da kapatmak için Şekil 5.13'teki engelde olduğu gibi *D*'de ışına bir parmak sokuluyor. Foton parmağa çarparsa, aygıta hiçbir şey olmuyor; herhangi bir günah da işlenmemiş oluyor. (Zira fotonlar her zaman, Şabat'ta bile kesintisiz olarak parmaklarımıza çarparlar.) Fakat parmak hiçbir fotonla karşılaşmazsa, bu durumda aygıttaki açma kapama şalterinin aktive olma olasılığı %50'dir (takdir–i ilahi artık). Şalteri aktive eden fotonu almayı *başaramamanın* günah olamayacağı da açık! (Tek tek foton salan kaynakların üretiminin zor ve pahalı olduğu yönünde pratik bir itiraz geliştirilebilir. Aslında bu da gerekli değil. Herhangi bir foton kaynağı da aynı işi görür, çünkü argüman onun her bir fotonuna tekil olarak uygulanabilir.)

Her seferinde tek bir foton üreten deneysel bir araç sahibi olmanın zorluklarıyla ilgili olarak da günümüzde artık böyle aletlerin imal edilebildiklerini belirtelim (*bkz.* Grangier vd. 1986).

Son bir yorum olarak, ölçüm aygıtının anlatımımızda geçen bomba kadar dramatik bir nesne olmasının gerekmediğine dikkat çekmeliyim. Hatta böyle bir "aygıtın" fotonu almasını ya da almamasını dış dünyaya sinyalle bildirmesi bile gerekmez. Hafif sallanır bir ayna, fotonun çarpışının sonucu olarak önemli ölçüde hareket etmesine yetecek ışık olursa ve bu yolla bu hareketi sürtünme olarak dağıtırsa, kendi başına bir ölçüm aleti olarak işlev görebilir. Aynanın sallanır özellikte olması, ayna aslında *sallanmasa* bile böylece fotonun diğer yönde gittiğini göstererek, G'deki saptayıcının fotonu almasını sağlayacaktır. Sallanma *potansiyeline* sahip olması fotonun G'ye ulaşmasını sağlamaya yetmektedir! Önceki alt başlıkta bahsedilen engelin varlığı da son derece benzer bir rol oynamaktadır. Aslında engel fotonun güzergahı üzerinde bir yerde ardışık |B> ve |D> durumlarında betimlendiği üzere varlığı "ölçmeye" hizmet etmektedir. Fotonu alabilecekken almayı başaramaması, aslında aldığında olacak bir "ölçümle" tamamen aynı işi görür.

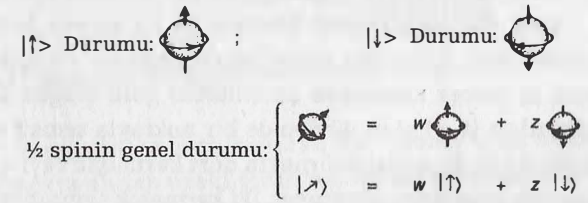
Bu tür ihlal etmeyen ve negatif türdeki ölçümlere *sıfır* (ya da etkileşimsiz) ölçümler denir, *bkz.* Dicke (1981) ve bunlar çok ciddi bir kuramsal (ve belki de nihayetinde pratik) öneme sahiptir. Kuantum kuramının bu tür durumlardaki öngörülerini doğrudan sınamaya yarayan deneyler vardır. Örneğin Kwiat, Weinfurter ve Zeilinger yakın bir zamanda Elitzur–Vaidman bomba testi problemiyle *tam olarak* aynı türde bir deney gerçekleştirmişlerdir! Sonuçta bizlerin de artık kabul etmeye alıştığımız gibi kuantum kuramının beklentileri tamamıyla doğrulandı. Sıfır ölçümler gerçekten de kuantum kuramının **Z** gizemleri arasında yer alıyorlar.

5.10 Kuantum kuramında spin; Riemann küresi

Giriş niteliği taşıyan iki kuantum bulmacasından ikincisini irdelemek için kuantum kuramının yapısına biraz daha ayrıntılı olarak bakmak gerekecek. Hatırlayın; benim ve meslektaşımın dodekahedronlarının her ikisinin de merkezinde 3/2 spine sahip birer

atom vardı. *Spin* nedir ve kuantum kuramı için taşıdığı özel önem nedir?

Spin, parçacıkların yapısal bir özelliğidir. Esasen bir klasik cismin, örneğin bir golf topunun, kriket topunun ya da bütün bir dünyanın dönmesiyle (ya da *açısal momentumuyla*) aynı fizik kavramıdır. Arada (küçük) bir fark vardır; bu kadar büyük nesnelerde açısal momentumlarına en büyük katkı açık arayla, parçacıklarının hepsinin birbirleri etrafındaki yörünge hareketlerinden gelirken, tekil bir parçacıkta spin, parçacığın kendisine içsel bir özelliktir. Aslında temel bir parçacağın spini garip bir özelliğe sahiptir; spin ekseninin yönü farklılık gösterebilmesine karşın (ki bu "eksen" de klasikte olanlarla genel olarak pek ilişkisi olmayan çok garip bir biçimde davranmaktadır) *büyüklüğü* her zaman *aynı* değere sahiptir. Spin büyüklüğü temel kuantum mekanik birimi ħ ile gösterilir; Dirac'ın bu sembolü Planck sabiti *h*'nin 2π'ye bölünmesidir. Bir parçacığın spininin ölçüsü her zaman ħ'nin (negatif olmayan) bir tamsayı ya da yarım kesirli tamsayı katıdır; 0, 1/2 ħ, ħ, 3/2ħ, 2ħ vs gibi. Bu parçacıklara da sırasıyla 0 spinli, 1/2 spinli, 1 spinli, 3/2 spinli, 2 spinli vs deriz.



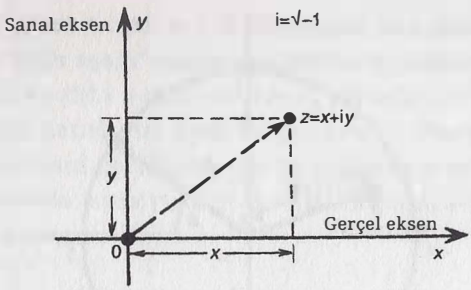
Şekil 5.15 1/2 spinli bir parçacıkta (bir elektron, proton ya da nötron gibi) bütün spin durumları "spin yukarı" ve "spin aşağı" durumlarının ikisinin karmaşık üst üste binmesidir.

En basit durumu (bu durumda küresel olarak simetrik sadece bir spin durumuna sahip olmasıyla *aşırı* basit olan 0 spini hariç tutarak), bir elektronun ya da bir nükleonun (bir proton ya da nötron) spini olan 1/2 spini ele alarak başlayalım. 1/2 spin için bütün spin durumları sadece *iki* durumun doğrusal üst üste binmeleridir, bunlara |↑> şeklinde yazılan *yukarı doğru* dikey giden

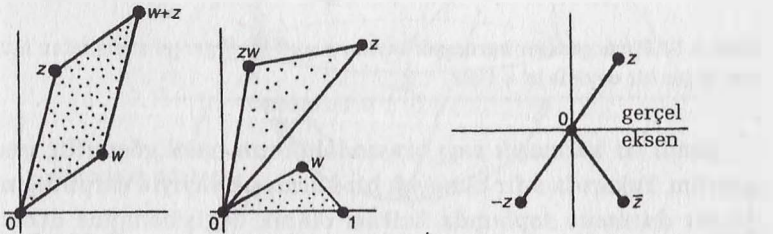
sağ elli spin durumu ve $|\downarrow>$ şeklinde yazılan *aşağı doğru* dikey giden sağ elli spin diyelim (*bkz.* Şekil 5.15). Spinin genel durumu bu durumda $|\psi> = w|\uparrow> + z|\downarrow>$ şeklinde bir karmaşık sayı kombinasyonu olur. Aslında bu tür kombinasyonların her birinin iki karmaşık sayı w ve z'nin oranıyla belirlenen belirli bir yön konusunda (1/2 büyüklüğündeki) parçacığın spininin durumunu temsil ettiği ortaya çıkmıştır. $|\uparrow>$ ve $|\downarrow>$ durumlarının seçiminde özel bir yan yoktur. Bu iki durumun çeşitli kombinasyonlarının hepsi spin durumları yönünden başlangıçtaki ilk iki durumla aynı derecede açık tanımlıdır.

Şimdi bu ilişkiyi nasıl daha açık ve geometrik olarak gösterebileceğimize bakalım. Bu, karmaşık sayı ağırlık çarpanları w ve *z*'nin şimdiye dek göründükleri kadar soyut şeyler olmadıklarını anlamamıza yarayacak. (Bu tarz geometrik kavrayışların Cardano'nun çok hoşuna gideceğini ve belki de çektiği "zihinsel işkence" konusunda ona yardımcı olacağını hayal ediyorum; şüphesiz kuantum kuramının kendisi bize yeni zihinsel işkenceler sağlıyor, o ayrı!)

İlk olarak karmaşık sayıların bugün standart hale gelmiş olan temsili bir düzlem üzerindeki noktalarla gösterimini düşünmek faydalı olacaktır. (Bu düzlem çeşitli şekillerde adlandırılır: Argand düzlemi, Gauss düzlemi, Wessel düzlemi ya da sadece *karmaşık* düzlem.) Temel fikir, *x* ve *y*'nin gerçel sayı olduğu $z = x + iy$ karmaşık sayısını, seçilecek Kartezyen eksenlerine göre olağan Kartezyen koordinatları (x, y) olan düzlemde bir noktayla temsil etmektir (*bkz.* Şekil 5.16). Bu nedenle örneğin dört karmaşık sayı $1, 1 + i, i$ ve 0 bir karenin köşelerini oluşturur. İki karmaşık sayının toplamı ve çarpımı için kullanılan basit geometrik kurallar vardır (Şekil 5.17). Bir *z* karmaşık sayısının negatifi olan $-z$, başlangıç noktasına göre izdüşüm alınarak gösterilir; *z*'nin karmaşık eşleniği $\bar{z}$ de *x*–eksenine göre izdüşümü alınarak gösterilir.



Şekil 5.16 Karmaşık bir sayının (Wessel–Argand–Gauss) karmaşık düzleminde gösterimi

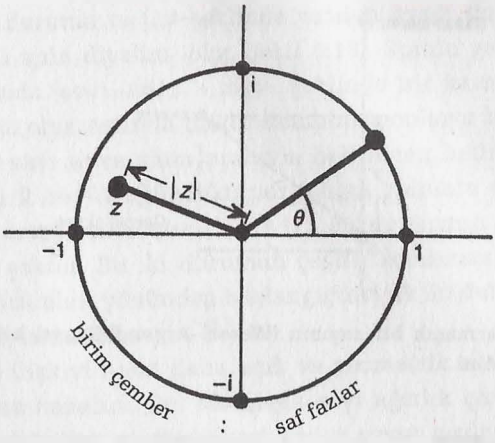


Şekil 5.17 Karmaşık sayılardaki temel işlemlerin geometrik temsilleri

Bir karmaşık sayının modülü, onu temsil eden noktanın başlangıç noktasından uzaklığıdır; modül karesi de bu yüzden bu sayının karesidir. *Birim çember* başlangıç noktasından birim uzaklıktaki noktaların oluşturduğu kümedir (Şekil 5.18) ve bu noktalar yer yer *saf fazlar* da denilen *birim modülün* karmaşık sayılarını gösterir. θ gerçel sayı olup başlangıç noktasını bu karmaşık sayıyı temsil eden noktaya bağlayan doğrunun x–ekseniyle arasındaki açıyı ölçmek üzere birim çember şu formu almaktadır:[97]

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i \sin\theta$$

[97] e gerçel sayısı "doğal algoritmaların tabanı"dır: $e = 2{,}718\ 281\ 828\ 5...$; e^z ifadesiyse "z'inci kuvvete yükseltilmiş e"dir ve dolayısıyla $e^z = 1 + z + z^2 / 1 \times 2 + z^3 / 1 \times 2 \times 3 + z^4 / 1 \times 2 \times 3 \times 4 + ...$



Şekil 5.18 Birim çember karmaşık sayılar $z = e^{i\theta}$ ile θ gerçel sayısından oluşur, diğer bir deyişle $|z| = 1$'dir.

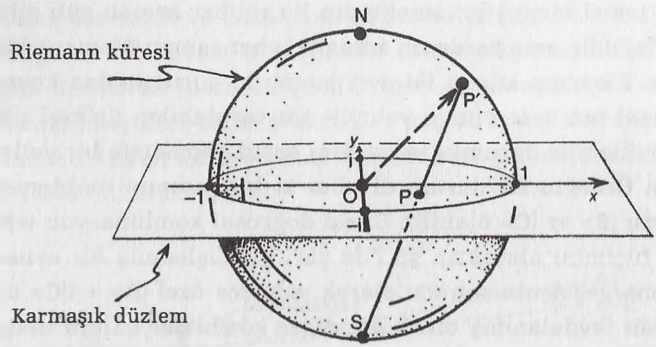
Şimdi iki karmaşık sayı arasındaki *oran* nasıl gösterilir, onu görelim. Yukarıda sıfır olmayan bir karmaşık sayıyla çarpıldığında bir durumun toplamda fiziksel olarak değişmediğine dikkat çekmiştim (örneğin $-2|F>$'nin fiziksel olarak $|F>$'yle aynı durumda olarak düşünülmesi gerektiğini söylemiştim). Bu nedenle u herhangi bir sıfır olmayan karmaşık sayı olmak üzere, genel olarak $|\psi>$ fiziksel olarak $u|\psi>$'yle aynıdır. Durumumuza uygularsak:

$$|\psi> = w\,|\uparrow> + z|\uparrow>$$

w'yi ve z'yi aynı sıfır olamayan karmaşık sayı u'yla çarparsak, durum tarafından temsil edilen fiziksel hali değiştirmeyiz. w ve z karmaşık sayıların farklı *oranları* $z{:}w$ ise farklı fiziksel olarak bağımsız spin durumlarını sağlamaktadır ($uz{:}uw$ $u \neq 0$ ise $z{:}w$'yle aynıdır).

Karmaşık bir oranı geometrik olarak nasıl gösteririz? Karmaşık bir oran ile sadece düz bir karmaşık sayı arasındaki temel fark, sonlu karmaşık sayılarının hepsine ek olarak sonsuzluğa da (∞ sembolüyle gösterilir) bir oran olarak izin verilmesidir. Bu nedenle $z{:}w$ oranının genel olarak tekil z/w karmaşık sayısıyla temsil edildiğini düşünürsek, $w = 0$ olduğunda sorun yaşarız. Bu

olasılığı kapsamak için $w = 0$ olduğunda z/w için ∞ sembolünü kullanırız. "Spin aşağı" durumunu düşündüğümüzde bu gerçekleşir: $|\psi> = z|\downarrow> = 0|\uparrow> + z|\downarrow>$. *Hem w =0 hem de z = 0* olmasına izin verilmediğini hatırlayın; kendi başına w = 0'a tümüyle izin vardır. (İstediğimiz oranı göstermek için bunun yerine w/z kullanabilirdik; ardından da "spin yukarı" durumunu veren $z = 0$'ı kapsamak için ∞'a ihtiyacımız olurdu.)



Şekil 5.19 Riemann küresi. Karmaşık düzlemde $p = z/w$'yi temsil eden P noktası güney kutup noktası S'den küre üzerindeki P' noktasına yansıtılır (izdüşümü alınır). Kürenin merkezi O'dan başlayan OP yönü Şekil 5.15'teki genel 1/2 spin için spin yönüdür.

Olası karmaşık oranların hepsinin uzayını göstermenin yolu *Riemann küresi* adı verilen bir küreyi kullanmaktır. Riemann küresinin noktaları, karmaşık sayıları ya da ∞'u ifade eder. Riemann küresini ekvator düzlemi karmaşık düzlem olan ve merkezi bu düzlemin orijini (sıfır) olan bir birim yarıçaplı küre olarak betimleyebiliriz. Bu kürenin asıl ekvatoru karmaşık düzlem içindeki birim çemberle tanımlanacaktır (*bkz.* Şekil 5.19). Belirli bir karmaşık oranı, diyelim ki $z:w$'yi göstermek için, karmaşık düzlemde karmaşık sayı $p = z/w$'yi temsil eden P noktasını işaretleriz (şu an için $w \neq 0$ olduğunu varsayıyoruz), ardından düzlemdeki P'yi *güney kutbu* S'den küre üzerindeki bir P' noktasına yansıtırız (izdüşümünü alırız). Bir başka deyişle S'den P'ye bir doğru çekeriz ve küredeki P' noktasını bu doğrunun kürede ulaştığı (S'nin kendisi haricindeki) nokta olarak işaretleriz. Küre üzerindeki noktalar ile

düzlem üzerindeki noktalar arasında yapılan bu eşleştirmeye *stereografik izdüşüm* denmektedir. Güney kutup noktası S'nin ∞'u temsil etmesinin mantıklı olduğunu görmek için, düzlemde çok uzak bir uzaklığa hareket eden bir P noktası hayal ederiz; ardından buna karşılık gelen P' noktasının güney kutbu S'ye çok yakından yakınsadığını ve P sonsuzluğa giderken S'ye limitte ulaştığını buluruz.

Riemann küresi iki durumlu sistemlerin kuantum betimlemesinde temel bir rol oynamaktadır. Bu rol her zaman gün gibi ortada değildir, ama perdenin arkasında her zaman Riemann küresi vardır. Riemann küresi iki ayrı kuantum durumundan kuantum doğrusal üst üste binme yoluyla oluşturulabilen fiziksel olarak ayırt edilebilir durumların uzayını soyut geometrik bir yolla betimler. Örneğin iki durum diyelim ki bir fotonun muhtemel iki konumu |B> ve |C> olabilir. Genel doğrusal kombinasyon $w|B> + z|C>$ biçimini alacaktır. §5.7'de yarı gümüşlenmiş bir aynadaki yansıma/geçmenin sonucu olarak yalnızca özel $|B> + i|C>$ durumundan faydalanmış olsak da, diğer kombinasyonlara ulaşmak da zor olmaz. Tek gereken aynadaki gümüşlenme miktarını değiştirmek ve ortaya çıkan ışınlardan birinin yoluna kırınımlı ortama sahip bir parça çıkarmaktır. Bu yolla |B> ve |C> alternatiflerinden oluşturulabilecek olası alternatif durumları gösteren ve $w|B> + z|C>$ formundaki çeşitli fiziksel durumların hepsini içeren tam bir Riemann küresi oluşturulabilir.

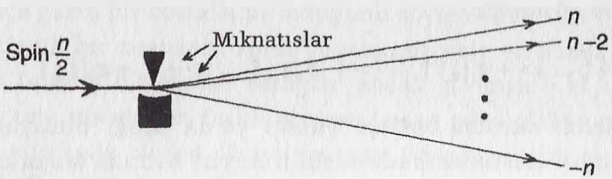
Bunun gibi durumlarda Riemann küresinin geometrik rolü kolaylıkla görülemeyen bir roldür. Ama Riemann küresinin rolünün geometrik olarak rahatlıkla görülür olduğu başka türde durumlar da vardır. Bunun en açık örneği elektron ya da proton gibi ½ spinli bir parçacığın spin durumlarında karşımıza çıkar. Genel durum şu kombinasyonla gösterilebilir

$$|\psi> = w|\uparrow> + z|\downarrow>$$

ve ($|\uparrow>$ ve $|\downarrow>$ fiziksel olarak eşdeğer olasılıkların orantılılık sınıfından uygun şekilde seçilerek) bu $|\psi>$'nin z/w oranını temsil eden Riemann küresi üzerindeki ilgili noktanın yönüne işaret eden eksende sağ elli, $\frac{1}{2}\hbar$ büyüklüğündeki spinin durumunu temsil ettiği görülür. Bu nedenle uzaydaki her yön, ½ spinli herhangi bir par-

çacığın muhtemel spin yönü olarak bir rol sahibidir. Durumların çoğu ilk başta (alternatifler $|\uparrow>$ ve $|\downarrow>$ olmak üzere) "alternatiflerin gizemli karmaşık sayı ağırlıklı kombinasyonları" olarak temsil ediliyor olsalar da, bu kombinasyonların ilk başladığımız orjinal alternatifler $|\uparrow>$ ve $|\downarrow>$'den daha çok ya da daha az gizemli olmadıklarını görürüz. Her biri fiziksel yönden diğerleri ne kadarsa o kadar gerçeldir.

Daha yüksek spin durumlarında nasıldır? Buralarda işler biraz daha karmaşık ve daha *gizemli* bir hal alıyor. Benim aktaracağım genel betimleme 1932 yılında Ettore Majorana tarafından (Napoli Körfezi'ne giren bir gemide tam olarak açıklığa kavuşturulamamış koşullar altında henüz 31 yaşındayken kaybolan parlak İtalyan fizikçi) ifade edilmiş olmasına karşın bugünkü fizikçilerce fazla bilinmemektedir.



Şekil 5.20 Stern–Gerlach ölçümü. $1/2n$ spinde spinin ne kadarının ölçülen yönde olduğunun bulunduğuna bağlı olarak $n + 1$ olası sonuç vardır.

Önce fizikçilerin yakından tanıdığı betimlemeyle başlayalım. 1/2n spinli bir atomumuz (ya da bir parçacığımız) var diyelim. Yine başlarken yukarı doğru olan yönü seçebilir ve atomun spininin aslında bu yönde (başka bir deyişle sağ elli olarak) "ne kadar" yönlendiği sorusunu sorabiliriz. Stern–Gerlach aygıtı olarak bilinen standart bir alet vardır ve bu tür ölçümleri homojen olmayan bir manyetik alan yardımıyla yapar. Sadece $n + 1$ muhtemel sonuç olduğu ortaya çıkar; atomun $n + 1$ muhtemel farklı ışından sadece birinde yer aldığı gerçeğini tespit ederek bu sonuca varabiliriz. *Bkz.* Şekil 5.20. Seçilen yönde yer alan spin miktarı atomun içerisinde bulunduğu tespit edilen ışın tarafından belirlenir. $\frac{1}{2}\hbar$'lik birimlerde ölçüldüğünde bu yöndeki spin miktarının $n, n-2, n-4,\ldots, 2-n, -n$ değerlerinden birine sahip olduğu ortaya çıkar. Dolayı-

sıyla $1/2n$ spinli bir atomda muhtemel farklı spin durumları, bu olasılıkların karmaşık sayı üst üste binmeleridir. $n + 1$ spininde aletteki alan yönü yukarı doğru dikeyken yapılan bir Stern–Gerlach ölçümünün olası farklı sonuçlarını şöyle göstereceğim:

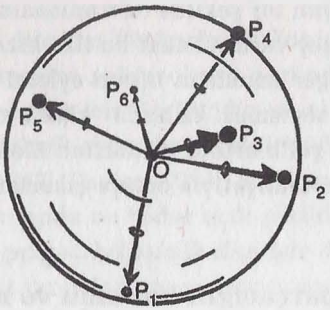
$$|\uparrow\uparrow\uparrow \ldots \downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\uparrow \ldots \uparrow\rangle, \ldots, |\downarrow\downarrow\downarrow \ldots \uparrow\rangle$$

Burada her bir durumda tam olarak n ok varken, yukarıdaki sonuçlar bu yönde sırasıyla $n, n–2, n–4,\ldots, 2–n, –n$ spin değerlerine karşılık gelmektedir. Her bir yukarı doğru oku, yukarı doğru olan yöne $½\hbar$ sağlar şekilde, her aşağı doğru oku da aşağı doğru yönde $½\hbar$ sağlar şekilde düşünebiliriz. Bu değerleri eklediğimizde her örnekte yukarı/aşağı yönde yönlenmiş bir (Stern–Gerlach) spin ölçümünde elde edilen toplam spin miktarına ulaşırız.

Bunların genel üst üste binmesi, karmaşık sayılar $z_0, z_1, z_2,\ldots,z_n$'nin hepsinin sıfır olmaması şartıyla, şu karmaşık kombinasyonla gösterilir:

$$z_0|\uparrow\uparrow\uparrow \ldots \downarrow\rangle + z_1|\downarrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow\rangle + z_2|\downarrow\downarrow\uparrow \ldots \uparrow\rangle + \ldots + z_n|\downarrow\downarrow\downarrow \ldots \uparrow\rangle$$

Böyle bir durumu basitçe "yukarı" ya da "aşağı" olmayan tekil spin yönleri cinsinden ifade edebilir miyiz? Aslında Majorana'nın gösterdiği esasen bunun mümkün olduğuydu, ancak çeşitli okların tamamen bağımsız yönlere işaret edebileceğini kabul etmek zorundaydık; Stern–Gerlach ölçümünün sonuçlarında olduğu gibi iki zıt yönün birinden birinde hizalanmış olmaları gerekmiyordu. Dolayısıyla $1/2n$ genel spin durumunu n sayıda bu tür bağımsız "ok yönlerinden" oluşan bir toplamla göstermeliyiz; bunları her bir ok yönü kürenin merkezinden küre üzerindeki ilgili noktaya doğru olan yönde olmak üzere Riemann küresi üzerindeki n sayıda nokta olarak düşünebiliriz (Şekil 5.21). Bunun noktaların (ya da ok yönlerinin) *sırasız* bir toplamı olduğunu da belirtmek durumundayız. Bu nedenle noktaların birinci, ikinci, üçüncü vb şekilde bir sıralamaya tabi tutulmasının anlamı yoktur.



Şekil 5.21 $1/2n$ genel spin durumunun Majorana tanımı Riemann küresi üzerinde n sayıda P_1, P_2,... P_n noktasının sırasız bir kümesidir. Her nokta merkezden dışa ilgili noktaya doğru yönlenmiş 1/2 spinin bir öğesi olarak düşünülebilir.

Eğer kuantum mekanik spini klasik düzeyde aşina olduğumuz spin kavramı gibi bir olgu olarak düşünmeye çalışıyorsak, bunun oldukça garip bir betimleme olduğunu söylemeliyiz. Bir golf topu gibi klasik bir nesnenin spini cismin gerçekte etrafında döndüğü iyi tanımlı bir eksene sahiptir; ancak görünen o ki kuantum düzeyinde bir cismin farklı yönlere işaret eden türlü çeşitli eksenin etrafında birden dönme izni var. Eğer klasik bir cismin bir şekilde "büyük" olması haricinde bir kuantum cismiyle gerçekten aynı olduğunu düşünmeye çalışırsak, bir ikilemle karşı karşıyayız gibi görünüyor. Spinin büyüklüğü ne kadar artarsa, o kadar çok yön işin içine giriyor. Peki, neden klasik cisimler çok sayıda farklı yönün hepsine birden spin etmiyorlar? Bu kuantum kuramının örnek **X** gizemlerinden biridir. İşin içine (belirsiz bir düzeyde) bir şey karışıyor ve kuantum durumunun çoğu türünün bizim kavrayabildiğimiz klasik olgular düzeyinde ortaya çıkmadığını (ya da en azından neredeyse hiç ortaya çıkmadığını) buluyoruz. Spin olgusunda klasik düzeyde ısrar eden durumların sadece ok yönleri esasen belirli bir yönde kümelenmiş olanlar olduğu sonucuna ulaşıyoruz ve bu da klasik şekilde dönen cismin spin yönüdür (eksenidir).

Kuantum kuramında "uyumluluk ilkesi" denen ve fiziksel nicelikler (spinin büyüklüğü gibi) büyüdükçe sistemin klasik davranışa (okların kabaca hepsinin aynı yöne işaret ettiği durum gibi)

oldukça yakınsayan bir şekilde davranmasının *mümkün* olduğunu söyleyen bir şey vardır. Fakat bu ilke bize böylesi durumların sadece Schrödinger denklemi U'nun eylemi yoluyla nasıl ortaya çıkabildiklerini söylemez. Aslında "klasik durumlar" neredeyse hiçbir zaman bu yolla ortaya çıkmazlar. Klasiğe benzer durumlar farklı bir sürecin faaliyetiyle ortaya çıkarlar: Durum vektörü indirgenmesi R.

5.11 Bir parçacığın konumu ve momentumu

Bir parçacığın *yeri* kuantum mekanik bir kavram olarak bize bu tarz bir şey için daha iyi tanımlanmış bir örnek sunar. Bir parçacığın durumunun iki ya da daha fazla farklı yerin üst üste binmesini içerebileceğini gördük. (Bir fotonun durumunun yarı gümüşlenmiş bir aynayla karşılaştıktan sonra aynı anda iki farklı ışının içinde yer alabilecek şekilde olduğu §5.7'deki tartışmayı hatırlayınız.) Bu tür üst üste binmeler diğer (basit ya da bileşik) parçacık türlerinde de görülebilir; bir elektron, bir proton, bir atom ya da bir molekül gibi. Üstelik kuantum kuramı formalizminin U kısmında golf topları gibi büyük cisimlerin kendilerini bu tür karışık yer durumlarında bulamayacakları da söylenmemektedir. Fakat golf toplarını farklı yerlerin hepsinin birden üst üste binmesi konumunda görmüyoruz; aynı şekilde spin durumu çeşitli eksenlerin hepsinin birden etrafında olan bir golf topuna da rastlamıyoruz. Neden bazı cisimler "kuantum düzeyi" cisimleri olamayacak kadar büyük ya da kütleli ya da bir şey oluyorlar ve gerçek dünyada kendilerini böylesi üst üste binmiş durumlarda bulmuyorlar? Standart kuantum kuramında potansiyel alternatiflerin kuantum düzeyi üst üste binmelerinden tekil, aktüel, klasik bir sonuca bu geçişi başaran yalnızca R faaliyetidir. U'nun tek başına faaliyeti, hemen hiç değişmeksizin "mantıksız görünen" klasik üst üste binmelerle sonuçlanır. (Bu konuya §6.1'de döneceğim.)

Öte yandan iyi tanımlanmış yerlere sahip olmayan bu parçacık durumları kuantum düzeyinde temel bir rol oynayabilir. Zira eğer parçacık iyi tanımlanmış bir *momentuma* sahipse (dolayısıyla çeşitli farklı yönlerin hepsinin birden üst üste binmesinde değil ve belli bir yönde açıkça tanımlanmış bir biçimde hareket

etmektedir), o halde durumu bütün farklı *konumların* hepsinin birden üst üste binmesine sahip olmak zorundadır. (Bu Schrödinger denkleminin özgün bir özelliğidir ve açıklanması burada haddinden fazla teknik ayrıntıyı gerektirir; örneğin krş. KYU, s:243–250 ve Dirac (1947), Davies (1984). Bu Heisenberg'in konum ve momentumun aynı anda ne kadar açık şekilde tanımlanabileceğine sınırlamalar getiren *belirsizlik ilkesiyle* de yakından bağlantılıdır.) Aslında iyi tanımlanmış momentumun durumları, hareketin yönünde, salınımlı bir uzamsal davranışa sahiptir ve bu §5.7'de aktarılan foton durumları tartışmasında göz ardı edilmiş bir özelliktir. Doğrusunu söylemek gerekirse "salınımlı" tam olarak uygun bir ifade değildir. "Salınımların" bir sicimin doğrusal titreşimleri gibi olmadığı ortaya çıkmıştır; sicimlerde karmaşık ağırlık çarpanlarının karmaşık düzlemde orijinin içinden geriye ve ileriye doğru salındıklarını hayal edebiliriz, ama bu çarpanlar orijin etrafında sabit bir hızla dönen saf fazlardır (*bkz.* Şekil 5.18) ve bu hız bize Planck'ın ünlü formülü $E = h\nu$ ile uyumlu olarak parçacığın enerjisi E'yle orantılı bir ν frekansı verir. (Momentum durumlarının "sarmal" bir resimli gösterimi için *bkz.* KYU'daki Şekil 6.11) Bu konular kuantum kuramı için önemli olsalar da, bu kitaptaki tartışmalarda özel bir rol oynamayacaktır, dolayısıyla okurlar gönül rahatlığıyla üzerinden atlayabilirler.)

Genel olarak karmaşık ağırlık çarpanlarının bu özel "salınımlı" biçimde olmaları gerekmez, ancak noktadan noktaya keyfi şekilde çeşitlilik gösterebilirler. Ağırlık çarpanları bize parçacığın *dalga fonksiyonu* denen karmaşık bir konum fonksiyonunu sağlarlar.

5.12 Hilbert Uzayı

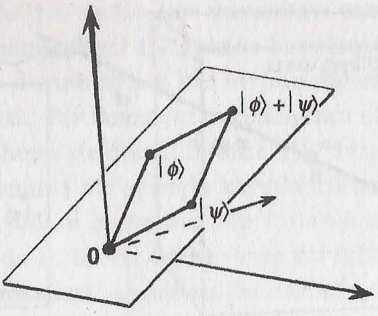
R işleminin nasıl başlayıverdiği konusunda biraz daha açık (ve kesin) konuşabilmek için standart kuantum mekanik betimlemelerde matematiksel açıdan belirli bir (görece düşük) teknik ayrıntı düzeyine girmek gerekli olacak. Bir kuantum sisteminin olası durumlarının hepsinin kümesi *Hilbert uzayı* dediğimiz şeyi oluşturmaktadır. Bunun ne anlama geldiğini tüm matematiksel ayrıntılarıyla açıklamak gerekli değil, ama Hilbert uzayı yaklaşımının belli ölçüde anlaşılması kuantum dünyası betimlememizi netleştirecektir.

Bir Hilbert uzayının birinci ve en önemli özelliği bir *karmaşık vektör uzayı* olmasıdır. Bunun anlamı, bizim kuantum durumları için düşündüğümüz karmaşık sayı ağırlıklı kombinasyonları gerçekleştirmemize izin verilmesidir. Hilbert uzayı elemanları için Dirac'ın "ket" notasyonunu kullanmaya devam edeceğim, dolayısıyla eğer $|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$, her ikisi de Hilbert uzayının elemanıysa, w ve *z* şeklinde bir karmaşık sayı çifti için, $w|\psi\rangle + z|\phi\rangle$ de Hilbert uzayının elemanıdır. Burada olası bir fiziksel durumu temsil *etmeyen* tek Hilbert uzayı elemanı olan Hilbert uzayının **0** elemanını göstermek için $w = z = 0$'a da izin veriyoruz. Bir vektör uzayında normal cebir kuralları vardır; bunları da gösterelim:

$$|\psi\rangle + |\phi\rangle = |\phi\rangle + |\psi\rangle$$
$$|\psi\rangle + (|\phi\rangle + |\chi\rangle) = (|\psi\rangle + |\phi\rangle) + |\chi\rangle$$
$$w(z|\psi\rangle) = (wz)|\psi\rangle$$
$$(w + z)|\psi\rangle = w|\psi\rangle + z|\psi\rangle$$
$$z(|\psi\rangle + |\phi\rangle) = z|\psi\rangle + z|\phi\rangle$$
$$0|\psi\rangle = \mathbf{0}$$
$$z\mathbf{0} = \mathbf{0}$$

Dolayısıyla cebir notasyonunu beklentimize uygun şekilde kullanacağımızı söyleyebiliriz.

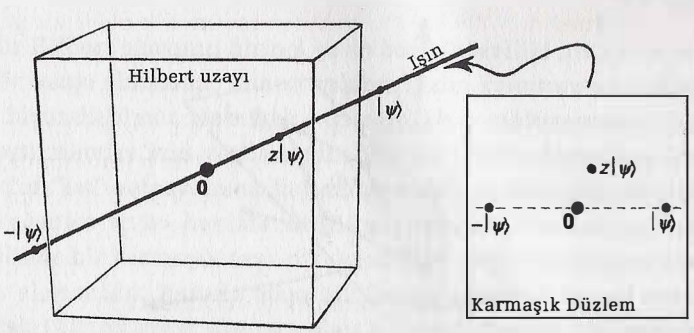
Bir Hilbert uzayı bazen *sonlu* sayıda boyuta sahip olabilir; bir parçacığın spin durumlarında olduğu gibi. Spin 1/2 olduğunda Hilbert uzayı sadece iki boyutludur, elemanları iki durumun $|\uparrow\rangle$ ve $|\downarrow\rangle$'in karmaşık doğrusal kombinasyonu olur. Spin $1/2n$ olduğunda Hilbert uzayı $(n + 1)$ boyutludur. Bazen de Hilbert uzayı *sonsuz* sayıda boyuta sahip olabilir; bir parçacığın konum durumlarında olduğu gibi. Burada parçacığın sahip olabileceği her bir alternatif konumun Hilbert uzayı için ayrı bir boyut sağladığı kabul edilir. Parçacığın kuantum yerini betimleyen genel durum bu farklı bireysel konumların *hepsinin* karmaşık sayı üst üste binmesidir (parçacığın dalga fonksiyonu). Aslında bu tür bir sonsuz boyutlu Hilbert uzayında tartışmayı gereksiz yere karmaşıklaştıracak bir dizi matematiksel komplikasyon ortaya çıkmaktadır, bu yüzden burada esasen sonlu boyutlular üzerinde yoğunlaşacağım.



Şekil 5.22 Hilbert uzayına üç boyutlu bir Öklit uzayıymış gibi davranırsak, |ψ> ve |φ> vektörlerinin ikisinin toplamını (**0**, |ψ> ve |φ> düzleminde) bildiğimiz paralelkenar yasasına göre gösterebiliriz.

Bir Hilbert uzayını görselleştirmeyi denediğimizde iki zorlukla karşılaşırız. Öncelikle bu uzaylar bizim doğrudan hayal gücümüzü epey bir aşan sayıda boyut sahibi olma eğilimindedir ve ikincisi bunlar gerçek değil *karmaşık* uzaylardır. Buna rağmen matematikleri konusunda bir sezgi geliştirme amacıyla bu problemlerin geçici olarak göz ardı edilmesi mümkündür. Bu nedenle gelin bir an için bir Hilbert uzayının gösteriminde normal iki ya da üç boyutlu resimlerimizi kullanabilirmiş gibi yapalım. Şekil 5.22'de doğrusal üst üste binme işlemi geometrik olarak gerçek üç boyutlu şekilde resmedilmiş.

Bir kuantum durumu vektörü |ψ>'nün, herhangi bir karmaşık sayı çarpımı u|ψ> ile ($u \neq 0$ iken) aynı fiziksel durumu temsil ettiğini hatırlayın. Bizim çizimlerimiz açısından bu belirli bir fiziksel durumun aslında Hilbert uzayında bir noktayla değil, Hilbert uzayı noktası |ψ>'yı **0** orijiniyle birleştiren (*ışın* adı verilen) bir doğruyla temsil edildiği anlamına gelir. *Bkz.* Şekil 5.23; ancak Hilbert uzaylarının gerçel değil karmaşık olduklarını da hatırlarsak, bir ışın olağan bir tek boyutlu doğru gibi *görünse* de, gerçekte tamamen bir karmaşık düzlemdir.



Şekil 5.23 Hilbert uzayında bir ışın, durum vektörü |ψ>'nün karmaşık katlarının hepsinden oluşur. Bunu Hilbert uzayı orijini 0'dan geçen düz bir çizgi olarak düşünüyoruz, ama bu düz çizginin gerçekte bir karmaşık düzlem olduğunu unutmamalıyız.

Şu ana dek Hilbert uzayını sadece karmaşık bir vektör uzayı yapısına sahip olması açısından ele aldık. Hilbert uzayının vektör uzayı yapısı kadar kritik ve **R** indirgeme işleminin betimlenmesi için hayati önemde bir başka özelliği daha vardır. Bu diğer Hilbert uzayı özelliği, tekil bir karmaşık sayı üretmek için herhangi bir Hilbert uzayı vektör çiftine uygulanabilen *Hermitsel sayıl çarpım* (ya da *iç çarpım*)'dır. Bu işlem iki önemli şeyi ifade etmemizi sağlar. Birincisi vektörün *kendisiyle* iç çarpımı olarak Hilbert uzay vektörünün *uzunluğunun karesi* yaklaşımıdır. *Normalize edilmiş* duruma (yukarıda işaret ettiğimiz üzere, krş. §5.8, buna modül kare kuralının tam anlamıyla uygulanabilir olması için ihtiyaç duyuluyordu) uzunluğunun karesi *birim* olan bir Hilbert uzayı vektörüyle ulaşılır. İç çarpımın bize verdiği ikinci önemli şey, Hilbert uzayı vektörleri arasındaki *diklik* yaklaşımıdır ve bu iki vektörün iç çarpımı *sıfır* olduğunda gerçekleşir. Vektörlerin birbirine dikliği birbirlerine uygun şekilde "doğru açıda" olmaları olarak düşünülebilir. Olağan terimlerle bakıldığında dik durumlar birbirlerinden *bağımsız* şeylerdir. Bu kavramın kuantum fiziği açısından önemi herhangi bir ölçümün farklı alternatif sonuçlarının her zaman birbirlerine dik olmalarıdır.

1/2 spinli bir parçacıkta karşılaştığımız |↑> ve |↓> durumları dik durumlara örnektir. (Hilbert uzayı dikliğinin normalde olağan uzamsal terim anlamıyla dikliğe karşılık gelmediğini not edelim;

1/2 spin örneğinde $|\uparrow\rangle$ ve $|\downarrow\rangle$ dik durumları dik değil zıt yönlü fiziksel şekilleri temsil eder.) 1/2 spinde karşılaştığımız $|\uparrow\uparrow \ldots \downarrow\rangle$, $|\downarrow\uparrow \ldots \uparrow\rangle$, $|\downarrow\downarrow \ldots \downarrow\rangle$ durumlarının her birinin diğerlerine dik olması bir başka örnektir. Bir kuantum parçacığının olabileceği farklı olası konumların *hepsi* de diktir. Üstelik §5.7'de gördüğümüz, bir foton yarı gümüşlenmiş bir aynayla karşılaştıktan sonra fotonun durumunun yansıyan ve geçen kısımları olarak ortaya çıkan $|B\rangle$ ve $|C\rangle$ durumları da birbirine diktir; keza bu ikisinin tam olarak gümüşlenmiş iki aynanın yansımasıyla evrimleştiği $i|D\rangle$ ve $-|E\rangle$ durumları da böyledir.

Bu son olgu Schrödinger evrimi **U**'nun önemli bir özelliğini sergilemektedir. Başlangıçta birbirine dik olan iki durum, aynı zaman zarfında **U** gereğince evrimleştiklerinde yine dik kalırlar. Dolayısıyla diklik özelliği **U** tarafından *korunur*. Dahası **U** aslında durumlar arasındaki iç çarpımın değerini de korumaktadır. Teknik olarak *üniter* evrim ifadesinin asıl anlamı da budur.

Yukarıda belirtildiği gibi dikliğin oynadığı çok önemli rol şudur: Bir kuantum sisteminde gerçekleştirilen her bir "ölçümle" birlikte, (klasik düzeye yükselme yoluyla) ayrı ayrı *ayırt edilebilir* sonuçlara sebep olan çeşitli olası kuantum durumları zorunlu olarak birbirlerine dik olurlar. Bu §5.2 ve §5.9'daki bomba sınama probleminde gördüğümüz *sıfır* ölçümler için de geçerlidir. Belirli bir kuantum durumunun bu durumu saptama becerisine sahip bir alet tarafından *saptanmaması*, kuantum durumunun saptayıcının saptamaya hazır olduğu duruma dik bir şeye "sıçramasıyla" sonuçlanacaktır.

Diklik matematiksel açıdan durumlar arasındaki iç çarpımın ortadan kalkması olarak ifade edilir. Genelde bu iç çarpım Hilbert uzayının eleman çiftlerine verilmiş bir karmaşık sayıdır. İki eleman (durum) $|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$ ise, bu karmaşık sayı $\langle\psi|\phi\rangle$ şeklinde yazılır. İç çarpım bir dizi basit cebirsel kurala uyar, bunları da (biraz uğraşarak) şöyle yazabiliriz:

$$\overline{\langle\psi|\phi\rangle} = \langle\phi|\psi\rangle$$
$$\langle\psi(|\phi\rangle + |\chi\rangle) = \langle\psi|\phi\rangle + \langle\psi|\chi\rangle$$
$$(z\langle\psi|)|\phi\rangle = z\langle\psi|\phi\rangle$$
$$\langle\psi|\psi\rangle > 0, \ |\psi\rangle = \mathbf{0} \text{ hariç}$$

Ek olarak $|\psi\rangle = 0$ ise $\langle\psi|\psi\rangle = 0$ olduğu çıkarımı yapılabilir. Okuru bu tür konuların ayrıntılarıyla boğmak istemiyorum. (Bunlara ilgi duyan okurlara kuantum kuramı konusunda herhangi bir standart metni tavsiye ederim; örneğin *bkz.* Dirac (1947))

İç çarpım konusunda burada ihtiyaç duyacağımız önemli şeyler yukarıdan çıkan şu iki özellik ya da tanımdır:

$|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$ sadece ve sadece $\langle\psi|\phi\rangle = 0$ ise ***dik***tir.
$\langle\psi|\psi\rangle$, $|\psi\rangle$'in ***uzunluğunun karesi***dir.

Diklik ilişkisinin $|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$ arasında simetrik olduğunu not edelim (çünkü $\overline{\langle\psi|\phi\rangle} = \langle\phi|\psi\rangle$). Ayrıca $\langle\psi|\psi\rangle$ her zaman negatif–olmayan bir gerçel sayıdır, dolayısıyla $|\psi\rangle$'nın *uzunluğunu* (ya da büyüklüğünü) gösteren bir negatif olmayan kare köküne sahiptir.

Herhangi bir durum vektörünü sıfır olmayan bir karmaşık sayıyla fiziksel yorumunu değiştirmeksizin çarpabildiğimiz için, durumu her zaman *normalize* edebilir ve birim uzunluğa sahip olmasını sağlayarak onu *birim vektör* ya da *normalize edilmiş durum* yapabiliriz. Geriye kalan tek muğlaklık durum vektörünün saf bir fazla (θ gerçel sayı olmak üzere $e^{i\theta}$ biçiminde bir sayı; krş. §5.10) çarpılabilmesidir.

5.13 R'nin Hilbert uzayı betimlemesi

R işlemini Hilbert uzayı terimleriyle nasıl ifade ederiz? En basit ölçümü ele alalım: Bir "evet/hayır" ölçümü yapalım; bir alet ölçtüğü bir kuantum cisminin belli bir özelliğe sahip olduğunu onaylayarak belirtiyorsa **EVET** kaydı yapsın, bu olguyu kaydetmeyi başaramıyorsa **HAYIR** kaydı yapsın (ya da eşdeğer bir ifadeyle kuantum cisminin bu özelliğe sahip olmadığını onaylayarak kaydetsin). Bu benim burada asıl üzerinde duracağım **HAYIR** alternatifinin bir *sıfır* ölçüm olma olasılığını da içermektedir. Örneğin §5.8'deki foton saptayıcılarından bazıları bu tür ölçümler yaptılar. Foton alındıysa **EVET** kaydı yapar, alınmadıysa **HAYIR** kaydı yaparlar. Bu durumda **HAYIR** ölçümü bir sıfır ölçümdür; ancak yine de bir ölçümdür ve durumun eğer bir **EVET** cevabı elde edilseydi olacak olana dik bir şeye "sıçramasına" neden olur. Ben-

zer biçimde §5.10'daki 1/2 spinli bir atom için Stern–Gerlach spin ölçücüler de doğrudan bu türde olabilirler; eğer atomun spininin $|\uparrow>$ olduğu ölçülmüşse ($|\uparrow>$'ye karşılık gelen ışının içinde bulunursa gerçekleşir) sonucun **EVET** olduğunu ve bu ışının içinde bulunmazsa **HAYIR** olduğunu, çünkü sonucun $|\uparrow>$'ya dik olması, dolayısıyla da $|\downarrow>$ olması gerektiğini söyleyebiliriz.

Evet/hayır ölçümlerinin birbirini izlemesiyle oluşan daha karmaşık ölçümler düşünmek de her zaman mümkündür. Örneğin 1/2 spinli bir atom düşünün. Spin miktarının yukarı doğru olan yönde ölçümü için $n + 1$ farklı olasılık elde etmek için, birinci olarak spin durumunun $|\uparrow\uparrow...\uparrow>$ olup olmadığını sorabiliriz. Bunu ışının içinde bu "tamamen yukarı" spin durumuna karşılık gelen atomu saptamaya çalışarak yaparız. **EVET** yanıtı alırsak işimiz bitmiştir ama eğer **HAYIR** gelirse o zaman bu bir sıfır ölçümdür ve spinin $|\downarrow\uparrow...\uparrow>$ olup olmadığını sorarak devam edebiliriz vs. Her durumda **HAYIR** cevabı **EVET** cevabının elde edilmediğini gösteren bir sıfır ölçüm olsa gerektir. Daha ayrıntılı ifade edersek, durumun ilk başta şöyle olduğunu varsayın:

$$z_0|\uparrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow> + z_1|\downarrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow> + z_2|\downarrow\downarrow\uparrow \ldots \uparrow> + \ldots + z_n|\downarrow\downarrow\downarrow \ldots \downarrow>$$

Spin tamamen "yukarı" mı, onu soruyoruz. Yanıtın **EVET** olduğunu bulursak, o halde durumun gerçekten $|\uparrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow>$ olduğunu doğrularız; ya da belki de ölçüm nedeniyle $|\uparrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow>$'a "sıçradığını" düşünmemiz gerekebilir. Fakat yanıtı **HAYIR** bulursak, o zaman bu sıfır ölçümün bir sonucu olarak durumun şu dik duruma "sıçradığını" düşünmemiz gerekir:

$$z_1|\downarrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow> + z_2|\downarrow\downarrow\uparrow \ldots \uparrow> + \ldots + z_n|\downarrow\downarrow\downarrow \ldots \downarrow>$$

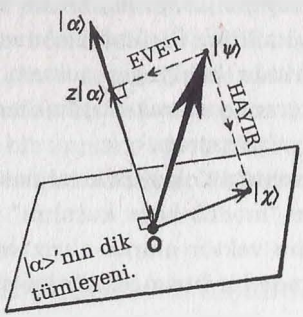
Şimdi de durumun $|\downarrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow>$ olup olmadığını doğrulamayı deneriz. Eğer *şimdi* **EVET** elde edersek, durumun gerçekten de $|\downarrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow>$ olduğunu söyleriz; ya da diğer olasılık olarak durumun $|\downarrow\uparrow\uparrow \ldots \uparrow>$'a "sıçradığını" söyleriz. Ama eğer **HAYIR** bulursak, o zaman durum şuna "sıçrar" vs:

$$z_2|\downarrow\downarrow\uparrow \ldots \uparrow> + \ldots + z_n|\downarrow\downarrow\downarrow \ldots \downarrow>$$

Durum vektörünün gerçekleştirdiği (ya da en azından gerçekleştirir *göründüğü*) bu "sıçrama" kuantum kuramının en akıl karıştırıcı yönüdür. Kuantum fizikçilerinin çoğunun bu "sıçramayı" hakiki fiziksel gerçekliğin bir özelliği olarak kabul edilmesi çok *zor* bulduğunu ya da gerçekliğin böyle saçma bir biçimde davranabileceğini *tümden* reddettiğini söylemek yanlış olmaz. Buradaki "gerçeklikle" ilgili hangi görüş savunulursa savunulsun, bu yine de kuantum formalizminin temel bir özelliğidir.

Yukarıdaki aktarımda bu "sıçramanın" alması gereken biçimi belirten ve yer yer *izdüşüm postülası* adı verilen şeye dayandım. (Örneğin $z_0|\uparrow\uparrow \ldots \uparrow> + z_1|\downarrow\uparrow \ldots \uparrow> + \ldots + z_n|\downarrow\downarrow \ldots \downarrow>$ şuna "sıçrar": $z_1|\downarrow\uparrow \ldots \uparrow> + \ldots + z_n|\downarrow\downarrow \ldots \downarrow>$) Bu terminolojinin geometrik nedenini birazdan göreceğiz. Kimi fizikçiler izdüşüm postülasının kuantum kuramında önemsiz bir varsayım olduğunu iddia eder. Oysa genellikle atıfta bulundukları şey kuantum durumuna bir fiziksel etkileşimle müdahale edildiği ölçümlerdir; bir sıfır ölçüm değildir. Böyle bir müdahale yukarıdaki örneklerde **EVET** yanıtı elde edildiğinde gerçekleşir; bir foton saptayıcısı bir fotonu kaydetmek üzere soğurmuştur ya da bir atomun Stern–Gerlach aygıtından geçtikten sonra yapılan ölçümle belirli bir ışının içinde gerçekten olduğu saptanmıştır (diğer bir deyişle **EVET**). Benim burada düşündüğüm türde (**HAYIR** yanıtı) bir sıfır ölçüm için izdüşüm postülası olmazsa olmazdır, çünkü o olmadan kuantum kuramının sonraki ölçümlerde ne olacağı hakkında (doğru olarak) ileri sürdükleri doğrulanamaz.

İzdüşüm postülasının ne savladığını biraz daha netleştirmek için tüm bunların Hilbert uzayı betimlemesinin ne olduğuna bakalım. Özel bir ölçüm düşünelim (ben buna *ilkel* ölçüm diyeceğim); ölçüm evet/hayır tipindedir, ancak **EVET** yanıtı kuantum durumunun belirli bir $|\alpha>$ (ya da bunun sıfır olmayan bir katı, $u|\alpha>$) durumunda olduğunu (ya da buna "sıçradığını") doğrulamaktadır. Dolayısıyla ilkel bir ölçümde **EVET** yanıtı fiziksel durumun belirli *bir* şey olduğunu saptarken, **HAYIR** yanıtını ortaya çıkaran birkaç alternatif şey olabilir. Spinin $|\downarrow\downarrow\uparrow \ldots \uparrow>$ gibi belirli bir durumda olup olmadığının doğrulanmaya çalışıldığı yukarıdaki spin ölçümleri ilkel ölçüm örnekleridir.



Şekil 5.24 İlkel ölçüm |α> durumunu, seçilmiş |α> durumunun katlarından birine (**EVET**) ya da |α>'nın dik tümleyeni içerisine (**HAYIR**) izdüşüme uğratır.

HAYIR yanıtı ilkel bir ölçümde durumu |α>'ya dik bir şeye izdüşüme uğratır. Bunun geometrik betimlemesini Şekil 5.24'te görüyoruz. Başlangıç durumu büyük okla gösterilen |α> olarak alınır ve ölçümün sonucunda bu ya yanıt **EVET** olduğunda |α>'nın katlarından birine "sıçrar" ya da yanıt **HAYIR** olduğunda |α>'ya dik uzaya, aşağıya izdüşüme uğrar. **HAYIR** durumunda standart kuantum kuramına göre bir sorun yoktur, bu tam da durumun olması gerektiğini düşündüğümüz şekildedir. **EVET** durumundaysa işler karmaşıklaşmıştır, zira şimdi kuantum sistemi ölçüm aletiyle etkileşime geçmiştir ve durum |α>'dan çok daha çetrefil bir şey haline gelmiştir. Aslında durum genel olarak özgün kuantum sistemini ölçüm aletiyle iç içe geçiren *dolanık durum* denen duruma evrilir. (Dolanık durumlar §5.17'de ele alınacaktır.) Yine de kuantum durumunun evriminin sonraki evrimin muğlak olmayan şekilde ilerleyebilmesi için gerçekten de |α>'nın katlarından birine *sıçramış gibi* ilerlemesi gerekir.

Bu sıçramayı cebirsel olarak şöyle ifade edebiliriz. |χ> |α>'ya dik olduğunda durum vektörü |ψ> her zaman (ama sadece |α> veriliyse) şu şekilde yazılabilir:

$$|\psi\rangle = z|\alpha\rangle + |\chi\rangle$$

z|α> vektörü, ψ>'nın |α> tarafından belirlenen ışının üzerine dik izdüşümüdür; |χ> ise |ψ>'nın, |α>'nın *dik tümleyen* uzayının

içerisine (diğer bir deyişle $|\alpha\rangle$'ya dik bütün vektörlerin uzayının içerisine) dik izdüşümüdür. Ölçümün sonucu **EVET**'se, durum vektörü sonraki evrimin başlangıç noktası olarak $z|\alpha\rangle$'ya (ya da basitçe $\alpha\rangle$'ya) sıçramış olarak düşünülmek zorundadır; eğer **HAYIR**'sa, o zaman $|\chi\rangle$'ya sıçrar.

Bu iki alternatif sonucun olasılıklarını nasıl elde ederiz? Daha önce karşılaştığımız "modül kare kuralını" kullanabilmek için şimdi $|\alpha\rangle$'yı bir *birim* vektör olarak alırız ve $|\chi\rangle = w|\phi\rangle$ olacak şekilde $|\chi\rangle$'nın yönünde bir birim vektör $|\phi\rangle$ seçeriz. Bu durumda şuna ulaşırız:

$$|\psi\rangle = z|\alpha\rangle + w|\phi\rangle$$

(Burada aslında $z = \langle\alpha|\psi\rangle$ ve $w = \langle\phi|\psi\rangle$) ve **EVET** ile **HAYIR**'ın göreli olasılıklarının $|z|^2$'nin $|w|^2$'ye oranı olduğu sonucuna ulaşabiliriz. $|\psi\rangle$'nın kendisi bir birim vektörse, bu durumda $|z|^2$ ve $|w|^2$ sırasıyla **EVET** ve **HAYIR**'ın *hakiki* olasılıklarıdır.

Bunu ifade etmenin mevcut bağlamda biraz daha basit bir yolu vardır (ve bunun da eşdeğer olduğunu kanıtlamayı ilgi duyan okurlara bir alıştırma olarak bırakıyorum). **EVET** ya da **HAYIR** sonuçlarının her birinin hakiki olasılığını elde etmek için, sadece $|\psi\rangle$ vektörünün uzunluğunun karesini kontrol ederiz (bir birim vektöre normalize edilmiş olduğu varsayılmamıştır) ve bu uzunluk karenin kendi izdüşümlerinin her birine hangi oranda indirgendiğini görürüz. İndirgenme çarpanı her koşulda aranan olasılık olur.

Son olarak **EVET** durumlarının yalnızca bir tek ışına ait olması gerekmeyen *genel* bir evet/hayır ölçümünde de (artık bir ilkel ölçüm olması gerekli değildir) tartışma esas itibariyle benzerdir. Bir **EVET** altuzayı **E** ve bir **HAYIR** altuzayı **H** olacaktır. Bu altuzaylar birisinin her bir vektörünün diğerinin her bir vektörüne dik olması ve beraberce bütün bir **H**ilbert uzayının üzerinden geçmeleri anlamında birbirlerinin dik tümleyenleri olurlar. İzdüşüm postülası ölçümle beraber başlangıçtaki $|\psi\rangle$ vektörünün bir **EVET** yanıtı elde edildiğinde dik olarak **E** üzerine ve bir **HAYIR** yanıtında da **H** üzerine izdüşüme uğradığını söyler. Burada da ilgili olasılıklar yine durum vektörünün uzunluğunun karesinin izdüşüme indirgendiği çarpanlarca verilir (*bkz.* KYU, s:263, Şekil

6.23). Fakat izdüşüm postülasının statüsü burada yukarıdaki sıfır ölçümde olduğundan biraz daha az netlik taşır; çünkü olumlayan bir ölçümle, ortaya çıkan durum ölçüm aletinin durumuyla dolanıklaşır. Bu tür nedenlerden dolayı bundan sonraki tartışmalarda **EVET** uzayının tek bir ışından ($|\psi\rangle$ katları) oluşturduğu, daha basit olan *ilkel* ölçümlere bağlı kalacağım. Bu bizim ihtiyacımızı görmeye yeterli olacaktır.

5.14 Değişmeli ölçümler

Genel olarak bir kuantum sistemindeki ardışık ölçümlerde bu ölçümlerin yapılış sırası önemli olabilir. İşlem sırasının ortaya çıkan durum vektörlerinde fark yarattığı ölçümlere *değişmesiz* denir. Ölçümlerin sıralaması hiçbir rol oynamıyorsa (farklı bir faz faktörü bile yoksa), *değişmeli* deriz. Hilbert uzayı açısından bunu, verili bir durum vektörü $|\psi\rangle$'nin ardışık dik izdüşümlerinde son sonucun genellikle bu izdüşümlerin gerçekleştirilme sırasına bağlı olması olgusundan anlayabiliriz. Değişmeli ölçümlerde sıralama herhangi bir fark yaratmaz.

İlkel ölçümlerde ne olur? İki ayrık ilkel ölçümün değişmeli olmasının koşulunun ölçümlerden birinin **EVET** ışınının diğerinin **EVET** ışınına *dik olması* olduğunu görmek zor değildir.

Örneğin §5.10'da aktardığımız $1/2n$ spinli bir atom üzerinde gerçekleştirilen ilkel spin ölçümlerinde sıralama konuyla ilgisizdir. Böyle olmasının nedeni ele alınan çeşitli durumların $|\uparrow\uparrow \ldots \uparrow\rangle$, $|\downarrow\uparrow \ldots \uparrow\rangle$, $|\downarrow\downarrow \ldots \uparrow\rangle$ her birinin diğerlerine dik olmasıdır. Dolayısıyla benim seçtiğim ilkel ölçümlerin sırası nihai sonuçta herhangi bir rol oynamaz ve ölçümlerin hepsi değişmelidir. Fakat çeşitli spin ölçümleri farklı yönlerde olmuş olsaydı durum genelde böyle olmazdı. Bunlar genel olarak *değişmesiz* olurdu.

5.15 Kuantum mekanik "ve"

Kuantum mekaniğinde birden fazla bağımsız kısım içeren sistemlerin ele alınışında standart bir işlem vardır. Bu işlem özellikle §5.3'te Kusursuz Tuhafiyenin iki adet sihirli dodekahedronun merkezine yerleştirdiği birbirlerinden çok uzaktaki iki 3/2 spinli parçacıktan oluşan sistemle ilgili kuantum tartışmasında

(§5.18'de aktaracağız) gerekli olacaktır. Örneğin bir saptayıcının saptadığı parçacığın kuantum durumuyla dolanıklaşmaya başladığındaki kuantum mekanik betimlenmesinde de ihtiyaç duyulacaktır.

İlk olarak sadece *iki* bağımsız (etkileşmeyen) parçadan oluşan bir sistem düşünün. Her birinin diğerinin yokluğunda sırasıyla bir $|\alpha\rangle$ durum vektörü ve bir $|\beta\rangle$ durum vektörüyle gösterildiğini varsayalım. *Her ikisinin de* var olduğu bileşik sistemi nasıl betimleyeceğiz? Normalde izlenen yol bu vektörlerin *tensör çarpımları* (ya da *dış* çarpımları) denen ve şu şekilde yazılan şeyi oluşturmaktır:

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle$$

Bu çarpımı, sırasıyla $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$'yla gösterilen iki bağımsız kuantum sisteminin *ikisinin de* aynı anda var olması anlamında normal "ve" kavramını ifade etmenin standart kuantum mekanik yolunu sağlıyor olarak düşünebiliriz. (Örneğin $|\alpha\rangle$ A yerinde bulunan bir elektronu ve $|\beta\rangle$ uzak bir başka B yerinde olan bir hidrojen atomunu temsil ediyor olabilir. Bu durumda elektronun A'da *ve* hidrojen atomunun B'de bulunma durumu $|\alpha\rangle|\beta\rangle$'yla gösterilir. $|\alpha\rangle|\beta\rangle$ niceliği *tekil* bir kuantum durumu vektörüdür, diyelim ki $|\chi\rangle$, ama örneğin şöyle yazmak kurallara uygun olur:

$$|\chi\rangle = |\alpha\rangle|\beta\rangle$$

Bu "ve" konseptinin, $|\alpha\rangle + |\beta\rangle$ ya da daha genel şekliyle z ve w'nin karmaşık ağırlık çarpanları olduğu $z|\alpha\rangle + w|\beta\rangle$ şeklinde bir kuantum betimlemesine sahip olan kuantum doğrusal üst üste binmeden tamamıyla farklı olduğu vurgulanmalıdır. Örneğin eğer $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$ sırasıyla A'da bulunan ve tamamen farklı bir B'de yer alan tek bir fotonun muhtemel durumlarıysa, bu durumda $|\alpha\rangle + |\beta\rangle$ da *iki* fotonun değil, kuantum kuramının garip buyrukları gereğince yeri A ve B arasında bölünmüş *tek* bir fotonun muhtemel bir durumudur. Biri A'da ve biri B'de yer alan bir foton çiftiyse $|\alpha\rangle|\beta\rangle$ durumuyla gösterilecektir.

Tensör çarpımı bir "çarpım"dan beklenen cebir kurallarına uyar:

$$(z|\alpha\rangle)|\beta\rangle = z(|\alpha\rangle|\beta\rangle) = |\alpha\rangle(z|\beta\rangle)$$
$$(|\alpha\rangle + |\gamma\rangle)|\beta\rangle = |\alpha\rangle|\beta\rangle + |\gamma\rangle|\beta\rangle$$
$$|\alpha\rangle(|\beta\rangle + |\gamma\rangle|) = |\alpha\rangle|\beta\rangle + |\alpha\rangle|\gamma\rangle$$
$$(|\alpha\rangle|\beta\rangle)|\gamma\rangle = |\alpha\rangle(|\beta\rangle|\gamma\rangle)$$

Sadece "$|\alpha\rangle|\beta\rangle = |\beta\rangle|\alpha\rangle$" diye yazmak doğru değildir. Fakat "ve" kelimesini kuantum mekanik bağlamda "$|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$" bileşik sisteminin "$|\beta\rangle$ ve $|\alpha\rangle$" bileşik sisteminden fiziksel olarak farklılığına işaret ettiği şeklinde yorumlamak da mantıksız olur. Bizler kuantum düzeyinde doğanın davranışını biraz daha derinlemesine araştırarak bu problemi aşabiliyoruz. Ben $|\alpha\rangle|\beta\rangle$ durumunu matematikçilerin "tensör çarpımı" dediği yolla yorumlamak yerine, bundan böyle "$|\alpha\rangle|\beta\rangle$" gösterimini matematiksel fizikçilerin günümüzde kullandığı isimle *Grassman* çarpımı yoluyla yorumlayacağım. Bu durumda şu ek kuralımız olur:

$$|\beta\rangle|\alpha\rangle = \pm |\alpha\rangle|\beta\rangle$$

Buradaki eksi işareti tam da $|\alpha\rangle$ve $|\beta\rangle$ durumlarının *her ikisi de* spini tamsayı olmayan *tek* sayıda parçacığa sahip olduğunda gerçekleşir. (Bu tür parçacıkların spini 1/2, 3/2, 5/2, 7/2,... değerlerinden birine sahiptir ve bu parçacıklara *fermiyon* denir. Spini 0, 1, 2, 3,... olan parçacıklara *bozon* denir ve bunlar bu ifadenin işaretine etki etmezler.) Okurların bu teknik konuda kaygılanmasına gerek yoktur. Fiziksel durum açısından bakıldığında bu tanımla "$|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$" ile "$|\beta\rangle$ ve $|\alpha\rangle$" aynıdır.

Üç ya da daha fazla bağımsız kısmı olan durumlarda bu işlemi aynen tekrarlarız. Bireysel durumları $|\alpha\rangle$, $|\beta\rangle$ ve $|\gamma\rangle$ olan üç parça olduğunda bu üç parçanın da aynı anda var olduğu durum şöyle yazılır:

$$|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle$$

Bu (Grassmann çarpımları cinsinden yorumlandığında) yukarıda $(|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle)$ ya da bununla eşdeğer ifade $|\alpha\rangle(|\beta\rangle|\gamma\rangle)$ olarak yazdığımla aynıdır. Dört ya da daha fazla bağımsız parça durumu da benzer şekildedir.

Birbirleriyle etkileşime geçmeyen $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$ sistemlerinde Schrödinger evrimi U'nun önemli bir özelliği bileşik sistemin ev-

riminin bireysel sistemlerin bileşik evrimi olmasıdır. Dolayısıyla eğer belli bir t zamanı sonrasında $|\alpha\rangle$ sistemi (kendi başına) $|\alpha'\rangle$'ya evrilirse ve eğer $|\beta\rangle$ (kendi başına) $|\beta'\rangle$'ya evrilirse, o halde $|\alpha\rangle|\beta\rangle$ bileşik sistemi aynı t zamanı sonrasında $|\alpha'\rangle|\beta'\rangle$'ya evrilecektir. Dahası (aynı nedenle) eğer bir $|\alpha\rangle|\beta\rangle|\gamma\rangle$ sisteminin üç etkileşimsiz parçası $|\alpha\rangle$, $|\beta\rangle$ ve $|\gamma\rangle$ varsa ve bu parçalar sırasıyla $|\alpha'\rangle$, $|\beta'\rangle$ ve $|\gamma'\rangle$'ya evriliyorsa, bileşik sistem de benzer biçimde $\alpha'\rangle|\beta'\rangle|\gamma'\rangle$'ya evrilir. Aynısı dört ya da daha fazla parça için de geçerlidir.

Bunun §5.7'de bahsi geçen ve üst üste binmiş durumların tam da bireysel durumların evrimlerinin üst üste binmesi gibi evrileceğini söyleyen **U**'nun *doğrusallık* özelliğiyle çok benzer olduğunu not edelim. Örneğin $|\alpha\rangle + |\beta\rangle$, $|\alpha'\rangle + |\beta'\rangle$'ya evrilecektir. Fakat bunun çok *farklı* bir şey olduğunun farkında olmak önemlidir. Etkileşimsiz bağımsız parçalardan oluşan bir toplam sistemin bir bütün olarak sanki her bir ayrı parça diğerlerinin varlığından habersizmiş gibi evrimleşmesi gerektiği gerçeğinde şaşıracak özel bir şey de yoktur. Bunun için parçaların da birbirleriyle etkileşime geçmemesi hayatidir, yoksa bu özellik yanlış olur. Diğer yandan doğrusallık özelliği hakiki bir sürprizdir. **U** gereği, üst üste binmiş sistemler herhangi bir etkileşim olup olmadığından *bağımsız olarak*, birbirlerinden tamamen habersizlik içinde evrilirler. Sadece bu olgu bizi doğrusallık özelliğinin mutlak doğruluğunu sorgulamaya götürebilir. Buna rağmen tümüyle kuantum düzeyinde kalan olgularda çok iyi şekilde doğrulanmış durumdadır. Onu çiğner gibi görünen sadece **R** işlemidir. Bu konuya daha sonra döneceğiz.

5.16 Çarpım durumlarının dikliği

Benim verdiğim haliyle çarpım durumlarında diklik kavramıyla bağlantılı olarak ortaya çıkan bir gariplik vardır. Elimizde iki *dik durum* $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$ varsa, o halde herhangi bir $|\psi\rangle$ için geçerli olmak üzere $|\psi\rangle|\alpha\rangle$ ve $|\psi\rangle|\beta\rangle$ durumlarının da dik olmasını bekleyebiliriz. Örneğin $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$ bir fotonun ulaşabileceği iki alternatif durum olabilir ve belki de bunlardan $|\alpha\rangle$ bir fotosel tarafından saptanmış olan ve dik $|\beta\rangle$ durumu da fotosel herhangi bir şey sap-

tayamadığında (sıfır ölçüm) fotonun *çıkarsanan* durumudur. O zaman fotonu bir *bileşik* sistemin parçası olarak düşünebilir, bu sisteme başka bazı cisimler (bu başka bir foton olabilir; diyelim ki ay üzerinde bir yerdeki bir foton) ekleyebiliriz ve bu cismin durumu da $|\psi\rangle$ olsun. Bu örnekte bu bileşik sistemde elimizde iki alternatif durum olarak $|\psi\rangle|\alpha\rangle$ ve $|\psi\rangle|\beta\rangle$ olur. Tanıma yalnızca $|\psi\rangle$ durumunun katılmasının bu iki durumun dikliği konusunda hiçbir fark yaratmaması gerekir. Gerçekten de çarpım durumlarının normal "tensör çarpımı" tanımıyla durum (burada kullanılan Grassmann çarpımı türünün aksine) bu olacaktır ve $|\psi\rangle|\alpha\rangle$ ile $|\psi\rangle|\beta\rangle$'nın dikliği sonucu $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$'nın dikliğinden kaynaklanır.

Fakat kuantum kuramının izlediği yollar gereği doğanın davranışı bu kadar düz değil gibi gözüküyor. Eğer $|\psi\rangle$ durumu hem $|\alpha\rangle$ hem de $|\beta\rangle$'dan tümüyle bağımsız olarak düşünülebilseydi, onun varlığı konuyla ilgisiz olurdu. Ama teknik olarak aydaki bir fotonun durumuna bile bizim fotoselimiz tarafından yapılan saptamadaki durumdan tamamıyla ayrı olarak bakılamaz.[98] (Bu burada kullanılan "$|\psi\rangle|\alpha\rangle$" gösteriminde Grassman tipi çarpımın kullanılmasıyla ilişkilidir; daha aşina ifadesiyle foton durumlarında ya da bozon durumlarında karşımıza çıkan "Bose istatikleri" veya elektron, proton ve diğer fermiyon durumlarında devreye giren "Fermi istatistikleriyle" bağlantılıdır, krş. KYU s:277, 278 ve örneğin Dirac 1947.) Kuramın kuralları uyarınca tamamıyla kesin ve yanlışsız davranmak gerekseydi, sadece tek bir fotonun durumunu tartışırken bile evrendeki bütün fotonları göz önüne almamız gerekirdi. Neyse ki son derece yüksek bir kesinlik derecesi sağlayarak buna (şansımıza) zorunlu kalmıyoruz. Biz de problem sadece $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$ dik durumlarıyla ilgiliyken mevcut problemle hiçbir ilişkisi olmadığı açık bir $|\psi\rangle$ durumu varsa $|\psi\rangle|\alpha\rangle$ ve $|\psi\rangle|\beta\rangle$ durumlarının da büyük bir kesinlik derecesinde dik olacaklarını (Grassmann tipi çarpımlarda bile) kabul edeceğiz.

[98] İlginçtir, bu görüngü türü gerçek gözlemlerle büyük bir uyumluluğa sahip olabilmektedir. Hanbury Brown ve Twiss sayesinde (1954, 1956) yakınımızdaki bazı yıldızların çaplarının ölçüldüğü bu etki, yıldızın iki zıt tarafından dünyaya ulaşan fotonları birbirine bağlayan bu "bozon" özelliğine dayanmaktadır!

5.17 Kuantum dolanıklığı

Bizim *EPR etkilerini* (§5.3 ve krş. §5.4'teki sihirli dodekahedronlar örneği kuantum mekanik **Z** gizemlerini) yöneten kuantum fiziğini anlamaya ihtiyacımız var. Kuantum kuramının temel **X** gizemi olan ve bir sonraki bölümde tartışacağımız *ölçüm probleminin* altında yatan iki süreç **U** ve **R** arasındaki paradoksal ilişki konusunda da mutabık kalmak zorundayız. Bunların her ikisi için de benim sizlere bir başka önemli fikri daha sunmam gerekli olacak: *Dolanık durumlar* fikri.

Önce basit bir ölçüm sürecinde neler olduğunu görmeye çalışalım. Bir fotonun üst üste binmiş durumda olduğu bir hali düşünelim. Buna $|\alpha\rangle + |\beta\rangle$ diyelim; $|\alpha\rangle$ durumu bir saptayıcıyı etkinleştirecek, $|\alpha\rangle$'ya dik $|\beta\rangle$ durumuysa saptayıcıyı rahatsız etmeyecek. (Bu tür bir örnek G'deki saptayıcının $-|F\rangle - i|G\rangle$ durumuyla karşılaştığı §5.8'de düşünülmüştü. Orada $|G\rangle$ saptayıcıyı etkinleştiriyor, $|F\rangle$ durumuysa rahatsız etmiyordu.) Saptayıcının kendisinin de bir kuantum durumuna atanmış olabileceğini varsayıyorum, buna da $|\psi\rangle$ diyelim. Kuantum kuramında olağan pratik budur. Klasik düzeydeki bir cisme kuantum mekanik bir betimleme atfetmenin gerçekten anlamlı olup olmadığı benim için pek açık değil ama bu tür tartışmalarda normalde bu sorgulanmaz. Her ne olursa olsun, fotonun *ilk başta* karşılaşacağı saptayıcının elementleri de kuantum kuramının standart kurallarına göre muamele edilebilecek şeylerdir. Saptayıcıya bir bütün olarak bu kurallara göre tutum alma konusunda kuşku duyanlar, bu durum vektörü $|\psi\rangle$'nin işaret ettiğinin de bu ilk baştaki kuantum düzeyi elementleri (parçacıklar, atomlar, moleküller) olduğunu düşünmelidir.

Foton saptayıcıya ulaşmadan hemen önce (ya da fotonun dalga fonksiyonunun $|\alpha\rangle$ kısmı saptayıcıya ulaşmadan hemen önce) fiziksel vaziyet saptayıcı durumu *ve* foton durumundan oluşmaktadır, yani $|\psi\rangle(|\alpha\rangle + |\beta\rangle)$ ve şunu buluruz:

$$|\psi\rangle(|\alpha\rangle + |\beta\rangle) = |\psi\rangle|\alpha\rangle + |\psi\rangle|\beta\rangle$$

Bu, saptayıcı (elementler) ve yaklaşan fotonu betimleyen $|\psi\rangle|\alpha\rangle$ durumu ile saptayıcı (elementler) ve fotonun başka bir yerde oluşunu betimleyen $|\psi\rangle|\beta\rangle$ durumunun üst üste binmesidir.

Schrödinger evrimi **U**'ya uygun olarak $|\psi>|\alpha>$ durumunun (yaklaşan fotonlu saptayıcı), fotonun karşılaştıktan sonra saptayıcının elementleriyle girdiği etkileşimler sayesinde yeni bir (saptayıcının bir **EVET** yanıtı kaydettiğine işaret eden) $|\psi_E>$ durumu haline geldiğini varsayalım. Ayrıca eğer foton saptayıcıyla *karşılaşmazsa*, **U** eyleminin $|\psi>$'nin kendi kendine $|\psi_H>$ durumuna evrilmesini (saptayıcının **HAYIR** kaydı yapması) ve $|\beta>$'nin de $|\beta'>$'a evrilmesini sağladığını varsaymamız gerekir. Böylece bir önceki alt başlıkta bahsettiğimiz Schrödinger evrimi özellikleri gereğince toplam durum şu hale gelir:

$$|\psi_E> + |\psi_H>|\beta'>$$

Bu *dolanık* durumun özel bir örneğidir ve "dolanıklık" durumunun bütününün basitçe altsistemlerden birinin (foton) durumu ile başka bir altsistemin (saptayıcı) durumunun *çarpımı* olarak yazılamayacağı olgusuna işaret eder. Aslında $|\psi_E>$ durumunun kendisinin her koşulda kendi çevresiyle dolanık bir durum olması muhtemeldir, ancak bu daha başka etkileşimlerin ayrıntılarına bağlıdır ve burada konumuz değildir.

Üst üste binmeleri etkileşimden hemen önceki bileşik sistemin durumunu gösteren $|\psi>|\alpha>$ ve $|\psi>|\beta>$ sistemlerinin (esasen) dik olduklarına dikkat edelim, zira $|\alpha>$ ve $|\beta>$ birbirlerine zaten diktirler ve $|\psi>$ ikisinden de tümüyle bağımsızdır. Dolayısıyla bu ikisinin **U** eylemiyle evrildikleri durumlar, $|\psi_E>$ ve $|\psi_H>|\beta'>$ de birbirlerine dik olmak zorundadır. (**U** her zaman dikliği korur.) $|\psi_E>$ durumu evrimine devam ederek büyük ölçekli olarak gözlemlenebilir bir şeye evrilebilir: Örneğin bu, fotonun gerçekten saptandığına işaret eden duyulabilir bir "klik" sesi olabilir, klik sesi gelmezse de durum dik olasılık $|\psi_H>|\beta'>$ olsa gerektir (başka bir deyişle buna "sıçramış" olarak düşünülmelidir). Klik gerçekleşmezse, gerçekleşmiş *olabilme* (ama gerçekleşmeme) karşıolgusal olasılığı durumun artık dolanık bir durum *olmayan* $|\psi_H>|\beta'>$'ya "sıçramasına" neden olur. Sıfır ölçüm, durumu dolanıklıktan *kurtarmıştır*.

Dolanık durumların karakteristik bir özelliği **R** işlemiyle gerçekleşen "sıçramanın" görünüm itibariyle yerel olmayan (ya da hatta görünüşte geriye işleyen) bir eyleme sahip olabilmesidir ve bu basit bir sıfır ölçümden çok daha fazla akıl karıştırıcıdır.

Bu tür yerellik yoksunlukları özellikle EPR (Einstein–Rosen–Podolsky) etkisi dediğimiz şeyle beraber gerçekleşir. Bunlar kuramın Z gizemlerinin en kafa karıştırıcıları arasında yer alan hakiki kuantum bilmeceleridir. Fikir, kuantum kuramı formalizminin doğanın tam bir betimlemesini sağlamasının mümkün olmadığını gösterme amacıyla Einstein tarafından ortaya atılmıştır. Ardından EPR olayının çok çeşitli versiyonları birbiri ardına ileri sürülmüştür (§5.3'teki sihirli dodekahedron gibi) ve bunlardan bazıları içerisinde yaşadığımız dünyanın *hakiki* işleyiş özelliği olarak doğrudan deneyle doğrulanmıştır (krş. §5.4).

EPR etkilerinin hangi durumlarda ortaya çıktığına bakalım. Bir fiziksel sistemin başlangıç durumunu biliyoruz ve buna $|\Omega\rangle$ diyelim. $|\Omega\rangle$ (U yoluyla) iki dik durumun üst üste binmesine evriliyor. Bunlardan her biri, uzamsal olarak ayrı fiziksel parçaları betimleyen iki bağımsız durumun çarpımıdır; dolayısıyla $|\Omega\rangle$ örneğin şu dolanık duruma evrilir:

$$|\psi\rangle|\alpha\rangle + |\phi\rangle|\beta\rangle$$

$|\psi\rangle$ ve $|\phi\rangle$'nın parçalardan biri için dik olasılıklar olduğunu ve $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$'nınsa diğeri için dik olasılıklar olduğunu varsayacağız. Birinci parçanın $|\psi\rangle$ mı yoksa $|\phi\rangle$ durumunda mı olduğunu saptayan bir ölçüm eşanlı olarak ikinci parçanın karşılık gelen $|\alpha\rangle$ ya da $|\beta\rangle$ durumunda olduğunu belirleyecektir.

Şu ana dek söylediklerimizde gizemli bir yan yok. Aktarılan olayın sevgili Dr. Bertlmann'ın çoraplarıyla aynı olduğu da söylenebilir (§5.4). İki çorabının renklerinin farklı olmak zorunda olduğunu bildiğimizde (bugün bir pembe bir de yeşil çorap seçtiğini bildiğimizi varsayalım) sol çorabının yeşil mi ($|\psi\rangle$ durumu) yoksa pembe mi ($|\phi\rangle$ durumu) olduğunun gözlenmesi eşanlı olarak sağ çorabının buna karşılık pembe ($|\alpha\rangle$ durumu) ya da yeşil ($|\beta\rangle$ durumu) olduğunu belirleyecektir. Ancak kuantum dolanıklığı etkileri bundan çok farklı olabilir ve "Bertlmann çorapları" tarzı bir açıklama gözlemsel etkilerin hepsini açıklamayabilir. Sistemin iki parçası üzerinde *alternatif* türde ölçümler gerçekleştirme olanağımız varsa da problemler doğar.

Bunu bir örnekle açalım. Başlangıç durumu $|\Omega_0\rangle$'ın bir parçacığın spin durumunun 0 spin olduğunu gösterdiğini varsayalım.

Ardından bu parçacık her biri 1/2 spinli iki yeni parçacığa bozunur ve bunlar sağa ve sola, birbirlerinden çok büyük uzaklıklara hareket ederler. Açısal momentum ve onun korunumu özelliklerinden birbirlerinden ayrılan iki parçacığın spin yönlerinin birbirlerinin *zıttı* olmak zorunda olduğu sonucu çıkar ve $|\Omega_0>$'ın evrildiği sıfır spinli durum için şu sonuca ulaşırız:

$$|\Omega> = |L\uparrow>|R\downarrow> - |L\downarrow>|R\uparrow>$$

Burada "L" sol elli parçacığa, "R" sağ elli parçacığa karşılık gelir (eksi işareti de standart yapılageliş gereği vardır). Bu nedenle sol elli parçacığın spinini yukarı doğru olan yönde ölçmeyi seçersek, **EVET** yanıtı (diğer bir deyişle $|L\uparrow>$'yi bulmak) sağ elli parçacığı otomatik olarak aşağı doğru spinli $|R\downarrow>$ durumuna yerleştirir. **HAYIR** yanıtı ($|L\downarrow>$) sağ elli parçacığı otomatik olarak yukarı doğru spinli $|R\uparrow>$ durumuna yerleştirecektir. Görünüşe göre bir parçacığın bir yerdeki ölçümü, epey farklı bir yerdeki epey farklı bir parçacığın durumunu eşanlı olarak etkileyebilmektedir; yine de şu ana dek bu Bertlmann'ın çoraplarından daha gizemli değildir!

Fakat dolanık durumumuz farklı bir ölçüm seçimine karşılık gelen başka bir yolla da gösterilebilir. Örneğin sol elli spini bu kez *yatay* bir yönde ölçmeyi seçebiliriz ve böylece **EVET** diyelim ki $|L\leftrightarrow>$'ye ve **HAYIR** $|L\rightarrow>$'ye karşılık gelir. Bu durumda (basit hesaplama yoluyla, krş. KYU, s:283) daha öncekiyle *aynı* bileşik durumun farklı bir dolanık biçimde yazılabildiğini buluruz:

$$|\Omega> = |L\leftrightarrow>|R\rightarrow> - |L\rightarrow>|R\leftrightarrow>$$

Böylece soldaki **EVET** yanıtının sağ elli parçacığı otomatik olarak $|R\rightarrow>$ durumuna soktuğunu ve **HAYIR** yanıtının da otomatik olarak $|R\leftrightarrow>$'ye soktuğunu buluyoruz. Sol elli spin ölçümü için seçtiğimiz yön *ne olursa olsun* karşısındaki şey gerçekleşecektir.

Bu tür bir durumda dikkate değer şey, sol elli parçacık üzerindeki spin yönünün yalnızca *seçiminin* sağ elli parçacığın spin ekseninin yönünü *düzeltiyor* gibi gözükmesidir. Aslında sol elli ölçümün *sonucu* elde edilene dek sağ elli parçacığa iletilmiş hakiki bir bilgi yoktur. Sadece "spin ekseninin yönünü düzeltmek" tek başına gerçekten gözlemlenebilir hiçbir şey yapmaz. Bu iyi

bilinen gerçeğe rağmen zaman zaman insanların, durum vektörü indirgenmesi **R** birbirlerinden ne kadar uzakta olursa olsun EPR parçacık çiftlerinin kuantum durumlarını eşanlı olarak "indirgediği" için, EPR etkilerinin bir yerden başka bir yere *anında* sinyaller göndermek için kullanılabileceğini düşündükleri görülür. Fakat gerçekte bu yolla sol elli parçacıktan sağ elli parçacığa bir sinyal göndermenin hiçbir yolu yoktur (krş. Ghirardi vd. 1980).

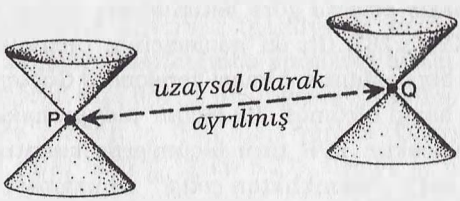
Kuantum mekanik formalizmin standart kullanımı da şöyle bir görünüm sunar: Bir parçacık üzerinde, diyelim ki sol elli, ölçüm yapıldığı anda bütün durum o anda başlangıçtaki (iki parçacığın da *kendi başına* iyi tanımlı bir spin durumuna sahip olmadığı) dolanık durumdan, sol elli durumun sağ elli durumla dolanıklıktan uzaklaştığı bir duruma indirgenir ve ardından her iki spin de iyi tanımlı hale gelir. *Matematiksel* durum vektörü betimlemesinde, soldaki ölçüm sağdaki üzerinde anlık bir etkiye sahiptir. Fakat belirttiğim gibi bu "anlık etki" fiziksel bir sinyal gönderilmesine izin veren türde değildir.

Görelilik ilkelerine göre fiziksel sinyaller (hakiki bilgi iletimi yapabilen şeyler olarak) ışık hızını aşamazlar. Fakat EPR etkileri bu şekilde değerlendirilemez. Onların ışık hızıyla sınırlanmış sonlu şekilde yayılan sinyaller olarak muamele görmeleri kuantum kuramının öngörüleriyle tutarlı olmaz. (Sihirli dodekahedron örneği bu gerçeği resmeder, zira benimkiyle meslektaşımın dodekahedronu arasındaki dolanıklık bir ışık sinyalinin aramızdaki mesafeyi aşması için gereken dört yılı beklemek zorunda kalmadan derhal gerçekleşen etkilere sahiptir; krş. §5.3, §5.4 ve ayrıca dipnot 4.) Bu nedenle EPR etkileri olağan anlamda sinyaller olamazlar.

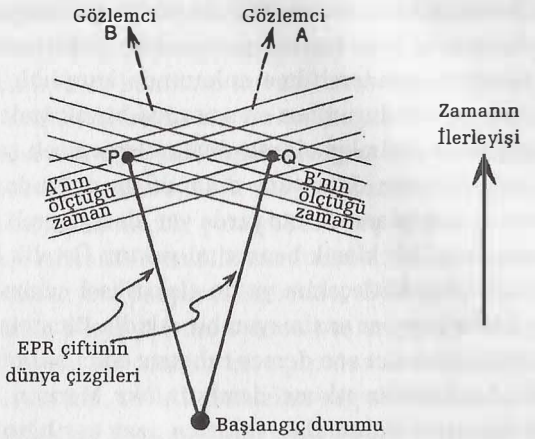
Bu gerçeğin ışığında EPR etkilerinin gerçekten nasıl olup da herhangi bir gözlemlenebilir sonuca sahip oldukları merak edilebilir. Bu tür sonuçlara sahip olmaları John Bell'in ünlü teoremine dayanmaktadır (krş. §5.4). 1/2 spinli (sol elli ve sağ elli parçacıklar üzerinde spin yönleri bağımsız seçilmiş) iki parçacığımız üzerinde yapılabilen çeşitli olası ölçümler için kuantum kuramının öngördüğü birleşik olasılıklar, iletişimsiz sol elli ve sağ elli cisimlerden oluşmuş bir klasik modelle elde edilemez. (Bu tür örnekler için *bkz.* KYU, s: 284–285 ve s: 301.) Yalnızca olasılıkların değil çözümü zor sorunların çıktığı evet/hayır sınırlamalarına sahip §5.3'teki sihirli

dodekahedronlar gibi örnekler daha da güçlü etkiler yaratmaktadır. Bu nedenle sol elli ve sağ elli parçacıklar birbirlerine gerçekten anlık mesajlar gönderebilme anlamında karşılıklı iletişimde olmasalar da, yine de durumları en sonunda bir ölçümle bozulana dek, ayrı bağımsız cisimler olarak düşünülemeyecek şekilde birbirlerine *dolanıktırlar*. Kuantum dolanıklığı doğrudan iletişim ile tamamen ayrılık arasında bir yerde yer alan gizemli bir şeydir ve bunun herhangi bir klasik benzetimi yoktur. Üstelik dolanıklık (örneğin bu yönden kütleçekim ya da elektriksel çekimden farklı olarak) uzaklıkla beraber azalmayan bir etkidir. Einstein böyle bir etkinin gözlemlenmesini son derece rahatsız edici bulmuş ve buna "hayaletimsi bir uzaktan etkime" demiştir (*bkz.* Mermin 1985).

Aslında kuantum dolanıklığı yalnızca uzay ayrılığını değil zaman ayrılığını da hiç önemsemeyen bir etki gibi görünüyor. Bir ölçüm EPR çiftinin bir bileşeni üzerinde diğerinde yapılmadan *önce* yapılırsa, ilk ölçüm olağan kuantum mekanik betimlemede dolanıklıktan kurtulmayı etkileyen olarak düşünülmektedir, dolayısıyla ikinci ölçüm aslında yalnızca gözlemlenen tek dolanıklıktan kurtulmuş bileşenle ilgilidir. Fakat dolanıklıktan çıkışı etkileyenin bir şekilde geriye dönük olarak birinci değil *ikinci* ölçüm olduğunu düşünüyor olsak da tam olarak aynı gözlem sonuçları elde edilirdi. İki ölçümün zamansal sıralamasının önemli olmadığını ifade etmenin bir diğer yolu da *değişmeli* olduklarını söylemektir (*bkz.* §5.14).



Şekil 5.25 Uzayzamanda iki olaya eğer ikisi de birbirinin ışık konisinin dışında yer alıyorsa uzaysal olarak ayrılmış denir (ayrıca *bkz.* Şekil 4.1) Bu durumda birbirlerini nedensel olarak etkileyemezler ve iki olayda yapılan ölçümler değişmeli olmak zorundadır.



Şekil 5.26 Özel göreliliğe göre göreli hareket eden A ve B gözlemcileri uzaysal olarak ayrılmış P ve Q olaylarından hangisinin daha önce gerçekleştiğine ilişkin farklı fikirlere sahiptir.

Bu tür bir simetri EPR ölçümlerinin özel göreliliğin gözlemsel sonuçlarıyla tutarlı olabilmeleri için gerekli bir özelliktir. Uzaysal olarak ayrılmış olaylarda (örneğin birbirlerinin ışık konilerinin dışında yer alan olaylar; *bkz.* Şekil 5.25 ve §4.4'te aktarılan tartışma) gerçekleştirilen ölçümler özel göreliliğin sabit ilkeleri gereği *mutlaka* değişmeli olmak zorundadır ve hangi ölçümün "ilk olarak" gerçekleştiğinin düşünülmesi de bir önem taşımaz. Bunun böyle olma zorunluluğunu görmek için Şekil 5.26'da gösterildiği üzere fiziksel durumun bütünü iki farklı gözlemcinin referans sistemlerinin bakış açısına göre betimlenmiş olarak düşünülebilir (ayrıca krş. KYU s:287). (Bu iki "gözlemcinin" ölçümleri asıl gerçekleştirenlerle bir bağlantısı olması gerekmez.) Gösterilen durumda iki gözlemci hangi ölçümün "ilk ölçüm" olduğu hakkında zıt fikirlere sahip olacaktır. EPR türü ölçümlerde kuantum dolanıklığı olayı (ya da hatta dolanıklıktan *çıkış*)[99] ne uzamsal ayrılığı ne de zamansal sıralamayı önemser!

[99] Bir parçacık çiftinin dolanıklık özelliğinin kendisinin dolanık bir özellik olabildiği örnekler de verilebilir! (Zeilinger vd, 1992)

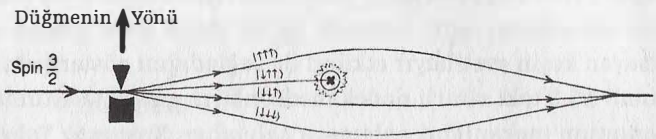
5.18 Sihirli dodekahedronların açıklaması

1/2 spinli bir EPR parçacık çifti için bu uzamsal ya da zamansal yerellik yoksunluğunun ortaya çıkması yalnızca *olasılıklar* içerisindedir. Ancak kuantum dolanıklığı "yalnızca olasılıkları etkileyen bir şey"den çok daha somut ve kesin bir olgudur. Sihirli dodekahedronlar (ve ondan önceki başka bazı düzenlemeler)[100] gibi örnekler kuantum dolanıklığın bu garip yerel olmayışının sadece bir olasılık konusu *olmadığını*, aynı zamanda hiçbir klasik yerel yoldan açıklanamayan kesin evet/hayır etkileri de sağladığını göstermektedir.

Şimdi §5.3'teki sihirli dodekahedronların gerçekte altında yatan kuantum mekaniğini anlamaya çalışalım. Kusursuz Tuhafiyenin Betelgeuse'de 0 toplam spinli bir sistemin her biri 3/2 spinli iki atoma bölünmesini ve bu atomlardan her birinin bir dodekahedronun merkezine büyük bir özenle asılmasını sağladığını hatırlayalım. Ardından dodekahedronlar dikkatle, her birinin atomlarındaki spin durumları ikimizden biri bir düğmeye basarak spin ölçümü yapmadığımız müddetçe bozulmayacak şekilde biri bana, diğeri de α–Centauri'deki meslektaşıma olmak üzere nakledili-yor. Bir dodekahedronun köşe noktalarından birinin üzerindeki düğmeye basıldığında bu atomun üzerinde merkezinde (diyelim ki §5.10'da bahsi geçtiği gibi bir homojen olmayan manyetik alan kullanılarak) yapılacak bir Stern–Gerlach ölçümünü aktive ediyor. 3/2 spinde dört karşılıklı dik duruma ($|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$, $|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle$, $|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle$ ve $|\downarrow\downarrow\downarrow\rangle$) denk gelen (aletin yukarı doğru olan yönde yönlendirilmiş olması halinde) dört olası sonucun olacağını da hatırlatalım. Bu durumlar atomun aletle karşılaştıktan sonraki olası dört yeri olarak gözükmektedir. Kusursuz Tuhafiyenin yaptığı düzenleme, herhangi bir düğmeye basıldığında spinölçer aletin (dodekahedronun merkezinden dışa doğru) bu düğmenin yönüne yönlenmesidir. Daha sonra atomun bu dört olası yerden *ikincisinde* olduğu bulunursa zil çalar (**EVET**) (Şekil 5.27). Demek ki (yukarı doğru olan yön için gösterimi kullanırsak) $|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle$ durumu **EVET** yanıtına neden olmakta (zilin çalmasına sebep olmakta ve bunu muhteşem piroteknik gösteri izlemekte) ve diğer üç durum herhangi bir yanıta neden *olmamaktadır* (diğer bir deyişle **HAYIR**). **HAYIR**

[100] Örneğin Kochen ve Specker (1967) ve dipnot 6'da aktarılan referanslar.

durumunda atomun geri kalan üç yeri aralarındaki ayrımlar herhangi bir bozucu dışsal etkiye uğramaksızın (diyelim ki homojen olmayan manyetik alanın yönünün ters çevrilmesiyle) bir araya getirilir ve başka bir düğmeye basılmasının sonucunda seçilecek başka bir yön için hazır edilir. Düğmeye her basılışın §5.13'te aktarıldığı üzere *ilkel* bir ölçümü etkilediği gerçeğini de not edelim.



Şekil 5.27 Kusursuz Tuhafiye yaptığı düzenleme gereği dodekahedronda bir düğmeye basıldığında 3/2 spinli atomda bu yönde (burada "yukarı" olarak alınmıştır) bir spin ölçümü yapılır ve $|\downarrow\uparrow\uparrow>$ durumu zili çaldırır (**EVET**). Yanıt **HAYIR** ise ışınlar yeniden birleşir ve ölçüm başka bir yönde tekrarlanır.

0 spinli $|\Omega>$ durumundan gelen 3/2 spinli iki atom için toplam durumumuz şu şekilde ifade edilebilir:

$$|\Omega> = |L\uparrow\uparrow\uparrow>|R\downarrow\downarrow\downarrow> - |L\uparrow\uparrow\downarrow>|R\downarrow\uparrow\uparrow> + |L\uparrow\downarrow\downarrow>|R\downarrow\uparrow\uparrow> - |L\downarrow\downarrow\downarrow>|R\uparrow\uparrow\uparrow>$$

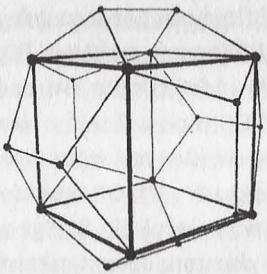
En yukarıdaki düğmeye ilk basışımda zil çaldığı için onun durumunun $|R\downarrow\uparrow\uparrow>$ olduğunu buluyorsam ve benim atomum sağ elli olansa, o halde meslektaşım ilkönce benimkinin *zıttı* olan düğmeye basmayı seçmişse onun zili çalmak zorundadır ve durumu da $|L\uparrow\downarrow\downarrow>$'dır. Dahası benim zilim bu ilk düğmeye basışta çalmazsa, onun zili de zıt basışta çalmamak zorundadır.

Şimdi §5.3'te Kusursuz Tuhafiyenin garanti ettiği (a) ve (b) özelliklerinin bu ilkel düğme basma ölçümleri için de geçerli olduğunu doğrulamamız gerekiyor. Ek C'de özellikle de bizim amaçlarımız açısından yeterli olan 3/2 spin için olmak üzere spin durumlarının Majorana tanımının bazı matematiksel özellikleri verilmektedir. Riemann küresini dodekahedronun tepe noktalarının hepsinden geçen küre, dodekahedronun *çevrel küresi* olarak düşünürsek bu şu anki tartışmamızı basitleştirir. Ardından dodekahedronun P tepe noktasında basılan bir düğme için **EVET**

Kütüphanesi

durumunun Majorana tanımının, basbayağı P noktasının kendisi ve P'nin zıt-uçtaki P* noktasıyla birlikteliği olduğunu görürüz ve bu da kuzey kutbunda alınan P noktasının durumu |↓↑↑>'dır. Bu **EVET** durumuna |P*PP> diyebiliriz.

3/2 spinin önemli bir özelliği, dodekahedronun bitişikten sonraki iki tepe noktası üzerindeki düğme basışlarına karşılık gelen ilkel ölçümlerdeki **EVET** durumlarının *birbirine dik* olmasıdır. Bu neden böyledir? A ve C dodekahedronda ne zaman birbirlerinin bitişiğinin yanıysa, Majorana durumları |A*AA> ve |C*CC>'nin aslında dik olduklarını doğrulamak zorundayız. Şekil 5.28'de A ve C'nin ne zaman dodekahedronun içinde yer alan ve onun merkezini ve tepe noktalarından sekizini paylaşan *bir kübün bitişik* tepe noktalarıysa, o zaman dodekahedron üzerinde birbirlerinin bitişiğinin yanı oldukları da görülecektir. Ek C'de son paragrafa göre A ve C bir kübün bitişik tepe noktaları olduğunda da |A*AA> ve |C*CC> birbirine diktir; böylece sonuç kanıtlanır.

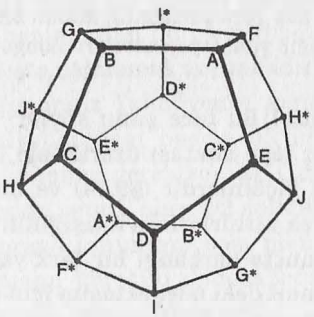


Şekil 5.28 Kurala uygun bir dodekahedronun içine onunla 20 tepe noktasının 8'ini paylaşan bir küp yerleştirilebilir. Kübün bitişik tepe noktalarının dodekahedronun bitişiğin yanı tepe noktaları olduğunu görüyoruz.

Bu bize ne anlatır? Bu bize şunu söyler: SEÇİLMİŞ bir tepe noktasına bitişik üç tepe noktası üzerindeki üç düğme basışının hepsi de *değişmeli* ölçümlerdir (§5.14) ve bu tepe noktalarının hepsi karşılıklı olarak birbirlerinin bitişiğinin yanıdır. Bu nedenle basılma sıraları sonuçta herhangi bir fark yaratmaz. Bu durumda sıralama α–Centauri'deki meslektaşım için de önemsizdir. Eğer olur da SEÇİLMİŞ'i olarak benimkinin *zıttı* olan tepe noktasını seçerse, onun üç olası düğme basışı benim üç basışımın tersi olur.

Yukarıda söylenenler gereği de, benim zilim ve onun zili (ikimizin sıralamasından da bağımsız olarak) zıt tepe noktalarında çalmak zorundadır; aksi durumda zillerimizin ikisi de bu basışlarda hiç çalmayacaktır. Bu (a)'yı kanıtlar.

Peki, (b) ne olacak? 3/2 spinde Hilbert uzayının *dört* boyutlu olduğunu belirtelim; dolayısıyla benim zilimin çalabileceği üç karşılıklı olarak dik olasılık, diyelim ki |A*AA>, |C*CC> ve |G*GG> (benim SEÇİLMİŞ tepe noktam olarak B alındığında, *bkz.* Şekil 5.29) alternatif olası gerçekleşmeleri tüketmeye yetmez. Geriye kalan olasılık zil bu basışlarda hiç çalmadığında gerçekleşir ve ulaştığımız sıfır ölçüm (zilin üçünde birden çalmaması), durumun |A*AA>, |C*CC> ve |G*GG>'nin hepsine karşılıklı olarak dik (benzersiz) durum olduğunu doğrular. Riemann küresi üzerindeki üç R, S, T noktasının onun Majorana tanımını sağladığı bu duruma |RST> diyelim. Bu üç noktanın hepsinin birden gerçek yerini saptamak kolay değildir. (Jason Zimba (1993) yerlerini açıkça tespit edebildi.) Şu anki tartışmamızda tam olarak nerede oldukları önemli değildir. Bilmemiz gereken tek şey, dodekahedronun geometrisince SEÇİLMİŞ tepe noktası B'yle bağlantılı olarak belirlenen konumlarda olduklarıdır. Bu nedenle örneğin (simetri yoluyla) ben SEÇİLMİŞ tepe noktam olarak B'yi seçmek yerine B'nin zıt-uçtaki B* tepenoktasını seçmiş olsaydım, bu durumda zilin her biri B*'ye komşu A*, C*, G* tepe noktalarının üçünde de çalmamasının bir sonucu olarak (R, S, T'ye zıt-uçtakiler R*, S*, T* olmak üzere) |R*S*T*> durumu ortaya çıkardı.



Şekil 5.29 §5.18 ve Ek B'deki tartışmalar için dodekahedronun tepe noktalarının isimlendirilmesi

Şimdi de meslektaşımın kendi dodekahedronu üzerinde benimkinde benim SEÇTİĞİM B tepe noktasına tam olarak denk gelen B tepe noktasını SEÇTİĞİNİ varsayalım. Zil *onun* B'sine komşu A, C, G'nin hiçbirinde çalmazsa, o zaman onun art arda gelen (değişmeli) ölçümleri *benim* atomumu benim *zıt* tepe noktalarım A*, C*, G* üzerindeki düğme basışlarına denk gelen üçüne dik bir durumda olmaya zorlar, başka bir deyişle benim atomum |R*S*T*> durumuna girmeye zorlanır. Fakat benim zilim de A, C, G'deki üç düğme basışımın hiçbirinde çalmazsa, bu benim durumumu |RST> olmaya zorlar. Ek C'deki C.1 özelliği gereğince |RST> |R*S*T*>'ye *diktir*, bu yüzden zillerimizin altı zil basışının altısında birden çalmaması olanaksızdır ve bu da (b)'yi kanıtlar.

Böylece Kusursuz Tuhafiyenin (a) ve (b) özelliklerinin ikisini birden garanti etmek için kuantum dolanıklığını nasıl kullanabildiği açıklanmış oldu. §5.3'te gözlemlediğimiz üzere *eğer* iki dodekahedron *bağımsız* cisimler olarak davranmış olsaydı, bu durumda bunu hemen renklenme özellikleri (c), (d) ve (e) izlerdi ve bu bizi (Ek B'de açıkça gösterildiği gibi) çözümü olmayan bir tepe ucu renklendirme problemine sürüklerdi. Bu nedenle Kusursuz Tuhafiyenin kuantum dolanıklığını kullanarak yapmayı başardığı şey, eğer bizim iki dodekahedron Kusursuz Tuhafiyenin fabrikasından çıktıktan sonra bağımsız cisimler olarak muamele görebilen şeyler olsaydı, *olanaksız* olurdu. Kuantum dolanıklığı bize fiziksel bir durumda dış çevrenin olasılıkçı etkilerini her zaman göz ardı edemeyeceğimizi söyleyen bir gariplikten ibaret değil. Etkileri uygun şekilde izole edildiğinde sık sık açıkça tanımlanmış bir geometrik düzene sahip olabilen, matematiksel açıdan son derece kesin bir şey.

Birbirlerinden ayrı olarak düşünülüp de kuantum mekanik formalizmin beklentilerini açıklayabilen bir varlık tanımı yoktur. Kuantum dolanıklığı olguları için "Bertlmann'ın çorapları" türü bir açıklama genel olarak olamaz. Standart kuantum mekanik evrimin kuralları (U işlemimiz) bizi cisimlerin birbirlerinden ne kadar uzakta olurlarsa olsun bu garip biçimde "dolanık" *kalmak* zorunda olduğu sonucuna götürüyor. Dolanıklıkların ayırılabilmesi yalnızca R'yle mümkün. Peki, R'nin "gerçek" bir süreç olduğuna inanıyor muyuz? Eğer değilse, o zaman bu dolanıklıklar hakiki

dünyanın aşırı karmaşıklığında gözden uzak kalsalar bile sonsuza dek sürmek zorundalar.

Bu evrendeki her şeyin diğer her şeyle dolanık olduğunun düşünülmesinin zorunlu olduğu anlamına mı gelir? Daha önce dikkat çekildiği gibi (§5.7) kuantum dolanıklığı, etkilerin uzaklıkla beraber azalma eğilimi gösterdiği ve bu sayede dünyadaki bir laboratuardaki şeylerin davranışını açıklamak için Andromeda galaksisinde olup bitenleri bilmemize gerek kalmayan klasik fizikteki şeylere hiç benzemeyen bir etkidir. Kuantum dolanıklığı gerçekten Einstein'ın hiç hoşuna gitmeyen türde bir "hayaletimsi uzaktan etkime"ymiş gibi görünüyor. Yine de mesajların gerçekten gönderilmesi için kullanılamayacak, aşırı derece incelikli türde bir "etkime"dir.

Doğrudan iletişim sağlamaya yetmemesine karşın kuantum dolanıklığının potansiyel uzaktan ("hayaletimsi") etkileri göz ardı edilemez. Bu dolanıklıklar devam ettiği sürece aslına bakılırsa evrendeki bir cisim kendi başına bir şey olarak düşünülemez. Benim görüşüme göre fizik kuramı açısından bu başarılı bir sonuç sayılamaz. Pratikte dolanıklıkların göz ardı *edilebilmesinin* standart kuram temelinde gerçekten bir açıklaması yok. Neden evreni bizim gözlemlediğimiz klasiğe benzer dünyayla bir ilişki taşımayan inanılmaz karmaşıklıkta bir keşmekeş olarak düşünmek gerekmesin? Pratikte dolanıklıkları çözen, meslektaşım ve ben dodekahedronlarımızın merkezindeki dolanık atomlar üzerinde ölçümler yaptığımızda olduğu gibi, **R** işleminin sürekli kullanımıdır. Karşımıza çıkan soru şudur: Bu **R** eylemi, kuantum dolanıklıkların bir anlamda *gerçekten* çözülebilmesine yarayan *gerçek* bir fiziksel süreç midir? Yoksa her şeyin bir tür yanılsama olarak mı açıklanması gerekir?

Bu düşündürücü konuları bir sonraki bölümde yanıtlamaya çalışacağım. Bence bu sorular fiziksel eylemde hesaplanamazlığın rolünün araştırılmasında merkezi bir önem taşımaktadır.

Ek B: Dodekahedronun renklendirilemezliği

Problemin §5.3'te ortaya atıldığını hatırlayalım: Bir dodekahedronun tüm tepe noktalarının bitişiğinin yanındaki iki tepe nok-

tasının birden BEYAZ olamayacak ve bir çift zıt tepe noktasına bitişik altı tepe noktasının hepsi birden SİYAH olamayacak şekilde renklendirilmesinin mümkün olmadığının gösterilmesi. Dodekahedronun simetrisinin olasılıkların elenmesinde bize muazzam yardımı olacak.

Tepe noktalarını Şekil 5.29'daki gibi adlandıralım. Burada A, B, C, D, E döngüsel şekilde tanımlanmış bir beşgen yüzün tepe noktalarıdır ve F, G, H, I, J aynı sıralamada alınmış onlara bitişik tepe noktalarıdır. §5.18'deki gibi A*,..., J* bunların zıt-uçtaki tepe noktalarıdır. Hemen ikinci özellik nedeniyle bir yerlerde en azından bir BEYAZ tepe noktası olmak zorunda olduğuna dikkat ediyoruz ve bunun A tepe noktası olduğunu varsayabiliriz.

Şu an için BEYAZ A tepe noktasının hemen sonraki komşularından biri olarak başka bir BEYAZ tepe noktasına sahip olduğunu varsayalım ve B'yi böyle kabul edelim (*Bkz.* Şekil 5.29). Bu durumda bu ikisini çevreleyen on tepe noktası, isimlerini verirsek C, D, E, J, H*, F, I*, G, J*, H'nin hepsi birden SİYAH olmak zorundadır, çünkü her biri ya A'nın ya da B'nin bitişiğinin yanıdır. Ardından H, H* zıt-uçtaki ikilisinden birine ya da diğerine komşu altı tepe noktasını inceleyelim. Bu altı içerisinden biri BEYAZ olmak zorundadır, bu yüzden ya F* ya da C* (ya da her ikisi de) BEYAZ olmak zorundadır. Aynısını zıt-uçtaki ikilisi J, J* için yaptığımızda, G* ya da E*'nin (ya da her ikisinin) beyaz olmak zorunda olduğu sonucuna varırız. Ama bu *olanaksızdır* çünkü G* ve E*'nin ikisi de F* ve C*'nin ikisinin de bitişik yanıdır. Bu BEYAZ tepe noktası A'nın hemen komşu bir BEYAZ'a sahip olma olasılığını ortadan kaldırır; hatta simetri sayesinde, komşu herhangi bir çift BEYAZ tepe noktasını olasılığını da ortadan kaldırır.

Bu nedenle BEYAZ tepe noktası A'nın etrafını, SİYAH tepe noktaları B, C, D, E, J, H*, F, I*, G çevirmek zorundadır, çünkü bunların her biri ya A'ya komşu ya da A'nın bitişiğinin yanıdır. Şimdi de A, A* zıt-uçtaki ikilisinden birine komşu olan altı tepe noktasını inceleyelim. Vardığımız sonuca göre B*, E*, F*'den biri BEYAZ olmak zorundadır ve simetri gereği hangisinin olacağı fark etmez; dolayısıyla BEYAZ olanın F* olduğunu kabul edelim. E* ve G*'nin F*'nin bitişiğinin yanı olduğunu görüyoruz, dolayısıyla ikisi de siyah olmak zorunda, keza F*'ye komşu olduğu için H de SİYAH

olmak zorunda ve az önceki temellendirmeyi izleyerek yine komşu BEYAZ tepe noktaları olasılığını elemiş oluyoruz. Ancak bu renklendirme olanaksız, çünkü zıt-uçtaki tepe noktaları J, J*'ye komşu olarak bu durumda SİYAH tepe noktalarından başka bir şey kalmıyor. Bu argümanımızın sonucu oluyor ve sihirli dodekahedronun *klasik* olanaksızlığını gösteriyor.

Ek C: Genel spin durumları arasında diklik

Genel spin durumlarının Majorana tanımı fizikçilerce pek bilinmez ama yine de işe yarar ve geometrik olarak aydınlatıcı bir betimleme sağlar. Burada temel formüllerin ve bunların işaret ettiği geometrik sonuçlardan bazılarının kısa bir anlatımıyla yetineceğim. Bu bize §5.18'de ihtiyaç duyduğumuz sihirli dodekahedronun geometrisinin altında yatan diklik ilişkilerini sağlayacak. Benim tanımlarım Majorana'nın (1932) verdiği özgün tanımlardan farklı, Penrose (1994a) ve Zimba ve Penrose'dakilere (1993) daha yakın olacak.

Temel fikir Riemann küresi üzerindeki n noktalarının sırasız kümesini, n dereceli bir karmaşık çokterimlinin n kökleri olarak düşünmek ve (esasen) bu çokterimlinin katsayılarını, 1/2 spinli (kütleli) bir parçacığın spin durumlarının $(n+1)$ boyutlu Hilbert uzayının koordinatları olarak kullanmaktır. Taban durumlarını §5.10'daki gibi dikey yönde bir spin ölçümünün çeşitli olası sonuçları olacak şekilde aldığımızda, bunları (bu taban durumlarının her birinin bir birim vektör olmasını sağlayan uygun bir normalizasyon çarpanıyla birlikte) çeşitli birterimliler olarak gösterebiliriz:

$|\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow \ldots\uparrow\uparrow\rangle$'a karşılık gelen x^n

$|\downarrow\uparrow\uparrow\uparrow \ldots\uparrow\uparrow\rangle$'a karşılık gelen $n^{1/2}\, x^{n-1}$

$|\downarrow\downarrow\uparrow\uparrow \ldots\uparrow\uparrow\rangle$'a karşılık gelen $\{n(n-1)/2!\}^{1/2}\, x^{n-2}$

$|\downarrow\downarrow\downarrow\uparrow \ldots\uparrow\uparrow\rangle$'a karşılık gelen $\{n(n-1)(n-2)/3!\}^{1/2}\, x^{n-3}$

...

$|\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \ldots\downarrow\uparrow\rangle$'a karşılık gelen $n^{1/2}\, x$

$|\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \ldots\downarrow\downarrow\rangle$'a karşılık gelen 1'dir.

(Kaşlı ayraçların içindeki ifadelerin hepsi ikiterimli katsayılardır.) Bu nedenle 1/2n spinin genel durumu

$$z_0|\uparrow\uparrow\uparrow \ldots\uparrow> + z_1|\downarrow\uparrow\uparrow \ldots\uparrow> + z_2|\downarrow\downarrow\uparrow \ldots\uparrow> + z_3|\downarrow\downarrow\downarrow \ldots\uparrow> + \ldots + z_n|\downarrow\downarrow\downarrow \ldots\downarrow>$$

için, karşılık geldiği çokterimli

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \ldots + a_n x^n$$

olmak üzere

$$a_0 = z_0,\ a_1 = n^{1/2} z_1,\ a_2 = \{n(n-1)/2!\}^{1/2} z_2,\ \ldots,\ a_n = z_n\text{'dir.}$$

p(x) = 0'ın kökleri $x = \alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3, \ldots, \alpha_n$ Majorana betimlemesini tanımlayan Riemann küresi üzerindeki n noktalarını (katsayılarıyla birlikte) sağlamaktadır. Buna P(x) çokterimlisinin derecesinin n'si (bu noktanın katsayısının belirttiği miktarda) yeterli olmadığında $x = \infty$ ile gösterilen Majorana noktası olasılığı (güney kutbu) dahildir.

Kürenin döndürülmesi bir dönüşüm aracılığıyla başarılır, buna göre önce ($\overline{\lambda}\lambda + \overline{\mu}\mu = 1$ olmak üzere) bir değiştirme yapılır

$$x \rightarrow (\lambda x - \mu)\ (\bar{\mu} x + \bar{\lambda})^{-1}$$

ve ardından bütün ifadenin $(\bar{\mu}\ x + \bar{\lambda})^n$ ile çarpılmasıyla paydalar temizlenir. Dolayısıyla rastgele seçilmiş bir yöndeki (diyelim ki Stern–Gerlach) spin ölçümlerinin sonuçlarına karşılık gelen çokterimliler elde edilebilir ve bunlar şu biçimde ifadelerdir:

$$c(\lambda x - \mu)^p\ (\bar{\mu}\ x + \bar{\lambda})^{n-p}$$

μ/λ ve $-\bar{\mu}/\bar{\lambda}$ ile gösterilen noktalar Riemann küresinde zıt uçtaki noktalarıdır ve spin ölçümünün yönüne ve ters yönüne karşılık gelirler. (Bu $|\uparrow\uparrow\uparrow \ldots\uparrow>$, $|\downarrow\uparrow\uparrow \ldots\uparrow>$, $|\downarrow\downarrow\uparrow \ldots\uparrow>$, $|\downarrow\downarrow\downarrow \ldots\downarrow>$ durumlarının fazları için uygun bir seçimi varsaymaktadır. Daha önce bahsettiğimiz özellikler ve ayrıntılı teyitleri en iyi 2–spinci formalizmde anlaşılır. Okurların Penrose ve Rindler (1984), özellikle s:162, ayrıca §4.15'e bakmaları tavsiye edilir. 1/2n spinin genel durumu simetrik bir n–değerli spinci cinsinden betimlenir ve Majorana tanımı spin vektörlerinin simetrize edilmiş bir çarpanı olarak onun doğal ayrışmasından çıkar.)

Küre üzerindeki herhangi bir α noktasına zıt-uçtaki noktaya $-1/\alpha$ ile ulaşılır. Bu yüzden kürenin merkezindeki

$$a(x) \equiv a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_{n-1}\,x^{n-1} + a_nx^n$$

çokterimlisinin kökleri olan Majorana noktalarının hepsini yansıtmak istiyorsak, şu çokterimlinin köklerini elde ederiz:

$$a^*(x) \equiv \bar{a}_n - a_{n-1}x + \bar{a}_{n-2}x^2 - \ldots - (-1)^n\bar{a}_1x^{n-1} + (-1)^n\bar{a}_0x^n$$

Eğer

$$b(x) \equiv b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + \ldots + b_{n-1}x^{n-1} + b_nx^n$$

olmak üzere, elimizde a(x) ve b(x)'le verilen iki durum olarak sırasıyla $|\alpha>$ ve $|\beta>$ varsa, bu durumda ikisinin skaler çarpımı şu olacaktır:

$$<\beta|\alpha> = \bar{b}_0a_0 + 1/n\;\bar{b}_1a_1 + 2!/n(n-1)\;\bar{b}_2a_2 + 3!/n(n-1)(n-2)\;\bar{b}_3a_3 + \ldots + \bar{b}_na_n$$

Bu ifade yukarıdaki formüller kullanılarak da gösterilebileceği üzere kürenin döndürülmelerinde değişmez.

Şimdi de bu skaler çarpımlı ifadeyi b(x) = a*(x) olan özel duruma uygulayalım ve böylelikle tam da birinin Majorana tanımları diğerinin zıt-uçtaki noktalardan oluşan iki durumla ilgilenmiş olalım. Bunların skaler çarpımı (bir işarete dek) şudur:

$$a_0a_n - 1/n\;a_1a_{n-1} + 2!/n(n-1)\;a_2a_{n-2} - \ldots - (-1)^n\,1/n\;a_{n-1}a_1 + (-1)^na_na_0$$

Buradan görüleceği üzere eğer n *tek* ise bütün terimler gider ve böylece şu teoreme ulaşırız. (Majorana betimlemesiyle P, Q, ..., S olan durum $|PQ\ldots S>$ ile gösterilir. X'in zıt-uçtaki noktası x* ile gösterilir.)

C.1 Eğer n tekse, $|PQR\ldots T>$ durumu $|P^*Q^*R^*\ldots T^*>$'ye diktir.

Skaler çarpım için ulaşılan genel ifadeden okunabilen diğer iki özellik şunlardır:

C.2 $|PPP\ldots P>$ durumu her bir $|P^*AB\ldots D>$ durumuna diktir.

C.3 P*'nin Q* noktasına stereografik izdüşümünün P*'nin A, B, C, ..., D'ye stereografik izdüşümlerinin sendroidi olduğu koşullarda, $|QPP\ldots P>$ durumu $|ABC\ldots E>$'ye diktir.

(Bir noktalar kümesinin sendroidi, noktalarda yerleşik eşit nokta kütlelerinin konfigürasyonunun ağırlık merkezidir. Stereografik izdüşüm §5.10, Şekil 5.19'da tanımlanmıştı.) C.3'ü kanıtlamak için küreyi P* güney kutbunda olana dek döndürün. Bu durumda |QPP...P> durumu, χ Riemann küresi üzerindeki Q noktasını tanımlamak üzere $x^{n-1}(x - \chi)$ çokterimlisiyle gösterilir. Majorana betimlemesi α_1, α_2, α_3, ... α_n olan $(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)(x-\alpha_3) \ldots (x-\alpha_n)$ çokterimlisiyle temsil edilen durumla skaler çarpım oluşturulduğunda bunun

$$1 + n^{-1}\,\bar{\chi}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_n) = 0$$

olduğunda sıfırlandığını buluyoruz; diğer bir deyişle $-1/\bar{\chi}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots \alpha_n)$'ye eşit olduğunda sıfırlandığını, ki bu da karmaşık düzlemde α_1, α_2, α_3, ... α_n noktalarının sendroididir. Bu C.3'ün doğruluğunu gösterir. C.2'yi kanıtlamak için bu kez P'yi güney kutbu olarak alıyoruz. O zaman |PPP...P> durumu n dereceli bir çokterimli olarak düşünülen 1 sabitiyle gösterilir. Skaler çarpım şimdi

$$\alpha_1\alpha_2\alpha_3, \ldots \alpha_n = 0$$

olduğunda sıfırlanır; diğer bir deyişle $\alpha_1\alpha_2\alpha_3, \ldots \alpha_n$'den en azından biri sıfır olduğunda sıfırlanır ve karmaşık düzlemde 0 noktası kuzey kutbu P*'yi temsil eder. Bu C.2'nin doğruluğunu gösterir.

C.2 sonucu bize Majorana noktalarını fiziksel açıdan yorumlama olanağı verir. Buradan yapılan çıkarıma göre bu noktaların tanımladığı yönler (Stern–Gerlach tipi) bir spin ölçümünün spinin ölçülenin tam zıttı yönde olduğu sonucuna ulaştırmasına sıfır bir olasılık vermektedir (krş. KYU s:273). Özel bir durum olarak 1/2 spin'de (n = 1) dik durumların tam da Majorana noktaları zıt-uçtaki noktalar olanlar olduğu sonucunu da içermektedir. C.3 sonucu, spin 1 (n = 2) olduğunda dikliğin genel geometrik yorumunu çıkarmamıza olanak vermektedir. Dikkat çekici özel bir olay iki durum, bitişme noktaları kürenin merkezinden geçen dik doğrular olan iki çift zıt-uçtaki noktası olarak gösterildiğinde gerçekleşir. 3/2 spin (n = 3) olduğunda C.3 (C.1'le beraber) §5.18 için ihtiyaç duyacağımız her şeyi sağlar. (Genel anlamda dikliğin geometrik bir yorumu başka bir yerde verilecektir.)

§5.18 için gereken özel durum PQ ve Q*P* bu kübün zıt köşeleri olacak şekilde P ve Q Riemann küresinin içine çizilmiş bir kübün komşu tepe noktaları olduğunda gerçekleşir. PQ* ve QP*'nin uzunlukları PQ ve P*Q*'nun uzunluklarının √2 katıdır. |P*PP> ve |Q*QQ> durumlarının birbirlerine dik oldukları sonucu basit geometriyle C.3'den çıkar.

6

KUANTUM KURAMI VE GERÇEKLİK

6.1 R gerçek bir süreç midir?

Geçtiğimiz bölümde kuantum kuramının anlaşılmaz **Z** gizemlerini anlamaya çalıştık. Bu görüngülerin hepsi deneysel olarak test edilmemiş olsa da (örneğin birkaç ışık yıllık mesafeleri aşan kuantum dolanıklığı[101]) bu tür etkilere ilişkin elimizde **Z** gizemlerinin yaşadığımız dünyanın bileşenlerinin davranışının gerçek bir yönü olarak ciddiye almak zorunda olduğumuz şeyler olduklarını söylemeye şimdiden yetecek kadar deneysel destek var.

Fiziksel dünyamızın kuantum düzeyindeki işleyişi de sezgilerimize epey aykırıdır ve deneyimlerimizle aşina olduğumuz düzeyde işler gibi görünen "klasik" davranıştan birçok yönden oldukça farklıdır. Dünyamızın kuantum davranışının, en azından yalnızca elektronlar, fotonlar, atomlar ya da moleküller gibi kuantum düzeyindeki cisimlerde metrelerce uzağa uzanan dolanıklık etkileri içerdiği kesindir. "Küçük" şeylerin arada çok uzak mesafeler olduğunda bile işleyen bu tuhaf *kuantum* davranışı ile daha büyük şeylerin daha aşina olduğumuz *klasik* davranışı arasındaki aykırılık, kuantum kuramındaki **X** gizemleri probleminin temelini oluşturur. Biri olguların bir düzeyinde, diğeri diğerinde işleyen iki tür fizik yasası olması mümkün müdür?

Böyle bir fikir fizikten beklentilerimizle çelişkilidir. Gerçekten de Galileo–Newton'un on yedinci yüzyıl dinamiğinin en büyük başarılarından biri gök cisimlerinin hareketlerinin dünyada işleyen

[101] Fotonların §5.16'da bahsi geçen "bozonsal" özelliğinin kuantum dolanıklığına bir örnek olarak değerlendirilmesi, Hanbury Brown ve Twiss'in (1954, 1956) gözlemlerinin çok uzak mesafeler için bir doğrulama sağladığı da düşünüldüğünde belli bir anlam taşır.

yasalarla tam olarak aynı yasalara uyduklarının anlaşılabilmesiydi. Antik Yunanların zamanından bu yana (daha öncesinde de) gökler için geçerli olan bir yasa kümesi, dünyamız üzerindeyse apayrı bir yasa kümesi olmak zorunda olduğuna inanılırdı. Galileo ve Newton bize yasaların nasıl bütün ölçeklerde aynı olabileceğini öğrettiler ve bu bilimin ilerlemesi açısından çok temel bir katkıydı. Buna rağmen (Londra Üniversitesinden Profesör Ian Percival'in vurguladığı gibi) kuantum kuramıyla bizler klasik düzeyde işleyen bir yasalar sınıfı ve kuantum düzeyinde işleyen çok farklı bir yasalar sınıfıyla antik Yunanlarınkine benzer bir şemaya dönmüş gibi görünüyoruz. Benim görüşüme göre (fizikçilerin büyükçe bir azınlığınca paylaşılan bir görüş) fizik kavrayışımızdaki bu durum ancak bir geçiş dönemine özgü olabilir ve *bütün* ölçeklerde işleyen uygun kuantum/klasik yasaların bulunmasının Galileo ve Newton tarafından başlatılanla karşılaştırılabilecek büyüklükte bir bilimsel ilerlemenin müjdecisi olmasını bekleyebiliriz.

Okurlar standart kuantum kuramı kavrayışımız bu durumda bize klasik olguları açıklamayan bir kuantum düzeyi betimlemesi mi sunuyor diye çok haklı olarak sorgulamaya girebilirler. Birçok kişi benim açıklamadığı şeklindeki görüşümün aksini iddia edecek ve bir anlamda büyük ya da karmaşık olan ve tamamen kuantum düzeyi yasalarına göre davranan fiziksel sistemlerin en azından çok yüksek bir kesinlik derecesiyle, aynı klasik cisimler gibi davrandığını ileri sürecektir. İlkönce bu iddianın (büyük ölçekli cisimlerin bariz "klasik" davranışının bu cisimlerin çok küçük yapıtaşlarının kuantum davranışının bir sonucu olduğu iddiasının) inanılır olup olmadığını görmeye çalışacağız. İnanılır olmadığını bulursak da düzeylerin *hepsinde* anlamlı olabilecek tutarlı bir yaklaşıma ulaşabilmek için hangi yöne yönelmemiz gerektiğini görmeye çalışacağız. Ancak okurları uyarmam gerekir; konunun tamamı çok tartışmalıdır. Çok sayıda farklı görüş var ve bırakın mantıksız ya da çürük bulduklarımın hepsine karşı ayrıntılı gerekçelendirmeler getirmeyi, görüşlerin hepsinin kapsamlı bir özetini aktarmaya çalışmam bile aptallık olur. Sunacağım yaklaşımların benim kendi bakış açımdan aktarılacak olmasından kaynaklı okurların müsamaha göstermesini rica ediyorum.

Yaklaşımları benimkine çok yabancı olanlara adil davranmamam kaçınılmazdır ve yapacağıma kuşku olmayan haksızlıklar için en baştan özür diliyorum.

Farklı alternatiflerin kuantum üst üste binmesinin varlığıyla karakterize olan *kuantum* etkinlik düzeyinin sonlanarak (**R** eylemiyle) yerini böylesi üst üste binmelerin gerçekleşmiyor gibi göründüğü klasik düzeye bıraktığı net bir ölçek bulmaya çalışmakta çok temel bir zorluk vardır. Bu **R** prosedürünün doğasında olan bir "kayganlıktan", bizi onun "gerçekleştiği" düzeyi net olarak belirlemekten alıkoyan gözlemsel bakış açısından kaynaklanır; birçok fizikçinin onu gerçek bir olgu olarak görmemelerinin nedenlerinden biri de budur. Bunu kuantum girişim etkilerinin gözlemlendiği düzeyden daha yüksek bir düzeyde yaptığımız müddetçe **R**'yi nereye uygulamayı seçtiğimiz deneylerde bir fark yaratmamaktadır, ancak bunun da karmaşık doğrusal üst üste binmelerde olmaması, başka bir deyişle klasik alternatiflerin gerçekleştiğini *doğrudan* algıladığımız düzeyden daha yüksek olmaması gerekir (ancak birazdan göreceğimiz gibi bu üst sınırda da kimileri üst üste binmelerin devam ettiğini düşünmektedir).

R'nin *fiilen,* eğer fiziksel olarak gerçekten gerçekleşiyorsa, hangi düzeyde gerçekleştiğine nasıl karar verebiliriz? Böyle bir sorunun fiziksel deney yoluyla nasıl yanıtlanacağını görmek zor. Eğer **R** gerçek bir fiziksel süreçse, gerçekleşebileceği olası düzeyler açısından kuantum girişim etkilerinin *gözlemlenmiş* olduğu çok küçük düzeyler ile klasik davranışın fiilen algılandığı çok daha büyük düzey arasında çok geniş bir aralık mevcuttur. Dahası bu "düzey" ayrımları fiziksel büyüklüğe karşılık geliyor gibi gözükmemektedir, zira daha önce de gördüğümüz gibi (§5.4'te) kuantum dolanıklığın etkileri metrelerce uzaklıklara dek uzanabilmektedir. Bu düzey ölçeği için *enerji farklarının* bize fiziksel boyuttan daha iyi bir ölçüm sağladığını ileride göreceğiz. Öyle bile olsa, şeylerin büyük olduğu tarafta "olayın bittiği" yer *bilinçli algılarımız* tarafından sağlanmaktadır. Bu fizik kuramının bakış açısından yaklaşıldığında garip bir şeydir, çünkü beyindeki hangi süreçlerin algılamayla bağlantılı olduğunu aslında bilmiyoruz. Buna karşın bu süreçlerin fiziksel doğası bize önerilmiş *gerçek* bir **R** süreci kuramı için büyük ölçekte sonlanma sınırını sağlıyor

gibi görünüyor. Bu yine de iki uç arasında çok büyük bir aralığın olmasını engellemediği gibi, **R** işe karıştığında *gerçekte* ne olduğu konusunda çok sayıda farklı düşüncenin oluşabileceği ciddi bir kapsama izin veriyor.

Temel konulardan biri kuantum formalizminin ya da hatta kuantum düzeyi dünyasının "gerçekliği" konusudur. Bu bağlamda bundan birkaç yıl önceki bir yemekli partide Chicago Üniversitesinden Profesör Bob Wald'un bana aktardığı bir ifadeyi aktaracağım:

> *Kuantum mekaniğine gerçekten inanıyorsan onu ciddiye alamazsın.*

Bana bu, kuantum kuramı ve insanların ona ilişkin tutumları konusunda derin bir gerçeğe işaret ediyor gibi geliyor. Kuramı en coşkulu tarzda hiçbir şekilde değişikliğe ihtiyaç duymaz şekilde kabul edenler onun "gerçek" bir kuantum düzeyi dünyasının hakiki davranışını temsil ettiğini *düşünmeme* eğilimindedirler. Kuantum kuramının gelişimine ve yorumlanmasına önderlik eden kişilerden biri olan Niels Bohr bu yönden en uçta yer alanlardan biriydi. Görünüşe göre kendisi durum vektörünü yalnızca bir sistem üzerinde gerçekleştirilebilecek "ölçümlerin" sonuçları için olasılıkların hesaplanmasına yarayan, salt bir kolaylaştırıcı olarak görüyordu. Durum vektörünün kendisi, herhangi türde bir kuantum düzeyi *gerçekliğinin* nesnel bir betimlemesini sağlar şekilde değil, yalnızca bizim sistem hakkındaki bilgimizi temsil eder şekilde düşünülmeliydi. Hatta "gerçeklik" kavramının kendisinin kuantum düzeyinde anlamlı şekilde uygulanabileceğine bile kuşkuyla bakılmalıydı. Bohr kesinlikle "kuantum mekaniğine gerçekten inanan" biriydi ve ona göre durum vektörü de anlaşılan o ki kuantum düzeyinde fiziksel gerçekliğin betimlemesi olarak "*ciddiye alınmaması*" gereken bir şeydi.

Bu kuantum yaklaşımının geniş alternatifi durum vektörünün *gerçek* bir kuantum düzeyi dünyasının, kuramın sağladığı denklemlerin matematiksel kuralları uyarınca belki tam bir doğrulukla değil ama sıradışı bir kesinlikle evrilen bir dünyanın kesin bir matematiksel betimlemesini sağladığına inanmaktır. Burada bana öyle geliyor ki izlenebilecek iki ana rota var. **U** prosedürünü

kuantum durumunun evriminde olan tek şey olarak gören kişiler var. **R** prosedürü buna göre bir tür yanılsama, kolaylaştırıcı ya da yaklaşıklık olarak kabul edilmeli ve kuantum durumu tarafından betimlenecek olan gerçekliğin *hakiki* evriminin bir parçası olarak kabul edilmemelidir. Bu tür kişiler görünüşe göre *çoklu dünyalar*[102] ya da *Everett yorumu* (yorumları) olarak bilinen yöne kaymak durumundalar. Birazdan bu türden bir yaklaşımı açıklayacağım. Diğer yandan kuantum formalizmini "ciddiye alanların" hemen hepsi hem **U** hem de **R**'nin *fiziksel olarak gerçek*, durum vektörüyle betimlenen, kuantum/klasik düzey bir dünyanın *hakiki* fiziksel davranışını (ciddi bir doğrulukla) temsil ettiğine inanmaktadır. Fakat kuantum formalizminin bu kadar ciddiye alınması gerektiğinde de, kuramın düzeylerin hepsinde tamamıyla kesin ve doğru olduğuna gerçekten inanmak zor hale gelir. Zira **R**'nin etkinliği prosedürün gerektirdiği üzere **U**'nun özelliklerinin çoğuyla, özellikle de doğrusallığıyla çelişmektedir. Bu anlamda "kuantum mekaniğine gerçekten" inanılamaz. Bundan sonraki alt başlıklarda bu konuları açarak tartışacağız.

6.2 Çoklu dünyalar tipi yaklaşımlar

İlkönce diğer "gerçekçi" rotayı, genellikle "çoklu dünyalar" yorumu diye bilinen bir yaklaşım türüne götüren yolu izleyerek ne kadar ilerleyebileceğimizi görelim. Burada durum vektörünün tamamıyla **U**'nun etkinliği altında evrilerek hakiki gerçekliği sağladığı kabul edilmeye çalışılmaktadır. Bu yaklaşım bizi golf topları ya da insanlar gibi klasik düzey cisimlerin de kuantum doğrusal üst üste binme yasalarına tabi olmaları gerektiğini kabule zorluyor. Böylesi üst üste binmiş durumlar klasik düzeyde son derece nadir gerçekleştikleri müddetçe bunun ciddi bir zorluk doğurmayabileceği ileri sürülebilir. Fakat problem **U**'nun *doğrusallığında* yatar. **U** faaliyeti altında, üst üste binmiş durumların ağırlık çarpanları işin içine ne kadar materyal karışırsa karışsın *aynı* kalır. **U** prodesürü kendi başına, üst üste binmelerin bir sistem sadece büyüdü ya da karmaşıklaştı diye "üst üste binmemiş" hale gelmelerine olanak sağlamaz. Bu tür üst üste binmeler klasik düzey cisimler

[102] Everett (1957), Wheeler (1957), DeWitt ve Graham (1973), Geroch (1984).

için herhangi bir yolla "ortadan kalkma" eğilimi göstermezler ve klasik cisimlerin de sık sık açıkça üst üste binmiş durumlarda karşımıza çıkması gerektiği şeklinde bir çıkarımla da yüzleşmek durumunda kalınır. O halde yüzleşilmesi zorunlu soru şudur: Alternatiflerin bu kadar büyük ölçekli üst üste binmeleri, bizim klasik düzey dünya farkındalığımıza neden hiç çarpmaz?

Çoklu dünyalar tipi yaklaşımları savunanların bunu bize nasıl açıklayacaklarına bakalım. $|\psi>$ durumuyla betimlenen bir foton saptayıcısının $|\alpha> + |\beta>$ durumundaki üst üste binmiş bir fotonla karşılaştığı ve $|\alpha>$ saptayıcıyı çalıştırırken $|\beta>$'nın çalıştırmadığı §5.17'deki gibi olay düşünelim. (Belki aynı kaynaktan salınan bir foton yarı gümüşlenmiş bir aynaya çarpmış ve $|\alpha>$ ve $|\beta>$ da foton durumunun yansıyan ve geçen parçalarını temsil ediyor olabilir.) Şu an durum vektörü kavramının bir saptayıcı gibi klasik düzey bir cisme uygulanabilirliğini sorgulamıyoruz, çünkü bu görüşe göre durum vektörleri bütün düzeylerde gerçekliğin doğru temsilleri olarak kabul ediliyor. Dolayısıyla $|\psi>$, §5.17'de olduğu gibi sadece başlangıçtaki bazı kuantum düzeyi parçalarını değil, saptayıcının bütününü temsil edebilir. Yine §5.17'de olduğu gibi fotonla karşılaşma zamanının ardından saptayıcı ve foton durumunun $|\psi>(|\alpha> + |\beta>)$ çarpımından şu dolanık duruma evrildiğini hatırlatalım:

$$|\psi_E> + |\psi_H>|\beta'>$$

Şu anda bu *bütün* dolanık durumun olayın *gerçekliğini* temsil ettiği kabul ediliyor. *Ya* saptayıcı fotonu aldı ve soğurdu ($|\psi_E>$ durumu) *ya da* saptayıcı almadı ve foton serbest ($|\psi_H>|\beta'>$ durumu) denilmiyor, bunun yerine ***her iki alternatifin de*** bütün bu tür üst üste binmelerin korunduğu toplam bir gerçekliğin bir parçası olarak üst üste binmiş şekilde bir arada var olduğu savlanıyor. Bunu daha ileriye taşıyabilir ve bir insan deneycinin fotonun alınışını kayıt edip etmediğini görmek için saptayıcıyı kontrol ettiğini hayal edebiliriz. İnsan da saptayıcıyı incelemeden önce bir kuantum durumuna sahip olmak durumundadır; buna $|\Sigma>$ dersek o halde bu aşamada şu bileşik "çarpımı" elde ederiz:

$$|\Sigma>(|\psi_E> + |\psi_H>|\beta'>)$$

Durumu inceledikten sonra bu kez insan gözlemci, ya saptayıcının fotonu aldığını ve soğurduğunu algılar ($|\Sigma_E>$ durumu) ya da saptayıcının fotonu almadığını algılar (dik bir durum olan $|\Sigma_H>$). Gözlemcinin gözlemledikten sonra saptayıcıyla etkileşime girmediği varsayımında bulunursak, mevcut durumu betimleyen şu biçimde bir durum vektörüne ulaşırız:

$$|\Sigma_E>|\psi'_E> + |\Sigma_H>|\psi'_H>|\beta''>$$

Şimdi iki farklı (dik) gözlemci durumu vardır ve her ikisi de sistemin bütünsel durumu içerisindedir. Bunlardan birine göre gözlemci saptayıcının foton alımını kaydettiğini algılamış bir durum içerisindedir ve buna da fotonun gerçekten alındığı saptayıcı durumu eşlik etmektedir. Diğerine göre gözlemci saptayıcının foton alımını kaydetmediğini algılamış bir durum içerisindedir ve buna da fotonu almamış ve fotonun serbestçe yoluna devam ettiği saptayıcı durumu eşlik etmektedir. Çoklu dünyalar tipi yaklaşımlarda o halde gözlemcinin "benliğinin" toplam durum içerisinde bir arada var olabilen ve etraflarındaki dünyaya ilişkin farklı algılamalara sahip farklı örnekleri (kopyaları) olacaktır. Gözlemcinin her bir kopyasına eşlik eden dünyanın güncel durumu o kopyanın algılamalarıyla uyumlu olacaktır.

Bunu bu örnekte olduğu gibi sadece iki değil, evrenin tarihi boyunca sürekli olarak gerçekleşen devasa sayıda farklı kuantum alternatiflerinin olacağı daha "gerçekçi" fiziksel durumlara doğru genelleştirebiliriz. Dolayısıyla bu çoklu dünyalar yaklaşımına göre evrenin toplam durumu da birçok farklı "dünyaları" içerecek ve herhangi bir insan gözlemcinin birçok farklı örnekleri olacaktır. Her bir örnek o gözlemcinin kendi algılamalarıyla uyumlu bir dünyayı algılayacaktır ve başarılı bir kuram için gerekenin de bu olduğu ileri sürülmektedir. **R** prosedürü bu yaklaşıma göre makro ölçekli bir gözlemcinin kuantum dolanık bir dünyadaki algılamasının sonucu olarak ortaya çıktığı açık olan bir *yanılsama* olacaktır.

Kendi payıma bu görüşü çok başarısız bulduğumu söylemeliyim. Bunun asıl nedeni (bu da en hafif tabirle kaygı verici bir özellik olmasına karşın) bu betimlemenin sahip olduğu olağanüstü tasarruf yoksunluğu değil. Daha ciddi itirazım yaklaşımın çözme

amacıyla bu yaklaşıma başvurulmasına karşın "ölçüm problemine" *gerçekten* bir çözüm sağlamamasıdır.

Bu *kuantum ölçüm problemi* **R** prosedürünün **U** şeklinde evrimleşen kuantum sistemlerinde büyük ölçekli davranışın bir özelliği olarak nasıl ortaya çıkabildiğinin (ya da etkili biçimde ortaya çıkabildiğinin) anlaşılmasıdır. Yalnızca **R**'ye benzer davranışın ihtimal dahilinde barınabileceği olası bir yola işaret etmekle problem çözülmüş olmaz. Kuram **R**'nin (yoksa **R** yanılsamasının mı?) meydana çıktığı *koşullar* hakkında az da olsa bir kavrayış geliştirmek zorundadır. Ayrıca da **R**'yle bağlantılı olarak karşımıza çıkan çarpıcı *kesinliğin* bir açıklaması olmak zorundadır. Görünen o ki insanlar genellikle kuantum kuramının kesinliğinin altında onun dinamik denklemlerinin, yani **U**'nun yattığını düşünüyorlar. Fakat **R** de olasılıkların öngörülmesinde çok kesindir ve bunların nasıl meydana çıktığı anlaşılmadıkça da başarılı bir kurama sahip olunamaz.

Farklı girdilerin yokluğunda, çoklu dünyalar yaklaşımı bu ikisini de düzgün biçimde yerine getirmemektedir. "Algılayan bir varlığın" dünyayı birbirine dik alternatiflere nasıl böldüğüne ilişkin bir kuram olmadan böyle bir varlığın golf topları ya da fillerin tamamıyla farklı konumlar içerisinde doğrusal üst üste binmelerinin farkında olamamasını beklemek için bir nedene sahip değiliz. (Yukarıdaki $|\Sigma_E\rangle$ ve $|\Sigma_H\rangle$ gibi "algılayıcı durumlarının" birbirlerine dikliğinin tek başına bu durumları tekilleştirmeye hizmet etmediğine de dikkat çekmeliyiz. §5.17'deki EPR tartışmasında $|L\uparrow\rangle$ ve $|L\downarrow\rangle$ yerine $|L\leftarrow\rangle$ ve $|L\rightarrow\rangle$'nin olması durumuyla karşılaştırın. Her ikisinde de $|\Sigma_E\rangle$ ve $|\Sigma_H\rangle$'de olduğu gibi durum çifti birbirine diktir, ama birinin yerine diğer çiftin seçilmesini sağlayan bir şey yoktur.) Dahası çoklu dünyalar yaklaşımı karmaşık sayı ağırlık çarpanlarının modül karelerini mucizevi şekilde göreli olasılıklara dönüştüren son derece kesin harika kurala bir açıklama getirmemektedir.[103] (Ayrıca §6.6 ve §6.7'de aktarılan tartışmalarla da karşılaştırınız.)

[103] Squires (1990, 1992b)

6.3 |ψ>'yı ciddiye almamak

Durum vektörü |ψ>'nın kuantum düzeyi fiziksel gerçekliğin hakiki bir betimlemesini sağlamıyor olarak görüldüğü yaklaşımın birçok çeşidi vardır. Bunlarda |ψ>'nın yalnızca olasılıkların hesaplanmasında faydalı salt bir hesaplama aracı olarak ya da deneyi yapan kişinin bir fiziksel sistem hakkındaki "bilgi durumunun" bir ifadesi olarak hizmet ettiği kabul edilir. Bazen de |ψ>'nın tekil bir fiziksel sistemin durumunu değil, benzer olası fiziksel sistemlerin istatistiksel *topluluğunu* temsil ettiği kabul edilir. Karmaşık şekilde dolanık durum vektörü |ψ>'nın "pratik bütün anlamlarda" (ya da John Bell'in[104] kısaltmasıyla FAPP*) bir fiziksel sistemler topluluğuyla aynı şekilde davranacağı ve fizikçilerin ölçüm problemiyle ilgili bilmeye ihtiyaç duyduğu şeyin de bundan ibaret olduğu sık sık ileri sürülen bir görüştür. Hatta yer yer |ψ>'nın bir kuantum düzeyi gerçekliğini *betimleyemeyeceği*, çünkü o düzeyde dünyamızın bir "gerçekliğinden" bahsetmenin de hiçbir anlamı olmadığı, gerçeğin yalnızca "ölçümlerin" sonuçlarından oluştuğu bile söylenir.

Benim gibi birine (ve Einstein ve Schrödinger'e de; bu da demektir ki eşlikçilerim sağlam) "gerçeklik" kavramını yalnızca (belli türde) bir ölçüm aletiymişiz gibi algılayabildiğimiz cisimler için kullanmak ve kavramın altta yatan daha derin bir düzeye uygulanabileceğini reddetmek anlamlı gelmiyor. Dünyanın kuantum düzeyinde garip ve alışılmadık olduğuna hiç kuşku yok, ama bu dünya "gerçek dışı" değil. Gerçekten de, gerçek nesneler nasıl gerçek dışı bileşenlerden oluşuyor olabilir? Dahası kuantum dünyasını yöneten matematik yasaları "kuantum dalgalanmalar" ve "belirsizlik ilkesi" gibi tanımların zihinde uyandırdığı belirsiz imgelere rağmen, dikkat çekecek ölçüde kesindir (büyük ölçekli cisimlerin davranışını kontrol eden daha aşina olduğumuz denklemler kadar kusursuz ve kesin).

Kuantum düzeyinde geçerli olacak türde bir gerçekliğin olması gerektiğini kabul etsek bile, yine de bu gerçekliğin bir durum vektörü |ψ> tarafından doğru şekilde betimlenebildiği konusunda

---

[104] Bell (1992).

* FAPP İngilizce "for all practical purposes" ifadesinin baş harflerinden oluşmaktadır –çn.

kuşkularımız olabilir. İnsanların |ψ>'nın "gerçekliğine" itiraz olarak öne sürdükleri çeşitli argümanlar vardır. Her şeyden önce |ψ>, benim **R** harfiyle gösterdiğim bu gizemli yerel olmayan süreksiz "sıçramayı" zaman zaman geçirmeye ihtiyaç duyuyor gibi gözüküyor. Bu fiziksel olarak kabul edilebilir bir dünya betimlemesinin sahip olması gereken davranış şekline pek benzemiyor; zira zaten öncesinden elimizde |ψ>'nın evrilme biçimini (çoğu zaman) belirlemesi gereken, mucizevi şekilde kesin ve sürekli Schrödinger denklemi **U** var. Yine de, daha önce gördüğümüz gibi tek başına **U** bizi çoklu dünyalar tipi yaklaşımların zorluk ve muammalarına sürüklüyor ve eğer bize etrafımızdaki algılıyor göründüğümüz gerçek dünyaya yakından benzerlik gösteren bir betimleme gerekiyorsa, o halde **R** doğasında bir şeye de ihtiyaç duyuyoruz.

|ψ>'nın gerçekliğine yer yer yöneltilen bir başka itiraz da, aslında kuantum kuramında kullanılan **U, R, U, R, U, R,**... türünde bir sıralı değişimin zaman yönünden simetrik bir betimleme olmadığı (çünkü **R** her bir **U** eyleminin bitiş değil, *başlangıç* noktasını belirlemektedir) ve **U** zaman evrimlerinin tersine çevrildiği bununla tümüyle eşdeğer başka bir betimlemenin var olduğu şeklindedir (krş. KYU, s: 355; Şekiller 8.1, 8.2). Neden bunlardan birini "gerçekliği" sağladığı için seçiyoruz da, diğerini seçmiyoruz? *Hem* ileri doğru evrilen *hem de* geriye doğru evrilen durum vektörlerinin ikisinin de ciddi olarak fiziksel gerçekliğin betimlemesinin bir arada var olan parçaları olarak kabul edildiği yaklaşımlar bile vardır (Costa de Beauregard 1989, Werbos 1989, Aharonov ve Vaidman 1990). Bu düşüncelerin altında temel önemde bir şeylerin yatıyor olabileceğine inanıyorum, ancak şu an için bu konuya fazla girmek istemiyorum. Bunlara ve bunlarla ilişkili bazı konulara §7.12'de değineceğim.

|ψ>'yı gerçekliğin bir betimlemesi olarak ciddiye almaya getirilen en sık itirazlardan biri de onun "ölçülebilir" olmamasıdır; bununla bir şey tümüyle bilinmez bir durumla sunulduğunda durum vektörünün (bir oransallık katsayısına dek) gerçekte ne olduğunun belirlenmesinin deneysel bir yolunun olmaması kastedilmektedir. Örneğin 1/2 spinli bir atomun spinini ele alalım. Spinin olası durumlarının her birinin bildiğimiz uzayda belirli bir yönle karakterize olduğunu hatırlayın (§5.10, Şekil 5.19). Fakat

bu yönün ne olduğunu bilmiyorsak, belirlememizin de hiçbir yolu yoktur. Tek yapabileceğimiz bir yöne karar vermek ve şu soruyu sormaktır: Onun spini bu yönde mi (**EVET**) yoksa ters yönde mi (**HAYIR**)? Spin durumu ilk başta ne olarak alınırsa alınsın, onun Hilbert uzay yönü belirli olasılıklarla birlikte ya **EVET** uzayına ya da **HAYIR** uzayına yansıtılır. İşte bu noktada spin durumunun "gerçekte" ne olduğu hakkındaki bilginin çoğunu kaybetmiş oluruz. 1/2 spinli bir atom için bir spin yönü ölçümünden tüm elde edebildiğimiz *bir bilgi parçasıdır* (bir evet/hayır sorusunun yanıtıdır), fakat spin yönünün olası durumları bir süreklilik oluşturur ve bunun kesin şekilde belirlenmesi için sonsuz sayıda bilgi parçası gerekir.

Tüm bunlar doğrudur; ancak karşıt görüşü savunmak, durum vektörü $|\psi\rangle$'nın bir şekilde fiziksel olarak "gerçek olmadığını", belki de sadece bir fiziksel sistem hakkındaki "bilgimizin" toplamını içerdiğini söylemek yine de zordur. Ben özellikle de böyle bir "bilgi" rolünde çok öznel bir şey varmış gibi göründüğü için bunun kabul edilmesini çok zor görüyorum. Burada kastedilen *kimin* bilgisidir peki? Benimki olmadığı kesin. Beni çevreleyen nesnelerin hepsinin tek tek her birinin ayrıntılı davranışına karşılık gelen durum vektörlerinin gerçek bilgisinin çok azına sahibim. Buna rağmen bunlar durum vektörü hakkında "bilinebilecek" olanlardan ya da kimlerin bilebileceğinden tamamıyla habersiz şekilde, kesin olarak düzenli eylemlerine devam ediyorlar. Bir fiziksel sistem hakkında farklı bilgilere sahip farklı deneyciler o sistemi betimlemek için farklı durum vektörleri mi kullanıyorlar? Önemli hiçbir örneği yok bunun; bunu ancak bu farklar deneyin sonuç açısından önemsiz olan özellikleri hakkında olsaydı yapabilirlerdi.

$|\psi\rangle$'nın gerçekliği[105] konusunda bu tür bir öznel yaklaşımı reddetmenin en güçlü nedenlerinden biri şu olgudan kaynaklanır: $|\psi\rangle$ ne olursa olsun, **EVET** uzayı $|\psi\rangle$ tarafından belirlenen Hilbert uzayı ışınından oluşan bir *ilkel ölçüm* (krş. §5.13) her zaman (en azından ilkesel olarak) vardır. Daha önemlisi ($|\psi\rangle$'nın karmaşık katlarının ışını tarafından belirlenen) $|\psi\rangle$ fiziksel durumu, bu du-

[105] Dalga fonksiyonun nesnel gerçekliğini destekleyen farklı bir argüman için *bkz.* Aharonov, Anandan ve Vaidman (1993).

rum için **EVET** sonucunun *kesin* olması olgusu tarafından *benzersiz şekilde* belirlenir. Başka hiçbir fiziksel durum bu özelliğe sahip değildir. Zira başka bir durumda sonucun **EVET** olacağına dair yalnızca bir olasılık, bir kesinlik eksikliği vardır ve **HAYIR** sonucu da gerçekleşebilir. Bu yüzden $|\psi\rangle$'nın ne *olduğunu* bize söyleyecek bir ölçüm olmamasına rağmen, $|\psi\rangle$ fiziksel durumu, ileri sürdüğünün kendi üzerinde *yapılabilecek* bir ölçümün sonucu olmak zorunda olması tarafından benzersiz şekilde belirlenir. Burada yine bir karşı-olgusallık vardır (§5.2, §5.3) ama karşıolgusal konuların kuantum kuramının beklentileri açısından ne kadar önemli olduğunu da görmüştük.

Konuya daha kuvvetli bir nokta koymak için, bir kuantum sisteminin bilinen bir durum içerisinde (bu $|\phi\rangle$ olsun) hazırlandığını ve bir t zamanının ardından durumun U etkinliğiyle başka bir $|\psi\rangle$ durumuna evrilmiş olacağının hesaplandığını hayal edelim. Örneğin $|\phi\rangle$ 1/2 spinli bir atomun "spin yukarı" durumunu ($|\phi\rangle = |\uparrow\rangle$) temsil edebilir ve biz onun bu duruma daha önceki başka bir ölçüm tarafından sokulduğunu varsayabiliriz. Şimdi de atomumuzun spiniyle hizalanmış bir manyetik momente sahip olduğunu kabul edelim (buna spin yönüne işaret eden küçük bir mıknatıs da diyebiliriz). Atom manyetik bir alana yerleştirildiğinde, spin yönü U'nun etkinliği olarak kesin şekilde hesaplanabilen iyi tanımlı bir biçimde devinerek bir t zamanının ardından yeni bir duruma girecektir; bunu da $|\phi\rangle = |\rightarrow\rangle$ şeklinde gösterelim. Bu hesaplanan durum fiziksel gerçekliğin parçası olarak kabul edilmeli midir? Bunun nasıl reddedilebileceğini görmek zor. Zira $|\psi\rangle$ bizim onu daha önce bahsettiğimiz ilkel ölçümle, yani **EVET** uzayı tam da $|\psi\rangle$'nın katlarından oluşan bir ölçümle *ölçebilme olasılığımıza* karşı hazırlıklı olmak zorundadır. Burada bu $\rightarrow$ yönündeki spin ölçümüdür. Sistem bu ölçüm için **EVET** yanıtını verdiğini bir kesinlikle bilmek durumundadır, ancak atomun $|\psi\rangle = |\rightarrow\rangle$'dan *başka hiçbir* spin durumu bunu garantileyemez.

Pratikte spin belirlemelerinden farklı olarak böyle bir ilkel ölçümün tamamen kullanışsız olacağı çok çeşitli türde fiziksel durumla karşılaşılır. Yine de kuantum kuramının standart kuralları bu ölçümlerin yapılabilmesine ilkesel olarak izin vermektedir. Bazı "çok karmaşık" $|\psi\rangle$ türleri için bu tür ölçümlerin olabilirliğini

reddetmek kuantum kuramının çerçevesini değiştirmek olur. Belki de bu çerçeve değiştirilmelidir (§6.12'de bu yönde bazı somut öneriler getiriyorum). Farklı kuantum durumları arasındaki *nesnel* farklılıklar reddedilecekse, başka bir ifadeyle $|\psi\rangle$'nın fiziksel anlamda *nesnel olarak* gerçek olduğu (en azından belli bir oransallığa dek) kabul edilmeyecekse, en azından belli bir değişikliğin gerekli olduğu kabul edilmelidir.

Ölçüm kuramıyla bağlantılı olarak genellikle önerilen "asgari" değişim, bir sistem üzerinde belirli türde ilkel ölçümlerin yapılma olasılığını etkin şekilde reddeden *süper–seçim kuralları* olarak adlandırılan kuralların getirilmesidir.[106] Bunları burada ayrıntılı olarak tartışmak istemiyorum, çünkü bence bu yönde hiçbir öneri ölçüm problemiyle ilgili tutarlı bir genel yaklaşım aşamasına gelmiş durumda değil. Vurgulamak istediğim tek şey bu yönde "asgari" bir değişiklik de bir değişikliktir ve bu bir tür değişimin gerekli olduğu ana fikrini destekler.

Son olarak belki de kuantum kuramına yönelik olarak geleneksel kuramın öngörüleriyle çelişkili olmasalar da, $|\psi\rangle$ durum vektörünün kendi başına bu gerçekliği temsil ettiğinin "ciddiye alındığı" yaklaşımlardan çeşitli yönlerden farklılaşan başka bazı yaklaşımların olduğunu söylemeliyim. Bunların arasında yerel olmayan bir kuram olarak bir dalga fonksiyonu $|\psi\rangle$'ya *ve* klasiğe benzer bir parçacıklar sistemine eşdeğer şeylerin *her ikisinin de* kuramda "gerçek" olarak kabul edildiği Prens Louis de Broglie (1956) ve David Bohm'un (1952) *pilot dalga kuramı* da vardır (ayrıca *bkz.* Bohm ve Hiley 1994). "Fiziksel gerçekliğe" bakışı alıştığımız durum vektörü $|\psi\rangle$ tarafından sağlanandan biraz daha farklı olan ve olası davranışın bütün "geçmişlerini" kapsayan (Richard Feynman'ın kuantum kuramına yaklaşımıyla (1948) taraftar kazanan) yaklaşımlar da vardır. Son dönemde böyle bir genel şemayı savunan ancak bu aslında tekrarlanan kısmi ölçümlerin olabilirliğini de göz önüne alanlar (Aharonov vd. (1964) tarafından yapılan analizle uyumlu olarak) Griffiths (1984), Omnès (1992), Gell–Mann ve Hartle'dır (1993). Bu çeşitli alternatifleri burada tartışmam ne kadar istesem de uygun olmaz (yine de önümüzdeki alt başlıkta ele alacağımız yoğunluk matrisi formalizminin bun-

[106] Örneğin *bkz.* D'Espagnat (1989).

lardan bazılarında önemli bir rol oynadığını söylemeliyim; buna Haag'ın operatör yaklaşımı da (1992) dahildir). Fakat en azından şunu söylemeliyim: Bu işlemler ilgi çekici birçok nokta ve bazı ilham verici özgünlükler içerseler de, ölçüm probleminin sadece bu türlerde betimlemelerle gerçekten çözülebileceğine tam anlamıyla ikna olmuş değilim. Elbette zaman benim yanlış düşündüğümü kanıtlayabilir.

6.4 Yoğunluk matrisi

Birçok fizikçi tartışmaya girmemek için kendilerinin pragmatik kişiler olduğunu ve $|\psi\rangle$'nın "gerçekliği" sorusuyla ilgilenmediklerini söyleyecektir. $|\psi\rangle$'dan tek beklenenin zaten gelecekteki fiziksel davranış hakkında uygun olasılıkları hesaplayabilmesi olduğunu söyleyeceklerdir. Bir durumu temsil ettiği önceden kabul edilmiş bir durum sık sık feci karmaşık bir şeye evrilir; dolanıklıklar ayrıntılı çevreleriyle birlikte işin içine o kadar girer ki, durumu ona benzeyen birçok başka durumdan ayırt eden kuantum girişim etkilerini görme olasılığı pratikte sıfırlanır. Bu tür "pragmatik" fizikçiler kuşku yok ki bu evrim sonucu ortaya çıkan bir durum vektörünün pratikte ondan ayırt edilemeyenlerden daha fazla bir "gerçekliğe" sahip olduğunu düşünmenin anlamı olmadığını iddia edeceklerdir. Hatta "gerçekliği" betimlemek için herhangi bir *belirli* durum vektörü yerine durum vektörlerinin bir *olasılık karışımının* kullanılabileceğini de iddia edebilirler. İddia şudur: U'nun bir sistemin ilk durumunu temsil eden bir durum vektörüne uygulanması "pratik bütün anlamlarda" (Bell'in FAPP'i) durum vektörlerinin böyle bir olasılık karışımından ayırt edilemez bir şeye yol açıyorsa, o halde dünyanın betimlemesi için U evrimli durum vektörü yerine olasılık karışımı da yeterli olur.

R işleminin (en azından "pratik bütün anlamlarda") bu şekilde okunabileceği sık sık tartışma konusu olur. İki alt başlık sonra bu önemli soruyu yanıtlamaya çalışacağım. (Bariz) **U**/**R** çelişkisinin sadece bu tür yollarla çözülebildiği gerçekten doğru mu, bunu sorgulayacağım. Ama önce (bariz?) **R** sürecinin açıklanması için standart FAPP tipi yaklaşımda benimsenen prosedürler konusuna biraz daha açıklık getirmeye çalışalım.

Bu işlemlerde kilit konu *yoğunluk matrisi* adı verilen bir matematiksel nesnedir. Yoğunluk matrisi kuantum kuramında önemli bir kavramdır ve ölçüm sürecinin standart matematiksel betimlemelerinin altında durum vektöründen çok bu nicelik yatmaktadır denebilir. Benim daha az geleneksel yaklaşımımda da, özellikle standart FAPP işlemleriyle ilişkisi yönüyle merkezi bir rol oynayacaktır. Bu nedenle ne yazık ki kuantum kuramının matematiksel formalizmine daha önce gerek duyduğumuzdan biraz daha fazla girmek gerekecek. Bunun özel bilgiye sahip olmayan okurları yıldırmayacağını umut ediyorum. Tam bir anlama sağlanmamış olsa bile, karşılarına çıkan matematiksel gerekçelendirmelerin şöyle bir üzerinden geçmelerinin bile okurlara faydalı olacağına inanıyorum ve bunun biraz çeşni katacağına da eminim. Bu neden geliştirilmiş bir kuantum mekanik kuramına *ihtiyaç duyduğumuzla* ilgili daha sonraki argümanların ve nüansların anlaşılmasında çok büyük bir değer taşıyacak!

Yoğunluk matrisini sadece tekil bir durum vektörü olarak değil de, bir dizi olası *alternatif* durum vektörünün olasılık karışımını temsil eder şekilde düşünebiliriz. "Olasılık karışımı" derken yalnızca, her bir olası alternatif durum vektörüne bir olasılık verildiğinde sistemin gerçek durumunun alabileceği bazı belirsizlikler olmasını kastediyoruz. Bunlar alışılageldik klasik anlamda gerçel sayılı olasılıklardır. Fakat bir yoğunluk matrisi olduğunda bu tanımda, bu olasılık ağırlıklı karışımda gerçekleşen *klasik* olasılıklar ile **R** işleminin sonucunda ortaya çıkan *kuantum mekanik* olasılıklar arasında (kasti) bir karışıklık vardır. Temel fikir bu ikisinin işlemsel olarak ayırt edilememesidir, dolayısıyla bu ikisi arasında ayrım *yapmayan* bir matematiksel betimleme (yoğunluk matrisi) işlemsel olarak uygundur.

Bu matematiksel betimleme nedir? Burada ayrıntılara fazla girmek istemiyorum ama temel kavramların tanıtılması faydalı olacaktır. Yoğunluk matrisi fikri aslında çok şık bir fikirdir.[107]

---

[107] İlk olarak müthiş Macar/Amerikalı matematikçi, ayrıca da Alan Turing'in çığır açan çalışmasının ardından elektronik bilgisayarların gelişiminin altında yatan kuramı esas borçlu olduğumuz kişi olan John von Neumann tarafından ileri sürülmüştür. 3. Bölümdeki 9. dipnotta bahsi geçen oyun kuramı da von Neumann'ın fikridir, ama bizim için burada daha önemlisi, benim "**U**" ve "**R**" diyerek adlandırdığım kuantum işlemlerini ilk olarak açık şekilde ayırarak tespit eden kişi de odur.

Öncelikle her bir $|\psi\rangle$ bireysel durumu için şu şekilde bir nesne yazıyoruz:

$$|\psi\rangle\langle\psi|$$

Bu ne anlama gelmektedir? Bizim için kesin matematiksel tanım önemli değil, ama bu ifade durum vektörü $|\psi\rangle$ ile onun $\langle\psi|$ şeklinde yazılan "karmaşık eşleniği" arasında bir tür "çarpımı" (§5.15'te bahsi geçen tensör çarpımının bir biçimi) temsil ediyor. $|\psi\rangle$'yı normalize edilmiş bir durum vektörü olarak ($\langle\psi|\psi\rangle = 1$), ardından da $|\psi\rangle\langle\psi|$ ifadesinin (§5.10'da tartışılan faz çarpanı serbestliği $|\psi\rangle \rightsquigarrow e^{i\theta}|\psi\rangle$'dan bağımsız olarak) $|\psi\rangle$ vektörünün temsil ettiği fiziksel durum tarafından eşsiz şekilde belirlendiğini kabul ediyoruz. Dirac'ın terminolojisine göre başlangıçtaki $|\psi\rangle$'ya bir "ket" vektörü, $\langle\psi|$'ya da "bra" vektörü denmektedir. Bir bra vektörü $|\psi\rangle$ ile bir ket vektörü $|\phi\rangle$ beraber, skaler çarpımlarını ("bracket")* oluşturacak şekilde birleştirilebilir:

$$\langle\psi|\phi\rangle$$

Okurlar bu gösterimi §5.12'den de hatırlayacaklardır. Bu skaler çarpım olağan bir karmaşık sayıdır, ancak bir yoğunluk matrisiyle gerçekleşen tensör çarpımı $|\psi\rangle\langle\phi|$ belli bir vektör uzayının öğesi olan daha karmaşık bir "şey"e yol açar.

"İzini almak" denen ve bu "şey"den olağan bir karmaşık sayıya geçmemizi sağlayan özel bir matematik işlemi vardır. $|\psi\rangle\langle\phi|$ gibi tekil bir ifadede terimlerin sırası tersine çevrilerek şu skaler çarpım üretilir:

$$\text{İz}\,(|\psi\rangle\langle\phi|) = \langle\phi|\psi\rangle$$

Fakat terimlerin toplamında "iz" doğrusal şekilde işler; örneğin:

$$\text{İz}\,(z|\psi\rangle\langle\phi| + w|\alpha\rangle\langle\beta|) = z\langle\phi|\psi\rangle + w\langle\beta|\alpha\rangle$$

$\langle\psi|$ ve $|\psi\rangle\langle\phi|$ gibi nesnelerin bütün matematiksel özelliklerinin ayrıntılarına girmeyeceğim, ancak birkaç nokta vurgulanma-

* "bra" ve "ket"'in birleşmesiyle oluşan "bracket" kelimesi İngilizcede köşeli ayraç anlamına gelmektedir –çn.

ya değer. Öncelikle $|\psi\rangle\langle\phi|$ çarpımı §5.15'te $|\psi\rangle\ \phi\rangle$ çarpımı için sıralanan cebir yasalarına uymaktadır (burada önem taşımayan sonuncusu hariç):

$$(z|\psi\rangle)\langle\phi| = z(|\psi\rangle\langle\phi|) = |\psi\rangle(z\langle\phi|)$$
$$(|\psi\rangle + |\chi\rangle)\langle\phi| = |\psi\rangle\langle\phi| + |\chi\rangle\langle\phi|$$
$$|\psi\rangle(\langle\phi| + \langle\chi|) = |\psi\rangle\langle\phi| + |\psi\rangle\langle\chi|$$

Bra vektörü $\bar{z}\langle\psi|$'nın ($\bar{z}$, karmaşık sayı z'nin olağan karmaşık eşleniği olmak üzere, krş. §5.8) ket vektörü $z|\psi\rangle$'nın karmaşık eşleniği ve $\langle\psi| + |\chi\rangle$'in de $|\psi\rangle + |\chi\rangle$'in karmaşık eşleniği olduğunu vurgulamalıyız.

Diyelim ki $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$ normalize edilmiş durumlarının sırasıyla a, b olasılıkları olmak üzere belli bir olasılık karışımını temsil ettikleri yoğunluk matrisini tanımlamak istediğimizi düşünelim. Bu durumda gereken yoğunluk matrisi şu olacaktır:

$$\mathbf{D} = a|\alpha\rangle\langle\alpha| + b|\beta\rangle\langle\beta|$$

Olasılıkları a, b, c olan sırasıyla normalize üç edilmiş durum $|\alpha\rangle$, $|\beta\rangle$, $|\gamma\rangle$ içinse:

$$\mathbf{D} = a|\alpha\rangle\langle\alpha| + b|\beta\rangle\langle\beta| + c|\gamma\rangle\langle\gamma|$$

vs. Bütün alternatiflerin olasılıklarının toplamının bire eşit olması zorunluluğundan, bütün yoğunluk matrisleri için geçerli olan şu özellik çıkartılabilir:

$$\text{İz}(\mathbf{D}) = 1$$

Yoğunluk matrisini bir ölçümde ortaya çıkan olasılıkları hesaplamak için nasıl kullanabiliriz? Önce ilkel ölçüm durumunu düşünelim. Sisteme $|\psi\rangle$ fiziksel durumunda mı (**EVET**) yoksa $|\psi\rangle$'ya dik bir durumda mı (**HAYIR**) olduğunu sorarız. Ölçümün kendisi yoğunluk matrisine çok benzeyen (*izdüşüren* denen) bir matematiksel nesne tarafından temsil edilir:

$$\mathbf{E} = |\psi\rangle\langle\psi|$$

EVET yanıtı almanın olasılığı p:

$$p = İz\,(\mathbf{DE})$$

DE çarpımının kendisi, "çarpmaların" sıraları konusunda dikkatli olmak şartıyla cebir kuralları neredeyse her zamanki şekilde kullanılarak elde edilen yoğunluk–matrisine–benzer "şey"dir. Örneğin yukarıdaki iki terimli toplam $D = a|\alpha\rangle\langle\alpha| + b|\beta\rangle\langle\beta|$ için:

$$\begin{aligned}\mathbf{DE} &= (a\,|\alpha\rangle\langle\alpha| + b\,|\beta\rangle\langle\beta|)|\psi\rangle\langle\psi| \\ &= a\,|\alpha\rangle\langle\alpha|\psi\rangle\langle\psi| + b\,|\beta\rangle\langle\beta|\psi\rangle\langle\psi| \\ &= (a|\alpha|\psi\rangle)|\alpha\rangle\langle\psi| + (b\langle\beta|\psi\rangle)\,|\beta\rangle\langle\psi|\end{aligned}$$

$|\alpha|\psi\rangle$ ve $\langle\beta|\psi\rangle$ terimleri diğer ifadelerle "değişmeli" olabilirler, çünkü sonuçta sayıdırlar, ama $|\alpha\rangle$ ve $\langle\psi|$ gibi "şeylerin" sıralaması konusunda dikkatli olmalıyız. Buradan şu sonucu çıkartıyoruz ($z\bar{z} = |z|^2$ olduğunu hatırlayalım, krş. §5.8):

$$\begin{aligned}İz\,(\mathbf{DE}) &= (a\langle\alpha|\psi\rangle)\langle\psi|\alpha\rangle + (\beta\langle\beta|\psi\rangle)\langle\psi|\beta\rangle \\ &= a|\alpha|\psi\rangle|^2 + b|\langle\beta\,|\psi\rangle|^2\end{aligned}$$

$a|\alpha|\psi\rangle|^2$ ve $b|\langle\beta\,|\psi\rangle|^2$'nin sırasıyla $|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$ sonuçları için kuantum olasılıkları olduğunu, a ve b'ninse toplam olasılığa klasik katkıları sağladığını hatırlayın (krş. §5.13). Dolayısıyla nihai ifadede kuantum olasılıklar ve klasik olasılıklar karışık şekilde bir aradadır.

Daha genel evet/hayır ölçümü için de tartışma temelde aynıdır; sadece yukarıda tanımlanan **E** yerine daha genel bir izdüşüren olarak şöyle bir şey kullanırız:

$$\mathbf{E} = |\psi\rangle\langle\psi| + |\phi\rangle\langle\phi| + \ldots + |\chi\rangle\langle\chi|$$

Bu ifadedeki $|\psi\rangle$, $|\phi\rangle$, ... , $|\chi\rangle$ Hilbert uzayı içerisinde **EVET** durumlarının uzayını kapsayan karşılıklı dik normalize edilmiş durumlardır. Bir izdüşüreni karakterize eden genel özellik şudur:

$$\mathbf{E}^2 = \mathbf{E}$$

D yoğunluk matrisli sistem üzerine **E** izdüşüreni tarafından tanımlanan ölçüm için **EVET** olasılığı, daha önce olduğu gibi yine İz (**DE**)'dir.

Önemli bir not olarak sadece ölçümü betimleyen izdüşüreni ve yoğunluk matrisini biliyorsak gereken olasılığın hesaplanabileceğini belirtelim. Yoğunluk matrisinin belirli durumların bir araya getirilmesiyle oluşturulma biçimini özel olarak bilmemize gerek yoktur. Toplam olasılık, karşımıza çıkan olasılığın ne kadarının hangi parçadan geldiği konusunda kaygılanmamıza gerek kalmaksızın, klasik ve kuantum olasılıkların uygun kombinasyonu şeklinde otomatik olarak çıkmaktadır.

Klasik ve kuantum olasılıkların yoğunluk matrisi içerisinde bu ilginç iç içe geçişine şimdi biraz daha yakından bakalım. Örneğin 1/2 spinli bir parçacığa sahip olduğumuzu ve (normalize edilmiş) spin durumunun $|\uparrow>$ mı yoksa $|\downarrow>$ mı olacağını bilemediğimizi varsayalım. İlgili olasılıkları ½ ve ½ olarak aldığımızda yoğunluk matrisi şöyle olacaktır:

$$\mathbf{D} = ½\,|\uparrow><\uparrow| + ½\,|\downarrow><\downarrow|$$

Basit bir hesaplamayla ortaya çıkmaktadır ki, eşit olasılık karışımı ½, ½'ye sahip diğer dik olasılıklarda da, diyelim ki (normalize edilmiş) $|\rightarrow>$ ve $|\leftarrow>$ durumlarında yoğunluk matrisi **D** tam olarak *aynı* olacaktır ($|\rightarrow> = (|\uparrow> + |\downarrow>)/\sqrt{2}$ ve $|\leftarrow> = (|\uparrow> - |\downarrow>)/\sqrt{2}$ olmak üzere):

$$\mathbf{D} = ½\,|\rightarrow>|\rightarrow> + ½\,|\leftarrow>|\leftarrow>$$

Parçacığın spinini yukarı doğru olan yönde ölçmeyi seçtiğimizi varsayalım, bu durumda izdüşüren şu olur:

$$\mathbf{E} = |\uparrow><\uparrow|$$

Ardından **EVET** olasılığını birinci betimlemeye göre buluruz:

$$\begin{aligned} \text{İz}\,(\mathbf{DE}) &= ½\,|<\uparrow|\uparrow>|^2 + ½\,|<\downarrow|\uparrow>|^2 \\ &= ½ \times 1^2 + ½ \times 0^2 \\ &= ½ \end{aligned}$$

Burada $<\uparrow|\uparrow> = 1$ ve $<\downarrow|\uparrow> = 0$ olarak alıyoruz (normalize edilmiş ve dik durumlar).

İkinci betimlemeye göreyse:

$$\text{İz}\,(\mathbf{DE}) = ½\,|<\rightarrow|\uparrow>|^2 + ½\,|<\leftarrow|\uparrow>|^2$$

$$= ½ \times (1/\sqrt{2})^2 + ½ \times (1/\sqrt{2})^2$$
$$= ¼ + ¼ = ½$$

Burada da sağ/sol durumlar $|\rightarrow>, |\leftarrow>$ ölçülen durum $|\uparrow>$'ya ne diktir ne de paraleldir ve aslında $|<\rightarrow|\uparrow>| = |<\leftarrow|\uparrow>| = 1/\sqrt{2}$.

Olasılıklar aynı çıkmasına rağmen (çıkmak zorundadır, çünkü yoğunluk matrisi aynıdır), bu iki betimlemenin fiziksel yorumu çok farklıdır. Bir halin fiziksel "gerçekliğinin" *belirli bir* durum vektörüyle betimleneceğini kabul ediyoruz ama bu asıl durum vektörünün ne olabileceği konusunda klasik bir kesinsizlik var. Yukarıdaki iki betimlemenin ilkinde durum ya $|\uparrow>$ ya da $|\uparrow>$, ama hangisi olduğu bilinmiyor. İkincisinde ya $|\rightarrow>$ ya da $|\leftarrow>$, hangisi olduğu bilinmiyor. İlk betimlemede durum $|\uparrow>$ mı diye sorduğumuz bir ölçüm yaptığımızda bu basit bir klasik olasılık meselesidir: Gerçekten de bu durumun $|\uparrow>$ olma olasılığı apaçık şekilde ½'dir ve söylenebilecek şey bu kadardır. İkinci betimlemede aynı soruyu sorduğumuzda ölçüm $|\rightarrow>$ ve $|\leftarrow>$'un olasılık karışımıyla karşılaşır ve her biri kuantum mekanik katkı ½ çarpı ½ klasik katkı yapar ve bu da toplamda ¼ + ¼ = ½ eder. Bu olasılığın klasik ve kuantum mekanik parçalardan nasıl oluştuğu düşünülürse düşünülsün, yoğunluk matrisinin doğru olasılığı vermek üzere akıllıca davrandığını görüyoruz.

Yukarıdaki örnek, yoğunluk matrisinin bizim "dejenere özdeğerler" dediğimiz (iki klasik olasılık değeri ½, ½'nin eşit olmaları olgusu) değerlere sahip olması açısından özeldir; bu bize dik alternatiflerin olasılık karışımları için birden fazla betimlemeye sahip olma olanağı tanımaktadır. Fakat bu şu anki tartışmamız açısından çok önemli değildir. (Bunu esasen uzmanları rahatlatmak için söylüyorum.) Bir olasılık karışımındaki alternatif durumların, sadece karşılıklı olarak dik bir alternatifler kümesinden çok daha fazla durumu içermesine her zaman izin verebiliriz. Örneğin yukarıdaki örnekte de birçok farklı olası spin yönünün karmaşık olasılık karışımlarına sahip olabilirdik. *Hangisi olursa olsun*, herhangi bir yoğunluk matrisinde (yalnızca dejenere özdeğerlere sahip olanlarda değil) aynı yoğunluk matrisini alternatif durumların bir olasılık karışımı olarak göstermenin birbirinden tamamen farklı çok sayıda yolu olduğu görülmektedir.

6.5 EPR çiftleri için yoğunluk matrisleri

Şimdi de yoğunluk matrisi betimlemesi gayet uygun olan ama yorumunun neredeyse paradoksal bir yönünü belirten bir durum tipini inceleyelim. Bu EPR etkileri ve kuantum dolanıklığıyla bağlantılıdır. §5.7'de tartıştığımız fiziksel durumu ele alalım: 0 spinli bir parçacık ($|\Omega\rangle$ durumunda) sola ve sağa giderek birbirinden çok uzaklaşan 1/2 spinli iki parçacığa bölünüyor ve bileşik (dolanık) spin durumlarının ifadesi şu oluyor:

$$|\Omega\rangle = |L\uparrow\rangle|R\downarrow\rangle - |L\downarrow\rangle|R\uparrow\rangle$$

Sağ elli parçacığın spininin bir süre sonra bir gözlemcinin ölçüm aleti tarafından inceleneceğini, sol ellininse gözlemcinin ulaşamadığı kadar büyük bir uzaklığa gitmiş olduğunu varsayalım. Gözlemci sağ elli parçacığın spin durumunu nasıl betimler?

Şu yoğunluk matrisini kullanmak onun için çok uygun[108] olur:

$$D = \tfrac{1}{2}|R\uparrow\rangle\langle R\uparrow| + \tfrac{1}{2}|R\downarrow\rangle\langle R\downarrow|$$

Zira başka bir gözlemcinin (çok uzaktaki bir meslektaşının) sol elli parçacığının spinini yukarı/aşağı yönde ölçmeyi seçtiğini hayal edebilir. Hayali meslektaşının bu spin ölçümünde hangi sonuca ulaştığını söyleyemez. Fakat şunu bilmektedir: Eğer meslektaşı $|L\uparrow\rangle$ sonucunu elde etmişse, o zaman kendi parçacığının durumu $|R\downarrow\rangle$ olmak durumundadır; meslektaşı $|L\downarrow\rangle$ sonucuna ulaşmışsa da, kendi parçacığının durumu $\langle R\uparrow|$ olmak zorundadır. Yine bilir ki (bu durumdaki olasılıklar için girmesi gereken beklentiyi kendisine söyleyen kuantum kuramının standart kuralları sayesinde), hayali meslektaşının $|L\uparrow\rangle$ ya da $|L\downarrow\rangle$ sonuçlarını elde etme olasılıkları eşittir. Bu nedenle kendi parçacığının durumunun iki alternatif $|R\uparrow\rangle$, $|R\downarrow\rangle$'nın eşit bir olasılık karışımı (diğer bir deyişle olasılıkları sırasıyla ½, ½) olduğuna hükmeder, bu yüzden de yoğunluk matrisi yukarıdaki D olur.

Fakat meslektaşının az önce sol elli parçacığı sol/sağ yönde ölçmüş olduğunu hayal etmesi de mümkündür. Aynı akıl yürütme (bu kez diğer betimlemeyi kullanır: $|\Omega\rangle = |L{\leftarrow}\rangle|R{\rightarrow}\rangle - |L{\rightarrow}\rangle|R{\leftarrow}\rangle$) kendi parçacığının spin durumunun sağ ve solun eşit olasılık ka-

[108] *Bkz.* Okuyucuya Notlar.

rışımı olduğu sonucuna varmasını sağlar ve bu ona şu yoğunluk matrisini sağlar:

$$\mathbf{D} = \tfrac{1}{2}|R\rightarrow\rangle\langle R\rightarrow| + \tfrac{1}{2}|R\leftarrow\rangle\langle R\leftarrow|$$

Daha önce belirttiğimiz gibi bu tam da daha önce elimizde olan yoğunluk matrisinin aynısıdır, ama alternatif durumların bir olasılık karışımı olarak *yorumlanışı* çok farklıdır! Gözlemcinin hangi yorumu benimsediği bir şeyi değiştirmez. Kullandığı yoğunluk matrisi sağ elli parçacık üzerinde yapılan spin ölçümlerinin sonuçlarının olasılık hesaplamaları sonucunda edinilebilecek bütün bilgiyi tek başına sağlamaktadır. Üstelik meslektaşı sadece *hayal edilmiş* olduğu için, gözlemcimizin sol elli parçacık üzerinde gerçekleştirilmiş herhangi bir spin ölçümünü göz önüne alması da gerekmez. Aynı D yoğunluk matrisi gerçekten ölçmeden önce sağ elli parçacığın spin durumu hakkında ona bilebileceği her şeyi söylemektedir. Hatta sağ elli parçacığın "gerçek durumunun" yoğunluk matrisi D tarafından durum vektörlerinin hepsinden daha doğru verildiğini bile ileri sürebiliriz.

Bu tür genel ele alışlar yer yer insanları yoğunluk matrislerinin bazı koşullarda durum vektörlerine göre daha uygun bir kuantum "gerçekliği" betimlemesi sağladığını düşünmeye götürür. Ancak bu bize şimdi düşündüğümüze benzer durumlarda geniş kapsamlı bir yaklaşım s*ağlamaz*. Zira ilkesel olarak gözlemcimizin hayali meslektaşını gerçek biri olmaktan ve iki gözlemciyi en sonunda birbirlerine sonuçlarını iletmekten alıkoyan bir şey yoktur. Bir gözlemcinin ölçümleri ile diğerinin ölçümleri arasındaki korelasyonlar ayrı ayrı olarak sol elli ve sağ elli parçacıkların ayrı yoğunluk matrisleriyle açıklanamaz. Bunun için yukarıda olduğu gibi gerçek durum vektörü $|\Omega\rangle$ ifadesiyle sağlanan dolanık durumun tümüne ihtiyacımız vardır.

Örneğin iki gözlemci de parçacıklarının spinlerini yukarı/aşağı yönde ölçmeyi seçerse, bu durumda ölçümlerinin sonucunda birbirlerinin zıttı yanıtlar almaları zorunludur. Parçacıkların bireysel yoğunluk matrisleri bu bilgiyi sağlamayacaktır. Daha ciddisi şudur ki, Bell'in teoremi (§5.4) bileşik bir parçacık çiftinin dolanık durumunu ölçümden önce modellemenin klasik tipte yerel (Bertlmann'ın çorapları) yolunun *olmadığını* gösterir. (*Bkz.* KYU,

6. Bölüm, sonnot 14, s:301; bu gerçeğin esasen Stapp'e borçlu olduğumuz (1979; ayrıca krş. Stapp 1993) ve gözlemcilerden birinin parçacığının spinini ya yukarı/aşağı ya da sağ/sol yönünde ölçmeyi seçerken, diğerinin bu iki yönden birinin 45°'sinde seçtiği durumda basit bir kanıtlaması vardır. Eğer iki 1/2 spinli parçacığın yerine iki 3/2 spinli parçacık koyarsak, o zaman §5.3'teki sihirli dodekahedronlar böyle bir şeyi daha ikna edici bir biçimde gösterir, çünkü artık olasılıklara ihtiyaç duyulmamaktadır.)

Bu, yoğunluk matrisi betimlemesinin bu durumun "gerçekliğini" betimlemeye, ancak sistemin iki parçasındaki ölçümlerin gerçekleştirilip karşılaştırılamaması için *ilkesel olarak* bir neden varsa yeterli olabileceğini gösterir. Normal durumlarda bunun böyle olması için bir neden yok gibi gözüküyor. Anormal durumlarda (Stephen Hawking'in düşündüğü (1982) EPR çiftinin bir parçacığının bir kara delik tarafından kapılabildiği durum gibi) yoğunluk matrisi betimlemesi açısından (Hawking'in de söylediği gibi) temel düzeyde daha ciddi bir sorun olabilir. Ancak bu başlı başına kuantum kuramının kavramsal çerçevesinde bir değişiklik oluşturur. Böyle bir değişiklik olmadan yoğunluk matrisinin asli rolü FAPP'tir ("pratik bütün anlamlarda"dır), önemli bir rolü olsa da temel nitelikte değildir.

6.6 R'nin FAPP açıklaması olur mu?

Şimdi de standart (FAPP) yaklaşımda yoğunluk matrislerinin **R** sürecinin gerçekleşiyor "görünmesini" açıklamada nasıl rol oynadıklarını görelim. Ana fikir şudur: Bir kuantum sistemi ve bir ölçüm aleti, her ikisinin de içerisinde yer aldığı çevreyle birlikte (hepsinin **U**'ya göre evrildiği varsayılmaktadır) ölçümün etkileri bu çevreyle ayrılmaz şekilde dolanık hale geldiğinde *sanki* R gerçekleşmiş gibi davranacaklardır.

Kuantum sistemi ilk başta çevresinden izole olarak alınmaktadır; ama "ölçülmesiyle" birlikte ölçüm aletinde bir süre sonra bu çevrenin hatırı sayılır ve giderek artış gösteren parçalarıyla dolanıklıkları da kapsayacak olan daha büyük ölçekli etkileri tetiklemektedir. Bu aşamada görünüm birçok yönden önceki alt başlıkta tartışılan EPR durumuyla benzer hale gelmektedir. Kuan-

tum sistemi tetiklediği ölçüm aletiyle birlikte sağ elli parçacığın rolüne benzer bir rol oynamakta, bozulmuş çevre de sol elli parçacığın rolüne benzer bir rol oynamaktadır. Ölçüm aletini ölçmeye niyet eden bir fizikçiyse, yukarıdaki tartışmada sağ elli parçacığı kontrol eden gözlemcinin rolüne benzer bir rol oynayacaktır. O gözlemci sol elli parçacık üzerinde gerçekleştirilebilen ölçümlere erişim sahibi değildi; benzer şekilde bizim fizikçimiz de çevrenin ölçüm aleti tarafından gerçekleşecek bozuluşunun ayrıntılarına erişememektedir. Çevre rastgele hareket eden olağanüstü sayıda parçacıktan oluşmaktadır ve parçacıkların çevrenin içerisinde yaşadıkları değişimin kesin biçimini içeren ayrıntılı bilgi, pratik olarak fizikçi için yanıtlanamayacak bir muammadır. Bu yukarıdaki örnekte sol elli parçacığın spiniyle ilgili herhangi bir bilgiye sağ elli parçacığı gözleyen kişinin ulaşamamasına benzemektedir. Sağ elli parçacıkta olduğu gibi, ölçüm aletinin durumu saf bir kuantum durumu yerine uygun bir yoğunluk matrisiyle betimlenebilir; dolayısıyla kendi başına bir saf durum olarak değil, durumların bir olasılık karışımı olarak ele alınabilir. Standart argümana göre bu olasılık karışımı **R** işleminin bize (en azından FAPP) vermiş olacağı olasılık ağırlıklı alternatifleri sağlar.

Şimdi bir örnek verelim. Bir fotonun bir kaynaktan bir saptayıcıya doğru yollandığını varsayalım. Kaynak ile saptayıcı arasında kısmen gümüşlenmiş bir ayna var ve aynayla karşılaştıktan sonra foton bir üst üste binme durumunda:

$$w|\alpha\rangle + z|\beta\rangle$$

Fotonun saptayıcıya iletildiği, aynadan geçme durumu $|\alpha\rangle$ saptayıcıyı çalıştıracak (**EVET**) ancak yansıma durumu $|\beta\rangle$ saptayıcıya etki etmeyecek (**HAYIR**). Burada tüm durumların normalize edilmiş olduğunu varsayıyorum; böylece **R** işlemi gereği şu sonucu elde edeceğiz:

EVET olasılığı = $|w|^2$; **HAYIR** olasılığı = $|z|^2$

Yarı gümüşlenmiş bir aynada ($|\alpha\rangle$ ve $|\beta\rangle$'nın sırasıyla $|B\rangle$ ve $i|C\rangle$ durumları olduğu §5.7'de verilen ilk örnekte olduğu gibi) bu olasılıkların her biri ½'dir ve $|w| = |z| = 1/\sqrt{2}$'dir.

Saptayıcı ilk başta $|\psi>$ durumundadır ve bu fotonun ($|\alpha>$ durumunda) soğurulmasıyla $|\psi_E>$'e **(EVET)** evrilir; foton ($|\beta>$ durumunda) soğurulmazsa da $|\psi_H>$'a **(HAYIR)** evrilir. Eğer çevre göz ardı edilebilseydi, (tüm durumların normalize edilmiş olduğu varsayıldığında) bu aşamadaki durum şu biçimde olurdu:

$$w|\psi_E> + z\,|\psi_H>|\beta>$$

Fakat saptayıcının büyük ölçekli bir nesne olarak çevresiyle çok hızlı biçimde etkileşimlere girdiğini varsayalım; yine (başlangıçta $|\beta>$ durumundaki) kaçan fotonun da laboratuar duvarı tarafından soğurulduğunu ve çevrenin bir parçası haline geldiğini varsayalım. Daha önceki gibi, saptayıcı fotonu alıp almamasına göre sırasıyla ya $|\psi_E>$ ya da $|\psi_H>$ saptayıcı durumuna yerleşir; ancak bunu yapmasıyla her iki durumda da çevreyi farklı biçimde etkiler. $|\psi_E>$'e eşlik eden çevre durumuna $|\phi_E>$, $|\psi_H>$'a eşlik eden çevre durumuna $|\phi_H>$ diyelim (yine normalize edilme varsayımı var, ama dik olmaları şart değil); bu durumda toplam durumu dolanık biçimde şöyle ifade ederiz:

$$w|\phi_E>|\psi_E> + z|\phi_H>\psi_H>$$

Şu ana dek fizikçi işin içine katılmadı, ancak o da saptayıcının **EVET** mi **HAYIR** mı kaydettiğini denetlemek üzeredir. Denetlemeden hemen önce saptayıcının kuantum durumunu nasıl görür? Önceki tartışmada sağ elli parçacığın spinini ölçen gözlemcide olduğu gibi, onun da bir yoğunluk matrisi kullanması daha uygun olacak. Yukarıda betimlenen EPR çiftindeki sol elli parçacıkta olduğu gibi, burada da çevre üzerinde *durumunun* $|\phi_E>$ mi $|\phi_H>$ mi olduğunu saptamak için gerçek bir ölçüm yapılmadığını varsayabiliriz. Yoğunluk matrisi saptayıcının buna uygun bir kuantum betimlemesini sağlar.

Bu yoğunluk matrisi nedir? Standart argüman tipi[109] (bu çevrenin belli bir şekilde modellenmesine ve aynı zamanda EPR–tipi korelasyonların önemli olmaması gibi bazı tam olarak doğrulanmamış varsayımlara dayalı olarak) bu yoğunluk matrisinin

[109] *Bkz.* D'Espagnat (1989), Zurek (1991, 1993), Paz, Habib ve Zurek (1993).

$$a = |w|^2 \text{ ve } b = |z|^2$$

olmak üzere, hızla ve çok yakın şekilde şu biçime yaklaştığı sonucuna varır:

$$\mathbf{D} = a|\psi_E\rangle\langle\psi_E| + b|\psi_H\rangle\langle\psi_H|$$

Bu yoğunluk matrisi, saptayıcının **EVET** kaydı yapmasının olasılık karışımını $|w|^2$'yle, saptayıcının **HAYIR** kaydının olasılık karışımını da $|z|^2$'yle gösteriyor olarak yorumlanabilir. Deneyinin sonucu olarak fizikçi ne bulur sorusuna **R** işleminin vereceği yanıt da tam olarak budur – ya da acaba öyle midir?

Bu sonuca varma konusunda biraz dikkatli olmak zorundayız. Zira yoğunluk matrisi D gerçekten de fizikçimizin ihtiyaç duyduğu olasılıkları hesaplamasına izin verir ve bu karşısındaki alternatiflerin basitçe saptayıcının durumunun *ya* $|\psi_E\rangle$ *ya da* $|\psi_H\rangle$ olduğunu *varsaymak* mümkünse geçerlidir. Ama bu varsayıma hiçbir biçimde bizim tartışmamızın bir sonucu olarak ulaşılmamıştır. Yoğunluk matrislerinin durumların olasılık karışımları olarak çok sayıda *alternatif* yorumu olduğunu geçen alt başlıktan hatırlayın. Örneğimiz olan *yarı* gümüşlenmiş ayna koşullarında yukarıda 1/2 spinli parçacık için elde ettiğimizle tam olarak aynı biçimde olan bir yoğunluk matrisi elde ederiz:

$$\mathbf{D} = \tfrac{1}{2}|\psi_E\rangle\langle\psi_E| + \tfrac{1}{2}|\psi_H\rangle\langle\psi_H|$$

Bu diyelim ki şu şekilde yeniden ifade edilebilir:

$$\mathbf{D} = \tfrac{1}{2}|\psi_P\rangle\langle\psi_P| + \tfrac{1}{2}|\psi_Q\rangle\langle\psi_Q|$$

Buradaki $|\psi_P\rangle$ ve $|\psi_Q\rangle$ saptayıcı için tamamen ayrı iki olası dik durumdur ve bu durumlar klasik fiziğin bakış açısından oldukça saçmadırlar, örneğin:

$$|\psi_P\rangle = (|\psi_E\rangle + |\psi_H\rangle)/\sqrt{2} \text{ ve } |\psi_Q\rangle = (|\psi_E\rangle - |\psi_H\rangle)/\sqrt{2}$$

Fizikçinin saptayıcısının durumunun yoğunluk matrisi D'yle betimlendiğini düşünmesi, onun neden saptayıcıyı ya ($|\psi_E\rangle$ ile ulaşılan) bir **EVET** durumunda ya da ($|\psi_H\rangle$ ile ulaşılan) bir **HAYIR** durumunda bulduğunu hiçbir biçimde açıklamaz. Zira eğer du-

rum klasik saçmalıklar $|\psi_E\rangle$ ve $|\psi_H\rangle$'nin eşit olasılık ağırlıklı bir kombinasyonu (sırasıyla "**EVET** *artı* **HAYIR**" ve "**EVET** *eksi* **HAYIR**" kuantum doğrusal üst üste binmeleri betimleyen) olsaydı, tam olarak aynı yoğunluk matrisine ulaşılırdı!

$|\psi_P\rangle$ ve $|\psi_Q\rangle$ gibi durumların fiziksel saçmalığını vurgulamak gerekirse, büyük ölçekli bir saptayıcı için içinde bir kedi olan bir kutudan oluşan bir "ölçüm aleti" örneğini düşünün. Kedi eğer saptayıcıya bir foton ulaşırsa ($|\alpha\rangle$ durumunda) bir tertibatla öldürülüyor, aksi halde (foton $|\beta\rangle$ durumundaysa) ölmüyor: *Schrödinger'in kedisi* (krş. §5.1 ve Şekil 6.3). **EVET** yanıtı "kedi ölü" anlamına gelecek, **HAYIR** yanıtıysa "kedi canlı". Fakat yoğunluk matrisinin bu iki durumun eşit karışımı biçimine sahip olduğunu bilmek tek başına bize kedinin ya ölü ya da canlı (eşit olasılıklarla) olduğunu *söylemez*, çünkü yine eşit olasılıklarla ya "ölü artı canlı" ya da "ölü eksi canlı" olabilir! "Çoklu dünyalar" tipi yaklaşımda **R**'nin açıklanması için olduğu gibi, bir kez daha bilinçli bir gözlemcinin (burada "fizikçimizin") hangi tür durumları algılama iznine sahip olduğunu düşünmeye zorlanıyor gibi gözüküyoruz. Gerçekten de neden "ölü kedi artı canlı kedi" gibi bir durum bilinçli bir dış gözlemcinin asla farkında olamayacağı bir şey olmasın?[110]

Buna fizikçimizin saptayıcı üzerinde gerçekleştirmek üzere olduğu "ölçümün" nihayetinde sadece saptayıcının **EVET** mi **HAYIR** mı kaydı yaptığını belirlemek, başka bir deyişle kedinin canlı mı ölü mü olduğunu saptamak için olduğu cevabı verilebilir. (Bu geçen alt başlıktaki sağ elli parçacığın spininin yukarı doğru mu aşağı doğru mu olduğunu saptayan gözlemciyle benzer bir durumdur.) Bu ölçüm için yoğunluk matrisi gerçekten de doğru olasılıkları, onu göstermek için hangi yolu seçersek seçelim vermektedir. Fakat bu, sorunu halledilmiş saymak anlamına gelir. Yalnızca kediye *bakmanın* neden bu tür bir ölçümü gerçekleştirdiğini sormak zorundayız. Bir kuantum sisteminin **U** evriminde, "bakma" eyleminde ve devamında bir kuantum sistemini *algılamada* farkındalığımızın "ölü kedi artı canlı kedi" kombinasyonuyla karşılaşmasının

[110] Elbette kedinin kendi bilinci konusu da düşünülmeli! İşin bu yönüne Eugene P. Wigner'e (1961) borçlu olduğumuz Schrödinger'in kedisi paradoksunun bir başka versiyonu odaklandı. "Wigner'in arkadaşı" Schrödinger'in kedisinin yaşadığı aşağılamadan tümüyle kurtulmuş değil belki ama üst üste binme durumlarının her birinin tümüyle bilincinde!

yasak olduğunu söyleyen herhangi bir şey yoktur. Başladığımız yere geri döndük. Farkındalık nedir? Beyinlerimiz *gerçekte* nasıl düzenlenmiş? Aslında bu tür düşüncelere dalıp gitmek zorunda *kalmamak* en başta R'nin FAPP açıklamalarını düşünme nedenlerimizden biriydi!

Buradaki örnekte ½ ve ½ olasılıklarının *eşit* olması ("dejenere özdeğerler" durumu) nedeniyle aslında temsil özelliği taşımayan özel bir durumla karşı karşıya kaldığımız itirazı getirilmeye çalışılabilir. Yoğunluk matrisi sadece bu durumlarda karşılıklı *dik* alternatiflerin olasılık ağırlıklı bir karışımı olarak birden fazla biçimde gösterilebilir. Fakat bu önemli bir kısıtlama *değildir*, çünkü alternatiflerin dikliği bir yoğunluk matrisinin olasılık ağırlıklı bir karışım olarak yorumlanması için bir gereklilik değildir. Aslında yakın zamanda çıkan bir makalede Hugston vd. (1993) düşünülen sistem ayrı bir başka sistemle dolanık olduğu için bir yoğunluk matrisinin ortaya çıktığı, burada düşünülene benzer durumlarda bu yoğunluk matrisini alternatif durumların bir olasılık karışımı olarak göstermek için *hangi yol seçilirse seçilsin*, her zaman bu ayrı sistemde gerçekleştirilebilecek ve yoğunluk matrisini bu özel biçimde göstermeyi sağlayan bir ölçümün var olduğunu gösterdiler. Zaten olasılıkların eşit olması durumunda bir muğlaklık olduğu için, yalnızca bu bile bize yoğunluk matrisi betimlemesinin saptayıcımızın alternatif *edimsel* durumlarının neler olması gerektiğini betimlemek için yeterli olmadığını söylemektedir.

Tüm bunların sonucu şudur: Yoğunluk matrisinin herhangi bir D olduğunu bilmek tek başına bize, sistemin bu özel D'ye sebep olan özel durumlar kümesinin bir olasılık karışımı olduğunu *söylemez*. Aynı D'yi elde etmenin her zaman çok sayıda tamamen farklı yolu vardır ve bunların çoğu da sağduyulu bakış açısından "saçma" görünümlüdür. Üstelik bu tür bir muğlaklık bütün yoğunluk matrisleri için geçerlidir.

Standart tartışmalar genellikle yoğunluk matrisinin "dik" olduğunu göstermeye çalışmanın ötesine geçmez. Aslına bakılırsa bu onun, karşılıklı şekilde *dik* alternatiflerin olasılık ağırlıklı bir karışımı olarak ifade edilebildiği anlamına gelir ya da daha doğrusu bu alternatifler ilgi duyulan klasik alternatifler olduğunda böyle ifade edilebildiği anlamına gelir. (Bu son koşul olmasaydı

bütün yoğunluk matrisleri dik olurdu!) Ancak yoğunluk matrisinin bu biçimde ifade edilebilmesi olgusunun tek başına bize saptayıcıların **EVET** ve **HAYIR**'ın aynı anda "saçma" kuantum üst üste binmeleri şeklinde *algılanmayacaklarını* söylemediğini gördük.

Bu nedenle sıkça iddia edilenin aksine standart gerekçelendirme, çevre işin içine artarak müdahil olduğunda **U** evriminin bir tür yaklaşık betimlemesi olarak **R** "ilüzyonunun" nasıl gerçekleştiğini *açıklamamaktadır*. Bu argümanın *gösterdiği*, bu tür koşullar altında **R** sürecinin **U** evrimiyle barış içinde bir arada yaşayabileceğidir. **U** evriminden ayrı bir kuantum kuramı parçası olarak halen (en azından bilinçli varlıkların ne tür durumları algılayabildiğini söyleyen bir kuramın yokluğunda) **R**'ye ihtiyacımız var.

Bu kuantum kuramının genel tutarlılığı için başlı başına bir önem taşır. Fakat bu bir arada yaşama ve bu tutarlılığın kesin bir statüden ziyade bir FAPP statüsüne sahip olduğunun farkında olmak da önemlidir. Geçen alt başlıktaki son tartışmadan hatırlayın; sağ elli parçacığın yoğunluk matrisi betimlemesi yalnızca *her iki* parçacık üzerinde birden gerçekleştirilebilecek ölçümler arasında olası bir karşılaştırmanın yokluğunda yeterliydi. Bu yüzden yalnızca olasılık ağırlıklı üst üste binmelere değil, toplam duruma *kuantumuyla* birlikte ihtiyaç duyuluyordu. Aynı şekilde, şu anki tartışmadaki saptayıcının yoğunluk matrisi betimlemesi, ancak ve ancak çevrenin ince ayrıntıları ölçülemez ve deneycinin saptayıcıya ilişkin gözlemlerinin sonuçlarıyla karşılaştırılamazsa yeterlidir. **R** ancak ve sadece çevrenin ince ayrıntıları ölçümden muafsa ve (standart kuantum kuramına göre) çevrenin ayrıntılı betimlemesinin muazzam karmaşıklığı içerisinde saklı kalan ince kuantum girişim etkileri asla gözlemlenemiyorsa **U**'yla bir arada var olabilir.

Standart argümanın iyi bir doğruluk ölçümü içerdiği açıktır ama yine de cevabın hepsi onda olamaz. Bu tür girişim olaylarının etkilerinin gelecekteki teknolojik ilerlemelerle açıklığa kavuşturulmayacaklarından nasıl emin olabiliriz? Şu an itibariyle pratikte gerçekleştirilemeyen bazı deneylerin aslında *ilkesel olarak* asla gerçekleştirilemeyeceklerini bize söyleyen yeni bir fizik kuralına ihtiyaç duymamız gerekir. Böyle bir kural uyarınca, bu girişim etkilerini düzeltmenin ilkesel olarak olanaksız sayılacağı bir fiziksel

eylem düzeyi olacaktır. Bazı *yeni* fiziksel olgular devreye girecek ve kuantum düzeyi fiziğinin karmaşık ağırlıklı üst üste binmeleri, bu tür alternatiflerin yalnızca FAPP olmaktan çıkmasıyla *gerçekten* klasik düzey fiziksel alternatifler haline gelecekler gibi gözüküyor. FAPP yaklaşımı şu anki haliyle bize hakiki bir fiziksel gerçeklik betimlemesi sunmuyor. FAPP'in (değerli bir köprü olsa da) bir fizik kuramına köprü olması haricinde bir olasılık görünmüyor ve bu §6.12'de ortaya atacağım öneriler açısından önem taşıyor.

6.7 FAPP modül kare kuralını açıklıyor mu?

Bundan önceki üç alt başlıkta neredeyse hiç fark ettirmeden kabulüne izin verilen bir başka gizli varsayım daha oldu. Bu varsayımın gerekliliği, U evriminden **R** işleminin modül kare kuralını çıkarabilme varsayımlarının hepsini, hatta FAPP'i aslında *tek başına* sıfırlamaktadır. Gerçekten de yoğunluk matrisinin kullanımında bizler olasılık ağırlıklı bir karışımın böyle bir nesneyle yaklaşık olarak betimlendiğini örtük olarak *varsaydık*. Kendisi "bir şey çarpı o şeyin karmaşık eşleniği"nin bir biçimi olan $|\alpha><\alpha|$ gibi ifadelerin uygunluğu esasen modül kare kuralı varsayımına yakından bağlıdır. Bir yoğunluk matrisinden olasılıklar elde edilmesinin kuralı klasik olasılıkları doğru şekilde kuantum olasılıklarına bağlayabiliyorsa bu, modül kare kuralının yoğunluk matrisi kavramının içinde var olması sayesindedir.

Üniter evrim (U) sürecinin matematiksel olarak yoğunluk matrisi ve Hilbert uzayı skaler çarpımı $<\alpha|\beta>$ kavramlarıyla iç içe geçmiş olduğu doğruysa da, bu bize modül kareler yoluyla hesaplanacak olanların *olasılıklar* olduğunu hiçbir şekilde *söylemez*. Bu yine **R**'nin U'dan ulaşılan bir açıklaması değil, sadece **R** ile U'nun bir arada yaşaması meselesidir. Üniter evrim bize olasılık kavramı hakkında hiçbir şey söylemez. **R**'nin U'yla tutarlılığını gerekçelendirmek için ne kadar uğraşılırsa uğraşılsın, bunun için ister çoklu dünyalar ister FAPP yaklaşımı geliştirilsin; bu işlem aracılığıyla kuantum olasılıkların hesaplanabilmesi kesin ve net bir *ek* varsayımdır.

Kuantum mekaniğinin keyfini sürdüğü bu zengin deneysel desteğin çoğunu bizzat kuramın bize olasılıkların hesaplanması

zorunluluğunu söyleyişine borçlu olduğumuz için de, kuantum mekaniğinin **R** kısmını göz ardı edebiliriz ama başımıza gelebileceklerden de kendimiz sorumlu oluruz. Kuramcılar öyle olmak zorunda olduğunu göstermeye ne kadar ciddi ve sık eğilmiş olsalar da, bu **R** kısmı **U**'dan farklı bir şeydir ve **U**'nun bir sonucu değildir. **U**'nun bir sonucu olmadığı için, bir fiziksel süreç olarak kendisiyle doğrudan baş etmemiz gereken bir şeydir. Bu onun kendisinin bir fizik *yasası* olmak zorunda olduğunu söylemek anlamına gelmez. Fakat henüz anlamıyor olabileceğimiz bir başka şeye bir yaklaştırım olduğuna şüphe yok. Geçen alt başlığın sonundaki tartışmamız ölçüm sürecinde **R** işleminin kullanılmasının bir yaklaştırım olmasının kuvvetle muhtemel olduğuna işaret ediyor.

Öyleyse artık yeni bir şeye gereksinim duyulduğunu kabul edelim ve bilinmeyenin bizim önümüzde açılabilecek türlü çeşitli sokaklarında gereken dikkati göstererek ilerlemeye cesaret edelim.

6.8 Durum vektörünü indirgeyen bilinç mi?

Fiziksel dünyanın bir betimlemesi olarak $|\psi\rangle$'yı ciddiye alanlar içerisinde kimileri (**U**'ya bütün ölçeklerde güvenmenin ve bu nedenle çoklu dünyalar tipi bir yaklaşıma inanmanın bir alternatifi olarak) bir gözlemcinin bilinci işin içine girer girmez **R** doğasında bir şeyin *gerçekten* gerçekleştiğini ileri sürmektedir. Seçkin fizikçi Eugene Wigner'in bu tür bir kuram tarif etmişliği vardır (Wigner 1961). Genel fikir şudur: Bilinçsiz madde (ya da belki cansız madde) **U**'ya göre evrimleşir, ama bilinçli bir varlık (ya da "yaşam") durumla fiziksel olarak dolanık hale gelir gelmez devreye yeni bir şey girer ve durumu indirgemek üzere **R**'yle sonuçlanan bir fiziksel süreç *gerçekten* etkinleşir.

Böyle bir yaklaşımla bilinçli varlığın doğanın o noktada yaptığı özgün seçimi bir şekilde "etkileyebildiği" varsayımında bulunmak gerekmez. Böyle bir varsayım bizi epey karanlık sulara sürükler ve benim bildiğim kadarıyla, bilinçli bir iradi eylemin kuantum mekanik bir deneyin sonucunu etkileyebildiği şeklinde aşırı basitleştirici bir varsayım gözlemlenen gerçeklerle keskin bir çelişki oluşturur. Bu nedenle burada "bilinçli özgür iradenin"

R hususunda aktif bir rol oynaması gerektiği gibi bir şart koşmuyoruz (ama alternatif yaklaşımlar için krş. §7.1).

Kuşkusuz kimi okurlar kuantum ölçüm problemi ile bilinç problemi arasında bir bağlantı aradığım için benim bu tür fikirlere kapılmaya eğilimli olabileceğimi düşünebilirler. Durumun bu *olmadığını* vurgulamam gerekir. Nihayetinde bilincin evrende görece nadir görülen bir olgu olması kuvvetle muhtemeldir. Dünya yüzeyi üzerinde önemli bir bilinçli faaliyetin gerçekleştiği görülmektedir ama şu ana dek elimizde olan kanıtlar[111] bizlerden ışık yılları uzaktaki evren boyunca (eğer bilinç varsa da) yüksek gelişkinliğe sahip bilincin var olmadığını göstermektedir. Fiziksel nesnelerin bilinçli kişilerden birisinin görüş, duyuş ya da dokunuş alanı içerisinde olup olmamalarına bağlı olarak tamamen farklı biçimlerde evrildikleri bir evren resminin, epey garip bir "gerçek" fiziksel evren betimlemesi olduğu açıktır.

Örneğin hava durumunu ele alalım. Herhangi bir gezegende gelişen ayrıntılı hava durumu örüntüleri kaotik fiziksel süreçlere bağlıdırlar (krş. §1.7) ve çok sayıda tekil kuantum olayına duyarlı olsalar gerektir. **R** işlemi bilinç olmadığında gerçekten gerçekleşmiyorsa, o zaman üst üste binmiş kuantum alternatiflerin keşmekeşi içerisinden belirli bir hava durumu örüntüsü de kararlı hale gelemeyecektir. Uzak bir gezegendeki hava durumu örüntülerinin sayısız ayrı olasılığın karmaşık sayı üst üste binmeleri halinde (gerçek bir hava durumundan çok farklı tam bir kararsız keşmekeş içerisinde) kaldığına ve bunun bilinçli bir varlık bunun farkına varana dek sürdüğüne, üst üste binmiş hava durumunun bu noktada *ve sadece* bu noktada gerçek bir hava durumu haline dönüştüğüne sahiden inanabilir miyiz?

Operasyonel bir yaklaşımla (bilinçli bir varlığın operasyonel yaklaşımıyla) böylesi bir üst üste binmiş "hava"nın gerçek belirsiz hava durumundan bir farkı olmadığı (FAPP!) ileri sürülebilir. Fakat tek başına bu fiziksel gerçeklik problemine başarılı bir çözüm getirmez. FAPP yaklaşımının "gerçeklik" konusundaki derin meseleleri çözüme kavuşturmadığını, günümüz kuantum mekaniğindeki **U** ve **R** işlemlerinin bir arada var olmasına izin veren (en azından teknolojimiz daha tam ve uyumlu bir yaklaşımın gerekli

[111] F. Drake'in SETI programı da sonuç olarak bunu gösteriyor.

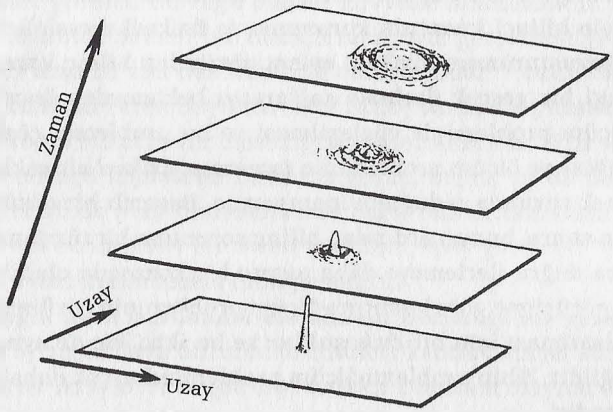
olduğu noktaya bizi taşıyana dek) geçici bir çözüm olduğunu görmüştük.

Bu nedenle kuantum mekaniğinin problemlerinin çözümü için başka bir yere bakmayı öneriyorum. Zihin probleminin en nihayetinde kuantum ölçüm problemiyle (ya da kuantum mekaniğinin U/R paradoksuyla) bağlantılı olması mümkün olsa da, benim inancıma göre tek başına bilinç (ya da bizim aşina olduğumuz biçimiyle bilinç) kuantum kuramının iç fiziksel meselelerini çözüme kavuşturamaz. Fiziksel eylem yönünden bilinç konusunda herhangi bir gerçek ilerleme sağlamayı beklemeden önce kuantum ölçüm problemiyle yüzleşilmesi ve bu problemin çözülmesi gerektiğine ve ölçüm probleminin tamamen ***fiziksel*** bir yaklaşımla çözülmek zorunda olduğuna inanıyorum. Başarılı bir çözüm elde ettikten sonra, bunun ardından bilinç sorununa bir tür yanıt oluşturmaya doğru ilerlemeye daha uygun bir konumda olabileceğiz. Benim görüşüme göre kuantum ölçüm probleminin çözülmesi zihnin anlaşılması için bir *önkoşuldur* ve bu ikisi ***hiç de*** aynı problem değildir. Zihin problemi ölçüm probleminden çok daha zor bir problemdir!

6.9 $|\psi\rangle$'yı gerçekten ciddiye almak

Şu ana dek evrenin kuantum betimlemesini ciddiye aldıklarını iddia eden yaklaşımların benim gördüğüm kadarıyla onu *gerçekten* ciddiye alma konusunda pek başarılı olmadıkları görülüyor. Kuantum formalizmi belki de ciddi şekilde söylediklerini kolaylıkla kabul etmenin hiç de kolay olmadığı kadar acayip bir şey ve fizikçilerin çoğu da onu güçlü bir şekilde savunmaktan çekiniyorlar. Zira sistem kuantum düzeyinde kaldığı sürece U'ya göre evrilen bir durum vektörü $|\psi\rangle$'ya sahip olmanın yanında bir de, kuantum düzeyi etkileri klasik düzeydeki şeyleri etkileyecek kadar büyütüldüğünde $|\psi\rangle$'da süreksiz "sıçramaları" etkilemek üzere devreye girer gibi görünen rahatsız edici bir süreksiz ve olasılıkçı R eylemine sahibiz. Bu yüzden $|\psi\rangle$'nın *gerçekliğin* bir betimlemesini sağladığını kabul ediyorsak, o halde bundan ne kadar rahatsız olursak olalım bu *sıçramaların* da fiziksel olarak gerçek olaylar olduğunu kabul etmek zorundayız. Fakat kuantum durum vektörü

betimlemesi konusunda bu kadar *ciddi* olunduğunda da, kuantum kuramının kurallarında bazı (tercihen çok derin) değişiklikler yapmaya da hazırlıklı olmak gerekir. Zira aslına bakılırsa U işlemi R'yle uyumsuzdur ve kuantum ve klasik düzey davranışların betimlemeleri arasındaki çatlakları gidermek için epey bir "kağıt üzerinde işlem" yapmak gerekir.



Şekil 6.1 Bir parçacığın dalga fonksiyonunun Schrödinger zaman evrimi: İlk başta esasen bir noktada yerelleşmişken ardından dışa doğru her yöne yayılıyor.

Aslında geçen yıllar içerisinde bu açıdan uyumlu kuramlar geliştirme yönünde gelenek dışı bir dizi deneme olmuştur. Budapeşte'den Károlyházy'nin başını çektiği Macar okulu, kütleçekim etkilerinin gerçek bir fiziksel olgu olarak bir tür **R** prosedürüne neden olduğu bir yaklaşım ileri sürdü (ayrıca krş. Komar 1969). Biraz daha farklı bir yolu izleyen Clinton, New York, ABD'deki Hamilton College'dan Philip Pearle yaklaşık 1976 yılından bu yana **R**'nin gerçek bir fiziksel olgu olarak gerçekleştiği bir kütleçekimsel olmayan kuram ileri sürüyor. Daha yakın dönemde 1986 yılında Giancarlo Ghirardi, Alberto Rimini ve Tullio Weber tarafından ilginç bir yeni yaklaşım ileri sürüldü ve John Bell'in verdiği olumlu desteklerin ardından başkaları da bir dizi başka önerilerle bu yaklaşımı geliştirdiler.[112]

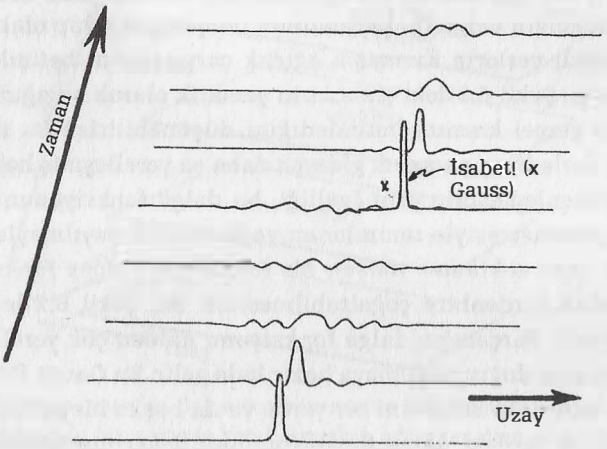
[112] Benim düşünce ve önerilerim "kütleçekim" kampı içerisinde yer almama karşın,

Bundan sonraki alt başlıklarda konuyla ilgili Ghirardi–Rimini–Weber (GRW) şemasına çok şey borçlu olduğum kendi tercihlerimi sunmaya başlamadan önce, önce onların önerisini aktarmak yararlı olacaktır. Ana fikir $|\psi>$'nun gerçekliğini ve standart U işlemlerinin çoğu durumda doğru olduğunu kabul etmektir. Bu durumda tekil, başlangıçta yerelleştirilmiş, serbest bir parçacık Schrödinger denklemi gereğince zaman ilerledikçe uzayın içinde her yöne doğru yayılma eğiliminde olacaktır (*bkz.* Şekil 6.1). (Bir parçacığın dalga fonksiyonunun parçacığın sahip olabileceği olası farklı yerlerin karmaşık ağırlık çarpanlarını betimlediğini hatırlayın. Şekil 6.1'deki çizimlerin şematik olarak bu ağırlık çarpanının gerçel kısmını betimlediğini düşünebiliriz.) Bu nedenle zaman ilerledikçe parçacık giderek daha az yerelleşmiş hale gelir. GRW düzenlemesinin yeni özelliği, bu dalga fonksiyonun kendisini σ parametresiyle tanımlanan ve belirli bir yayılmayla güçlü şekilde tepe noktasına ulaşan bir fonksiyon (Gauss fonksiyonu) tarafından birdenbire çoğaltabilmesidir. Bu, Şekil 6.2'de gösterilmektedir. Parçacığın dalga fonksiyonu aniden çok yerelleşerek yeniden dışa doğru yayılmaya hazır hale gelir. Bu Gauss fonksiyonunun tepesinin kendisini bir yerde ya da başka bir yerde bulma olasılığı, o yerdeki dalga fonksiyonunun değerinin modül karesiyle doğru orantılıdır. Bu şekilde düzenleme kuantum kuramının standart "modül kare kuralıyla" tutarlılık kazanır.

Bu işlemin hangi sıklıkta uygulandığı kabul edilir? Kabaca yüz milyon (10^8) yılda bir diyebiliriz. Bu zamana T süresi diyelim. Bu durumda 1 saniyelik bir süre içerisinde bu durum indirgenmesinin gerçekleşme olasılığı bir parçacık için 10^{-15}'ten daha azdır (çünkü bir yıl yaklaşık 3×10^7 saniyedir). Bu nedenle tekil bir parçacıkta bu hiç fark edilemeyecek bir şeydir. Fakat elimizde her bir parçacığı aynı sürece tabi olacak büyük bir nesne olduğunu düşünelim. Bu nesnede yaklaşık 10^{25} parçacık varsa (küçük bir farede

yakın zamana dek fazla belirgin ve net değildi, krş. Penrose (1993a, 1994b). Benim önerim özgün Ghirardi–Rimini–Weber önerisiyle indirgemenin ani bir süreksiz süreç olması gerektiği fikrini paylaşmaktadır. Şu anki çalışmaların çoğuysa Pearle'ün özgün çalışması gibi (1976) *sürekli* (rassal) durum indirgenmesi sürecine yoğunlaşmaktadır. *Bkz.* Diósi (1992), Ghirardi vd (1990b), Percival (1994). Düzenlemeyi görelilikle uyumlu hale getirmeye yönelen bu tür çalışmalar için *bkz.* Ghirardi vd (1992), Gisin (1989) ve Gisin ve Percival (1993).

olduğu gibi), bu durumda onun içindeki parçacıklardan *birinin* bu tür bir "isabete" uğrama şansı tekil bir parçacığın şansına göre olağanüstü derecede artar ve saniyenin $10^{-10'}$unda bu nesne içerisinde bir isabet gerçekleşmesini bekleyebiliriz. Böyle bir isabet nesnenin ya da cismin durumunu tümden değiştirecektir, çünkü isabet alan özgün parçacığın durumunun nesnenin geri kalanıyla *dolanık* olması beklenir.

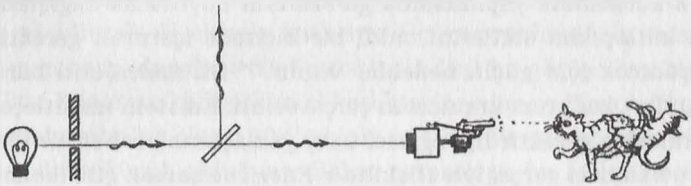


Şekil 6.2 Özgün Ghirardi–Rimini–Weber (GRW) düzenlemesinde dalga fonksiyonu çoğu zaman standart Schrödinger U evrimi uyarınca evrilir; ancak kabaca (parçacık başına) 10^8 yılda bir, durum bir "isabet" alır ve parçacığın dalga fonksiyonu tepe yapan bir Gauss fonksiyonuyla, diğer bir ifadeyle R'nin GRW versiyonuyla çarpılır.

Şimdi bu fikri *Schrödinger'in kedisine*[113] nasıl uygulayacağımıza bakalım. Schrödinger'in kedisi paradoksunda (esasen kuantum kuramının temel X gizemidir) bir kedi gibi büyük ölçekli bir nesnenin örneğin canlı kedi ve ölü kedi gibi açıkça farklı iki durumun kuantum doğrusal üst üste binmesi içerisinde olduğunu hayal ediyoruz (krş. §5.1 ve §6.6). Kuantum mekaniksel açıdan bu kolaylıkla yapılabilmelidir, ama ortaya çıkan sonuç Schrödinger'in de dikkatle vurguladığı gibi içerisinde yaşadığımız *gerçek* dünyanın bir özelliği olarak inanılır gibi değildir (yine de §6.2 ve §6.8'de aktarıldığı

[113] Schrödinger (1935a); ayrıca *krş.* KYU, s. 290–296.

gibi kimi "$|\psi>$ gerçekçileri" çoklu dünyalar yolundan ya da bilincin tetiklediği durum indirgenmesi yolundan vs ilerlemeyi seçmektedir). Schrödinger'in kedisi durumu yaratmak için tek yapmamız gereken büyük ölçekli bir değişimi etkileyen uygun türde bir kuantum olayına, aslında bir *ölçüme* sahip olmaktır. Örneğin (§5.7'de olduğu gibi) bir kaynaktan yayılan ve yarı gümüşlenmiş bir aynadan yansıyan/geçen tekil bir foton işimizi görmeye yeter. Fotonun dalga fonksiyonunun geçen parçası kediyi öldürecek bir alete bağlanmış bir saptayıcıyı tetiklerken, yansıyan parça kaçarak kurtulur ve kedi zarar görmez. Şekil 6.3'e bakınız. Daha önce bahsedilen saptayıcılar tartışmasında olduğı gibi (§6.6), bir parçası ölü bir kedi, diğeri canlı bir kedi ve kaçan bir foton içeren dolanık bir durum ortaya çıkacaktır. Herhangi bir indirgeme sürecine (R) izin verilmedikçe, iki olasılık durum vektörü içinde *beraber* ele alınır. İşte bu "ölçüm" gizemi kuantum kuramının temel X gizemidir.



Şekil 6.3 *Schrödinger'in kedisi.* Kuantum durumu yansıyan ve geçen bir fotonun doğrusal üst üste binmesini içerir. Geçen bileşen bir kediyi öldüren bir aleti tetikler, dolayısıyla U evrimine göre kedi ölüm ve yaşamın üst üste binmesi içerisinde var olur. GRW düzenlemesine göre sorun çözülmüştür çünkü kedinin parçacıkları neredeyse eşanlı olarak isabetler alır, bunlardan ilki kedinin durumunu *ya* ölü *ya da* canlı olarak yerelleştirir.

Fakat GRW şemasındaki kedi gibi 10^{27} nükleer parçacık içeren büyüklükte bir nesne ya da cisimde, parçacıklarından birine neredeyse anında bir Gauss fonksiyonu "isabet" eder (Şekil 6.2'deki gibi) ve bu parçacığın durumu kedinin içindeki diğer parçacıklarla dolanık olacağı için, parçacığın indirgenmesi diğerlerini de kendisiyle birlikte "sürükleyecek" ve kedinin bütününün kendisini ya ölü ya da canlı olarak bulmasına neden olacaktır. Bu şekilde Schrödinger'in kedisi adını verdiğimiz X gizemi (genel olarak ölçüm problemi) çözülmüş olur.

Bu ustaca düşünülmüş bir düzenlemedir ama fazla *ad hoc*[*] olma gibi bir sorunu vardır. Fizikte başka yerlerde böyle bir şeye işaret eden hiçbir şey yoktur ve T ve σ için ileri sürülen değerler basit şekilde "mantıklı" sonuçlar elde etmek amacıyla seçilmiştir. (Diósi (1989) aslında T ve σ parametrelerinin Newton'ın kütleçekim sabiti G cinsinden sabitleneceği GRW'yi andıran bir düzenleme ileri sürmüştü. Onun fikirleriyle benim birazdan anlatacaklarım arasında çok yakından bir bağlantı var.) Bu tür düzenlemelerde yaşanan daha ciddi denebilecek başka bir zorluk da *enerjinin korunumu* ilkesinin (azıcık) çiğnenmesidir. Bu §6.12'de bizim için ciddi bir önem taşıyacak.

6.10 Kütleçekimsel olarak tetiklenen durum vektörü indirgenmesi mi?

R'nin bir biçimi gerçek bir fiziksel süreç haline getirilirse kuantum kuramında yapılmasına gereksinim duyulacak değişikliklerin kütleçekim etkilerini ciddi bir biçimde içermesi gerektiğini düşünmek için güçlü nedenler vardır.[114] Bu nedenlerin bazıları standart kuantum kuramının çerçevesinin Einstein'ın kütleçekim kuramının gerektirdiği eğrisel uzay yaklaşımına rahat bir biçimde uymaması gerçeğiyle ilişkilidir. Enerji ve zaman gibi (kuantum kuramı işlemlerine temel oluşturan) kavramlar bile, tamamen genel bir kütleçekimsel bağlamda standart kuantum kuramının normal gereklilikleriyle tutarlı şekilde tam olarak tanımlanamamaktadır. Ayrıca kütleçekimin fiziksel varlığına özgü olan ışık konisini eğme etkisini hatırlayın (§4.4). Dolayısıyla kuantum kuramının temel ilkelerinde, Einstein'ın genel göreliliğiyle (ileride) uygun şekilde birleşmesinin getireceği bir özellik olarak bazı değişikliklerin ortaya çıkabileceği kabul edilebilir.

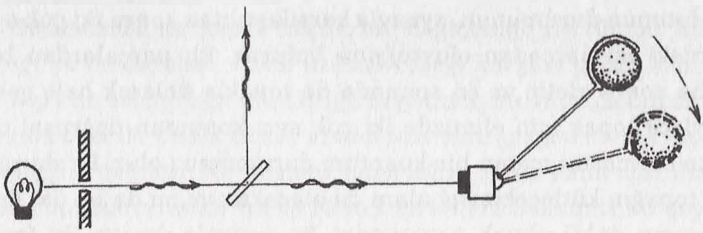
Buna karşın fizikçilerin çoğu böyle bir birliğin başarılı olması için değişiklik gerekenin *kuantum kuramı* olma olasılığını kabul etmekte isteksiz görünmektedir. Aksine Einstein'ın kuramının değiştirilmesi gerektiğini söylerler. İşaret ettikleri noktalar doğru da

[*] *Lat.* amaca özel –çn.

[114] KYU'da 7. ve 8. Bölümlerde bu nedenleri ayrıntılı olarak sundum ve burada gerekçelerini tekrarlamaya gerek yok. §6.12'deki özgün ölçütler KYU'da (s. 367–371) aktarılanlardan farklı olmasına karşın, bu nedenlerin hala geçerli olduğunu söylemek yeterlidir.

olabilir, zira klasik genel görelilikte sorunlar vardır, çünkü kara deliklerde ve Büyük Patlamada da karşımıza çıkan ve bükülmelerin sonsuzluğa ulaştığı ve uzay ve zaman kavramlarının kendi geçerliliklerini yitirdiği *uzayzaman tekilliklerine* yol açmaktadır (*bkz.* KYU, 7. Bölüm). Bense genel göreliliğin kuantum kuramıyla uygun şekilde birleştiğinde değiştirilmesi gerekeceği düşüncesinde değilim. Ve bu bizim şu an "tekillikler" dediğimiz bölgelerde *gerçekte* neler olduğunun anlaşılması açısından da önemli olacak. Fakat bu kuantum kuramını bir değişiklik ihtiyacından kurtarmamaktadır. §4.5'te genel göreliliğin olağanüstü doğrulukta bir kuram olduğunu, kuantum kuramından daha az bir kesinlik ve doğrulukta olmadığını gördük. Bu iki büyük kuramı uygun şekilde birleştirecek zaman geldiğinde, Einstein'ın kuramının altında yatan fiziksel kavrayış ve ferasetin büyük oranda varlığını sürdüreceği kesindir ve bu oran kuantum kuramından varlığını sürdürecek olandan daha az da olmayacaktır.

Fakat kuantum kütleçekiminin *herhangi bir* formunun etkili hale gelebileceği ölçeklerin kuantum ölçüm problemi için tamamen uygunsuz olacağını düşünen birçok kişi bu görüşe katılmayacaktır. Kuantum kütleçekimini karakterize eden ve *Planck ölçeği* dediğimiz uzunluk ölçeği 10^{-33} cm'nin nükleer bir parçacıktan bile 20 kat daha küçük olduğuna dikkat çekecek ve bu kadar küçük mesafelerdeki fiziğin, küçük ölçekli dünyanın (en azından) sınırında olan ölçüm problemiyle ne alakası olduğunu sorgulayacaklardır. Fakat burada kuantum kütleçekimi fikirlerinin nasıl uygulanabildiğine ilişkin bir yanlış anlama vardır. Zira 10^{-33} cm alakasız değil, alakalıdır ama ilk akla gelen şekilde değil.



Şekil 6.4 Ölçüm kedi yerine küre şeklinde bir topağın basit hareketinden oluşabilirdi. Topak **R**'nin gerçekleşmesi için ne kadar büyük ya da kütleli olmak veya ne kadar uzağa hareket etmek zorundadır?

Schrödinger'in kedisine benzer, makroskopik olarak ayırt edilebilir alternatiflerden oluşan bir ikilinin doğrusal olarak üst üste binmiş olduğu bir durum oluşturmaya çalıştığımız bir olay düşünelim. Örneğin Şekil 6.4'te böyle bir olay resmedilmektedir: Bir foton yarı gümüşlenmiş bir aynaya çarpmakta ve foton durumu geçen ve yansıyan kısımların doğrusal üst üste binmesi haline gelmektedir. Fotonun dalga fonksiyonunun geçen kısmı makroskopik (bir kediyi değil de) bir küresel topağı bir uzamsal yerden bir diğerine hareket ettiren bir aleti çalıştırmaktadır (ya da çalıştıracaktır). Schrödinger evrimi **U** geçerli olduğu sürece topağın "yeri", başlangıçtaki konumunda olması ile yeri değişmiş bir konumda olmasının kuantum üst üste binmesi şeklindedir. Eğer **R** gerçek bir fiziksel süreç olarak etki etmeye başlarsa, bu durumda topak ya bir konuma ya da diğerine "sıçrar" ve bu asıl "ölçümü" oluştururdu. Buradaki temel fikir, GRW'de olduğu gibi, bunun da tamamen nesnel bir fiziksel süreç olması ve topağın kütlesi yeterince büyük ya da hareket ettiği mesafe yeterince uzak olduğunda gerçekleşmesidir. (Bunun özel olarak topağın hareketini ya da hareketsizliğini gerçekte bir bilinçli varlığın "algılayıp algılamadığıyla" bir ilişkisi yoktur.) Fotonu saptayan ve topağı hareket ettiren *aletin* tamamen kuantum mekanik şekilde ele alınabilecek kadar küçük olduğunu ve ölçümü yalnızca topağın kaydettirdiğini tahayyül ediyorum. Örneğin, uç bir örnek olarak yalnızca fotonun çarpmasının topağın önemli derecede hareket etmesine neden olmaya yetecek kadar kararsız bir dengede olduğunu hayal edebiliriz.

Kuantum mekaniğinin standart **U** işlemlerini uyguladığımızda fotonun durumunun, aynayla karşılaştıktan sonra iki çok ayrı yerdeki iki parçadan oluştuğunu buluruz. Bu parçalardan biri daha sonra aletle ve en sonunda da topakla dolanık hale gelir; böylece topak için elimizde iki çok ayrı konumun doğrusal üst üste binmesini içeren bir kuantum durumumuz olur. Bu durumda topağın kütleçekimsel alanı da olacaktır ve bu da bu üst üste binmeye dahil olmak zorundadır. Bu nedenle durum iki farklı kütleçekim alanının üst üste binmesini içerir. Einstein'ın kuramına göre bu, iki farklı uzayzaman geometrisinin üst üste bin-

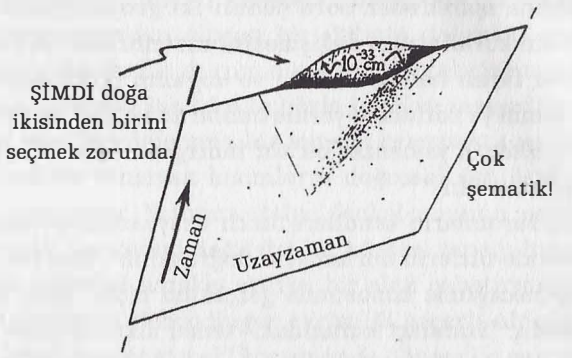
Kütüphanesi

miş olmasına işaret eder. Soru şudur: İki geometrinin kuantum mekaniğinin kurallarının değişmesini zorunlu kılacak kadar birbirlerinden farklı hale geldikleri ve doğanın farklı geometrileri üst üste binmeye zorlamak yerine bunlardan birini ya da diğerini seçip *gerçekten* **R**'ye benzer bir tür indirgeme işlemini etkilediği bir nokta var mıdır?

Sorun, durumların kendileri farklı uzayzaman geometrilerini içerdiklerinde bizlerin durumların doğrusal üst üste binmelerini nasıl düşüneceğimiz konusunda gerçekten hiçbir fikre sahip olmayışımızdır. "Standart kuramdaki" temel sıkıntılardan biri, geometriler birbirlerinden önemli derecede farklılaştıklarında bir geometrideki bir noktayı diğerindeki belirli bir noktayla tanımlamak için mutlak araçlara sahip olmayışımızdır (iki geometri tam anlamıyla *ayrı* uzaylardır); dolayısıyla bu iki ayrı uzay içerisinde *madde* durumlarının bir üst üste binmesinin şekillenebilmesi fikri, son derece anlaşılması güç ve muğlak bir hale gelir.

O halde iki geometrinin ne zaman aslında birbirlerinden "önemli derecede farklı" olarak düşünüleceğini sormalıyız. Aslında Planck ölçeği 10^{-33} cm *burada* devreye girmektedir. Gerekçelendirme kabaca şöyledir: İndirgemenin gerçekleşmesi için bu iki geometri arasındaki farkın ölçeğinin uygun anlamıyla 10^{-33} cm gibi bir şey ya da daha fazla olması gerekir. Örneğin (Şekil 6.5) bu iki geometrinin zorla çakışmaya uğraştıklarını ama farkın ölçüsü bu tür bir ölçekte aşırı büyük hale geldiğinde **R** indirgenmesinin gerçekleştiğini; dolayısıyla U'daki üst üste binmeyi sürdürmek yerine doğanın geometrilerden birini seçmek zorunda olduğunu hayal etmeyi deneyebiliriz.

Geometride bu kadar küçük bir değişikliğe ne tür bir kütle ölçeği ya da hareket edilen uzaklık ölçeği karşılık gelir? Aslında kütleçekim etkilerinin küçüklüğü sayesinde bu oldukça büyüktür ve kuantum ile klasik düzey arasındaki sınır çizgisi olarak hiç de mantıksız değildir. Ne denmek istendiğini biraz daha açabilmek adına *mutlak birimler* (ya da *Planck birimleri*) hakkında bir şeyler söyleyelim.



Şekil 6.5 Planck ölçeği 10^{-33} cm kuantum durum indirgenmesiyle ne zaman ilişkilenir? Kaba fikir: Üst üste binmiş iki durum arasında, ortaya çıkan iki uzayzamanın 10^{-33} cm mertebesinde farklılaşmasına yetecek kadar kütle hareketi olduğunda.

6.11 Mutlak birimler

Fikir (ilk olarak[115] Max Planck'a (1906) borçluyuz, ardından özellikle John A. Wheeler'ın (1975) takibi gelmektedir), bütün fiziksel ölçüleri saf (boyutsuz) sayılara çevirme birimleri olarak doğanın en temel üç sabitini kullanmaktır: Işık hızı c, Planck sabiti (bölü 2π) $\hbar$ ve Newton'ın kütleçekim sabiti G. Uzunluk, kütle ve zaman birimleri bu üç sabitin üçü de birim değer alacak şekilde seçilir:

$$c = 1,\ \hbar = 1,\ G = 1$$

Olağan birimlerle $(G\hbar/c^3)^{1/2}$ olarak ifade edilecek olan Planck ölçeği 10^{-33} cm şimdi basitçe 1 değerini alır; böylece o *uzunluğun* mutlak birimidir. Ona karşılık gelen, ışığın bir Planck mesafesini aşması için gereken zaman anlamına gelen mutlak *zaman* birimi *Planck zamanıdır* (= $(G\hbar/c^5)^{1/2}$) ve yaklaşık 10^{-43} saniyedir. Bir de *Planck kütlesi* denilen bir mutlak *kütle* birimi (= $\hbar c/G)^{1/2}$) vardır ve yaklaşık 2×10^{-5} gramdır; normal kuantum olguları açısından

[115] Çok benzer bir fikir ondan 25 yıl önce İrlandalı fizikçi George Johnstone Stoney (1881) tarafından ileri sürüldü. Bunda Planck'ın sabiti yerine (Planck o dönem tanınmıyordu) elektron yükü temel birim olarak alınmıştı. (Buna dikkatimi çektiği için John Barrow'a minnettarım.)

bakıldığında çok büyük bir kütle, ancak bildiğimiz ölçülerden bakıldığında oldukça küçük (bir pirenin kütlesine yakın) bir kütledir.

Bunların, belki Planck kütlesi hariç çok pratik birimler olmadığı açık; ancak kuantum kütleçekimiyle ilişkili olabilecek etkileri düşündüğümüzde çok faydalıdırlar. Konuyla daha ilişkili fiziksel niceliklerin mutlak birimlerde nasıl göründüklerine çok kabaca bakalım:

$$\text{saniye} = 1{,}9 \times 10^{43}$$
$$\text{gün} = 1{,}6 \times 10^{48}$$
$$\text{yıl} = 5{,}9 \times 10^{50}$$
$$\text{metre} = 6{,}3 \times 10^{34}$$
$$\text{cm} = 6{,}3 \times 10^{32}$$
$$\text{mikron} = 6{,}3 \times 10^{28}$$
$$\text{fermi (“güçlü etkileşim büyüklüğü”)} = 6{,}3 \times 10^{19}$$
$$\text{nükleonun kütlesi} = 7{,}8 \times 10^{-20}$$
$$\text{gram} = 4{,}7 \times 10^{4}$$
$$\text{erg} = 5{,}2 \times 10^{-17}$$
$$\text{suyun yoğunluğu} = 1{,}9 \times 10^{-94}$$

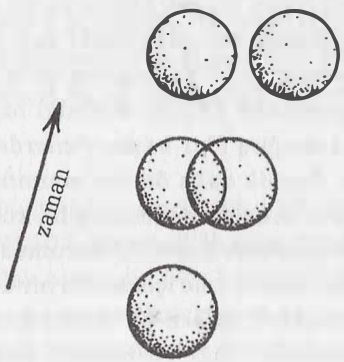
6.12 Yeni ölçüt

Şimdi sizlere kütleçekimsel olarak tetiklenen durum vektörü indirgenmesi için KYU'da ileri sürülenden önemli ölçüde farklı, ama Diósi ve diğerlerine borçlu olduğumuz son dönemdeki bazı fikirlere daha yakın yeni bir ölçüt vereceğim.[116] Kütleçekim ile **R** işlemi arasında bir bağlantı için *gerekçeler* KYU'da verildiği haliyle halen geçerli, ama şimdi ileri süreceğim fikir başka yönlerden ek bazı kuramsal desteklere sahip. Üstelik daha önceki tanımda işe karışan bazı kavramsal problemlerden azade olduğu gibi, kullanması da çok daha kolay. KYU'da getirilen öneri, iki durumun birbirlerinden kuantum doğrusal üst üste binme içerisinde bir arada olamayacak kadar (kütleçekim alanları, başka bir ifadeyle uzayzamanları açısından) farklı olduklarına hükmedebilmeye yarayan bir ölçüt sunuyordu. Buna göre **R**'nin bu aşamada gerçekleşmesi gerekiyordu. Şu anki fikirse biraz daha farklıdır. Bu kez durumların birbirlerinden üst üste binmenin mümkün olamayacağı kadar çok farklılaştığını tespit eden durumlar arası bir mutlak kütle-

[116] Ayrıca *bkz.* Diósi (1989), Ghirardi vd (1990a), Penrose (1993a).

çekim farkı ölçütü aramıyoruz. Bunun yerine üst üste binmiş çok farklı durumları (örneğin kararsız bir uranyum çekirdeğine benzer şekilde) *kararsız* olarak değerlendiriyoruz ve böyle bir fark ölçütü tarafından belirlenen durum vektörü indirgenmesi *hızı* var mı, onu araştırıyoruz.

Fazladan karışıklık yaratmamak için yeni ölçütü önce §6.10'da betimlenmiş olan duruma uygulayalım, ama ölçüt kolaylıkla birçok başka örneği kapsayacak şekilde genelleştirilebilir. Bu örnekte sadece *kütleçekim* etkilerini hesaba katarak özellikle topağın bir halini diğerinden ayırt etmek için gereken *enerjiyi* düşünüyoruz. Bu nedenle ilk başta çakışarak birbirinin içine geçen iki topak (iki kütle) sahibi olduğumuzu hayal edeceğiz (Şekil 6.6), ardından topağın bir parçasının diğerinden uzaklaşmaya başladığını, yavaşça iç içe geçme derecesinin düştüğünü ve sonunda da ikisinin düşünülen üst üste binme durumunda gerçekleşen ayrılık durumuna ulaştıklarını hayal ediyoruz. Bu işlemin maliyeti olan kütleçekim enerjisinin mutlak birimlerde ölçülmüş tersini alarak, durum indirgenmesi gerçekleşmeden önce topağın üst üste binmiş durumunun aniden yerelleşmiş durumlardan birine ya da diğerine sıçramasıyla geçecek yaklaşık zamanı yine mutlak birimler cinsinden elde ederiz.[117]



Şekil 6.6 İndirgenme süresi $\hbar/E$'yi hesaplamak için topağın bir parçasının diğerinden ayrıldığını hayal edin ve sadece kütleçekim çekmelerini dikkate alarak bunun bedeli olacak olan E enerjisini hesaplayın.

[117] Bu indirgenme zamanını burada uygulanan mutlak birimler yerine alışkın olduğumuz birimlerle ifade etmeyi tercih edebiliriz. Aslında indirgenme zamanının ifadesi $\hbar$'den başka hiçbir mutlak sabitin karşımıza çıkmayacağı şekilde basitçe $\hbar/E$'dir; E yukarıda bahsedilen kütleçekimsel ayrılma enerjisidir. Işık hızı c'nin herhangi bir rol üstlenmemesi bu tür bir "Newtoncı" model kuramın, Christian'ın (1994) yaptığı üzere araştırılmaya değer olduğuna işarettir.

Topağın m kütlesi ve a yarıçapıyla küresel olduğunu kabul edersek, bu enerji için genel mertebesi m^2/a olan bir nicelik elde ederiz. Aslında enerjinin gerçek değeri topağın ne kadar uzağa hareket ettiğine bağlıdır ama topağın iki parçasının en sondaki farklı konumlarına ulaştıklarında (çok) örtüşmemesi şartıyla bu uzaklık çok önemli değildir. Temas konumundan ayrılmak için (isterse sonsuza uzanan şekilde olsun, fark etmez) gerekecek ek enerji, çakışmadan temas konumuna hareket ederken karşımıza çıkan enerjiyle aynı mertebededir (5/7 katıdır). Bu nedenle büyüklük mertebeleri düşünüldüğünde ayrılmadan sonra topakların birbirleriyle yer değiştirmesinin getirdiği katkı gerçekten (esasen) ayrı olmaları şartıyla göz ardı edilebilir. İndirgenme zamanı bu şemaya göre mutlak birimlerle ölçüldüğünde

$$a/m^2$$

mertebesindedir ya da ρ topağın yoğunluğu olmak üzere çok kabaca

$$1/20\rho^2a^5$$

olur. Bu olağan yoğunlukta bir şey (diyelim ki bir su damlası) için yaklaşık $10^{186}/a^5$ eder.

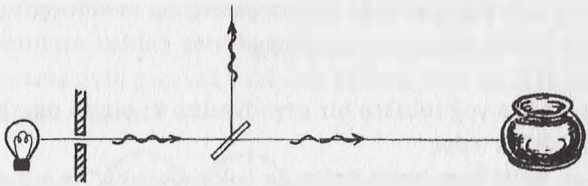
Bunun belli bazı basit hallerde çok "mantıklı" yanıtlar sağlaması güven vericidir. Örneğin bir nükleonda (nötron ya da protonda), a'yı onun "güçlü etkileşim büyüklüğü" 10^{-13} cm olarak alırız ve bu mutlak birimlerde yaklaşık 10^{20}'dir; m'yi ise yaklaşık 10^{19} olarak alırız, bu durumda ulaştığımız indirgenme süresi yaklaşık 10^{58} olur ve bu on milyon yıldan fazladır. Bu zamanın geniş olması güven vericidir, çünkü kuantum girişim etkileri tekil nötronlar için doğrudan gözlemlenmiştir.[118] Çok kısa bir indirgenme süresi elde etmiş olsaydık, bu bu tür gözlemlerle çelişen bir şey olurdu.

Daha "büyük ölçekli" bir şeyi, diyelim ki yarıçapı 10^{-5} cm olan çok küçük bir su zerresini düşünürsek saatlerle ölçülebilen bir indirgenme zamanı elde ederiz; zerrenin yarıçapı 10^{-4} cm (bir mikron) olursa bu şemaya göre indirgenme zamanı yaklaşık olarak bir saniyenin yirmide biri olur; eğer yarıçap 10^{-3} cm ise, o zaman da

[118] Zeilinger vd (1988).

bir saniyenin milyonda birinden daha az olur. Genel olarak uzamsal olarak yer değiştirmiş iki durumun üst üste binmesindeki bir cisim düşündüğümüzde, yalnızca ikisi arasındaki kütleçekimsel etkileşimi dikkate alarak, basitçe bu yer değiştirmeyi etkilemek için gerekli olacak olan enerjiyi ararız. Bu enerjinin tersi üst üste binmiş durum için bir tür "yarı ömrü" ölçer. Bu enerji ne kadar büyükse üst üste binmiş durumun var olma süresi o kadar kısa olur.

Gerçek bir deney durumunda kuantum üst üste binme yaşayan topakları çevredeki malzemeyi etkilemekten (ve onunla dolanık hale gelmekten) alıkoymak çok zordur; bunu engelleyemediğimizde söz konusu çevrede işin içine karışan kütleçekim etkilerini de düşünmek durumunda kalırız. Yaşanan bozulma çevrede önemli büyük ölçekli kütle hareketlerine neden olmasa bile bu önemlidir. Tekil parçacıklardaki çok küçük yer değiştirmeler bile, normalde büyük ölçekli bir "topak" hareketinden biraz daha büyük bir toplam kütle ölçeğinde olsa da, gayet önemli olabilir.



Şekil 6.7 Foton durumunun geçen kısmının bir topağı hareket ettirmek yerine sadece sıvı bir madde tarafından soğurulduğunu varsayalım.

Bu şemada çevrede gerçekleşecek bu tür bir bozulmanın etkisini netleştirmek için, topak hareket ettirme aygıtı yerini, yukarıdaki idealize edilmiş deneysel durumda aynanın içinden geçerse fotonu doğrudan *soğuran* bir sıvı madde topağına bıraksın (Şekil 6.7); bu durumda şimdi topağın kendisi "çevre" rolünü oynamaktadır. Birbirinden büyük ölçekli olarak ayrı iki durum arasındaki doğrusal bir üst üste binmeyi düşünmek yerine, topağın bir parçasının bedensel olarak diğerine göre hareket ettirilmiş olması sayesinde şu anda bir parçacık diziliminin diğerinden rastgele şekilde farklı yerleştiği iki atomik konum dizilimi arasındaki farkla ilgilenmekteyiz. Şimdi a yarıçapındaki bir olağan sıvı madde topağı için, topağın kolektif hareketi için geçmişte uygun

olan $10^{186}/a^5$ yerine, belki de (bir ölçüde yapılan varsayımlara bağlı olarak) $10^{130}/a^3$ mertebesinde bir indirgenme zamanı bulmayı bekleyebiliriz. Bu, indirgemeyi etkilemek için, bedensel olarak hareket ettirilen bir topakta olacağından biraz daha büyük topaklara ihtiyaç duyulacağına işaret eder. Ancak bu şemaya göre büyük ölçekli herhangi bir toplam hareket olmasa bile, indirgeme *yine de* gerçekleşecektir.

§5.8'deki kuantum girişimi tartışmamızda foton ışınının yolunu kesen malzeme engelini hatırlayın. Büyük ölçekli dünyamızda gerçekten gözlemlenebilir hiçbir şey gerçekleşmemesine rağmen, bir fotonun böyle bir engel tarafından yalnızca *soğurulması* (ya da soğurulma potansiyelinin olması) **R**'yi etkilemeye yeterlidir. Ele alınan sistemle *dolanık* bir çevrede belli bir bozulmanın **R**'yi etkilemeye nasıl yeterli olduğunu ve böylelikle daha geleneksel FAPP işlemleriyle temas kurulduğunu göstermektedir.

Gerçekten de hemen hemen bütün pratik ölçüm süreçlerinde çevredeki çok büyük sayılardaki küçük ölçekli parçacığın tahrik olması kuvvetle muhtemeldir. Burada ileri sürülen fikirlere göre baskın etki genellikle *bu* olacaktır; yukarıda betimlenen "topak yer değişiminde" olduğu gibi cisimlerin büyük ölçekli bedensel hareketi değil. Deney koşulları çok dikkatli kontrol edilmedikçe, büyüklüğe sahip bir cismin büyük ölçekli bir hareketi, çevresinde çok büyük bir tahrik yaratacaktır ve *çevrenin* indirgenme zamanının (b su yoğunluğunun dolanık çevresinin kapladığı bölgenin yarıçapı olmak üzere, belki de yaklaşık $10^{130}/b^3$) cismin kendisinin indirgenme zamanı olan $10^{186}/a^5$'e baskın çıkması (diğer bir deyişle ondan çok daha küçük olması) muhtemeldir. Örneğin tahrik olan çevrenin yarıçapı b bir milimetrenin onda biri kadar küçük olsaydı, indirgeme sadece bu nedenle bir saniyenin milyonda biri mertebesinde bir şey içerisinde gerçekleşecekti.

Bu betimleme §6.6'da aktarılan geleneksel betimlemeyle birçok ortak noktaya sahiptir ama şimdi **R**'nin bu çevre içerisinde *gerçekten* gerçekleşmesi için *kesin* bir ölçüte sahibiz. §6.6'da hakiki fiziksel gerçekliğin bir betimlemesi olarak geleneksel FAPP betimlemesine getirilen itirazları hatırlayın. Burada sunulan gibi bir ölçütle bu itirazlar artık geçerli değildir. Aktardığımız düşünceye göre çevrede yeterli bozulma bir kez oldu mu, indirgeme bu

çevrede hızla ve *gerçekten* yaşanacaktır ve ona bu çevrenin dolanık olduğu "ölçüm aletinin" indirgenmesi de eşlik edecektir. Hiçbir şey bu indirgemeyi tersine çeviremez ve başlangıçtaki dolanık durumun yeniden hâkim olmasını sağlayamaz; teknolojide hayal edilebilecek olağanüstü ilerlemeler bile bunu değiştirmez. Dolayısıyla şu anki betimlemede olduğu gibi ölçüm aletinin aslında ya **EVET** ya da **HAYIR** kaydetmesi bir çelişki yaratmaz.

Bu özellikte bir betimlemenin birçok biyolojik işlemde geçerli olduğunu hayal ettiğimde bu, bir mikronun çapından çok daha küçük boyutlardaki biyolojik yapıların sık sık klasik nesneler gibi davranabilmesini açıklamaktadır. Yukarıda bahsedilen anlamıyla çevresiyle çok fazla dolanık olması sayesinde bir biyolojik sistemin *kendi* durumu da, *çevresinin* sürekli indirgenmesi yüzünden sürekli olarak indirgenecektir. Öte yandan bazı nedenlerden dolayı bir biyolojik sistem açısından, durumunun uygun koşullar altında uzun bir süre için *indirgenmeden* kalmasının çok daha uygun olabileceğini hayal edebiliriz. Böyle durumlarda sistemin bir biçimde çevresinden etkin şekilde yalıtık olması gerekir. Bu düşünceler bizim için daha sonra önemli olacak (§7.5).

Vurgulanması gereken bir nokta da şu: Üst üste binmiş durumun ömrünü tanımlayan enerji, durumla ilgili *toplam* (kütle–) enerji değil, bir enerji *farkıdır*. Bu nedenle oldukça büyük ama çok fazla hareket etmeyen bir topakta (aynı zamanda kristalli yapıda olduğunu ve böylece atomlarının tek tek rastgele yer değiştirmediğini de varsayarsak) kuantum üst üste binmeler uzun bir süre korunabilir. Topak yukarıda düşünülen su damlacıklarından çok daha büyük olabilir. Etrafta, ilgilendiğimiz üst üste binmiş durumla önemli bir dolanıklığa girmemeleri koşuluyla, başka çok daha büyük kütleler de olabilir. (Bu düşünceler tutarlı şekilde salınan katı –belki de kristal yapılı– cisimler kullanan kütleçekim dalga saptayıcıları gibi katı durum aletleri için önemli olacak.[119])

Şu ana dek büyüklük dereceleri oldukça makul gözüküyor ama fikrin daha sıkı bir incelemeyi başarıyla aşıp aşmadığını görmek için daha çok çalışma gerekiyor. Standart kuramın, şu anki önerilerin bu tür üst üste binmelerin elde edilemeyeceğini söylediği bir düzeyde, büyük ölçekli kuantum üst üste binmelerine bağlı

[119] Weber (1960), Braginski (1977).

etkileri öngördüğü deney koşullarını bulmak önemli bir test olacaktır. Geleneksel kuantum beklentileri böyle durumlarda gözlemle desteklenirse, benim savunduğum fikirlerin terk edilmesi ya da en azından ciddi değişiklikler geçirmesi gerekir. Gözlem üst üste binmelerin elde edilemediğine işaret ederse, bu şu anki fikirlere destek anlamına gelir. Ne yazık ki henüz uygun deneyler için pratik önerilerle karşılaşmış değilim. Süperiletkenler ve SQUID'ler gibi (süperiletkenlerle gerçekleşen büyük ölçekli kuantum üst üste binmelerine bağlı olan) aletler bu konularla ilgili umut verici bir deney alanı sunuyor gibi gözüküyor (*bkz.* Leggett 1984). Fakat benim desteklediğim fikirler bu durumlara doğrudan uygulanmadan önce biraz daha geliştirilmeye ihtiyaç duyuyor. Süperiletkenlerle üst üste binmiş farklı durumlar arasında çok küçük kütle yer değiştirmeleri gerçekleşiyor. Fakat bunun yerine önemli bir *momentum* yer değişimi görülüyor ve şu anki fikirlerin bu durumu kapsayabilmesi için daha fazla kuramsal geliştirmeye gereksinim duyuluyor.

Yüklü bir parçacığın varlığının çevredeki buhardan düşen küçük damlacıkların yoğuşması sayesinde tespit edildiği bir sis odasındaki basit durumu ele almak için bile yukarıda ileri sürülen fikirlerin yeniden formüle edilmesi gerekir. Diyelim ki karşımızda yüklü bir parçacığın, parçacığın sis odası içerisindeki bir yerde olması ile parçacığın odanın dışında olmasının doğrusal bir üst üste binmesinden oluşan bir kuantum durumu var. Parçacığın durum vektörünün odanın içerisinde olan kısmı bir damlacığın oluşumunu başlatır, ancak parçacığın dışarıda olduğu kısım başlatmaz; böylece durum şimdi büyük ölçekli olarak farklı iki durumun üst üste binmesinden oluşmaktadır. Bunlardan birinde sisten oluşan bir damlacık, diğerindeyse sadece eşdağılımlı buhar vardır. Üst üste binmiş olduğu düşünülen iki durumda, buhar moleküllerini benzerlerinden uzağa çekmede devreye giren kütleçekim enerjisini tahmin etmemiz gerekir. Fakat şimdi ek bir karmaşıklık daha vardır, çünkü yoğuşmamış buhar ile damlacığın kütleçekim *öz*–enerjisi arasında da bir fark vardır. Bu tür durumları da kapsamak için yukarıdaki ölçütlendirmenin *farklı* bir formülasyonu uygun düşebilir. Bu durumda kuantum doğrusal üst üste binme içerisinde olduğu düşünülen iki durumun kütle

dağılımları arasındaki *fark* anlamına gelen, bu kütle dağılımının *kütleçekim özenerjisini* değerlendirebiliriz. Bu özenerjinin tersi, indirgenme zamanı ölçeği için alternatif bir öneridir (*krş.* Penrose 1994b). Aslında bu alternatif formülasyon daha önce düşünülen durumlarda öncekiyle tamamen aynı sonucu verir, ama sis odası örneğinde biraz daha farklı (daha hızlı) bir indirgenme zamanına ulaşılır. Hatta indirgenme zamanları için, bu alt başlığın başında tasarlandığı gibi bir topağın sert yer değiştirmesinde görülen basit iki durum üst üste binmesinde birbiriyle uyuşsalar da, belirli durumlarda farklı yanıtlar veren çeşitli alternatif genel şemalar vardır. Diósi'ninki (1989) böyle bir özgün şemadır (Ghirardi, Grassi ve Rimini'nin işaret ettiği, aynı zamanda çare de sunduğu bazı zorluklarla karşılaşmıştır). Burada bu çeşitli öneriler arasında bir ayrıma gitmeyeceğim; bunların hepsi bundan sonraki bölümlerde "§6.12'deki öneri" başlığı altında karşımıza çıkacak.

Burada ileri sürülen "indirgenme zamanı" için özel önerinin güdüleyici nedenleri nelerdir? Benim başlangıçtaki nedenlerim (Penrose 1993a) burada betimlenemeyecek kadar teknik kaldığı gibi, zaten pek ikna edici ve tam da değildi.[120] Biraz sonra bu tür bir fiziksel şema için bağımsız bir olay örneği sunacağım. Şu haliyle bu da tam olmasa da, gerekçelendirme durum vektörünün nihayetinde burada önerilen genel özelliklere sahip bir kütleçekim olgusu olmak zorunda olduğuna inanmamıza ek destek veren, altta yatacak güçlü bir tutarlılık gerekliliğini sağlıyor gibi gözüküyor.

GRW tipi şemalarda *enerjinin korunumu* problemine daha önce §6.9'da işaret edilmişti. Parçacıkların yaşadığı "isabetler" (dalga fonksiyonları kendiliğinden Gauss fonksiyonlarıyla çarpıldığında) enerji korunumunda küçük ihlallerin gerçekleşmesine sebep olur. Dahası bu tür bir süreçte yerel olmayan bir enerji transferi var gibi gözükmektedir. Bu **R** işleminin *gerçek* bir fiziksel etki olarak kabul edildiği bu genel tipteki kuramların bir özelliği (ve görünen o ki kaçınılmaz bir özelliği) gibi gözüküyor. Kanımca

[120] Fakat KYU 7. Bölümde aktarılan genel motivasyonlar KYU'da verilen "bir graviton ölçütünü" desteklemekten daha ziyade, açıkçası burada taraf olunan (ve Penrose 1993a'da ileri sürülen) öneriyi daha fazla destekler gibi görünüyor. Bağlantıları daha kesin kurmak için daha fazla araştırma gerekiyor.

bu kütleçekim etkilerinin indirgeme sürecinde hayati bir rol oynadığı kuramlar için güçlü ek kanıt sağlıyor. Zira genel görelilikte enerjinin korunumu incelikli ve tarifi zor bir meseledir. Kütleçekim alanının kendisi enerji içerir ve bu enerji bir sistemin toplam enerjisine (bu nedenle de Einstein'ın $E = mc^2$'si gereği kütlesine) ölçülebilir şekilde katkı sağlar. Fakat bu gizemli bir yerel olmayan yolla boş uzayda yer alan bulutsu bir enerjidir.[121] PSR 1913 + 16 ikili pulsar sisteminden kütleçekim dalgaları formunda dışarı taşınan kütle–enerjiyi hatırlayın (*krş.* §4.5); bu dalgalar boş uzayın yapısı içerisindeki dalgalanmalardır. İki nötron yıldızının karşılıklı çekim alanlarında tutulan enerji de dinamiklerinin göz ardı edilemeyecek önemli bir bileşenidir. Fakat boş uzayda bulunan bu enerji türü özellikle kaygan bir yapıdadır. Enerji yoğunluğunun yerel katkılarının üst üste "toplanmasıyla" elde edilemez; hatta uzayzamanın belirli bir bölgesinde de yerelleştirilemez (*bkz.* KYU, s:220–221). **R** işleminin aynı derecede kaygan nitelik taşıyan yerel olmayan enerji problemlerini klasik kütleçekimin problemleriyle bağlantılandırmak ve tutarlı bir genel betimleme sağlamak için birini diğeriyle dengelemek çok cezbedici bir düşüncedir.

Burada ileri sürdüğüm öneriler bu genel tutarlılığı sağlıyor mu? Bu hale getirilebilmelerinin yüksek bir olasılığa sahip olduğuna inanıyorum, ama bunu başarmak için kesin çerçeveye henüz ulaşmış değiliz. Fakat ilkesel olarak bunun iyi bir araştırma sahası olduğunu kesinlikle görebiliyoruz. Zira daha önce bahsettiğimiz gibi indirgenme sürecini kararsız bir parçacık ya da çekirdeğin bozunumu gibi bir şey olarak düşünebiliriz. Bir topağın iki farklı yerde üst üste binmiş durumunu, karakteristik bir "yarı ömür" zaman ölçeği ardından daha kararsız başka bir şeye bozunan kararsız bir çekirdek gibi düşünün. Üst üste binmiş topak yerlerini de, benzer şekilde kendisine özgü (kabaca, ortalama olarak ayrılmanın kütleçekim enerjisinin tersiyle ulaşılan) bir yaşam süresinin ardından topağın (olası iki bozunum tavrı göstererek) ya bir yerde ya da diğerinde olduğu bir duruma bozunan bir kararsız kuantum durumu gibi düşünebiliriz.

Şimdi de Heisenberg'in belirsizlik ilkesinin bir sonucunu hatırlayalım: Parçacıkların ya da çekirdeklerin bozunumlarında

[121] *Bkz.* Penrose (1991a); ayrıca KYU s. 220–221.

bozunum sürecinin yaşam süresi (buna yarı ömür diyelim) başlangıçtaki parçacığın kütle–enerjisindeki küçük bir *belirsizliğin* ters değeridir. (Örneğin bir kurşun çekirdeğinin içerisine bir α parçacığının salımı sonucu bozunan kararsız bir polonyum–210 çekirdeğinin kütlesi kesin olarak tanımlanmış değildir ve belirsizlik bozunum zamanının tersi düzeyindedir; bu örnekte bu yaklaşık 138 gündür ve bu da kütle belirsizliğinin yalnızca polonyum çekirdeğinin kütlesinin yaklaşık 10^{-34}'ü kadar olduğu anlamına gelir! Fakat bireysel kararsız parçacıklarda belirsizlik kütlenin çok daha büyük bir oranıdır.) Bu nedenle indirgenme sürecinde karşılaşılan "bozunum" *da* başlangıç durumunun enerjisinde asli bir belirsizliğe sahip olmalıdır. Bu belirsizlik elimizdeki öneriye göre esasen üst üste binmiş durumun kütleçekim özenerjisinin belirsizliğinden kaynaklanır. Böyle bir kütleçekim özenerjisi, genel görelilikte birçok zorluğa neden olan ve yerel enerji yoğunluk katkılarının toplanmasıyla hesaplanamayan şu bulutsu yerel olmayan alan enerjisini kapsamaktadır. §6.10'da bahsettiğimiz üst üste binmiş iki farklı uzayzaman geometrisi içerisindeki noktaların tanımlanmasındaki asli belirsizliği de içermektedir. Bu kütleçekim katkısının da üst üste binmiş durumun enerjisinde *asli* bir "belirsizliği" temsil ettiğini kabul edersek, burada önerilen yaşam süresiyle bir uyuşma elde ederiz. Bu nedenle şu anki şema iki enerji problemi arasında net bir tutarlılık bağlantısı sağlıyor gibi gözüküyor ve en azından bu yoldan ilerlenerek günün birinde tamamen tutarlı bir kurama ulaşılması olasılığı açısından son derece umut vericidir.

Son olarak burada bizim için özel bir öneme sahip iki soru var. Birincisi: Bu düşünce ve fikirler *beynin* faaliyeti açısından ne gibi bir rol oynamaya adaydır? İkincisi: Tamamen fiziksel temellere yaslanarak (uygun türdeki) *hesaplanamazlığın* bu kütleçekimsel olarak tetiklenen indirgenme sürecinin bir özelliği olabilmesini beklememiz için nedenler var mıdır? Sıradaki bölümde gerçekten de ilgi çekici bazı olasılıklar olduğunu göreceğiz.

7

KUANTUM KURAMI VE BEYİN

7.1 Beynin işleyişinde büyük ölçekli kuantum eylemi mi var?

Beynin işleyişinin geleneksel bakış açısı uyarınca esasen klasik fizik temelinde anlaşılması ya da anlaşılır gözükmesi gerekir. Sinir sinyalleri normalde tıpkı bir bilgisayarın elektronik devrelerindeki akımlar gibi "açık ya da kapalı" bir olgu olarak kabul edilir; *ya* gerçekleşmekte *ya da* gerçekleşmemektedir, kuantum eylemlerinin karakteristik özelliği olan alternatiflerin gizemli *üst üste binmelerine* burada yer yoktur. *Altta yatan* düzeylerde kuantum etkilerinin kendi rollerini oynadıkları kabul edilmesine karşın, biyologlar bu ilkel kuantum bileşenlerinin büyük ölçekli sonuçlarını tartışırken genel olarak klasik çerçeveden ayrılmaya gerek olmadığı görüşünü taşır gibi gözükmektedirler. Atomların ve moleküllerin etkileşimlerini düzenleyen kimyasal kuvvetler de kuantum mekanik kaynaklıdır ve bir nörondan diğerine *sinaptik yarıklar* adı verilen küçük boşluklardan geçerek sinyalleri taşıyan *nöro-iletici* maddelerin davranışlarını yöneten de büyük ölçüde kimyasal faaliyettir. Benzer şekilde sinir sinyal iletimini fiziksel olarak kontrol eden faaliyet potansiyellerinin de kuantum mekanik kaynaklı olduğu kabul edilir. Yine de nöronların kendi davranışları ve birbirleriyle ilişkilerini tamamen klasik şekilde modellemenin gayet uygun olduğu genel olarak varsayılıyor gibi gözükmektedir. Bu çerçevede beynin bir bütün olarak fiziksel işleyişini bir *klasik* sistem gibi modellemenin tümüyle uygun bir tutum olduğuna genel olarak inanılmakta, kuantum fiziğinin daha derin ve gizemli özellikleri betimlemenin içerisine dahil edilmemektedir.

Bu yaklaşıma göre öyleyse bir beyinde gerçekleşebilecek herhangi bir önemli etkinliğin de *ya* "gerçekleşiyor" *ya da* "gerçekleşmiyor" şeklinde kabul edilmesi gerekmektedir. *Eşanlı olarak* "gerçekleşme" *ve* "gerçekleşmeme"ye (karmaşık sayı ağırlık çarpanlarıyla) izin veren kuantum kuramının garip *üst üste binmeleri* bu yaklaşım gereği önemli bir rol oynamıyor olarak kabul edilecektir. Etkinliğin küçük–ölçek–altı bir düzeyinde böylesi kuantum üst üste binmelerin "gerçekten" gerçekleştiği kabul edilebilirse de, bu tür kuantum olgularının karakteristik özelliği olan girişim etkilerinin ilgilenilen büyük ölçeklerde bir rol oynamadığına inanılmaktadır. Bu nedenle bu tür üst üste binmelerin sanki istatistiksel karışımlarmışçasına ele alınmasının yeterli olduğu düşünülmekte ve beyin etkinliğinin klasik modellemesi mükemmel şekilde başarılı bir FAPP (pratik bütün anlamlarda geçerli) olmaktadır.

Fakat karşıt görüşler de vardır. Ünlü nörofizyolog John Eccles sinaptik etkinlikte kuantum etkilerinin önemini vurgulamıştır (özellikle *bkz.* Beck ve Eccles (1992), Eccles (1994)). Presinaptik kesecik ızgarasının (beynin piramit hücreleri içerisindeki bir parakristal altıgen kafes) uygun bir kuantum bölgesi olduğuna dikkat çeker. Aynı zamanda başka kimseler de (hatta ben; *krş.* KYU, s: 400–401 ve Penrose 1987) retinadaki (teknik olarak beynin parçasıdır) ışığa duyarlı hücrelerin az sayıda fotona yanıt verebilmesi (Hech vd. 1941) (hatta uygun koşullarda *tek* bir fotona bile duyarlı olması; Baylor vd. 1979) olgusundan bir çıkarım yapmaya ve beynin içerisinde aynı zamanda esasen kuantum saptama aletleri de olan uygun nöronlar olabileceğini tartışmaya açmaya çalışmıştır.

Kuantum etkilerinin beynin içerisinde çok daha büyük faaliyetleri tetikleyebileceği olasılığını düşünerek kimi kişiler böylesi koşullarda *kuantum belirsizliğinin zihnin* fiziksel beyni etkilemesi için kapıyı açan şey olabilmesi umudunu taşıdıklarını ifade etmiştir. Burada açık ya da gizli biçimde *düalist* bir bakış açısı benimsenmesi muhtemeldir. Belki de "dışsal bir zihnin" "özgür iradesi" bu tür belirlenimci olmayan süreçlerin sonucunda gerçekleşen kuantum seçimlerini etkileyebilmektedir. Bu bakışa göre düalistin "zihin şeylerinin" beynin davranışı üzerindeki etkisini kuantum kuramının **R** sürecinin faaliyeti yoluyla göstereceği kabul edilebilmektedir.

Bu tür varsayımların doğruluk değeri, özellikle de standart kuantum kuramında kuantum belirsizliği, bu düzeyde her zaman belirlenimci U evrimi geçerli olduğundan kuantum düzeyinde *gerçekleşmediği* için benim açımdan belirsiz durumdadır. **R**'nin belirsizliğinin gerçekleşmiş sayılacağı tek yer kuantumdan klasik düzeylere büyütme sürecindedir. Standart FAPP yaklaşımında bu belirsizlik yalnızca yeterli miktarda çevre kuantum olayıyla dolanık hale geldiğinde "gerçekleşen" bir şeydir. Aslında §6.6'da gördüğümüz üzere standart yaklaşımda "gerçekleşme" ne demek o bile net değildir. Geleneksel kuantum fizik temelinde kalarak, kuramın yalnızca bir foton, atom ya da küçük bir molekül gibi tekil bir parçacığın kritik şekilde işe karıştığı düzeyde bir belirsizliğin gerçekleşmesine izin verdiğini düşünmek zor olacaktır. (Örneğin) bir fotonun dalga fonksiyonu fotona duyarlı bir hücreyle karşılaştığında, sistemin "kuantum düzeyinde" kaldığı düşünülebildiği müddetçe belirlenimci kalan (U'nun etkinliği) bir olaylar dizisini başlatır. Nihayetinde çevrenin önemli bir bölümü tahrik olur ve geleneksel bakışla **R**'nin FAPP (pratik bütün anlamlarda) gerçekleştiği düşünülür. "Zihin şeylerinin" sistemi bir şekilde sadece bu belirsiz aşamada etkilediği ileri sürülür.

Benim bu kitapta destekleyerek tanıtımını yaptığım (*krş.* §6.12) durum indirgenmesi yaklaşımına göre **R** sürecinin *gerçekten* etkin hale geldiği düzeyi bulmak için, kuantum durumunda ciddi miktarlarda (çapı mikronlar ile milimetreler arasında ya da işin içine önemli bir kütle hareketi karışmıyorsa belki de daha fazla) maddenin dolanık hale geldiğinde önem kazanan oldukça büyük ölçeklere bakmak zorundayız. (Bundan böyle bu oldukça belirgin ancak farazi işlemi *nesnel indirgenme*[122] için kısaltma olarak kullanacağım **OR** ifadesiyle* göstereceğim.) Her ne olursa olsun, eğer

[122] KYU'da buna benzer şey için "doğru kuantum kütleçekim" (*"correct quantum gravity"*–COQ) ifadesini kullandım. Burada vurgu biraz daha farklıdır. Bu işlemin köklü bir problem olan tamamıyla tutarlı bir kuantum kütleçekim kuramının bulunmasıyla bağlantısını vurgulamak istemiyorum. Burada vurgu daha çok kayıp temel bir hesaplanamaz bileşenle birlikte §6.12'de ileri sürülen özgün varsayımlarla uyumlu olacak bir işleme yapılmaktadır. OR kısaltmasının kullanımı şu ek vurguya da sahip: Nesnel bir indirgenme sürecinde fiziksel sonuç da daha önce gerçekleşen bileşik üst üste binmenin aksine, bir şey *ya da* diğer şeydir.

* OR İngilizce *"objective reduction"* (nesnel indirgenme) ifadesinin baş harflerinden oluşmaktadır ve ayrıca "ya da" anlamını taşımaktadır –çn.

bir dış "zihnin" fiziksel davranış üzerinde etki sahibi olabildiği bir yer arayışına çıktığımız yukarıdaki düalist yaklaşıma (muhtemelen kuantum kuramının saf rastlantısallığının yerine daha incelikli bir şey koyma yoluyla) bağlı kalmaya çalışacaksak, o halde "zihnin" etkisinin tekil kuantum parçacıklarından çok daha büyük bir ölçekte nasıl devreye girebildiğini de bulmak zorundayız. Kuantum düzeyi ile klasik düzey arasındaki geçiş noktasının neresi olduğunu aramak zorundayız. Geçen bölümde gördüğümüz gibi bu geçiş noktasının olup olmadığı, varsa ne ve nerede olduğu konusunda genel bir uzlaşma yoktur.

Benim görüşüme göre **R**'nin faaliyetinde ortaya çıkar gibi görünen seçimleri bir şekilde etkileyen ve bedene (mantıksal olarak) *dışsal* düalist bir "zihnin" var olduğunu düşünmenin bilimsel yönden çok faydalı olmadığı açık. "İrade" **R**'yle gerçekleşen doğanın alternatif seçimini bir şekilde etkileyebiliyorsa, o zaman neden deney yapan kişi "irade gücünün" harekete geçmesiyle bir kuantum deneyinin sonucunu etkilemeyi başaramıyor? Bu mümkün olabilseydi, kuantum olasılıklarının yarattığı ihlallerle bol bol karşılaşırdık! Kendi adıma ben böyle bir betimlemenin gerçeğe yakın olabileceğine inanamıyorum. Kendisi fizik yasalarına bağlı olmayan dışsal bir "zihin şeyine" sahip olmak, bizi makul bilimsel bir açıklama olarak adlandırılabilen şeyin dışına taşır ve çareyi $\mathscr{D}$ yaklaşımında bulur (*krş.* §1.3).

Fakat doğası gereği kendisini bilimsel tartışmaya tabi kılacak açık kurallardan yoksun olduğu için böyle bir yaklaşıma titiz bir karşı çıkış geliştirmek de zordur. Bilimin zihin meselelerine yanıt vermekte sonsuza dek yetersiz kalmak durumunda olduğuna ($\mathscr{D}$ yaklaşımı) şu veya bu nedenle inanan okurların kuşkusuz bugün sahip olduğu itiraf edilen sınırlı ölçeğin çok daha ötesine genişlemiş hale gelecek bir bilimin sınırları içerisinde nelere ulaşılabileceğini görmek için sabırlı olmalarını rica ediyorum. "Zihin" fiziki bedene bu kadar dışsal bir şeyse, ona atfedilen bu kadar çok şeyin fiziki bir beynin özellikleriyle bu kadar yakından bağlantılı olmasının nasıl mümkün olduğunu anlamak zordur. Bence beyinleri oluşturan gerçek fiziksel "maddi" yapıları ve ayrıca "maddi" bir yapının şeylerin kuantum düzeyinde *ne* olduğu sorusunu da çok daha derinden araştırmak zorundayız! Fikrimce doğanın kökle-

rinde yatan gerçekleri çok daha derinlikli bir şekilde araştırmaktan kaçmak mümkün değildir.

Buna rağmen en azından bir şey net olarak gözüküyor. Sadece tekil parçacıkların, atomların ya da hatta küçük moleküllerin kuantum etkilerine değil, kuantum doğalarını çok daha büyük bir ölçekte açıkça koruyan kuantum sistemlerinin etkilerine de bakmak zorundayız. Büyük ölçek kuantum eşevreliliği olmasaydı yerel olmama, kuantum paralellik (eşanlı olarak gerçekleştirilen üst üste binmiş birkaç eylem) ya da karşı-olgusallık etkileri gibi güç algılanan kuantum düzeyi etkilerinin klasik beyin faaliyeti düzeyine ulaşıldığında herhangi bir önem taşıma olanağı da olmazdı. Kuantum durumunun kendi çevresinden yeterince "korunması" olmasaydı bu tür etkiler çevrenin doğasında olan rastlantısallıkta, başka bir ifadeyle beyni oluşturan biyolojik malzeme ve sıvıların rastgele hareketleri içinde derhal kaybolurdu.

Kuantum eşevrelilik nedir? Bu olgu çok sayıda parçacığın çevreyle esasen dolanıklaşmadan kaldıkları tekil bir kuantum durumunda toplu bir işbirliği yapabildiği koşullara karşılık gelir. ("Eşevrelilik" kelimesi genel olarak farklı yerlerdeki salınımların birbirleriyle tempolu olmaları gerçeğine karşılık gelir. Burada *kuantum* eşevrelilik dediğimizde dalga fonksiyonunun salınımlı doğasıyla ilgileniyoruz ve eşevrelilik tekil bir kuantum durumuyla uğraşmamız gerçeğine gönderme yapıyor.) Bu tür durumlar en çarpıcı şekilde (elektrik direncin sıfıra düştüğü) süperiletkenlik ve (sıvı sürtünmesi ya da viskozitenin sıfıra düştüğü) süperakışkanlık olgularında gerçekleşir. Bu tür olguların karakteristik bileşeni, bu kuantum durumunu bozacaksa çevre tarafından açılması gereken bir *enerji gediğinin* varlığıdır. Bu çevredeki sıcaklık aşırı yüksekse ve böylece çevredeki parçacıkların enerjisi bu gediği açmalarına yetecek ve durumla dolanıklaşacak kadar büyükse, o zaman kuantum eşevrelilik bozulur. Bu yüzden süperiletkenlik ve süperakışkanlık olgularının normalde sadece çok düşük sıcaklıklarda, mutlak sıfırın birkaç derece üstünde gerçekleştiği tespit edilmiştir. Bunun gibi nedenlerden dolayı kuantum eşevrelilik etkilerinin insan beyni gibi "sıcak" bir nesneyle, hatta herhangi bir biyolojik sistemle nasıl bir ilgiye sahip olabileceği hakkında genel bir kuşkuculuk baş göstermiştir.

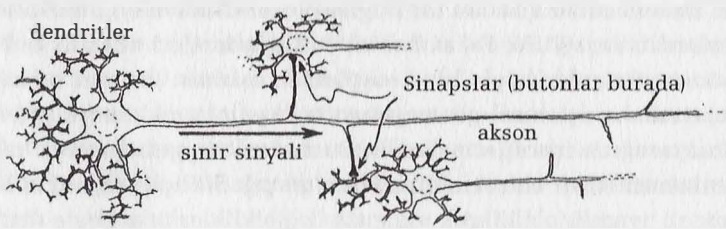
Fakat son yıllarda elde edilen dikkate değer bazı deneysel bulgular süperiletkenliğin uygun maddelerle 115K'ya bile çıkabilen çok daha yüksek sıcaklıklarda gerçekleşebildiğini gösterdi (*krş.* Sheng vd. 1988). Bu yaklaşık –158°C ya da –212°F olduğu için biyolojik açıdan bakıldığında hâlâ çok soğuktur ve sıvı nitrojenden yalnızca çok az daha sıcaktır. Laguës vd'nin (1993) süperiletkenliğin sadece "Sibirya" soğuklarında, – 23°C ya da – 10°F'ta var olduğunu gösteren gözlemleriyse daha da dikkat çekicidir. Biyolojik açıdan halen "soğuk" tarafta olmasına karşın böyle bir *yüksek sıcaklıkta süperiletkenliğin* varlığı, biyolojik sistemlere de uyan kuantum uyumlu etkilerin olabileceği sanısına güçlü bir destek sağlamaktadır.

Aslında *yüksek sıcaklıkta süperiletkenlik* olgusu gözlenmeden çok önce, seçkin fizikçi (1930'lu yıllarda "olağan" düşük sıcaklıkta süperiletkenliğin anlaşılmasında çok büyük bir buluşa imza atmış olan) Herbert Fröhlich biyolojik sistemlerde kolektif kuantum etkilerinin bir rol oynayabileceğini ileri sürmüştü. Çalışmasına itilim kazandıran şey 1938 gibi epey eski bir tarihte gözlemlenen anlaşılmaz bir olguydu ve Fröhlich 1968 yılında (bu konuyu araştırırken şaşkınlıkla öğrendiğim üzere erkek kardeşim Oliver Penrose ve Lars Onsager'e (1956) borçlu olduğumuz bir kavrama da yer vererek) etkin hücreler içerisinde biyolojik kuantum eşevrelilik olgusunun sonucu olarak 10^{11} Hz'te mikrodalga elektromanyetik ışımayla tınlaşan titreşimli etkilerin olması gerektiğini ileri sürdü. Etkiler düşük bir sıcaklığa ihtiyaç duymuyor ve metabolik dürtünün büyük enerjisinin varlığından ortaya çıkıyordu. Günümüzde Fröhlich'in 1968 yılında öngördüğü etkinin tamamen aynısının birçok biyolojik sistemde görüldüğüne ilişkin güvenilir gözlemsel kanıtlara sahibiz. Bunun beyin faaliyetiyle ne ilişkisi olabileceğini daha sonra (§7.5) görmeye çalışacağız.

7.12 Nöronlar, sinapslar ve bilgisayarlar

Geldiğimiz noktada her ne kadar biyolojik sistemlerde gerçekten önemli bir rol oynayan belirgin bir kuantum eşevrelilik olasılığı bulmak umut verici olsa da, an itibariyle henüz beyin faaliyetiyle doğrudan ilişkili olabilecek olan şeyler arasında açık bir bağlantı yok. Beyin konusundaki kavrayışımız çoğu henüz çok

ilkel düzeyde olsa da, nöronların ve onları bağlayan sinapsların esasen günümüzdeki elektronik bilgisayarlardaki transistörler ve tellerinkine benzer bir rol oynar gibi gözüktüğü klasik (asıl olarak McCullough ve Pitts'in 1943 yılında ileri sürdüğü) bir betimlemeye ulaşmamızı sağladı. Nöronun esas hücre kısmından (soma) dışarıya yollanan klasik sinir sinyalleri *akson* adı verilen çok uzun bir liften geçerler ve bu akson çeşitli yerlerde ayrı teller şeklinde çatallanır (Şekil 7.1). Her tel sonunda sinyalin iletildiği bağlantı noktası olan bir *sinaps*a ulaşır ve sinaptik bir yarıktan geçerek genellikle bir sonraki nörona bağlanır. Nöro-iletici kimyasalların bir önceki nöronun ateşlediği mesajı bir (nöron) hücreden diğerine hareket ettirerek taşımaları bu aşamada gerçekleşir. Bu sinaptik kesişme genelde bir sonraki nöronun ağaca benzer *dendritinde*, burada olmazsa *somasında* gerçekleşir. Bazı sinapslar sıradaki nöronun ateşlenmesini büyütmeye eğilim gösteren nöro-ileticileriyle doğal uyarıcıyken, bazıları da engelleyicidir ve bunların (farklı) nöro-iletici kimyasalları nöronun ateşlenmesini engellemeye eğilimlidir. Sıradaki nöron üzerinde farklı sinaptik eylemlerin etkileri birbirine eklenir (uyarıcı "artı", engelleyici "eksi") ve belli bir eşiğe ulaşıldığında da sıradaki nöron ateşlenir.[123] Daha doğrusu ateşlenmesi yüksek bir *olasılığa* sahip olur. Bu tür süreçlerin hepsinde işin içine belli bazı şans etmenleri de girer.



Şekil 7.1 Diğer nöronlara sinapslar aracılığıyla bağlanmış bir nöronun çizimi.

[123] En azından geleneksel betimleme böyleydi. Bugün yeni kanıtlar bu basit "toplamalı" betimlemenin ciddi bir aşırı basitleştirme olabileceğini ve bireysel nöronların dendritleri içerisinde bir tür "bilgi işlemenin" gerçekleşiyor olabileceğini gösteriyor. Bu olasılık Karl Pribram ve diğerleri (krş. Pribram 1991) tarafından vurgulandı. Bu genel çerçevede ilk öngörüler de Alwyn Scott'a aitti (1973, 1977 ve bireysel hücreler içerisinde "zekâ" olma olasılığı için örneğin krş. Albrect–Bühler 1985). Tekil nöronlarda karmaşık "dendritsel işleme" olabilmesi §7.4'teki tartışmalarla uyumludur.

Bu betimlemenin, sinaptik bağlantılar ve bunların etkinliklerinin sabit tutulduğunu varsaydığımızda, ilkesel olarak etkin şekilde hesaplamalı olarak simüle edilebilir bir betimleme olduğuna en azından şu ana kadar hiç kuşku yok. (Rastlantısal bileşenler elbette herhangi bir hesaplamalı problem oluşturmuyorlar, *krş.* §1.9). Aslında burada aktarılan nöron–sinaps betimlemesinin (sabit sinapslar ve sabit etkinliklerle) esasen bir bilgisayar betimlemesine *denk* olduğunu görmek zor değil (*krş.* KYU, s:392–396). Fakat *beyin esnekliği* olarak adlandırılan bir olgu yüzünden bu bağlantılardan en azından bazılarının etkinliği zaman içerisinde, hatta bağlantıların kendisinin de değişme süresi olan bir saniyeden daha az bir zaman ölçeğinde değişebilmektedir. Önemli bir soru şudur: Bu sinaptik değişiklikleri hangi süreçler yönetmektedir?

Bağlantıcı modellerde (yapay nöral ağlarda da benimsendiği üzere) sinaptik değişiklikleri yöneten bir çeşit *hesaplamalı kural* vardır. Bu kural sistemin dış girdileriyle bağlantılı olarak önceden belirlenmiş belli ölçütler temelinde geçmiş performansını geliştirebileceği bir şekilde belirtilmektedir. Donald Hebb 1949 yılı gibi erken bir tarihte bu tür basit bir kural önerisinde bulunmuştur. Modern bağlantıcı modeller orjinal Hebb işlemini çeşitli biçimlerde büyük oranda değiştirdiler.[124] Bu tür genel modellerde açıkça tanımlanmış *bir* hesaplamalı kural olması gerektiği açıktır, zira modeller sıradan bir bilgisayar tarafından uygulanabilen şeylerdir; *krş.* §1.5). Fakat benim 1. Kısımda ileri sürmüş olduğum argümanlar böyle bir hesaplamalı işlemin insanın bilinçli anlamasının işlemsel göstergelerinin hepsini açıklamaya yeterli olmayacağına işaret etmektedir. Bu nedenle uygun kontrol "mekanizması" türü olarak, en azından gerçek *bilinçli* etkinlikle bir miktar uyumlu olabilecek sinaptik değişiklikler örneğinde farklı bir şeyin varlığını aramak zorundayız.

Gerald Edelman'ın yakınlarda çıkan kitabı *Bright Air, Brilliant Fire*'da (1992) (ve daha önceki üçlemesinde, Edelman 1987, 1988, 1989) Hebb tipi kurallara sahip olmak yerine beynin içinde performansını bu bağlantıları yöneten bir tür doğal seçilim ilkesi sayesinde sürekli artırmasını sağlayan bir tür "Darwinci" ilkenin

[124] Örneğin *bkz.* Lisboa (1992).

işlediğini ileri sürmesi gibi (bu model ile bağışıklık sisteminin maddeleri "tanıma" becerisini geliştirme biçimi arasında önemli ortaklıklar vardır) başka bazı iddialar da ortaya atılmıştır. Bunlarda nöronlar arasında iletişimde rol oynayan nöro-ileticilerin ve diğer kimyasalların karmaşık rolüne önem verilmektedir. Fakat bu süreçlerin an itibariyle halen klasik ve hesaplamalı olduğu düşünülmekte ve böyle ele alınmaktadır. Hatta Edelman ve arkadaşları zihinsel etkinliğin temelinde yattığını ileri sürdükleri bu işlemleri artan karmaşıklık derecelerinde simüle etmeyi hedefleyen hesaplamalı olarak kontrol edilen (DARWIN I, II, III, IV vb isimlere sahip) bir dizi alet inşa etmişlerdir. Normal genel amaçlı bir bilgisayarın kontrol faaliyeti gerçekleştirmesi gerçeğinden hareketle, bu özel düzenlemenin de (belirli bir "aşağıdan yukarıya" kurallar sistemiyle) hesaplamalı olduğu sonucuna ulaşabiliriz. Böyle bir şemanın ayrıntıda diğer hesaplamalı işlemlerden ne kadar farklı olduğu önem taşımaz. Yine de 1. Kısımdaki tartışmada (özellikle *krş.* §1.5, §3.9 ve ek olarak §3.23'deki hayal ürünü diyalogda özetlenen gerekçeler) kapsanan başlıklar kapsamına girmektedir. Elimizde yalnızca bu argümanlar olduğunda sadece bu özelliklere sahip bir şeyin bilinçli bir zihnin gerçek modelini sağlayabilmesi son derece düşük bir olasılığa sahiptir.

Hesaplamalılığın deli gömleğinden kurtulmak için kontrol edici sinaptik bağlantılar için başka yollara gerek var ve her ne olacaksa bunun kuantum eşevreliliğin bir biçiminin önemli bir rol oynamasının gerektiği bir tür fiziksel süreci içermek zorunda olması kuvvetle muhtemeldir. Eğer bu süreç ya da işlem temelde bağışıklık sisteminin faaliyetine benzer ise, bu durumda bağışıklık sisteminin kendisi kuantum etkilerine bağlı olmak zorundadır. Belki gerçekten de bağışıklık sisteminin teşhis mekanizmasının özgün işleyişinde aslında, daha önce özellikle Michael Conrad (1990, 1992, 1993) tarafından vurgulandığı üzere kuantum karakterli bir şeyler vardır. Bu beni şaşırtmaz; ancak bağışıklık sisteminin işleyinde kuantum etkinliğine düşebilecek olası bu tür roller Edelman'ın beyin modelinde kilit bir önem taşımaz.

Sinaptik bağlantılar bir şekilde kuantum mekanik etkilerce kontrol ediliyor olsa bile, sinir sinyallerinin faaliyetinde esas itibariyle kuantum mekanik bir şeylerin olabileceğini düşünmek

zordur. Diğer bir deyişle, *ateşlenen* ve aynı anda *ateşlenmeyen* bir nöron içeren bir kuantum üst üste binmesinin nasıl düşünülebileceğini düşünmek zordur. Sinirler yoluyla iletimin sinirin etrafını saran yağlı miyelin kılıfı tarafından gayet iyi izole edilmesi gerçeğine karşın, sinir sinyalleri böyle bir betimlemeye inanmayı zor kılacak ölçüde büyük ölçekli gibi gözükmektedir. §6.12'de ileri sürdüğüm yaklaşımda (**OR**) bir nöron ateşlendiğinde nesnel durum indirgenmesinin hızla gerçekleşmesini beklemek zorundayız ve bunun nedeni büyük ölçekli çok kütle hareketi olması değil (standartlar açısından gerekenin de altındadır), sinir boyunca iletilen (sinir sinyalinin sebep olduğu) elektriksel alanın beyindeki malzemelerden oluşan çevrenin içerisinde saptanmaya eğilimli olmasıdır. Bu alan söz konusu malzemenin önemli bir miktarını rastlantısal biçimlerde bozacaktır ve bu görünüşe göre **OR**'un uygulanması için §6.12'de belirtilen ölçütü neredeyse sinyal başlar başlamaz sağlamaya yeterli bir miktar olacaktır. Bu nedenle nöron ateşlenmeleri ve nöron ateşlenmemelerinin kuantum üst üste binmelerini korumak olanaksız bir olasılık gibi gözükmektedir.

7.3 Kuantum hesaplama

Nöron ateşlenmesinin bu çevreyi bozucu özelliği daha önce KYU'da tartıştığım ve nöron gruplarının eşanlı ateşlenme ve ateşlenmemesinin kuantum üst üste binmesine ihtiyaç duyulan sert tipteki öneride benim en çok rahatsız edici bulduğum özelliktir. Şu andaki durum indirgeme ölçütü **OR**'yle **R** süreci daha öncekinden bile daha az bir çevresel bozulmaya maruz kalacaktır ve bu tür üst üste binmelerin önemli derecede korunabilme olasılığına inanmak da daha zordur. Daha önce nöron ateşlenmesinin farklı örüntülerinde eşanlı olarak çok sayıda üst üste binmiş ayrı "hesaplamalar" gerçekleştirmek olanaklı olsaydı, beyin tarafından sadece Turing hesaplamasının değil *kuantum hesaplama* türünde bir şeyin de başarılabileceği düşünülmüştü. Kuantum hesaplamanın beyin faaliyetinin bu düzeyinde gerçekleşebilmesinin açık olanaksızlığına karşın, bu yaklaşımdaki bazı yönleri incelemek faydalı olacaktır.

Kuantum hesaplama David Deutsch (1985) ve Richard Feynman (1985, 1986) tarafından temelleri oluşturulmuş (ayrıca *krş.* Benioff

(1982), Albert (1983)) ve ortaya atılmış bir kuramsal kavramdır ve günümüzde birçok kişi tarafından etkin şekilde araştırılmaktadır. Temel fikir klasik Turing makinesi yaklaşımının bir kuantum yaklaşımına doğru genişletilmesidir. Buna göre bu geliştirilen "makinenin" yerine getirdiği çeşitli işlemler kuantum düzeyindeki bir sisteme uygulanan kuantum yasalarına tabidir (üst üste binmelere de izin verilir). Bu nedenle aletin evrimini yöneten U etkinliğidir ve bu tür üst üste binmelerin korunması işleyişinin önemli bir parçasıdır. **R** işlemi yalnızca işlemin sonunda, hesaplamanın sonucunu saptamak için sistem "ölçüldüğünde" konuya dahil olur. Aslında (bu her zaman kabul edilmese de) hesaplamanın sonlanıp sonlanmadığını saptamak amacıyla hesaplama sürerken yer yer daha ufak biçimlerde **R** eylemine de başvurulması zorunludur.

Bir kuantum bilgisayarın *ilkesel olarak* zaten geleneksel bir Turing hesaplaması tarafından yapılanın ötesinde bir şey başaramadığı bulunmuş olmasına rağmen, kuantum hesaplamanın *karmaşıklık kuramı* (*krş.* Deutsch 1985) bağlamında Turing hesaplamasından üstün olabildiği bazı problem sınıfları vardır. Bu, söz konusu problem sınıflarında kuantum bilgisayarın geleneksel bilgisayardan ilkesel olarak çok daha *hızlı* (ama *yalnızca* hızlı) olduğu anlamına gelir. Kuantum bilgisayarların üstün olduğu ilginç bir problemler sınıfı için özellikle *bkz.* Deutsch ve Jozsa (1992). Üstelik Peter Shor tarafından yakınlarda duyurulan gerekçelendirme uyarınca, önemli bir problem olan büyük tamsayıları çarpanlarına ayırma problemi artık (çokterimli zamanda) kuantum hesaplama tarafından çözülebilmektedir.

"Standart" kuantum hesaplamada kuantum kuramının alışılmış kuralları benimsenir; dolayısıyla sistem tüm işleyişi boyunca esasen U işlemine göre ilerler ve **R** belirli bazı yerlerde devreye girer. Böylesi bir işlemde "hesaplamalı" kelimesinin *olağan* anlamıyla "hesaplamalı olmayan" hiçbir şey yoktur, zira U hesaplanabilir bir işlemdir ve **R** tamamen olasılıkçı bir işlemdir. Bir kuantum bilgisayarla ilkesel olarak başarılabilecek olan ne varsa ilkesel olarak rastgeleliği sağlayan aygıta sahip uygun bir Turing makinesiyle de başarılabilir. Bu nedenle 1. Kısımdaki argümanlar gereği, insanın bilinçli anlaması için gereken işlemleri bir kuantum bilgisayar bile gerçekleştiremeyecektir. Tek umudumuz du-

rum vektörü indirgenmiş "göründüğünde" bunun geçici bir rastgele **R** işlemi olmaması ve *gerçekte* olup bitenlerin bizi *gerçekten hesaplanamaz* bir şeye ulaştırmasıdır. Bu nedenle farazi **OR** sürecinin tamamlanmış kuramının *özünde hesaplanamaz* bir şema olması gerekmektedir.

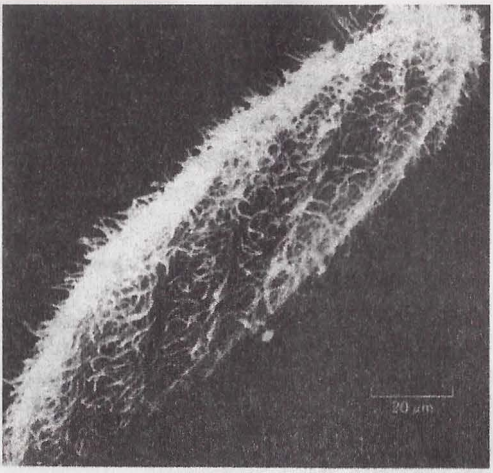
KYU'da üst üste binmiş Turing hesaplamalarının bir süre için gerçekleştirilebileceği savunulmuştu; ama bunların arasına yalnızca yeni fiziğin (diğer bir deyişle **OR**'nin) **R**'nin yerini alması için bulacağı şey aracılığıyla anlaşılabilecek bir hesaplanabilir olmayan eylem serpiştirilebilir. Fakat eğer nöron hesaplamalarının bu tür üst üste binmeleri bize yasaksa, o zaman bırakın farazi hesaplanabilir olmayan **R**'nin yerine geçen **OR** gibi bir şeyden faydalanan bu işlemde herhangi bir değişikliği, standart kuantum hesaplama fikrini kullanmak bile nasıl mümkün olacak anlamak zordur. Ancak birazdan çok daha umut verici bir olasılığın var olduğunu göreceğiz. Bunun nasıl olabileceğini anlamak için beyin hücrelerinin biyolojik doğasına daha derinden bakmamız gerekecek.

7.4 Hücre iskeletleri ve mikrotübüller

Nöronların hayvanların çok yönlü eylemlerini kontrol eden tek şey olduğuna inanıyorsak, o halde gösterişsiz bir varlık olan terliksi hayvan bize büyük bir problem oluşturuyor demektir. Zira çok sayıdaki minik saça benzer bacaklarıyla (siller ya da kirpikler) su birikintisinde yüzerken çeşitli mekanizmalar kullanarak hissettiği bakteriyel yiyeceklerin yönüne doğru atılmaya ya da başka bir yöne doğru yüzmeye hazırdır ve tehlike beklentisi varsa da geri kaçmaktadır. Engellerin çevresinden yüzerek üstesinden gelmeyi de başarabilmektedir. Dahası hatta (görünen özelliklerinin bu en çarpıcısı kimileri açısından tartışma konusu olsa da[125]) geçmiş deneyimlerinden de *öğrenebilmektedir*.[126] Tüm bunlar tek bir nöronu ya da sinapsı olmayan bir hayvan tarafından nasıl başarılabilmektedir? Kendisi bizzat bir nöron da değil, böylesi ek parçaları yerleştirecek yeri olmayan basit bir hücredir (*bkz.* Şekil 7.2).

[125] Dryl (1974)

[126] French (1940), Gelber (1958), Applewhite (1979), Fukui ve Asai (1976)

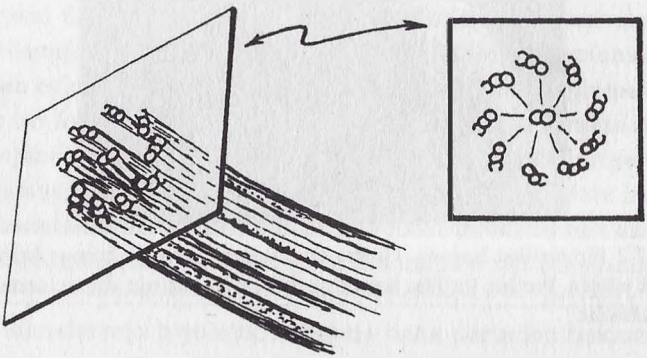


Şekil 7.2 Bir terliksi hayvan. Yüzme için kullanılan saça benzer kirpiklere dikkat ediniz. Bunlar terliksi hayvanın *hücre iskeletinin* dış uçlarını oluşturmaktadır.

Yine de bir terliksi hayvanın (ya da amipler gibi diğer tek hücreli hayvanların) davranışını yöneten bir sinir sistemi olmasa da, karmaşık bir kontrol sisteminin olması gerekir. Bundan sorumlu yapı açık ki *hücre iskeleti* denen şeyin parçasıdır. Adından anlaşıldığı gibi hücre iskeleti hücreye şeklini veren çerçeveyi sağlar, ama bundan çok daha fazlasını da yapmaktadır. Kirpikler bizzat hücre iskelet liflerinin sonlarıdır; ancak hücre iskeleti çeşitli moleküllerin bir yerden diğer bir yere taşınması için "taşıma kayışlarını" sağlamanın yanında, aynı zamanda hücrenin kontrol sistemini de içeriyor gibi gözükmektedir. Kısacası hücre iskeleti tekil hücre için iskelet, kas sistemi, bacaklar, kan dolaşım sistemi ve sinir sisteminin hepsi bir yerde toplaşmış bir toplamı gibi bir rol oynamaktadır!

Bizim için burada en önemlisi hücre iskeletinin hücrede oynadığı "sinir sistemi" rolüdür. Zira bizim kendi nöronlarımız da tekil hücrelerdir ve her nöron *kendi* hücre iskeletine sahiptir! Bu her bir ayrı nöronun kendi "kişisel sinir sistemine" yakın bir şeye sahip olmasında bir anlam saklı olduğu anlamına mı gelir? İlgi çekici bir konudur bu ve bir dizi bilim insanı bu genel özelliğe

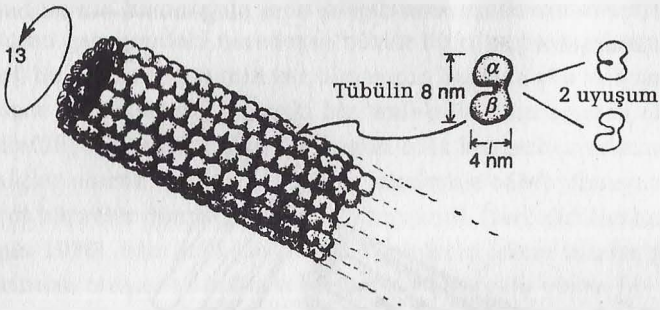
sahip bir şeyin gerçekten de olabileceği görüşünü kabul etmeye başlamıştır. (*Bkz.* Stuart Hameroff'un 1987 tarihli öncü kitabı *Ultimate Computing: Biomolecular Consciousness and Nano Technology* [Son Hesaplama: Biyomoleküler Bilinç ve Nanoteknoloji]; ayrıca Hameroff ve Watt (1982) ve yeni *Nanobiology* dergisinde çıkan çeşitli makaleler)



Şekil 7.3 Hücre iskeletinin önemli kısımları yelpaze kesitli bir yapı oluşturan çok küçük borulardan (mikrotübüller) oluşur. Terliksi hayvanın kirpikleri bu özellikteki demetlerdir.

Bu tür meseleleri ele almak için önce hücre iskeletinin temel yapısına bakmamız gerekiyor. Bir hücre iskeleti, çeşitli yapı türlerinde düzenlenmiş proteine benzer moleküllerden oluşur: Aktin, mikrotübüller ve ara filamentler. Burada asıl ele alacağımız *mikrotübüller* olacak. Bunlar dışarıdan yaklaşık olarak 25 nm ve içeriden 14 nm çapındaki silindir şeklinde oyuk tüplerden oluşurlar ("nm" = "nanometre", 10^{-9} m'dir). Bunlar Şekil 7.3'te gösterildiği gibi yer yer birleşerek yelpaze kesitli bir düzenlemeyle dokuz ikili, üçlü ya da kısmi üçlü mikrotübül içeren daha büyük boruya benzer lifler oluştururlar ve bazen de bir mikrotübül çifti merkeze oturur. Terliksi hayvanın kirpikleri bu tür yapılardır. Her bir mikrotübül de, *tübülin* denen alt birimlerden oluşan bir protein polimeridir. Her bir tübülin alt birimi, bir "ikili"dir ["*dimer*"]; diğer bir deyişle her biri yaklaşık 450 aminoasitten oluşan esasen ayrı iki parçadan, α–tübülin ve β–tübülinden oluşur. Bu Şekil 7.4'te gösterildiği gibi, "fıstık şeklinde" denebilecek ve tüpün bütünü boyunca

uzanan hafif eğri bir altıgen örgü biçiminde düzenlenmiş küçük kürelerden oluşan bir protein çiftidir. Genelde her mikrotübülde 13 sütun tübülin ikilisi olur. Her bir ikili yaklaşık 8 nm x 4 nm x 4 nm'dir ve atom numarası da yaklaşık 11×10^4'tür (bu içerisinde yaklaşık bu kadar sayıda nükleon içerdiği, dolayısıyla kütlesinin de mutlak birimlerle yaklaşık 10^{-14} olduğu anlamına gelir).

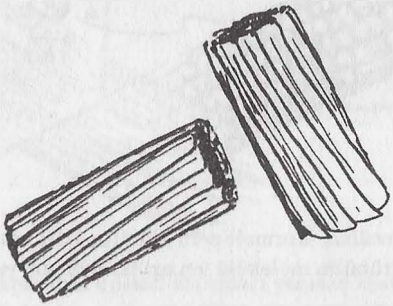


Şekil 7.4 Bir *mikrotübül*. Normalde 13 tübülin ikili sütundan oluşan bir oyuk borudur. Her tübülin molekülü (en az) iki uyuşum yapabilir.

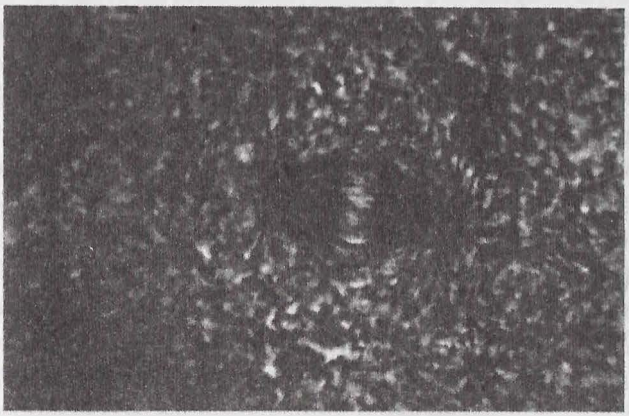
Her bir tübülin ikilisi bir bütün olarak (en az) iki farklı geometrik şekilde var olabilir; bunlara farklı *uyuşumlar* denir. Bunlardan birinde mikrotübül yönünde yaklaşık 30° eğilirler. Bu iki uyuşumun ikilinin elektrik kutuplanmasının iki farklı durumuna karşılık geldiği kanıtlanmıştır; bunların ortaya çıkma nedeni de merkezi α–tübülin/β–tübülin birleşme noktasına gelecek şekilde konumlanan bir elektronun bir konumdan diğerine kayabilmesidir.

Hücre iskeletinin "kontrol merkezi" *mikrotübül düzenleme merkezi* ya da *sentrozom* denen bir yapıdır. Sentrozomun içerisinde *sentriyol* adı verilen özel bir yapı vardır. Sentriyol dokuz üçlü mikrotübülden oluşan iki silindir içerir ve bu silindirler bir tür kopuk "T" oluştururlar (Şekil 7.5) (Silindirler genel anlamıyla Şekil 7.3'te gösterilen kirpiklerde oluşanlara benzerdir.) Albrecht–Buehler'e göre (1981, 1991) sentriyol hücrenin gözü gibi davranır! Henüz tam olarak kabul edilmemişse de ilgi çekici bir fikir. Sentrozomun olağan hücre var oluşunun normal işleyişi sırasında üstlenebildiği roller ne olursa olsun, en azından temel önemde bir

göreve sahip olduğu kesindir. Kritik bir aşamada ikiye bölünür ve her bir parça görünen o ki kendisiyle beraber bir mikrotübül demetini sürükler; aslında her birinin mikrotübüllerin etrafında toplandığı bir odak noktası haline geldiğini söylemek daha doğru olacaktır. Bu mikrotübül lifleri bir şekilde çekirdek içerisindeki ayrı DNA dizilerine (sentromerleri denen merkezi noktalarda) bağlanır ve DNA dizileri ayrılır. Böylece teknik olarak *mitoz* denen ve basitçe *hücre bölünmesi* demek olan olağanüstü süreci başlatırlar. (*Bkz.* Şekil 7.6)



Şekil 7.5 Sentriyol (görünüşe göre hücrenin *göz*üdür) esasen Şekil 7.3'te gösterilene çok benzeyen iki mikrotübül demetinden yapılmış kopuk bir "T"den oluşur.



Şekil 7.6 Mitozda (hücre bölünmesi) kromozomlar mikrotübüller tarafından farklı yönlere çekilerek ayrılır.

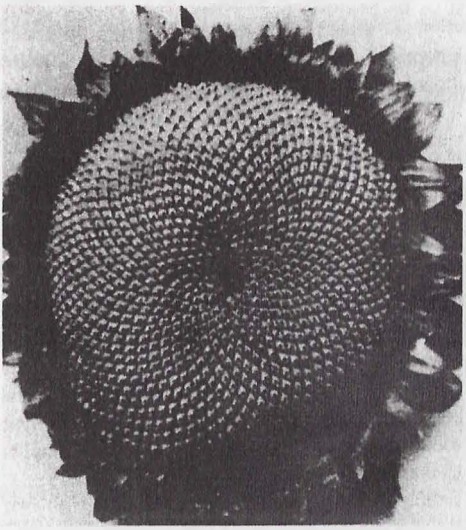
Tek bir hücrede çok farklı iki "yönetim merkezi" olması garip görünebilir. Bir taraftan hücrenin temel genetik malzemesinin bulunduğu *çekirdek,* hücrenin kalıtımını ve kendi özgün kimliğini belirler ve hücreyi oluşturan protein materyallerinin üretimini yönetir. Diğer taraftan dikkat çekici bileşeni *sentriyol*'le birlikte *sentrozom*, görünüşe göre hücrenin hareketlerini ve ayrıntılı düzenini kontrol eden bir yapı olarak hücre iskeletinin odak noktasıdır. Ökaryot hücrelerde (bakteriler, mavi–yeşil algler ve virüsler hariç bu gezegendeki neredeyse bütün bitki ve hayvanların hücreleri) bu iki farklı yapının var olmasının bundan yüz milyonlarca yıl önce gerçekleşmiş çok eski bir "enfeksiyon"un sonucu olduğu düşünülüyor. Bundan önceyse bugün hâlâ bakteriler ve mavi–yeşil algler olarak var olan ve hücre iskeletine sahip olmayan prokaryot hücreler dünyada yerleşik hücrelerdi. İleri sürülen bir fikir (Sagan 1976), bazı eski prokaryot hücrelerin hücre iskelet proteinlerinden oluşan ve kırbaca benzer bir kuyrukla yüzen bir organizma olan bir tür spiroketle dolanık hale geldiği ya da "enfekte olduğu"dur. Birbirlerine yabancı bu organizmalar ardından kalıcı şekilde tek *ökaryot* hücreler olarak simbiyotik bir ilişki yaşamaya başladılar. Bu nedenle bu "spiroketler" sonunda hücrelerin hücre iskeletleri haline geldiler ve *bizleri* olanaklı kılan gelecekteki evrimsel sonuçlarına ulaştılar!

Memeli mikrotübüllerin düzeni matematiksel açıdan ilgi çekicidir. 13 sayısı özel bir matematik öneme sahip değilmiş gibi görünebilir ama bu tam olarak doğru değildir. Sonraki her bir sayının önceki iki sayının toplamı olduğu *Fibonacci sayılarından* biridir:

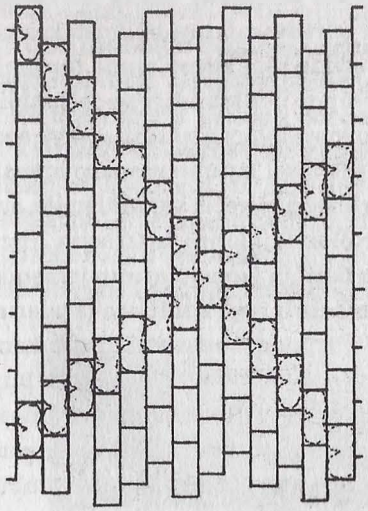
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,...

Tesadüfi olabilir ama Fibonacci sayıları biyolojik sistemlerde sık sık (çok daha büyük bir ölçekte) karşımıza çıkmalarıyla tanınırlar. Örneğin köknar kozalaklarında, ayçiçeklerinde ve palmiyelerin gövdelerinde sağ elli ve sol elli dönmelerin birbirinin içine girdiği ve bir yöndeki sıra sayısıyla diğerindeki sayının iki ardışık Fibonacci sayısı olduğu sarmal biçiminde düzenler görülür (*bkz.* Şekil 7.7). (Yapılar bir uçtan diğer uca incelendiğinde bir "yan yola geçme"nin gerçekleştiği bulunabilir ve ardından sayılar ardışık

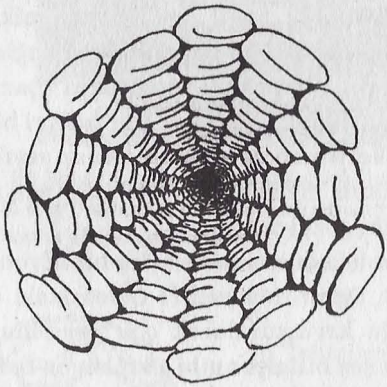
Fibonacci sayılarının komşu bir çiftine kayma gösterir.) İlginçtir, mikrotübüllerin eğri altıgen örüntüsü çok benzer bir özellik gösterir (genellikle de daha kesin ve titiz bir örgütlenmeye sahip şekilde) ve açıkça görülmüştür ki (en azından normalde) bu örüntü Şekil 7.8'de gösterildiği gibi 5 sağ elli ve 8 sol elli sarmal şeklinde bir düzenlemeden oluşmaktadır. Şekil 7.9'da bu yapının bir mikrotübül içerisinde nasıl "görünebileceğini" göstermeye çalıştım. 13 sayısı burada karşımıza toplam olarak çıkar: 5 + 8. Sık sık gerçekleşen çift mikrotübüllerin, bileşik tüpün dış sınırını oluşturan tübülin ikililerinden normalde toplam 21 sütuna sahip olması yine ilginçtir, zira bu bir sonraki Fibonacci sayısıdır! (Fakat bu fikirlere fazla da kapılmamak gerekir; örneğin kirpikler ve sentriyollerin içindeki mikrotübül demetlerinde gerçekleşen "9" bir Fibonacci sayısı *değildir*.)



Şekil 7.7 Bir ayçiçeği. Birçok başka bitkide olduğu gibi yine Fibonacci sayıları karşımıza çıkıyor. Dış tarafta saat yönünde 80, ters yönde 55 sarmal var. Merkeze yaklaştıkça başka Fibonacci sayıları bulabiliriz.



Şekil 7.8 Bir mikrotübül yarığını boydan uzunluk olarak düşünün, ardından da bir şerit şeklinde açılsın. Tübülinlerin karşı uçlarda 5 ya da 8 yerde tekrar birleşen eğimli doğrular şeklinde (doğruların sağa ya da sola eğimli olmalarına bağlı) bir düzene sahip olduklarını görürüz.



Şekil 7.9 Bir mikrotübülün aşağıya doğru görünümü! Bu mikrotübülde tübülinlerin 5 + 8 sarmal düzeni görülebiliyor.

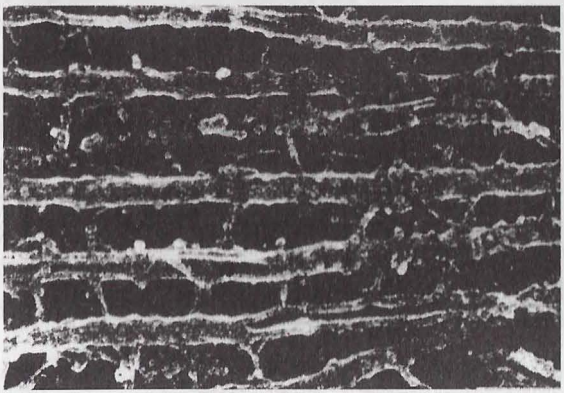
Mikrotübül yapısında Fibonacci sayıları neden karşımıza çıkıyor? Köknar kozalakları, ayçiçekleri vb örnekler için çeşitli mantıklı teoriler var; bizzat Alan Turing de konu hakkında ciddi çalışma yapan kişilerden biriydi (Hodges 1983, s: 437). Fakat bu teoriler mikrotübüller için uygun olmayabilir ve bu düzeyde muhtemelen farklı fikirler önem taşıyabilir. Koruga (1974) bu Fibonacci sayılarının mikrotübülün bir "bilgi işlemci" olarak yapabildik-

lerine katkı sağlayabileceğini ileri sürmüştü. Hatta Hameroff ve arkadaşları on yıldan fazla bir süredir mikrotübüllerin karmaşık sinyallerin tübülinlerin farklı elektriksel kutuplanma durumlarının dalgaları olarak tüpler boyunca iletilebildiği ve işlenebildiği *hücresel otomatlar* olarak rol oynayabileceğini tartışmaya açmışlardır.[127] Tübülin ikililerinin elektriksel kutuplanmaları için alternatif olasılıklar olduğu için birbirlerine geçiş yapabilen (en az) iki farklı uyuşumlu durumda var olabildiklerini hatırlayın. Her bir ikilinin durumunu, söz konusu ikilinin (komşularının uyuşmaları yönünden) uyuşmasını yöneten belirli özel kurallara (aralarındaki van der Waals etkileşimleri yüzünden) sebep olan altı komşusunun her birinin kutuplanma durumları etkileyecektir. Bu her mikrotübülün uzunluğu boyunca her türlü iletinin yayılması ve işlenmesini sağlar. Bu yayılan sinyaller, mikrotübüllerin yanları sıra çeşitli molekülleri taşıma biçimiyle ve komşu mikrotübüller arasındaki çeşitli bağlantılılıklarla (köprü misali bağlayıcı proteinler olan ve MAP'ler adı verilen mikrotübül bağlantılı proteinler formunda) ilgili gibi gözüküyor. *Bkz.* Şekil 7.10. Koruga mikrotübüllerde gerçekten gözlenmiş türdeki Fibonacci sayısı bağlantılı yapı örneğinde özel bir yeterlilik olduğunu tartışmaya açar. Gerçekten de mikrotübüllerde bu tür bir düzen olması için iyi bir sebep olması gerekir; çünkü ökaryot hücrelerde rastlanan sayılarda bir varyasyon olsa da, 13 sütun, memeli mikrotübüllerinde neredeyse evrensel olarak var gibi gözükmektedir.

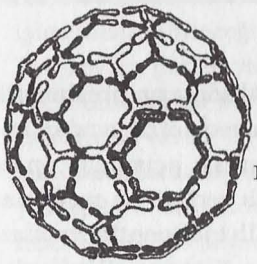
Mikrotübüllerin nöronlar için önemi nedir? Her bir nöron kendi hücre iskeletine sahiptir. Onun rolü nedir? Gelecekteki araştırmalar tarafından açıklığa kavuşturulacak çok şey olduğuna eminim, ama şimdiden epey şey biliniyor gibi gözüküyor. Örneğin nöronların içindeki mikrotübüller çaplarıyla karşılaştırıldığında (çapları sadece 25–30 nm civarında) çok uzun olabiliyor ve milimetreler uzunluğuna hatta daha fazlasına ulaşabiliyorlar. Üstelik koşullara göre büyüyüp küçülebiliyor ve nöro-iletici moleküller taşıyabiliyorlar. Aksonlar ve dendritlerin uzunluğu boyunca uza-

[127] Hameroff ve Watt (1982), Hameroff (1987), Hameroff vd. (1988). Tuszyński ve diğerlerinin (1996) yakın zamanlı çalışması böyle bir bilgi işlemenin yalnızca Şekil 7.4, 7.8 ve 7.9'da gösterilen "A örgüsü"ne göre düzenlenmiş mikrotübüllerde gerçekleşebileceğini, ancak daha sık rastlanan ve mikrotübülün uzunluğu boyunca uzanan bir "dikiş yeri"nin olduğu "B örgüsü"nün buna uygun olmadığını göstermektedir.

nan mikrotübüller var. Tekil mikrotübüller tek başlarına bir aksonun tüm uzunluğu boyunca uzanıyor gibi gözükmeseler de, her bir mikrotübülün yanındakilerle yukarıda bahsi geçen bağlayıcı MAP'ler aracılığıyla iletişim kurmasıyla iletişim ağları oluşturduğu kesindir. Mikrotübüller sinapsların dayanıklılıklarını sağlamaktan ve kuşkusuz, ihtiyaç duyulduğunda bu dayanıklılıkların değişimlerini etkilemekten sorumlu gibi görünüyorlar. Dahası yine görünen o ki, yeni sinir uçlarının büyümesini, onları diğer sinir hücreleriyle bağlantılarına doğru yönlendirerek düzenliyorlar.



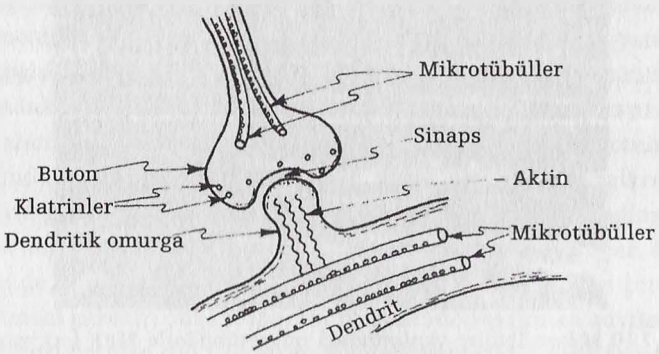
Şekil 7.10 Mikrotübüller yanlarındaki mikrotübüllerle MAP [*microtubule associated protein* – mikrotübül bağlantılı protein] köprüleriyle birbirlerine bağlanma eğilimi gösterirler.



Şekil 7.11 Bir klatrin molekülü (genel yapısı itibariyle fullerene benzer, ancak daha karmaşık alt–yapılardan oluşmaktadır; karbon atomlarının yerini triskelion –üç bacaklı– proteinleri almıştır). Şekildeki klatrin, yapı olarak bir futbol topunu andırır.

Nöronlar beyin tam olarak oluştuktan sonra bölünmedikleri için, bir nöronda özel türde böyle bir sentrozomun üstleneceği herhangi bir rol yoktur. Sentriyoller, nöronun çekirdeğine yakın

olduğu bulunan nöronun sentrozomunda genellikle yok gibi gözükmektedirler. Mikrotübüller oradan aksonun presinaptik uçları civarına ve aynı zamanda diğer yöne doğru dendritlerin içerisine ve kasılabilen aktin aracılığıyla da sıklıkla bir sinaptik yarığın postsinaptik sonunu oluşturan dendritik omurgaya uzanmaktadır (Şekil 7.12). Bu omurgalar büyümeye ve bozulmaya tabidirler ve bu süreç, beyindeki genel bağlantılılığın zor algılanan sürekli değişimler yaşamasını sağlayan beyin esnekliğinin önemli bir parçasını oluşturuyor gibi gözükmektedir. Mikrotübüllerin beyin esnekliğinin kontrolünde de önemli biçimde devrede olduğuna ilişkin ciddi deliller vardır.



Şekil 7.12 Şekil 7.11'dekine benzer klatrinler (ve mikrotübül uçları) aksonun sinaptik butonlarında bulunur ve görünüşe göre sinapsın dayanıklılığını kontrol etmekle alakalıdırlar; bu dayanıklılık mikrotübüller tarafından kontrol edilen, dendritik omurgaların içindeki kasılabilen aktin liflerinden de etkilenebilmektedir.

Daha detaylı olarak şu da söylenebilir: Aksonların presinaptik uçları içerisinde mikrotübüllerle bağlantılı geometrik açıdan büyüleyici ve nöro-iletici kimyasalların salınması açısından önem taşıyan bazı maddeler vardır. *Klatrinler* adı verilen bu maddeler klatrin triskelionları olarak bilinen, üç çatallı (polipeptid) yapıları oluşturan protein üçlülerinden oluşmuştur. Klatrin triskelionları Amerikalı mimar Buckminster Fuller[128] tarafından inşa edilen

[128] Klatrinler konusunda ulaşılabilir bir referans için *bkz.* Koruga vd. (1993), fullerenler için popüler bir aktarım için de *bkz.* Curl ve Smalley (1991)

ünlü jeodezik kubbelere benzerlikleri nedeniyle "fullerenler" (ya da "bucky küreleri") olarak tanınan karbon molekülleriyle genel düzen açısından özdeş olan güzel matematiksel şekiller oluşturacak şekilde birbirine geçerler. Fakat klatrinler fulleren moleküllerinden çok daha büyüktürler; çünkü fullerenin tekil karbon atomunun yerini, birkaç aminoasit içeren bir yapı olan tüm bir klatrin triskelionu alır. Sinapslardaki nöro-iletici kimyasalların salınmasıyla ilgili klatrinlerse genelde *üstü kesik yirmiyüzlü* yapısına sahip gibi gözükmektedir ve bu da modern futbol topuyla gösterilen çokyüzlüyle benzerdir (*bkz.* Şekil 7.11 ve 7.12)!

Önceki alt başlıkta önemli soru sorulmuştu: Sinapsların dayanıklılıklarındaki değişimleri yöneten ve işleyen sinaptik bağlantıların yapılacağı yerleri düzenleyen *şey* nedir? Bu süreçte merkezi rolü oynaması gereken şeyin *hücre iskeleti* olması gerektiği şeklinde bir inanca doğru açıkça yaklaştık. Bunun bize zihin için hesaplamalı olmayan bir rol arayışımızda nasıl bir yardımı dokunur? Şu ana dek kazandığımız tek şey görünüşe göre eğer birimler yalnızca nöronlar olsaydı başarılabilecek olanın da çok üzerinde, hesaplama gücünde olağanüstü bir potansiyel artıştan ibaret.

Gerçekten de tübülin ikilileri temel hesaplama birimleriyse, bu durumda beyinde YZ literatüründe tasarlananı devasa şekilde aşan potansiyel bir hesaplama gücünün olması olasılığını kafamızda canlandırmak zorundayız. Hans Moravec *Mind Children* [Zihin Çocukları] (1998) kitabında bir "sadece nöron" modeli temelinde insan beyninin ilkesel olarak saniyede yaklaşık 10^{14} temel işlem başarabileceğini varsayar ama daha fazlasının olamayacağını söyler, çünkü yaklaşık 10^{11} işleyen nöron olduğunu düşünürsek, bunların da her birinin saniyede yaklaşık 10^3 sinyal yollama kapasitesi vardır (*krş.* §1.2). Öte yandan eğer tübülin ikilisini temel hesaplama birimi olarak düşünürsek, o halde nöron başına yaklaşık 10^7 ikili olduğunu ve temel işlemlerin şimdi 10^6 kat daha hızlı olduğunu bilmeliyiz; bu da bizi saniyede yaklaşık 10^{27} işlem sonucuna ulaştırır. Günümüzdeki bilgisayarlar saniyede 10^{14} işleme yaklaşmaya başlamış olsa da, Moravec ve başkalarının altını kuvvetle çizdiği üzere, öngörülebilir bir gelecekte 10^{27} rakamına ulaşılması mümkün gözükmemektedir.

Elbette akla yatkın bir iddia olarak, beynin işleyişinin bu rakamların varsaydığı %100 mikrotübül verimliliğine uzaktan yakından yaklaşmadığı ileri sürülebilir. Buna rağmen "mikrotübüler hesaplama" (*krş.* Hameroff 1987) olasılığının insan düzeyinde yapay zekâya çok yakınız diyen bazı argümanlara tamamen farklı bir perspektif oluşturduğu açıktır. Yalnızca nöral düzeni haritalanmış ve hesaplamalı şekilde simüle edilmiş göründüğü için bir yuvarlak solucanın zihinsel becerilerine şimdiden hesaplamalı olarak ulaşıldığı şeklindeki kabullere de güvenebilir miyiz? §1.15'te belirtildiği gibi bir karıncanın gerçek becerileri standart YZ işlemlerinin başardığı her şeyden çok daha üstündür. Bir karıncanın sadece "nöron tipi devreler"e sahip olsaydı yapabileceklerine oranla, nano düzeyindeki olağanüstü "mikrotübüler bilgi işlemciler" diziliminden ne kadar kazanım elde ettiğinin merak edilmesi gerekir. Terliksi hayvanlarda buna yanıt verme olanağı yoktur.

Gerçi 1. Bölümdeki argümanlar daha güçlü bir iddiada bulunmaktadır. Ben insanın anlama becerisinin bütün hesaplamalı düzenlemelerin ötesinde yer aldığını ileri sürüyorum. Beynin faaliyetini mikrotübüller kontrol ediyorsa, o zaman mikrotübüllerin hareketi içerisinde salt hesaplamadan farklı bir şey olmak zorundadır. Bu tür hesaplamalı olmayan bir eylemin, sistemin günümüz fiziğindeki geçici çare niteliğindeki **R** işleminin yerini almak zorunda olan yeni fiziksel işlemler neyse bunlardan faydalabilmesi için, makroskobik davranışa zor anlaşılan bir yolla bağlanan bir tür makul şekilde büyük ölçekli kuantum uyumlu olgunun sonucu olması gerektiğini ileri sürdüm. İlk adım olarak hücre iskeleti faaliyetindeki *kuantum eşevreliliğe* oynayacağı hakiki bir rol bulmak zorundayız.

7.5 Mikrotübüller içerisinde kuantum eşevreliliği mi?

Bunun kanıtı var mı? §7.1'deki tartışmada bahsi geçen Fröhlich'in (1975) biyolojik sistemlerde kuantum evre uyumlu olgular olabilmesi hakkındaki fikirlerini hatırlayalım. Metabolik dürtünün enerjisinin yeterince büyük olması ve ilgili malzemelerin yalıtkan

özelliklerinin yeterince uç olması şartıyla, biyolojik sistemlerde karşılaşılan görece yüksek sıcaklıklarda bile (yer yer *Bose–Einstein yoğuşması* da denen) süperiletkenlik ve süperakışkanlık olgusunda olana benzer bir büyük ölçekli kuantum eşevreliliği olasılığı olduğunu savunmuştu. Metabolik enerjinin yeterince yüksek olmakla kalmayıp hatta (1930'larda ortaya çıkan ve Fröhlich'i bu düşünceye sürükleyen çarpıcı bir gözlemsel olgu) yalıtkan özelliklerin alışılmadık şekilde uç olduğu da ortaya çıktı; bunlara ek olarak şimdi Fröhlich'in tahmini üzere hücreler içerisinde 10^{11} Hz salınımların varlığına ilişkin doğrudan kanıtlara da ulaşıldı (Grundler ve Keilmann 1983).

Bir Bose–Einstein yoğuşmasında (ayrıca lazerlerde de gerçekleşir), çok sayıda parçacık kolektif olarak tek bir kuantum durumuna katılır. Bu durum için bir dalga fonksiyonu vardır ve bu tekil bir parçacık için uygun türdedir; fakat şimdi durumu paylaşmakta olan parçacıklar toplamının tümünü birden içermektedir. Tekil bir kuantum parçacığının kuantum durumunun sezgilere çok aykırı doğasını hatırlıyoruz (§5.6, §5.11). Bir Bose–Einstein yoğuşumuyla çok sayıda parçacık içeren tüm sistem, sanki bir bütün olarak tekil bir parçacığın kuantum durumuymuş gibi davranır; tek fark her şeyin ölçeğinin uygun şekilde büyümüş olmasıdır. Büyük ölçekte bir eşevrelilik vardır ve kuantum dalga fonksiyonlarının garip özelliklerinin çoğu makroskobik bir ölçekte geçerli olmaktadır.

Fröhlich böylesi büyük ölçekli kuantum durumlarının hücre membranlarında[129] gerçekleşebileceğini ortaya atmış görünüyor, ancak şimdi ek (ve muhtemelen daha mantıklı) bir olasılık olarak mikrotübüllerin içi, bu tür kuantum davranışını aramamız gereken yer olarak kendisini gösteriyor. Durumun bu olabileceğine ilişkin kanıtlar var gibi de gözüküyor.[130] Hameroff (1974) 1974 gibi erken bir tarihte dahi mikrotübüllerin "yalıtkan dalga rehberle-

---

[129] Fröhlich'in fikirleriyle ilgili olarak, Bose-Einstein yoğuşmasının bilinçlilik göstergelerinden biri olarak görülen "benliğin üniter duyusu" fikrinin önemli karşıtlarından biri Ian Marshall'dır (1989), ayrıca krş. Zohar (1990), Zohar ve Masrhall (1994) ve Lockwood (1989). Beyindeki bütünsel (esasen kuantum) büyük ölçekli eşevreli "hologram" faaliyetinin daha önceki güçlü karşıtlarından biri de Karl Pribram'dı (1996, 1975, 1991).

[130] Örneğin Hameroff'un tübülin ikilileri için değişim zamanı Fröhlich'in yaklaşık 5×10^{10} Hz'lik frekansıyla uyuşuyor.

ri" olarak davranıyor olabileceklerini ileri sürmüştü. Doğanın iyi bir amaç için hücre iskeleti yapıları içerisindeki oyuk boruları seçtiğine inanmak gerçekten çok caziptir. Belki de bu tüpler kuantum durumunun tüpün içinde kayda değer bir süre çevresiyle dolanıklaşmadan kalmasını sağlayacak etkili yalıtımı sağlamaya hizmet ediyordur. Bu bağlamda Emilio del Giudice ve Milano Üniversitesindeki arkadaşlarının (del Guidice vd. 1983) hücrelerdeki sitoplazmik malzeme içerisindeki elektromanyetik dalgaların kendisine odaklayıcı kuantum etkisinin sinyallerin tam da mikrotübüllerin iç çapı kadar bir büyüklüğe hapsedilmesine sebep olduğunu ileri sürmeleri ilgi çekici bir not olabilir. Bu dalga rehberliği kuramına bir anlam katabilir, ama aynı zamanda bu etki mikrotübüllerin oluşumu içerisinde araçsal da olabilir.

Burada konuyla bağlantılı bir mesele daha var ve bu da *su*yun doğasıyla ilgili. Tüplerin kendisi boş gibi gözüküyor; eğer bu tüplere bizim için bir tür kolektif kuantum salınımları lehine kontrollü koşulları sağlıyor olarak bakıyorsak bu da ilgi çekici ve belki de önemli bir olgudur. Burada "boş" esasen (çözünmüş iyonlar bile olmaksızın) sadece su içermeleri anlamına gelmektedir. Rastgele hareket eden molekülleriyle "su" kuantum evre uyumlu salınımların gerçekleşebilmesi için yeterince organize türde bir yapı değil diye düşünebiliriz. Fakat hücrelerde bulunan su, okyanuslarda bulunan bildiğimiz (düzensiz, moleküllerin eşevresiz, rastgele biçimde hareket ettiği) sudan tamamen farklı bir şeydir. Birazı (ve ne kadarı olduğu tartışmalıdır) *düzenli* bir durumda (yer yer buna "komşu" da denir; *krş.* Hameroff (1987), s: 172) var olur. Bu suyun düzenli durumu hücre iskeleti yüzeylerinin 3 nm ya da daha fazlası kadar dışına dek genişleyebilir. Mikrotübüllerin içerisindeki suyun da düzenli bir doğada olduğunu varsaymak mantıksız görünmemektedir ve bu söz konusu tüplerin içerisinde ya da bu tüplerle bağlantılı olarak kuantum eşevreli salınımların olabilirliğinin güçlü şekilde lehinedir. (Özellikle *bkz.* Jibu vd. 1994)

Merak uyandıran bu fikirlerin doğruluğu ne olursa olsun bana bir şey açık gibi geliyor: Hücre iskeletinin tamamen klasik bir şekilde ele alınışının onun davranışını açıklama şansı çok düşüktür. Buradaki durum tamamen klasik bir ele alışın gayet uygun göründüğü nöron tartışmalarıyla herhangi bir benzerlik göstermemek-

tedir. Hücre iskeleti davranışı üzerine şu an elimizde olan literatür araştırıldığında kuantum mekanik kavramlara sürekli olarak başvuruluyor olduğu gerçeği açığa çıkar ve ben gelecekte de durumun artarak böyle devam edeceğinden pek az kuşku duyuyorum.

Fakat hücre iskeleti ya da beyin faaliyetiyle bağlantılı önemli kuantum etkilerinin olabileceğine ikna olmayan çok sayıda kişi olacağı da açıktır. Hatta mikrotübüllerin işleyişi ve bilinçli beyin etkinliği açısından olmazsa olmaz nitelik taşıyan önemli kuantum etkileri olsa bile, bunların varlığını tanılayıcı deney yoluyla göstermek kolay olmayabilir. Şanslıysak fiziksel sistemlerde Bose–Einstein yoğuşumlarının varlığını göstermeye zaten yarayan standart işlemlerden bazılarının (yüksek sıcaklıkta süperiletkenlikte olduğu gibi) aynı zamanda mikrotübüllerde de uygulanabilir oldukları bulunabilir. Öte yandan bu kadar şanslı olmayabiliriz ve tamamen yeni bir şey gerekebilir. Merak uyandırıcı bir olasılık, mikrotübül uyarılmalarının EPR olaylarında gerçekleşen türde bir yerel olmayış sergilediğini kanıtlamaktır (Bell eşitsizlikleri vs; *krş.* §5.3, §5.4, §5.17), zira bu tür etkilerin (yerel) klasik açıklaması yoktur. Örneğin bir mikrotübülün üzerindeki (ya da ayrı mikrotübüllerdeki) iki noktada gerçekleştirilen ölçümler yapıldığı ve bu ölçümlerin sonuçlarının bu iki noktada yer alan klasik bağımsız eylemler olarak açıklanamadığı hayal edilebilir.

Bu tür varsayımların statüsü ne olursa olsun, mikrotübül araştırması henüz daha emekleme aşamasındadır. Benim zihnimde bizi ileride önemli sürprizlerin beklediğine dairse en ufak bir kuşku yok.

7.6 Mikrotübüller ve bilinç

Bilinç olgusunun hücre iskeletinin eylemiyle ve özellikle mikrotübüllerle bağlantılı olduğuna dair herhangi bir doğrudan kanıt var mı? Evet, kanıt *var*. Gelin bu kanıtın, bilinç meselesine onun *olmamasına* neden olan şeyi düşünme yoluyla eğilen bu kanıtın doğasını araştırmaya çalışalım!

Bilincin fiziksel temeliyle ilgili soruları yanıtlama yönünde izlenecek yol, tam da bilinci özellikle devre dışı bırakan şeyin araştırılmasından geçiyor. Genel anestezikler tam da bu (eğer yoğunluğu aşırı yüksek değilse tümüyle tersine çevrilebilir) özelliğe

sahipler ve genel anestezi yoluyla birbirleriyle hiç kimyasal ilişkiye sahip değil gibi gözüken tamamen farklı maddelerin çok büyük miktarlarda tetiklenebilmesi çok çarpıcı bir gerçektir. Genel anestezikler listesi içerisinde azot oksit (N_2O), eter ($CH_3CH_2OCH_2CH_3$), kloroform ($CHCl_3$), halotan ($CF_3CHClBr$), izofloran ($CHF_2OCHClCF_3$) ve hatta kimyasal olarak soy gaz ksenon gibi kimyasal açıdan bu kadar farklı maddeler yer almaktadır!

Genel aneztezideri kimya sorumlu değilse, sorumlu olan *ne* olabilir? Moleküller arasında gerçekleşebilecek kimyasal kuvvetlerden çok daha zayıf olan başka etkileşim türleri vardır. Bunlardan biri *van der Waals kuvveti* adıyla anılmaktadır. Van der Waals kuvveti, elektriksel çift kutup anlara (olağan mıknatısların etkinliğini ölçen manyetik dipol momentlerin "elektrik" eşdeğeri olan elektriksel dipol momentlere) sahip moleküller arasındaki bir zayıf çekimdir. Tübülin ikililerinin iki farklı uyuşum gerçekleştirebildiklerini hatırlayalım. Bunların ortaya çıkmayı başarmasının nedeni görünen o ki her bir dimerin susuz bölgesinde merkezi olarak yerleşmiş ve iki ayrı konumdan birini tutabilen bir elektronun var olmasıdır. Bu konumlanma dimerin tam şeklini, kezâ elektriksel çift kutup anlarını etkilemektedir. Dimerin bir uyuşmadan diğerine "geçebilme" becerisi, çevresindeki maddelerin uyguladığı van der Waals kuvveti tarafından etkilenir. Bu çerçevede genel anestezinin tübülinin normal geçme eylemleriyle girişime uğrayan van der Waals etkileşimlerinin (suyun olmadığı "hidrofobik" bölgelerde; *bkz.* Franks ve Lieb (1982)) eylemliliği yoluyla davranabileceği ileri sürülmüştür (Hameroff ve Watt 1983). Anestezik gazlar tekil sinir hücrelerine yayılırken (olağan kimyasal özellikleriyle doğrudan fazla bir ilişkisi olması gerekmeyen) elektriksel çift kutup özellikleri bu yolla mikrotübüllerin eylemlerine sekte vurabilirler. Bunun genel anestezinin işleyişi açısından mantıklı bir öneri olduğu açıktır. Aneszeziklerin eylemleri konusunda genel olarak kabul görmüş ayrıntılı bir betimleme yok gibi gözükse de, sorumluluğun bu maddelerin beyin proteinlerinin uyuşumsal dinamikleriyle van der Waals etkileşimlerine ait olması tutarlı bir görüşe benzemektedir. Bahsi geçen proteinlerin nöronal mikrotübüllerdeki tübülin dimerleri olması ve sonrasında mikrotübüllerin işleyişinin kesilmesinin de bilincin kaybına neden oluyor olması güçlü bir olasılıktır.

Genel anestezikler tarafından doğrudan etkilenen şeyin *hücre iskeleti* olduğu yönündeki öngörülere destek olarak, bu maddeler tarafından hareketsizleştirilenlerin sadece memeliler ya da kuşlar gibi "yüksek hayvanlar" olmadığına dikkat çekilebilir. Bir terliksi hayvan, bir amip, hatta (1875 gibi erken bir tarihte Claude Bernard tarafından fark edildiği üzere) yeşil cıvık mantar hemen hemen aynı yoğunluktaki anestezikler tarafından benzer şekilde etkilenmektedir. Anesteziğin uyuşturucu etkisini terliksi hayvanın kirpiklerine mi yoksa sentriyolüne mi uyguladığı konusunda görünen, bunun hücre iskeletinin *bir* parçasına uygulanmak zorunda olduğudur. Bu tür bir tek hücreli hayvanın kontrol sisteminin de onun hücre iskeleti olduğunu kabul ettiğimizde, eğer genel anesteziklerin de hücre iskeleti üzerinde etki ettiği kabul edilirse tutarlı bir betimleme elde edilmiş olur.

Bu söz konusu özellikteki tek hücreli canlıların bilinçli olduğunun düşünülmesi anlamına gelmez. Bu tamamen ayrı bir konudur. Zira düzgün şekilde işleyen hücre iskeletlerine *ek olarak*, bilinçli bir durumu uyandırmak için gereken bir sürü şey olabilir. Ancak burada işaret edilen gerekçelendirmeler temelinde, bilinç durumumuzun (ya da durumlarımızın) böyle bir işleyen hücre iskeletini *gerektirdiği* sonucu güçlü şekilde belirmektedir. Gerektiği şekilde işleyen bir hücre iskeletleri sistemi olmazsa, hücre iskeletlerinin işleyişi engellenir engellenmez anında bayılınarak bilinç kaybedilir ve işleyiş yeniden kurulur kurulmaz da arada başka bir zarar gerçekleşmemişse derhal yeniden bilince kavuşulur. Bir terliksi hayvanın (ya da hatta bir insan karaciğer hücresinin) gerçekten ilkel bir bilinç formuna sahip olup olamayacağı sorusu elbette yöneltilebilecek önemli bir sorudur ama bu soruya bu düşünceler çerçevesinde yanıt verilmez. Bence beynin ayrıntılı nöral düzeninin, bilincin hangi *formu* alacağının belirlenmesiyle de temel biçimde ilişkili olmak zorunda olduğu açıktır. Dahası bu organizasyon önemli olmasaydı bu durumda ciğerlerimiz beyinlerimizle aynı miktarda bilinç uyandırırdı. Buna rağmen aktardığımız argümanların güçlü biçimde ileri sürdüğü şey, önemli olanın *yalnızca* beyinlerimizin nöral organizasyonu olmadığıdır. Bu nöronların hücre iskelet destekleri, bilincin varlığı için hayati önemde gözükmektedir.

Hücre iskeletinin bilincin genel olarak ortaya çıkmasıyla *bu kadar* ilişkili olması yerine, bir öngörü olarak, biyolojinin mikrotübüllerinin etkinliğiyle işbirliği yapmasını akıllıca becerdiği bir *zorunlu fiziksel eylem* bilinçle bağlantılı olabilir. Bu zorunlu fiziksel eylem nedir? Bu kitabın 1. Kısmındaki argümanlar, eğer bilinçli eylemler için fiziksel bir temel bulacaksak bunun için hesaplamalı simülasyonun ötesinde bir şeye ihtiyaç duyduğumuza işaret etmeyi hedefliyordu 2. Kısımdaki argümanlar buraya kadar olan bölümlerde bize kuantum ve klasik düzeyler arasındaki, günümüz fiziğinin geçici çare işlemi olan **R**'yi kullanmamızı söylediği yerde benim yeni bir **OR** fizik kuramının gerektiğini iddia ettiğim sınır çizgisine bakmamızı söylüyordu. Şu an okuduğunuz bölümdeyse beyinde kuantum eyleminin klasik davranış açısından önemli olabileceği yeri belirlemeye çalıştık ve bu kuantum/klasik arayüzün beynin işleyişinde temel etkisini uygulayışının *sinaptik bağlantıların hücre iskeletsel kontrolü* yoluyla olduğu düşüncesine görünen o ki yakınlaşmış durumdayız. Şimdi resmi daha tam olarak görmeye çalışalım.

7.7 Bir zihin modeli mi?

§7.1'de vurgulandığı üzere sinir sinyallerinin, bu tür sinyallerin çevrelerinin düzenini o aşamada kuantum eşevreliliğin sürdürülemeyeceği boyutta bozmasının muhtemel bir gerçek olmasından yola çıkarak, tamamen klasik bir biçimde ele alınabilecek şeyler olduğunu kabul etmek uygun gözüküyor. Sinaptik bağlantılar ve onların dayanıklılıkları sabit tutulursa, bu durumda her bir nöronun ateşlenmesinin bir sonrakini etkileme biçimi de, bu aşamada sahneye çıkan rastlantısal bir bileşen haricinde, yine klasik şekilde ele alınabilecek bir şey olacaktır. Bu tür koşullarda beynin faaliyeti, bir hesaplamalı simülasyonun ilkesel olarak mümkün olması anlamında, tümüyle hesaplamalı olacaktır. Bununla böyle bir simülasyonun bu şekilde bir bağlantı sistemi kurmuş *belirli bir* beynin eylemlerini kesin şekilde taklit edeceğini kastetmiyorum (bahsi geçen rastlantısal öğeler yüzünden), ancak bu beynin *tipik* bir faaliyetinin ve bu yüzden de böyle bir beyin tarafından kontrol edilen bir bireyin tipik davranışının bir simülasyonunu

sağlayacağını anlatmak istiyorum (*krş.* §1.7). Üstelik bu açıkça *ilkesel olarak* yapılmış bir önermedir. Bugünün teknolojisiyle böyle bir simülasyonun gerçekten yapılabileceği yönünde bir varsayım yoktur. Burada aynı zamanda rastlantısal bileşenlerin *gerçekten* rastlantısal olduklarını varsayıyorum. Bu olasılıkları etkilemek üzere düalist bir dış "zihnin" devreye girme olasılığı burada tartışılmamaktadır (*krş.* §7.1).

Bu nedenle (en azından geçici olarak) *sabit* sinaptik bağlantılarla beynin de (yapısal rastlantısal bileşenlere sahip bir bilgisayar olsa da) bir tür *bilgisayar* gibi davrandığını kabul ediyoruz. 1. Kısımdaki argümanlarda gördüğümüz gibi böyle bir düzenlemenin insanın bilinçli anlaması için bir model sağlayabilmesi son derece düşük bir olasılıktır. Öte yandan tartışılan nöral bilgisayarı tanımlayan özel sinaptik bağlantılar sürekli bir değişime tabiyse ve bu değişikliklerin kontrolü de hesaplamalı *olmayan* bir eylem tarafından gerçekleştiriliyorsa, bu durumda böylesi bir genişletilmiş modelin de bilinçli bir beynin davranışını simüle edebilmesi olanaklı olmaya devam eder.

Bu hesaplamalı olmayan eylem ne olabilir? Bu bağlamda bilincin *bütünsel* doğasını aklımızda tutmalıyız. Durum sadece 10^{11} tekil hücre iskeletinin her birinin ayrı ayrı bir hesaplamalı olmayan girdi arz etmesi olsaydı, bunun bize ne faydası olacağını görmek zordur. 1. Kısımdaki argümanlara göre hesaplamalı olmayan davranış da (en azından *bazı* bilinçli eylemlerin, özellikle de *anlama* kalitesinin hesaplamalı olmayan özellikte olmasının düşünülebilmesi nispetinde) bilincin eylemiyle bağlantılıdır. Fakat bu tekil hücre iskeletleriyle ya da bir hücre iskeleti içerisindeki tekil mikrotübüllerle ilgili bir şey değildir. Herhangi bir hücre iskeleti ya da mikrotübülün Gödel argümanının herhangi bir parçasını "anladığı" şeklinde bir varsayım yapılamaz! Anlama çok daha bütünsel bir ölçekte işleyen bir şeydir; ve eğer hücre iskeletleri işin içindeyse o zaman bu çok büyük sayılarda hücre iskeletinin hepsini birden ilgilendiren bir kolektif olgu olmak zorundadır.

Fröhlich'in büyük ölçekli (belki de bir Bose–Einstein yoğuşması özelliği taşıyan) kolektif kuantum olgusunun ("sıcak" beyinde bile) kesin bir biyolojik olasılık olduğu fikrini hatırlayın (ayrıca *krş.* Marshall 1989). Burada yalnızca tekil mikrotübüllerin görece

büyük ölçekli bir kuantum uyumlu durumda işin içine karışmak zorunda olduğunu değil, böyle bir durumun bir mikrotübülden sonrakine uzanmak zorunda olduğunu usumuzda canlandırıyoruz. Bu nedenle bu kuantum eşevrelilik sadece tüm bir mikrotübül uzunluğuna yayılmak zorunda değil (mikrotübüllerin ciddi mesafelere uzanabildiklerini hatırlayalım), aynı zamanda bir nöron içerisindeki hücre iskeleti içindeki (hepsi olmasa da) çok sayıda farklı mikrotübül hep birlikte bu aynı kuantum eşevreli durumda rol almak zorundadır. Sadece bu da değil; kuantum eşevrelilik bir nöron ile diğer nöron arasındaki sinaptik engelin üzerinden atlamak zorundadır. Sadece tekil hücreleri kapsıyorsa bu pek de bütünsellik değildir! Tekil bir zihnin birliği böyle bir betimlemede ancak eğer en azından tüm beynin önemli bir kısmı boyunca yayılan bir kuantum eşevrelilik formu varsa ortaya çıkabilir.

Doğanın biyolojik yollardan böyle bir başarıya ulaşması müthiş (neredeyse inanılmaz) bir şey gibi gözüküyor. Yine de ben esas kanıt bizim kendi zihinselliğimizden gelmek üzere doğanın bunu başardığının göstergelerine ulaşmamız gerektiğine inanıyorum. Biyolojik sistemler ve bunların sihirlerini nasıl gerçekleştirdikleri konusunda henüz anlamamız gereken çok şey var. Biyolojide günümüzdeki doğrudan fiziksel tekniklerle yapılabilecek olanı çok aşan şeyler var. (Örneğin detaylı ağını hassasça ören çok küçük, milimetrelerle ölçülen boydaki bir örümceği düşünün.) Dahası daha önce Aspect ve arkadaşlarının deneylerinde (§5.4) birkaç metrelik mesafelere uzanan (foton çiftlerinde görülen EPR dolanıklıkları) bazı kuantum eşevreli etkilerin (*fiziksel* araçlarla) gözlemlendiğini de biliyoruz. Bu kadar uzak mesafeli kuantum etkilerini saptayabilen deneylerin gerçekleştirilmesindeki teknik zorluğa rağmen, doğanın çok daha fazla şeyi yapmanın biyolojik yollarını bulmuş olma olasılığını göz ardı etmememiz gerekir. Biyolojide bulunabilecek "hüner" asla hafife alınmamalıdır.

Fakat benim sunduğum gerekçelendirmeler salt büyük ölçekteki kuantum eşevrelilikten daha fazlasını gerektirmektedir. Beyinlerimizin sahip olduğu biyolojik sistemlerin henüz insan fizikçilerce bilinmeyen bir fiziğin ayrıntılarından faydalanmayı bir şekilde başarmış olmasını gerektirmektedir! Bu fizik kuantum ve klasik düzeyleri destekleyen, henüz oluşturulmamış ve benim ileri

sürdüğüm üzere geçici çare niteliğindeki **R** işleminin yerine son derece güç algılanan hesaplamalı olmayan (ama kuşkusuz yine matematiksel) bir fiziksel şema koyan **OR** kuramıdır.

İnsan fizikçilerin şu ana dek bulunmamış bu kuramdan neredeyse tamamen habersiz olmaları elbette doğanın onu biyolojide kullanmadığının gerekçelendirmesi yapılamaz. Doğa Newton'dan çok önce Newton dinamiğinin ilkelerinden, Maxwell'den çok önce elektromanyetik olgulardan ve Planck, Einstein, Bohr, Heisenberg, Schrödinger ve Dirac'tan çok önce (milyarlarca yıl önce!) kuantum mekaniğinden faydalanıyordu. Yaşadığımız çağın kibri, bu kadar çok kişinin şu anda biyolojik faaliyetin tüm inceliklerinin altında yatabilecek temel ilkelerin hepsini bildiğimize inanmasına yol açmaktadır. Bir organizma bu kadar güç algılanan bir faaliyeti tesadüfen bulma şansına sahip olduğunda, bu fiziksel sürecin bahşettiği faydalardan yararlanabilir. Bu durumda doğa bu organizmanın ve onun neslini sürdürenlerin yüzüne güler ve bu zor algılanan fiziksel faaliyetin nesilden nesile artan sayılarda (güçlü doğal seçilim sürecinden geçirerek) korunmasına izin verir.

İlk ökaryot hücreli yaratıklar ortaya çıktıklarında, içlerindeki ilkel mikrotübüllerin varlığından büyük fayda elde ettiklerini fark etmiş olmalılar. Benim burada sunduğum betimlemeye göre, belki de henüz tam gelişmemiş bir tür amaçlı biçimde davranmalarını mümkün kılan bir çeşit organizasyonel etki ortaya çıktı ve bu onlara rakiplerinden daha iyi hayatta kalmaları konusunda yardım etti. Böylesi bir etkiyi bir "zihin" (akıl ya da us) diye adlandırmak kuşkusuz gayet uygunsuz olur; ama yine de bunun kuantum düzey ile klasik düzey süreçleri arasında incelikli bir etkileşim sayesinde ortaya çıktığını varsayıyorum. Bu karşılıklı etkileşimin zor algılanabilecek doğası varlığını, daha az incelik taşıyan organize koşullar altında şu an benimsediğimiz kaba kuantum mekanik özellikteki **R** işlemi olarak görünen, karmaşık (halen ayrıntılarını bilmediğimiz) fiziksel **OR** faaliyetine borçluydu. Bu hücre–yaratıkların uzak akrabaları (günümüzdeki terliksi hayvanlar ve amipler, kezâ karıncalar, ağaçlar, kurbağalar, düğün çiçekleri ve insanlarımız) çok eski hücre–yaratıklardan kendilerine bahşedilen bu sofistike faaliyetin faydalarından yararlandılar ve onları tamamıyla farklı görünen birçok amaca hizmet edecek

hale getirdiler. Bu faaliyet ancak yüksek derecede gelişmiş bir sinir sistemine dahil edildiğinde nihayet muazzam potansiyelini fark edebilmeye yaklaştı ve bizim "zihin" dediğimizde kastettiğimiz şeye neden oldu.

O halde gelin, beyinlerimizdeki nöronların büyük bir grubunun hücre iskeletleri içerisindeki mikrotübüller toplamının bütünsel kuantum eşevrelilik içerisinde rol oynayabileceğini (ya da en azından beyindeki farklı mikrotübüllerin durumları arasında yeterince kuantum dolanıklık olduğunu) ve böylelikle bu mikrotübüllerin kolektif faaliyetlerinin genel bir *klasik* betimlemesinin uygun *olmadığını* kabul edelim. Mikrotübüller içerisinde karmaşık "kuantum salınımlarının" olduğunu ve buralarda tüplerin kendilerinin sağladığı yalıtımın kuantum eşevreliliğin tümünün kaybedilmemesini güvence altına almaya yeterli olduğunu hayal edebiliriz. Bu durumda Hameroff ve arkadaşları tarafından tüpler *boyunca* gerçekleştikleri tasavvur edilen hücresel otomatlara benzer hesaplamaların, tüpler *içerisinde* gerçekleştiği farzedilen (örneğin del Giudice vd. 1983 ya da Jibu vd. 1994 tarafından) bu kuantum salınımlarıyla eşleştirilebildiğini varsaymak cazip bir fikirdir.

Bu bağlamda Fröhlich'in kolektif kuantum salınımları için öngördüğü ve Grundler ve Keilmann'ın gözlemleriyle desteklenen (5×10^{10} Hz sıklık bölgesinde – ki bu saniyede 5×10^{10} salınım demektir) frekans türünün Hameroff ve arkadaşlarının mikrotübüler hücre otomatları içindeki tübülin ikilileri için öngördükleri "değişme süresiyle" aynı türde olduğu fark edilebilir. Dolayısıyla eğer Fröhlich'in mekanizması mikrotübüllerin içerisinde işleyen şeyse, o halde bu iki faaliyet türü arasında bir tür eşleşmeye de işaret etmektedir.[131]

[131] Fakat görece bu kadar yüksek frekanslar ile aşina olduğumuz "beyin dalga" faaliyeti (8–12 Hz α–ritim gibi) arasında herhangi bir doğrudan bağlantı olup olmadığı kesinlikle bu kadar açık değildir. Bu kadar düşük frekansların "vuru frekansları" olarak ortaya çıkabilmesi gayet mantıklıdır, ama bu yönde herhangi bir bağlantı kurulmamıştır. Bu bağlamda dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta, beynin bilinçli dikkat göstermeyi yöneten bölgeleriyle bağlantılı olarak ortaya çıkıyor gibi görünen 35–75 Hz salınımlara ilişkin yapılan son gözlemlerdir. Bunlar anlaşılmaz bazı yerel olmayan özelliklere sahip gibi görünüyor. (*Bkz.* Eckhorn vd. 1988, Gray ve Singer 1989, Crick ve Koch 1990, 1992, Crick 1994.)

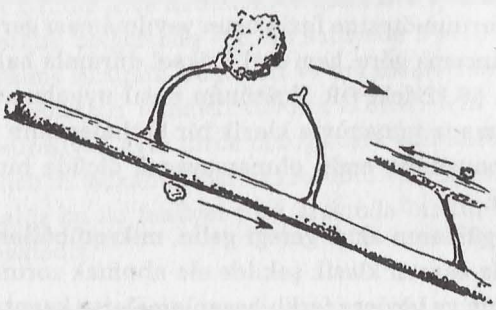
Fakat ikisi arasındaki eşleşme fazla güçlü olursa bu sefer de tüpler boyunca gerçekleşen hesaplamaların kendilerinin kuantum mekanik şekilde ele alınması gerekmeden iç salınımların kuantum doğasını koruması da mümkün olmazdı. Durum bu olsaydı o halde mikrotübüller boyunca gerçekleşen şeyin bir tür kuantum hesaplama olması gerekirdi (*krş.* §7.3)! Bunun ciddi bir olasılık olup olmadığını sormak zorundayız.

Zorluk bunun ikili uyuşumlardaki değişikliklerin dış çevresel malzemeyi önemli ölçüde rahatsız etmemesini gerektiriyor gözükmesidir. Bu bağlamda bunun için bir mikrotübülü çevreleyen ve diğer malzemeleri dışta bırakarak bir tür kuantum kalkan sağlayabilecek bir *düzenli su* bölgesi olması gerektiğine dikkat çekmek gerekir (*krş.* Hameroff, s:172). Öte yandan mikrotübüllerden dışa uzanan, bazıları diğer malzemelerin taşıyıcılığı rolünü üstlenen ve tüpler boyunca gelen sinyallerin hareketinden etkilendiği anlaşılan (*krş.* Hameroff ::122) bağlayıcı MAP'ler vardır (*krş.* §7.4). Bu son olgu bize tüpün yaptığı "hesaplamaların" da çevreyi klasik şekilde ele alınmasını zorunlu kılacak kadar bozabileceğini söylüyor gibi gözükmektedir. Bozulma miktarı §6.12'de ileri sürülen **OR** ölçütüne göre kütle hareketi açısından oldukça küçük kalmaktadır ama tüm sistemin kuantum düzeyinde kalabilmesi için bu bozulmaların dışarıya hücre içine ve ardından dışarıya hücre sınırlarının ötesine fazla uzun yayılmaması gerekmektedir. Benim düşünceme göre, hem asıl fiziksel durumla bağlantılı olarak hem de §6.12'deki **OR** ölçütünün nasıl uygulanacağı açısından, bu aşamada tamamıyla klasik bir betimlemenin uygun olup olmadığı konusunda emin olunamayacak ölçüde bir belirsizlik kalmaktadır.

Fakat argümanın akışı gereği gelin, mikrotübüllerin hesaplamalarının da esasen klasik şekilde ele alınmak zorunda olduğunu varsayalım ve böylece farklı hesaplamaların kuantum üst üste binmelerinin önemli bir rol oynamadıklarını kabul edelim. Diğer yandan ayrıca tüpler *içerisinde*, her tüpün kuantum içsel ve klasik dışsal yönleri arasında bir tür hassas eşleşmeyle birlikte, sahici kuantum salınımlarının gerçekleştiğini hayal edelim. Bu betimlemeye göre, ihtiyaç duyulan yeni **OR** kuramının *ayrıntılarının* işin içine en önemli şekilde girdikleri yer bu hassas eşleşmedir.

Kuantum iç "salınımların" gerçekleşen dış hesaplamalara bir etkisi olması gerekir; ancak bu da, mikrotübülün hücresel otomatlara benzer davranışından sorumlu olduğunu düşündüğümüz mekanizmaların, açık adıyla komşu tübülin ikilileri arasındaki zayıf van der Waals tipi etkilerinin ışığında mantıksız değildir.

O halde betimlememiz, beynin geniş bölgeleri boyunca kolektif olarak uzanan mikrotübüllerle ilişkili olarak, tüpler içerisinde gerçekleşen aktiviteleri eşevreli olacak şekilde eşleştiren bir tür bütünsel kuantum durumudur. Bu durumun (ki standart kuantum formalizminin geleneksel anlamıyla basitçe bir "kuantum durumu" olmayabilir) mikrotübüller boyunca gerçekleşen hesaplamalara yaptığı bir etki vardır ve bu etki benim var gücümle desteklediğim farazi, henüz bulunmamış, hesaplamalı olmayan **OR** fiziğini kesin ve hassas şekilde hesaba katmaktadır. Tübülinler içindeki uyuşum değişmelerinin "hesaplamalı" aktivitesi tüplerin dış tarafları boyunca malzemeleri taşıma biçimini kontrol etmekte (*bkz.* Şekil 7.13) ve nihayetinde presinaptik ve postsinaptik uçlardaki sinaps etkinliklerini etkilemektedir. Bu yolla mikrotübüller *içerisindeki* eşevreli kuantum organizasyonunun birazı "kaçak yaparak" nöral bilgisayarın sinaptik bağlantılarındaki değişiklikleri etkilemektedir.



Şekil 7.13 Diğer moleküller doğrudan mikrotübüller boyunca hareket ederken MAP'ler aynı zamanda büyük molekülleri taşırlar.

Böyle bir betimlemeye karşı ileri sürülebilecek birçok itiraz bulunabilir. Örneğin kuantum dolanıklığın EPR tipi etkilerinin anlaşılmaz yerel olmama özelliğinin oynayabileceği rolü düşüne-

lim. Karşı olgusalların oynadığı garip kuantum rolleri de buna eklenebilir. Belki de nöral bilgisayar aslında gerçekleştirmediği bir hesaplamayı uygulamaya hazırdır; ama (bomba sınama probleminde olduğu gibi) hesaplamayı gerçekleştirebilme *olasılığına* sahip olma olgusu tek başına, eğer gerçekleştiremezse olacak olandan farklı bir etkiye neden olmaktadır. Bu şekilde nöral bilgisayarın herhangi bir anda klasik "bağlantı sistemi", bu özel "bağlantı sistemine sahip" bilgisayarı harekete geçirecek nöron ateşlemeleri aslında gerçekleşmiyor olsa bile, içsel hücre iskeleti durumu üzerinde bir etkiye sahip olabilir. Sürekli gerçekleştirdiğimiz benzer birçok zihinsel faaliyet için bu türden olası başka analojiler de düşünülebilir; ancak burada daha fazla bu tür meselelerin peşinde koşmamanın daha iyi olacağı hissini taşıyorum!

Geçici olarak ileri sürdüğüm görüş hakkında devam edersek, bilinç bu kuantum dolanık içsel hücre iskeleti durumunun ve onun kuantum ve klasik faaliyet düzeyleri arasındaki karşılıklı etkileşime (OR) dahil oluşunun tezahürüdür. Nöronların bilgisayara benzer klasik şekilde birbirine bağlanmış sistemi, bu hücre iskeleti faaliyeti tarafından sürekli bir etkiye, bizim "özgür irade" dediğimiz şeyin tezahürü olarak maruz kalır. Bu betimlemede nöronların rolü daha çok, daha küçük ölçekli hücre iskeleti etkinliğinin kaslar gibi bedenin diğer organlarını etkileyebilen bir şeye aktarıldığı bir *büyütme aygıtına* benzetilebilir. Bu nedenle beyin ve zihnin şu anki revaçta olan betimlemesini sağlayan nöron düzeyi betimlemesi, hücre iskeleti etkinliğinin daha derin bir düzeyinin bir *gölge*sidir sadece ve *zihnin* fiziksel temelini aramamız gereken yer de bu daha derin düzeydedir!

Bu betimlemenin spekülatif olduğunu itiraf etmek zorundayız, ama şu anki bilimsel kavrayışımızla tamamen uyumsuz olduğunu da iddia edemeyiz. Geçtiğimiz bölümde mevcut fizik fikirlerinin değişikliklere uğramak zorunda olduğunu beklemek için bizzat günümüz fiziğinin içerisinden gelen düşüncelerden kaynaklanan güçlü nedenler olduğunu gördük; bu değişiklikler mikrotübüllerle ve belki de hücre iskeleti/nöron arayüzüyle bağlantılı olabilecek bir düzeyde yeni etkileri kapsıyordu. 1. Kısımdaki argümanların izinden ilerlediğimizde, bilinç için bir fiziksel yuva bulacaksak hesaplamalı olmayan fiziksel etkinlik yönünde bir açılıma ihtiya-

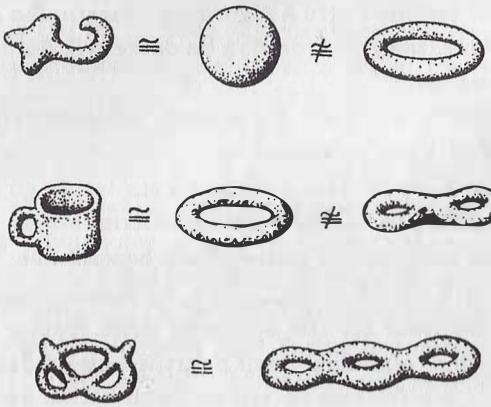
cımız var ve ben de 2. Kısımda böyle bir etkinlik için mantıklı tek yerin, benim **R** ile gösterdiğim kuantum durumu indirgeme işleminin yerini ikna edici başka bir şeye (**OR**) bıraktığı yerde olduğunu belirttim. Şimdi de **OR**'nin de hesaplamalı olmayan bir doğada olduğuna inanmak için saf bir *fiziksel* dayanak olup olamayacağı sorusunu yanıtlamak zorundayız. §6.12'de ortaya attığım varsayımları sürdürdüğümüzde bu tür bir dayanağın gerçekten var olduğunu göreceğiz.

7.8 Kuantum kütleçekimde hesaplanamazlık: 1

Önceki tartışmadaki temel gerekliliklerden biri, olağan kuantum kuramında kullanılan olasılıkçı **R** işleminin yerini almak üzere seçilen yeni fizik her ne olacaksa bunun bir tür hesaplanamazlık özelliği taşımak zorunda olmasıdır. §6.10'da bu yeni fiziğin, **OR**'nin kuantum kuramının ilkelerini Einstein'ın genel göreliliğinin ilkeleriyle birleştirmesi gerektiğini, diğer bir deyişle kuantum–*kütleçekimsel* bir olgu olması gerektiğini ileri sürmüştüm. Hesaplanamazlığın kuantum kuramı ile genel göreliliği doğru şekilde birleştirmek (ve gerektiği şekilde değiştirmek) için en nihayetinde ortaya çıkacak olan kuramın asli bir özelliği olabileceğine yönelik herhangi bir kanıt var mıdır?

Kuantum kütleçekimine ilişkin özgün yaklaşımlarında Robert Geroch ve James Hartle (1986) *4 boyutlu çokkatlılarda topolojik denklik problemi* denilen hesaplamalı yoldan çözülemez bir problemle karşılaştılar. Temelde yaklaşımları iki boyutlu uzaylar "aynı" olduklarında (başka bir deyişle deformasyonun uzayların herhangi bir biçimde kopmasına ya da yapışmasına izin vermediği şartlarda birini diğeriyle örtüşene dek durmaksızın deforme etmek mümkün olduğunda) topolojik bakış açısıyla bir karara varma sorununu içeriyordu. Şekil 7.14'de bu iki boyutlu durum gösterilmektedir; bir çay kupasının yüzeyinin topolojik olarak bir halkanın yüzeyiyle aynı olduğunu, ama bir topun yüzeyinin farklı olduğunu görüyoruz. İki boyutlularda topolojik denklik problemi hesaplamalı şekilde çözülebilir, fakat 1958 yılında Markov bu problemin *dört boyutlu* durumlarda çözümü için herhangi bir algoritma olmadığını göstermiştir. Aslında bu ispat böyle bir algoritma olsaydı bu durumda bu algoritmanın *sonlanma proble-*

mini çözebilecek, başka bir deyişle bir Turing makinesinin durup durmayacağına karar verebilecek başka bir algoritmaya dönüştürülebileceğini etkili şekilde kanıtlamaktadır. §2.5'te gördüğümüz üzere böyle bir algoritma var olmadığı için, buradan 4 boyutlu çokkatlılarda denklik probleminin çözümü için de herhangi bir algoritma olamayacağı sonucu çıkmaktadır.



Şekil 7.14 İki boyutlu kapalı yüzeyler hesaplanabilir şekilde (kabaca "tutamakların" sayısının sayılmasıyla) sınıflandırılabilirler. Öte yandan dört boyutlu kapalı "yüzeyler" hesaplanabilir şekilde sınıflandırılamazlar.

Hesaplamalı şekilde çözülemez olan çok sayıda başka matematik problemi sınıfı daha vardır. Bunlardan ikisi, Hilbert'in onuncu problemi ve döşeme problemi §1.9'da ele alınmıştı. Başka bir örnek, (yarı gruplar için) söz problemi için *bkz.* KYU, s:130–132.

"Hesaplamalı şekilde çözülemez" dediğimizde bunun tek tek ilkesel olarak çözülemez sınıfına ait problemlerin var olduğu anlamına gelmediğine açıklık getirilmesi gerekir. Bu yalnızca bu sınıf problemlerin hepsini çözmenin herhangi bir sistematik (algoritmik) yolunun olmadığını ifade etmektedir. Herhangi bir tekil durumda insan sezgi ve zekâsı yoluyla, belki de hesaplamanın da yardımıyla bir çözüme ulaşmanın mümkün olduğu ortaya çıkabilir. Bu sınıfın insanlarca (ya da makine destekli insanlarca) erişilemez üyelerinin olduğu bir durumla da *karşılaşılabilir*. Bu konuda aslında hiçbir şey bilinmiyor, dolayısıyla konu hakkında

herkes kendi fikrini geliştirebilir. Fakat §2.5'te aktarılan Gödel–Turing tipi argümanın 3. Bölümdeki argümanlarla birlikte etkin şekilde *gösterdiği*, insanın anlama ve sezgi yetisince (istenirse hesaplamanın da yardımıyla) erişilebilir *olan* böylesi bir sınıfa ait problemlerin, kendisi hesaplamalı şekilde erişilemez olan bir sınıfı oluşturduklarıdır. (Örneğin sonlanma problemi §2.5, insanlarca durmadığı doğrulanabilen hesaplamalar sınıfının herhangi bir bilinebilir şekilde doğru A algoritması tarafından kapsanamadığını göstermektedir ve ardından da devreye 3. Bölümdeki argümanlar girmektedir.)

Geroch–Hartle kuantum kütleçekim yaklaşımında 4 boyutlu çokkatlılarda denklik probleminin analize dahil olmasının nedeni şudur: Kuantum kuramının *standart* kurallarına göre kuantum–kütleçekimsel durum, mümkün geometrilerin (burada dört boyutlu şeyler olan *uzayzaman* geometrileri) hepsinin üst üste binmelerini, karmaşık ağırlık çarpanlarıyla birlikte içerecektir. Böylesi üst üste binmelerin bir tür benzersiz yolla (başka bir ifadeyle "fazladan sayma" olmadan) nasıl belirtileceğini anlamak için, bu uzayzamanlardan ikisinin ne zaman farklı olarak kabul edilmesi gerektiğini ve ne zaman aynı olarak alındığını bilmek gerekir. Topolojik denklik problemi bu nedenle bu kararın bir parçası olarak ortaya çıkar.

Şu sorulabilir: Kuantum kütleçekime Geroch–Hartle yaklaşımının özelliklerini taşıyan bir şeyin fizik yönünden doğru olduğu ortaya çıkarsa, bu bir fiziksel sistemin evriminde esasen hesaplanamaz bir şey olduğu anlamına mı gelecektir? Bu sorunun yanıtının hiç de açık olduğunu düşünmüyorum. Benim açımdan topolojik denkliğin hesaplama yoluyla çözülemezliğinin daha bütünlüklü *geometrik* denklik problemini de çözülemez kılması gerektiği bile yeterince açık değil. Bu yaklaşımın benim burada savunduğum ve kütleçekim etkileri dahil edildiği aşamada hemen kuantum kuramının yapısında gerçek bir değişikliğin beklendiği **OR** fikirleriyle nasıl ilişkileneceği (ya da ilişkili olup olmadığı) de açık değil. Buna rağmen Geroch–Hartle çalışması, en sonunda hangi kuantum kütleçekim kuramı fiziki yönden doğru olarak ortaya çıkarsa çıkarsın, hesaplanamazlığın gerçek bir rol oynayabileceği konusunda açık ve net bir olasılığa işaret ediyor.

7.9 Kehanet makineleri ve fizik yasaları

Tüm bunlara bakılmaksızın ayrı bir soru sorulabilir: Doğmakta olan kuantum kütleçekim kuramının da sonlanma problemini çözebilecek bir fiziksel aletin yapılmasına olanak sağlama özel anlamıyla, hesaplamalı olmayan bir kuram olduğunun açığa çıktığını varsayalım. Bu bizim 1. Kısımda Gödel-Turing argümanı konusundaki düşüncelerimizden doğmuş tüm problemleri çözmeye yeterli olacak mı? Bu sorunun şaşırtıcı yanıtı şu: *Hayır*!

Sonlanma problemini çözebilmenin neden bir faydası olmadığını görmeye çalışalım. Turing 1939 yılında bu konuyla ilgili *kâhin* adını verdiği önemli bir kavram ortaya attı. *Kâhin* sonlanma problemini çözebilecek bir şeydi (büyük olasılıkla zihninde, fiziksel olarak üretilebilir olmayan, kurgusal bir şey). Dolayısıyla kâhini bir çift doğal sayı q ve n ile gösterirsek, sonlu bir zaman sonra bu bize $C_q(n)$ hesaplamasının en sonunda durup durmamasına bağlı olarak EVET ya da HAYIR yanıtını verecekti (*bkz.* §2.5). §2.5'teki gerekçelendirmeler bize Turing'in tamamıyla hesaplamalı şekilde çalışan böyle bir kâhinin üretilemeyeceği sonucunu doğrulayan bir kanıt sağlamaktadır, ancak bize bir kâhinin fiziksel olarak üretilemeyeceğini söylememektedir. Zira bu sonucun çıkması için fizik yasalarının doğaları itibariyle hesaplamalı olduğunu bilmemiz gerekir ki bu konu 2. Kısımdaki tüm tartışmanın ana meselesidir. Ayrıca bir kâhinin üretilmesinin fiziksel olasılığının, ifade edebildiğim kadarıyla arkasında durduğum bakış açısının bir göstergesi olmadığı da vurgulanmalıdır. Yukarıda değinildiği üzere bütün sonlanma problemlerinin insan sezgi ve anlaması yoluyla ulaşılabilir olması gerekmez, dolayısıyla üretilebilir bir aracın da bunu yapabileceği sonucuna varmak gerekmez.

Turing bu konuyu ele alırken hesaplanabilirlikte böyle bir kâhine arzu edilen herhangi bir aşamada başvurulabilecek şekilde bir değişiklik yapılmasını düşündü. Böylelikle (bir *kehanet algoritması* uygulayan) bir *kehanet makinesi* olağan bir Turing makinesi gibi olacaktır, tek fark olağan hesaplama işlemlerine başka bir işlemin daha eklenmesidir: "Kâhine başvur ve $C_q(n)$'nin durup durmadığını sor; yanıt geldiğinde bu yanıttan faydalanarak hesaplamaya devam et." Kâhin ihtiyaç duyulduğunda tekrar tekrar çağırılabiliyordu. Bir kehanet makinesinin olağan bir Turing ma-

kinesi ne kadarsa o kadar *belirlenimci* bir şey olduğuna dikkat edin. Bu, hesaplanabilirliğin belirlenimcilikle hiç de aynı şey olmadığı gerçeğini gösterir. Bir kehanet makinesi gibi belirlenimci şekilde işleyen bir evrene sahip olmak ile bir Turing makinesi gibi belirlenimci şekilde işleyen bir evrene sahip olmak ilkesel olarak aynı ölçüde mümkündür. (§1.9'da ve KYU s:170'te betimlenen "oyuncak evrenler" aslında kehanet makinesi tipi evrenlerdir.)

Bizim evrenimizin gerçekten de bir kehanet makinesi gibi *işliyor* olması mümkün müdür? İlginçtir ki, bu kitabın 1. Kısmındaki argümanların Turing makinesi modeline karşı oluşları, eşit derecede başarılı biçimde matematiksel anlamanın kehanet makinesi modeline karşı uygulanabilirler. Tek yapmamız gereken §2.5'teki tartışmada geçen "$C_q(n)$"yi şimdi "n doğal sayısına uygulanan q'uncu kehanet makinesi" olarak okumaktır. Bunu gelin $C'_q(n)$ olarak adlandıralım. Kehanet makineleri olağan Turing makinelerinde olduğu gibi (hesaplanabilir şekilde) listelenebilir. Belirteçlerine gelince, eklenen tek özellik kâhinin işleme sokulacağı aşamalara dikkat etme zorunluluğudur ve bu yeni bir problem sunmaz. Şimdi §2.5'teki $A(q, n)$ *algoritmasını* $C'_q(n)$ kehanet işleminin durmadığından emin olmak için insan sezgi ve anlamasınca ulaşılabilir araçların toplamını temsil ettiğini düşündüğümüz bir *kehanet algoritması* olan $A'(q, n)$ ile değiştirelim. Aynı daha önceki gibi argümanları ilerlettikçe şu sonuca varırız:

> $\mathcal{G}'$ İnsan matematikçiler, matematiksel doğruluğu tayin etmek için bilinebilir doğrulukta bir kehanet algoritması kullanmıyorlar.

Buradan bir kehanet makinesi gibi işleyen bir fiziğin de problemlerimizi çözmeyeceği sonucuna varırız.

Aslında tüm işlem yeniden tekrarlanabilir ve ihtiyaç duyulduğunda bize olağan bir kehanet makinesinin hiç sonlanıp sonlanmayacağını söyleyebilecek *ikinci dereceden bir kâhini* yardıma çağırma iznine sahip "ikinci dereceden kehanet makineleri"ne uygulanabilir. Aynı yukarıdaki gibi şu sonuca varırız:

> $\mathcal{G}''$ İnsan matematikçiler, matematiksel doğruluğu tayin etmek için bilinebilir doğrulukta bir ikinci dereceden kehanet algoritması kullanmıyorlar.

Bu işlemin **Q19**'la bağlantılı olarak tartışıldığı üzere tekrarlanmış Gödelizasyona benzer şekilde tekrar tekrar yinelenebildiği anlaşılmalıdır. Her bir yinelemeli (hesaplanabilir) sıral α için bir α dereceden kehanet makinesi kavramına sahip oluruz ve görünen o ki şu sonuca varırız:

> $\mathcal{G}^{\alpha}$ İnsan matematikçiler, herhangi bir hesaplanabilir sıral α için matematiksel doğruluğu tayin etmek için bilinebilir doğrulukta bir α dereceden kehanet algoritması kullanmıyorlar.

Tüm bunların sonunda ulaşılan nihai sonuç endişe vericidir. Zira kehanet makinelerinin tüm hesaplanabilir düzeylerinin ötesine (muhtemelen onun da ötesine) uzanan, hesaplanabilir olmayan bir fizik kuramı arayışına girmek zorunda olduğumuzu iddia etmektedir.

Bu aşamada benim argümanımın inanılırlığının son zerrelerinin de ortadan kalktığına inanan okurlar olduğuna kuşku yok! Herhangi bir okuru bu hisse kapıldığı için suçlamamam gerektiği çok açık. Fakat bu benim ayrıntılarıyla aktardığım argümanların hiçbiriyle uyuşmamak için bir bahane sağlamıyor. Özellikle 2. ve 3. Bölümdeki argümanların hepsinin izi, o tartışmadaki Turing makinelerinin yerine α dereceden kehanet makineleri koyularak yeniden sürülmeli ve tekrarlanmalıdır. Ben argümanların önemli bir biçimde etkilendiğini düşünmüyorum ama her şeyi yeni baştan bu koşullarda sunma ihtimalindeki göz korkutuculuğu itiraf etmek durumundayım. Ancak vurgulanması gereken bir başka nokta daha var ve bu da insanın matematik kavrayışının hiç de ilkesel olarak *herhangi bir* kehanet makinesi kadar güçlü olmasının gerekmediğidir. Yukarıda dikkat çekildiği üzere $\mathcal{G}$ sonucu, insan sezgisinin ilkesel olarak sonlanma probleminin bütün örneklerini çözmeye yetecek kadar güçlü olduğuna zorunlu olarak işaret etmez. Bu nedenle aradığımız fizik yasalarının ilkesel olarak kehanet makinelerinin tüm hesaplanabilir düzeylerinin ötesine ulaşması (hatta birinci dereceye bile ulaşması bile) şart değildir. Bizim aramamız gereken sadece *herhangi bir* belirli kehanet makinesine eşdeğer olmayan (buna sıfırıncı dereceden makineler olan Turing makineleri de dahildir) bir şeydir. Belki de fizik yasaları bizi sadece *farklı* olan bir şeye ulaştırabilir.

7.10 Kuantum kütleçekimde hesaplanamazlık: 2

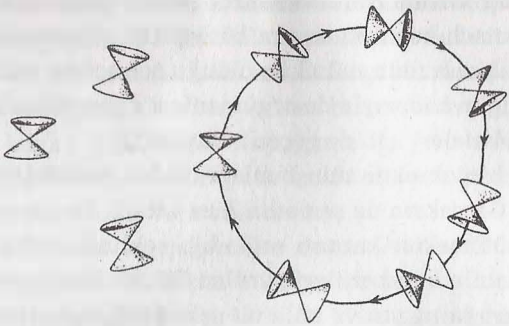
Kuantum kütleçekim sorununa geri dönelim. Şu anda elimizde kabul edilmiş bir kuram olmadığı, hatta kabul edilebilir bir aday dahi olmadığı vurgulanmalıdır. Fakat çok sayıda farklı ve etkileyici öneri vardır.[132] Benim burada bahsetmek istediğim fikir Geroch–Hartle yaklaşımıyla ortak olarak farklı *uzayzamanların* kuantum üst üste binmelerinin göz önüne alınması gerekliliğine sahiptir. (Birçok yaklaşım sadece üç boyutlu uzamsal geometrilerin üst üste binmelerini gerektirir ve biraz daha farklıdır.) David Deutsch'un[133] önerisine göre, içinde *zamanın* gayet makul biçimde davrandığı "mantıklı" uzayzaman geometrileri ile içinde *kapalı zamansal çizgilerin* olduğu "mantıksız" uzayzaman geometrileri üst üste bindirilmek zorundadır. Şekil 7.15'te böyle bir uzayzaman resmedilmektedir. *Zamansal bir çizgi* (klasik) bir parçacığın olası geçmişini betimlemektedir; "zamansal" ifadesi burada çizginin her bir noktasında her zaman yerel ışık konisi içerisinde yönlendiğine ve böylece görelilik kuramının gerektirdiği üzere (*bkz.* §4.4) yerel mutlak hızın aşılmadığına işaret etmektedir. *Kapalı* bir zamansal çizginin önemi, bu çizgiye kendi[134] dünya çizgisi olarak, başka bir deyişle uzayzaman içerisinde kendi cisminin geçmişini betimleyen çizgi olarak sahip bir "gözlemcinin" düşünülebilmesidir. Böyle bir gözlemci kendi algıladığı zamanın sonlu geçişinin ardından kendisini yeniden geçmişinde bulacaktır (zaman yolculuğu!). Aslında hiç deneyimlememiş olduğu bir şeyi kendisine yapabilme olasılığının açık görünmesi (bir çeşit "özgür irade" sahibi olduğunu varsayıyoruz) bir çelişkiye yol açar. (Bu tür tartışmalarda genellikle kendisinin, kendisi doğmadan önce, büyükbabasını öldürdüğü ya da aynı derecede endişe verici başka bir şey söylenir.)

---

[132] Örneğin *bkz.* Isham (1989, 1994), Smolin (1993, 1994)

[133] Fikir Deutsch'un makalesinin (1991) eski taslaklarından birinde bulunur ve basılan makalede yer almaz. David Deutsch bana son versiyondan bu bölümü çıkarmasının nedeninin fikrin "yanlış" olması değil, söz konusu makalenin amacıyla ilişkili olmaması olduğunun güvencesini vermiştir. Zaten benim amaçlarım açısından fikrin değeri, kuantum kütleçekimin var olan çerçevesi içerisinde "doğru" olmasında değil (çünkü şu anda böylesi bir tutarlı çerçeve yoktur), gelecekteki gelişmeler açısından fikir verici olmasındandır ve gerçekten de öyledir! "Kuantum hesaplama"daki hesaplanamazlık konusunda alternatif bir yaklaşım için *bkz.* Castagnoli vd (1992).

[134] *Bkz.* kitabın girişindeki Okuyucuya Notlar bölümü.



Şekil 7.15 Bir uzayzamanda yeterli şiddette ışık konisinin yan yatmasıyla kapalı zamansal çizgiler gerçekleşebilir.

Bu tür argümanlar kapalı zamansal çizgilere sahip uzayzamanları gerçek klasik evrenin olası modelleri olarak ciddiye almamak için bize yeterli neden sağlarlar. (İlginçtir, kapalı zamansal çizgilerle uzayzaman modellerini ilk kez ileri süren 1949 yılında Kurt Gödel olmuştur. Gödel bu uzayzamanların paradoksal yönlerini onları kozmolojik modeller olmaktan çıkarmaya yeterli nedenler olarak görmedi. Çeşitli nedenlerle bu konuda bugün normalde daha güçlü bir pozisyon alıyoruz, fakat *bkz.* Thorne (1994). Bu uzayzamanların birazdan tarafımızdan gerçekleştirilecek kullanımına Gödel'in tepkisini görmek ilginç olurdu!) Klasik evrenin betimlemesi olarak kapalı zamansal çizgilere sahip uzayzaman geometrilerini reddetmek mantıklı gözükmesine karşın, bir *kuantum üst üste binmesinde* karşımıza çıkabilecek potansiyel olaylar olarak reddedilmemeleri gerektiği yönünde bir savunu yapılabilir. Aslında Deutsch'un dikkat çektiği de budur. Bu tür geometrilerin toplam durum vektörüne katkıları çok küçük olsa da, potansiyel varlıkları (Deutsch'a göre) çok şaşırtıcı bir etkiye sahiptir. Eğer böyle bir durumda bir kuantum hesaplama gerçekleştirmek ne anlama gelir diye düşünürsek, görünen o ki *hesaplanamaz* işlemlerin gerçekleştirilebildiği sonucuna varıyoruz! Bu durum, kapalı zamansal çizgilere sahip uzayzaman geometrilerinde bir Turing makinesi işleminin kendi çıktısından beslenerek gerektiğinde sonsuza dek çalışabilmesi ve böylece "bu hesaplama hiç duruyor mu?" sorusunun yanıtının kuantum hesaplamanın ni-

hai sonucu üzerinde bir etki sahibi olması olgusundan kaynaklanıyor. Deutsch kendi kuantum kütleçekim şemasında kuantum kehanet makinelerinin mümkün olduğu sonucuna varıyor. Benim kestirebildiğim kadarıyla da argümanları daha yüksek dereceden kehanet makineleri için de geçerli oluyor.

Elbette birçok okur tüm bunları birden hazmetmekte zorluk çekecektir. Gerçekten de şemanın bize tutarlı (hatta mantıklı) bir kuantum kütleçekim kuramı sağladığı şeklinde sahici bir öneri yoktur. Bununla beraber ileri sürülen fikirler kendi çerçevesi içerisinde mantığa uygun ve anlamlı şekilde ilginçtirler. Ayrıca kuantum kütleçekim için uygun şema *en sonunda* bulunduğunda, Deutsch'un önerisinin bazı önemli vurgularının izlerini taşıması benim açımdan gayet akla uygun gözükmektedir. Bence özellikle §6.10 ve §6.12'de vurgulandığı gibi kuantum kuramı ile genel görelilik arasındaki doğru bütünlük bulunduğunda kuantum kuramının yasaları da (**OR**'yle uyumlu olarak) değişikliğe uğramak zorunda kalacaktır. Fakat ben Deutsch'un yaklaşımında hesaplanamazlığın onun kuantum kütleçekim fikirlerinin bir özelliği olmasını, sonuçta ortaya çıkacak olan $\mathcal{G}^{\alpha}$ için ihtiyaç duyulacak gibi gözüken düzeyde bile olsa) hesaplanamaz bir eylem olasılığı için önemli bir destek olarak kabul ediyorum.

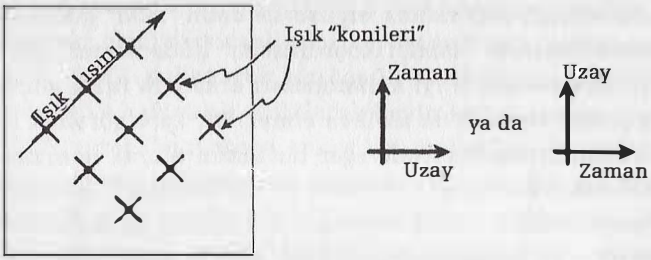
Son bir nokta olarak Deutsch'un işaret ettiği hesaplanamaz etkileri bize verenin tam da Einstein'ın genel göreliliğindeki ışık konilerinin potansiyel yana yatması (*krş.* §4.4) olduğuna dikkat çekmeliyiz. Işık konilerinin yan yatmasına, normal şartlarda Einstein'ın kuramıyla gerçekleşecek çok küçük miktarlarda bile olsa, *bir kez* izin verildi mi, bunların kapalı zamansal çizgiler sonucuna ulaşacak derecede yan yatmaları *potansiyel* olasılık olarak var demektir. Bu potansiyel olasılığın *fiili* bir etkiye sahip olması için kuantum kuramına göre sadece karşı-olgusal olarak bir rol oynaması yeterlidir!

7.11 Zaman ve bilinçli algılanışı

Bilinç konusuna geri dönelim. Şu an bulunduğumuz bu bilinmeyen garip yere doğru giden yola bizi taşıyan şey sonuçta bilincin matematiksel doğruluğun anlaşılmasında oynadığı özel rol ol-

muştu. Fakat bilinç çok açık ki matematik kavrayıştan çok daha fazlasıyla ilişkilidir. Bu yolu izlememizin tek nedeni bu yoldan ilerleyerek bir yere varmamızın mümkün gözükmesiydi. Şu an öyle veya böyle vardığımız bu "bir yer"den birçok okurun fazla hoşlanmadığına kuşku yok. Ancak ulaştığımız bu yeni bakış açısından geriye doğru bakarsak eski problemlerimizden bazılarını başka bir gözle göreceğimizi fark edebiliriz.

Bilinçli algının en çarpıcı ve doğrudan özelliklerinden biri *zamanın geçişi*dir. Bu bizim o kadar alıştığımız bir özelliktir ki fiziksel dünyanın davranışıyla ilgili muhteşem kesinlikteki kuramlarımızın bugüne kadar aslında bu konuda hiçbir şey söylemediğini öğrenmek bizde bir şok etkisi yaratır. Bundan daha kötüsü en iyi fizik kuramlarımızın zaman hakkında *söyledikleri* de algılarımızın bize söyledikleriyle neredeyse açık bir çelişki oluşturmaktadır.



Şekil 7.16 İki boyutlu bir uzayzamanda uzay ile zaman arasında hiçbir fark yoktur; yine de tek bir kişi bile uzayın "akması" gerektiğini iddia etmez!

Genel göreliliğe göre "zaman" sadece bir uzayzaman olayının yerinin tanımlanmasında belirli bir koordinat seçiminden ibarettir. Fizikçilerin uzayzaman tanımlarında "zaman"ı "akan" bir şey olarak belirleyen hiçbir şey yoktur. Hatta fizikçiler çok sık içinde tek bir zaman boyutuna ek olarak yalnızca *bir* uzay boyutunun olduğu model uzayzamanlar düşünürler ve bu tür iki boyutlu uzayzamanlarda neyin uzay neyin zaman olduğunu söyleyen herhangi bir şey yoktur (*bkz.* Şekil 7.16). Yine de kimse *uzayın* "aktığını" düşünmez! Fizik problemlerinde sık sık sistemin şu anki durumundan geleceğin hesaplanmasıyla ilgili olarak zaman evrimlerinin

ele alındığı doğrudur (*krş.* §4.2). Fakat bu hiç de gerekli bir işlem değildir ve hesaplamalar normalde bu şekilde yapılıyorsa bu *sadece* deneyimliyor göründüğümüz zaman "akışı" cinsinden dünya deneyimlerimizin matematiksel olarak modellenmesiyle ilgilenildiği için ve ayrıca geleceği öngörmek ilgimizi çektiği içindir.[135] Fizik yasaları kendi başlarına böyle bir zorunlu yapısal önyargı içermezken hesaplamalı dünya modellerimizde zaman evrimi önyargısıyla (sık sık ama değişmez şekilde değil) aklımızı çelen şey, bizim bariz deneyimlerimizdir.

Aslında bizim "akan" bir zaman cinsinden düşünmemizi gerektiren *tek* şey bilinç olgusudur. Göreliliğe göre sadece "durağan" bir dört boyutlu uzayzamana sahip olunur ve bu herhangi bir "akışa" sahip değildir. Uzayzaman sadece *vardır* ve zaman uzaydan daha fazla ve ayrıca "akmaz". Zamanın akmasına ihtiyaç duyar gibi gözüken sadece bilinçtir, dolayısıyla bilinç ile zaman arasındaki ilişki başka açılardan da acayipse buna şaşırmamamız gerekir.

Hatta bilinçli farkındalık olgusu ile onun "akar" görünen zamanı ve fizikçilerin "zaman koordinatını" ifade etmek için gerçel sayı parametresi "*t*"yi kullanmaları arasında fazla güçlü bir özdeşleştirme yapmak da akıllıca olmaz. Bir kere görelilik bize *t* parametresinin seçilmesinde eğer bir bütün olarak uzayzamana uygulanacaksa herhangi bir teklik ya da benzersizlik olmadığını söyler. Karşılıklı olarak uyumsuz çok sayıda başka alternatif mümkündür ve bunlardan herhangi birinin seçiminin önünde bir engel yoktur. İkincisi "gerçel sayı" kavramının bizim zamanın akışını bilinçli algılayışımıza tamamen uygun olmadığı açıktır; bunun için fizikçilerin zaman ölçekleri (elektronlar ve diğer yüklü parçacıklarla etkileşen elektromanyetik alanların kuantum kuramı olan kuantum elektrodinamiğinin kesinliğinin gösterdiği üzere) 10^{-25} saniyelere, hatta Planck zamanı 10^{-43} saniyelere dek inerken bizim çok küçük zaman ölçeklerine (örneğin diyelim ki bir saniyenin yüzde biri kadar zaman ölçeklerine dahi) duyarlılığımızın olmaması bile yeterli bir nedendir. Dahası matematikçilerin

[135] Her ne olursa olsun bizim zamana dair normal fizik ifadelerimiz zamanın geleceğe doğru "akması" ile geçmişe doğru "akması" arasında bir ayrım yapmaz. (Fakat termodinamiğin ikinci yasası gereği, "bugüne ait bilgilerle geçmişe gitme" dinamik denklemlerin zaman evrimi aracılığıyla etkin şekilde başarılabilen bir şey değildir.)

gerçek bir sayı olarak zaman kavramı, kavramın anlamlı şekilde uygulandığı koşullarda, bu kavram bütün ölçeklerde fiziksel olarak uygun düşsün düşmesin herhangi bir küçüklük limitinin *olmamasını* gerektirir.

Bilinçli deneyim ile fizikçilerin fizik betimlemelerinde "zaman" olarak kullandıkları *t* parametresi arasındaki ilişki konusunda daha açık konuşmak mümkün müdür? Öznel bir deneyimin bu fizik parametresiyle ilişkili olarak "ne zaman" "fiilen" gerçekleştiğini test etmenin deneysel bir yolu gerçekten olabilir mi? Bilinçli bir olayın belirli bir zamanda gerçekleştiğini söylemek nesnel anlamda bir *anlam* ifade eder mi? Aslında doğrudan bu konuyla ilgili bazı deneyler gerçekleştirildi ancak sonuçların son derece kafa karıştırıcı olduğu ve neredeyse paradoksal çıkarımlara işaret ettiği ortaya çıktı. Bu deneylerden bazılarından KYU s. 439–444'te bahsedildi ama burada bunlara yeniden bakmak uygun olacak.

H. H. Kornhuber ve arkadaşları (*krş.* Deeke vd 1976) 1970'li yılların ortalarında bir dizi gönüllü insanın kafalarındaki bazı noktalardaki elektrik sinyallerini kaydetmek için elektroensefaloglamlar (EEG) kullanarak bir *özgür irade* eylemiyle (bilincin *etkin* yönüyle) bağlantılı olabilecek beyin aktivitelerinin zaman ölçümünü gerçekleştirmeye çalıştılar. Deneklerden çeşitli zamanlarda işaret parmaklarını oynatmaları, ama bu parmak hareketinin "bilinçli istenmesiyle" ilişkili beyin faaliyetinin zamanının ölçülebilmesi umuduyla bunu *tamamen kendi seçtikleri* anlarda aniden yapmaları istendi. EEG izlerinden önemli sinyaller yalnızca bir dizi farklı çalıştırmanın ortalamasının alınmasıyla elde edilebildi. Bulunan şaşırtıcı sonuç, kaydedilen elektrik potansiyelin filli parmak hareketinden bir ila bir buçuk saniye kadar *önce* aşamalı olarak artıyor gözükmesiydi. Bu bilinçli bir iradi eylemin gerçekleşmesinin bir saniye civarı bir süre gerektirdiği anlamına mı geliyordu? Denek farkındalığı gözetildiğinde, parmağı hareket ettirme kararının parmak hareket ettirilmeden tam öncesinde, anlık alınmış olması gerekirdi, dolayısıyla da bu bir saniye civarı bir süre önce olmamalıydı. (Dış bir sinyale yanıt olarak verilen "önceden programlanmış" reaksiyon zamanının bundan çok daha kısa, bir saniyenin yaklaşık beşte biri olduğu bilinmelidir.)

Bu deneylerle şu sonuçlara varılabilir gibi gözüküyor: (i) Bilinçli "özgür irade" eylemi, bir anlamda beynin önceki bilinçsiz faaliyeti içerisinde önceden programlanmış olan tam bir yanılsamadır *ya da* (ii) iradenin oynaması mümkün olan ve böylelikle bazen (ama genelde değil) bilinçsiz olarak bir saniye öncesinde gelişmeye başlamış kararı tersine çevirebildiği bir "son dakika" rolü vardır *ya da* (iii) denek aslında hareketlenme gerçekleşmeden bir saniye kadar bir süre önce bilinçli şekilde parmağını hareket ettirme iradesini devreye sokmaktadır ama istikrarlı bir şekilde hatalı olarak bilinçli eylemin çok sonra, parmak hareket etmeden hemen önce gerçekleştiğini algılamaktadır.

Daha yakın dönemde yapılan deneylerde Benjamin Libet ve çalışma arkadaşları bu deneyleri tekrarladılar, ancak denekten kararın verildiği anda bir saatin zaman göstergesini not etmesini isteyerek parmak hareketinin iradesinin koyulduğu fiili eylemin zamanını daha doğrudan belirleyebilmek için deneyi geliştiren bazı ekler de yaptılar (*bkz.* Libet 1990, 1992). Sonuçlar daha önceki sonuçları doğruluyor gibi gözüküyordu ve aynı zamanda (iii)'ye de karşıydı ve Libet de şahsen (ii)'yi destekler gibi görünüyordu.

Bir başka deney dizisinde, 1979 yılında Libet ve Feinstein tarafından bilincin *duyusal* (ya da *edilgen*) yönlerinin zamanlaması araştırıldı. Deri üzerindeki belirli noktalardan duyusal sinyaller alınmasıyla ilişkili olarak beyinlerinin bir parçası içerisine elektrotların yerleştirilmesine onay veren denekleri test ettiler. Bu doğrudan simülasyonla birlikte deri üzerindeki ilgili noktanın uyarıldığı durumlar da yaratıldı. Bu deneylerin genel sonucu, denekler herhangi bir duyumun farkına bilinçli şekilde varmadan önce yaklaşık (koşullara bağlı olarak bazı değişmelerle) yarım saniyelik bir nöron faaliyeti olacağı, ancak doğrudan deri simülasyonu durumundaysa deneklerin deri gerçekten uyarılmadan önce, daha erken bir zamanda uyarımın farkına varma izlenimi elde ettikleri oldu.

Bu deneylerin her biri kendi başına belki biraz rahatsız edici olsa da paradoksal değildir. Belki de kişinin bariz bilinçli kararları gerçekten de daha önceki bir zamanda, en az bir saniye önce *bilinçsiz şekilde* alınmaktadır. Belki de kişinin bariz duyumları gerçekten uyandırılamadan önce yaklaşık yarım saniyelik bir

beyin faaliyetine *ihtiyaç* duyuyordur. Fakat bu iki bulguyu bera ber ele aldığımızda görünen o ki, bir dış uyaranın bilinçli şekilde kontrol edilen bir tepkiye yol açtığı bütün eylemlerde o yanıt gerçekleşemeden önce bir ila bir buçuk saniyelik bir zaman gecikmesine ihtiyaç duyulduğu şeklinde bir sonuca sürükleniyoruz. Zira farkındalık en az yarım saniye geçmeden gerçekleşmez ve eğer bu farkındalığın kullanılması gerekiyorsa o halde özgür iradenin bariz şekilde miskin işleyişinin de muhtemelen bir saniyelik yeni bir gecikmeye sebep olarak kendi rolünü oynaması gerekir.

Bilinçli tepkilerimiz gerçekten bu kadar yavaş mı? Örneğin gündelik konuşmalarımızda durum hiç de böyle gözükmüyor. (ii)'yi kabul etmek zaman zaman bilinçli bir yanıt bilinçsiz bir yanıta yaklaşık bir saniye üstün gelirken kişiyi tepki eylemlerinin çoğunun tamamıyla bilinçsiz olduğu sonucuna ulaştıracaktır. Fakat tepki genellikle *bilinçsiz*se, bu durumda bilinçli yanıt kadar yavaş olmadığı müddetçe bilincin ona üstün gelmesinin olanağı yoktur; aksi halde bilinçli eylem devreye girdiğinde bilinçsiz tepki çoktan verilmiş olur ve artık bilincin onu etkilemesi için çok geç kalınmıştır! Bu nedenle bilinçli eylemlerin hızlı olduğu *bazı zamanlar* haricinde, bilinçsiz tepkinin *kendisinin* yaklaşık bir saniye tutması gerekir. Bu bağlamda "önceden programlanmış" bir bilinçsiz eylemin çok daha hızlı, saniyenin yaklaşık beşte birinde gerçekleşebileceğini hatırlayalım.

Elbette halen (i) olasılığıyla birlikte hızlı bir tepkiye sahip olabilir (diyelim ki bir saniyenin beşte biri) ve böylece daha sonra olabilecek herhangi bir bilinçli (duyusal) faaliyetin bilinçsiz tepki sistemi tarafından tamamen görmezden gelindiği fikrine razı olabiliriz. Bu durumda (ki (iii)'yle durum daha bile kötüdür) hızlı diyebileceğimiz bir konuşmada bilincimizin oynayabileceği tek rol, bütün piyesin yalnızca "yavaş çekim tekrarını" fark edebilen bir izleyici rolüdür.

Burada fiili bir çelişki yoktur. Bilincin hızlı denebilecek bir faaliyette işten kaytarması, doğal seçilimin bilinci zaten yalnızca amaçlı düşünmedeki rolü için üretmiş olması pekâlâ mümkündür. 1. Kısımdaki tüm tartışma nihayetinde herkesin bildiği üzere gayet yavaş olan bir bilinçli derin düşünme türüyle (matematiksel anlamayla) ilgiliydi. Belki de daha hızlı tepki süreleri eylem yö-

nünden tümüyle bilinçsizdir ve bunların gecikmiş bilinçli algılanışları herhangi bir etkin rol oynamazken, bilinçlilik yetisi sadece bu türden bir yavaş ve derin düşünüş gerektiren zihinsel faaliyet için *evrimleşmişti*.

Bilincin işlemesi için kendisine uzun bir zaman tanındığında yerine geldiği kesinlikle doğrudur. Fakat ben gündelik konuşma ya da masa tenisi, squash, motor yarışı gibi görece hızlı faaliyetlerde bilincin bir rolünün *olmama* olasılığına ilişkin inançsızlığımı itiraf etmek zorundayım. Yukarıdaki tartışmada en azından bir büyük boşluk var ve bu da bilinçli olayların kesin zamanlamasının anlamlı olduğu varsayımında saklı gibi gözüküyor. Bilinçli bir deneyimin gerçekleştiği ve bu belirli "deneyim zamanı"nın bu deneyime "özgür iradeli bir tepki"nin etki zamanından önce gelmek zorunda olduğu "edimsel bir zaman" *gerçekten* var mı? Bu alt başlığın başlangıcında tanımlandığı üzere bilincin zamanın fizik kavranışıyla olan beklenti dışı ilişkisi odağından bakıldığında bana, bilinçli bir olayın gerçekleşmek zorunda olduğu bu kadar iyi tanımlanmış bir "zaman"ın olmaması en azından mümkün gibi gözüküyor.[136]

Bununla uyumlu en ılımlı olasılık zamanda, bilinçli deneyim ile fiziksel zaman arasındaki ilişkide yalnızca özsel bir belirsizlik olacak şekilde yerel olmayan bir dağılmanın olmasıdır. Fakat benim tahminime göre burada çok daha derin ve kafa karıştırıcı bir şey işlemektedir. Eğer bilinç kuantum kuramından asli bir girdi olmaksızın fizik terimleriyle anlaşılamayan bir olguysa, o halde bu kuramın **Z** gizemleri de farkındalık ile özgür irade arasında gerçekten var olabilecek nedensellik, yerel olmama ve karşı-olgusallık özellikleri hakkındaki çok sağlam görünen vargılarımızla çatışıyor olabilir. Örneğin belki de §5.2 ve §5.9'da bomba sınama probleminde gerçekleşen tipteki karşı-olgusallık burada bir çeşit rol oynadı: Bir eylem ya da düşüncenin *gerçekleşebilecek* olması, aslında gerçekleşmese de, davranışı etkiledi. (Bu, örneğin (ii)

[136] Ayrıca *bkz.* Dennett (1991). Stephen Hawking ve çalışmalarıyla ilgili *A Brief History of Time* [*Zamanın Kısa Tarihi*] filmini izlemiş olanlardan bazıları bilincin zamanın akışıyla ilişkisi konusunda benim görüşlerim hakkında çok acayip bir fikir edinmiş olabilir. Bunun filmin akışında yapılan son derece yanıltıcı ve uygunsuz bir kurgu kesintisi nedeniyle ortaya çıktığını bu fırsattan istifade belirtmek isterim.

olasılığının yukarıdaki şekilde elenmesi gibi görünüm itibariyle mantıklı çıkarımları geçersizleştirebilir.)

İşin içerisine kuantum etkileri karıştığında (sıradaki alt başlıktaki EPR fikirlerinin de vurgulayacağı üzere) genel olarak olayların zamansal sıralamasıyla ilgili mantıklı gözüken vargılara ulaşmakta çok ihtiyatlı olunmak zorundadır. Tersten ifade edersek, *eğer* bilinç alanında olayların zamansal sıralaması konusunda klasik uslamlama bizi çelişkili bir vargıya götürmüşse, bu kuantum eylemlerinin işbaşında olduğunun güçlü bir göstergesidir!

7.12 EPR ve zaman: Yeni bir dünya görüşü ihtiyacı

Zaman konusundaki fizik yaklaşımlarımız hakkında sadece bilinçle ilgili olarak değil, kuantum yerel olmama ve karşı-olgusallık işin içerisine karıştığında fiziğin kendisiyle ilgili olarak da şüpheci olmamız için nedenler var. EPR koşullarındaki durum vektörü $|\psi\rangle$ hakkında güçlü bir "gerçekçi" yaklaşımı kabul edersek (ki ben §6.3 ve §6.5'te böyle *yapılmadığında* karşılaşılacak zorluklar konusunda güçlü vurgular yaptım), bu durumda çok büyük bir muammayla karşı karşıya kalırız. Bu tür muammalar §6.9'da betimlenen GRW kuramının doğası üzerine ayrıntılı bir kuramın geliştirilmesi açısından ve potansiyel olarak benim savunduğum §6.12'deki **OR** tipi bir şema açısından da ciddi güçlüklere yol açar.

§5.3'teki sihirli dodekahedronları ve bu konuda §5.18'de yapılan açıklamayı hatırlayalım. Sorumuz şuydu: Bu iki olasılıktan hangisi şeylerin "gerçekliğini" temsil etmektedir? Başlangıçtaki dolanık toplam durumu anında indirgeyen (ve dolanıklığını kaldıran) şey *meslektaşımın* düğmeye basması mıdır; böylelikle benim dodekahedronumun içindeki atom durumu anında dolanıklığı kalkmış şekilde onun düğmeye basması tarafından yaratılmakta mıdır ve benim sonraki düğme basışımdan doğabilecek olasılıkları tanımlayan *bu* indirgenmiş durum mudur? Yoksa benim düğmeye basışımı daha önce gelmekte, meslektaşımın dodekahedronu içindeki atomun durumunu aniden indirgemek üzere başlangıçtaki dolanık duruma etki etmekte ve böylece indirgenmiş dolanık olmayan durumla karşılaşan kişi meslektaşım mı olmaktadır? So-

nuçlar açısından bakıldığında problemi nasıl ele aldığımız §6.5'te de belirtildiği üzere fark etmemektedir. Fark etmemesi de aynı zamanda iyidir, çünkü fark etseydi uzak (uzaysal olarak ayrılmış) olayların fiziksel olarak gözlemlenebilir etkilere sahip olamayacağını söyleyen "eşanlılık" yaklaşımı açısından Einstein'ın görelilik ilkeleri çiğnenmiş olurdu. Fakat eğer $|\psi\rangle$'nın *gerçekliği* temsil ettiğine inanıyorsak, o zaman bu gerçeklik de iki betimlemede farklıdır. Kimileri bunu $|\psi\rangle$'yı gerçekçi ele almamak için yeterli bir neden olarak görmektedir. Kimileri de gerçekçi ele alışı destekleyen diğer güçlü nedenleri kabul etmekte (*krş.* §6.3) ve şimdiden Einsteincı evren betimlemesinin bindirdiği yükten kurtulmaya hazırlanmaktadır.

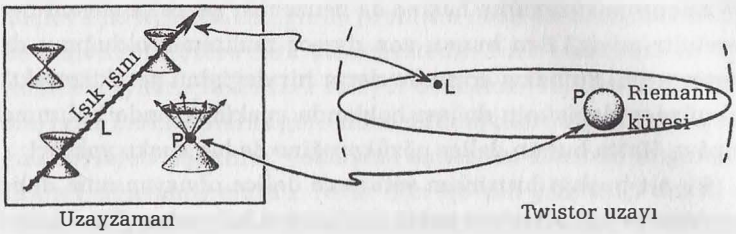
Benim eğilimim *her ikisinden de*, kuantum gerçekçiliğinden de görelilikçi uzayzaman yaklaşımının ruhundan da kopmamaya çalışma yönündedir. Ama bunu yapmak şu anki fiziksel gerçekliği tasvir biçimimizde temel bir değişikliği gerektirecektir. Bir kuantum durumunu (ya da uzayzamanın kendisini) betimleme biçimimizin şu an aşina olduğumuz betimlemeleri takip etmek zorunda olduğunda ısrar etmektense, bunun yerine bildiğimiz betimlemelere (en azından başlangıçta) matematiksel olarak eşdeğer olsa bile, çok farklı gözüken bir şeyi aramaya başlamalıyız.

Aslında bu tür bir şeyin iyi bir örneği var. Einstein genel göreliliği keşfetmeden önce, parçacıkların düz bir uzayda hareket ederek birbirlerini kütleçekim kuvvetinin ters kare yasasına göre çektikleri Newton'ın müthiş kesinlikteki kütleçekim kuramına tamamen alışmış bir durumdaydık. Bu betimlemeye herhangi bir temel değişiklik eklemenin Newton'ın şemasının olağanüstü kesinliğini bozmaya neden olacağı düşünülürdü. Yine de Einstein'ın yaptığı tam da böyle bir temel değişiklik oldu. Kütleçekim dinamiği hakkındaki alternatif yaklaşımında görülen resim tamamıyla dönüşüme uğradı. Uzay artık düz değildi (hatta "uzay" da değildi, "uzayzaman"dı); artık kütleçekim kuvveti de yoktu, onun yerini uzayzaman bükülmesinin gelgitli etkileri aldı. Hatta artık parçacıklar hareket bile etmiyor, uzayzaman üzerinde çizilen "durağan" eğrilerle gösteriliyordu. Newton'ın kuramının çarpıcı doğruluğu yerle bir mi olmuştu? Hiç de değil; hatta olağanüstü derecede geliştirilmişti! (*Bkz.* §4.5)

Kuantum kuramının başına da benzer bir şeyin gelmesini bekleyebilir miyiz? Ben bunun son derece muhtemel olduğunu düşünüyorum. Bu bakış açısında *derin* bir değişimi gerektirecektir, bu yüzden değişimin doğası hakkında spekülasyonda bulunmak zordur. Hatta bunun delice gözükeceğine de hiç kuşku yoktur!

Bu alt başlığı bitirirken yeterince delice olmayan ama delice görünen ve özgün değere sahip iki fikirden bahsedeceğim. Birincisini Yakir Aharanov ve Lev Vaidman'la (1990) Costa de Beauregard (1989) ve Paul Werbos'a (1989) borçluyuz. Bu fikre göre kuantum gerçekliği *iki* durum vektörü tarafından tanımlanmaktadır; bunlardan biri zamanda **R**'nin son gerçekleşmesinden ileriye doğru normal biçimde yayılmakta, diğeriyse **R**'nin gelecekte bir sonraki gerçekleşmesinden *zamanda geriye doğru* yayılmaktadır. Bu ikinci durum vektörü[137] kimimizin kabul edilemez bulabileceği üzere geçmişte ona olanlarca değil, gelecekte ona olacak olanlar tarafından yönetilmesi anlamında "teleolojik [erekselci] şekilde" davranır. Fakat kuramın çıkarımları standart kuantum kuramının çıkarımlarıyla kesinlikle aynıdır, dolayısıyla salt bu temele dayanarak geçersiz kılınamaz. Standart kuantum kuramına göre *avantajı*, Einstein'ın göreliliğinin ruhuyla uyumlu olarak uzayzaman terimleriyle açıklanabilen EPR olaylarındaki durumun tamamıyla nesnel bir betimlemesine sahip olmaya olanak vermesidir. Bu nedenle bu alt başlığın başlangıcında bahsi geçen muammaya bir (tür) çözüm sağlamaktadır; fakat bu çok kişinin kaygılandırıcı bulacağı, teleolojik şekilde davranan bir kuantum durumuna sahip olma pahasınadır. (Kendi adıma, fiili fiziksel davranışla ilgili problemlere yol açmadıkları müddetçe betimlemelerdeki bu teleolojik yönlerin kabul edilmesinde hiçbir sorun yoktur.) Ayrıntılar için okurları ilgili literatüre yönlendiriyorum.

[137] Geriye doğru evrilen durum vektörünü bir "bra vektörü" $\langle\phi|$ olarak atarken, normal şekilde ileri doğru evrileni standart bir "ket vektörü" $|\psi\rangle$ olarak atamanın belli bir matematiksel önemi vardır. Durum vektörleri ikilisi $|\psi\rangle\langle\phi|$ çarpımı olarak gösterilebilir. Bu §6.4'teki yoğunluk matrisi gösterimine uygundur.



Şekil 7.17 *Twistor kuramı* ışık ışınlarının her birini birer noktayla, olayları da Riemann küreleriyle göstererek uzayzamanın betimlenmesinde alternatif bir fiziksel betimleme sağlar.

Bahsetmek istediğim diğer fikir *twistor kuramı* fikridir (*bkz.* Şekil 7.17). Bu kuram esasen aynı EPR gizemleri üzerinden ilerlemiş, ancak (bu yolla) *şu ana dek* bunlara bir çözüm sağlamamıştır. Güzelliği başka bir yerde, belirli bazı temel fizik kavramlarına beklenmedik ve zarif matematiksel tanımlar (çekici bir matematiksel formülasyona ulaştırdığı Maxwell'in elektromanyetik denklemleri gibi, *krş.* §4.4 ve KYU, s:184–187) sağlamasında yatar. Yekpare ışık ışınlarının tekil noktalar olarak gösterilmesiyle uzayzamanın yerel olmayan bir betimlemesini sağlamaktadır. Onu EPR olaylarının kuantum yerel olmamasıyla bağlantılandıran da bu uzayzaman yerel olmamadır. Aynı zamanda U kuantum kuramının karmaşık sayıları ile uzayzaman yapısı arasında yakın bir ilişki elde edilecek şekilde temel itibariyle *karmaşık sayılara* ve onların ilgili geometrisine dayanmaktadır. Özellikle §5.10'daki Riemann küresi, bir uzayzaman noktasının ışık konisiyle (ve o noktadaki bir gözlemcinin "gök küresi"yle) ilgili olarak temel bir rol oynar. (Bununla ilgili teknik olmayan bir aktarım için *bkz.* David Peat'ın (1988) makalesi, görece kısa ama teknik bir aktarım içinse *bkz.*Stephen Huffett ve Paul Todd'un (1985) kitabı.[138])

Burada bu konular hakkında daha fazla konuşmam benim açımdan uygunsuz olur. Bunlardan bahsetmemin nedeni sadece, fiziksel dünyaya ilişkin zaten olağanüstü kesinlik taşıyan betimlememizin şu an sahip olduğumuz betimlemelerden çok farklı gözüken bir şeye değişmesi için çeşitli olasılıklar olduğuna işaret

[138] Twistorlar hakkında daha fazla bilgi için ayrıca *bkz.* Penrose ve Rindler (1986), Ward ve Wells (1990), Bailey ve Baston (1990).

etmekti. Böyle bir değişiklik için önemli bir tutarlılık gerekliliği olarak, yeni betimlemeyi U kuantum kuramının bütün başarılı sonuçlarında da yeniden üretebilmemiz gerekir. Bu en azından benim güçlü inancımdır; aynı zamanda şu anki görüşüm de bu "uygun modifikasyonun" §6.12'de betimlenen **OR** fikirleri çizgisinde bir şey olmak zorunda olduğudur. Göreliliğin "gerçekçi" bir durum indirgenmesiyle birleştirildiği GRW kuramı gibi kuramların şu ana dek çok ciddi (özellikle de enerjinin korunumuyla ilgili) problemlerle karşılaştıkları belirtilmelidir. Bu benim merkezi önemdeki fizik meselelerinde derin bir ilerleme sağlayabilmemiz için dünya görüşümüzde temel bir değişiklik yapmamızın gerektiği yönündeki inancımı kuvvetlendirmeye de yarıyor.

Bilinç olgusunun fizik yoluyla anlaşılmasında hakiki bir ilerlemenin de, fizik alanındaki dünya görüşümüzde yapmamız gereken aynı temel değişimi (bir önkoşul olarak) gerektirdiğine yine kişisel olarak inanıyorum.

8

OLASI SONUÇLAR

8.1 Zeki yapay "aygıtlar"

Tüm bu tartışmaların ardından yapay zekânın nihai potansiyeli konusunda ne karara varıyoruz? 1. Kısımdaki argümanlar, elektronik bilgisayar kontrollü robot teknolojisinin (ne yaptığını anlayan ve bu anlamaya göre eyleyebilen anlamında) *gerçekten* zeki bir makinenin yapay inşası için bir yol *sağlamayacağını* kuvvetli şekilde gerekçelendirdiler. Elektronik bilgisayarlar bilimsel, teknolojik ve toplumsal ilerlemeye son derece güçlü ve değerli yardımlarına ek olarak, zihinsel olgularla bağlantılı birçok meseleyi (belki de büyük bir oranda bize hakiki zihinsel olguların ne *olmadığını* öğretmeleri sayesinde) açıklığa kavuşturmada da kuşku duyulamayacak bir öneme sahipler. Bilgisayarların bizim bir probleme farkındalığımızı taşırken yaptığımızdan *çok farklı* bir şey yaptıkları sonucuna varıyoruz.

Fakat 2. Kısımdaki bundan sonraki tartışmalarda benim hiçbir şekilde gerçekten zeki bir *aygıt* yapılmasının olanaksız olması gerektiği şeklinde bir görüş ileri sürmediğim görülmelidir. Böyle bir aygıt hesaplamalı şekilde kontrol edilebilir olma anlamında bir "makine" olmayacaktır. Bunun yerine bizim farkındalığımızı uyarmaktan sorumlu olan, aynı türden fiziksel eylemi içermesi gerekecektir. Henüz bu eylemin herhangi bir fiziksel kuramına sahip olmadığımız için böylesi bir farazi aracın yapılabilip yapılamayacağı ya da yapılma zamanı hakkında spekülasyonda bulunmak için kesinlikle çok erkendir. Yine de yapılması, benim taraftarı olduğum ve zihinselliğin hesaplamalı olmasa da bilimsel terimlerle anlaşılmasına izin veren $\mathscr{C}$ yaklaşımı içerisinde (*krş.* §1.3) düşünülebilir.

Böyle bir aygıtın biyolojik özellikte olması gibi bir gereklilik görmüyorum. Biyoloji ile fizik arasında (ya da biyoloji, kimya ve fizik arasında) özsel bir ayrım çizgisi görmüyorum. Biyolojik sistemler bizim (genellikle çok sofistike) fiziksel yaratımlarımızın en sofistike olanlarını bile açık arayla geride bırakan bir organizasyon inceliğine sahip olma eğilimindedir. Fakat açıkçası evrenimizi fiziksel yönden, özellikle de zihinsel olgularla bağlantılı olarak anlamada henüz yolun çok başındayız. Bu nedenle inşa ettiğimiz fiziksel yapıların gelecekte incelik ve derinlik açısından çok daha fazla gelişmeleri beklenmelidir. Gelecekte ulaşılacak bu incelik ve çok yönlülüğün şu anda düşünülmesi çok zor olan fiziksel etkileri de içerebileceğini öngörebiliriz.

Daha yakın bir gelecekte kuantum kuramının anlaşılmaz (Z gizemi) etkilerinden bazılarının uygun koşullar altında şaşırtıcı uygulamalar bulacağından şüphelenmek için hiçbir neden görmüyorum. Şimdiden kuantum etkilerinin kriptografide hiçbir klasik aygıtın yapamadığı şeylerin başarılması için kullanılması gibi fikirlere sahibiz. Temelde kuantum etkilerine dayanarak gizli bilgilerin bir kişiden diğerine üçüncü bir tarafın tespit edilmeden araya girmesinin mümkün olamayacağı biçimde yollanabilmesini sağlayan kuramsal öneriler var (*krş.* C. Bennett vd 1983). Bu fikirlere dayalı deneysel aygıtlar şimdiden yapılmış durumda ve bunların birkaç yıl içerisinde ticari uygulama olanağı bulacağına hiç kuşku yok. Genel kriptografi alanında kuantum etkilerinden faydalanan bir dizi başka düzenleme daha ileri sürüldü ve embriyon halindeki *kuantum kriptografi* alanı artık hızla gelişiyor. Belki de günün birinde gerçekten bir *kuantum bilgisayar* yapmak mümkün olabilecek, ama şu andaki kuramsal denemeler pratik uygulamadan çok uzak ve fiziksel olarak ne zaman inşa edilebileceklerini (ya da bunun başarılıp başarılamayacağını) öngörmek henüz zor (*bkz.* Obermayer vd 1988a,b).

İşleyişi bizim şu an *bilmediğimiz* bir fizik kuramına bağlı olacak bir aygıtın yapılma olasılığını (ya da zamanını) tahmin etmekse bundan da zor. Böyle bir kurama, iddia ediyorum, bizler hesaplanamaz şekilde işleyen bir aygıtın ("hesaplanamaz şekilde" ifadesini bu kitapta kullandığım Turing makinesince ulaşılamaz anlamında kullanıyorum) altında yatan fiziği anlayamadan önce

gereksinim duyacağız. Benim argümanlarıma göre böyle bir aygıtın yapılması için, nasıl yapılacağını düşünmeye bile başlamadan önce, öncelikle kuantum durum indirgenmesi için uygun fizik kuramını (**OR**) bulmamız gerekli olacaktır (ve böyle bir kurama ne kadar yaklaştığımızı bilmemiz çok zordur). Bu **OR** kuramının ortaya çıkacak özelliklerinin yapılacak işe hiç beklenmedik bir gidişat kazandırması da mümkündür.

Bu tür bir hesaplamalı olmayan aygıt yapmak istiyorsak ben en azından ilkönce kuramı bulmamız gerektiğini *varsayıyorum*. Fakat böyle olmaması da muhtemel: Şaşırtıcı yeni fiziksel etkilerin henüz kuramsal açıklamaları bulunmadan, bundan yıllar önce keşfedilmeleri pratikte sık rastlanan bir durumdur. Süperiletkenlik buna iyi bir örnektir: İlk olarak (1911 yılında Heike Kammerlingh Onnes tarafından) deneysel olarak gözlemlenmiş, ancak tam kuantum kuramsal açıklaması bundan neredeyse elli yıl sonra, 1957 yılında Bardeen, Cooper ve Schrieffer tarafından bulunmuştur. Dahası yüksek sıcaklık süperiletkenliği de 1986 yılında, *krş.* Sheng vd. (1988), yine var olduğuna inanmak için öncesinde salt kuramsal temelde yeterli neden olmamasına karşın keşfedilmiştir. (1994 yılı itibariyle bu olgunun halen daha yeterli kuramsal açıklaması yoktur.) Öte yandan hesaplanamaz faaliyet konusunda, belli bir cansız nesnenin hesaplanamaz şekilde davrandığının nasıl *söyleneceğini* kararlaştırmak bile çok zordur. Hesaplanabilirlik kavramının kendisi zaten doğrudan bir gözlemsel konu olmaktan ziyade *kuramla* çok ilişkilidir. Fakat hesaplanamaz bir kuramın içerisinde, elbette o kuramın hesaplanamaz özelliklerini karakterize eden, test edilebilen ve gerçek bir aygıtın sergileyebileceği davranışlar olacaktır. Benim tahminim ilkönce kurama sahip olmadan bu hesaplanamaz davranışın gözlemlenebilmesi ya da fiziksel olarak inşa edilmiş bir cisimde sergilenebilmesi pek muhtemel değildir.

Argümanın ilerlemesi amacıyla şimdi gereken fizik kuramına (ki bu daha önce belirttiğim üzere kuantum durum indirgenmesi konusunda hesaplanamaz bir **OR** kuramı olmalıdır) ve de bu kuramın deneysel doğrulamasına *sahip olduğumuzu* hayal edelim. Sonrasında *zeki* bir aygıt yapmak için çalışmaya nasıl devam ederiz? *Edemeyiz;* sadece buna dayanarak devam edemeyiz. Ku-

ramda başka bir atılıma daha ihtiyaç duyarız. Bu yeni keşif bize hesaplanamaz **OR** etkilerinin uygun şekilde işe koşulacağı uygun bir organizasyonun sonucu olarak bilincin nasıl ortaya çıkabildiğini söylemelidir. Ben kendi adıma bunun ne tür bir kuramsal gelişme olabileceği hakkında hiçbir fikre sahip değilim. Yukarıda verilen süperiletkenlik örneğinde olduğu gibi, istenen özellikteki bir aygıtın biraz da tesadüfen, elimizde doğru düzgün bir bilinç kuramı olmaksızın bulunabileceği hayal edilebilir. Bunun çok düşük bir olasılık olarak gözüktüğünü söylemeye bile gerek yoktur; ancak elbette bir Darwinci evrim sürecinin avantajı kullanılarak zekânın en sonunda bu bilincin bahşettiği doğrudan faydalar yoluyla ve bunun nasıl yapıldığına (hatta bizi nasıl bulduğuna!) dair bizler kendi adımıza herhangi bir kavrayışa sahip olmaksızın ortaya çıkabildiği durum haricinde. Bilincin avantajlarını ortaya koymasının ne kadar yavaş olduğu düşünüldüğünde bu kesinlikle aşırı ölçüde uzun sürecek bir iş olur. Okurlar zeki aygıtların yapılmasının çok daha başarılı yolunun, bin yıllardır bizlerin zaten kullanıyor olduğu rastlantısal ancak çarpıcı derecede etkili ve çetin yöntemlerin benimsenmesi yoluyla olduğu sonucuna rahatlıkla varabilir!

Elbette bunların hiçbiri bizi bilinç ve zekâda gerçekte olup bitenleri bilmek istemekten alıkoyamaz. Ben de bilmek istiyorum. Temelde bu kitaptaki argümanlar da (bugünlerde genel olarak inanıldığı üzere) salt bir hesaplamalı faaliyetin *olup bitmediğini* ve olup bitenin bizler maddenin, zamanın, uzayın ve onları yöneten yasaların derin özelliklerini çok daha iyi kavramadan doğru düzgün anlaşılma şansının olmadığını savlamaktadır. Beyinlerin ayrıntılı fizyolojisi, özellikle de son yıllara dek çok az dikkat gösterilmiş çok küçük düzeylerdeki fizyolojisinin bilgisine çok daha fazla sahip olmamız gerekecektir. Bilincin ortaya çıktığı ya da kaybolduğu koşullar hakkında, onun ilginç zamanlaması konusunda, ne için kullanıldığı hakkında ve ona sahip olmanın avantajları konusunda, nesnel testlerin mümkün olduğu birçok başka konuya ek olarak tüm bunlar hakkında daha fazla bilgiye ihtiyacımız olacak. Bu çeşitli yönlerde kesinlikle gelişim beklenen, gerçekten çok geniş bir alan.

8.2 Bilgisayarların iyi yaptığı ya da kötü yaptığı şeyler

Şu an adlandırdığımız anlamıyla bir bilgisayarın gerçek bir zekâ ya da farkındalık elde etmeyi *başaramayacağı* kabul edilse dahi, modern bilgisayarların sahip olduğu olağanüstü güçle ve gelecekte bu gücün de potansiyel olarak müthiş bir şekilde artacağı beklentisiyle karşı karşıyayız (*krş.* §1.2, §1.10 ve Moravec 1988). Bu makineler yaptıkları şeyleri *anlamayacak* olsalar bile bunları inanılması zor bir hız ve kesinlikle yapacaklar. Böyle bir etkinlik (halen akılsız olsa da) bizim aklımızı kullanarak yaptığımız şeyleri acaba bizden daha iyi başarabilecek mi? Bilgisayar sistemlerinin yapmakta çok iyi olacakları ya da zihinlerin her zaman daha iyi olabileceği şeylerin hangi türde işler olacağına dair acaba bir öngörüde bulunabilir miyiz?

Şimdiden bilgisayarlar en iyi insan büyük ustaların düzeyine yakın, olağanüstü iyi bir şekilde satranç oynayabiliyorlar. Dama oyununda bilgisayar Chinook büyük şampiyon Marion Tinsley haricinde herkesten üstün olduğunu kanıtladı. Fakat doğuya özgü kadim oyunlardan *go*'da bilgisayarlar hiç ilerleme gösterememiş gözüküyorlar. Bu tür oyunların çok hızlı oynanması istendiğinde bu bilgisayarın lehine bir etmen oluyor; öte yandan uzun süreler verildiğinde de bu insan oyuncunun lehine oluyor. İki ya da üç hamle sonrasına dair satranç problemleri, bir insan için söz konusu problem ne kadar zor olursa olsun, bir bilgisayar tarafından neredeyse anında çözülebiliyor. Öte yandan basit bir fikre dayalı ama diyelim ki 50 ya da 100 hamle gerektiren bir problem, deneyimli bir insan için çok aşırı bir zorluk yaratmazken, bilgisayarı tamamen bozguna uğratabiliyor; ayrıca *krş.* §1.15, Şekil 1.7.

Bu farklar bilgisayarlar ile insanlar arasında nelerde iyi oldukları konusunda bazı ayrımlar yapılarak büyük oranda anlaşılabilir. Bilgisayar, *programcılarının* anlama kapasitesinin bir miktarını kullanmasına karşın, ne yaptığını anlamaksızın sadece hesaplamalar gerçekleştirir. Bilgisayar depolanmış çok büyük bir bilgi içerebilir ki buna bir insan oyuncu da sahip olabilir. Bilgisayar programcılarının anladıkları şeylerin tekrarlı uygulamalarını olağanüstü hızlı ve kesin şekilde ve zihne hiç başvurmaksı-

zın yerine getirebilir ve bunu herhangi bir insanın becerisini çok çok aşan bir derecede yapar. İnsan oyuncu oyunun ne hakkında olduğuna ilişkin genel kavrayışıyla değerlendirmelerini yeniden yapmaya ve anlamlı planlar yapmaya devam etme ihtiyacı duyar. Bilgisayarın hiç ulaşamayacağı özellikler vardır, ancak o da hakiki anlama yetisinin olmayışını dengelemek üzere büyük ölçüde hesaplama gücünü kullanır.

Bilgisayarın hamle başına düşünmeye ihtiyaç duyduğu olasılık sayısına ortalama olarak p dersek, m hamle derinliği için düşünmesi gereken yaklaşık p^m alternatif olur. Her bir alternatifin hesaplanması ortalama olarak diyelim ki t zaman alıyorsa, bu durumda söz konusu derinliğin hesaplanması için gereken toplam zaman T şudur:

$$T = t \times p^m$$

Damada p sayısı çok büyük değildir, buna yaklaşık dört dersek, bilgisayarın verilen zamanda ciddi derinlikte bir hesaplama yapması yaklaşık 20 hamle için mümkündür ($m = 20$); fakat go oyununda $p = 200$ gibi bir sayı vardır, dolayısıyla aynı güce sahip bir bilgisayar sistemi yaklaşık olarak 5 hamleden fazlasını ($m = 5$) yapamaz duruma gelir. Satranç bu ikisinin arasında bir yerdedir. Şimdi tekrar hatırlayalım: İnsanın değerlendirme ve anlama süreci bilgisayarınkinden çok daha yavaştır (insan için büyük sayıda t, bilgisayar için küçük), ama bu değerlendirmelerin sayısı *etkili (efektif)* bir p sayısına çok hızlı şekilde indirilebilir (insan için küçük bir etkili p, bilgisayar için büyük), çünkü ulaşılabilir alternatiflerden yalnızca çok küçük bir bölümü insan oyuncu tarafından düşünmeye değer olarak değerlendirilecektir.

Buradan çıkan genel sonuç, p'nin büyük olduğu ama anlama ve hüküm kullanımı yoluyla önemli ölçüde etkili şekilde indirilebilen oyunlarda görece olarak insan oyuncuların avantajlı olduğudur. Zira yeterince büyük bir T verili olduğunda, insanlardaki sayıyı "etkili p"ye indirme eylemi, $T = t \times p^m$ formülünde büyük bir m elde etme açısından (bilgisayarların iyi olduğu) t zamanını çok küçük yapmaya oranla çok daha fazla bir fark yaratmaktadır. Fakat *küçük* bir T'de t'yi çok küçük yapmak daha etkili olabilen şeydir (çünkü ilgili m değerleri küçük olmaya meyillidir). Bu ger-

çekler $T = t \times p^m$ ifadesinin "üssel" biçimde olmasının basit sonuçlarıdır.

Bu ele alış biraz üstünkörüdür ama esas meselenin açıkça tanımlandığına inanıyorum. (Matematikçi olmayan okurlardansanız ve $t \times p^m$'nin işleyişi konusunda bir fikir edinmek istiyorsanız t, p ve m'ye birkaç örnek vererek kendiniz de deneyebilirsiniz.) Burada daha fazla ayrıntıya girmek gerekmez ama bir noktayı netleştirmek faydalı olacaktır. İnsan oyuncuların gayret gösterdiği şeyin aslında "m" tarafından ölçülen "büyük sayıda hesaplama derinliği" olmadığı söylenebilir. Ama *aslına bakılırsa* budur. Oyuncu insan bir pozisyonun değerini birkaç hamlelik derinlik düzeyinde değerlendirdiğinde ve ardından daha fazla hesaplamanın faydasız olduğunu düşündüğünde, insan değerlendirmesi sonraki hamlelerin muhtemel etkilerini içerdiği için bu çok büyük derinlikte bir *etkili* hesaplamadır. Her ne olursa olsun, kaba da olsa bu tür tartışmalardan yola çıkarak bilgisayarların neden iyi *go* oynamasını sağlamanın iyi dama oynamasını sağlamaktan daha zor olduğunu, bilgisayarların neden kısa satranç problemlerinde iyi olup uzunlarında olmadığını ve neden kısa süre sınırı olan oyunlarda görece avantajlı olduğunu anlamak mümkün olmaktadır.

Bu gerekçelendirmeler pek incelikli değildir ama esas nokta şudur: İnsan *anlaması* temelinde yükselen insan *yargısı* bilgisayarlarda olmayan asli bir şeydir ve bu argüman genellikle yukarıda dikkat çekilen şekillerde savunulur (§1.15'teki Şekil 1.7'de gösterilen satranç pozisyonu da buna bir başka örnektir). Bilinçli anlama görece yavaş bir süreçtir ama ciddi şekilde düşünülmesi gereken alternatiflerin sayısını önemli ölçüde azaltabilir ve bu yolla hesaplamanın *etkili* derinliğini çok büyük ölçüde artırır. (Belli bir noktadan sonra alternatiflerin denenmesi bile gerekmez.) Aslında bana öyle geliyor ki, bilgisayarların gelecekte neler başarabileceği düşünüldüğünde bizi yanıta ulaştırabilecek önemli bir ipucu "işin yerine getirilmesinde gerçek anlama (kavrayış) gerekmiş mi?" sorusu sorulursa elde edilecektir. Gündelik yaşamlarımızda birçok şeyin yerine getirilmesi için fazla bir anlama gerekmez ve bilgisayar kontrollü robotların bu tür şeylerde çok iyi olacağını öngörmek mümkündür. Bu tür görevleri gayet başarıyla yerine getiren,

yapay nöral ağlarca kontrol edilen makineler şimdiden vardır. Örneğin bunlar yüzlerin tanınması, yeraltı madenlerinin aranması, farklı sesleri ayırt ederek makinelerdeki hataları tespit etmek, kredi kartı dolandırıcılıklarını tespit etmek ve benzeri konularda gayet başarılı iş görmektedir.[139] Genel olarak bu yöntemlerin başarılı olduğu alanlarda makinelerin becerileri ortalama insan uzmanlara yaklaşmakta, hatta yer yer onları bile aşmaktadır. Fakat bu tür aşağıdan yukarıya programlamalarda yukarıdan aşağıya sistemlerde olan türde, diyelim ki satranç bilgisayarlarında ya da (daha etkileyicisi) en iyi hesaplamacıların elektronik bilgisayarlarca yapılanın yanına asla yaklaşamadığı düz sayısal hesaplamalarda görülen türde bir güçlü makine "uzmanlığı" görmüyoruz. Yapay nöral ağ (aşağıdan yukarıya) sistemlerde etkili şekilde baş edilen görevler açısından bakıldığında, *insanların* bu işleri yerine getirişinde anlamanın bilgisayarların yerine getirişinden daha fazla devreye girmediğini ve bilgisayarlardan sınırlı ölçüde de olsa daha büyük bir başarı beklendiğini söylemek sanırım adaletsiz olmaz. Bilgisayar programlamasında sayısal hesaplamada, satranç bilgisayarlarında ya da bilimsel amaçlarla hesaplamada olduğu gibi iyi bir özel yukarıdan aşağıya organizasyon olduğunda, o zaman bilgisayarlar çok güçlü bir etkililiğe kavuşabilir. Bu örneklerde bilgisayar yine yaptığının gerçek bir kavrayışına ihtiyaç duymaz, fakat bu kez bunun nedeni bu anlamanın insan programcılarca sağlanmış olmasıdır (*bkz.* §1.21).

Aşağıdan yukarıya sistemlerde programcı bir hata yaptığı için çok sık bilgisayar hataları olduğunun da söylenmesi gerekir. Fakat bu insan hatasının sonucudur ve bu tümüyle başka bir konudur. Otomatik hata düzeltici sistemler devreye sokulabilir (ve bunlar değerlidir de) ama göze kolayca çarpmayacak hatalar bu yolla yakalanamaz.

Tümüyle bilgisayar kontrollü bir sisteme haddinden fazla inanç beslemenin tehlikeli olabileceği türde durumlarsa sistemin uzun bir süre boyunca gayet iyi devam edebildiği ve hatta insanlara yaptığı işi anladığı izlenimi bile verdiği durumlardır. Ardından *gerçekte* hiçbir anlamaya sahip olmadığını açığa vurur şekilde, beklenmedik tarzda tamamen delice görünen bir şey

[139] Örneğin *bkz.* Lisboa (1992).

yapabilir (Şekil 1.7'deki satranç pozisyonunda Derin Düşüncenin başarısızlık örneği gibi). Bu nedenle sürekli tetikte olmak gerekir. "Anlama"nın basitçe bir hesaplamalı nitelik olmadığının bilincinde olarak, tamamen bilgisayar kontrollü bir robotun bu niteliğe sahip olma olasılığının olmadığının bilgisiyle yolumuza devam edebiliriz.

Elbette insanlar da anlama niteliğine sahiplikleri açısından çok büyük farklar göstermektedir. Bilgisayarlarda olduğu gibi bir insanın da anlamamışken anlamış gibi bir izlenim vermesi gayet mümkündür. Hakiki anlama ile hafıza ve hesaplama gücü arasında değiş tokuşa benzer bir şey vardır. Bilgisayarlar ikincisine sahipler, ilkine sahip değiller. Her düzeyden öğretmenin iyi bildiği gibi (fakat ne yazık ki hükümetlerin her zaman iyi *bilmediği* gibi) *anlama* niteliği çok daha değerlidir. Öğrencilerde teşvik edilmek istenen, kuralların ya da bilginin papağan gibi tekrarlanması değil, tam da *bu* niteliktir. Sınav soruları hazırlanırken (özellikle matematikte) aranan vasıflardan biri sınava girenlerin anlama yeteneğini ölçmektir, (bu nitelikler de değerli olmasına karşın) sadece hafıza ve hesaplama gücünün ölçümü değildir.

8.3 Estetik vs

Yukarıdaki tartışmada "anlama"nın salt hesaplamalı sistemlerde olmayan asli bir şey olma niteliği üzerinde yoğunlaştım. Bu özel nitelik sonuçta §2.5'teki Gödel argümanında belirtilmişti ve yokluğu hesaplamalı etkinliğin usa gerek duymayışı çerçevesinde hesaplamanın asli sınırlamalarını ortaya sermiş, bu nedenle bizi daha iyi bir şey bulmaya çalışmaya teşvik etmişti. Fakat yine de "anlama" bilinçli farkındalığın bizim için değerli olduğu niteliklerden biridir. Daha genel ifadeyle, biz bilinçli varlıklar şeyleri doğrudan "hissedebildiğimiz" koşullardan faydalanırız ve işte salt hesaplamalı bir sistem benim iddiama göre tam da *bunu* asla başaramaz.

Şu soruyu sorabiliriz: Bilgisayar kontrollü bir robot hissetme acizliği nedeniyle hangi *dezavantajı* yaşıyor; diyelim ki yıldızların aydınlattığı bir gökyüzünün güzelliğinin, sakin bir akşamda Tac Mahal'in nefis ihtişamının, bir Bach füginün sihirli karmaşa-

sının, hatta Pisagor teoreminin yalın güzelliğinin değerini hiç bilemeyecek olması onu hangi açıdan dezavantajlı kılıyor? Niteliğin böylesi tezahürleriyle karşılaştığında bizim hissedebildiklerimizi hissedememesi robotun kaybı deyip geçebiliriz. Yine de burada daha fazlası vardır. Farklı bir soru sorabiliriz. Robotun gerçekten bir şey *hissetme* yeteneği olmadığını kabul etsek de akıllıca programlanmış bir bilgisayar acaba her şeye rağmen büyük sanat eserleri üretme yeteneğine sahip olamaz mı?

Bu bana hassas bir soru gibi geliyor. Kısa yanıtının basitçe "hayır" olduğuna inanıyorum; şu tek neden yeterli: Bilgisayar iyiyi kötüden ya da fevkaladeyi herhangi bir bileşenden ayırmak için gereken duyusal niteliklere sahip olamaz. Ama şunu sorabiliriz: Kendi "estetik ölçütlerini" geliştirmesi ve kendi değerlendirmelerini oluşturması için bilgisayarın niçin gerçekten "hissetmesi" *gereklidir*? Bu tür değerlendirmelerin uzun süreli bir (aşağıdan yukarıya) eğitim ya da çalışma sonrasında birden "ortaya çıkabildiği" düşünülebilir. Ancak anlama niteliğinde olduğu gibi, burada da ölçütlerin bilgisayarın planlı girdisinin parçası olması gerektiği hissini taşıyorum; bu ölçütler estetik açıdan duyarlı insanlar tarafından gerçekleştirilmiş (çok büyük olasılıkla bilgisayar destekli) ayrıntılı bir yukarıdan aşağıya analizden dikkatle süzülmüş ölçütler olarak yüklenebilirler. Gerçekten de bu tür düzenlemeler bir dizi YZ araştırmacısı tarafından uygulamaya sokuldu. Örneğin Sussex Üniversitesinde yapılan bir çalışmada Christopher Longuet–Higgins kendisinin sağladığı ölçütlere göre müzik besteleyen çeşitli bilgisayar sistemleri oluşturdu. Hatta daha on sekizinci yüzyılda Mozart ve çağdaşları "müzikal zar" oyunuyla, bilinen estetik açıdan hoşa giden girdilerle rastgele öğelerin birleştirilmesiyle ortalama beğeniye uygun bestelerin nasıl yapılacağını göstermişlerdi. Görsel sanatlarda da benzer aletler benimsenmiştir; bunlardan Harold Cohen'in programladığı "AARON" sistemi, rastgele unsurları sabit girdi bileşenleriyle belirli kurallara göre birleştirerek çok sayıda "özgün" elle çizim üretebilmektedir. (Bu tür birçok "bilgisayar yaratıcılığı" örneği için *bkz.* Margaret Boden'ın 1990 tarihli kitabı *The Creative Computer* [*Yaratıcı Bilgisayar*]; ayrıca Michie ve Johnston (1984).)

Henüz bu tür bir faaliyetin ürünlerinin an itibariyle, orta yetenekteki bir sanatçı insanın yapabilecekleriyle karşılaştırmaya sokulamayacak şeyler olduğu sanırım herkes tarafından kabul edilecektir. Bilgisayarın girdisi önemli bir seviyeye ulaştığında ortaya çıkan işte eksik olanın "ruh" olduğunu söylemenin uygunsuz kaçmayacağını hissediyorum! Bu şu demektir: İş hiçbir şey *ifade etmez*, çünkü bilgisayarın kendisi hiçbir şey *hissetmez*.

Elbette rastlantısal olarak oluşturulmuş bir bilgisayar üretimi iş zaman zaman, şans eseri hakiki bir sanatsal değere sahip olabilir. (Harflere tamamen rastgele basarak *Hamlet*'i yazma hakkındaki eski hikâyeyle bir bağlantı kurulabilir.) Bu bağlamda doğanın kendisinin aynı tür şeylerin çok büyük sayıda örneğini, ta ki bu etkinliğin ürünleri sıkıcı olmaya başlayıncaya ve yeni bir şeye gerek duyuluncaya dek üretme yeteneğine sahip olduğunu itiraf etmek zorundayız; gökyüzündeki yıldızların ya da kaya oluşumlarının güzelliğinde olduğu gibi. Fakat bu güzelliği hissetme becerisi olmadan, güzeli çirkinden ayırt etmenin hiçbir yolu yoktur. Tamamen hesaplamalı bir sistemin temel sınırlılıklarını göstereceği yer bu *seçilim* sürecidir.

Burada yine hesaplamalı ölçütlerin bilgisayara bir insan tarafından girildiği ve mesele aynı türde şeyin çok büyük sayıda örneğinin bu etkinliğin ürünleri sıkıcı olmaya başlayıncaya (ki bunun ortalama popüler sanatta yapılabileceği düşünülebilir) ve yeni bir şeye gerek duyuluncaya dek üretilmesi olduğu müddetçe bu ölçütlerin gayet iyi çalıştığı hayal edilebilir. Bu noktada hangi "yeni fikrin" sanatsal değere sahip olup hangisinin olmadığını algılamak için *hakiki* estetik değerlendirmelere ihtiyaç duyulacaktır.

Bu nedenle tamamen hesaplamalı bir sistemde anlama niteliğine ek olarak, *estetik* nitelikler gibi başka bazı nitelikler de her zaman eksik olacaktır. Bana öyle geliyor ki bunlara bizim farkındalığımızı gerektiren başka tür şeylerin de, *ahlaki* değerlendirmeler gibi eklenmesi zorunludur. 1. Kısımda neyin *doğru* olup neyin olmadığının değerlendirilip hüküm verilmesinin salt hesaplamaya indirgenemediğini görmüştük. Aynısı (belki de daha açık şekilde) *güzel* ve *iyi* için de geçerlidir. Bunlar farkındalık gerektiren meselelerdir ve bu nedenle tamamen bilgisayar kontrollü robotlar bunlara erişemezler. Duyarlı, dış, bilinçli bir varlıktan (büyük ihtimalle insandan) gelen sürekli bir kontrol girdisi hep olmak zorundadır.

Bunların hesaplamalı olmayan doğasından bağımsız olarak şunu soralım: "Güzellik" ve "iyilik" nitelikleri, "mutlak" kavramının Platoncu anlamda gerçeği içermesi, özellikle de matematiksel gerçeği içermesi açısından *mutlak* (*saltık*) nitelikler midir? Platon konuyu şahsen bu yönde olumlayarak tartışır. Farkındalığımız bir şekilde bu tür mutlaklarla bağlantıya geçiyor olabilir ve bilince asıl gücünü veren *bu* olabilir mi? Belki de burada bizim bilincimizin "ne" olduğu ve "ne için" olduğu konusunda bir ipucu olabilir. Farkındalık Platoncu saltıkların dünyasına bir tür "köprü" rolü mü oynamaktadır? Bu konulara kitabın son alt başlığında bir kez daha değineceğiz. Ahlakın saltık doğası konusu §1.11'deki tartışmalarla bağlantılıdır. §1.11'in sonunda konusu açılan "özgür irade" sorunuyla da bağlantısı vardır: Bizim kalıtımımızın ötesinde, çevresel etmenlerin ötesinde ve tesadüfi etkilerin ötesinde bir şey, ayrı bir "benlik" eylemlerimizin yönetiminde temel bir rol oynuyor olabilir mi? Ben bu soruyu yanıtlamanın çok uzağında olduğumuza inanıyorum. Bu kitabın argümanlarının bizi taşıdığı yer açısından güvenle iddia edebileceğim tek şey, işin içine karışan her neyse bunun bizlerin şu an "bilgisayarlar" dediğimiz aygıtların yapabileceklerinin ilkesel olarak ötesinde yer almak zorunda olduğudur.

8.4 Bilgisayar teknolojisine içkin bazı tehlikeler

Geniş bir alana yayılan teknolojilerde faydalar kadar tehlikelerin olması da doğaldır. Dolayısıyla bilgisayarların sağladığı açık faydaların yanında, bu teknolojinin hızlı gelişiminin doğasında olan toplumumuza yönelik çok sayıda potansiyel tehdit de vardır. Temel problemlerden biri, bilgisayarların bize sunduğu ve herhangi bir insan bireyin karıştığı şeyleri bütünlüğü içerisinde kavrama şansının olamayacağı şekilde birbirine bağlı olağanüstü karmaşıklık gibi görünüyor. Bu sadece bir bilgisayar teknolojisi meselesi değil, aynı zamanda gezegendeki bilgisayarları neredeyse tümden birbirine bağlayan, neredeyse anlık bütünsel iletişimle de ilgili bir meseledir. Alım satım işlemlerinin dünyayı kapsayan genişlikte bilgisayar öngörüleri temelinde neredeyse anlık olarak gerçekleştirildiği hisse senedi piyasalarının kararsız davranış-

larında da bu problemin ortaya çıkabildiğini görüyoruz. Burada belki sorun bireyin birbirine bağlanmış sistemi bir bütün olarak anlama eksikliği pek fazla olmayabilir ama bireylerin rakiplerinden daha iyi hesap ve tahmin yürüterek anlık servetler yapması üzerine kurulmuş bir sisteme içkin, onun doğasında olan bir istikrarsızlık problemi vardır (haksızlık da cabası). Ancak birbirine bağlanmış sistemin bir bütün olarak büsbütün karmaşıklığı yüzünden başka kararsızlıkların ve potansiyel tehlikelerin doğması da gayet mümkündür.

Bazı kimselerin eğer gelecekte birbirine bağlanmış sistem insan havsalasının ötesine geçecek kadar karmaşıklaşırsa bunun o kadar da *ciddi* bir problem olmayabileceğine inandığından şüpheleniyorum. Bu kişiler bilgisayarların *kendilerinin* sonunda sistem için gereken kavrayışı elde edeceklerine dair bir beklenti sahibi olabilirler. Fakat anlamanın, aynı anlamda olmak üzere kavrayışın bilgisayarların *elde edemediği* bir nitelik olduğunu gördük, dolayısıyla bu kesim için de gerçek bir rahatlamaya ulaşma şansı yoktur.

Teknolojideki ilerlemelerin bir bilgisayar sisteminin piyasaya girdikten kısa bir süre sonra "demode" olabileceği kadar hızlı olmasından kaynaklanan başka bazı ek problemler de vardır. Bunun sonucunda ortaya çıkan süreklileşmiş güncelleme gereksinimleri ve rekabet baskısı yüzünden genellikle yeterince test edilmeyen sistemleri kullanma durumunda kalma gibi sorunların gelecekte giderek daha da ağırlaşması kaçınılmaz görünüyor.

Bilgisayar destekli dünyanın yeni teknolojisinde karşılaşmaya başladığımız ve değişim temposundaki hızla birlikte artan sorunlar o kadar çok ki bunları burada özetlemeye girişmem bile akıllıca olmaz. Mahremiyet, sanayi casusluğu, bilgisayar sabotajları hemen akla gelen örnekler. Gelecekte karşılaşılabilecek bir diğer endişe verici olasılık, bir kişinin görüntüsünün "taklit" edilerek bu görüntünün gerçek kişinin ifade etmek istemediği görüşleri söyler şekilde televizyon ekranlarında sunulabilmesidir.[140] O kadar doğrudan bir bilgisayar meselesi olmasa da yine bilgisayarlarla bağlantılı toplumsal konular da var; örneğin müzikal sesin ya da görsel ürünlerin yeniden üretiminde ulaşılan muhteşem

[140] Bu fikri bana Joel de Rosnay verdi.

hatasızlık ve kesinlik gücü sayesinde çok az sayıda popüler icracının uzmanlığı, bundan pek hazzetmeyenlerin aleyhine olmasına karşın dünya çapına yayılabilmektedir. Az sayıda bireyin (diyelim ki hukuk ya da tıp alanında) kavrayış ve uzmanlığının bir bilgisayar yazılım paketine sığdırılabildiği "uzman sistemler"le birlikte, muhtemelen yine yerel avukatlar ve doktorların zararına olacak şekilde benzer bir durumla karşılaşıyoruz. Fakat benim tahminimce kişisel bir katılımın sağladığı yerel anlama, böylesi bilgisayar kontrollü uzman sistemlerin yerel uzmanlığın yerini almak yerine ona yardımcı olarak kalması anlamına gelecektir.

Elbette başarılı şekilde gerçekleştirilebildiklerinde tüm bu gelişmelerin hepimiz açısından olumlu bir yönü vardır. Zira uzmanlık çok daha serbestçe ulaşılabilir olmakta ve çok daha geniş bir halk kesimi tarafından değerlendirilebilmektedir. Benzer şekilde kişisel gizlilik konusunda artık ilkesel olarak bireyler ya da küçük işletmeler tarafından (büyük işletmelerdeki kadar etkili şekilde) kullanılabilir olan ve dinleme açısından tam güvenlik sağlar gibi görünen "açık anahtar" sistemleri vardır (*bkz.* Gardner 1989). Bunlar doğaları gereği (etkililikleri büyük sayıların çarpanlarına ayrılmasının hesaplanmasındaki zorluğa dayalı olsa da) çok hızlı ve güçlü bilgisayarlardan yararlanılmasına dayanırlar ve kuantum hesaplamada sağlanan ilerlemeler buna bir tehdit oluşturmaktadır (kuantum hesaplamanın gelecekte yapılabilirliğine işaret eden görüşler için ayrıca *bkz.* Obermayer vd (1988 a,b)). §8.1'de bahsedildiği üzere kuantum kriptografinin dinlemelere karşı güvenlik sağlama amaçlı kullanılma olasılığı vardır ve bu da önemli miktarda hesaplama yapma yeterliliğine dayanır. Herhangi bir yeni teknolojinin faydalarını ve tehlikelerini değerlendirmenin (bilgisayar bağlantılı olsun olmasın) sanıldığı kadar düz bir sorun olmadığı açıktır.

Bilgisayar bağlantılı toplumsal meseleler konusunda son bir yorum olarak sizlere, kısa olmasına karşın potansiyel problemler alanına ilişkin beni endişelendiren bir kaygıyı ifade eden bir kurmaca öykü sunmak isterim. Bu kaygıyı daha önce başkasının ifade ettiğini görmedimse de bu bana bilgisayar bağlantılı olası tehlikeler açısından yeni bir alana işaret ediyor gibi gözüküyor.

8.5 Seçim muamması

Uzun zamandır beklenen seçimlerin tarihi yaklaştı. Son haftalarda seçim sonuçlarıyla ilgili birçok anket yapıldı. Bunlarda genelde hükümetteki parti yüzde üç ya da dört puan önde gözüküyor. Bu sayıdan yukarı ya da aşağıya doğru bir miktar sapma olması bekleniyor; bekleniyor çünkü seçim anketleri birkaç yüz seçmenlik görece küçük örneklem kümeleriyle yapılıyor, oysa toplam nüfusun (on milyonlarca kişinin) görüşleri birçok yerde önemli doğal sapmalar gösteriyor. Dolayısıyla bu seçim anketlerindeki hata payı da % 3–4 olduğu için bu anketlerin hiçbiri de güvenilir değil. Yine de belirtilerin toplamı daha etkileyici durumda. Anketler toplam olarak ele alındığında çok daha küçük bir hata payına sahip ve bunlar arasındaki uyuşma tam da istatiksel temelde beklenen türde bir küçük değişkenlik gibi görünüyor. Ortalama sonuçlara artık %2'lik bir hata payıyla güvenme olanağı var. Seçim gününün hemen öncesinde bu anket rakamlarında iktidar partisine doğru hafif bir yön değiştirme olabileceğini ve seçim gününde de daha önce kararsız (hatta bazıları kararlı) olan seçmenlerden küçük bir bölümünün iktidar partisine oy verme kararı alabileceğini söyleyenler olabilir. Böyle olsa bile anket sonuçlarıyla seçim sonuçları arasında iktidar partisi lehine yaşanacak bir fark, iktidar partisi en yakın rakibine %8 civarı bir fark atmadıkça çok önemli olmayacak, çünkü ancak bu koşullarda muhalefetle bir koalisyon kurmadan tek başına çoğunluğu kazanabiliyorlar. Fakat seçim anketleri sonuçta bir tür tahmindir, öyle değil mi? Yalnızca *gerçek* oylar halkın seçimini gösterecek ve bu da seçim günü gerçek oy sayımıyla elde edilecektir.

Seçim günü geldi ve geçti. Oylar sayıldı ve sonuç neredeyse herkes için tam bir sürpriz oldu. Özellikle de daha önceki bulguları için tüm enerji ve uzmanlıklarını aktarmış olan seçim anketi yapan kuruluşlar için itibarlarını da sarsan tam bir sürpriz bu. İktidar partisi en yakın rakibine %8 fark atma hedefine ulaşarak çoğunluğu yeniden net bir biçimde elde etti. Birçok seçmen şaşkın ve üzgün durumda. Başka seçmenler de şaşkın olmalarına rağmen sonuçtan memnunlar. Fakat sonuç yanlış. Oylama hilesi kimsenin aklına gelmeyen son derece zor anlaşılır bir biçimde yapıldı. Oy sandıklarına sahte oylar eklenmedi; herhangi bir sandık da kay-

bedilmedi, değiştirilmedi ya da kopyalanıp çoğaltılmadı. Oyları sayan kişiler işlerini dürüstçe ve genel anlamıyla doğru şekilde yaptılar. Buna rağmen sonuç feci şekilde yanlış. Bu nasıl başarıldı ve sorumlusu kim?

İktidar partisinin tüm kabine üyeleri olanlardan tümüyle habersiz olabilir. Fayda sağlayanlar onlar olsa da, bu işten doğrudan sorumlu olanlar onlar olmayabilir. İktidar partisi kaybederse kendi varlık ve çıkarlarının tehlikeye düşmesinden korkan başkaları bu işi yaptılar. Bu kişiler iktidar partisinin muhaliflerine oranla daha fazla güvendiği (nedeni ortada!) bir organizasyonun parçası ve bu organizasyon, iktidar partisinin gizli operasyonlarını korumaya hatta geliştirmeye dikkatle özen gösterdiği büyük gizlilik taşıyan bir örgütlenme. Örgütlenme yasal olsa da faaliyetlerinin çoğu yasadışı ve bu kişiler yasadışı siyasal hile eylemlerine karışmış durumdalar. Belki de organizasyonun üyeleri iktidar partisinin muhaliflerinin ülkeyi mahvedecekleri, hatta vatanı dış güçlere "satacakları" şeklinde hakiki (ama yanlış yönlendirilmiş) bir korku da duyuyorlar. Örgütün üyeleri arasında bilgisayar virüsleri oluşturma uzmanları (olağanüstü beceriye sahip uzmanlar) var!

Bir bilgisayar virüsü ne yapar, hatırlayın. İnsanlarca en çok bilinen virüs türü, bulaştığı bilgisayarlardaki bütün kayıtları belirlenmiş bir günde kullanılmaz hale getiren virüslerdir. Bilgisayar kullanıcısının ekranındaki harflerin aşağıya doğru kayarak kaybolduklarını dehşetle izlediğini gözünüzün önüne getirebilirsiniz. Veya belki ekranda müstehcen bir mesaj belirir. Her durumda, verilerin hepsi geri çağrılamaz şekilde kaybolur. Hatta makineye takılan ve açılan diskler de virüs kapabilir ve virüsü başka bir makineye taşıyabilirler. Virüs koruma programları böyle bir bulaşmayla karşılaştığında virüsü engellemek için kullanılabilir, fakat bu ancak virüs önceden biliniyorsa işe yarar. Virüs bir kez bulaştı mı, yapılacak bir şey yoktur.

Bu tür virüsler normalde amatör hackerlar tarafından oluşturulur ve bu kişiler genellikle de bazen anlaşılabilir, bazen anlaşılmaz nedenlerle yaramazlık yapmak isteyen canı sıkılmış bilgisayar programcılarıdır. Fakat bu örgütlenmenin üyeleri amatör değildir; yüksek miktarlarda para ödenen ve işlerinde çok uzman profesyonellerdir. Belki de yaptıkları işlerin çoğu memleketlerinin

çıkarları için yapılmış "samimi" işlerdir; ama aynı zamanda doğrudan üstlerinin emri altında ahlaken daha az mazur görülebilecek biçimlerde de çalışmaktadırlar. Yaptıkları virüsler standart virüs programlarınca fark edilemez niteliktedir ve önceden sadece belirlenmiş bir günde saldırmak üzere programlanmıştır; bu günün seçim günü olacağı da kesinlikle iktidar partisinin lideri ve onun güvendiği kişilerce bilinmektedir. İş yapıldıktan sonra (salt veri tahrifatıyla kalmayıp çok daha zor anlaşılan bir iş) virüsler tüm hileyi örtecek şekilde geride daha önce var olduğuna dair hiçbir iz bırakmaksızın kendi kendilerini imha eder.

Böyle bir virüsün seçimlerde etkili olması için oy sayım sürecinde insanlarca elle ya da hesap makinesiyle kontrol edilmeyen bir aşamanın olması gerekir. (Bir virüs sadece genel şekilde programlanabilir bilgisayarlara bulaşabilir.) Belki de oy sandıklarının her biri doğru şekilde sayılmıştır; ancak bu sayımların sonuçlarının toplanması zorunludur. Bu toplamayı elle ya da hesap makinesiyle yapmaktansa bir bilgisayarda (belki de bu tip 100 ayrı sayıyı toplayarak) yapmak ne kadar da etkili, kesin ve günün gereklerine uygun olurdu! Hata olanağı olmadığı da açıktır. Zira toplamayı gerçekleştirmek için kimin bilgisayarı kullanılırsa kullanılsın tam olarak aynı sonuç elde edilir. İktidar partisinin üyeleri ilk sıradaki rakipleriyle, diğer partilerle ya da herhangi bir tarafsız gözlemciyle tam olarak aynı sonuçları elde etmektedir. Belki de hepsi farklı marka ya da model bilgisayar sistemleri kullanıyorlar ama bunlardan farklı sonuçlar çıkmıyor. Organizasyonumuzdaki uzmanlar bu farklı sistemleri biliyor ve her biri için ayrı bir virüs oluşturmuşlar. Bu farklı virüslerin hepsinin yapısı her biri farklı sistemlere özel olduğu için küçük farklar gösterse de, sonuçları aynı olmakta ve tek tek bütün makineler arasındaki ortaklaşma en şüpheci kişileri bile ikna etmektedir.

Makineler arasındaki uyuşma tam olmasına rağmen, rakamlar düzgün dağılımlı şekilde yanlıştır. İktidar partisine tam da ihtiyaç duyduğu çoğunluğu verebilmek için (farklı makineler ile sonucun içinden çıkılması güç inandırıcılığı arasındaki örtüşmeden dolayı) belli bir ölçüde gerçek oy dökümüne bağlı olarak kesin bir formüle göre akıllıca düzenlenmişlerdir ve zoraki bir saflıkla da olsa, sonuç görünüm itibariyle kabul edilmek zorundadır. Son da-

kikada önemli sayıda seçmen korkuya kapılmış ve iktidar partisi için oy vermiş gibi *görünmektedir.*

Bu hikâyede anlattığım varsayımsal durumda seçmenler bunu yapmadı ve sonuç yanlıştı. Hikâye için esinlenme aslında kaynağını bizim son (1992) Britanya seçimlerinden alsa da, Britanya'daki resmi oy sayma sisteminin bu tür bir sahteciliğe *izin vermediğinin* altını kuvvetle çizmek zorundayım. Tüm sayım aşamaları elle yapılmaktadır. Her ne kadar bu zamanı geçmiş, eski ve verimsiz bir yöntem gibi gözükse de, böyle devam etmek ya da en azından bu tür hilelerden şüphelenilmesine karşı açık korumalar sağlayabilecek bir sistemle devam etmek önem taşımaktadır.

Aslında olumlu yanından bakıldığında modern bilgisayarlar seçmenlerin görüşlerinin bugünkünden çok daha adil temsil edildiği oy verme sistemlerinin kullanılması için harika fırsatlar sunmaktadır. Burası bu tür konulara girmenin yeri değil, ama püf noktası her seçmenin tek bir birey için sadece bir oy vermekten çok daha fazla bilgi aktarabilmesinin mümkün olmasıdır. Bilgisayar kontrollü bir sistemle bu bilgi anında analiz edilerek sonuçlar sandıklar kapanır kapanmaz bilinebilir. Fakat yukarıdaki hikâyemizin de gösterdiği gibi, anlatılan özelliklerde herhangi bir hileye karşı ikna edici şekilde koruma sağlayacak eksiksiz ve açık kontroller olmadıkça böylesi bir sistem karşısında son derece temkinli olunması zorunludur.

Temkinli yaklaşılması gereken tek şey seçimler de değildir; örneğin rakip firmanın hesaplarının sabote edilmesi, "bilgisayar virüsü" tekniğinin uygulanabileceği bir başka olasılıktır. İtinayla oluşturulmuş ve gizlice zarar veren bilgisayar virüslerinin tahrip amaçlı kullanılabileceği çok sayıda başka biçim daha vardır. Anlattığım hikâyenin bilgisayarların görünür ve göründüğü şekliyle de güvenilir yetkileri hakkında son söz sahibinin açıkça insanlar olması gerektiği konusundaki ihtiyacın görülmesini sağladığını umuyorum. Bu basitçe bilgisayarlar bir şey anlamadığı için değil, onların özel olarak programlanma biçimlerinin ayrıntılarını anlayan birkaç insanın manipülasyonuna son derece yatkın olmalarından kaynaklanmaktadır.

8.6 Fiziksel bilinç olgusu?

Bu kitabın 2. Kısmının amacı, öznel deneyimin fiziksel mekân bulabileceği bir yerin bilimsel açıklama sınırları içerisinde aranmasıydı. Bunun günümüzdeki bilimsel anlayışımızın genişletilmesini gerektirdiğini ileri sürdüm. Mevcut fiziksel gerçeklik betimlememizin temelden değiştirilmek zorunda olduğu yeri görmek için kuantum durum indirgenmesi olgusuna bakmamız gerektiği konusunda benim kafamda fazla bir kuşku yok. Zira fiziğin bilinç olgusu gibi mevcut fiziksel betimlememize yabancı bir şeye yer verebilmesi için, gerçekliğin doğasına ilişkin felsefi yaklaşımımızın dayandığı temelleri değiştirecek derinlikte bir değişim beklemek zorundayız. Bu kitabın son alt başlığında bu konuda kısa bazı yorumlarda bulunacağım. Şimdilik biraz daha basit görünen bir soru soralım: Bu sayfalarda ileri sürdüğüm gerekçelendirmeler temelinde, bilincin bilinen dünyamız içerisinde nerede bulunmasını bekleyebiliriz?

En baştan, benim sunduğum argümanların yanıt olarak olumlu yönden söyleyecek pek az şeyi olduğunu açıkça belirteyim. Bu argümanlarda günümüz bilgisayarlarının bilinçli olmadığı söyleniyor, ama bir nesnenin ne zaman bilinçli olmasının *beklendiği* hakkında söyleyecek fazla bir şeyleri de yok. Deneyimimiz, en azından şu ana kadar olan deneyimimiz bu olguyu biyolojik yapılarda bulmamızın daha olası olduğunu ileri sürmeye uygun gözüküyor. Ölçeğin bir ucunda biz insanlar varız ve bilinç her neyse bunun normalde uyanık (ve büyük ihtimalle rüya görürken de) insan beyinleriyle bağlantılı olduğunu varsaymak zorunda olduğumuz bir olgu olduğu açıkça savunuluyor.

Ölçeğin diğer ucu ne peki? Bu noktada da kolektif (eşevreli) kuantum etkilerinin bulunmasının en olası olduğu yerin nöronlarda değil, hücre iskeletindeki mikrotübüllerde aranması gerektiğini savunuyor ve böyle bir kuantum eşevrelilik olmadan bilinç olgusunun bilimsel terimlerle kapsanması için hesaplamalı olmayan önkoşulu sağlamak zorunda olan yeni **OR** fiziği için yeterli bir rol bulamayacağımız şeklindeki görüşü temellendiriyorum. Öte yandan hücre iskeletleri ökaryot hücreleri içerisinde her yerde bulunmaktadır ve bitkiler, hayvanlar, aynı zamanda terliksi hayvanlar ve amipler gibi tek hücreli hayvanlar bu hücre türünden oluşmak-

tayken, bakteriler oluşmamaktadır. Öyleyse bir terliksi hayvanda bilinç kırıntısı olmasını beklememiz mi gerekir? Bir terliksi hayvan ne yaptığını kelimenin herhangi bir anlamında "bilmekte" midir? Peki, öyleyse belki beyinde, belki de karaciğerdeki *tekil* insan hücrelerinde durum nedir? Bilincin fiziksel doğasını anlamamızda bu tür soruları yanıtlayabilecek düzeye ulaştığımızda bu tür bariz absürtlükleri de kabul etmek zorunda olup olmayacağımız konusunda açıkçası hiçbir fikrim yok. Fakat bu problemle bağlantılı olarak *inandığım* bir şey var ve bu da bunu yanıtlayabilmekten şu an ne kadar uzak olursak olalım bunun önünde sonunda yanıtlanabilecek olan bir *bilimsel soru* olduğudur.

Kimi yerlerde bırakın bir terliksi hayvanın onun bir belirtisini taşıyıp taşımadığını, genel felsefi temelde *herhangi* bir varlığın kendisi dışında bilinçli farkındalık niteliğine sahip olunup olunmadığını bilmesinin hiçbir yolu olmadığı iddia edilir. Benim düşünceme göre bu fazla dar ve karamsar bir görüştür. Nihayetinde bir nesnedeki fiziksel niteliğin varlığı kanıtlanırken hiçbir zaman *mutlak kesinlik* taşıyan konularla ilgilenilmez. Bilinçli farkındalık sahibi olmayla ilgili soruları, gökbilimcilerin çok sayıda ışık yılı uzaktaki göksel cisimler hakkında iddialar oluştururken yaptıklarıyla aynı kesinlik türünde yanıtlayabildiğimiz bir aşamanın gelmemesi için herhangi bir neden görmüyorum. Daha yakın bir zamana kadar insanlar güneşin ve yıldızların, hatta ayın arka yüzünün maddi bileşiminin asla bilenemeyeceğini ileri sürüyorlardı. Fakat şimdi ayın bütün yüzeyinin haritası çıkartılmış durumda (uzay ölçümleriyle) ve güneşin bileşimi en ince ayrıntısına dek biliniyor (güneş ışığındaki spektral çizgilerin gözlemlenmesi ve iç yapısının fiziğinin en ince ayrıntısına dek modellenmesi yoluyla). Birçok uzak yıldızın bileşimi de ayrıntılı olarak gayet iyi derecede biliniyor. Hatta bütün bir evrenin başlangıç aşamalarındaki genel bileşimi bir dizi yönden gayet iyi anlaşılmış durumda (*bkz.* §4.5'in sonu).

Fakat gereken kuramsal fikirlerin bulunmadığı koşullarda bilinç sahibi olmayla ilgili ulaşılan vargılar şu an itibariyle büyük oranda tahmine dayanıyor. Konu hakkındaki kendi tahminlerimi ifade etmem gerekirse, bu gezegende bilinçli olmanın sadece insanlara özgü *olmadığına* güçlü biçimde inanıyorum. Örneğin Da-

vid Attenborough'nun televizyon programlarının[141] en etkileyici bölümlerinden biri, fillerin sadece güçlü duygulara sahip olmakla kalmayıp bu duyguların insanların dini inançta hissettikleri duygulara yakın duygular olduğuna bizi inandıran bölümdü. Bir sürünün lideri (kız kardeşi beş yıl önce ölmüş bir dişi) uzun ve dolambaçlı bir yoldan sürüyü kız kardeşinin öldüğü yere götürüyor, kemikleriyle karşılaştıklarında lider onun kafatasını büyük bir sevecenlikle yerden alıyor ve filler kafatasının önünden sırayla geçerken onu hortumlarıyla okşuyorlardı. Bir başka televizyon programında da[142] fillerin anlama yetisine sahip olduğu dehşet verici ve ikna edici bir biçimde gösteriliyordu. Utanmadan "seçerek öldürme" adı verilen işlemin helikopterle çekilen görüntüleri, tüm sürünün katledilmeyle karşı karşıya olduğunun bilgisine tam olarak sahip fillerin yaşadığı dehşeti büyük bir üzüntü ve korku dolu haykırışları eşliğinde resmediyordu.

Kuyruksuz maymunlarda da farkındalık (ve öz farkındalık) olduğuna dair iyi kanıtlara sahibiz ve şahsen ben bilinç olgusunun hayvan yaşamında bundan da oldukça "aşağıda" bir özellik olduğundan pek az kuşku duyuyorum. Örneğin yine (bazı) sincapların olağanüstü çeviklik, kararlılık ve yaratıcılığını konu edinen bir başka televizyon programında[143] bir sincabın üzerinde ilerlediği teli ısırmasıyla yatay bir uzaklıkta asılı duran bir ceviz kutusunu açabileceğinin farkına vardığı sahneden çok etkilenmiştim. Bu sezginin nasıl içgüdüyle ya da sincabın geçmiş deneyiminin bir parçası olarak açıklanabileceğini görmek zordur. Kendi eyleminin olumlu sonucunun anlamını değerlendirebilmesi için sincabın işin içine karışan *topoloji* hakkında kaba bir anlamaya sahip olması zorunludur (*krş.* §1.19). Bana öyle geliyor ki bu sincap açısından hakiki olarak *hayal gücü* içeren davranıştı ve bunun bilinçlilik gerektirdiği de açıktır!

Bilincin bir derece meselesi olabileceği konusunda çok az kuşku var gibi gözüküyor; bir başka ifadeyle bilinç sadece "var olmak" ya da "var olmamak" meselesi değil. Benim kendi deneyimimde bile ben zaman zaman bilincin daha yüksek ya da daha

[141] *Echo of the elephants* [Fillerin yankısı] (BBC, Ocak 1993).

[142] *If the rains don't come* [Yağmur yağmazsa] (BBC, Eylül 1992).

[143] *Daylight robbery* [Güpegündüz soygun] (BBC, Ağustos 1993).

düşük derecede var olduğunu hissediyorum (örneğin rüya durumunda bilinç, tamamen uyanık duruma göre çok daha düşük bir derecede var gibi gözüküyor).

Peki öyleyse ne kadar aşağıya doğru inmemiz gerekiyor? Bu konuda çok farklı görüşlerle karşı karşıyayız. Kendi adıma ben bir böceğin bizzat kendisinin de bir üçüncü böcek tarafından yendiği gerçeğini hiç önemsemeden o anda başka bir böceği aç bir kurt gibi tüketirken gösterildiği başka bir belgesel filmi izledikten sonra böceklerin bu özelliğe sahip olduklarına inanma konusunda hep zorluk çektim. Buna karşın §1.15'te bahsedildiği üzere, bir karıncanın davranış örüntüsü ince bir zekâyı yansıtırcasına son derece karmaşıktır. Onların harika etkinlikteki kontrol sistemlerinin bize kendi anlama niteliklerimizi veren ilke neyse ondan yardım almadığına inanmamız mı gerekir? Karıncaların kontrol nöron hücreleri kendi hücre iskeletlerine sahipler ve eğer bu hücre iskeletleri benim kendi farkındalığımız için kök gereklilik olduğunu ileri sürdüğüm kuantum eşevreli durumların sürmesini sağlama becerisine sahip mikrotübüller içeriyorsa, o halde onlar da bu anlaşılması zor niteliğin yararlanıcıları olamazlar mı? Beyinlerimiz içerisindeki mikrotübüller kolektif kuantum eşevreli faaliyeti sürdürmeyi sağlamak için gerek duyulan müthiş karmaşıklık ve inceliğe sahiplerse, o halde doğal seçilimin bu olanağı nasıl sadece bizler ve (az sayıdaki) çok hücreli kuzenlerimiz için evrimleştirmiş olduğunu anlamak zordur. İlkel ökaryot tek hücreli hayvanlar için de, onlar için taşıdığı değerin bizim için taşıdığından çok farklı olması gayet mümkün olsa da, bu kuantum eşevreli durumlar değerli yapılar olsa gerektir.

Büyük ölçekli kuantum eşevreliliği elbette kendi başına bilince işaret *etmez*; aksi halde süper iletkenler bilinçli olurdu! Yine de bu tür bir eşevreliliğin bilinç için gereken şeyin bir *parçası* olması çok mümkündür. Beyinlerimizde müthiş bir örgütlenme vardır ve bilinçlilik düşünmemizin çok *bütünsel* bir özelliği olarak gözüktüğü için, tekil mikrotübüller ya da hatta tekil hücre iskeletleri düzeyinden çok daha büyük ölçekte bir eşevrelilik türü aramak zorundayız. Çok sayıdaki farklı nöronların ayrı hücre iskeletleri içerisindeki durumlar arasında önemli kuantum dolanıklıkları olması ve böylece beynin geniş bölgelerinin bir tür

kolektif kuantum durumuna karışması gerekir. Fakat bundan çok daha fazlası da gerekecektir. (Benim bilincin hayati parçası olarak kabul ettiğim) bir tür faydalı hesaplanabilir olmayan eylemin işin içine karışması için, sistemin OR'nin gerçekten *rastlantısal olmayan* (hesaplanabilir olmayan) yönlerinden özel olarak faydalanabilmesi gerekir. §6.12'de savunusunu yaptığım özel öneri, işin içine giren ve kesin, matematiksel olarak hesaplanabilir olmayan OR eyleminin önem kazanmaya başlayabileceği *ölçekler* hakkında bize en azından bir fikir veriyor.

Bu nedenle bu kitapta ileri sürdüğüm düşünceler temelinde, bilinçli farkındalığın var olmaya başlayabileceği düzeyin en azından *tahmin edilmesinin* bir yolu öngörülebilir. Hesaplanabilir (ya da rastlantısal) fiziğe göre yeterli şekilde tanımlanabilen süreçler benim bakış açıma göre bilinç içermeyecektir. Öte yandan kesin hesaplanamaz bir OR eyleminin işin içine karışması bile (her ne kadar bu bana göre bilinç için *önkoşul* olsa da) kendi başına mutlaka bilincin varlığına *işaret etmez*. Elbette bu pek açıkça tanımlanmış bir ölçüt değildir ama şu an elimden gelenin en iyisi bu. Bakalım bununla ne kadar ilerleyebileceğiz.

§6.12'de geçen kuantum/klasik sınırının nerede gerçekleşmesi gerektiği konusundaki öngörülere ve §7.5–§7.7'de ileri sürülen bu sınırın bir hücrenin ya da bir hücreler sisteminin içindeki mikrotübüller sisteminin iç/dış arayüzüyle bağlantılı olduğu hakkında biyoloji alanındaki fikirlere dayalı olarak ortaya çıkan betimlemeyi geliştirmeyi deneyeceğim. Temel bir ek düşünce şudur: Eğer durum vektörü indirgenmesi sadece çevrenin ilgili sistemle çok büyük miktarda dolanık hale gelmesi yüzünden gerçekleşiyorsa, OR (§6.6'da belirtilen) standart FAPP argümanlarının yeterli olduğu *rastlantısal* bir süreç olarak etkili şekilde gerçekleşir ve OR tam da R gibi bir davranış sergiler. Gereken tek şey bu indirgemenin tam da bizim farazi OR kuramımızın (bilinmeyen) hesaplanamaz ayrıntılarının devreye girdiği noktada gerçekleşmesidir. Bu kuramın ayrıntıları bilinmiyor olsa da, en azından bu kuramın konuyla bağlantılı olmaya başlaması gereken düzey hakkında ilkesel olarak bir fikir elde edebiliriz. Bu nedenle OR'nin bu hesaplanamaz yönlerinin önemli bir rol oynaması için, eşleşme *tam da* OR'nin rastlantısal çevre önemli biçimde işin içine karış-

maya başlamadan *önce* etkimesine yetecek derecede madde hareketi devreye sokana dek, bir tür kuantum eşevreliliğin sürmesinin sağlanması gerekli olacaktır.

Mikrotübüller için önerdiğim betimlemeye göre, tüpler içerisinde "kuantum eşevreli salınımlar" gerçekleşmektedir ve bunlar tüpler *üzerindeki* tübülin dimerlerinin yapısal biçim değişiminin gerçekleştiği "hesaplamalı hücresel otomatlar benzeri" faaliyetle zayıf şekilde eşleşmiştir. Kuantum salınımlar ayrık kaldıkları sürece düzey **OR**'nin gerçekleşemeyeceği kadar düşük olacaktır. Fakat eşleşme tübülinlerin de duruma karışmasına yol açar ve belirli bir noktada **OR** etkilenir. İhtiyaç duyduğumuz şey, **OR**'nin mikrotübüllerin çevresi durumla dolanıklaşmaya başlamadan *önce* devreye girmesidir, çünkü bu olduğu anda **OR**'nin hesaplanamaz yönleri kaybolur ve eylem sadece rastlantısal **R** işlemidir.

Bu yüzden tekil bir hücrede (diyelim ki bir terliksi hayvan ya da insan karaciğeri hücresinde) tübülin yapı değişim faaliyetinin miktarı §6.12'deki ölçütü karşılamaya yetecek kadar kütle hareketi içerebilir ve böylece **OR** bu aşamada (istendiği gibi) etkili olmaya başlar ya da yeteri kadar yoktur ve **OR** eylemi çevre *etkileninceye* kadar ertelenir ve (hesaplamalı olmayan) oyun kaybedilir. Görünüşe göre anlaşılan tübülin yapı değişim faaliyetinin gerektiğinden çok çok az kütle hareketi vardır ve oyun da bu aşamada kaybedilmiş gibi görünmektedir. Fakat büyük hücre yığınları olduğunda durum çok daha ümit verici görünmektedir.

Belki bu betimleme de şu anki haliyle, bilinç için hesaplamalı olmama önşartının sadece makul büyüklükte bir beyin gibi büyük hücre yığınlarında gerçekleşebildiği şeklinde bir yaklaşımı desteklemektedir.[144] Bu aşamada bu tür iyi tanımlanmış sonuçlara varma konusunda çok dikkatli olunması gerektiği açıktır. Betimlemenin fiziksel ve biyolojik yönlerinin formülasyonu ileri sürdüğüm yaklaşımın işaret ettikleri açısından da henüz net sonuçlar çıkartılabilmesine izin vermeyecek ölçüde hamdır. Benim burada ileri sürdüğüm görüşler çerçevesinde dahi bilincin devreye gir-

[144] Nöronların içerisinde sentriyollerin genelde olmaması konusu tartışma konusu olabilir (krş. S:365). Tekil hücrelerin diğer türlerindeki hücre iskeletleri, sentrozomlarının (hücre bölünmesinde gereksinim duyulan) "kontrol merkezleri" olmasına ihtiyaç duyuyor gibi gözüküyorlar; ancak nöronların hücre iskeletleri belki de daha bütünsel bir otoriteye boyun eğiyor olabilirler!

diği yer konusunda mantıklı bir tahmin yapılması için, önce hem fiziksel hem de biyolojik yönde çok daha ileri araştırmaların yapılması gerektiği açıktır.

Düşünülmesi gereken başka konular da vardır. Bilinçli bir durumda aslında beynin ne kadarı işin içine karışmaktadır diye sorulabilir. Büyük ihtimalle bütün beyin işin içine *girmemektedir.* Beyin faaliyetinin çoğu bilinçli değil gibi gözükmektedir. Beyincik (*krş.* §1.14) çok çarpıcıdır ki, tümüyle *bilinçsiz* şekilde davranıyor gibi gözükmektedir. Beyincik eylemlerimizin, bizler bu eylemleri bilinçli şekilde yerine *getirmezken*, kesin ve hassas yönetimini sağlamaktadır (örneğin *krş.* KYU, s:379–381). Tümüyle bilinçsiz etkinliği yüzünden de birçok yerde "sadece bir bilgisayar" olarak adlandırıldığı görülebilir. Serebrum ile beyinciğin hücresel ve hücre iskeletsel düzeni arasında hangi temel farkların görüldüğünü bilmek çok öğretici olabilir; çünkü bilinç serebrumla çok daha yakın bir ilişkiye sahip gibi görünmektedir. Nöron sayısı açısından ikisi arasında o kadar da fazla bir fark olmaması ilginçtir; serebrumdaki nöron sayısı beyinciktekinin sadece iki katıdır ve genel olarak beyincikteki tekil hücreler arasında daha fazla sinaptik bağlantı vardır (*krş.* §1.14, Şekil 1.6). Burada salt nöron sayısından daha derin bir şeyin işliyor olması gerekir.[145]

Yine belki bilinçsiz beyincik kontrolünün bilinçli serebral kontrolden "öğrenilme" biçiminin araştırılmasından elde edilebilecek aydınlatıcı bilgiler olabilir. Yapay nöral ağların çalışma biçimiyle beyinciğin öğrenme süreçleri arasında bağlantıcı felsefeyle uyumlu şekilde güçlü bir benzerlik olabilir. Ama böyleyse bile ve hatta (bağlantıcı yaklaşımda görsel korteksin anlaşılmasında ima edildiği üzere[146]) *serebrumdaki* eylemlerin bazılarının bu yolla

---

[145] Nöroanatomi konusuna dışarıdan bakan biri olarak, beyinciğin sahip gibi *gözükmediği* serebral düzende (açıklanmamış?) bir gariplik olması beni çok şaşırtıyor. Duyusal ve motor sinirlerin çoğu birbirlerinin üzerinden geçiyor ve böylece serebrumun sol tarafı bedenin sağ tarafı ile ilişkileniyor ve tersi de geçerli. Sadece bu değil; serebrumun görmeyle ilgili kısmı tam arkadayken gözler önde, ayaklarla ilgili kısım yukarıdayken ayakların kendisi aşağıda, her bir kulağın duymasıyla asıl ilgilenen kısım ilgili kulağın tam karşıt tarafında. Bu serebrumun tamamen evrensel bir özelliği değil ama bunun bir tesadüf olmadığını düşünmeden de edemiyorum. Zira beyincik bu biçimde organize olmamış. Acaba bilinç uzun bir yol izleyen sinir sinyallerinden bir şekilde faydalanıyor olabilir mi?

[146] Marr (1982) ve örneğin Brady (1993).

(kısmen) anlaşılabildiği *de* doğru olsa bile, aynısının bilinçle ilişkili olan serebral faaliyet yönünden de doğru olmasını beklemek için bir neden yoktur. Gerçekten de benim bu kitabın 1. Kısmında kuvvetle savunduğum gibi, bilincin sahneye çıktığı bu tür yüksek bilişsel fonksiyonlarla ilgilenen bağlantıcılıktan çok daha farklı bir şeyin varlığı gerekmektedir.

8.7 Üç dünya ve üç gizem

Şimdi bu çalışmadaki konuları bir araya getirmeye çalışacağım. Kitap boyunca yanıt oluşturmaya çalıştığım temel mesele, bilinç olgusunun bilimsel dünya görüşümüzle ilişkisinin nasıl kurulabileceği oldu. İtiraf etmeliyim ki genel olarak bilinç konusunda söyleyebildiğim fazla bir şey olmadı. Onun yerine 1. Kısımda sadece tek bir zihinsel nitelik üzerine yoğunlaştım: *Bilinçli anlama*, özellikle de matematiksel anlama. Yalnızca bu zihinsel nitelikle gereken güçlü iddiayı ileri sürebilmem mümkün oldu: Böyle bir niteliğin salt hesaplamalı faaliyetin bir özelliği olarak ortaya çıkmış olmasının esasen *olanaksız* olmasının yanı sıra, hesaplamanın bunu doğru düzgün simüle dahi edemediği iddiası. Burada *matematiksel* anlamanın diğer anlama türleriyle karşılaştırıldığında özel bir yönü olduğu şeklinde bir varsayımın olmadığını da vurgulamalıyım. Varılan sonuç, bilinçten sorumlu beyin etkinliği her neyse (en azından bu dışavurum itibariyle) bunun hesaplamalı simülasyonun ötesinde yer alan bir fiziğe dayanıyor olmak zorunda olduğudur. 2. Kısım bilim sınırları içerisinde, bizi salt hesaplamanın sınırlamalarının ötesine taşıyabilecek uygun bir fiziksel eylem için bir ölçek bulma denemesidir. Karşımıza çıkan derin konuları kapsamak için bunları üç farklı dünya ve bu dünyaların her birini diğerlerine bağlayan üç derin gizem üzerinden aktaracağım. Dünyalar biraz Popper'inkilere benziyor (*krş.* Popper ve Eccles 1977), ama benim vurgum çok farklı olacak.

Bizim en doğrudan bildiğimiz dünya bilinçli algılarımızın dünyasıdır, ama aynı dünya kesin bilimsel yönden de en az bildiğimiz dünyadır. Bu dünya mutluluğu da, acıyı da, renklerin algılanmasını da içerir. Çocukluktaki ilk anılarımızı da, ölüm korkumuzu da içerir. Aşk, anlama ve çok çeşitli olguların bilgisinin yanı

sıra cehaleti ve intikamı da içerir. Sandalye ve masaların zihinsel imgelerini içeren ve her türlü koku, ses ve duyumun düşüncelerimizle ve eylem kararlarımızla birbirine karıştığı bir dünyadır bu.

Yine farkında olduğumuz (algılarımızın dünyasına oranla daha az doğrudan şekilde) ama artık hakkında epey şey bildiğimiz iki dünya daha vardır. Bu dünyalardan biri *fiziksel dünya* dediğimiz dünyadır. Gerçek sandalye ve masaları, televizyon setleri ve otomobilleri, insanları, insan beyinlerini ve nöronların eylemini içerir. Güneş, ay ve yıldızlar bu dünyadadır. Bulutlar, kasırgalar, taşlar, çiçekler, kelebekler de öyle; ayrıca, daha derin bir düzeyde moleküller ve atomlar, elektronlar ve protonlar ve uzayzaman da var. Bu dünya hücre iskeletlerini, tübülin ikililerini ve süperiletkenleri de içeriyor. Algılarımızın dünyasının fiziksel dünyayla niçin ilişkili olduğu hiç açık değil, ama görünen o ki ilişkili.

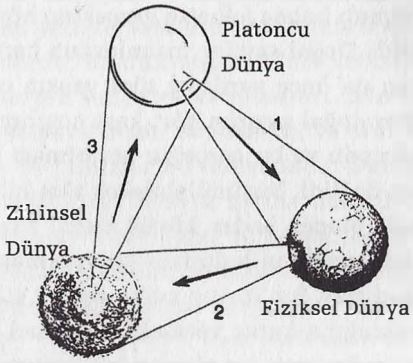
Birçok kişi gerçekte var olduğunu kabul etmekte zorluk çekse de bir dünya daha var: *Matematiksel formların Platoncu dünyası*. Doğal sayıları (0, 1, 2, 3,...) ve karmaşık sayılar cebirini burada buluyoruz. Her doğal sayının dört kare sayının toplamı olduğunu söyleyen Lagrange teoremini buluyoruz. Öklit geometrisindeki Pisagor teoremini (dik açılı bir üçgeninin kenarlarının karesi hakkında) buluyoruz. Tüm doğal sayı çiftleri için $a \times b = b \times a$ olduğunu söyleyen önerme var. Aynı Platoncu dünyada bu son sonucun bazı "sayı" türlerinde geçerli olmaması gerçeği de var (§5.15'te bahsi geçen Grassmann çarpımı gibi). Aynı Platoncu dünya Öklit geometrisinden başka, Pisagor teoreminin geçerli olmadığı geometrileri de içerir. Sonsuz sayıları, hesaplanabilir olmayan sayıları, özyinelemeli ve özyinelemeli olmayan sıralları içerir. Kehanet makineleri, asla sonlanmayan Turing makineleri vardır. İçerisinde polyomino döşeme problemi gibi hesaplamalı olarak çözülemez olan birçok matematik problem sınıfı vardır. Maxwell'in elektromanyetik denklemleri de, Einstein'ın kütleçekim denklemleri de, fiziksel olarak gerçekçi olsun olmasın bunları karşılayan sayısız teorik uzayzaman da bu dünyadadır. "Sanal gerçeklik"te faydalanılmak üzere sandalyelerin ve masaların matematiksel simülasyonları, kara deliklerin ve kasırgaların simülasyonları da vardır.

Platoncu dünyanın diğer iki dünyanın var olduğu anlamda "var olan" bir "dünya" olduğunu söylemeye hakkımız var mı? Tüm

bunlar okurlara matematikçilerçe zaman zaman ileri sürülen soyut kavramlardan oluşma bir yamalı bohça gibi gözükebilir. Yine de bu dünyanın varlığı bu kavramların derin, zamansız ve evrensel doğasına ve yasalarının onları keşfedenlerden bağımsız olmasına dayanır. Yamalı bohça (elbette gerçekten böyleyse) bizim yaratımımız değildi. Doğal sayılar insanlardan hatta bu dünyadaki tüm canlılardan da önce vardı ve tüm yaşam ortadan kalkınca da olacaklar. Her doğal sayının dört kare sayının toplamı olduğu her zaman doğruydu ve bu gerçeğin var olması için Lagrange'ın beklenmesi şart değildi. Düşünülebilecek tüm bilgisayarların erişiminin ötesinde olacak kadar büyük doğal sayılar da, bu kare sayıların ne olabileceğinin bulunma şansı olmasa bile, dört kare sayının toplamıdırlar. Bir Turing makinesinin etkinliğinin sonlanıp sonlanmayacağına karar vermek için genel bir hesaplamalı işlemin olmaması durumu var olmaya her zaman devam edecektir ve bu durum Turing hesaplanabilirlik yaklaşımına ulaşmadan çok öncesinde de vardı.

Buna rağmen birçok kişi matematiksel doğruluğun mutlak doğasının matematiksel kavramlara ve matematiksel doğrulara bir "varlık" atfetmek için herhangi bir gerekçelendirme sağlamadığını savunabilir. (Yer yer matematiksel Platonculuğun "modasının geçtiğinin" söylendiğini de duydum. Platon'un bundan 2340 yıl önce öldüğü doğrudur ama bu bir neden sayılamaz! Daha ciddi bir karşı çıkış, felsefecilerin tamamıyla soyut bir dünyanın fiziksel dünyayı etkilemesi konusunda yer yer zorluk yaşayacak olmalarıdır. Bu derin konu az sonra değineceğimiz gizemlerden biridir.) Aslında matematiksel kavramların gerçekliği, bu dünyanın gizem ve mucizelerini çözmek için zaman harcama fırsatını elde etmemiş olanlarla karşılaştırıldığında matematikçiler açısından çok daha doğal bir fikirdir. Fakat şu an için okurların matematiksel kavramların gerçekten, fiziksel dünyanın ve zihinsel dünyanın gerçekliğiyle karşılaştırılabilir bir "dünya" oluşturduğunu kabul etmeleri gerekli değil. Şu an için matematiksel kavramların değerlendirilme seçiminin nasıl yapıldığı bizim için çok fazla önemli değil. Dilerseniz "matematiksel formların Platoncu dünyası"nı bir mecaz olarak kabul edin, ancak bu buradaki betimlemelerimiz açısından faydalı bir ifade olacak, onu da belirtelim. Bu üç

"dünya"yla ilişkili üç gizemi düşünmeye başladığımızda belki de bu ifade seçiminin önemi konusunda bir şeyler anlamaya başlayacağız.



Şekil 8.1 Platoncu matematiksel, fiziksel ve zihinsel olmak üzere bu üç dünyanın her biri, bir biçimde bir öncekinin (dünyalar döngüsel şekilde ele alındığında) küçük bir parçasından gizemli şekilde "ortaya çıkıyor" gibi gözüküyor.

Peki öyleyse nedir bu gizemler? Bunlar Şekil 8.1'de gösterilmektedir. Birinci gizem, fiziksel dünyanın hareketinde neden bu kadar kesin ve derinlikli matematiksel yasaların bu kadar önemli bir rol oynadığıdır. Fiziksel gerçekliğin dünyası da bizzat neredeyse gizemli şekilde matematiğin Platoncu dünyasından ortaya çıkmış gibi gözükmektedir. Bu sağdaki, Platoncu dünyadan fiziksel dünyaya inen okla gösterilmektedir. İkinci gizemse, fiziksel dünyadan düşünen ve algılayan varlıkların nasıl ortaya çıkabildiğidir. Ustalıklı şekilde örgütlenmiş maddi cisimler kendi maddi tözlerinden nasıl olup da gizemli bir şekilde zihinsel varlıkları uyandırabilmektedirler? Bu da Şekil 8.1'de alttaki, fiziksel dünyadan zihinsel dünyaya doğru giden okla gösterilmiştir. Son olarak da zihinselliğin görünüşe göre bir tür zihinsel modelden matematiksel kavramları "yaratabilmesi" gizemi vardır. Zihinsel dünyamızın donatılmış gibi göründüğü görünüm itibariyle muğlak, güvenilmez ve genellikle de uygunsuz bu zihinsel araçlar buna rağmen gizemli bir şekilde (en azından en iyi hallerinde) soyut

matematiksel formları uyandırabilmeyi ve bu yolla zihinlerimizin anlama yoluyla Platoncu matematiksel diyara giriş yapabilmesini her nasılsa başarabiliyorlar. Bu da soldaki zihinsel dünyadan Platoncu dünyaya doğru uzanan okla gösterilmiş.

Platon'un kendisi bu oklardan birincisiyle (ve de kendi tarzında üçüncüsüyle) çok ilgilenmiş ve mükemmel matematiksel form ile onun fiziksel dünyadaki mükemmel olmayan "gölgesi" arasında ayrım yapmaya özen göstermişti. Bu nedenle matematiksel bir üçgenin (ya da bugün belirtirken daha dikkatli davrandığımız üzere bir Öklit üçgeni) iç açılarının toplamı tam olarak iki dik açı olurken, diyelim ki tahtadan yapılmış bir fiziksel üçgenin açılarının toplamı, üçgen çok büyük bir ustalıkla yapıldığında bile, gereken miktara çok yakın olacak, ama tam olarak istenen miktarda olmayacaktır. Platon bu tür fikirleri bir benzetmeyle anlatırdı. Bir grup yurttaşın bir mağarada zincire bağlanmış, arkalarındaki cisimlerin şekillerini göremeyecek şekilde hapsedildiklerini hayal eder. Bu kişilerin mağarada yüzlerinin çevrili olduğu kısma bir ateşin ışığı bu cisimlerin gölgelerini düşürmektedir. Doğrudan sadece bu şekillerin ateşin hareketiyle biçimleri bozulmuş belli belirsiz gölgelerini görebilmektedirler. Bu mükemmel cisimler matematik formlar tarafından temsil edilirken, gölgelerse "fiziksel gerçeklik" dünyasını gösterirler.

Platon'dan bu yana matematiğin fiziksel dünyamızın algıladığımız yapısı ve asıl hareketinde oynadığı büyük rol olağanüstü şekilde arttı. Saygın fizikçi Eugene Wigner'in 1960'ta verdiği ünlü ders şu adı taşıyordu: "Matematiğin fizik bilimlerindeki mantıksız etkililiği". Bununla anlatmak istediği, fizikçilerin gerçekliği betimlemelerinde sürekli ve artan şekilde buldukları gelişkin matematiğin müthiş kesinliği ve uygulanabilirliğiydi.

Bence bunun en etkileyici örneği Einstein'ın genel göreliliğidir. Fizikçilerin yaptığı işin aslında matematiksel kavramların fiziksel davranışa çok iyi uygulanabildiği örüntüleri zaman zaman fark etmekten ibaret olduğu görüşüyle yer yer karşılaşırız. Buna göre fizikçilerin ilgilerini matematiksel betimlemelerinin iyi çalıştığı alanlara doğru yöneltme eğiliminde olduğu, dolayısıyla matematiğin fizikçilerin kullandığı betimlemelerde işlemesinin arkasında aslında gizemli bir yan olmadığı iddia edilir. Fakat bana öyle

geliyor ki böyle bir yaklaşım gerçeklikten çok uzaktır. Örneğin Einstein'ın kuramının gösterdiği matematik ile evrenin işleyişi arasındaki altta yatan derin birliğe hiçbir açıklama sağlamamaktadır. Einstein'ın kuramı ilk ileri sürüldüğünde gözlemsel temelde ona hiçbir gereksinim duyulmuyordu. Newton'ın kütleçekimi 250 yıldır dimdik ayaktaydı ve (matematiğin fiziksel gerçekliğin temelinde yattığının zaten yeterli ölçüde etkileyici bir doğrulaması olarak) on milyonda bir gibi olağanüstü bir kesinliğe sahipti. Merkür'ün hareketinde bir sapma gözlemlenmişti, ama bu Newton'ın şemasının terk edilmesi için bir gerekçe sağlamıyordu. Yine de Einstein eğer kütleçekim kuramının çerçevesi değiştirilirse derin fiziksel temelde daha iyi bir sonuç elde edilebileceğini gördü. Einstein'ın kuramının ileri sürüldüğü ilk yıllarda onu destekleyen sadece birkaç etki vardı ve Newton'ın şemasını aşan kesinlik artışı marjinaldi. Ancak kuramın çıkışının üzerinden 80 yılı aşkın bir sürenin geçtiği bugün, kuramın genel kesinliği yaklaşık on milyon kat kadar arttı. Einstein yalnızca fiziksel nesnelerin davranışındaki "örüntüleri fark ediyor" değildi. O evrenin işleyişinde zaten saklı olan derin bir matematiksel altyapının ortaya çıkmasını sağlıyordu. Üstelik iyi bir kurama en uygun olabilecek fiziksel olgu neyse onu da arıyor değildi. O bu kesin matematiksel ilişkiyi en temel fizik kavramları olan uzayın ve zamanın yapısında buldu.

Temel fiziksel süreçlerde başarılı olan diğer kuramlarımızda da her zaman sadece olağanüstü doğruluğa sahip olmakla kalmayıp matematiksel olarak da incelikli bir matematiksel yapının altta yattığı görülür. (Okurlar fiziğin daha önceki fikirlerinin Newton'ın kuramı gibi "tahtından indirilmesinin" bu eski fikirlerin yerindeliğini geçersizleştirdiğini düşünmesin diye, bunun böyle *olmadığını* net şekilde belirtmeliyim. Daha eski fikirler yeterince iyi olduklarında Galileo ve Newton'ınkiler gibi hayatlarını devam ettirirler ve daha yeni şema içerisinde de bir yere sahip olurlar.) Üstelik matematiğin kendisi de doğanın ayrıntılı davranışından gelen girdilerden derin ve beklenmeyen türde bir esinlenme elde eder. Kuantum kuramı (ki onun incelikli matematikle yakın bağlantısının (örneğin karmaşık sayılar) sadece bu sayfalarda ele aldığımız konuya bakarak bile görülebileceğini umuyorum), keza genel görelilik ve Maxwell'in elektromanyetik denklemleri, bun-

Kütüphanesi

ların hepsi matematiğin ilerlemesine büyük bir itki sağlamıştır. Fakat bu sadece bunlar gibi görece yeni kuramlar için de doğru değildir. Newton mekaniği (kalkülüsü doğuran) ve uzayın yapısına ilişkin Yunanların analizi (bize geometriyi armağan eden) gibi çok daha eski kuramlar için de en azından aynı doğruluktadır. Matematiğin fiziksel davranış içerisindeki olağanüstü kesinliğine (kuantum elektrodinamiğindeki 11 ya da 12 basamaklı kesinlik gibi) sık sık işaret edilir. Fakat burada bunun dışında da bir gizem vardır. Fiziksel süreç ve işlemlerin, kavramların içerisinde gizil şekilde yatan, son derece çarpıcı bir derinlik, incelik ve *matematiksel verimlilik* vardır. Bu insanların ilgili matematikle doğrudan ilgilenmemişlerse pek bilmedikleri bir şeydir.

Matematikçilerin faaliyetlerine değerli bir itki sağlayan bu matematiksel verimliliğin (şıklığın da oynadığı bir rol olsa da) sadece bir matematiksel şıklık meselesi olmadığını belirtmeliyiz. Sadece fiziksel dünyanın işleyişini kavrayışımızı derinleştirme amacıyla geliştirilen fikirlerin tamamen ayrı nedenlerle *zaten* ciddi bir ilgi duyulan konulara ilişkin matematiksel problemlere dönük derin ve beklenmedik sezgiler sağladıkları çok sık görülür. Yakın dönemde bunun en çarpıcı örneklerinden biri (fizikçilerce atomaltı parçacıklar arasında geçerli olan etkileşimlerin matematiksel açıklamalarında geliştirilmiş olan) Yang–Mills türü kuramların Oxford'dan Simon Donaldson tarafından dört boyutlu çokkatlıların hiç beklenmedik, daha önceki yıllarda anlaşılması gözden kaçmış özelliklerinin[147] elde edilmesinde kullanılması oldu. Üstelik bu tür matematiksel özellikler, gerekli kavrayış açığa çıkmadan önce genellikle insanlarca hiç tahmin edilmeseler de, onları keşfetmeye uğraşan kişilerin yetenek ve sezgileriyle bağlantılı olarak Platoncu dünyada keşfedilmeyi bekleyen değişmez doğrular olarak zamansız şekilde yatmaktadırlar.

Umarım okurları Platoncu matematik dünyası ile fiziksel cisimlerin dünyası arasında var olan (derin şekilde gizemli) yakın ve gerçek ilişki konusunda ikna etmişimdir. Yine bizzat bu olağanüstü ilişkinin varlığının da Platoncu kuşkucuların bu dünyayı bir "dünya" *olarak* daha önce düşündüklerinden biraz daha fazla ciddiye almalarını sağlayacağını umuyorum. Hatta kimileri bu

[147] Donaldson (1983); teknik olmayan bir ele alış için krş. Devlin (1988), 10. Bölüm.

tartışmada benden daha ileriye de gidebilir. Belki de sadece matematiksel olanlara değil, diğer soyut kavramlara da bir Platoncu gerçeklik atfedilmesi gerekir. Platon'un kendisi de nasıl matematik kavramlarına atfedilmek zorundaysa, "iyi" ya da "kötü" gibi ideal kavramlara da bir gerçeklik atfedilmesi gerektiği konusunda ısrarcı olurdu (*krş.* §8.3). Kişisel olarak ben böyle bir olasılığa karşı değilim ama bu yine de benim buradaki düşünüşümde önemli bir rol oynamış değildir. Etik, ahlak, estetik konuları buradaki tartışmamda önemli bir role sahip olmadı, fakat bu bunların esasen benim ele aldıklarım kadar "gerçek" olmadıkları gerekçesiyle reddedilmeleri için bir neden oluşturmaz. Burada düşünülmesi gereken farklı meseleler olduğu açık ama bunlar benim kitabımın özel olarak konusu değiller.[148]

Yine bu kitapta ben Platoncu matematik dünyasının fiziksel dünyada sahip olduğu ve ona temel oluşturan kafa karıştırıcı kesin rolün özel gizemiyle (Şekil 8.1'de sağda aşağıya inen birinci ok) *çok* fazla ilgilenmek yerine, daha az anlaşılan diğer ikisiyle ilgilendim. 1. Kısımda esasen üçüncü okun doğurduğu soruları ele aldım: Matematiksel doğruluğu algılayışımızdaki gizemi, diğer bir deyişle zihinsel düşünme yoluyla bu Platoncu matematiksel formları "aklımıza getirebilir" gibi görünmemizi sağlayan şeyi ele aldım. Bu mükemmel formlar, sanki yalnızca bizim kusurlu düşüncelerimizin gölgeleriymiş gibidirler. Platoncu görüşü bu şekilde değerlendirmek (sadece kendi zihinselliğimizin bir ürünü olarak) Platon'un kendi düşünceleriyle çok uyumsuz olur. Platon'a göre mükemmel formların dünyası, zamansız ve bizlerden bağımsız olarak birincildir. Platoncu yaklaşımda benim Şekil 8.1'deki üçüncü okumun belki de yukarıya doğru değil, aşağıya doğru yönlendiğinin düşünülmesi gerekir: Mükemmel formlardan zihinselliğimizin dünyasına. Matematik dünyasını bizim düşünme biçimlerimizin bir ürünü olarak görmek, benim burada desteklediğim Platoncu görüştense *Kantçı* görüşü kabullenmek demektir.

---

[148] Popper'in "3. Dünya"sı bu genişletilmiş Platoncu dünyada bulunacak olanlarla bir benzerlik taşıyan zihinsel yapıları içermektedir; *bkz.* Popper ve Eccles (1977). Fakat onun 3. Dünyası bizlerden bağımsız zamansız bir varoluşa sahip olarak görülmediği gibi, fiziksel dünyanın yapısının altında yatan bir dünya olarak da değerlendirilmez. Dolayısıyla onun konumu burada aktarılan "Platoncu dünya"dan çok farklıdır.

Benzer şekilde benim diğer oklarımdan bazılarının da yönlerinin ters olduğu ileri sürülebilir. Muhtemelen Piskopos Berkeley de benim *ikinci* okumun zihinsel dünyadan fiziksel dünyaya doğru yönlenmesini tercih ederdi, zira "fiziksel gerçeklik" ona göre zihinsel varoluşumuzun sadece bir gölgesinden ibarettir. Kimileri de ("nominalistler") matematik dünyasının fiziksel gerçeklik dünyasının özelliklerinin salt bir yansımasından ibaret olduğunu söyleyerek *birinci* okumun ters yönde olduğunu söyleyecektir. Benim yakın savunduğum görüşse, bu kitaptan da anlaşılacağı gibi, üçüncü oku Şekil 8.1'de görülen "Kantçı" görünümlü yönlenmeye sokmaktan belli bir rahatsızlık duyduğum açık olsa da, ilk iki okun ters çevrilmesine güçlü biçimde karşı çıkmaktadır! Benim açımdan mükemmel formlar dünyası birincildir (Platon'un inancı da bu şekildeydi), varlığı neredeyse mantıksal bir gerekliliktir ve diğer iki dünyanın *ikisi de* onun gölgeleridir.

Şekil 8.1'deki dünyalardan hangisinin birincil, hangisinin ikincil olarak görülebileceğine ilişkin bu kadar farklı görüşlerin olması nedeniyle oklara farklı bir yönden bakmayı önereceğim. Şekil 8.1'deki oklarda önemli olan onların yönlerinden çok, her durumda bunların bir dünyanın *küçük* bir bölgesinin bir sonraki dünyanın *tümünü* kapsadığı bir örtüşmeyi temsil etmeleri olgusudur. İlk okumla ilgili olarak, matematik dünyasının (matematikçilerin faaliyeti açısından bakıldığında) en büyük asıl parçasının gerçek fiziksel davranışla varsa da pek az bir ilişkisi varmış gibi göründüğü bana sıklıkla söylenir. Dolayısıyla bizim fiziksel evrenimizin yapısının altında yatabilecek çok küçük bir Platoncu dünya parçası vardır. Benzer biçimde oklarımdan ikincisi, bizim zihinsel varoluşumuzun fiziksel dünyanın çok küçük bir kısmından ortaya çıktığı gerçeğini ifade eder ki, bu küçük kısımda koşullar bilincin insan beyinlerinde olduğu gibi ortaya çıkabilmesi için gereken son derece kesin biçimde düzenlenmiştir. Aynı şekilde üçüncü okum da zihinsel etkinliğimizin çok küçük bir parçasına, adlı adınca söylersek mutlak ve zamansız meselelerle, özelde de matematiksel doğrulukla ilgili olanlara karşılık gelir. Kalan parçalarda, büyük çoğunluk itibariyle de zihinsel yaşamlarımız tamamen başka konularla ilgilenmektedir!

Her bir dünyanın kendisinden öncekinin *çok küçük* bir parçasından "ortaya çıkar" göründüğü bu karşılık gelmelerde paradoksal bir yön var gibi gözüküyor. Şekil 8.1'i de bu paradoksu vurgulayacak şekilde çizdim. Fakat okları gerçek "ortaya çıkış" bildirmekten ziyade, yalnızca çeşitli karşılık gelmeleri ifade eder olarak değerlendirerek bu dünyalardan hangisinin birincil, ikincil ya da üçüncül olarak görüleceği sorusuna karşı önyargılı olmamaya çalışıyorum.

Buna rağmen Şekil 8.1 yine de benim görüşlerimin ya da önyargılarımın bir başka yönünü daha yansıtıyor. Ben sanki her dünyanın *tamamı* kendisinden önceki dünyanın (küçük) bir kısmı içerisinde yansıtılmış gibi kabul edilecek şekilde betimledim. Belki de benim önyargılarım yanlıştı. Belki fiziksel dünyanın davranışında kesin matematiksel terimlerle *betimlenemeyecek* yönler vardır; belki de kaynağını fiziksel yapılardan (beyinler gibi) *almayan* bir zihinsel yaşam vardır. Belki de insan aklı ve sezgilerince *ilkesel olarak erişilmez* olan matematiksel gerçekler vardır. Bu alternatif olasılıkların hepsini kapsaması için Şekil 8.1'in bu dünyalardan bazılarının ya da hepsinin kendilerinden önceki okun menzilinin ötesine uzanmalarına izin veren şekilde yeniden çizilmesi gerekir.

1. Kısımda Gödel'in ünlü tamamlanmamışlık teoreminin bazı gerekleri üzerinde çok durdum. Kimi okurlar Gödel'in teoreminin de bize Platoncu matematiksel gerçekler dünyasında ilkesel olarak insan anlama ve sezgisinin ötesinde olan bazı kısımlar olduğunu söylediği görüşünde olabilirler. Umuyorum benim gerekçelendirmelerim durumun böyle *olmadığını* açıklığa kavuşturmuştur.[149] Gödel'in usta işi argümanının sağladığı özgün matematiksel önermeler insanlar tarafından ulaşılamaz olanlardır; tek şart bunların matematiksel doğruluğu değerlendirmenin geçerli araçları olarak öncesinden kabul edilmiş matematiksel (formal) sistemlerden oluşturulmuş olmasıdır. Gödel'in argümanı ulaşılamaz matematiksel doğruluklar olduğunu savunmaz. Onun *savunduğu* insan sezgisinin formel tartışmanın ve hesaplanabilir işlemlerin ötesin-

[149] Mostowski (1957) kitabının girişinde Gödel'inki gibi argümanların *mutlak şekilde* karar verilemez matematik sorularının var olup olamayacağı sorusuyla ilgisiz olduğunu açıklamaktadır. Bu konu neyin kanıtlanıp neyin çürütülebileceği açısından şu an itibariyle tamamen açık uçlu olarak değerlendirilmelidir. Diğer iki soru gibi bu soru da tamamen bir inanç konusu olarak kalmaktadır!

de olduğudur. Üstelik Platoncu matematik dünyasının varlığını da güçlü bir biçimde savunur. Matematiksel doğruluk "insan yapımı" formal bir sistemin kurallarınca keyfi şekilde belirlenmez, mutlak bir doğaya sahiptir ve tayin edilebilir herhangi bir kurallar sisteminin ötesinde yer alır. (Formalist yaklaşıma karşı) Platoncu bakış açısına destek olmak Gödel'in başlangıçta hedeflediklerinin önemli bir parçasıydı. Öte yandan Gödel'in teoreminin argümanları matematiksel algılarımızın derin şekilde gizemli doğasını da sergilemeye yaradı. Bizler bu algıları biçimlendirmek için sadece "hesaplama" yapmıyoruz, işin içerisine başka bir şey de derinlemesine giriyor: Algılar dünyasının nihayetinde tüm meselesi olan, bilinçli farkındalığın kendisi olmaksızın olanaksız olacak bir şey.

2. Kısımda esasen, somut fiziksel dünyanın bizim bilinç dediğimiz *gölgeler içindeki* olguyu bir şekilde ortaya çıkarabilmesine araç olan ikinci okla ilgili (her ne kadar bunlar birinciye bazı göndermeler yapılmadan gereğince yanıtlanamaz olsalar da) sorular üzerinde duruldu. Bilinç madde, uzay ve zaman gibi hiç de umut verici gözükmeyen bileşenlerden nasıl ortaya çıkabilmektedir? Bir yanıta ulaşmadık ama okurların en azından maddenin *kendisinin* de, fizik kuramlarının bugün çerçevesi içerisinde işlediği uzayzaman gibi gizemli olduğunu anlayabildiklerini umuyorum. Şu açık ki, maddenin doğasını ve onu yöneten yasaları, fiziksel dünyada bilinçli varlıkların ortaya çıkmasına hangi türde bir organizasyonun neden olduğunu anlamaya yetecek ölçüde bilmiyoruz. Dahası maddenin doğasını ne kadar derinden incelersek, madde bize o kadar anlaşılması zor, gizemli ve matematiksel olarak gözüküyor. Şunu sorma hakkımız var: Bilimin sağlayabildiği en iyi kuramlara göre madde *nedir*? Yanıt matematik formunda geliyor ve bir denklemler sistemi biçiminden daha çok (denklemler de önemli olsa da), düzgün şekilde kavranması uzun zaman alan derinlikli matematiksel kavramlar olarak geliyor.

Nasıl Einstein'ın genel göreliliği uzayın ve zamanın doğası konusundaki kavrayışımızın değişmesi ve daha gizemli ve matematiksel hale gelmesi gerektiğini gösterdiyse, kuantum mekaniği de *madde* kavramımızın benzer bir kaderi paylaştığını çok daha büyük bir çarpıcılıkta gösterdi. Sadece madde de değil, edimsellik konusundaki görüşlerimiz de büyük bir sarsıntıya uğradı. Sadece

bir şeyin olma karşı-olgusal *olasılığının* (aslında *gerçekleşmeyen* bir şeyin) gerçekte *olan* şey üzerinde belirleyici bir etkiye sahip olması nasıl olabilmektedir? Fiziksel gerçeklik dünyası içerisinde zihinselliğe yer verme açısından gereken gizem türü yönünden bakıldığında kuantum mekaniğinin işleyiş biçiminde klasik fiziğe oranla bu gizeme çok daha (en azından) yakın *gözüken* bir şey var. Daha derin kuramlara doğru ilerledikçe, zihnin fiziksel kuramla ilişkisinin bugün gözüktüğü kadar aykırı gözükmeyeceği konusunda şahsen en ufak bir kuşkum yok.

§7.7 ve §8.6'da bilincin ortaya çıkmasına hangi fiziksel koşulların uygun düşebileceği konusu üzerine eğildim. Burada benim bilinci yalnızca kuantum/klasik sınırındaki bir **OR** kuramına göre tutarlı kütle hareketinin doğru miktarıyla ilgili olan bir konu olarak *görmediğimi* vurgulamalıyım. Açıklığa kavuşturmaya çalıştığım üzere, böyle şeyler yalnızca günümüzün fiziksel betimlemesinin sınırları içerisinde hesaplanabilir olmayan bir eylem için gereken ilk adımı, açılışı sağlarlar. Hakiki bilinç, niteliksel olarak farklı şeylerin sonsuz çeşitliliğinin farkındalığını içerir; bir yaprağın yeşil rengi, bir gülün kokusu, bir kuşun ötüşü ya da bir kedinin tüylerinin yumuşaklığı veya zamanın geçişi, duygusal haller, kaygı, hayret ya da bir fikrin anlaşılması gibi. Umudu, idealleri, niyetleri ve bu niyetlerin gerçekleştirilmesi için sayısız farklı bedensel hareketin filli onayını içerir. Nöroanatomi, nörolojik bozukluklar ve psikoloji alanında yapılan çalışmalar bize beynin fiziksel doğası ile zihinsel koşullarımız arasındaki ayrıntılı ilişki konusunda çok şey öğretti. Bu tür meseleleri yalnızca tutarlı kütle hareketinin kritik miktarlarının fiziği yoluyla anlayabilmemiz açısından herhangi bir kuşku duyulması için sebep yok. Öte yandan yeni fiziğe bu tür bir açılış olmadan da, tamamen hesaplamalı fiziğin ya da hesaplamalı rastlantısal fiziğin deli gömleği içerisine sıkışmış olurduk. Bu deli gömleği içerisinde kasıt sahibi olmanın ve öznel deneyimin oynayabileceği bilimsel bir rol olamaz. Bundan kurtulmamız sayesinde en azından böyle bir rolün olabilirliğine sahip oluruz.

Bu söyleneni kabul edebilecek birçok kişi bu tür şeylerin *herhangi bir* bilimsel betimlemede rol oynayamayacağını düşünecektir. Bunu ileri sürenlerden sadece sabırlı olmalarını ve bilimin

gelecekte nasıl ilerleyeceğini görmelerini beklemelerini isteyebilirim. Ben şimdiden kuantum mekaniğinde görülen gizemli gelişmelerde zihinsellik kavramlarının bizim fiziksel evren kavrayışımıza daha önce olduklarından sadece *biraz* daha da olsa, biraz daha yakın olduklarına inanıyorum. Fizik alanında gereksinilen yeni gelişmeler ortaya çıktığında bu göstergelerin bundan çok daha fazla açıklık kazanacağını da iddia ediyorum. Bilimin önünde gelişim göstereceği uzun bir yol var ve ben *bundan* çok eminim!

Dahası bu alanda insan kavrayışının gelişme olasılığı da bize bilincin sağladığı beceriler konusunda bir fikir veriyor. Kabul edelim ki Newton ya da Einstein, Arşimet ya da Galileo, Maxwell, Dirac ya da Darwin, Leonardo da Vinci, Rembrandt, Picasso, Bach, Mozart ya da Platon gibi veya İlyada ve Hamlet'i tasarlayabilen müthiş kişiler geride kalan bizlere verilenden daha fazla gerçeği ya da güzelliği "koklama" becerisine sahip gibi gözüküyorlar. Fakat doğanın işleyişine ilişkin bir bütünlük potansiyel olarak hepimizin içerisinde var ve hangi düzeyde işliyor olursa olsun kendisini bilinçli kavrayış ve duyarlılık yeteneğimizde açığa vuruyor. Bilinçli beyinlerimizin her biri, bizim bir şekilde matematiksel olarak alttan desteklenmiş evrenimizin derin düzeninden faydalanmamızı ve bu sayede evrenimizin çok farklı düzeylerde davranma biçimlerine Platoncu "anlama" niteliği yoluyla bir tür doğrudan erişim sağlamamızı olanaklı kılan, güç algılanan fiziksel bileşenlerden dokunmuş durumda.

Bunlar derin konular ve açıklamalara ulaşmaktan henüz çok uzağız. Benim savım bu dünyaların *hepsinin* birbirleriyle ilişkili özelliklerinin nasıl etkili oldukları görülmeden net yanıtların ortaya çıkmayacağıdır. Bu meselelerin hiçbiri diğerlerinden yalıtılarak çözülemeyecektir. Ben üç dünyadan ve bunları birbiriyle ilişkilendiren gizemlerden bahsettim. Aslında üç değil sadece *bir* dünya olduğuna ve onun gerçek doğasını şu an için henüz hiç göremediğimize de kuşku yok.

SONSÖZ

Jessica ve babası mağaradan çıktılar. Hava artık kararmaya başlamış ve gökte bazı yıldızlar görünür olmuştu. Jessica babasına dönerek:

"Babacığım, gökyüzüne baktığımda, dünyanın saatte binlerce kilometrelik bir hızla kendi etrafında dönerek *gerçekten* hareket ettiğine inanmakta, bunun doğru olmak *zorunda* olduğunu bilmeme rağmen, hâlâ güçlük çekiyorum," dedi.

Ardından susup bir süre daha gökyüzüne baktı.

"Baba bana yıldızları anlatsana..."

KAYNAKÇA

Aharonov, Y. ve Albert, D. Z. (1981). Can we make sense out of the measurement process in relativistic quantum mechanics? *Phys. Rev.*, D24, 359–370.

Aharonov, Y. ve Vaidman, L. (1990). Properties of a quantum system during the time interval between two measurements. *Phys. Rev.*, A41, 11.

Aharonov, Y., Anandan, J. ve Vaidman, L. (1993). Meaning of the wave function. *Phys. Rev.*, A47, 4616–4626.

Aharonov, Y., Bergmann, P. G. ve Liebowitz, J. L. (1964). Time symmetry in the quantum process of measurement. *Quantum theory and measurement* içinde (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek). Princeton Üniversitesi Yayınları, 1983; *Phys. Rev.*, B134, 1410–1416.

Aharonov, Y., Albert, D. Z. ve Vaidman, L. (1986). Measurement process in relativistic quantum theory. *Phys. Rev.*, D34, 1805–1813.

Albert, D. Z. (1983). On quantum–mechanical automata. *Phys. Lett.*, 98A(5, 6), 249–252.

Albrecht–Buehler, G. (1985). Is the cytoplasm intelligent too? *Cell and Muscle Motility*, 6, 1–21.

Albrecht–Buehler, G. (1981). Does the geometric design of centrioles imply their function? *Cell Motility*, 1, 237–245.

Albrecht–Buehler, G. (1991). Surface extensions of 3T3 cells towards distant infrared light sources. *J. Cell Biol.*, 114, 493–502.

Anthony, M. ve Biggs, N. (1992). *Computational learning theory, an introduction.* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Applewhite, P. B. (1979). Learning in protozoa. *Biochemistry and physiology of protozoa*, cilt 1 içinde (ed. M. Levandowsky ve S. H. Hunter), s. 341–355. Academic Press, New York.

Arhem, P. ve Lindahl, B. I. B. (ed.) (1993). Neuroscience and the problem of consciousness: theoretical and empirical approaches. *Theoretical medicine*, 14, sayı 2. Kluwer Academic Publishers.

Aspect, A. ve Grangier, P. (1986). Experiments on Einstein–Podolsky–Rosen–type correlations with pairs of visible photons. *Quantum concepts in space and time* içinde (ed. R. Penrose ve C. J. Isham). Oxford Üniversitesi Yayınları.

Aspect, A., Grangier, P. ve Roger, G. (1982). Experimental realization of Einstein–Podolsky–Rosen–Bohm *Gedankenexperiment*: a new violation of Bell's inequalities. *Phys. Rev. Lett.*, 48, 91–4.

Baars, B. J. (1988). *A cognitive theory of consciousness*. Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Bailey, T. N. ve Baston, R. J. (ed.) (1990). *Twistors in mathematics and physics*. Londra Matematik Derneği Notları Dizisi, 156. Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Baylor, D. A., Lamb, T. D., ve Yau, K.–W. (1979). Responses of retinal rods to single photons. *J. Physiol.*, 288, 613–34.

Beck, F. ve Eccles, J. C. (1992). Quantum aspects of consciousness and the role of consciousness. *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 89, 11357–61.

Becks, K.–H. ve Hemker, A. (1992). An artificial intelligence approach to data analysis. *Proceedings of 1991 CERN School of Computing* içinde (ed. C. Verkerk). CERN, İsviçre.

Bell, J. S. (1964). On the Einstein Podolsky Rosen paradox. *Physics*, 1, 195–200.

Bell, J . S. (1966). On the problem of hidden variables in quantum theory. *Revs. Mod. Phys.*, 38, 447–52.

Bell, J. S. (1987). *Speakable and unspeakable in quantum mechanics*. Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Bell, J. S. (1990). Against measurement. *Physics World*, 3, 33–40.

Benacerraf, P. (1967). God, the Devil and Gödel. *The Monist*, 51, 9–32.

Benioff, P. (1982). Quantum mechanical Hamiltonian models of Turing Machines. *J. Stat. Phys.*, 29, 515–46.

Bennett, C. H., Brassard, G., Breidbart, S. ve Wiesner, S. (1983). Quantum cryptography, or unforgetable subway tokens. *Advances in cryptography* içinde. Plenum, New York.

Bernard, C. (1875). *Leçons sur les anesthésiques et sur l'asphyxie*. J . B. Bailliere, Paris.

Blakemore, C. ve Green eld, S. (ed.) (1987). *Mindwaves: thoughts on intelligence, identity and consciousness*. Blackwell, Oxford.

Blum, L., Shub, M. ve Smale, S. (1989). On a theory of computation and complexity over the real numbers: NP completeness, recursive functions and universal machines. *Bull Amer. Math. Soc.*, 21, 1–46.

Bock, G. R. ve Marshı, J . (1993). *Experimental and theoretical studies of consciousness.* Wiley.

Boden, M. (1977). *Artificial intelligence and natural man.* The Harvester Press, Hassocks.

Boden, M. A. (1990). *The creative mind: myths and mechanisms.* Wiedenfeld and Nicolson, Londra.

Bohm, D. (1952). A suggested interpretation of the quantum theory in terms of 'hidden' variables, I and II. *Quantum theory and measurement* içinde (ed. J . A. Wheeler ve W. H. Zurek). Princeton Üniversitesi Yayınları 1983. İlk baskı *Phys. Rev.* içinde 85, 166–93.

Bohm, D. ve Hiley, B. (1994). *The undivided universe.* Routledge, Londra.

Boole, G. (1854). *An investigation ofthe laws of thought.* 1958, Dover, New York.

Boolos, G. (1990). On seeing the truth of the Gödel sentence. *Behavioural and Brain Sciences,* 13(4), 655.

Bowie, G. L. (1982). Lucas' number is nally up. *J. of Philosophical Logic,* 11, 279–285.

Brady, M. (1993). Computational vision. *The simulation of human intelligence* içinde (ed. D. Broadbent). Blackwell, Oxford.

Braginsky, V. B. (1977). The detection of gravitational waves and quantum non–disturbtive measurements. *Topics in theoretical and experimental gravitation physics* içinde (ed. V. de Sabbataand J. Weber), s. 105. Plenum, Londra.

Broadbent, D. (1993). Comparison with human experiments. *The simulation of human intelligence* içinde (ed. D. Broadbent). Blackwell, Oxford.

Brown, H. R. (1993). Bell's other theorem and its connection with nonlocality. Part I. *Bell's Theorem and the foundations of physics* içinde (ed. A. Van der Merwe ve F. Selleri). World Scientific, Singapore.

Butterfield, J . (1990). Lucas revived? An undefended flank. *Behavioural and Brain Sciences,* 13(4), 658.

Castagnoli, G., Rasetti, M. ve Vincenti, A. (1992). Steady, simultaneous quantum computation: a paradigm for the investigation of nondeterministic and non–recursive computation. *Int. J. Mod. Phys. C,* 3, 661–689.

Caudill, M. (1992). In our own image. *Building an artificial person.* Oxford Üniversitesi Yayınları.

Chaitin, G. J . (1975). Randomness and mathematical proof. *Scientific American*, (Mayıs 1975), 47.

Chalmers, D.J. (1990). Computing the thinkable. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 658.

Chandrasekhar, S. (1987). *Truth and beauty. Aesthetics and motivations in science.* Chicago Üniversitesi Yayınları.

Chang, C.–L. ve Lee, R. C.–T. (1987). Symbolic logic and mechanical theorem proving, 2. baskı (1. baskı 1973). Academic Press, New York.

Chou, S.–C. (1988). Mechanical geometry theorem proving. Ridel.

Christian, J . J . (1994). On de nite events in a generally covariant quantum world. Yayınlanmamış önbaskı.

Church, A. (1936). An unsolvable problem of elementary number theory. *Am. Jour. of Math.*, 58, 345–363.

Church, A. (1941). *The calculi of lambda–conversion.* Annals of Mathematics Studies, No. 6. Princeton Üniversitesi Yayınları.

Churchland, P. M. (1984). *Matter and consciousness.* Bradford Books, MIT Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

Clauser, J . F. ve Horne, M. A. (1974). Experimental consequences of objective local theories. *Phys. Rev.*, D10, 526–35.

Clauser, J . F., Horne, M. A. ve Shimony, A. (1978). Bell's theorem: experimental tests and implications. *Rpts. on Prog. in Phys.*, 41, 1881–1927.

Cohen, P. C. (1966). *Set theory and the continuum hypothesis.* Benjamin, Menlo Park, CA.

Conrad, M. (1990). Molecular computing. *Advances in computers* içinde (ed. M. C. Yovits), cilt 31. Academic Press, Londra.

Conrad, M. (1992). Molecular computing: the lock–key paradigm. *Computer* (November 1992), 11–20.

Conrad, M. (1993). The fluctuon model of Force, Life, and computation: a constructive analysis. *Appl. Math. and Comp.*, 56, 203–259.

Costa de Beauregard, O. (1989). *Bell's theorem, quantum theory, and conceptions of the universe* içinde (ed. M. Kafatos). Kluwer, Dordrecht.

Craik, K. (1943). *The nature of explanation.* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Crick, F. (1994). *The astonishing hypothesis. The scientific search for the soul.* Charles Scribner's Sons, New York, and Maxwell Macmillan International.

Crick, F. ve Koch, C. (1990). Towards a neurobiological theory of consciousness. *Seminars in the Neurosciences*, 2, 263–275.

Crick, F. ve Koch, C. (1992). The problem of consciousness. *Sci . Amer.*, 267, 110.

Curl, R. F. ve Smalley, R. E. (1991). Fullerenes. *Scientific American*, 265, No. 4, s. 32–41.

Cutland N. J . (1980). Computability. *An introduction to recursive function theory.* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Davenport, H. (1952). *The higher arithmetic.* Hutchinson's University Library.

Davies, P. C. W. (1974). *The physics of time asymmetry*. Surrey Üniversitesi Yayınları, Belfast.

Davies, P. C. W. (1984). *Quantum mechanics.* Routledge, Londra.

Davis, M. (ed.) (1965). *The undecidable—basic papers on undecidable propositions, unsolvable problems and computable-functions.* Raven Press, Hewlett, New York.

Davis, M. (1978). What is a computation? *Mathematics today; twelve informal essays* içinde (ed. L. A. Steen). Springer–Verlag, New York.

Davis M. (1990). Is mathematical insight algorithmic? *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 659.

Davis, M. (1993). How subtle is Gödel's theorem? *Behavioural and Brain Sciences*, 16, 611–12.

Davis, M. ve Hersch, R. (1975). Hilbert's tenth problem. *Scientific American* (Kasım 1973), 84.

Davis, P. J . ve Hersch, R. (1982). *The mathematical experience.* Harvester Press.

de Broglie, L. (1956). *Tentative d'intérpretation causale et nonlinéaire de la mécanique ondulatoire.* Gauthier–Villars, Paris.

Deeke, L., Grötzinger, B. ve Kornhuber, H. H. (1976). Voluntary finger movements in man: cerebral potentials and theory. *Biol. Cybernetics*, 23, 99.

del Giudice, E., Doglia, S. ve Milani, M. (1983). Self–focusing and ponderomotive forces of coherent electric waves–a mechanism for cytoskeleton formation and dynamics. *Coherent excitations in biological systems* içinde (ed. H. Frohlich ve F. Kremer). Springer–Verlag, Berlin.

Dennett, D. (1990). Betting your life on an algorithm. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 660.

Dennett, D. C. (1991). *Consciousness explained.* Little, Brown and Company.

d'Espagnat, B. (1989). *Conceptual foundations of quantum mechanics*, 2. baskı. Addison–Wesley, Reading, Massachusetts.

Deutsch, D. (1985). Quantum theory, the Church–Turing principle and the universal quantum computer. *Proc. Roy. Soc.* (*Lond.*), A400, 97–117.

Deutsch, D. (1989). Quantum computational networks. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A425, 73–90.

Deutsch, D. (1991). Quantum mechanics near closed time–like lines. *Phys. Rev.*, D44, 3197–217.

Deutsch, D. (1992). Quantum computation. *Phys. World*, 5, 57–61.

Deutsch, D. ve Ekert, A. (1993). Quantum communication moves into the unknown. *Phys. World*, 6, 22–3.

Deutsch, D. ve Jozsa, R. (1992). Rapid solution of problems by quantum computation. *Proc. R. Soc. Lond.*, A439, 553–558.

Devlin, K. (1988). *Mathematics: the New Golden Age.* Penguin Books, Londra.

DeWitt, B. S. ve Graham, R. D. (ed.) (1973). *The many–worlds interpretation of quantum mechanics.* Princeton Üniversitesi Yayınları.

Dicke, R. H. (1981). Interaction–free quantum measurements: a paradox? *Am. J. Phys.*, 49, 925–930.

Diosi, L. (1989). Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations. *Phys. Rev.*, A40, 1165–74.

Diosi, L. (1992). Quantum measurement and gravity for each other. *Quantum chaos, quantum measurement* içinde; NATO AS1 Series C. Math. Phys. Sci 357 (ed. P. Cvitanovic, I. C. Percival, A. Wirzba). Kluwer, Dordrecht.

Dirac, P. A. M. (1947). *The principles of quantum mechanics*, 3. baskı Oxford Üniversitesi Yayınları.

Dodd, A. (1991). Gddel, Penrose, and the possibility of AI. *Artificial Intelligence Review*, 5.

Donaldson, S. K. (1983). An application of gauge theory to four dimensional topology. *J. Diff. Geom.*, 18, 279–315.

Doyle, J. (1990). Perceptive questions about computation and cognition. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 661.

Dreyfus, H. L. (1972). *What computers can't do.* Harper and Row, New York.

Dummett, M. (1973). *Frege: philosophy of language.* Duckworth, Londra.

Dustin, P. (1984). *Microtubules*, 2. gözden geçirilmiş baskı. Springer–Verlag, Berlin.

Dryl, S. (1974). Behaviour and motor responses in paramecium. *Paramecium—a current survey* içinde (ed. W. J. Van Wagtendonk), s. 165–218. Elsevier, Amsterdam.

Eccles, J .C. (1973). *The understanding of the brain.* McGraw–Hill, New York.

Eccles, J . C. (1989). *Evolution of the brain: creation of the self.* Routledge, Londra.

Eccles, J . C. (1992). Evolution of consciousness. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 89, 7320–7324.

Eccles, J . C. (1994). *How the self controls its brain.* Springer–Verlag, Berlin.

Eckert, R., Randall, D. ve Augustine, G. (1988). *Animal physiology. Mechanisms and adaptations*, 11. Bölüm. Freeman, New York.

Eckhorn, R., Bauer, R., Jordan, W., Brosch, M., Kruse, W., Munk, M. ve Reitboeck, H. J . (1988). Coherent oscillations: a mechanism of feature linking in the visual cortex? *Biol. Cybern.*, 60, 121–130.

Edelman, G. M. (1976). Surface modulation and cell recognition on cell growth. *Science*, 192, 218–226.

Edelman, G. M. (1987). *Neural Darwinism, the theory of neuronal group selection.* Basic Books, New York.

Edelman, G. M. (1988). *Topobiology, an introduction to molecular embryology.* Basic Books, New York.

Edelman, G. M. (1989). *The remembered present. A biological theory of consciousness.* Basic Books, New York.

Edelman, G. M. (1992). *Bright air, brilliant fire: on the matter of the mind.* Allen Lane, The Penguin Press, Londra.

Einstein, A., Podolsky, P. ve Rosen, N. (1935). Can quantum–mechanical description of physical reality be considered complete? *Quantum theory and measurement* içinde (ed. J . A. Wheeler ve W. H. Zurek). Princeton Üniversitesi Yayınları, 1983. İlk kez Phys. Rev., 47 içinde, 777–780.

Elitzur, A. C. ve Vaidman, L. (1993). Quantum–mechanical interaction–free measurements. *Found. of Phys.*, 23, 987–997.

Elkies, Noam G. (1988). On $A^4+B^4+C^4=D^4$. *Maths. of Computation*, 51, (No. 184) 825—835.

Everett, H. (1957). 'Relative State' formulation of quantum mechanics. *Quantum theory and measurement* içinde (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek). Princeton Üniversitesi Yayınları 1983; ilk kez *Rev. of Modern Physics* içinde, 29, 454-462.

Feferman, S. (1988). Tıuring in the Land of O(z). T*he universal Turing machine: a half-century survey* içinde (ed. R. Herken). Kammerer and Unverzagt, Hamburg.

Feynman, R. P. (1948). Space–time approach to non–relativistic quantum mechanics. *Revs. Mod. Phys.*, 20, 367–87.

Feynman, R. P. (1982). Simulating physics with computers. *Int. J. Theor. Phys.*, 21(6/7), 467–488.

Feynman, R. P. (1985). Quantum mechanical computers. *Optics News*, Şubat, 11–20.

Feynman, R. P. (1986). Quantum mechanical computers. *Foundations of Physics*, 16(6), 507–531.

Fodor, J. A. (1983). *The modularity of mind.* MIT Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

Franks, N. P. ve Lieb, W. R. (1982). Molecular mechanics of general anaesthesia. *Nature*, 300, 487–493.

Freedman, D. H. (1994). *Brainmakers.* Simon and Schuster, New York.

Freedman, S. J . ve Clauser, J . F. (1972). Experimental test of local hidden–variable theories. *Quantum theory and measurement* içinde (ed. J . A. Wheeler ve W. H. Zurek). Princeton Üniversitesi Yayınları, 1983; ilk kez *Phys. Rev. Lett.*, 28, 938–941.

Frege, G. (1893). *Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abelgeleitet*, cilt 1. H. Pohle, Jena.

Frege, G. (1964). *The basic laws of arithmetic*, çev. ve ed. Sunuş yazısıyla birlikte Montgomery Firth. California Üniversitesi Yayınları, Berkeley.

French, J . W. (1940). Trial and error learning in paramecium. *J. Exp. Psychol.*, 26, 609–613.

Fröhlich, H. (1968). Long–range coherence and energy storage in biological systems. *Int. Jour. of Quantum. Chem.*, II, 641–9.

Fröhlich, H. (1970). Long range coherence and the actions of enzymes. *Nature*, 228, 1093.

Fröhlich, H. (1975). The extraordinary dielectric properties of biological materials and the action of enzymes, *Proc. Natl. Acad. Sci*, 72(11), 4211–4215.

Fröhlich, H. (1984). General theory of coherent excitations on biological systems. *Nonlinear electrodynamics in biological*

systems içinde (ed. W. R. Adey ve A. F. Lawrence). Plenum Press, New York.

Fröhlich, H. (1986). Coherent excitations in active biological systems. *Modern bioelectrochemistry* içinde (ed. F. Gutmann ve H. Keyzer). Plenum Press, New York.

Fukui, K. ve Asai, H. (1976). Spiral motion of paramecium caudatum in small capillary glass tube. *J. Protozool.*, 23, 559–563.

Gandy, R. (1988). The confluence of ideas in 1936. *The universal Turing machine: a half-century survey* içinde (ed. R. Herken). Kammerer and Unverzagt, Hamburg.

Gardner, M. (1965). *Mathematical magic show.* Alfred Knopf, New York and Random House, Toronto.

Gardner, M. (1970). Mathematical games: the fantastic combinations of John Conway's new solitaire game 'Life'. *Scientific American*, 223, 120–123.

Gardner, M. (1989). *Penrose tiles to trapdoor ciphers.* Freeman, New York.

Gelber, B. (1958). Retention in paramecium aurelia. *J. Comp. Physiol. Psych.*, 51, 110–115.

Gelernter, D. (1994). *The muse in the machine.* The Free Press, Macmillan Inc., New York and Collier Macmillan, Londra.

Gell-Mann, M. ve Hartle, J. B. (1993). Classical equations for quantum systems. *Phys. Rev.*, D47, 3345–3382.

Gernoth, K. A., Clark, J. W., Prater, J. S. ve Bohr, H. (1993). Neural network models of nuclear systematics. *Phys. Lett.*, B300, 1–7.

Geroch, R. (1984). The Everett interpretation. *Nous*, 4 (kuantum mekaniğinin temelleri konusunda özel sayı), 617–633.

Geroch, R. ve Hartle, J. B. (1986). Computability and physical theories. *Found. Phys.*, 16, 533.

Ghirardi, G. C., Rimini, A. ve Weber, T. (1980). A general argument against superluminal transmission through the quantum mechanical measurement process. *Lett. Nuovo. Chim.*, 27, 293–298.

Ghirardi, G. C., Rimini, A. ve Weber, T. (1986). Unified dynamics for microscopic and macroscopic systems. *Phys. Rev.*, D34, 470.

Ghirardi, G. C., Grassi, R. ve Rimini, A. (1990a). Continuous-spontaneous-reduction model involving gravity. *Phys. Rev.*, A42, 1057–1064.

Ghirardi, G. C., Grassi, R. ve Pearle, P. (1990b). Relativistic dynamical reduction models: general framework and examples. *Foundations of Physics*, 20, 1271–1316.

Ghirardi, G. C., Grassi, R. ve Pearle, P. (1992). Comment on 'Explicit collapse and superluminal signals'. *Phys. Lett.*, A166, 435–438.

Ghirardi, G. C., Grassi, R. ve Pearle, P. (1993). Negotiating the tricky border between quantum and classical. *Physics Today*, 46, 13.

Gisin, N. (1989). Stochastic quantum dynamics and relativity. *Helv. Phys. Acta.*, 62, 363–371.

Gisin, N. ve Percival, I. C. (1993). Stochastic wave equations versus parallel world components. *Phys. Lett.*, Al 75, 144–145.

Gleick, J. (1987). *Chaos. Making a new science.* Penguin Books.

Glymour, C. ve Kelly, K. (1990). Why you'll never know whether Roger Penrose is a computer. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 666.

Gödel, K. (1931). Über formal unentscheidbare Séitzeper Principia Mathematica und verwandter Systeme I. *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 38, 173–198.

Gödel, K. (1940). *The consistency of the axiom of choice and of the generalized continuum–hypothesis with the axioms of set theory.* Princeton Üniversitesi Yayınları ve Oxford Üniversitesi Yayınları.

Gödel, K. (1949). An example of a new type of cosmological solution of Einstein's eld equations of gravitation. *Rev. of Mod. Phy.*, 21, 447.

Gödel, K. (1986). *Kurt Gödel collected works*, cilt I (1929–1936 basımları) (ed. S. Feferman vd.). Oxford Üniversitesi Yayınları.

Gödel, K. (1990). *Kurt Gödel, collected works*, cilt II (1938–1974 basımları) (ed. S. Feferman vd.). Oxford Üniversitesi Yayınları.

Gödel, K. (1995). *Kurt Gödel, collected works*, cilt III (ed. S. Feferman vd.). Oxford Üniversitesi Yayınları.

Golomb, S. W. (1965). *Polyominoes.* Scribner and Sons.

Good, I. J. (1965). Speculations concerning the rst ultraintelligent machine. *Advances in Computers*, 6, 31–88.

Good, I. J. (1967). Human and machine logic. *Brit, J. Philos. Sci.*, 18, 144–147.

Good, I. J. (1969). Gödel's theorem is a red herring. *Brit. J. Philos. Sci.*, 18, 359–373.

Graham, R. L. ve Rothschild, B. L. (1971). Ramsey's theorem for n–parameter sets. *Trans. Am. Math. Soc.*, 59, 290.

Grant, P. M. (1994). Another December revolution? *Nature*, 367, 16.

Gray, C. M. ve Singer, W. (1989). Stimulus–specific neuronal oscillations in orientation columns of cat visual cortex. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 86, 1689–1702.

Grangier, P., Roger, G. ve Aspect, A. (1986). Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: a new light on single– photon interferences. *Europhysics Letters*, 1, 173–179.

Green, D. G. ve Bossomaier, T. (ed.) (1993). *Complex systems:from biology to computation.* IOS Press.

Greenberger, D. M., Horne, M. A., ve Zeilinger, A. (1989). Going beyond Bell's theorem. *Bell's theorem, quantum theory, and conceptions of the universe* içinde (ed. M. Kafatos) s. 73–76. Kluwer Academic, Dordrecht, Hollanda.

Greenberger, D. M., Horne, M. A., Shimony, A. ve Zeilinger, A. (1990). Bell's theorem without inequalities. *Am. J. Phys.*, 58, 1131–1143.

Gregory, R. L. (1981). *Mind in science; a history of explanations in psychology and physics.* Weidenfeld and Nicholson Ltd. (ayrıca Penguin, 1984).

Grey Walter, W. (1953). *The living brain.* Gerald Duckworth and Co. Ltd.

Griffiths, R. (1984). Consistent histories and the interpretation of quantum mechanics. *J. Stat. Phys.*, 36, 219.

Grossberg, S. (ed.) (1987). *The adaptive brain I: Cognition, learning, reinforcement and rhythm and The adaptive brain II: Vision, speech, language and motor control.* North–Holland, Amsterdam. Grünbaum, B. ve Shephard, G. C. (1987). *Tilings and Patterns.* Freeman, New York.

Grundler, W. ve Keilmann, F. (1983). Sharp resonances in yeast growth proved nonthermal sensitivity to microwaves. *Phys. Rev. Letts.*, 51, 1214–1216.

Guccione, S. (1993). Mind the truth: Penrose's new step in the Gödelian argument. *Behavioural and Brain Sciences*, 16, 612–613.

Haag, R. (1992). *Local quantum physics: fields, particles, algebras.* Springer– Verlag, Berlin.

Hadamard, J. (1945). *The psychology of invention in the mathematical field.* Princeton Üniversitesi Yayınları.

Hallett, M. (1984). *Cantorian set theory and limitation of size.* Clarendon Press, Oxford.

Hameroff, S. R. (1974). Chi: a neural hologram? *Am. J. Clin. Med.*, 2(2), 163–170.

Hameroff, S. R. (1987). *Ultimate computing. Biomolecular consciousness and nano–technology*. North–Holland, Amsterdam.

Hameroff, S. R. ve Watt, R. C. (1982). Information in processing in microtubules. *J. Theor. Biol.*, 98, 549–561.

Hameroff, S. R. ve Watt, R. C. (1983). Do anesthetics act by altering electron mobillity? *Anesth. Analg.*, 62, 936–940.

Hameroff, S. R., Rasmussen, S., ve Mansson, B. (1988). Molecular automata in microtubles: basic computational logic of the living state? *Artificial Life, SFI studies in the sciences of complexity* içinde (ed. C. Langton). Addison–Wesley, New York.

Hanbury Brown, R. ve Twiss, R. Q. (1954). A new type of interferometer for use in radio astronomy. *Phil. Mag.*, 45, 663–682.

Hanbury Brown, R. ve Twiss, R. Q. (1956). The question of correlation between photons in coherent beams of light. *Nature*, 177, 27–29.

Harel, D. (1987). *Algorithmics. The spirit of computing.* Addison–Wesley, New York.

Hawking, S. W. (1975). Particle creation by Black Holes. *Commun. Math. Phys.*, 43, 199–220.

Hawking, S .W. (1982). Unpredictability of quantum gravity. *Comm. Math. Phys.*, 87, 395–415.

Hawking, S. W. ve Israel, W. (ed.) (1987). *300 years of gravitation.* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Hebb, D. O. (1949). *The organization of behaviour.* Wiley, New York.

Hecht, S., Shlaer, S. ve Pirenne, M. H. (1941). Energy, quanta and vision. *Journal of General Physiology*, 25, 891–940.

Herbert, N. (1993). *Elemental mind. Human consciousness and the new physics.* Dutton Books, Penguin Publishing.

Heyting, A. (1956). *Intuitionism: an introduction.* North–Holland, Amsterdam.

Heywood, P. ve Redhead, M. L. G. (1983). Nonlocality and the Kochen–Specker Paradox. *Found. Phys.*, 13, 481–99.

Hodges, A. P. (1983). *Alan Turing: the enigma.* Burnett Books and Hutchinson, Londra; Simon and Schuster, New York.

Hodgkin, D. ve Houston, A. I. (1990). Selecting for the con in consciousness. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 668.

Hodgson, D. (1991). *Mind matters: consciousness and choice in a quantum world.* Clarendon Press, Oxford.

Hofstadter, D. R. (1979). *Gödel, Escher, Bach: an eternal golden braid.* Harvester Press, Hassocks, Essex.

Hofstadter, D. R. (1981). A conversation with Einstein's brain. *The mind's I* içinde (ed. D. R. Hofstadter ve D. Dennett). Basic Books; Penguin, Harmondsworth, Middlesex.

Hofstadter, D. R. ve Dennett, D. C. (ed.) (1981). *The mind's I*. Basic Books; Penguin, Harmondsworth, Middlesex.

Home, D. (1994). A proposed new test of collapse–induced quantum nonlocality. Önbaskı.

Home, D. ve Nair, R. (1994). Wave function collapse as a nonlocal quantum effect. *Phys. Lett.*, A187, 224–226.

Home, D. ve Selleri, F. (1991). Bell's Theorem and the EPR Paradox. *Rivista del Nuovo Cimento*, 14, N.9.

Hopfield, J. J. (1982). Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, 79, 2554–2558.

Hsu, F.–H., Anantharaman, T., Campbell, M. ve Nowatzyk, A. (1990). A grandmaster chess machine. *Scientific American*, 263.

Huggett, S. A. ve Tod, K. P. (1985). *An introduction to twistor theory*. Londra Matematik Derneği öğrenci notları. Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Hughston, L. P., Jozsa, R. ve Wootters, W. K. (1993). A complete classification of quantum ensembles having a given density matrix. *Phys. Letters*, A183, 14–18.

Isham, C. J. (1989). Quantum gravity. *The new physics* içinde (ed. P. C. W. Davies), s. 70–93. Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Isham, C. J. (1994). Prima facie questions in quantum gravity. *Canonical relativity: classical and quantum* içinde (ed. J. Ehlers ve H. Friedrich). Springer–Verlag, Berlin.

Jibu, M., Hagan, S., Pribram, K., Hamero, S. R. ve Yasue, K. (1994). Quantum optical coherence in cytoskeletal microtubules: implications for brain function. *Bio. Systems* (baskıda).

Johnson–Laird, P. N. (1983). *Mental models*. Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Johnson–Laird, P. (1987). How could consciousness arise from the computations of the brain? *Mindwaves: thoughts on intelligence, identity and consciousness* içinde (ed. C. Blakemore ve S. Greenfield). Blackwell, Oxford.

Karolyhazy, F. (1966). Gravitation and quantum mechanics of macroscopic bodies. *Nuo. Cim. A*, 42, 390–402.

Karolyhazy, F. (1974). Gravitation and quantum mechanics of macroscopic bodies. *Magyar Fizikai Polyoirat*, 12, 24.

Karolyhazy, F., Frenkel, A. ve Lukacs, B. (1986). On the possible role of gravity on the reduction of the wave function. *Quantum concepts in space and time* içinde (ed. R. Penrose ve C. J.Isham). Oxford Üniversitesi Yayınları.

Kasumov, A. Y., Kislov, N. A. ve Khodos, I. I. (1993). Can the observed vibration of a cantilever of supersmall mass be explained by quantum theory? *Microsc. Microanal. Microstruct.*, 4, 401–406.

Kentridge, R. W. (1990). Parallelism and patterns of thought. *Behavioural and Brain Sciences.*, 13(4), 670.

Khalfa, J. (ed.) (1994). *What is intelligence? The Darwin College lectures.* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Klarner, D. A. (1981). My life among the Polyominoes. *The mathematical gardner* içinde (ed. D. A. Klarner). Prindle, Weber ve Schmidt, Boston MA and Wadsworth Int., Belmont CA.

Kleene, S. C. (1952). *Introduction to metamathematics.* North–Holland, Amsterdam and van Nostrand, New York.

Klein, M. V. ve Furtak, T. E. (1986). *Optics,* 2. baskı, Wiley, New York.

Kochen, S. ve Specker, E. P. (1967). The problem of hidden variables in quantum mechanics. *J. Math. Mech.*, 17, 59–88.

Kohonen, T. (1984). *Self–organisation and associative memory.* Springer– Verlag, New York.

Komar, A. B. (1969). Qualitative features of quantized graviation *Int. J. Theor. Phys.*, 2, 157–160. Koruga, D. (1974). Microtubule screw symmetry: packing of spheres as a latent bioinformation code. *Ann. NY Acad. Sci.*, 466, 953–955.

Koruga, D., Hamero, S., Withers, J., Loutfy, R. ve Sundareshan, M. (1993). *Fullerene C_{60}. History, physics, nanobiology, nanotechnology.* North–Holland, Amsterdam.

Kosko, B. (1994). *Fuzzy thinking: the new science offuzzy logic.* Harper Collins, Londra.

Kreisel, G. (1960). Ordinal logics and the characterization of informal concepts of proof. *Proc. Of the Internat. Cong. Of Mathematics,* Ağus. 1958. Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Kreisel, G. (1967). Informal rigour and completeness proofs. *Problems in the philosophy of mathematics* içinde (ed. I. Lakatos), s. 138–86. North– Holland, Amsterdam.

Lagues, M., Xiao Ming Xie, Tebbji, H., Xiang Zhen Xu, Mairet, V., Hatterer, C., vd. (1993). Evidence suggesting superconductivity at 250K in a sequentially deposited cuprate film. *Science,* 262, 1850–1851.

Lander, L. J. ve Parkin, T. R. (1966). Counterexample to Euler's conjecture on sums of like powers. *Bull. Amer. Math. Soc.*, 72, 1079.

Leggett, A. J. (1984). Schrödinger's cat and her laboratory cousins. *Contemp. Phys.*, 25(6), 583. Lewis, D. (1969). Lucas against mechanism. *Philosophy*, 44, 231–233.

Lewis, D. (1989). Lucas against mechanism II. *Can. J. Philos.*, 9, 373–376.

Libet, B. (1990). Cerebral processes that distinguish conscious experience from unconscious mental functions. *The principles of design and operation of the brain* içinde (ed. J. C. Eccles ve O. D. Creutzfeldt), Experimental Brain araştırma dizisi 21, s. 185–205. Springer–Verlag, Berlin.

Libet, B. (1992). The neural time–factor in perception, volition and free will. *Revue de Métaphysique et de Morale*, 2, 255–72.

Libet, B., Wright, E. W., Jr., Feinstein, B. ve Pearl, D. K. (1979). Subjective referral of the timing for a conscious sensory experience. *Brain*, 102, 193–224.

Linden, E. (1993). Can animals think? *Time Dergisi* (Mart) 13.

Lisboa, P. G. J. (ed.) (1992). *Neural networks: current applications*. Chapman Hall, Londra.

Lockwood, M. (1989). *Mind, brain and the quantum*. Blackwell, Oxford.

Longair, M. S. (1993). Modern cosmology—a critical assessment. *Q. J. R. Astr. Soc.*, 34, 157–199.

Longuet–Higgins, H. C. (1987). Mental processes: studies in cognitive science, II. Kısım, MIT Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

Lucas, J. R. (1961). Minds, machines and Gödel. *Philosophy*, 36, 120–124; yeniden basım Alan Ross Anderson (ed.) (1964) *Minds and Machines*. Englewood Cliffs.

Lucas, J. R. (1970). *The freedom of the will*. Oxford Üniversitesi Yayınları.

McCarthy, J. (1979). Ascribing mental qualities to machines. *Philosophical perspectives in artificial intelligence* içinde (ed. M. Ringle). Humanities Press, New York.

McCulloch, W. S. ve Pitts, W. H. (1943). A logical calculus of the idea immanent in nervous activity. *Bull. Math. Biophys.*, 5, 115–33. (Yeniden basım McCulloch, W.S., *Embodiments of mind*, MIT Yayınları, 1965.)

McDermott, D. (1990). Computation and consciousness. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 676.

MacLennan, B. (1990). The discomforts of dualism. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 673. Majorana, E. (1932). Atomi orientati in campo magnetico variabile. *Nuovo Cimento*, 9, 43–50.

Manaster–Ramer, A., Savitch, W. J. ve Zadrozny, W. (1990). Gödel redux. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 675.

Mandelkow, E.–M. ve Mandelkow, F. (1994). Microtubule structure. *Curr. Opinions Structural Biology*, 4, 171–9.

Margulis, L. (1975). *Origins of eukaryotic cells.* Yale Üniversitesi Yayınları, New Haven, CT.

Markov, A. A. (1958). The insolubility of the problem of homeomorphy. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, 121, 218–220.

Marr, D. E. (1982). *Vision: a computational investigation into the human representation and processing ofvisual information.* Freeman, San Francisco.

Marshall, I. N. (1989). Consciousness and Bose–Einstein condensates. *New Ideas in Psychology*, 7.

Mermin, D. (1985). Is the moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory. *Physics Today*, 38, 38–47.

Mermin, D. (1990). Simple unified form of the major no–hidden–variables theorems. *Phys. Rev. Lett.*, 65, 3373–3376.

Michie, D. ve Johnston, R. (1984). *The creative computer. Machine intelligence and human knowledge.* Viking Penguin.

Minsky, M. (1968). Matter, mind and models. *Semantic information processing* içinde (ed. M. Minsky). MIT Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

Minsky, M. (1986). *The society of mind.* Simon and Schuster, New York.

Minsky, M., ve Papert, S. (1972). *Perceptrons: an introduction to computational geometry.* MIT Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

Misner, C. W., Thorne, K. S. ve Wheeler, J. A. (1973). *Gravitation.* Freeman, New York.

Moore, A. W. (1990). *The infinite.* Routledge, Londra.

Moravec, H. (1988). *Mind children: the future of robot and human intelligence.* Harvard Üniversitesi Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

Moravec, H. (1994). *The Age of Mind: transcending the human condition through robots.* Baskıda.

Mortensen, C. (1990). The powers of machines and minds. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 678.

Mostowski, A. (1957). *Sentences undecidable in formalized arithmetic: an exposition of the theory of Kurt Gödel.* North–Holland, Amsterdam.

Nagel, E. ve Newman, J . R. (1958). *Gödel's proof*. Routledge and Kegan Paul.

Newell, A. ve Simon, H. A. (1976). Computer science as empirical enquiry: symbols and search. *Communications of the ACM*, 19, 113–126.

Newell, A., Young, R. ve Polk, T. (1993). The approach through symbols. *The simulation ofhuman intelligence* içinde (ed. D. Broadbent). Blackwell, Oxford.

Newton, I. (1687). *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.* Yeniden basım: Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Newton, I. (1730). *Opticks*. 1952, Dover, New York.

Oakley, D. A. (ed.) (1985). *Brain and mind.* Methuen, Londra.

Obermayer, K., Teich, W. G. ve Mahler, G. (1988a). Strutural basis of multistationary quantum systems. I. Effective single–particle dynamics. *Phys. Rev.*, B37, 8096–8110.

Obermayer, K., Teich, W. G. ve Mahler, G. (1988b). Structural basis of multistationary quantum systems. II. Effetive few–particle dynamics. *Phys. Rev.*, B37, 8111–8121.

Omnés, R. (1992). Consistent interpretations of quantum mechanics *Rev. Mod. Phys.*, 64, 339–382.

Pais, A. (1991). *Neils Bohr's times.* Clarendon Press, Oxford.

Pauling L. (1964). The hydrate microcrystal theory of general anesthesia. *Anesth. Analg.*, 43, 1.

Paz, J. P. ve Zurek, W. H. (1993). Environment induced–decoherence, classicality and consistency of quantum histories. *Phys. Rev.*, D48(6), 2728–38.

Paz, J . P., Habib, S. ve Zurek, W. H. (1993). Reduction of the wave packet: preferred observable and decoherence time scale. *Phys. Rev.*, D47(2), 3 : Dizi, 488–501.

Pearle, P. (1976). Reduction of the state–vector by a nonlinear Schrodinger equation. *Phys. Rev.*, D13, 857–868.

Pearle, P. (1989). Combining stochastic dynamical state–vector reduction with spontaneous localization. *Phys. Rev.*, A39, 2277–2289.

Pearle, P. (1992). Relativistic model statevector reduction. *Quantum chaos–quantum measurement* içinde, NATO Adv. Sci. Inst. Ser. C. Mathı. Phys. Sci. 358 (Copenhagen 1991). Kluwer, Dordrecht.

Peat, F. D. (1988). *Superstrings and the search for the theory of everything.* Contemporary Books, Chicago.

Penrose, O. (1970). *Foundations ofstatistical mechanics: a deductive treatment.* Pergamon, Oxford.

Penrose, O. ve Onsager, L. (1956). Bose–Einstein condensation and liquid helium. *Phys. Rev.*, 104, 576–584.

Penrose, R. (1980). On Schwarzschild causality—a problem for 'Lorentz covariant' general relativity. *Essays in general relativity* içinde (A. Taub Festschrift) (ed. F. J . Tipler), s. 1–12. Academic Press, New York.

Penrose, R. (1987). Newton, quantum theory and reality. *300 Years of gravity* içinde (ed. S.W. Hawking ve W. Israel). Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Penrose, R. (1990). Author's response, *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 692.

Penrose, R. (1991a). The mass of the classical vacuum. *The philosophy of vacuum* içinde (ed. S. Saunders ve H. R. Brown). Clarendon Press, Oxford.

Penrose, R. (1991b). Response to Tony Dodd's 'Gödel, Penrose, and the possibility of AI'. *Artificial Intelligence Review*, 5, 235.

Penrose, R. (1993a). Gravity and quantum mechanics. *General relativity and gravitation 1992 Proceedings of the Thirteenth International Conference on General Relativity and Gravitation held at Cordoba, Argentina 28 June– 4 July 1992. Part I: Plenary lectures* içinde. (ed. R. J . Gleiser, C. N. Kozameh ve O. M. Moreschi). Institute of Physics Publications, Bristol.

Penrose, R. (1993b). Quantum non–locality and complex reality. *The Renaissance of general relativity* içinde (in honour of D. W. Sciama) (ed. G. Ellis, A. Lanza ve J . Miller). Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Penrose, R. (1993c). Setting the scene: the claim and the issues. *The simulation of human intelligence* içinde (ed. D. Broadbent). Blackwell, Oxford.

Penrose, R. (1993d). An emperor still without mind, *Behavioural and Brain Sciences*, 16, 616–622.

Penrose, R. (l994a). On Bell non–locality without probabilities: some curious geometry. *Quantum reflections* (J. S. Bell onu-

runa) içinde (ed. J . Ellis ve A. Amati). Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Penrose, R. (1994b). Non–locality in and objectivity in quantum state reduction. *Fundamental aspects of quantum theory* içinde (ed. J . Anandan ve J. L. Safko). World Scientific, Singapore.

Penrose, R. ve Rindler, W. (1984). *Spinors and space–time*, cilt 1: *Two–spinor calculus and relative fields.* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Penrose, R. ve Rindler, W. (1986). *Spinors and space–time*, cilt 2: *Spinor and twistor methods in space–time geometry.* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Percival, I. C. (1994). Primary state diffusion. *Proc. R. Soc. Lond.*, A, teslim edildi.

Peres, A. (1985). Reversible logic and quantum computers. *Phys. Rev.*, A32(6), 3266–3276.

Peres, A. (1990). Incompatible results of quantum measurements. *Phys. Lett.*, A151, 107–8.

Peres, A. (1991). Two simple proofs of the Kochen–Specker theorem. *J. Phys. A: Math. Gen*, 24, L175–L178.

Perlis, D. (1990). The emperor's old hat. *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 680.

Planck, M. (1906). *The theory of heat radiation* (1906/1907'de Berlin'de verilen derslere dayalı olarak çev. M. Masius). 1959, Dover, New York.

Popper, K. R. ve Eccles, J. R. (1977). *The self and its brain.* Springer International.

Post, E.L. (1936). Finite combinatory processes–formulation I, *Jour. Symbolic Logic*, 1, 103–105.

Poundstone, W. (1985). *The recursive universe: cosmic complexity and the limits of scientific knowledge.* Oxford Üniversitesi Yayınları.

Pour–El, M. B. (1974). Abstract computability and its relation to the general purpose analog computer. (Some connections between logic, differential equations and analog computers.) *Trans. Amer. Math. Soc.*, 119, 1–28.

Pour–El, M. B. ve Richards, I. (1979). A computable ordinary differential equation which possesses no computable solution, *Ann. Math. Logic*, 17, 61–90.

Pour–El, M. B. ve Richards, I. (1981). The wave equation with computable initial data such that its unique solution is not computable. *Adv. in Math.*, 39, 215–239.

Pour–El, M. B. ve Richards, I. (1982). Noncomputability in models of physical phenomena. *Int. J. Theor. Phys.*, 21, 553–555.

Pour–El, M. B. ve Richards, J. I. (1989). *Computability in analysis and physics.* Springer–Verlag, Berlin.

Pribram, K. H. (1966). Some dimensions of remembering: steps toward a neuropsychological model of memory. *Macromolecules and behaviour* içinde (ed. J. Gaito), s. 165–187. Academic Press, New York.

Pribram, K. H. (1975). Toward a holonomic theory of perception. *Gestalttheorie in der modern psychologie* içinde (ed. S. Ertel), s. 161–84. Erich Wengenroth, Köln.

Pribram K. H. (1991). *Brain and perception: holonomy and structure in gural processing.* Lawrence Erlbaum Assoc., New Jersey.

Putnam, H. (1960). Minds and machines. *Dimensions of mind* içinde (ed. S. Hook), New York semozyumu. Yeniden basım *Minds and machines* içinde (ed. A. R. Anderson), s. 43–59, Prentice–Hall, 1964; bir başka yeniden basım *Dimensions of mind: a symposium (Proceedings of the third annual NYU Institute of Philosophy)* içinde, s. 148–179, NYU Yayınları, 1964.

Ramon y Cajal, S. (1955). *Studies on the cerebral cortex* (çev. L. M. Kroft). Lloyd–Luke, Londra.

Redhead, M. L. G. (1987). *Incompleteness, nonlocality, and realism.* Clarendon Press, Oxford.

Rosenblatt, F. (1962). *Principles of neurodynamics.* Spartan Books, New York.

Roskies, A. (1990). Seeing truth or just seeming true?, *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 682.

Rosser, J . B. (1936). Extensions of some theorems of Gödel and Church Jour. *Symbolic Logic*, 1, 87–91.

Rubel, L. A. (1985). The brain as an analog computer. *J. Theoret. Neurobiol.*, 4, 73–81.

Rubel, L. A. (1988). Some mathematical limitations of the general–purpose analog computer. *Adv. in Appl. Math.*, 9, 22–34.

Rubel, L. A. (1989). Digital simulation of analog computation and Church's thesis. *Jour. Symb. Logic.*, 54(3), 1011–1117.

Rucker, R. (1984). *Infinity and the mind: the science and philosophy of the infinite.* Paladin Books, Granada Publishing Ltd., Londra. (İlk basım Harvester Press Ltd., 1982.)

Sacks, O. (1973). *Awakenings.* Duckworth, Londra.

Sacks, O. (1985). *The man who mistook his wife for a hat.* Duckworth, Londra.

Sagan, L. (1967). On the origin of mitosing cells. *J. Theor. Biol.*, 14, 225–274.

Sakharov, A. D. (1967). Vacuum quantum uctuations in curved space and the theory of gravitation. *Doklady Akad, Nauk SSSR*, 177, 70–71. İngilizce çeviri: *Sov. Phys. Doklady*, 12, 1040–1041 (1968).

Schrödinger, E. (1935a). 'Die gegenwartige Situation in der Quantenmechanik'. *Naturwissenschaftenp*, 23, 807–812, 823–828, 844–849. (Çeviri J. T. Trimmer (1980) *Proc. Amer. Phil. Soc.*, 124, 323–338.) *Quantum theory and measurement* içinde (ed. J. A. Wheeler ve W. H. Zurek). Princeton Üniversitesi Yayınları, 1983.

Schrödinger, E. (1935b). Probability relations between separated systems. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 31, 555–363.

Schrödinger, E. (1967). *'What is Life?'* ve *'Mind and Matter'* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Schroeder, M. (1991). *Fractals, chaos, power laws. Minutes from an in nite paradise.* Freeman, New York.

Scott, A. C. (1973). Information processing in dendritic trees. *Math. Bio. Sci*, 18, 153–160.

Scott, A. C. (1977). *Neurophysics.* Wiley Interscience, New York.

Searle, J. R. (1980). Minds, brains and programs. *The behavioral and brain sciences* içinde, cilt 3. Cambridge Üniversitesi Yayınları. (Yeniden basım *The mind's I* içinde (ed. D. R. Hofstadter ve D. C. Dennett). Basic Books, Inc.; Penguin Books Ltd., Harmondsworth, Middlesex, 1981.)

Searle, J. R. (1992). *The rediscovery of the mind.* MIT Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

Seymore, J. ve Norwood, D. (1993). A game for life. *New Scientist*, 139, No. 1889, 23–26.

Sheng, D., Yang, J., Gong, C. ve Holz, A. (1988). A new mechanism of high Tc superconductivity. *Phys. Lett.*, A133, 193–196.

Sloman, A. (1992). The emperor's real mind: review of Roger Penrose's The Emperor's New Mind. *Artificial Intelligence*, 56, 355–396.

Smart, J. J. C. (1961). Gödel's theorem, Church's theorem and mechanism. *Synthése,* 13, 105–10. Smith, R. J. O. ve Stephenson, J. (1975). *Computer simulation of continuous systems.* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Smith, S., Watt, R. C. ve Hamero, S. R. (1984). Cellular automata in cytoskeletal lattice proteins. *Physica D*, 10, 168–74.

Smolin, L. (1993). What have we learned from non–pertubative quantum gravity? *General relativity and gravitation 1992. Proceedings of the thirteenth international conference on GRG, Cordoba Argentina* içinde (ed. R. J. Gleiser, C. N. Kozameh ve O. M. Moreschi). Institute of Physics Publications, Bristol.

Smolin, L. (1994). Time, structure and evolution in cosmology. *Temponelle scienziae filosofia* içinde (ed. E. Agazzi). Word Scientific, Singapore.

Smorynski, C. (1975). *Handbook of mathematical logic*. North–Holland, Amsterdam.

Smorynski, C. (1983). 'Big' news from Archimedes to Friedman. *Notices Amer. Math. Soc.*, 30, 251–6.

Smullyan, R. (1961). *Theory of Formal Systems*. Princeton Üniversitesi Yayınları.

Smullyan, R. (1992). *Gödel's incompleteness theorem*, Oxford Logic Guide No. 19. Oxford Üniversitesi Yayınları.

Squires, E. J. (1986). *The mystery of the quantum world*. Adam Hilger Ltd., Bristol.

Squires, E. J. (1990). On an alleged proof of the quantum probability law. *Phys. Lett.*, A145, 67–8.

Squires, E. J. (1992a). Explicit collapse and superluminal signals. *Phys. Lett.*, A163, 356–358.

Squires, E. J. (1992b). History and many–worlds quantum theory. *Found. Phys. Lett.*, 5, 279–290.

Stairs, A. (1983). Quantum logic, realism and value–definiteness. *Phil. Sci.*, 50(4), 578–602.

Stapp, H. P. (1979). Whiteheadian approach to quantum theory and the generalized Bell's theorem. *Found. Phys.*, 9, 1–25.

Stapp, H. P. (1993). *Mind, matter, and quantum mechanics*. Springer–Verlag, Berlin.

Steen, L. A. (ed.) (1978). *Mathematics today: twelve informal essays*. Springer– Verlag, Berlin.

Stoney, G. J. (1881). On the physical units of nature. *Phil. Mag.*, (Dizi 5) 11, 381.

Stretton, A. O. W., Davis, R. E., Angstadt, J. D., Donmoyer, J. E., Johnson, C. D. ve Meade, J. A. (1987). Nematode neurobiology using Ascaris as a model system. *J. Cellular Biochem.*, 511A, 144.

Thorne, K. S. (1994). *Black holes & time warps: Einstein's outrageous legacy*. W.W. Norton and Company, New York.

Torrence, J. (1992). *The concept of nature. The Herbert Spencer lectures.* Clarendon Press, Oxford.

Tsotsos, J. K. (1990). Exactly which emperor is Penrose talking about? *Behavioural and Brain Sciences,* 13(4), 686.

Turing, A. M. (1937). On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem. *Proc. Lond. Math. Soc.* (dizi 2), 42, 230–265; bir düzeltme 43, 544–546.

Turing, A. M. (1939). Systems of logic based on ordinals. *P. Lond. Math. Soc.*, 45, 161–228.

Turing, A. M. (1950). Computing machinery and intelligence. *Mind,* 59 No. 236; yeniden basım *The mind's I* içinde (ed. D. R. Hofstadter ve D. C. Dennett), Basic Books; Penguin, Harmondsworth, Middlesex, 1981.

Turing, A. M. (1986). Londra Matematik Derneği'ne 20 Şubat 1947'de verilen konferans. *A. M. Turing's ACE report of 1946 and other papers* içinde (ed. B. E. Carpenter ve R.W. Doran). The Charles Babbage Institute, cilt 10, MIT Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

Tusznyski,J.,Trpisova, B., Sept, D. ve Sataric, M. V. (1996). Microtubular self–organization and information processing capabilities. *Toward a science of consciousness: contributions from the 1994 Tucson conference* içinde (ed. S. Hameroff, A. Kaszniak ve A. Scott). MIT Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

von Neumann, J. (1932). *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik,* Springer–Verlag, Berlin; İng. Çev.: *Mathematical foundations of quantum mechanics.* Princeton Üniversitesi Yayınları, 1955.

von Neumann, J. ve Morgenstern, O. (1944). *Theory of games and economic behaviour.* Princeton Üniversitesi Yayınları.

Waltz, D. L. (1982). Artificial intelligence. *Scientific American,* 247(4), 101–122.

Wang, Hao (1974). *From mathematics to philosophy.* Routledge, Londra.

Wang, Hao (1987). *Reflections on Kurt Gödel.* MIT Yayınları, Cambridge, Massachusetts.

Wang, Hao (1993). On physicalism and algorithmism: can machines think? *Philosophia mathematica* (Dizi III), s. 97–138.

Ward, R. S. ve Wells, R. O. Jr (1990). *Twistor geometry and field theory.* Cambridge Üniversitesi Yayınları.

Weber, J. (1960). Detection and generation ofgravitational waves. *Phys. Rev.*, 117, 306.

Weinberg, S. (1977). *The first three minutes: a modern view of the origin of the universe.* Andre Deutsch, Londra.

Werbos, P. (1989). Bells' theorem; the forgotten loophole and how to exploit it. *Bell's theorem, quantum theory, and conceptions of the universe* içinde (ed. M. Kafatos). Kluwer Dordrecht.

Wheeler, J . A. (1957). Assessment of Everett's 'relative state' formulation of quantum theory. *Revs. Mod. Phys.*, 29, 463–465.

Wheeler, J . A. (1975). On the nature of quantum geometrodynamics. *Annals of Phys.*, 2, 604–614.

Wigner, E. P. (1960). The unreasonable effectiveness of mathematics. *Commun. Pure Appl. Math.*, 13, 1–14.

Wigner, E. P. (1961). Remarks on the mind–body question. *The scientist speculates* içinde (ed. I. J. Good). Heinemann, Londra. (Yeniden basım E. Wigner (1967), *Symmetries and reflections.* Indiana Üniversitesi Yayınları, Bloomington ve *Quantum theory and measurement* içinde (ed. J.A. Wheeler ve W.H. Zurek) Princeton Üniversitesi Yayınları, 1983.)

Wilensky, R. (1990). Computability, consciousness and algorithms, *Behavioural and Brain Sciences*, 13(4), 690.

Will, C. (1988). *Was Einstein right? Putting general relativity to the test.* Oxford Üniversitesi Yayınları.

Wolpert, L. (1992). *The unnatural nature of science.* Faber and Faber, Londra.

Woolley, B. (1992). *Virtual worlds.* Blackwell, Oxford.

Wykes, A. (1969). *Doctor Cardano. Physician extraordinary.* Frederick Muller.

Young, A. M. (1990). *Mathematics, physics and reality.* Robert Briggs Associates, Portland, Oregon.

Zeilinger, A., Gaehler, R., Shull, C. G. ve Mampe, W. (1988). Single and double slit di raction of neutrons. *Revs. Mod. Phys.*, 60, 1067.

Zeilinger, A., Horne, M. A. ve Greenberger, D. M. (1992). Higher–order quantum entanglement. *Squeezed states and quantum uncertainty* içinde (ed. D. Han, Y. S. Kim ve W. W. Zachary), NASA Conf. Publ. 3135. NASA, Washington, DC.

Zeilinger, A., Zukowski, M., Horne, M. A., Bernstein, H. J . ve Greenberger, D. M. (1994). Einstein–Podolsky–Rosen correlations in higher dimensions. *Fundamental aspects of quantum theory* içinde (ed. J . Anandan ve J . L. Safko). World Scientific, Singapore.

Zimba, J. (1993). Finitary proofs of contextuality and nonlocality using Majorana representation of spin–3/2 states, M.Sc. thesis, Oxford.

Zimba, J . ve Penrose, R. (1993). On Bell non–locality without probabilities: more curious geometry. *Stud. Hist. Phil. Sci.*, 24(5), 697–720.

Zohar, D. (1990). *The quantum self. Human nature and consciousness defined by the New Physics.* William Morrow and Company, Inc., New York.

Zohar, D. ve Marshall, I. (1994). *The quantum society. Mind, physics and a new social vision.* Bloomsbury, Londra.

Zurek, W. H. (1991). Decoherence and the transition from quantum to classical. *Physics Today*, 44 (No. 10), 36–44.

Zurek, W. H. (1993). Preferred states, predictability, classicality and the environment–induced decoherence. *Prog. of Theo. Phys.*, 89(2), 281–302.

Zurek, W. H., Habib, S. ve Paz, J . P. (1993). Coherent states via decoherence. *Phys. Rev. Lett.*, 70(9), 1187–90.

DİZİN

4 boyutlu çokkatlılarda topolojik denklik problemi 500

Aharonov, Yakir 420, 421, 423, 559
aksiyomlar 147, 160, 161, 188, 189, 191
Ammann, Robert 55, 58
anlama yetisi 65, 77, 78, 221, 223, 277
Appel, Kenneth 269, 278
Aristoteles 289
Aspect, Alain 6, 336, 337, 338, 349, 494, 560, 569
astronomi 308

basit aritmetik 98, 133, 135
belirtilebilirlik 201
Bell eşitsizlikleri 335, 489
Bell, John 335, 336, 396, 419, 444
Bell, Joselyn 313
Berger, Robert 54, 55
Berkeley, Piskopos 553, 566
Bernard, Claude 491
Bertlmann'ın çorapları 336, 403, 432
beyin 7, 48, 49, 181, 212, 215, 283, 284, 285, 286, 288, 464, 467, 468, 470, 471, 472, 474, 483, 484, 489, 490, 492, 496, 499, 511, 513, 543, 544, 545
bilinç 9, 23, 31, 33, 34, 35, 63, 64, 66, 67, 68, 70, 73, 84, 85, 295, 297, 441, 442, 443, 489, 491, 499, 509, 510, 514, 515, 523, 538, 539, 540, 541, 542, 543, 544, 545, 555, 556
biyolojik sistemler 321
Bohm, David 335, 423
Bohr, Niels 300, 414
Boole, George 289, 561
boş dizilim 101, 104
Brouwer, L.E.J. 129

Cantor, Georg 111, 112, 130, 140, 166, 197, 198
Cantor'un sıral (ordinal) sayıları 166
Cantor'un süreklilik hipotezi 140
Cardano, Gerolamo 339, 340, 341, 342, 343, 344, 345, 346, 347, 348, 351, 359, 368, 582
casus irreducibilis (indirgenemez durum) 346, 348
Cavendish, Henry 309
Cherenkov (Çerenkov) ışıması 303
Chinook 524
Church, Alonzo 30, 41, 42, 43, 53, 99, 178, 562, 564, 578, 579
Cohen, Harold 529
Conrad, Michael 471, 562
Conway, John Horton 286, 288, 567
Costa de Beauregard, O. 420, 517, 562
Çince Odası 69, 70, 85

dalga fonksiyonları 460
Davis, Martin 54
de Broglie, Louis 423, 563
del Giudice, Emilio 488, 496, 563
dendritler 469
Derin Düşünce [Deep Thought] 76, 77, 95
Deutsch, David 11, 472, 506
Diósi, L. 9, 445, 448, 453, 460
Dirac, Paul A.M. 300, 350
Diyafont denklemleri 52, 55, 56
dodekahedronlar 327, 338, 392, 397, 399, 433
doğruluk değerlendirmesi 123
dolanıklık 335, 393, 396, 397, 398, 411, 496
Donaldson, Simon K. 551, 564

Doppler etkisi 314
döşeme problemi 56, 501, 546

Eccles, John 464
Eddington, Sir Arthur 308
Edelman, Gerald 470
edimsellik 290, 555
Einstein, Albert 32, 283, 284, 294, 299, 300, 303, 304, 305, 309, 310, 311, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 323, 334, 349, 394, 397, 404, 419, 448, 449, 450, 461, 487, 489, 493, 495, 500, 508, 516, 517, 546, 549, 550, 555, 557, 560, 565, 568, 571, 574, 576, 580, 582
Ekert, Artur 11, 364, 564
Elitzur, Avshalom C. 326, 327, 363, 364, 365, 366, 565
Elkies, Noam 274
entropi 294, 318, 319
epifenomen 293
eşdeğer olmama 206
Euler, Leonhard 103, 274

FAPP (pratik bütün anlamlarda) 419, 424, 425, 433, 434, 438, 439, 440, 442, 457, 464, 465, 542
farazi 118, 127, 137, 148, 164, 185, 186, 187, 191, 193, 198, 207, 210, 212, 233, 235, 250, 285, 297, 298, 305, 465, 474, 498, 520, 542
Feferman, Solomon 11, 167, 566, 568
Feinstein, Bertram 512, 573
Fermat'nın son teoremi 193
Ferro, Scipione del 344
Feynman, Richard P. 154, 199, 236, 423, 472, 566
Fibonacci sayıları 479, 480, 481
fotonlar 336, 365, 411
Fredkin, Edward 29
Frege, Gottlob 195, 196, 197, 198, 564, 566
Fröhlich, Herbert 9, 284, 468, 486, 487, 493, 496, 566, 567
Frye, Roger 275
Fuller, Buckminster 484

Galileo, Galilei 19, 311, 411, 412, 550, 557
Gardner, Martin 54, 286, 533, 567
Geroch, Robert 415, 500, 502, 506, 567
Ghirardi, Giancarlo 9, 396, 444, 445, 446, 453, 460, 567, 568
Gödel, Kurt 80, 98, 99, 507, 568, 575, 581
Grassi, Renata 460, 567, 568
Grassmann çarpımı 391, 546

Haken, Wolfgang 269, 278
hakiki anlama 64, 65, 525
Hameroff, Stuart 9, 12, 283, 476, 482, 486, 487, 488, 490, 496, 497, 569, 570, 581
Hamilton, Başpiskopos John 340
Hartle, James B. 423, 500, 502, 506, 567
Hawking, Stephen W. 202, 433, 514, 570, 576
Hebb, Donald 470
Heisenberg, Werner 300
Hewish, Anthony 313
Hilbert, David 52, 130
Hilbert'in onuncu problemi 52, 53, 55, 501
Hilbert uzayı 13, 377, 378, 379, 380, 382, 384, 387, 421, 428, 440
Hofstadter, Douglas 31, 70, 71, 80, 143, 272, 570, 571, 579, 581
Hulse, Russell 316
hücreler 468, 469, 479, 487, 542, 544

Imperator, Albert 250, 251, 261, 263
İskenderiyeli Diyofantus 348
İskenderiyeli Heron 348

Jozsa, Richard 11, 154
Jüpiter 315

kanıtlama 99, 107, 136, 145, 146, 149, 187, 188, 193, 194, 229, 233, 235, 243, 247, 249, 257, 263, 271, 278, 332
kaos 43, 46, 50, 248, 249, 281, 295

kara cisim ışıması 320
karmaşık sayılar 344, 346, 348, 350, 351, 370, 374, 546, 550
Karolyhazy, F. 571, 572
karşıolgusal 327, 393, 422
keşifsel 221, 223, 278
klatrinler 484, 485
Kornhuber, H.H. 511, 563
Koruga, D. 481, 482, 484, 572
korunum yasaları 338
kuantum kütleçekim 465, 502, 503, 508
kütleçekim özenerjisi 462

Lagrange, Joseph L. 103, 109, 133, 546, 547
Lagrange teoremi 133
Leonardo da Vinci 343, 557
Libet, Benjamin 512
Littlewood, J.E. 276
Lucas, John 11, 80

Majorana durumları 401
Majorana, Ettore 373, 374, 375, 400, 401, 402, 406, 407, 408, 409, 574, 583
Markov, A. A. 500, 574
Marshall, Ian 284, 487, 493, 574, 583
Matematiğe Dayalı Sibersistem 251, 264
Maxwell, James Clerk 299
Merkür 550
mikrotübüller 9, 474, 476, 478, 481, 482, 483, 484, 486, 496, 497, 498, 541, 542
Minkowski uzayı 303, 304
mitoz (bölünme) 478
momentum 395, 459
Moravec, Hans 27, 29, 31, 32, 59, 60, 79, 203, 485, 524, 574

Newton, Isaac 12, 299
nöronlar 9, 28, 73, 217, 464, 471, 482, 485

olasılıksal 273, 274, 341, 351, 473
oluşturulmamışlık 147
oluşturulmuş 44, 85, 117, 141, 142, 144, 145, 206, 207, 232, 241, 472, 530, 537, 554
Onnes, Heike Kammerlingh 522
Onsager, Lars 468, 576
Öklit 38, 119, 120, 131, 161, 162, 279, 379, 546, 549
Öklit geometrisi 162, 279

Peano aritmetiği 132, 163, 164
Pearle, Phillip 444, 445, 567, 568, 575, 576
Penrose, Oliver 11, 468
Percival, Ian C. 412, 445, 564, 568, 577
periyodik olmayan 55
Planck birimleri 451
Planck kütlesi 452, 453
Planck, Max 320, 452
Planck ölçeği 449, 451, 452
Planck sabiti 367, 452
Planck zamanı 510
Platon 82, 531, 547, 549, 552, 553, 557
Platonculuk 81
Platoncu matematik 551, 552, 555
Podolsky, Boris 323, 334, 394, 560, 565, 582
Popper, Karl R. 545, 552, 577
Post, Emil 42, 53, 99, 577
Pribram, Karl 283, 469, 487, 571, 578
Putnam, Hilary 54, 80, 578

Riemann küresi 366, 371, 372, 374, 375, 402, 406, 407, 409, 518
Rimini, Alberto 444
Robinson, Julia 54
Rosen, Nathan 334
Rosser, J. Barkley 133
Russell, Bertrand 129, 131, 195
Russell paradoksu 130, 140, 266

Sacks, Oliver 578, 579
sanal gerçeklik 91, 92, 93, 224
sayılar 54, 88, 90, 95, 100, 103, 104, 120, 131, 134, 136, 158, 159, 162, 169, 171, 173, 177, 182, 188, 197,

201, 245, 267, 274, 344, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 370, 374, 479, 546, 547, 550
Schrödinger denklemi 297, 352, 353, 376, 420, 445
Schrödinger, Erwin 297, 300, 324, 325, 335, 352, 353, 376, 377, 381, 389, 393, 419, 420, 437, 444, 445, 446, 447, 450, 495, 573, 579
Schrödinger'in kedisi 324, 437, 446, 447
Scott, Alwyn 283, 469, 579, 581
Searle, John 31, 34, 69, 70, 85, 579
Shapiro, Irwin 316
Shor, Peter 473
sinapslar 468, 469, 470
sinaptik yarıklar 463
sonlanma problemi 53, 502
söz problemi 501
SQUID'ler 459
Squires, Ewan J. 337, 418, 580
Stoney, George J. 452, 580
süperakışkanlık 467, 487
süperiletkenlik 467, 468, 487, 523
süreklilik hipotezi 140, 141
sürekli parametreler 47
Şabat şalteri 364

Tartaglia, Nicolo 342, 343, 344, 345, 346
Taylor, Joseph 316, 317
terliksi hayvan 474, 475, 491, 539, 543
termal denge 319, 320
Thébault kestirimi 279
Tinsley, Marion 524
topolojik denklik 500
transistörler 28, 469
Turing, Alan 42, 53, 80, 98, 167, 425, 481, 570
Turing makineleri 42, 53, 98, 100, 109, 119, 123, 124, 171, 179, 206, 505, 546
Turing testi 33
twistor kuramı 518

uslamlama 83, 90, 124, 129, 130, 131, 132, 142, 147, 149, 180, 188, 192, 195, 196, 197, 198, 205, 208, 209, 210, 229, 234, 242, 247, 251, 264, 267, 268, 285, 288, 289, 515
uyumluluk ilkesi 375
uzayzaman 301, 302, 303, 307, 308, 333, 334, 449, 450, 451, 462, 502, 506, 507, 509, 516, 517, 518, 546, 555
üniter evrim 352, 381

Vaidman, Lev 326, 327, 363, 364, 365, 366, 420, 421, 517, 559, 565
van der Waals kuvveti 300, 490
vektör 378, 380, 382, 386, 406, 426
von Neumann, John 218, 425, 581

Wald, Robert M. 414
Wang, Hao 54, 55, 116, 181, 182, 581
Weber, Tullio 444, 445, 446, 458, 561, 567, 572, 582
Werbos, Paul 420, 517, 582
Weyl açıkorur [konformal] tensörü (WEYL) 307
Wheeler, John A. 415, 452, 559, 561, 565, 566, 574, 579, 582
Wigner, Eugene P. 437, 441, 549, 582
Wigner'in arkadaşı 437
Wiles, Andrew 193, 275

X gizemleri 323, 324, 325, 350, 411

YZ (Yapay Zeka) 31, 32, 34, 40, 48, 50, 59, 64, 65, 72, 74, 75, 78, 79, 81, 83, 86, 187, 193, 194, 202, 203, 227, 228, 250, 251, 255, 297, 485, 486, 529

Z gizemleri 323, 324, 325, 327, 339, 363, 366, 514
Zimba, Jason 327, 402, 406, 583

Penrose *Zihnin Gölgeleri*'nde yapay zekâya yönelik çok güçlü bir taarruz düzenliyor. Bu kapsamlı çalışmasında beynin bilinçli faaliyetinde hesaplamanın ötesinde bir şeyin olduğu ve bunun günümüz bilimiyle açıklanamayacağı sonucuna varan Penrose, bu tezini destekleyen güçlü bir savunma sunuyor. Modern bilim alanında derin bir yarık açmaktan çekinmiyor, Gödel'in teoreminin işaret ettiği sonuçlardan beynin mikrobiyolojisine dek birçok alanı inceleyerek bilinçli düşünmenin salt hesaplamayla yeterince simüle edilemeyecek olan bileşenleri içermek zorunda olduğu fikrini temellendiriyor. *Zihnin Gölgeleri* bilinç olgusu gibi şu anki fiziksel betimlemelerimize yabancı bir şeyi kapsayabilmesi için fiziğin geçirmesi gereken değişikliklere dair göz kamaştırıcı bir yaklaşım sunuyor.

"[Roger Penrose] yaşayan en büyük fizikçilerden biri... Nefes kesici bir kapsam ve zenginliğe sahip bir eser... Kitabı bitirdikten sonra edinilen yeni metafizik perspektif nedeniyle heyecanlanmamak mümkün değil."

–The Wall Street Journal

"Bu yeni kitabı okumak müthiş sürükleyici ve zihin açıcı bir deneyim... Ortalama bilim okurlarının... kitabın içerdiği olağanüstü kapsam ve genişlikten gözlerinin kamaşmaması mümkün değil."

–Nature

THG
0384299
ERP

ALFA
www.alfakitap.com
/alfakitap
/alfakitap
/alfakitap