

kozmosun matematiksel bir açıklaması

EVRENİN ŞİİRİ



ROBERT OSSERMAN



TÜBİTAK

POPÜLER BİLİM KİTAPLARI

4. Baskı

"Doğa bilimleri tarihinin
bütün o dönemeçli,
dolambaçlı akışı içinde
hiç değişmeden kalan tek etken,
matematiksel düşgücünün taşıdığı
belirleyici önemdir."

Freeman J. Dyson

Evrenin Şiiri

kozmosun
matematiksel
bir açıklaması

Robert Osserman



TÜBİTAK

POPÜLER BİLİM KİTAPLARI

Evrenin Şiiri - Kozmosun Matematiksel Bir Açıklaması
Poetry of the Universe - A Mathematical Exploration of the Cosmos

Robert Osserman

Çeviri: İsmet Birkan

Türkçe metnin bilimsel danışmanı: Prof. Dr. Asuman Aksoy

© Robert Osserman, 1995

Random House Inc.'in bir altkuruluşu olan The Doubleday Broadway Publishing Group'un altkuruluşu Doubleday ile yapılan anlaşma uyarınca basılmıştır.

© Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu, 2000

Bu yapının bütün hakları saklıdır. Yazılar ve görsel malzemeler, izin alınmadan tümüyle veya kısmen yayımlanamaz.

Türkçe yayın hakları Kesim Ajans aracılığı ile alınmıştır.

*TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları'nın seçimi ve değerlendirilmesi
TÜBİTAK Yayın Komisyonu tarafından yapılmaktadır.*

ISBN 975 - 403 - 287 - 4

İlk basımı Aralık 2000'de yapılan

Evrenin Şiiri

bugüne kadar 12.500 adet basılmıştır.

4. Basım Temmuz 2003 (2500 adet)

Yayınlar ve Tanıtım Daire Başkanı

Şefik Kahramankaptan

İşletme Müdürü

M. Kemal Bostancıoğlu

Yayıma Hazırlayan: Kurtuluş Dinçer

Grafik Tasarım: Cemal Töngür

Sayfa Düzeni: Nurcan Öztop

TÜBİTAK

Atatürk Bulvarı No: 221 Kavaklıdere 06100 Ankara

Tel: (312) 427 33 21 Faks: (312) 427 13 36

e-posta: kitap@tubitak.gov.tr

İnternet: kitap.tubitak.gov.tr

Kalkan Matbaacılık - Ankara

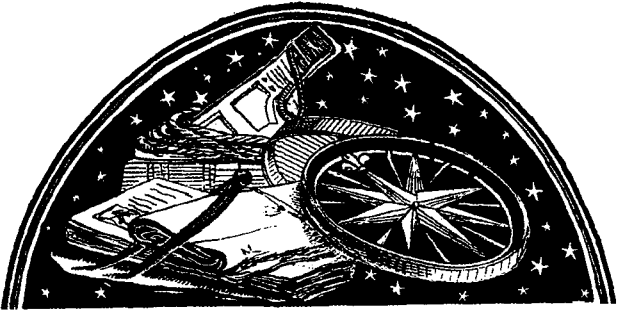
Evrenin Şiiri

kozmosun
matematiksel
bir açıklaması

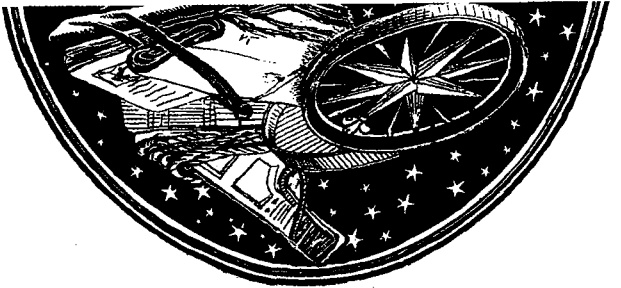
Robert Osserman

Çeviri
İsmet Birkan

Bu kitabın uzun süren doğumu sırasındaki moral, manevi, besleyici ve yapıcı desteğinden ötürü karım Janet Adelman'a ve etkin ilgilerinden, yardımlarından, anlayışlarından ötürü oğullarım Brian ile Stephen'a ...



*kozmosun matematiksel
bir açıklaması*



İçindekiler

Önsöz	I
Öndeyiş	V
Türkçe Basıma Önsöz	VII
I. Bölüm	1
Ölçülemezi Ölçmek	
II. Bölüm	23
Yerküreyi Boydan Boya Ölçmek	
III. Bölüm	49
Gerçek Dünya	
IV. Bölüm	73
Sanal Dünyalar	
V. Bölüm	91
Eğri Uzay	
VI. Bölüm	111
Görünmez Evren	
VII. Bölüm	121
Geriye Bakış: Gözlenebilir Evren	
VIII. Bölüm	151
Bir Başka Boyut	

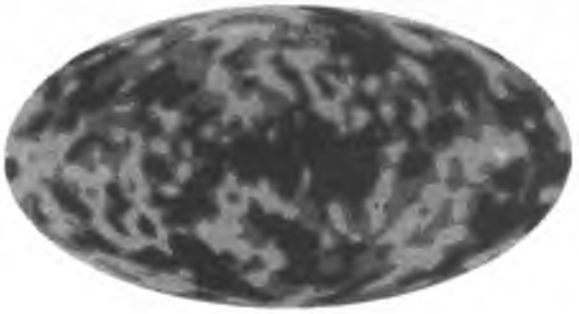
IX. Bölüm	171
Biçimler Galaksisi	
Sondeyiş	205
Yardım ve Katkılar, Teşekkürler	207
Notlar	211
Dizin	243

Önsöz

24 Nisan 1992'de dünyanın dört yanında gazeteler “yüzyılın en büyük keşiflerinden biri” olarak selamlanan, hatta kimilerinin, evrenbilimin “eksik halkası” ya da “[aranan] Kutsal Kâsesi” diye adlandırmaktan çekinmedikleri bir olayı kamuoyuna duyurdular¹. Adı geçen keşif esas olarak evrenin, evriminin en dramatik anında –uzayın başladığı anda²– çekilmiş bir tür enstantane³ resmi biçiminde karşımıza çıktı. Resmin alındığı andan önce sadece sürekli yaratılış/yokoluş halindeki temel parçacıklardan oluşmuş, ayrışmamış bir yığın vardı. Derken elektronlarla protonlar birleşip madde atomlarını oluşturdular. İlk kez atomlar arasında, ışığın ve öteki ışıyım biçimlerinin serbestçe yayılmasına olanak veren boşluk (uzay) meydana çıktı. Söz konusu “enstantane”, işte o andan beri uzayda yolculuk ederek bugün bize ulaşan ışınların oluşturduğu örüntünün resmini vermektedir. Bu ışınları –yani kozmik mikrodalga artalan ışıyımını denenen olayı– incelemiş olan bilim adamlarını heyecanlandıran da zaten resimde bir örüntünün *mevcut* olmasıydı. Görünürde birörnek ve hemen hemen kırıksız

olan bu artalan ışınlam denizinde en küçük bir de-
ğişme dalgacığını bile onlarca yıl boş yere aradıktan
sonra, nihayet, evrenin yaratılışına ilişkin büyük
patlama kuramının önceden haber verdiği he-
nüz ayrışıp farklılaşmamış öncel “çorba” ile, evrenin
yüksek derecede farklılaşıp bugün bildiğimiz
biçim altında yıldızlara ve galaksilere ayrıştığı son-
raki evrim aşaması arasında bağlantı (“halkası”) oluştura-
bilecek bir olguyu yakalamayı başarmış-
lardı. Fakat bu resmin tam olarak neyi gösterdiğini
açık seçik anlatmağa kalkışan gazetecilerin önüne
en az bir aşılmaz engel dikiliyordu: Ne onlar ne de
okurları, aynı anda hem Dünya’dan dışarı bütün
yönlere doğru hem de bütün yönlerden içeri büyük
patlamaya doğru seyredilen bir manzarayı gösteren
böyle akla aykırı bir resmi şaşırmadan anlamaya
hazırlıklıydı.

1992 yılının bu büyük keşfi, hem apaçık görülen
hem de daha ince ve derin benzerliklerle, tam beş
yüz yıl önceki Amerika’nın “keşfini” hatırlatmaktadır.
Daha gerilere, MS 1000 yıllarına doğru bakacak
olursak, Avrupalıların Dünya’yı genellikle düz
olarak düşündüklerini görürüz. Küresel bir dünyanın
içerdiği bütün durum ve sonuçları kavrayıp anlamak
ve bu dünyanın öbür tarafında ayaklarından baş aşağı
asılı duran insanların neden düşmediklerine veya sürekli
baş ağrıları çekmediklerine akıl erdirebilmek için,
sonraki yüzyıllar boyunca büyük düşgücü çabaları
gerekmiştir. Kolomb’un yolculukları



Kozmik artalan ışınlamındaki değişkenliği gösteren 1992 tarihli resim (NASA ve COBE uydusu ekibinden George Smoot'un izniyle)

ile onun ardı sıra yapılan sonraki seferler, onun zamanından önce de yavaş yavaş kafalarda yer etmiş olan kuramsal "küre şeklinde dünya" görüşüne bir gerçeklik ve somutluk anlamı kazandırmıştır.

2000 yılına yaklaştığımız şu sıralarda Dünya'nın düz olduğuna inanan pek az kişi kalmıştır; ancak Dünya insanların çoğu düz bir evren tasarımı içinde düşünmeye devam etmektedir. Tıpkı günlük deneyimlerimizin bizi Dünya'nın eğri veya kıvrımlı değil de düz veya düzlemsel olduğu fikrine götürmesi gibi, çevremizdeki dünyayı algılayış biçimimiz de uzayı düz ya da "Eukleides uzayı" olarak düşünmemize neden olmaktadır. Bin yıl önce yerküreyi sonsuz bir boşlukta her nasılsa asılı duran ya da yüzen dev bir top gibi tasarlayabilmek için ne kadar büyük bir düşlem çabası gerekiyorsa, yirminci yüzyılda da eğri bir uzay tasarımına ulaşmak için o kadar büyük bir düşgücü gerekmektedir. Fakat ne

olursa olsun uzayın gerçekten eğri olduğuna dair kanıtlar çok güçlüdür ve 1992 tarihli mikrodalga fotoğrafı ancak bu bağlamda tam olarak anlaşılabilir.

Evrenin biçimi nasıldır ve uzayın eğriliği demekle neyi kastediyoruz? Bu kitabın amaçlarından biri hem bu soruları hem de onlara verilen yanıtları tamamen açık seçik ve anlaşılır kılmaktır. Okurdan pek az matematik bilgisi isteniyor -hatta hiç olmasa bile olur! Kitap, okuru, dünyayı ölçüp biçmenin kolayca anlaşılabilir matematiksel yöntemlerinden yola çıkarp o denli alışık ve aşina olmadığı, günlük yaşantıların daha uzağına düşen kavramlara götürürken, modern evrenbilimin merkezindeki çekirdeği oluşturan matematiksel fikirlerin gücünü ve heyecan vericiliğini de duyumsatmağa çalışmaktadır. Bu fikirlerin tarihleri ve evrimleri de çoğu kez kendileri kadar büyüleyicidir ve burada, sırasında öyküde yer alan bazı başrol oyuncularının yaşam ve kişiliklerine de kısaca göz atılarak, kronolojik sıraya göre sayfa sayfa açılan bir öykü biçiminde sunulmaktadırlar. Burada karşılaştıkları kavramların altındaki teknik ve matematik temeller hakkında daha fazla bilgi edinmek isteyenler için, kitabın sonundaki "Notlar" bölümü hem konulara ilişkin daha ileri ayrıntılar, hem de okunabilecek başka kaynaklara göndermeler sunmaktadır.

Öndeyiş

Açık ama rüzgârlı bir havada, yelken sporu yaptığınızı düşünün. Denizin yüzeyi çırpıntılı ve göğün rengini yoğunlaştırarak yansıtan canlı ve parlak bir mavi. Derken birdenbire hava değişiyor; rüzgâr dinliyor, gökyüzü bulutlanıyor, okyanusun yüzeyi durulup dümdüz oluyor. Su da yeşile dönüp saydamlaşıyor, aşağıdaki mercan kayalıklarına ve rengârenk bir hareketlilik içindeki o yeni dünyaya bir göz atmamıza izin veriyor. Daha yakından bakmak için yüzeyin altına dalarsanız, yukarıdaki hava ortamında 20/20 olan görüş yeteneğinizin aşağıda size ancak bulanık birtakım lekeler sunabildiğini görüyorsunuz. Fakat biri size bir dalış gözlüğü verirse, su yüzeyinin altındaki dünya da üstünden ilk gördüğünüz manzara kadar açık ve net, hatta ondan daha güzel ve büyüleyici oluveriyor.

Aynı şekilde, açık ve aysız bir gecede, şehir ışıklarından uzakta, bir çölün ortasına gittiğinizi düşünün. Simsiyah bir zeminin önünde yıldızlar, gezegenler, bulutsular, takımyıldızlar ve Samanyolu başdöndüren bir düzen içinde, pırıl pırıl gözlerinizin önündedir. Bir teleskoptan yararlanırsanız, daha da ekzotik nesneler ortaya çıkar: görkemli sarmal galaksiler, geçmiş sü-

pernova patlamalarından arta kalmış kocaman küresel ışık ve renk topları. İlk radyo-teleskoplardan geliştirilmiş gittikçe daha karmaşık ve dakik gökbilim aletleri, pulsar (atarca) ve kuazarların görüntülerini ve her yerde var olan kozmik mikrodalga artalan ışınlamalarını size ulaştırır. Ne var ki bütün bunlar görkemli kozmos okyanusunun yüzeyinde yer alan görünüşlerdir sadece. Yüzeyin altında ve insanın görüş alanının ötesinde neyin yattığı, bütün bu olguların doğup geliştiği altyapıyı neyin sağladığı, gerekli bir donanım olmadan görülemez. Bu donanım da, düşgücümüzün kendi doğal sınırları dışında da çalışmasına izin veren bir zihin gözlüğüdür.

Bu kitabın ulaşmak istediği hedef, okura bu zihin gözlüğünü sağlayarak, onu alışık olmadığı eğri uzay-zaman dünyasında serbestçe dolaşma yetisine kavuşturmaktır. İnsan bu dünyaya bir anda balıklama dalmayı bekleyemez elbette, fakat biraz sabır ve sebatla bu işe uygun aletler, önüne yeni ve akla gelmedik manzaralar açıldıkça, ona gerçekten doyurucu ödüller getirebilecektir. Bunun ötesinde, kitap insanın düşgücüne –mevcut olmasalardı dış dünyanın duyularımız üzerindeki etkisinin çoğunlukla “gürültü” olarak kalacağı türden zihinsel sıçramaları yapabilme yetisine– yönelik bir övgü ve bir kutlamadır da. Matematiksel imgelem ve onun yarattığı imgeler, birbirine sıkıca bağlı olarak, bize yüzeyin altındaki gizli ama büyüleyici yapıyı görmemize olanak veren görme yetisini sağlarlar.

Türkçe Basıma Önsöz

Bu kitabın İngilizce olarak ilk yayımlanışından beri geçen beş yıl gökbilim ve evrenbilim alanlarında heyecan verici yıllar oldu. [Bu dönemde yer alan] en büyük olaylardan biri, yıllarca süren sonuçsuz araştırmalardan sonra nihayet başka yıldızların çevresinde dolaşan bir dizi gezegenin art arda keşfedilmesidir. Bu keşiflerin ilginç özelliklerinden biri, –şu sırada sayıları 40'ı aşan– bu gezegenlerin hiçbirinin gerçekte *gözlenmemiş* olmasıdır. Bunların varlığı, bağlı oldukları yıldızla yaptıkları kütleçekimsel etkiden çıkarsanmaktadır. Newton yasalarından yararlanarak, sadece matematiksel araçlarla, *görülmeyen bir gezegenin yörüngesini belirleyebiliyoruz*. Özel olarak da onun kütlesini ve yıldızdan uzaklığını tahmin edebiliyor ve bunlardan da bildiğimiz biçimiyle yaşamın bu gezegende var olup olamayacağı konusunda bir fikir edinebiliyoruz.

Daha büyük kozmolojik ölçekte ise, yeni teknolojiler gökbilimcilerin, gözlenebilir evrenin en ücra köşelerine gittikçe daha derin biçimde nüfuz etmelerine olanak verdi. 2000 yılının mayısında bir gözlem raporunda yeni bulunmuş bir galaksi –şimdiye dek gözlenebilmiş en uzak galaksi– betimleniyordu;

bunun, galaksi oluşumunun en erken dönemine, Büyük Patlamadan sonraki ilk milyar yıla, ait olduğu tahmin ediliyor. Bir başka yönde, yoğun süpernova gözlemleri 1998 yılında, evrenin genişleyişinin beklendiği gibi yavaşlamakta değil hızlanmakta olduğunu düşündürebilecek çok önemli bir keşfe yol açtı. Buna önerilen ilk açıklama, Einstein'ın temel genel görelilik denklemlerinin, kendisinin de vaktiyle önerdiği biçimde, "kozmozolojik değişmez" adıyla bilinen terimi de içine alacak şekilde değiştirilmesinin gerekebileceğidir.

Son olarak, gözlenebilen evrenin ta başlangıcına kadar gerilere gidilerek, kozmik artalan mikrodalga ışıınının gittikçe daha ayrıntılı haritaları yapıldı. Yeni binyılın ilk yılları, evrenin biçimine dair en temel soruları nihayet sonuca bağlamak umuduyla söz konusu ışıını inceleme üzere, yeni uyduların fırlatılmasına ve yeni matematiksel araçların geliştirilmesine tanık olacaktır.

İçinde bulunduğumuz dönem evrenin araştırılması açısından heyecan verici bir dönemdir. Bu kitabın amacı da başlangıçta ne ise hâlâ odur: Okurlara, araştırma yöntem ve araçlarını tam olarak anlayıp değerlendirebilmeleri, yeni keşif ve buluşlar ortaya çıktıkça bunların kapsam ve önemlerini kavrayabilmeleri ve bütün bu heyecanı paylaşabilmeleri için gereken [bilgisel] artalanı sağlamak.

Robert Osserman

I. Bölüm

Ölçülemezi Ölçmek

*Gölgen, ey Dünya, kutuptan orta denize dek,
Süzülür şimdi sessiz, Ay'ın usulca ışılan yüzünde
Sarsılmaz bir sükûnetten oluşan
Tek renkli pürüzsüz bir eğri çizgi halinde*
Thomas Hardy, *At a Lunar Eclipse*

Iki bini aşkın yıl önce eski Yunan'ın filozof-bilginleri, o zaman için günümüzde Güneş sisteminin sınırlarını araştırma serüveniyle karşılaştırılabilecek kadar insanın gözünü korkutan bir tasarımı gerçekleştirmeye giriştiler. Girişimin amacı tüm yerkürenin biçim ve boyutlarını belirlemektir. Eski Yunanlıların gözünde yerküre havsalaya sığmayacak kadar büyüktü. Ne Yunanlılar ne de ilişki kurabildikleri uygarlıklardan herhangi biri, hiçbir zaman karadan ya da denizden onun bütünü üzerinde dolaşmış değillerdi; ancak küçük birer parçasını tanıyorlardı. Dünya'nın doğrudan doğru-

ya ölçülebilen küçücük bölümlerinden, henüz araştırmalara hatta hayallere bile konu olmamış uzak toprakların sonsuzluklarına atlamak için gerçekten büyük akıl ve zekâ hamleleri gerekiyordu. Bu iş ayrıca tamamen yeni bir bilgi dalının sistemli biçimde gelişmesini de gerekli kılıyordu ki, Yunanlılar buna *geometri* adını vereceklerdi; yani, öz anlamıyla “yerkürenin ölçümü”.

Geometrinin ilk dönem tarihinde yer alan en tanınmış adlardan biri, yaşam süresi MÖ altıncı yüzyılın büyük bölümünü kaplayan Pythagoras’ınkidir. Fakat Pythagoras’tan uzun yıllar önce de Mısırlılar, örneğin bir piramidin tabanını çerçeveleyen doğrular gibi, birbirine dik çizgiler çizmek için basit bir yöntem düşünmüşlerdi. Bunun için üzerine eşit aralıklarla düğümler atılmış bir ip kullanıyorlardı. İpin üzerinde sırasıyla 3, 4 ve 5 aralık içeren üç parça işaretleyip, ipi bu işe uygun olarak yere çaktıkları üç kazığın çevresine, söz konusu parçalar bir üçgenin kenarlarını oluşturacak şekilde sıkıca sardıkları zaman, 3 ve 4 aralık boyundaki parçalar arasındaki açının dik açı, yani 90° olduğunu bulmuşlardı. Ayrıca, belli bir koşul yerine geldiği zaman, bu değerlerden farklı kenar uzunluklarının da aynı işi görebildiğini de bulmuşlardı. Bir dik açı elde etmenin püf noktası, en uzun kenarın karesinin öteki iki kenarın karelerinin toplamına eşit olmasıydı ki, biz bu bağıntıyı “Pythagoras teoremi” adıyla biliyoruz. Babilliler de bu ilişkinin farkına

varmışlardı. Aslına bakılırsa Pythagoras'tan bin yıl önce, "Yasa-koyucu" Hammurabi'nin zamanında, Babilliler⁴, sayıları göstermek için daha karmaşık ve ayrıntılı bir sistemle biraz temel cebir ve geometri de dahil olmak üzere, matematiği Mısırlılardan çok daha yüksek bir düzeye kadar geliştirmişlerdi. Sadece "Pythagoras teoremi"nden haberli görünmekle kalmayıp, hepsi de birer dik üçgenin kenarlarını temsil eden üçlü sayı gruplarından –bunların arasında (65, 72, 97) ve (119, 120, 169) gibi pek akla yakın gelmeyen değerler de vardır– oluşan uzun bir liste de yapmışlardır.

Peki, öyleyse neden bu teoreme sahneye en son gelen Pythagoras'ın adı verilmiş? Mısırlılar ve Babilliler⁴ zamanda öncelik taşısalar da, matematiğin temel kavramı olan tanıtlamayı (ispat) düşünebilmiş olduklarına dair elimizde herhangi bir belirti yoktur. Pythagoras'ın adının bu teoreme bağlanmasının nedeni, söylenenlere bakılırsa böyle bir tanıtlamayı yapan ilk kişi olmasıdır. İşin doğrusu ise, bunu yaptığına dair dolaysız kanıt yoktur. (Pythagoras'ın yazılı metin şeklinde herhangi bir eser bırakıp bırakmadığı bilinmiyor; bıraktıysa bile yazıları günümüze ulaşmamıştır.) "Pythagoras teoremi"nin ilk tanıtlanmasının da sonraki yüzyıl içinde onun izleyicileri "Pythagorasçılar"dan kaynaklanmış olması güçlü bir olasılıktır.

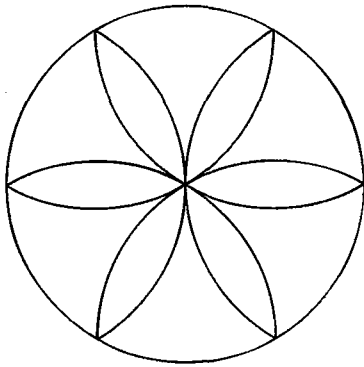
Sonradan tüm Yunan matematikçilerinin en ünlüsü olan Eukleides, Pythagoras'tan iki yüz yıl son-

ra doğdu. Pythagoras'la Eukleides arasındaki dönemde, geometri iki koşut yolda gelişti. Bunlardan biri, üçgenler, dikdörtgenler ve çember yaylarıyla sınırlanmış şekiller gibi özel biçimlerin ayrıntılı incelemesiydi. Öteki ise tanıtlama yönteminin ve doğrudan gözlem yoluyla sağlanamayacak yeni buluşlara⁵ yol açan tümdengelimli usyürütmenin geliştirilmesiydi. Eukleides'in sahneye çıktığı sıralarda, hatırı sayılır bir geometrik bilgi ve beceri dağarcığı oluşmuştu bile.

Eukleides'in yaşamı Pythagoras'inkinden⁶ de çok karanlıkla örtülüdür. Kesin olarak söylenebilecek hemen hemen tek şey, MÖ 300 dolaylarında İskenderiye'de yaşayıp çalışmış olduğudur. Ancak o, Pythagoras'ın aksine, yazılı eserler bırakmıştır; bu yazılar günümüze kadar gelmekle kalmayıp, tüm matematik için bir model oldukları gibi, modern bilimin birçok alanına da temel olmuşlardır. Eukleides'in, en ünlü ve tanınmasında en büyük rolü oynayan anıtsal eseri *Öğeler*'dir (*Stoikheia*, *The Elements*); bu, on üç kitaplık bir matematik bilgiler özeti olup bunlardan beşi ikiboyutlu şekiller geometrisine, üçü üçboyutlu geometriye, kalanı da öteki konulara ayrılmıştır.

Eukleides'in *Öğeler*'i Batı dünyasının ruhsal evreninde derin bir etki, bir sarsıntı yarattı. Başlangıçta, matematik ve diğer bilimlerde araştırmalar için hem bir alet hem de bir model olarak görülen eser, yavaş yavaş evrilerek standart eğitimin temel

bileşenlerinden biri haline geldi; her genç öğrencinin mutlaka cebelleşip içselleştirmesi, özümsemesi beklenen bir entelektüel donanım ögesi oldu. *Öğeler*'in insanlar üzerindeki büyüünün en az dört bileşeni vardır. En başta kesinlik kavramı, usdışı inançlar ve sallantılı kurgulamalarla dolu bir dünya karşısında bu kitapta karşılaşılan önermelerin en küçük bir kuşkuya bile yer kalmayacak şekilde tanıtlanmış olduğu duygusu gelir. Nitekim yüzyıllar boyunca Eukleides'in kullandığı sayıtların ve usyürütme yöntemlerinin kimi noktaları sorgulanmışsa da, şaşırtıcı gerçek şudur ki, iki bin yıl sonra bile hiç kimse *Öğeler*'de hiçbir gerçek "yanlış", yani verilen sayıtlardan mantıksal olarak çıkarsanamayan hiçbir önerme, bulamamıştır. İkinci bileşen, kullanılan yöntemin gücüdür. Açıkça saptanıp konmuş çok az sayıda sayıtlıdan, Eukleides göz kamaştırıcı bir dizi sonuç çıkarmıştır. Üçüncüsü, tanıtlamalarda kullanılan ince ve özgün zekâ gösterisidir: iyi kotarılmış bir dedektif öyküsünün çekiciliğini artıran zekâ oyunlarından pek de farklı olmayan bir özellik. Son olarak, *Öğeler*'in ilk kitaplarında usyürütmeye konu olan nesneler, kendilerine uygulanan herhangi bir biçimsel usyürütmeden ayrı ve bağımsız olarak, içlerinde kendilerine özgü bir estetik çekicilik taşıyan geometrik biçimlerdir. Bütün bu özelliklerin bir birleşimi Edna St. Vincent Millay'e, şiirinde dile getirdiği duyguları esinlemiştir: "Bir tek Eukleides seyretmiştir Güzelliği çıplak."



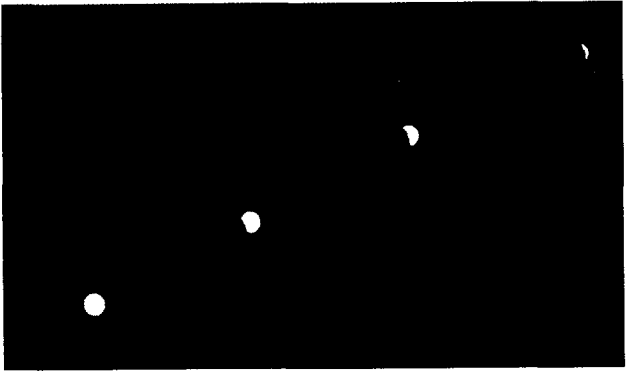
Bir geometrik şekil

Matematikçilerin incelediği bütün biçimler arasında bir tanesi insan üzerinde özellikle büyüleyici bir etki yapagelmiştir: Daire ya da çember. Eukleides geometrisinin bütünü gibi, bu tek biçim—daire—de, dünyanın ve evrenin biçim ve işleyişini betimlemek için gelecekte yapılacak tüm girişimlerde—olumlu ya da olumsuz⁷—çok önemli bir rol oynayacaktır.

Çember kavramı insanın bilinç alanına nasıl girmiştir? Doğada gerçek bir dairenin görülebildiği yerler şaşılacak kadar azdır. En çarpıcı örnek kuşkusuz her gün karşımızda olan Güneş'tir, her ne kadar ufka yakın olduğu ya da ışığı ince bir bulut veya sis tabakasından süzülüp geldiği zamanlar dışında, doğrudan doğruya gözlenemeyecek kadar parlak ise de. Bir bakıma ondan daha da etkileyici olan, yavaş yavaş biçim alarak her yirmi sekiz günde bir kusursuz bir daireye dönüşen dolunaydır.

Yıldızları gözleyenlerin farkına vardıkları dolaylı bir örnek de, yıldızların her gece başımızın üzerinde izledikleri yollardır: Bunlar, Kutup Yıldızına yakın olanların devinimlerinde en iyi göze çarpan çember yayları şeklinde yörüngeler çizerler. Yeryüzünde çemberin ortaya çıktığı durumlardan biri, durgun bir su birikintisine düşen ilk yağmur damlalarının ya da durgun bir havuza atılan bir çakıl taşının sebep olduğu o güzel iç içe dalgalar örüntüsüdür. Denizin kıyısında ya da bir geminin kış güvertesinde duran birinin gözünde ufuk çizgisi de kocaman bir çember biçimini alır.

Dünyanın biçimine dair ilk ipucunu veren belki de ufkun bu çembersel biçimi olmuştur. Eski çağlarda Dünya'nın biçimine ilişkin somut kanıtlar Dünya'nın kendisinin doğrudan gözlemlenmesi so-

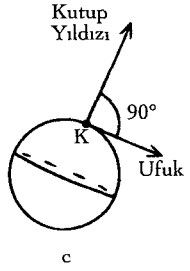
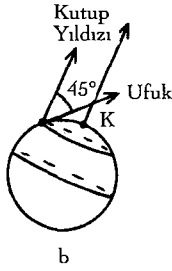
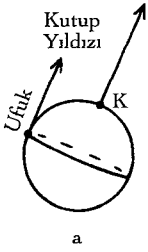


Ay tutulmasının dört aşaması; hemen hemen kusursuz bir daire olan dolunayla başlıyor; sonra, Dünya'nın gölgesi Ay'ın yüzünde ilerledikçe, kenarından gittikçe büyüyen dairesel bir "lokma ısırlıyor".

nucu olmayıp, daha çok geceleyin gökyüzünün gözlenmesinden çıkıyordu. İlk yıldız seyircilerinin, yaptıkları iki anahtar gözlemin anlamını ne zaman kavradıklarını söylemek olanaksız olmakla birlikte, bunların her ikisi de MÖ dördüncü yüzyılda Aristoteles tarafından⁸ fark ve kaydedilmiştir.

Birinci gözlem, Güneş, Dünya ve Ay'ın aynı hizaya gelmesiyle Dünya'nın, Güneş ışığının Ay'a ulaşmasını geçici olarak engellemesi sonucu meydana gelen Ay tutulmasıyla ilgiliydi. Bu olayda Dünya'nın gölgesi yavaş yavaş Ay'ın yüzeyinde ilerler ve açıkça daire biçimindedir.

İkinci kanıt daha dolambaçlı olmakla birlikte, birinciden daha da inandırıcıdır. Bunun için göğün yeryüzünde sabit bir noktadan değil, farklı enlemlerde birkaç noktadan gözlenmesi gerekiyordu. Böyle yapılıncı, güneye gidildikçe kuzeydeki bildik takımyıldızların ufka doğru alçaldığı, buna karşılık güneydekilerin gittikçe yükseldiği açıkça görölüyordu. Dahası, güney ufkunda, yüksek enlemlerde⁹ hiç görölmeyen yeni takımyıldızlar da belirmeye başlar. Güney yönünde ne kadar ilerlenirse, adı geçen yeni takımyıldızlar da gökte o kadar yükselir ve ortaya çıkan yeni takımyıldızların sayısı da o kadar artar. Sonunda, gözlemler birike birike, bu değişimlerin, tam tamına Dünya küre biçiminde olsaydı beklenecek durumlar olduğu apaçık göz önüne serildi. Görölldüğü gibi, iki bini aşkın yıl önce de, düz bir dünya tasarımı gözlemle-



- a. Eşlek (Ekvator) üzerindeki bir gözlemci için Kutup Yıldızı tam ufukun üzerinde yer alır.
- b. 45° enlemindeki bir gözlemci Kutup Yıldızını ufukun 45° üstünde, yani ufukla başucu noktasının tam ortasında görür.
- c. Kuzey kutbunda Kutup Yıldızı tam başucumuzda görünür. (Bu dediklerimizin ancak yaklaşık olarak doğru olduklarını da kaydedelim. Tam olarak doğru olmaları için Kutup Yıldızının tam kutup noktasında bulunması gerekirdi; oysa bu noktanın yaklaşık 1° kadar açığında yer alır.)

nen gerçeklere uymuyordu ve bırakılması gerekmişti. Ama asıl meydan okuyucu sorun, Dünya'nın biçimiyle ilgili nitel[iksel] sorun değil, boyutlarını belirlemekle ilgili (nicel[iksel]) sorundu. Uçsuz bucaksız alanlar kaplayan okyanuslar, gezilerin önünde aşılmaz engeller oluştururken, insan tüm yerküreyi nasıl ölçebilirdi? Bu soruya son derece ilginç ve dahice bir yanıt, İskenderiyeli Eratosthenes'ten geldi.

İskenderiye Mısır'ın kuzeyindeki Nil deltasında, nehrin Akdenize döküldüğü yerde, kendi ihtiraslarının büyüklüğüne denk bir kent isteyen Büyük İskender tarafından kurulmuştu. İskender bu işte akılları durduracak kadar başarılı oldu. Eski İskenderiye, o çağın edebiyat, araştırma ve bilim

alanlarında en büyük ve sivrilmiş yeteneklerini, kısmen büyük kütüphanesi –ki dünyanın en zengin bilim eviydi– sayesinde, kendine çekti. MÖ üçüncü yüzyılın ikinci yarısında bu kütüphanenin başında, şiir ve edebiyat eleştirisi kitapları da yazmış olan, İskenderiye’nin en büyük bilimsel yeteneklerinden biri, Eratosthenes bulunuyordu.

Eratosthenes’in yerkürenin boyutlarını belirlemek için kullandığı yöntem üç öğeye dayanıyordu. Birincisi, az sonra açıklanacak olan, bir parça temel geometriydi. İkincisi, güney Mısır’da Nil kıyısında kurulmuş, bugün Assuan adıyla bilinen, o zamanki adıyla Syene kentine ilişkin –şans eseri böyle buluşlar için biçilmiş kaftan– bir coğrafi olguyu içeriyordu. Üçüncüsü de, *gnomon* adı verilen son derece basit bir aygıtı.

Gnomon, düz bir yere dikilmiş dikey bir çubuktan ibaret olup çok uzun zamandan beri kullanılmış ve kullanılmaktaydı. Güneş’in gökte ilerlerken düşürdüğü gölgenin izlenmesini sağlıyordu. Gnomon daha gelişmiş akrabası olan Güneş saatiyle yapıldığı gibi saatin kaç olduğunu söylemekte kullanılamazsa da, şaşılacak kadar çok ve çeşitli yararlı bilgiler sağlayabilir.

Bir kere gnomon günde bir kez, Güneş’in gökte en yüksek ve kendi gölgesinin de en kısa olduğu anda, yani öğle vakti, tam ve kesin “saati” verir. Buna ek olarak pusulalık da yapar, çünkü öğle vakti gölge tam kuzeyi gösterir (en azından Avru-

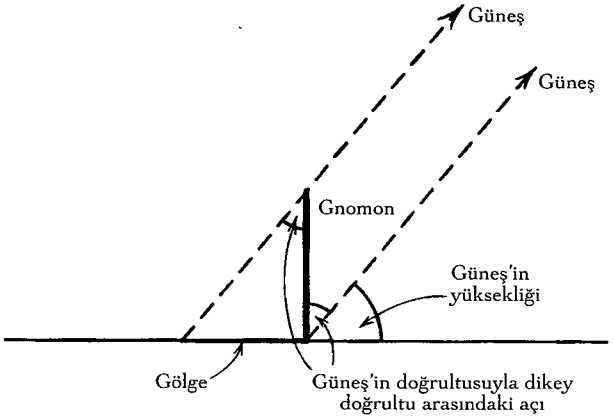
pa'da ve İskenderiye de dahil Kuzey Yarımkürenin en büyük bölümünde. Ama koşullar ne olursa olsun, gözlemci hangi yarımkürede bulunursa bulunsun, öğleyin Güneş'in düşürdüğü gölge her zaman kuzey-güney eksenini üzerinde yer alır).

Gnomon ayrıca, her yılın iki kilit gününü, yani yaz ve kış gündönümlerini¹⁰ belirlemek suretiyle, bir tür ilkel takvim olarak da işe yarar. Yılın her günü öğle anında gölgenin ucuna bir işaret konulacak olursa, Güneş'in gökte alçaktan geçtiği kış mevsiminde gölgelerin daha uzun, yüksekte geçtiği yaz mevsiminde ise daha kısa olduğu görülür. Öğleyin düşen gölge, yazınki en kısa durumundan yavaş yavaş uzayıp altı ay sonra en uzun boyuna ulaşarak ve sonraki altı ay boyunca tekrar kısalarak, yıl boyunca bir çevrim (*cycle*) tamamlar. Öğleyin gölgenin en kısa ve Güneş'in en yüksek olduğu güne *yaz gündönümü* denir. Altı ay sonraki, Güneş'in en alçak ve gölgenin de en uzun olduğu gün ise *kış gündönümü* adıyla bilinir. Ayrıca, bir gündönümünden ötekine kadar geçen günleri saymak da yılın uzunluğunu doğru olarak ölçmekte kullanılan en eski yöntemlerden biri olmuştur.

Son olarak, gnomon Güneş'in yüksekliğini, yani belli bir anda (en azından güneşli günlerde) ufuktan açısal uzaklığını, belirlemekte de kullanılabilir. Tek yapılacak şey, gölgenin ve çubuğun uzunluklarını ölçmektir. Bu ölçümlerle oranlı bir dik üçgen kurarak gölgenin karşısına rastlayan açı ölçülebilir;

bu açı da Güneş'in doğrultusunun başucu doğrultusundan (dikey doğrultudan) ne kadar saptığını gösterir.

Gnomonun kullanımı Eratosthenes ve çağdaşları tarafından pek iyi bilinmekteydi. Fakat Eratosthenes'e yerkürenin boyutlarını belirleme işinde asıl

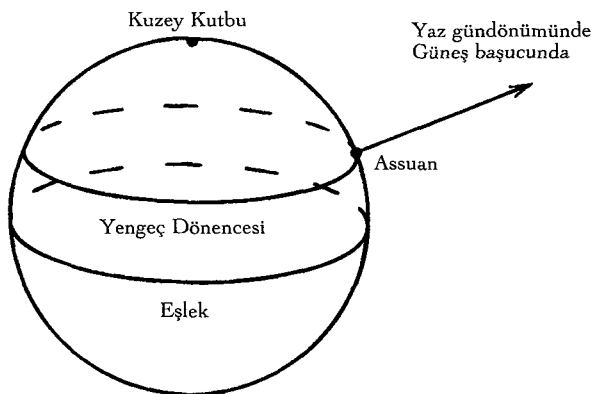


Gnomon ve gölge

ilhamını veren, Assuan'ın rastlantısal coğrafi özellikleri oldu. Bu kent İskenderiye'nin hemen hemen tam güneyine rastlar; ayrıca her yılın belli bir anında (yaz gündönümünde öğle vakti) Güneş'in tam başucundan geçtiğini görmek gibi bir ayrıcalığa da sahiptir. Her yıl bu özel anda, Assuan'da gnomon hiç gölge vermez (kent hemen hemen Yengeç Dönencesinin üzerindedir; yaz gündönümünde Güneş'in tam başucundan geçtiği —eşleğin yaklaşık

23,5° kuzeyindeki— yerleri birleştiren çembere bu ad verilir).

Eratosthenes bu olguları birtakım basit ama akıllıca geometrik usyürütmelerle bir araya getirmek suretiyle, o dikkate değer başyapıtını gerçekleştirdi: Dünya'nın çevresinin ölçümü (daha doğ-

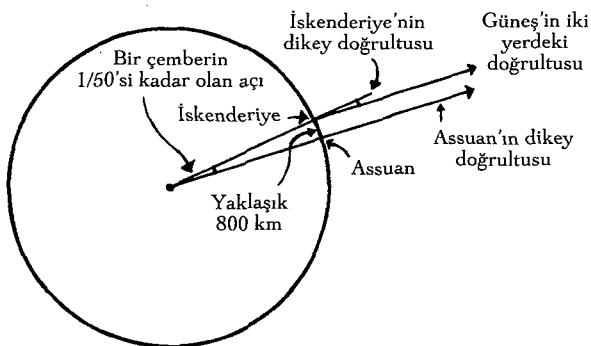


Yengeç Dönencesi eşleğin yaklaşık 23,5° kuzeyinde yer alan bir enlem dairesine verilen addır.

rusu, hesaplanması). Yaz gündönümünde öğle vakti, gnomonunu kullanarak İskenderiye'de Güneş'in doğrultusuyla başucu doğrultusu arasındaki açıyı saptadı, o kadar. Aynı anda Assuan'da Güneş tam başucunda olduğundan, İskenderiye ile Assuan'ın dikey doğrultuları arasındaki¹¹ açıyı da böylece saptamış oluyordu. Bu açının, bir çemberin uzunluğunun 1/50'si kadar olduğunu buldu. Bu, Dünya'nın tam çevresinin İskenderiye'yle Assuan

arasındaki uzaklığın 50 katı olduğu anlamına geliyordu. Bu iki kent arasındaki uzaklık bugünkü ölçülerle kabaca 800 km olduğuna göre, Dünya'nın çevresinin de 40 000 km kadar olması gerekti.

Eratosthenes'in yöntemindeki¹² şaşkınlık verici yalınlık, bulduğu değerin içerdiği birkaç ufak ku-



Eratosthenes'in yerküreyi ölçme yöntemi: Güneş Assuan'da tam başucundayken, İskenderiye'de -dikey bir kazığın gölgesinden yararlanılarak- Güneş'le dikey doğrultu arasındaki açının ölçülmesi.

sur ve belirsizlikle gölgelenemeyecek kadar parlaktır. Bu yanılgı faktörlerinin birincisi, Güneş doğrultusuyla dikey doğrultu arasındaki açının o devirde ancak yaklaşık olarak ölçülebilmesidir. İkincisi, Assuan'ın İskenderiye'ye göre tam tamına değil ancak kabaca güneye düşmesidir. Üçüncüsü, iki kent arasındaki uzaklığı tam olarak ölçmenin çok güç, hatta olanaksız olmasıdır. Son olarak, eski öl-

ü birimlerinin modern terimlerle nasıl yorumlanacağı konusunda hatırı sayılır bir kesinsizlik payı vardır. Uzun mesafeler o çağda *stadion* denen birimle –bir stadyumun boyu– ifade ediliyordu. Eratosthenes’e göre yerkürenin çevresi 250 000 *stadion*’du. Bir *stadion*’un değeri 600 “ayak” olarak standartlaştırılmıştı; ancak “ayak”ın değeri standart değildi ve yerine göre artı eksi yüzde 10 kadar oynayabiliyordu. Dünya’nın çevresi olarak verilen 40 000 km rakamı, bir *stadion* için tanım olarak bu ölçeğin en düşük değerinin alınmasından çıkmaktadır. Bütün bunların açık seçik sonucu şudur: Eratosthenes’in tahmininin birkaç bakımdan, bilimsel açıdan kesin bir lmnden çok bir “göz kararıyla ölçüm” olduğu söylenebilir. Yine de bu değer, –iki kutup kuşağıyla bir okyanusun aşılmasını gerektirecek– bir dolaysız yaklaşımın kesinlikle olanak dışı olduğu durumlarda, kullanılan basit ama zekice geometrik usyürütmenin başarı sağlama yeteneğine çarpıcı biçimde tanıklık etmektedir.

Eratosthenes’in Dünya’nın boyutlarını tahmini, en ünlüsü olmakla birlikte, hiç de bu türden ilk tahmin değildir. Bir nceki yüzyılda Aristoteles de, olasılıkla daha da erken bir döneme ait adı bilinmeyen matematikçilere atfettiği bir rakam söyler. Kremizin evresinin uzunluğuna ilişkin bu ve daha sonraki tahminler, yüzyıllar sonra, keşifler çağında önemli bir rol oynayacaklardır. Bundan da te, Eratosthenes’in kullandığı usyrtme türü, tüm

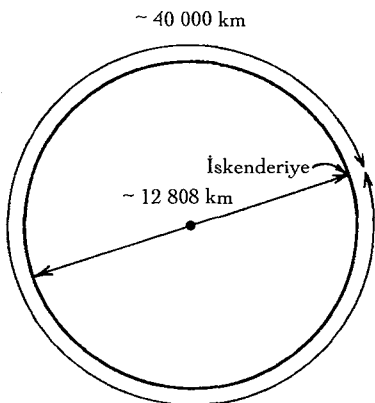
evrenin biçim ve kapsamını anlamaya yönelik uzun vadeli çabalarda daha da büyük bir rol oynamaya aday olacaktır.

Eski Yunanlıların, Dünya'nın çevresini ölçme girişimleri doğal olarak, örneğin Dünya'nın çapının nasıl belirleneceği gibi, bu konuyla ilişkili başka sorunları da gündeme getirdi. Dünya'nın yüzeyinde bile uzaklıkları doğrudan doğruya ölçmek olanaksız görünüyorduysa, merkezinden geçerek bir yanından öbür yanına ölçüm yapmak bütünüyle hayal ve fantezi sayılacaktı kuşkusuz. Burada da sorunun yanıtını yine geometri sağladı.

Dairelerin temel özelliklerinden biri, hepsinin birbirine benzemesidir;¹³ bir ölçeğe göre boyutça büyük veya küçük olabilirler, ama bütün parçaları aynı ölçeğe göre büyüyüp küçüldüğünden, örneğin çevrenin çapa oranı gibi oranlar bütün daireler için aynı kalır. Tek sorun şudur: Bu oran ne? Yanıtın yaklaşık olarak 3 olduğu erken dönemlerde biliniyor ve Kitabı Mukaddes'te de geçiyordu¹⁴. ($3\frac{1}{8}$ gibi daha doğruya yakın değerler çok daha eskiden de Babilliler ve Mısırlılarca biliniyordu.) Yeni çağlarda bu oranı göstermek için Yunan alfabesinin π (pi) harfi kullanılmaktadır, çünkü bu harf Yunanca ("çevre ölçümü" anlamına gelen) perimetron sözcüğünün baş harfidir. π 'nin değeri özenle ilk kez, Antik Çağın en büyük bilim adamı ve Eratosthenes'in çağdaşı Arkhimesdes tarafından hesaplanmıştır. Arkhimesdes π 'nin değerinin $3\frac{10}{71}$ ile $3\frac{1}{7}$

arasında olduğunu göstermiştir. Bunun anlamı şudur: Eğer Dünya'nın çevresi, İskenderiye'de başlayıp bitmek üzere, 40 000 km ise, merkezinden geçmek üzere bir yanından öbür yanına uzaklık da 12 800 ile 12 808 km arasında bir yerdedir; görüldüğü gibi hesaptaki hata payı son derece küçüktür.

Böylece, iki bini aşkın yıl önce, yerkürenin biçimi ve boyutları oldukça iyi saptanmış bulunuyor-



Yerkürenin çapının "ölçülmesi"

du. Ne yazık ki, antik uygarlıkların çöküşüyle birlikte, bin yıllık bilgi ve bilgelik Avrupa kıtası için kaybolup gitti. Fakat iyi bir talih eseri olarak, Batının gerilemesi kabaca Arap (İslam) uygarlığının yükselişiyle çakıştı ve eski bilgilerin pek çoğu Arapçaya çevrilerek bu uygarlığa geçti. Buna koşut olarak, bilinenleri daha da geliştirip kesinleştir-

mek arzusu da doğdu. Buna bir örnek Semerkandlı El Kâşî'nin¹⁵ akılları durduran başarısıdır. El Kâşî 1494'te Arkhimedes'in π hesaplama yöntemini o çağda hayal bile edilemeyecek kadar ileri götürecek, π 'nin değerini virgülden sonraki on altıncı haneye kadar¹⁶ hesapladı. Bunu sadece daha önce aynı hesabı yapmış olanların hepsini çok gerilerde bırakmanın zevki için değil, çok özel ve belli bir amaçla yapmıştı: Evrenin çevresini bir at kılı payı hatayla belirlemek istiyordu. El Kâşî'nin, π 'nin değerini hesaplamakta ulaştığı doğruluk derecesini anlayabilmek için şöyle düşünebiliriz: Eğer Dünya çevresi 40 000 km olan tam bir küre olsaydı, El Kâşî'nin bulduğu π değeri bu kürenin çapını bir inçin on milyonda biri kadar hata payıyla belirleyebilirdi. O zamana kadar ulaşılabilmiş, uzaktan da olsa bununla karşılaştırılabilir başarı, beşinci yüzyılda Çinli matematikçi Tsu Ch'ung-chih¹⁷ tarafından bulunan $\frac{355}{113}$ veya $3\frac{16}{113}$ değeri idi ki, bu oran π 'nin değerini virgülden sonra altıncı rakama kadar verebiliyordu.

Ashında Semerkand, El Kâşî'nin orada yaşayıp çalıştığı sırada, dünyanın en büyük uygarlık merkezlerinden biriydi. Moğol imparatoru Timurlenk orayı kendine başkent yapmıştı. Sonradan yerine geçen torunu Uluğ Bey matematik ve gökbilimdeki başarılarıyla gururlanıyordu. Semerkand'da bir gözlemevi yaptırmıştı; El Kâşî orada çalışıyordu. O zamana dek gerçekleştirilen en büyük yıldız kata-

loğu da orada derlendi. Modern yıldız adlarımızın çoğu Arapça kökenlidir.

Semer kand bugünkü Özbekistan'ın güney kesiminde yer alır; burası, Yunan uygarlığının çöküşünden sonra ve yeni çağların başlangıcından önce dünyanın matematik de halarının çok önemli bir bölümünü yetiştirmiş olan bölgedir. O zamanlar Harez m diye adlandırılan, Aral Gölünün hemen güneyindeki alandan iki önemli kişilik çıkmıştır. Biri 973'te doğan ve yaşamı sonraki yüzyılın büyük bir bölümünü dolduran parlak zekâlı El Bîrûnî'dir. Onun adına daha ilerde de rastlayacağız. Daha da ünlü olan ikincisi, doğum yerinin adıyla, sadece El Harez mî olarak bilinir. Adı bozularak modern matematik terimi "algoritma"ya (*algorithm*) dönüşmüş, yazdığı kitaplardan birinin adından bize "cebir" (*algebra*) terimi kalmıştır. "Hindu aritmetiği" hakkındaki ilk Arapça inceleme kitabını da o yazmış, Latinceye ilk olarak bu kitap çevrilmiş ve Batıda "Arap rakamları"nın evrensel olarak benimsenmesi yönündeki itici gücün bir parçası olmuştur.

Halife El Me'mun'un saltanatında, 813'ten 833'edek, El Harez mî halifenin kurduğu, Bilgelik Evi (*Dâr'ul-Hikmet*) denilen bir tür araştırma kurumu/kütüphanesi içinde çalıştı. El Harez mî'nin katıldığı El Me'mun'un projelerinden biri, yer yüzeyinde bir derecelik enlem uzunluğunu doğrudan doğruya ölçmek suretiyle, Dünya'nın çevresini

özenle ve dikkatle tahmin etmekte. Bir yerölçüm ekibi Bağdat'ın 320 km kuzeyinde (Kitabı Mukaddes'te geçen Ninova kenti yakınlarında) geniş ve düzlük bir ovaya gitti. İlk ölçümden sonra tam kuzeye doğru, Güneş'in öğle vakti yüksekliğinin çıkış noktalarındakine (ilk ölçüm yerindekine) göre tam bir derece daha düşük olduğu yere kadar ilerlediler. Geçtikleri uzaklığın 92 km kadar olduğunu saptadılar. Tam dairede 360 derece bulunduğuna göre, Dünya'nın çevresinin $360 \times$ ekibin geçtiği uzaklık (92 km) = 33 000 km olduğu sonucuna vardılar. O zaman kullanılan "km" bugünkü "km"den biraz uzun olduğundan, bu tahmin çeviride azıcık zarara uğruyorsa da, bu pek önemli değildir. Önemli olan, dokuzuncu yüzyılın başlarında, İslam bilim âleminde Dünya'nın küre biçiminde olduğunun normal ve sıradan bir gerçek olarak kabul edilmekte olmasıdır. Kuzeye ve güneye doğru gidildikçe yıldızlarla Güneş'in yüksekliklerinde gözlenen değişimin, Dünya'nın "eğriliği"yle açıklanabileceği biliniyordu ve dokuzuncu yüzyıl bilgileri, Dünya yüzeyinde dakik olarak ölçülen bir uzaklık üzerinde yıldızların veya Güneş'in ufuk düzlemiyle yaptıkları açılardaki değişimleri ölçmek suretiyle, yerkürenin hem biçimini hem de boyutlarını belirleyebiliyorlardı.

Ne var ki 1000 yılı dolaylarında Avrupalıların çoğu Yakın ve Uzak Doğudaki tüm buluşlardan, hatta bin yılı aşkın bir süredir eski Yunanlıların

biriktirdiği bütün bilgilerden habersiz ve bu konulara ilgisiz ve gerek somut gerek mecazi anlamda ufuklarından ötesini görmekten cizdiler. Onlara göre Dünya düzdü, evrenin sırlarına ise asla erişilemezdi.

II. Bölüm

Yerküreyi Boydan Boya Ölçmek

*Hangi tanrı yaptı bu bölmeyi
Ve getirdi gereken orana her parçayı;
İlkin, eğri-büğrü görünmesin diye Dünya,
Soktu küre biçimine, yuvarlaya yuvarlaya.*

Ovidius, *Metamorphoses* (Başkalaşım lar) - MS ilk on yıl

Batı dünyasının zamana en iyi dayanmış mitlerinden biri, Kristof Kolomb'un,¹⁸ yolculuklarına destek sağlamak için, ilk önce, Dünya'nın yuvarlak değil düz olduğuna ve Asya'ya batıdan gitmeye kalkışınca Dünya'nın kenarından aşağı düşmek tehlikesiyle karşılaşacağına dair yaygın inancı yenmek zorunda kaldığıdır. Hiç kuşkusuz bu mit kısmen tarihsel geçmişin sıkıştırılıp iki ayrı dönemin iç içe geçirilmesinden kaynaklanmaktadır: Avrupa'da gerçekten düz Dünya inancının yaygın olduğu erken Ortaçağ ile, Avrupa'nın eski Yunan'daki ve İslam uygarlığındaki bilgi dü-

zeyine eriştiği, hatta kısmen bunları geçtiği son dönem Ortaçağı.

Gökbilimci, coğrafyacı ve matematikçi Ptolemaios Kolomb'dan bin yılı aşkın süre önce, Roma imparatorluğunun parlak devrinde İskenderiye'de yaşıyordu. MS ikinci yüzyıl boyunca, önceki yüzyıllardaki bilimsel çabaların biriktirdiği kazanımları sağlama almaya ve geliştirmeye çalıştı. Önemli çalışmaları arasında iki eserin tamamlanması yer alır ki, bunlar hem İslam bilginleri hem de Rönesans dönemi Avrupalıları tarafından göklerin ve yerkürenin tam ve kesin betimlemelerini sunan temel kitaplar sayılıyordu. Birinci kitap, sonraki çağlarda yarı Arapça yarı Yunanca adının Latinceleştirilmiş biçimi ile, *Almagest*¹⁹ [*El Micistî, Megistos* = Yun. "en büyük"] olarak tanındı. Geometride Eukleides'in *Öğeler*'i ne idiyse gökbilimde de *Almagest* o oldu: yani, bin yıldan uzun bir süre bu konudaki kesin ve tam yetkeli tek kitap.

Ptolemaios'un *Coğrafya*'sı da aynı şekilde kendi alanında, bütün öteki eserlerin gönderme yaptığı standart ve temel başvuru kaynağı haline geldi. Adı "dünyayı ölçme" anlamına gelen Geometri ile "dünyayı betimleme" demek olan Coğrafyanın konularının birbiriyle çözülemeyecek kadar sıkı bağlantılı olması gerektiği düşünülebilirse de, gerçekte bu iki bilimin tarihsel gelişimleri başlangıçta oldukça ayrı ve farklı oldu. Eldeki coğrafi bilgiler hem az ve dağınıktı hem de pek güvenilir değildi; haritalar

da gösterdikleri yerlere tıpatıp uygun sayılmak üzere yapılmıyorlardı. Eratosthenes harita yapımına matematiksel yöntemleri getiren ilk kişi olarak bilinir. Onun yöntemleri, Antik Çağın en büyük gökbilimcilerinden biri olan –ve bildiğimiz kadarıyla, trigonometriyi, yani bir üçgenin açılarıyla kenar uzunlukları arasındaki bağıntıların sistematik incelemesini de ilk olarak geliştiren– Hipparkhos tarafından daha da kesin ve dakik hale getirildi. Ptolemaios kendinden önceki bilgi ve yöntemlerle çalışıyor, geometriyi coğrafyanın hizmetinde tepe tepe kullanıyordu. Şöyle yazıyordu:

Coğrafyada, Dünya'nın ele alınan bir parçasının özellik ve oranlarının doğru olarak saptanıp söylenebilmesi için, bütün dünyanın genişliği ve biçimiyle birlikte göğün altındaki konumunun da göz önüne serilmiş olması gerekir... Bütün bunları insan zekâsına göstermek, matematiğin büyük ve mükemmel başarısıdır...

Roma'nın çöküşünden sonra Avrupa'da haritalılık önceki haline, yani olgulara ve bilime değil de inançlara ve söylentilere dayalı, daha hayalci durumuna geriledi. Ptolemaios'un *Coğrafya'sının* bir kez daha kullanıma girmesi on üçüncü yüzyılı buldu; ama o zaman da pek yaygın olarak bilinmeyen bir dilde, Yunanca olarak. Latinceye çevrilmesi için iki yüzyılın daha geçmesi gerekti; basımevin-

den çıkan ilk Latince nüsha 1472 tarihini taşır. Kolomb'da da 1479'da basılmış bir tane vardı.

Dünya'nın küre biçiminde olduğu, Ptolemaios'un *Coğrafya*'sında tartışma dışı bir olgu olarak kabul ediliyordu. Yine de daha sonra, 1200'le 1500 yılları arasında yazılan birkaç kitapta Dünya'nın biçimi tartışılmağa devam edildi. Bunların en önemlilerinden birinin sadece başlığı bile, on beşinci yüzyılın eğitim görmüş kişilerinin dünyayı nasıl gördüklerine dair açık bir ipucu verir. Kitabın adı sadece *Küre* idi. Yazarı Hollywoodlu John adlı bir İngiliz'di, ama sanının Latinceleştirilmiş şekliyle Sacrobosco²⁰ olarak biliniyordu; on üçüncü yüzyılın ilk yarısında birtakım kitaplar yazdı. Belki de tarihte hiçbir ders kitabı Sacrobosco'nunki kadar başarıya ulaşmamıştır: Kitap sürekli olarak yeni baskılar yaptı ve yazılışından beş yüz yıl sonra hâlâ kullanılmaktaydı. (Eukleides'in *Öğeler*'ini de ders kitabı sayacak olursak, hiç kuşkusuz uzun kullanılma rekoru onda kalır; ancak *Öğeler* tamamen ayrı bir yaklaşımla yazılmış, derste kullanılacak bir metin olması amaçlanmamıştı.)

Sacrobosco'nun bu kitapta yaptığı, Ptolemaios'un *Almagest*'inden en önemli pasajları uyarlamak, bazı yeni bilgiler eklemek, birtakım teknik ayrıntıları atmak ve böylece, o zamana göre en doğru biçimde, evren mekanizmasının işleyişinin daha kolay anlaşılır bir açıklamasına ulaşmaktı. Kitabın adının da gösterdiği gibi, "küre" her şeyin

anahtarıydı. Dünya sabit yıldızların oluşturduğu büyük bir kürenin içinde (merkezinde) yer alan bir küreydi; Güneş, Ay ve gezegenler de bu ikisinin arasında yer alan kendi özel kürelerine bağlıydılar. Dünya'nın düz değil yuvarlak olduğunun kanıtı doğrudan doğruya Ptolemaios'tan alınmadır:

Eğer Dünya doğudan batıya düz olsaydı, yıldızlar doğudaki insanlar için hangi anda doğarlarsa batıdakiler için de aynı anda doğardı;²¹ oysa böyle olmuyor. Yine, eğer Dünya kuzeyden güneye ve aksi yönde düz olsaydı, herhangi bir kişi için her zaman görülebilen yıldızlar o kişi nereye giderse gitsin hep görülebilir kalırdı; oysa böyle olmuyor. [Dünya düz değil], ama düz görünüyor, çünkü çok geniş.

Küre ayrıca, Eratosthenes'in Dünya çevresini kestirme yönteminin daha değişikçe bir biçimiyle, Dünya'nın çapının $-\pi$ için $^{22}/_7$ değeri kullanılmak suretiyle— hesaplanmasını da içermektedir.

Sacrobosco'nun kitabı ne ölçüde etkili oldu? 1366'da Paris üniversitesinde "lisansiye" derecesini almak için istenen koşullardan biri, ilgili fakülte tarafından, *Küre* ile bir başka kitap üstüne bir dizi derse devam etmek şeklinde yorumlanmıştı. *Küre* 1389'da Viyana, 1409'da Oxford ve 1422'de de Almanya'da Erfurt üniversitelerinde A.B. (lisans) de-

recelerini alabilmek için gereken ders konularındandı. Zamanın en az iki önemli üniversitesi daha, Prag ve Bologna, *Küre*'yi zorunlu ders olarak programlarına almışlardı.

Kolomb'un zamanına gelindiğinde Dünya'nın küre biçiminde olduğu fikri ne sıradışı bir görüş ne de tartışma konusuydu. İşin tuhafı, İspanya sarayının danışmanları tarafından Kolomb'a karşı kullanılan argümanlardan biri, Dünya'nın küresel olduğu varsayımına *dayanıyordu* (tabii yerçekimi olayının işleyişi²² hakkında o zaman için anlaşılabilir bir kafa karışıklığı ile birlikte). Bu argüman, insanın kendi yurdundan uzaklaştıkça gittikçe dikleşen bir yokuştan aşağı kaymak zorunda kalacağını öne sürüyordu. Giderek sonunda öyle bir noktaya varılacaktı ki, geminin en kuvvetli rüzgârlarla bile yokuş yukarı geri dönmesi imkânsız olacaktı.

Dünya'nın ve okyanuslarının o zamanki insanlara ne kadar uçsuz bucaksız ve geçilmez görüldüğünü bugün anlayıp değerlendirmek kolay değildir: Sonsuz uzaklıklar ve Kolomb gibi araştırmacı gezginlerin farkında olduğu korkunç tehlikeler, bilinmeyen karşısında duyulan daha büyük korkularla birleşiyor ve her şey kulaktan dolma söylentilerle ve anlatıldıkça süslenen öykü ve masallarla daha da şişirilip büyütülüyordu. O çağların geniş kapsamlı bir girişimi –Afrika'nın batı kıyılarının araştırılması– hemen hemen bir yüzyıl sürdü. Afrika kıyılarının Portekizliler tarafından gezilip araş-

tırılmasında seyir uzmanları, haritacılar, gemicilik aletleri yapımcıları ve gemi yapımcıları birlikte görev aldılar. Bu dönem boyunca, birkaç denizci, seyir uzmanı ve kaptan kuşağı, yolculukları sırasında iklimde meydana gelen değişiklikleri, Güneş'in ve yıldızların aldığı alışılmadık konumları ve büsbütün yeni takımyıldızların ortaya çıkışını, hepsi de Dünya'nın "eğriliği"nden ileri gelen bütün bu olguları, kendi gözleriyle görmek fırsatını buldular.

Kolomb'la çağdaşları için asıl sorun Dünya'nın biçimi değil boyutlarıydı; bu konuda gerçekten tartışmaya yer vardı. Aristoteles ile Ptolemaios arasındaki yaklaşık beş yüz yıllık dönemde Dünya'nın boyutları üstüne yapılmış birtakım tahminler eldeydi. Eratosthenes'inki bunların arasında doğruya en yakın olanlardandı (ancak belki de, o çağda kullanılan ölçü birimlerinin bugün nasıl yorumlandığına bağlı olarak, doğru değeri yüzde 10 kadar aşırıyordu). Ptolemaios kendi *Coğrafya'sı* için bunun hemen hemen yüzde 20 kadar altında bir tahmini seçti. On beşinci yüzyılda Ptolemaios Dünya coğrafyası üstüne tek yetke sayıldığından, Dünya'nın çevresi için verdiği değer –yaklaşık 320 000 km– geniş ölçüde kabul görüyordu. Kolomb açısından, Ptolemaios'un verdiği değer, batıya giderek Doğu'ya varma işinin yapılabilirliği konusunda araştırmacı gezginin iddiasını desteklemek gibi fazladan bir çekiciliği daha vardı. (Kolomb'un kendisi de, daha önce Afrika'ya yaptığı bir yolculukta,

Ptolemaios'un verdiği rakamı doğrular görünen bazı ölçümler yapmıştı.) Ptolemaios Dünya'nın boyutlarını düşük tahmin edişine ek olarak, Asya kıtasının boyutlarını olduğundan çok çok büyük tahmin ediyordu. Bu değerlerden çıkan Dünya haritasına göre, Avrupa'nın batı ucuyla Asya'nın doğu ucu arasındaki okyanus, günün gemilerinin taşıyabileceği erzak ve kumanya tükenmeden aşılacak genişlikte görünüyordu.

1484'te Portekiz kralı II. João, denizlerde yapılacak araştırmaya seferi önerilerini gözden geçirmek ve bunların yapılabilirliği üstüne kendisine danışmanlıkta bulunmak üzere, Junta dos Matematicos²³ adıyla bir uzman ekibi atadı. Bu Junta'nın üyeleri coğrafya ve gemicilik hakkında zamanın bütün bilimsel çalışmalarını iyi bildikleri gibi, daha önceki pek çok Portekiz araştırma gezisinden gelen raporlar da ellerinin altındaydı. Hiç kuşkusuz, Kolomb'un Asya'ya olan uzaklık konusunda aşırı iyimser olduğu kanısındaydılar (ki sonraki olaylar da bunu doğrulamıştır).

Kolomb Portekiz'den eli boş çevrildikten sonra davasını İspanya'ya taşıdı ve orada –birçok oyalanma ve gecikmeye karşın– sonunda çıkmak istediği sefer için kralın desteğini elde etti.

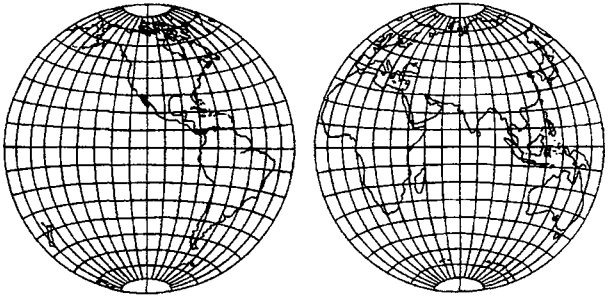
Kolomb yalnız Doğu'nun uzaklığını tahmininde değil, Avrupa'yla Asya arasındaki rotası üzerinde hiçbir kara parçası bulunmadığı konusunda da yanılıyordu. Birinci noktada yanılmış olduğuna göre

(uzaklık gerçekte erzakının yetebileceğinden çok daha büyüktü), ikinci noktada yanılmamış olsaydı ve engin bir okyanusu geçmek durumunda kalsaydı, hiç kuşkusuz mahvolacaktı. Talihinin yaver gitmesi sonucu her iki noktada da yanıldı; böylece, onun durumunda iki yanlış –getirdiği bütün ün ve şanla birlikte– görkemli bir “doğru” etmiş oldu.

Kolomb’un yolculukları tam anlamıyla Dünya’nın haritasını değiştirdi. Bu yolculuklardan önce Avrupalı haritacılar Dünya’yı, içinde Avrupa, Asya ve Afrika’nın yer aldığı, okyanusla çevrili büyük bir daire ya da oval şeklinde gösteriyorlardı. Kolomb yeryüzünde bunun sol kenarının sağ kenarıyla aynı çizgiyi temsil ettiğini haklı olarak düşünebilirdi. Başka deyişle, yelkeni açıp haritanın sol kenarından dışarı çıkmak aynı anda sağ kenarından içeri girmekle sonuçlanacaktı; tıpkı beş yüz yıl sonra, video oyunu tutkunlarının, resimlerin ekranın sol kenarından kaybolup sağ kenarından tekrar ortaya çıktığını görmeye alıştıkları gibi.

Batı uygarlığının Amerikalı keşfetmesiyle, haritalarda Dünya’yı, birer daireyle temsil edilen iki yarımküre (Doğu ve Batı yarımküreleri) şeklinde göstermek daha elverişli görülmeye başlandı. Böyle bir haritada, dairelerden birinden dışarı çıkmak ötekinin kenarından içeri girmekle aynı şey olur. Haritaları yapanların Avrupamerkezli bakış açılarından dolayı da, Batı Yarımküresi “Yeni Dünya”, kendi yarımküreleri ise “Eski Dünya” adını aldı.

Dünya'nın iki yarımküre biçiminde gösterilmesi o derece yayılıp sıradanlaştı ki, bu şemanın kimi in-

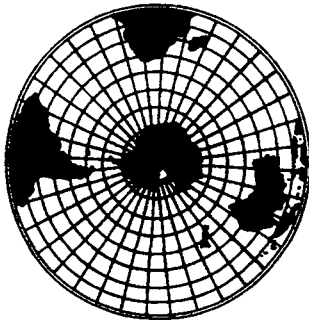
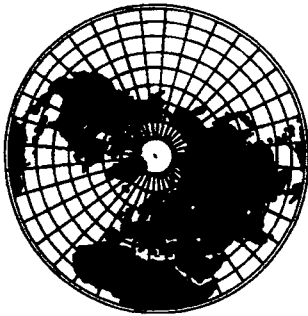


Batı ve Doğu yarımküreleri

ce noktaları gözlerden kaçabilir. İlk olarak, Doğu ve Batı yarımküreleri şeklindeki bölünme tamamen keyfî ve görelidir; harita yapma amaçlarına göre Dünya istendiği kadar farklı biçimlerde bölünebilir. Örneğin, daha doğal bir bölünme Kuzey ve Güney yarımküreleri şeklinde olmalıdır. Aslında yerküre üzerindeki herhangi bir "büyük daire" onu, her biri bir çemberin içinde gösterilen iki eşit parçaya bölmek için kullanılabilir. Kuzey ve Güney yarımkürelere bölünme durumunda, bunların ortak sınırı Eşlek'tir (Ekvator). Yeryüzündeki her nokta eşleğin ya kuzeyinde ya güneyinde ya da üzerindedir. Böyle bir haritada, eşleğin üstündeki (kuzeyindeki) bütün noktalar bir çemberin içinde, altındakiler de öteki çemberin içinde gösterilir. Yeryüzünde tam Eşlek üzerinde yer alan noktalarsa haritada iki

kez (iki yarımkürenin dış kenarlarını çizen iki çemberin üzerinde birer kez) gösterilir.

Örneğin, Portekizlilerin ilk kez eşleği geçtiği, Afrika'nın batı kıyılarına yakın o nokta hem Kuzey



yarımkürenin dış kenarında hem de Güney yarımkürenin dış kenarında gösterilir.

İki yarımkürelili haritaların en can sıkıcı özelliklerinden biri, Dünya üzerinde birbirine yakın olan kimi noktaların –örneğin, eşleğin hemen üstündeki ve hemen altındaki noktaların– haritada

hiç de bir arada veya biribirine yakın görünmeye-bilmesidir. Ancak bu, giderilme olanağı bulunma-yan bir kusurdur. *Topoloji* adı verilen modern bir matematik dalı kullanılmak suretiyle, yeryüzünün bütününü gösteren *tüm* haritalarda zorunlu olarak aynı zayıf noktanın bulunduğu kanıtlanabilir. Bütün dünyayı, yeryüzündeki biribirine yakın noktaların harita üzerinde de her zaman yakın kalacakları şekilde, düz bir kâğıt üzerinde gösterebilecek bir yol tasarlanamaz.

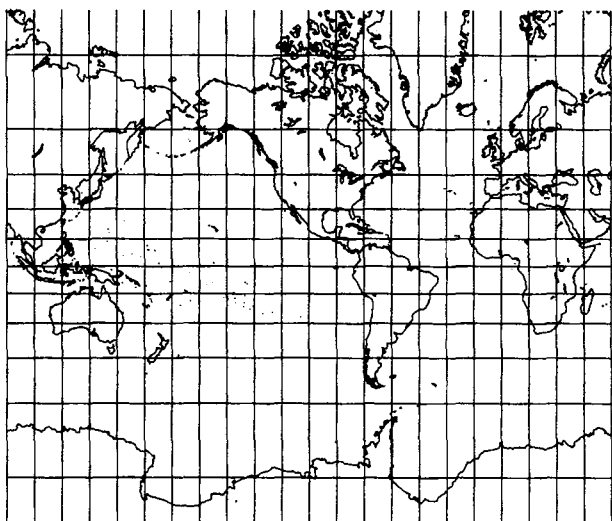
Fakat bu zayıf nokta, harita kullananlar ve gemiciler için, ciddi bir sorun olmaktan çok zararsız bir kusurdur. Daha önemli bir sorun, uzaklıkların ve doğrultuların haritadan güvenilir biçimde okunabilmesi için her yarımküre içinde coğrafi nesne ve özelliklerin nasıl gösterildiği sorunudur. İlk dönemlerdeki haritaların, temsil ettikleri gerçekliğe uymadıkları herkesçe biliniyordu. Haritalara temel olan verilerin eksik ve güvenilmez oluşu, bu sorunun yalnız bir bölümüydü. Daha önemlisi, yeryüzünde yapılan enlem ve boylam ölçümlerinin, çok geniş alanlarda biçim bozulmalarına yol açmaksızın, harita üzerindeki yerlerine nasıl aktarılacağıydı. Gemicilik amaçları için, güvenilebilecek bir haritaya sahip olmak özel bir önem taşıyordu. Gemicilerin, seyir uzmanlarının en başta değer verdiği iki özellik vardır. Birincisi, haritadaki herhangi bir noktadan tam kuzeye giden bütün rotaların “dosdoğru yukarı” doğrultularla gösterilmesi-

dir. İkincisi de, bütün pusula yönlerinin kuzey doğrultusuna göre doğru olarak gösterilmesidir;²⁴ öyle ki, doğu-batı yönünde akan bir ırmak haritada yatay görünsün ve kuzeydoğuya giden bir yol da 45°'lik bir açıyla –yatayla dikey arasında yarı yol– çizilsin.

Bu iki özelliği taşıyan herhangi bir haritaya *denizci haritası* diyeceğiz. Böyle haritalarda otomatik olarak başka bazı özellikler de bulunur: Enlemleri gösteren paralel daireleri yatay çizgilerdir ve haritanın her paralel çizgisi boyunca sabit bir ölçeği²⁵ vardır; başka deyişle, aynı enlemde eşit aralıklı üç nokta haritada da eşit aralıklı görünür. Daha da önemlisi, Lizbon'dan Kuzey Amerika kıyısında herhangi bir noktaya yelken açmak istenirse, harita üzerinde bu iki limana karşılık gelen noktaları birleştiren doğru çizginin doğrultusunun gösterdiği sabit bir pusula yönü belirlemek, tam istenen noktaya götüren bir rota sağlar.

Bu ilkelere göre tasarlanmış ilk gerçek harita 1569'da Flaman (Hollandalı) haritacı Gerhard Kramer tarafından çizildi; soyadı “tüccar” anlamına gelen Kramer bu sözcüğün Latincesi olan Mercator adıyla tanındı.

Günümüzde Mercator adı hemen hemen bu özel tip haritayla eşanlamlı hale gelmiştir. Fakat yaşadığı çağda Mercator'un ünü haritacılıkla sınırlı değildi. Yaptıkları bilimsel aygıtlar aynı zamanda sanat eseri olarak da değer taşıyan ve Mediciler gibi zen-

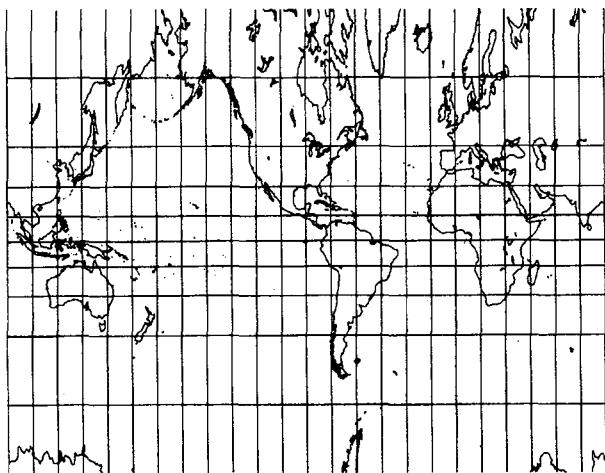


Bir Mercator projeksiyonu

gin aileler tarafından koleksiyonları yapılan Rönesans İtalyasının usta zanaatkârlarının alet yapım geleneğini de sürdürüyor ve bu alanda da olağanüstü başarı gösteriyordu. 1541'de Mercator, Kutsal Roma İmparatoru V. Charles için bir yerküre yaptı; bunun üzerine İmparator ona bir takım yer ölçüm aleti sipariş etti. Eserlerindeki güzellik ve doğruluk sayesinde Mercator birçok sipariş alıyordu ve bu yolla hatırı sayılır bir ün ve servet kazanmıştı. Fakat başta gelen tutkusunun harita yapmak olduğu anlaşıyor. Ptolemaios'un *Coğrafya'sının* son ve kesin bir edisyonunu gerçekleştirmek için yıllarca çalıştı; bütün dünyada Avrupa'nın en önde gelen haritacısı olarak kabul ediliyordu.

Bütün bunlar sonraki kuşaklar için fazla bir şey ifade etmiyordu; onların ilgisi Mercator'un 1569'da çizdiği –ve günümüze tek bir nüshası kalan– o özel haritaya odaklanmıştı. Mercator ayrıca, haritasının nasıl tasarlanıp çizildiği konusunda yaygın bir yanlış görüşe yol açan bir tür ifade hatasının da kurbanı oldu. İzdüşüm –ya da “projeksiyon”– sözcüğü haritacılar tarafından günlük dilde veya matematik terminolojisindekinden çok daha geniş bir anlamda kullanılır. Adı geçen bağlamlarda “projeksiyon”, üzerine bütün coğrafi nesne ve olgular çizilmiş küçük bir saydam küreyle, onun eşleğine teğet olacak şekilde çevresine sarılmış bir silindiri akla getirir. Buna göre, kürenin merkezine yerleştirilmiş bir ışık kaynağı, üzerindeki her şeyin “izini” silindirin üzerine “düşürecek”, başka deyişle, her kıtanın gölgesini silindire yansıtacak, böylece (küre üzerindeki) her meridyen de (silindirin üzerinde) bir dikey çizgiyle çakışacaktır. Silindir bu dikey çizgilerden biri boyunca kesilip açılarak düz bir yüzey haline getirilince, sonuç Mercator'un ünlü haritasına çok benzeyecek, o haritadaki birçok özellikleri taşıyacaktır: Meridyenler dikey, paraleller yatay çizgiler olarak yansımış ve her paralel boyunca ölçeğin eşitliği korunmuş olacaktır. Ne var ki, bu “izdüşüm” gerçek bir Mercator haritası olmayacak, kuzey-güney ve doğu-batı doğrultuları dışında üzerindeki bütün pusula yönleri yanlış olacaktır.

Mercator'un haritası böyle basit bir "izdüşüm" (projeksiyon) ya da geometrik çizim üzerine kurul-



Bir silindrsel projeksiyon. Haritada kutuplara doğru gidildikçe biçimlerin bozulması böyle bir projeksiyonda Mercator haritasına göre daha büyüktür.

muş değildir. Mercator, haritasının çizilişine temel olan ilkeleri²⁶ şöyle açıklar:

Dünya'yı bu şekilde gösterirken, meridyenlerin çiziminde paralellerle bağıntılı olarak yeni bir oran ve yeni bir düzen kullanmamız gerekti ... enlem derecelerini her iki kutba doğru, paralellerin eşleğe göre uzamaları oranında, aşamalı olarak artırdık.

Başka deyişle, açıların doğru çıkması için Mercator haritayı dikey yönde çekip genişletmişti ("en-

lem derecelerini kutuplara doğru artırmak" deyinimin anlamı budur) ve dikeyine genişlemenin oranını yatayına genişlemeninkiyle aynıydı. Herhangi bir enlem çizgisi (paralel) üzerindeki yatayına genişleme veya uzamanın miktarı ise, –Eşlek ve bütün paralel daireleri sabit uzunlukta (=haritanın genişliği) yatay çizgiler olarak göründüklerine göre– eşleğin uzunluğunun verilen paralelin uzunluğuna oranına eşitti. Mercator haritasını işte bu genel ilkeleri izleyerek ve bilim kadar sanat becerisi de kullanarak gerçekleştirmişti. Edward Wright tarafından verilen herhangi bir enlem üzerindeki genişleme değerinin açık bir formülle ifade edilmesi ise yüzyılın sonunu buldu. Wright bu formülü kullanarak, küçük enlem aralıkları (birimleri) ile bunların bir Mercator haritasında denk düştükleri yerleri gösteren bir çizelge oluşturdu. Wright'ın çizelgeleri (temelindeki ilkeleri bilmesine gerek kalmadan) herkesin bu haritayı çizebilmesine olanak veriyordu. Ama onun çizelgeleri de gerçek bir Mercator haritası değil, ancak bunun "yaklaşık" bir benzerini sağlayabiliyordu. O zaman için bu, umulabilecek en iyi sonuçtu, zira Mercator haritasının tam formülleri²⁷ logaritma kullanılmasını²⁸ gerektirir; logaritma ise o sırada henüz icat edilmiş değildi. Ancak 1668'de, Mercator'un haritasını tasarlamasından tam doksan dokuz yıl sonra, matematikçiler yeni bulunmuş olan integral hesap²⁹ yöntemini uygulayarak haritanın tam ve kesin denk-

lemelerini elde etmeyi başardılar. Bu denklemlerle herkes –günümüzde ise herhangi bir bilgisayar– kolayca istenen doğruluk ve kesinlikte bir Mercator haritası meydana getirebilir.

Mercator haritasının en büyük kusuru, Eşlekten kutuplara gidildikçe biçimlerin aşamalı olarak bozulmasıydı. Bir çift dikey (boylam) çizgisi üzerindeki birer nokta, yerküre üzerinde kutuplara doğru gittikçe birbirine yaklaşıırken, haritada –enlem ne olursa olsun– birbirine hep aynı sabit uzaklıkta kalır. Bunun sonucu olarak, Kuzey veya Güney Kutbuna yakın bir bölge, Eşleğe yakın aynı büyüklükteki bir bölgeden çok daha geniş görünür.

İdeal olarak düşünersek, Mercator haritasının olumlu özelliklerini taşıyan, fakat biçim bozulmasından arınmış bir haritamız olsaydı, doğrusu iyi olurdu. Ne var ki, bir denizci haritasının iki özelliğinin –kuzey doğrultusunun dikeyliği ve kuzeye göre yönlerin doğru gösterilmesi– bu haritayı (genel ölçeğine varıncaya dek) bütünüyle belirlediği, bir geometrik olgudur³⁰ (bunun kanıtı için birkaç yüzyıl daha beklenmesi gerekti): Söz konusu haritanın bir Mercator haritası olması gerekir. İstenen özelliklerin birini (veya ikisini de) yitirmekle bozulmayı kabul etmek arasında seçim yapmak zorundayız.

Sorun, yeryüzünün bütününe göstermeye kalın haritalarla sınırlı değildir; her kent, bölge ya da ülke haritasıyla gündeme gelir. Böyle haritalar ge-

nellikle, üzerlerindeki her nokta için “kuzeyi” gösteren bir ok ile, “1 cm = ... km” şeklinde sabit bir ölçek taşırlar. Bunun anlamı, harita üzerinde iki nokta arasında cm olarak ölçülen her uzaklığın, yeryüzünde bu noktalara denk düşen iki nokta arasındaki km cinsinden gerçek uzaklığa karşılık olduğudur. Fakat, hangi harita söz konusu olursa olsun, hem üzerindeki bütün noktalar için sabit bir kuzey doğrultusu hem de sabit bir ölçek içermesi olanaksızdır. Böyle bir haritanın otomatik olarak pusula yönlerini doğru göstermesi gerekecektir ki, o zaman bu bir Mercator haritası olur; ama o takdirde sabit bir ölçeği olamayacaktır, çünkü Mercator haritalarında ölçek her yatay (enlem) çizgisi boyunca farklıdır. Bir kent veya bölge haritasının hem sabit bir ölçeği hem de sabit bir kuzey yönü bulunduğunu iddia edebilmesinin nedeni, nispeten küçük bir bölge için (hele kutuplardan uzaksa), Mercator projeksiyonundaki ölçek değişikliğinin göz önüne alınmayabilecek kadar küçük olmasıdır.

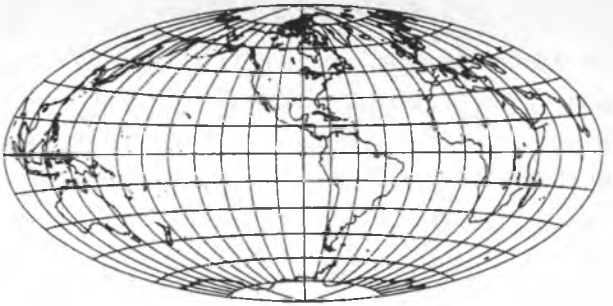
Haritada sabit ölçek sabit bir kuzey yönüyle bağdaşmaz olduğuna göre, kuzey doğrultusunun (alışık olduğumuz iki yarımkürelî Dünya haritalarında olduğu gibi) noktadan noktaya değişmesine izin vererek sabit ölçeği koruyan bir dünya haritası yapmanın mümkün olup olmadığı sorulabilir. Başka deyişle, biçim bozulmasına neden olmayan herhangi bir harita yapılabilir mi? Bazen gayet ilginç kısmi çözümlere de varan yüzlerce yıllık çaba-



Emanuel Handmann, Leonhard Euler'in Portresi, 1756
(Basel Üniversitesi, Doğa Bilimleri Müzesi)

lara karşın, haritacılar bu alanda sürekli olarak düş kırıklığına uğradılar. Sanki biçimsiz bir dış macunu tüpüyle uğraşıyorlardı; bir yerinden sıkıldılar mı mutlaka başka bir yerinde bir şişkinlik oluşuyordu. Sonunda sorun on sekizinci yüzyıl ortalarında, zamanının en büyük matematikçisi olan Leonhard Euler tarafından çözüldü.

Euler'in matematik alanındaki merak ve ilgileri en saf kuramsal araştırmalardan en pratik uygula-

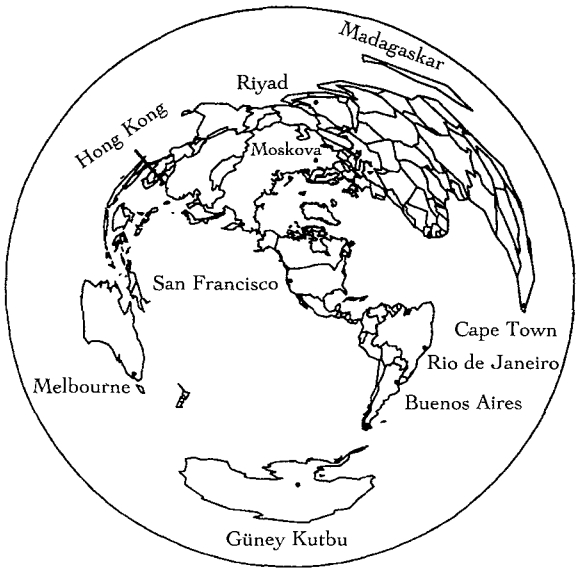


Hammer projeksiyonu. Haritacıların, Dünya yüzeyinin resmini yapmak için yeni ve daha iyi yollar bulma girişimlerinden biri. Bu model 1892'de önerilmiş olup yaygın biçimde kullanılmaktadır.

ma problemlerine kadar her konuyu kapsıyordu. Haritacıların karşılaştığı güçlüklerle de aklı takılınca, yapmak istedikleri şeyin gerçekte olanaksız olduğunu kesin olarak kanıtlayıverdi. Yeryüzünün herhangi bir parçasının, düz bir kâğıda aktarılınca sabit bir ölçeği koruyan bir haritası yoktur. Aslında her harita çeşitli kusurlar arasında bir uzlaşmadır³¹.

Euler teoreminin gösterdiği gibi, kusursuz bir harita olamaz. Haritacıların karşısındaki sorun, aslında, Dünya'yı, ya genel biçim bozulmasını en aza indirecek ya da belli bir amaca özellikle uygun düşecek şekilde haritaya geçirmek için yeni yollar arayıp bulmaktır. Onlar bu meydan okumaya yüzlerce yeni tip haritayla karşılık verdiler ki, bunlardan birkaç düzinesi hâlâ yaygın olarak kullanılmaktadır³². Örneğin yirminci yüzyılda, okyanusaşırı gemi yolculukları yerlerini yavaş yavaş havayollarına bırak-

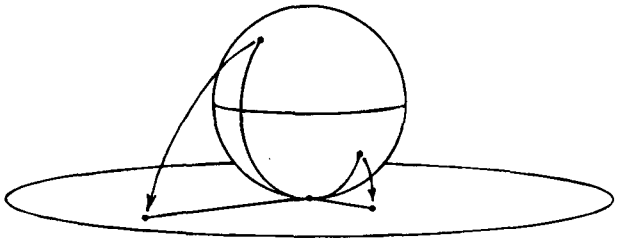
tıklarından, “denizci-tipi” haritalar daha az işe yarar hale geldi. İlginçtir, hava trafiği için çok daha yararlı olabilecek bir harita türü Mercator’un haritasından çok önce icat edilmiş bulunuyordu. Bu harita 1000 yılı dolaylarında El-Bîrûnî tarafından ortaya atılmış olup, haritacılar tarafından “eşdeğer uzaklıklı azimutal projeksiyon”³³ (*azimuthal equidistant projection*), matematikçiler tarafından da “üstel harita” (*exponential map*) diye adlandırılmaktadır. Daha uygun bir ad da “benmerkezli harita” (*egocentric map*) olabilir. İnsan kendi kentini ya da sevdiği herhangi bir yeri odak noktası olarak seçerek merkeze koymak, Dünya’nın geri kalan kısmını da onun çevresine yerleştirmek suretiyle böyle bir harita çizebilir. Merkezden Dünya üzerindeki herhangi bir noktaya olan uzaklıklar ölçeğe göre çizilir; merkez noktasının çevresindeki yönler de doğru olarak gösterilir. Bu iki özellik verilen ölçekle birlikte bütün haritayı belirler. Böyle bir haritanın başlıca özellikleri, orta nokta çevresindeki bölgeyi oldukça doğru olarak göstermesi ve bu noktadan Dünya’nın diğer herhangi bir noktasına olan uzaklığı çabucak belirlemek için pratik bir yol sunmasıdır: harita üzerinde uzaklığı ölçüp, ölçek faktörüyle çarpmak. Ayrıca, harita üzerinde merkezi herhangi başka bir noktaya bağlayan doğru çizgi, merkezden o noktaya doğru uçarken hangi kent, ülke veya diğer coğrafi nesne ve özelliklerin üzerinden geçileceğini de anında gösterir.



San Francisco'yu merkez alan bir "benmerkezli" harita. Harita San Francisco'dan Riyad'a direkt rotanın Moskova ve Bağdat üzerinden geçtiğini bir bakışta gösteriyor. (Ayrıca Rio de Janeiro'nun San Francisco'ya Buenos Aires'ten daha uzak ve Hong Kong'dan birazcık daha yakın olduğunu da gösteriyor.)

San Francisco'nun çapucu noktası Hint Okyanusunda, Madagaskar açıklarında bulunduğundan, haritanın dış kenarı bu okyanusun, çapucu noktayı çevreleyen küçük bir kesimine karşılık geliyor ve Madagaskar da harita üzerinde hemen hemen Kuzey Amerika'nın boyuna gelinceye kadar çekilip uzatılmış oluyor.

Euler teoreminin bize hatırlattığı gibi, benmerkezli haritanın orta bölgeyle ilgili çekici özelliklerinin bedeli, ister istemez Dünya'nın başka yerlerine ait biçim bozulmalarıyla ödenmek zorundadır. Gerçekten de merkezden ne kadar uzağa bakılırsa, haritada biçimlerin de o kadar fazla bozulduğu görülür. Bunun nedeni, haritanın merkezini çevrele-



Kendi kentinizi merkez alan bir benmerkezli haritayı nasıl çizersiniz? Bir haritalı yerküre (glob) alıp, üzerindeki kendi kentiniz kâğıda degecek şekilde, geniş bir kâğıt tabakası üzerine koyun. Dünya üzerindeki herhangi bir noktanın sizin haritanızdaki tam yerini belirlemek için, kürenin kâğıda değen noktası (sizin kentiniz) ile istediğiniz öteki nokta arasına bir iplik gerin; sonra bu ipliği, alt ucu sabit kalmak üzere aynı doğrultuda (söz konusu noktanın tam altında) kâğıdınızın üzerine serin.

yen her çemberin Dünya üzerinde merkezden belli bir uzaklıkta olan noktaları temsil etmesidir. Bu uzaklık yarım dünya çevresi değerine yaklaştıkça harita üzerindeki çember genişler, zira merkezden uzaklaşmaktadır; oysa Dünya üzerinde ona karşılık gelen çember çapucu noktaya (orta noktadan Dünya'nın yarı çevresi kadar uzakta, yerkürenin tam arka tarafında yer alan noktaya) doğru gittikçe daralmaktadır. Çapucu noktada bozulma en uç değerine varır; zaten bu nokta harita üzerinde tek bir "nokta" olarak da gösterilemez, genişleyip bir çember olur: yani, haritanın dış kenarı. Gerçekte, Dünya üzerinde herhangi bir noktadan kalkıp herhangi bir yöne doğru yola çıkılınca, belli bir uzaklık aşıldıktan sonra her zaman çapucu noktaya varılır; bu uzaklık yarım Dünya çevresidir.

El-Bîrûnî yeni Dünya haritasının günün birinde –birçok yüzyıl sonra– gelecekteki uçak yolculukları için bu derece yararlı olacağını herhalde aklına getirmemiştir. Günü gelip de tüm evreni görselleştirip anlamaya özellikle elverişli bir yol sağlayacağını ise kuşkusuz hiç öngöremezdi. Fakat bu anlayışa giden en iyi yol “direkt” bir yol değildir; biz de yol boyunca anahtar kavram olan “eğrilik” (*curvature*) kavramını araştırıp derinleştirmek üzere düz yoldan saparak yanlara doğru birkaç gezinti yaptıktan sonra, varış noktamıza ulaşacağız.

III. Bölüm

Gerçek Dünya

*Zarafetle yapılmış bir kanıtlama, yazıldığı biçim
dışında her açıdan bir şiiirdir.*

Morris Kline, *Mathematics in Western Culture*'ın yazarı

Carl Friedrich Gauss ile Ludwig van Beethoven³⁴ paralel yaşamlar sürdüler. Biribirinden yedi yıldan az farkla ve iki yüz kilometre uzakta doğdular ve kendi uğraşlarının –birininiki matematik, ötekiniiki müzik– en yüksek doruklarını simgeler hale geldiler. Herhalde paralel doğruların öz niteliği gereği olacak, yaşamları boyunca hiç karşılaşmadılar. Her ikisi de gerek kendi çağdaşları gerek sonraki kuşaklar arasında neredeyse insanüstü bir ün kazandılar. Gauss daha sağken yarı resmi *princeps mathematicorum*³⁵, yani “matematikçilerin birincisi” sanını elde etmişti.



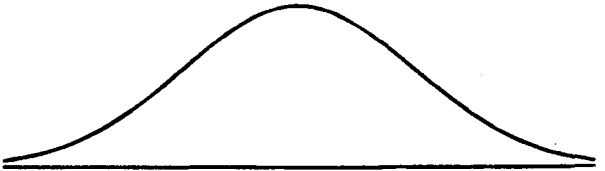
C. F. Gauss ve L. van Beethoven yaklaşık otuz yaşlarındayken.
(Gauss: Universitäts-Sternwarte Göttingen; Beethoven: Beethoven-Haus Bonn, H. C. Bodmer'in koleksiyonundan)

Gauss'un sıradışı başarıları sadece matematikle sınırlı değildi. Önceki çağlardaki, ilgi ve bilgileri her alanı kapsayan büyük bilim adamlarının sonuncusu olduğu söylenebilir. Newton'un geleneğini sürdürerek, saf ve uygulamalı matematik alanının bütününde olduğu gibi fizik ve gökbilimde de insan bilgisine büyük ve derin katkılarda bulundu.

Fizik alanında Gauss elektrik ve manyetizma olaylarının incelenmesine yıllar harcadı. Bu alanlara birçok kuramsal katkının yanı sıra, Dünya'nın manyetik alanının kuvvetini belirlemek için geniş kapsamlı deneyler yürüttü. Bu amaçla, manyetik alanları ölçmek için bir mutlak ölçek de geliştirdi.

Bu yüzden, manyetik alan kuvvetinin standart birimi “gauss” adını taşır. Elektrik ve manyetizmanın bir uygulaması olarak, Gauss ile yardımcısı Wilhelm Weber bir telgraf sistemi icat edip bunu 1830’larda, laboratuvarlarıyla Göttingen arasında –yaklaşık bir millik bir uzaklık– iletişimde kullandılar. (Samuel Morse kendi telgrafının³⁶ patentini ancak 1840’ta aldı.)

Gökbilim, Gauss’un ilk olarak dünya çapında tanındığı alandır. Keşfedilen ilk asteroid olan Ceres’in yeri, ilk bulunduğu tarih olan 1 Ocak 1801’de İtalyan gökbilimci Giuseppe Piazzi tarafından saptanmıştı. Piazzi küçük gezegenin her gece gökte ne kadar yol aldığını şubat başlarına kadar izledi; o tarihte Ceres Güneş’in ardına dolanıp gözden kayboldu. O sırada yirmi dört yaşında olan genç Gauss da, Piazzi’nin verilerine dayanarak asteroidin yılın sonunda nerede tekrar ortaya çıkmasının beklenebileceğini hesaplayanlar arasındaydı. Tahmini dikkati çekecek kadar doğru çıktı ve Ceres’in yeniden ortaya çıkışında hemen gözlenebilmesini sağladı. Gauss



Bir “çan eğrisi” ya da “Gauss dağılımı”. Olasılık hesapları ve istatistikte her yerde karşımıza çıkar.

bu işlerle uğraşırken, olasılık hesapları ve istatistik alanlarında da yeni yöntemler geliştirdi; bunların arasında –bugün “hata eğrisi”³⁷ ya da “Gauss dağılımı” denen– ve her tür veri çözümlemesinde ana rolü oynayan ünlü “çan eğrisi” de bulunuyordu.

Gökbilime yaptığı bu ilk akının ardından, Gauss konunun içine iyiden iyiye daldı. Yalnızca bu bilimin kuramsal yönleriyle değil, aynı zamanda gözlem yapmakla ve teleskop tasarlamakla da ilgileniyordu. Gökbilimci olarak gittikçe artan ünü, yirmi dokuz yaşındayken Göttingen gözlemevinin başına geçme önerisi almasını sağladı. Artık yaşamının sonuna kadar bu kentte kalacaktı.

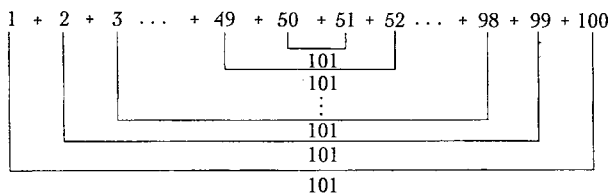
Gauss olgunluk döneminin önemli bir bölümünü, gençlik yıllarının gökbilim ya da daha sonraki manyetizma araştırmalarından çok daha az gösterişli bir uğraşla geçirdi. Ancak onun bu alana da girişinin ileriye dönük daha da önemli sonuçları olacaktı. 1818’de Gauss, tüm Hannover krallığının haritasının çıkarılmasını amaçlayan geniş çaplı arazi ölçme projesinin yöneticisi olmayı kabul etti. Kendine özgü tipik yaklaşımıyla, projenin hem kuramsal hem de uygulamalı yönlerine aynı hırs ve enerjiyle el attı. Araziye bizzat gidip ölçümlere katıldı ve çalışmaları yönetti, sonra odasına çekilerek toplanan verileri işleyip yorumlamak için yeni yöntemler tasarladı.

Gauss’u bilim ve matematik alanında, Euler gibi öteki yüksek zekâ ve yeteneklerle karşılaştırıl-

dığında bile öne çıkan, gerçekten eşsiz bir kişilik yapan şey, ele aldığı konunun yüzeyine takılıp kalmayarak derinliğine nüfuz edebilmesi, gözlenen olguların altındaki daha derin nedenleri ortaya çıkarabilmesiydi.

Gauss en öz ve tipik yanıyla, matematikçilerin anlatmaktan bıkmadığı ve son yıllarında kendisinin de anlattığı, çocukluğuna ait bir öyküde kendini gösterir. Öykü, ilkokulda geçen bir büyük başarı anını anlatır: Öğretmeni bütün sınıfa, birden yüze kadar sayıların toplamını³⁸ bulma ödevini vermiştir. Gauss hemen sonucu $-5050-$ defterine yazıp, arkadaşlarının ıkına sıkına toplamalarını bitirmelerini bekler. Nasıl? Rakamları, birinci ve sonuncu, ikinci ve sondan ikinci, üçüncü ve sondan üçüncü,... vb. şeklinde böyle çiftler çiftler toplayacak olursa, her çiftin 101 ettiğini fark etmiştir. Yüz sayıda böyle 50 çift olduğuna göre, genel toplam da 50 kere 101, yani 5050'dir.

Bu öykünün ilginçliği nerede? Büyük ölçüde, kıvrak zekânın "ineklemeye" (özellikle de öğretme-



$$50 \times 101 = 5050$$

Birden yüze kadar olan sayıların "çiftlenmesi"

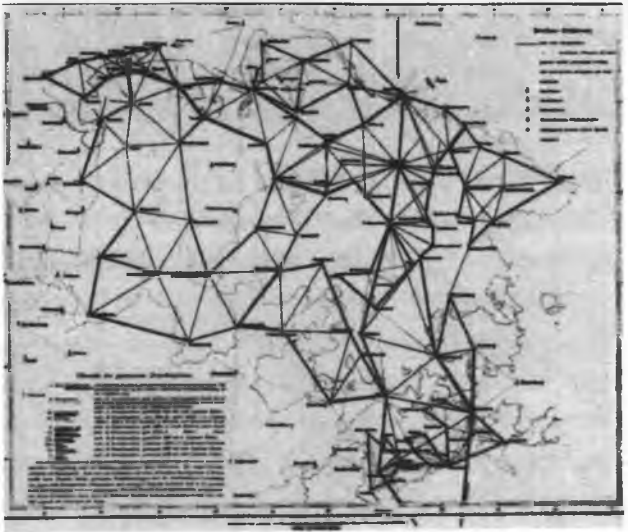
nin dayattığı sıkıcı çabaya) karşı zaferinden doğar bu çekicilik. Aynı zamanda, matematikçilerin “zarif” bir çözüm dediği şeyin de bir tür simgesidir. Başka alanlardaki gibi matematikte de önemli olanın sadece yanıtı bulmak değil, yanıtın nasıl bulunduğu olduğunu çarpıcı biçimde bize gösterir. (Eski bir şarkıda dendiği gibi: “Ne yaptığın değil, onu nasıl yaptığındır, sonuca götüren.”) Sherlock Holmes gizemli bir olayı çözdüğünde de bizi öyküye bağlayan, onu *çözmüş olması* değil, bunu *nasıl* yaptığıdır. Matematikte de durum aynen böyledir. Birden yüze kadar sayıları kim olursa olsun toplayıp sonucunu bulabilir. Oysa Gauss sonucu, onları toplamadan elde etmişti.

Bunların dışında öykünün dile getirdiği bir başka nokta da, bir problemin daha iyi ve derinlemesine anlaşılmasının, sadece daha çabuk yanıt alınmasını sağlamakla kalmayıp, aynı zamanda yanıtın neden o aldığı biçimi aldığımızı da açıklayabilmesidir. Sayıları toplamak da doğru değer olan 5050’yi verebilir, ama örneğin sonucun neden sıfırla bittiğine dair ipucu veremez. İşlemin altındaki neden –yani birden yüze kadar olan sayıların toplamının bir çarpıma (sayıların yarısı [50 çift] + ilk ve son sayıların toplamı) eşit olması– bu özel problemi çok daha iyi aydınlattığı gibi, benzer bir yapı gösteren daha genel nitelikte bütün bir sınıf probleme³⁹ de uygulanabilir. (Örneğin, aralıksız biribirini izleyen herhangi yirmi sayının toplamı da sıfırla bitecektir,

Çünkü onlar da 10 ifte ayrılabilir ve her çiftin toplamı aynı sabit değeri verir.)

Gauss'un başına geçmeyi kabul ettiği türden ge- niş kapsamlı bir topoğrafik arazi ölçüm işini yürüt- menin, uzun bir dizi toplama yapmakla ortak kimi yönleri vardır: O da nispeten tekdüze, can sıkıcı, zaman alıcı ve yanılma riskli bir işlemdir. Sıra izle- yen bir sayı dizisini toplamaktan çok, –işi kısaltma- ęa yarayacak kestirme yolların bulunmadığı– ras- gele kümelenmiş bir miktar sayıyı toplamağa ben- zer. Bunlara karşın Gauss, bir kez daha görünüşte pek de zekâ istemeyen bir görevi atlama tahtası olarak kullanmak suretiyle, ileride çok önemli ve derin sonuçlar doğuracak bir usyrtme çizgisine ulaşmayı başardı.

Gauss'un fikrini anlamak için, jeodezi denen şe- yi (büyük ölçekli arazi ölçüm işinin temelindeki ku- ramsal bilgi sistemini) biraz daha ayrıntılı olarak incelemeye değer. Jeodezik lm işinde kullanılan standart yönteme “enleme (*triangulation*)” de- nir. Arazide birtakım nirengi noktaları sei- lerek, belirlenen nokta çiftleri arasındaki uzaklıklar dikkatle ölçülür. Böylece, llen bölge, kenarları ve açıları olabildiğince doğru olarak ölçülmüş - genlerden oluşan bir ağla kaplanmış olur. Bu bilgi- lerden, örneğin biribirine uzak iki nokta arasındaki “kuş uçuşu uzaklık” gibi, başka ölçümler de çıkar- sanabilir. Ancak, genlerin biribirlerine uyacak şekilde bir araya geliş biçimleri, yeryüzünün bii-

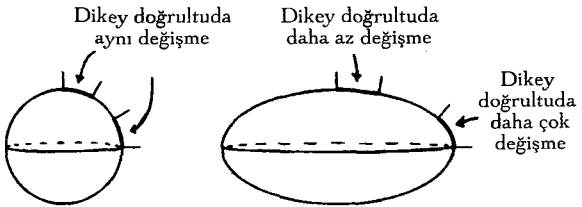


Güney-kuzey boyutu Göttingen yakınlarıyla Hamburg arası kadar, doğudan batıya uzunluğu da kabaca aynı olan bir bölgenin "üçgenlemesi". Gauss'un 1821-1838 döneminde yürüttüğü topoğrafik arazi ölçüm çalışması buydu.

mine ve ölçülen alanın genişliğine bağlıdır. Dünya düz olsaydı, burada Eukleides geometrisinin standart formülleri uygulanabilirdi. Dünya tam bir küre olsaydı, küresel geometri (bir küre yüzeyindeki şekillerin geometrisi) kullanılabılırdı. Oysa gerçekte Dünya ne düz ne de tam küreseldir. Dağlar ve vadilerin neden olduğu engebeli görünüme ek olarak, yerkürenin kendi çevresinde dönmesinden ileri gelen, daha büyük boyutta bir küresellikten sapma durumu da söz konusudur. Aslında Isaac Newton bile, daha o zaman, Dünya'nın biçiminin hafifçe "elipsoid", yani kutuplarda basık, Eşlek boyunca

şişkin, olması gerektiği sonucuna varmış, gezegenlerin hareketlerini çıkarsadığı aynı denklemleri –“Newton yasalarını”– kullanarak, Eşlek kuşağındaki şişkinliğin⁴⁰ değerini de hesaplayabilmişti. (Sonraki ölçümler de Newton’un tahminini doğrulamıştır; buna göre yerkürenin Eşlekteki çevresinin 40 067 km olmasına karşılık kutuplardan geçen çevresi ancak 39 999 km’dir.)

Yerkürenin elipsoid biçiminde olmasının bir etkisi, boyutlarına ilişkin –Eratosthenes’ininki gibi– ölçüm sonuçlarını çarpıtmasıdır. Zira elipsoidin kesiti –bir elips– üzerinde “dosdoğru yukarı” (kuzey) yönler yıldızlara göre hep aynı oranda değişim göstermez. Örneğin, tam kuzeye doğru beş yüz mil giderek bu arada Kutup Yıldızının yüksekliğinde meydana gelen değişiklik ölçülecek olursa, alına-

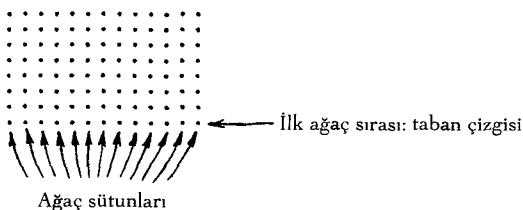


Yerkürenin eliptikliğinin coğrafi ve gökbilimsel ölçümleri etkileyişi. Küresel bir Dünya üzerinde, nereden yola çıkılırsa çıkılsın, kuzeye doğru belli bir uzaklık aşılmıca dikey doğrultu da belli bir değerde değişir. Elipsoidal bir Dünya’daysa dikey doğrultu kutuplara yakın yassılmış bölgede, daha eğri (kırık) olan Eşlek bölgesinden daha az değişir. (Resimdeki yassılaşıma miktarı Dünya’nın gerçek yassılık değerine göre çok abartılıdır; ama orada da aynı ilke geçerlidir.)

cak sonuç nereden yola ıkıldığına bağlı olacaktır. Ölçümler Elek yakınında yapılmışsa değişim daha büyük, kutuplara yakın yapılmışsa daha küçük ı-
kacaktır. Gerçekte tam bu tür lmler Dünya'nın
biçimini belirlemede de kullanılabilir. Bunun ter-
sine, Dünya'nın genel biçiminin bilinmesi de, bir
jeodezik ölçüm çalışmasından gelen verilerin doğru
yorumlanması için kritik önemdedir. Gauss'un je-
odeziye yaptığı katkılardan biri de, işte bu amaç
için gereksinim duyulan matematiksel araçları ge-
litirmi olmasıdır. Fakat onun en derin görüşleri,
bu sorunu tersinden ele almasında kendini gösterir:
Dünya'nın biçiminin ölçüm sonuçlarını nasıl etkile-
diği değil, bir yer ölçümü işleminin Dünya'nın bii-
mini belirlemede nasıl kullanılabileceği. Örneğin,
Dünya'nın ikliminin herhangi bir şekilde bugün-
knden farklı olduğunu, diyelim göğün –Ven gi-
bi– her zaman bulutlarla kaplı olduğunu varsaya-
lım. Bu durumda, Güneş ile yıldıları ya da Ay tu-
tulumalarını, Dünya'nın biçimini belirlemede araç
olarak kullanamazdık. O zaman, sadece Dünya y-
zeyinde jeodezik türden ölçümler yaparak Dn-
ya'nın düz m yuvarlak mı, küresel mi elipsoid mi
olduğunu belirleyebilir miydik?

Gauss'un buna yanıtı “evet”ti. Biçimi bütünüyle
belirleyemesek bile, böyle ölçümlerden aılacak ka-
dar çok bilgi çıkarabiliriz. Örneğin, bunlara bakarak
Dünya'nın düz olamayacağını ve küreselden çok
elipsoid şeklinde olduğunu kolayca doğrulayabiliriz.

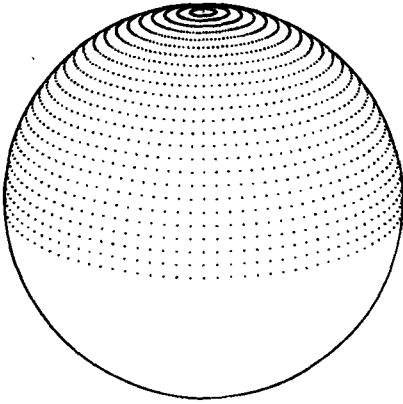
Bunun neden böyle olduğunu görmek için, bir meyve bahçesi yapma işini gözünüzün önünde canlandırın. Önce, üstüne ağaçlar arasındaki ideal uzaklığı gösteren aralıklarla düğümler atılmış bir ip alırız. İpi yere, dümdüz durması için olabildiğince gererek uzatır ve her düğümün yanına bir fidan dikeriz. Fidan dizisini ipin uzunluğunu geçecek şekilde uzatmak istersek, ipi aynı çizgi üzerinde birkaç düğüm kaydırır, böylece aynı doğrultuda, aynı aralıklarla, istediğimiz kadar daha fidan dikeriz. İkinci adım, ağaç “sütunlarını” (ilk çizgiye dikey ağaç sıralarını) belirlemek olacaktır. İpi ilk sıramızın her fidanından başlayarak sıraya dikey olarak uzatır ve yine her düğüme bir fidan dikeriz. İlk sıradaki fidanların yatay bir çizgi üzerinde görüldüğü, “sütunların” da dikey çizgiler oluşturduğu bir kroki çizecek olursak, ilk sıraya paralel görünen birçok yatay sıranın oluştuğunu görürüz. (Böyle bir meyve bahçesinin yanından geçenlerin gözüne, aynı şekilde ipe çekilmiş düz çizgiler halinde dikilmiş gibi görünen birçok çarpazlama –köşeden köşeye– ağaç sıraları da çarpacaktır.) Eğer Dünya



Düzlem üzerinde bir “meyve bahçesi”

düz olsaydı, Eukleides düzlem geometrisi buraya tam tamına uygulanabilecekti: Sadece yatay ağaç sıraları taban çizgisine paralel doğrular üzerinde olmakla kalmayıp, bu sıralardaki ağaçlar da ilk sıradaki aralıklarla aynı aralıklarla dizilmiş olacaktı. Yeryüzünün çok küçük alanları hemen hemen düz sayılabileceğinden –ki zaten en başta Eukleides geometrisi de bu görünümünden çıkmıştır– yatay sıralar boyunca ağaç aralıkları ilk taban çizgisindekilere çok (eşit sayılabilecek kadar) *yakındır*. Bunun pratik sonucu da, çiftçilerin –“sütunlar” arasındaki aralığın hep aynı kalacağı sayılıtısına dayanarak– ağaç sıraları arasında dolaşabilecek şekilde özel olarak yapılmış makineler kullanabilmeleridir.

Şimdi de düzlükten sapmanın gözle görülür dereceyi bulacağı kadar geniş bir meyve bahçesi düşünelim. Başlangıç olarak kullandığımız ilk ağaç sıramızın Eşlek üzerinde olduğunu ve bahçemizin de gerçekten çok geniş, doğu-batı yönünde birkaç boylam derecesi⁴¹ kapsayacak kadar geniş, olduğunu varsayalım. Bu durumda dikey ağaç “sütunları” eşit aralıklı meridyen çizgileri üzerine dikilmiş olacaktır. Oluşan yatay ağaç sıralarında da, başlangıçta Eşlekteki ilk sıranın aralıklarına eşitmiş gibi görünen aralıklar gözlenmekle birlikte, kuzeye doğru gidildikçe, hele bahçemiz de yeterince büyükse, meridyenlerin kutuplara doğru sıkışmasının söz konusu aralıklar üzerinde ölçülebilir bir etkisi olacaktır.

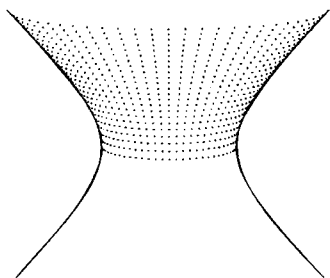


Küre üzerinde bir “meyve bahçesi”: pozitif eğrilik

Meridyenler arasındaki uzaklıkların Eşlekten kutuplara doğru değişmesini –ya da az önce tasarladığımız geniş meyve bahçesinde, yatay sıralar üzerindeki ağaç aralıklarının Eşlekten uzaklıkları arttıkça değişmesini– ifade eden formüller geliştirmek için, coğrafyacılar Eukleides düzlem geometrisini bırakıp yerine matematiğin daha yeni ve daha ileri bir dalını, *küresel geometriyi*, koymak zorunda kaldılar. Fakat bir kez daha yineleyelim, yeni formüller de ancak bir dereceye kadar, belli bir hatâ payıyla doğrudur, çünkü yerküre kusursuz bir küre olmayıp, yamrı yumru bir elipsoiddir. Gauss’un buradaki katkısı, ister düzlem, ister küre, ister elipsoid ya da belli özellik taşımayan genel bir yüzey olsun, herhangi bir yüzeyde kullanılabilecek bir dizi formüldür. Bu formüller, bizim geniş bah-

çe örneğine uygulanınca, yatay sıralar kuzeye doğru birbirini izledikçe üzerlerindeki ağaç aralıklarının değişmesini, bugün *Gauss eğriliği*⁴² ya da sadece *eğrilik* (*curvature*) adıyla bilinen ve ağaç dikilecek ya da haritası çıkarılacak yüzeyin her noktası için saptanıp hesaba katılan bir niceliğe bağlamaktadır. Yatay sıralardaki ağaçların ilk taban çizgisinden –örneğimize göre Eşlekten– uzaklaştıkça yavaş yavaş birbirine yaklaşması, yeryüzünün, hangi noktasında olursa olsun, eğriliğinin bir pozitif sayı olmasının doğrudan sonucudur: Gauss’un açık formülüne göre, eğrilik ne denli büyükse ağaçlar da o kadar çabuk birbirine yaklaşır.

Gauss’un formülü negatif eğrilik durumunda, yani taban çizgisinden uzaklaştıkça ağaçlar arasındaki uzaklığın *arttığı* durumlarda da uygulanabilir. Örneğin, kum saati biçiminde bir asteroide yerleşip meyve bahçemizi onun eşleği boyunca diktiğimizde bu durum meydana gelir. Burada da negatif eğrilik ne denli büyükse ağaç aralıkları da

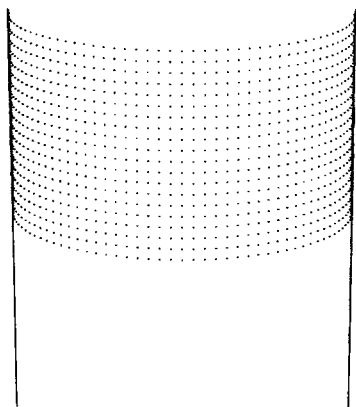


Hiperboloid üzerinde bir “meyve bahçesi”: negatif eğrilik

o denli çabuk artacaktır. Ancak eğriliği sıfır olan bir yüzeyde, yani bir düzlemde, ağaç aralıkları hep aynı kalır.

Gauss eğriliği yalnızca bir yüzeyin biçiminin incelenmesinde değil, tüm evrenin anlaşılıp tasarlanabilir kılınması için daha sonra yapılan girişimlerde de o kadar ufuk açıcı bir rol oynamıştır ki, birkaç farklı açıdan daha yakından incelenmeye değer.

Gauss eğriliğinin bir yönü vardır ki, ilk kez açıklandığında hemen her zaman biraz kafa karışıklığına yol açar. Nitekim, silindir türünden bir cismin yüzeyi de kesinlikle eğri gibi görünür; oysa (Gauss'un verdiği anlamda) eğriliği *sıfırdır*. Bunun nedeni, *yüzey boyunca* yapılan gözlemler bağlamında, bir silindir parçasını bir düzlem parçasından ayırt etmenin bir yolu olmamasıdır. Bir dikdörtgen, hiçbir çekiştirme ve çarpıtmaya başvurulmak-



Silindir üzerinde bir "meyve bahçesi": sıfır eğrilik

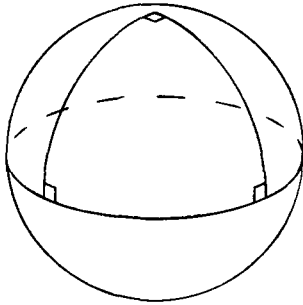
sızın, düpedüz bükülüp bir silindir haline getirilebilir. Bunun yüzeyinde yapılacak hiçbir ölçüm veya harita çıkarma işlemi aradaki farkı gösteremez (silindirin çevresinde yeterince uzağa gidersek çıktığımız yere dönmüş oluruz, o kadar). Meyve bahçesi modelimizdeki terimlerle söylersek, ağaçlarımızı dikmeye silindirin “beli” çevresinden başlayıp yukarı veya aşağı doğru sıra sıra devam edersek, bütün ağaç aralıkları aynı kalacaktır; bu da sıfır eğriliğin açık göstergesidir.

Topoğrafik harita çıkarma işleminde kullanılan ölçümleme sürecine biraz daha yakından bakalım. Bu sürecin merkezinde, günlük dilde “kuş uçuşu uzaklık” diye ifade edilen kavram bulunur. Peki, kuş nasıl uçar? Bu deyimdeki “kuş” hiç sağa sola sapmaksızın, her zaman “dosdoğru ileri” bir yol izler. Bir yüzeydeki böyle bir yola –ister kuşun uçuş yolu olsun, ister yüzey üzerindeki “doğru ileri” yol– *jeodezik eğri*⁴³ (*geodesic*) denir. Bir düzlemde jeodezik çizgiler eğri değil doğru çizgilerdir. Bir kürenin üzerindeyse, Eşlek ve meridyenler gibi, büyük dairelerdir. Bahçemize ilk fidan sıramızı dikmeden önce düğümlü ipimizi olabildiğince gergin olarak uzattığımızda, ip yüzeyde bir jeodezik çizgi meydana getirecektir. Düzlem üzerinde nasıl iki nokta arasındaki en kısa yol bir doğru çizgi ise, bir küre yüzeyinde iki nokta arasındaki en kısa yol da bir büyük dairesel yoldur. Aynı şekilde, daha genel olarak, herhangi bir yüzey üzerinde bir nok-

tadan öbür noktaya en kısa yol her zaman bir jeodezik yoldur: “kuşun uçtuğu çizgi”.

Bir “jeodezik ölçümleme” işinde kullanılan ana yöntemin “üçgenleme” olduğunu söylerken, “üçgen” teriminin anlamını açıklamadık. Düzlem üzerinde bir üçgen normal olarak “köşe” denilen üç noktayla, bunları ikişer ikişer birleştiren ve “kenar” denilen üç doğru parçasından oluşur. Bir kürenin yüzeyindeki “üçgen” ise –ki buna “küresel üçgen” de denir– yine ikişer ikişer birleşmiş üç köşeden oluşur, ancak bunların arasındaki çizgiler (“kenarlar”) büyük daire yaylarıdır. Yerküre gibi bir elipsoidin yüzeyinde ya da genel olarak herhangi bir yüzeyde, “üçgen” teriminden her zaman, yine “köşe” denilen üç noktayla bunları ikişer ikişer birleştiren ve “kenar” denen jeodezik yay parçalarından oluşmuş bir şekil anlaşılır. (Böyle bir şeklin daha “resmi” adı, “jeodezik üçgen” dir.)

Düzlemdeki üçgenlerin temel niteliklerinden biri, üç köşedeki açılarının toplamının bütün üçgenler için aynı, yani 180° olmasıdır. Küre üzerindeki üçgenler içinse, açılarının toplamı her zaman 180° ’den *daha büyük* olduğu gibi, ayrıca üçgenin boyutlarına da bağlıdır. Üçgen küçükse açılarının toplamı 180° ’yi pek az aşabilir. Fakat üç açısı da dik açı olan çok geniş eşkenar üçgenler de vardır. Bunun bir örneğini, Eşlek üzerinde Dünya çevresinin dörtte birine eşit bir yay alıp bunun iki ucunu kuzey kutbuna bağladığımızda görebiliriz.



Küre üzerinde üç dik açılı bir üçgen

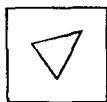
Varsayalım ki Dünya tam bir küredir ve biz de onun boyutlarını yıldızlar ve Güneş gibi dış yardımcıları başvurmadan belirlemek istiyoruz. Görürüz ki, küre üzerinde üç açısı da dik açı olabilecek kadar büyük *tek* eşkenar üçgen, her kenarı dörtte bir büyük daireye eşit olan üçgendir. Demek ki çevrenin bütünü –Eratosthenes’in hesapladığı nicelik– böyle bir üçgenin bir kenarının dört katma eşittir. Bu husus, bir kürenin boyutlarının, sadece o kürenin yüzeyinde ölçümler yapılarak nasıl belirlenebileceği sorusuna kuramsal bir yanıt getirir. Uygulamada ise kürenin boyutlarını saptamak için çok daha küçük üçgenler ve çok daha karmaşık formüller⁴⁴ kullanılır. Gauss’un başarısı, *herhangi* bir yüzeydeki bir jeodezik üçgenin açılarının toplamı için genel bir formül bulmasıydı. Bu formülün özünde⁴⁵, açıların toplamının iki etmene bağlı olduğu fikri yer alır: üçgenin büyüklüğü (boyutları) ve içinde bulunan her noktadaki eğrilik de-

ğeri. Gauss eğriliği –düzlem üçgendeki gibi– sıfır-
sa, açıların toplamı, üçgenin boyutlarından bağımsız olarak, 180° 'dir. Pozitif eğrilik 180° 'den büyük bir toplama neden olurken, negatif eğrilik 180° 'den küçük bir toplam çıkmasını sağlar. Gauss'un formülü eğrilikle üçgenin genişliği bilindiği zaman açılarının toplamını bulmayı sağlamakla kalmaz; aynı önemde bir başka olanak da sağlar. Elindeki jeodezik üçgenin açılarını özenle ölçmüş olan bir yerölçümcünün, işlemi bu kez ters yönde yaparak, bulduğu değerden eğriliği tahmin etmesine ve ondan da Dünya yüzeyinin elipsoidlik derecesini çıkarsamasına olanak verir.

Bugün adını taşıyan eğriliği aslında Gauss icat etmiş değildir. Ondan önce başka matematikçiler de aynı niceliği incelemişlerdir. Gauss'un önemli buluşu, –ki bu kavrama adının verilmesini tamamen haklı kılar– söz konusu eğriliğin bir harita çıkarma işlemiyle, yani sadece yer yüzeyinde ölçümler yapılarak⁴⁶, belirlenebilecek niceliklerden biri olduğudur.



(a)



(b)



(c)

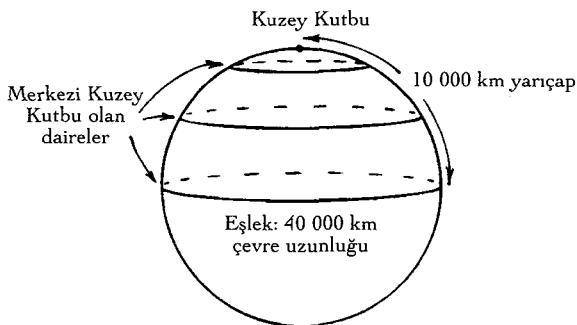
Çeşitli yüzeylerde üçgenler: (a) negatif eğrilikli bir yüzeyde, (b) sıfır eğrilikli bir yüzeyde, (c) pozitif eğrilikli bir yüzeyde

Gauss'un buluşunun birçok sonucundan biri de, yeryüzünün herhangi bir parçasının tam ve değişmez ölçekli bir haritasının yapılamayacağı şeklindeki Euler teoremini kanıtlamanın yeni bir yoluydu. Böyle bir harita *var olsaydı*, yerküre de aynı ölçeğe göre küçültüldüğünde, bu küçültülmüş kürenin üzerindeki bütün ölçümler harita üzerindekiyle tıpatıp aynı olurdu. Bu, böyle ölçümlerden çıkarılan –Gauss eğriliği de dahil– bütün niceliklerin, hem küçültülmüş kürenin her noktasında, hem de haritada bunlara denk düşen her noktada aynı olacağı anlamına gelir. Fakat harita düz bir yüzey üzerine çizilmiş olduğundan Gauss eğriliği sıfırdır; yerküre ise –ister küre ister elipsoid olsun– pozitif eğriliğe sahiptir. Bu yüzden böyle bir harita yapmak mümkün değildir.

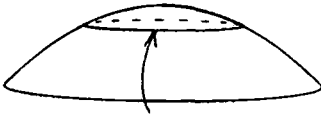
Gauss'un yaklaşımı, birkaç önemli açıdan, Euler'inkini aşmaktadır. Her şeyden önce, Euler'in küre için öne sürdüğü savın temelinde yatan geometrik anlamı ortaya koymuştur. İkinci olarak, çok daha geneldir; yerkürenin gerçek –kabaca elipsoid– biçimine bile uygulanabilir. Üçüncü olarak, zaman geçtikçe önemi artacak olan yeni bir eğrilik kavramı geliştirmiştir.

Gauss'un, eğriliği jeodezik üçgenler terimleriyle tanımlayışına, o zamandan bu yana başkaları tarafından eklemeler yapılmıştır. Joseph Bertrand ve Victor Puiseux adlı iki Fransız matematikçi, temel çember kavramına kadar geri giden bir açıklama

getirdiler. Küre, elipsoid ya da herhangi bir yüzey üzerinde, belli bir merkezi ve yarıçapı olan bir “çember” veya daire⁴⁷ deyince ne kastedilir? Düzlemde daire/çember, sabit bir noktadan (merkez) aynı uzaklıktaki (yarıçap) bütün noktaların oluşturduğu bir kümedir. Hangisi olursa olsun bütün yüzeylerde de aynı tanım işe yarar, eğer “uzaklık” tan “kuş uçuşu”, yani bir jeodezik çizgi boyunca uzaklık anlaşılırsa. Küre için bu terimle, yüzeydeki en kısa uzaklığı ya da büyük daire üzerindeki uzaklığı kastederiz. Dünya, çevresi 40 000 km olan bir küre olsaydı, Kuzey Kutbundan Eşlek üzerindeki herhangi bir noktaya uzaklık tam 10 000 km olurdu. Dolayısıyla Eşlek düzlemi de merkezi kutup noktası, yarıçapı 10 000 km olan bir daire olurdu. Bu “dairenin” çevresi –yani eşleğin uzunluğu– 40 000 km ya da yarıçapının tam dört katıdır. Bu değer bir düzlemdeki değerden çok küçüktür; düzlem üzerinde herhangi bir dairenin çevresi yarıçapının

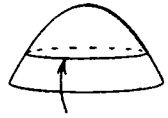


Yerküre üzerinde, merkezi Kuzey Kutbu olan bir daire olarak Eşlek



$2\pi r$ 'den küçük

Pozitif eğrilik

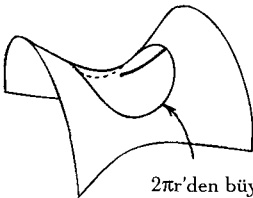


$2\pi r$ 'den çok küçük

Büyük pozitif eğrilik

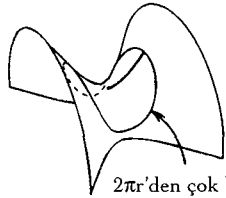
Eğriliği pozitif olan bir yüzey üzerinde çemberlerin uzunluğu

altı katından daha büyüktür ($2\pi r$). Gerçekte, küre üzerinde her dairenin çevresi düzlemde aynı yarıçaplı bir dairenin çevresine göre kısa kalır (küre üzerinde “yarıçap” hep “kuş uçuşu uzaklık” olarak alınmak üzere). İşte bu kısalığın değeri kürenin eğriliğini belirler. Bertrand ile Puiseux aynı şeyin bütün yüzeyler için doğru olduğunu⁴⁸ gösterdiler. Bir yüzeyin eğriliği pozitif olduğunda, üzerindeki herhangi bir dairenin çevresi düzlemdeki aynı yarıçaplı daireninkine göre hep kısa düşecektir; eğrilik değeri ne kadar büyükse eksiklik de o kadar fazla



$2\pi r$ 'den büyük

Negatif eğrilik



$2\pi r$ 'den çok büyük

Büyük negatif eğrilik

Eğriliği negatif olan bir yüzey üzerinde çemberlerin uzunluğu

olur. Belli bir yüzeyde herhangi bir dairenin çevresi düzlemdeki aynı yarıçaplı daireninkine göre daha büyükse, o yüzeyin eğriliği negatiftir; çevrenin yarıçapa oranı ne kadar büyükse, yüzeyin eğriliği de o kadar *negatif* demektir.

Negatif eğriliği olan yüzeylere ünlü bir örnek, “yalancıküre” (“sözdeküre”, *pseudosphere*) denilen içi dışına çıkmış küredir. Borusundan çıkarılmış kocaman bir trompet kalağına (hunisine) benzer. Yalnızca negatif eğriliğe değil, *sabit* (noktadan noktaya değişmez) negatif eğriliğe sahiptir. Bu insana biraz şaşırtıcı gelebilir, zira şeklin çeşitli parçaları biribirinden hayli farklı görünümündedir. Fakat yalancıküre üzerinde aynı yarıçaplı iki dairenin çevreleri, neresine çizilmiş olurlarsa olsunlar, her zaman eşit çıkar. Bertrand’ın ifadesiyle, eğrilik yüzeyin her noktasında aynıdır. Bunun sonucu ola-



Bir yalancıkürenin iki görünümü

rak, yalancıkürenin herhangi bir yerine bir desen çizilirse, bir başka yerine bu resmin hiç biçim bozukluğu taşımayan tam bir haritası çıkarılabilir.

Öte yandan, aynı çizimin düz bir yüzey üzerine tam ölçekli bir haritasını yapma girişimi, tıpkı normal kürenin durumunda olduğu gibi, başarısızlığa mahkûm olacaktır. Bunun nedeni de yine Gauss'un o derin görüş ve sezgisidir: Tam ve kusursuz bir haritanın çizilebilmesi için, aynı eğriliğe sahip bir yüzey gerekir.

Gauss geometriye ilişkin görüşlerini 1827'de yazdığı bir makalede⁴⁹ açıkladı. Bir önceki yıl, Gauss'un fikirlerini o zamana dek hayal bile edilmemiş sınırlara kadar genişletecek olan bir matematikçi dünyaya gelmişti. Fakat ona geçmeden önce, 1829'da meydana gelen ve geometride bir dönüm noktası olmakla birlikte matematik dünyasının çok ötelerine dek dallanıp budaklanacak olan bir başka olayı anlatmamız gerekiyor.

IV. Bölüm

Sanal Dünyalar

*Daireyi kareye dönüştürmeye kalkıp da
Ne kadar yorarsa yorsun kafasını
Gereken kuralı bulamayan geometriciye
Döndüm ben de, bu yeni manzarayı görünce.
Görüntümüzün çemberle nasıl bütünleşip
Oraya nasıl yerleştiğini görmek istiyorum.
[...] Ama yetmedi buna düşlemimin gücü.*

Dante, *İlâhî Komedyâ*

Matematik tarihinde zaman zaman ortaya çıkan tanıdık bir tema da, yeni bir kavramın yerleşinceye kadar geçirdiği aşamalı evrimdir: başlangıçta fazla soyut bulunup reddedilişi; sonra, “doğaya aykırı” ve sezgilerimize ters görünmesine karşın, istemeye istemeye de olsa işe yaradığının kabul edilişi; sonunda uygulamalarda vazgeçilemeyen temel bir araç konumuna yükselişi. Buna bir örnek, “negatif sayılar” kavramıdır. Bu deyim yüzyıllarca bir sözcük oyunu, kendi anlamını yadsıyan bir deyim, sayısal bir saçmalık olarak görülmüştür. Öyle ya, sayı dediğin, nesneleri

saymağa veya ölçmeye yarar; alanı negatif olan bir şekil, çevresi negatif bir daire, sayfa sayısı negatif bir kitap görülmüş müdür? Yüzyıllar boyunca insanlar problemleri negatif sayıları kullanmadan çözmek için olmadık çabalar harcadılar, zahmetlere katlandılar. Ancak neden sonra ve yavaş yavaş, onları kullanmaktan kaçınmağa çalışmanın boşa çabalamak olduğu açıkça ortaya çıktı; zira negatif sayılar, pozitif sayılarla aynı şekilde yorumlanamazlar da, onlar kadar kabul edilebilir ve hiçbir bakımdan çelişki içermeyen kavramlardır.

Sanal sayı⁵⁰ (karesi negatif sayı olan sayı) kavramı da buna benzer, reddedilişle başlayıp yavaş yavaş, aşamalı olarak benimsenmeye varan, bir evrim izledi. Sorun, aritmetiğin normal kurallarından çıkıyordu; bunlar bize iki pozitif sayının çarpımının pozitif, iki negatif sayının çarpımının da yine pozitif olduğunu söyler. Bunun sonucu olarak, kendisiyle çarpılan herhangi bir sayı (pozitif olsun, negatif olsun) daima pozitif bir çarpım verir (ya da kendisi sıfırsa sıfır verir); hiçbir zaman -1 gibi negatif bir sayı vermez. Ancak, *sanki* karesi -1 olan bir sayı *varmış* gibi davranmanın işlemlerde pek çok kolaylık sağladığı anlaşıldı; bu yeni sayıya “sanal sayı” adı verildi ve “i” ile gösterildi. Bu sayının tek sıradışı ve kendine özgü niteliği, karesinin -1 olmasıydı; bunun dışında aritmetiğin tüm alışılmış kurallarına uyuyordu. Böyle yeni bir sayı türünün matematiğe sokulması hem düşgücü isteyen hem

de riskler taşıyan bir eylemdi; zira sanal sayıların kullanımı gitikçe yayılıp genelleşebilir, ama çok sonraları ciddi çelişkilere yol açtıkları farkedilebilirdi ki, bu durumda o zamana kadar yapılmış olan bütün çalışmaları çöpe atmak gerekirdi. Ancak, sayı sistemlerinin çok yakından ve derinlemesine incelendiği on dokuzuncu yüzyıla gelindiğinde, “sanal” sayıların standart “gerçel” sayılardan ne daha çok ne de daha az “gerçek” olduğu iyice ortaya çıkmıştı. Her iki kategori de matematiksel soyutlamalardır ve üstelik “gerçel sayılar” o kadar zaman kuşkuyla karşılanmış olan negatif sayıları kapsadığı gibi, hiç kendini tekrarlamadan sonsuza dek giden ve hiçbir cebirsel denklemi sağlamayan ondalık kesirler gibi acayiplikleri de içerir. Böylece, sanal sayılar sonunda, problem çözmek için gerektiğinde kullanılmak üzere, matematikçinin alet çantasının bir parçası olarak kabul edilmiş oldu. Bunlar bugün mühendisler ve fizikçiler tarafından *rutin* olarak sıradan bir alet gibi kullanılmaktadır ve birçok matematiksel uygulamalar onlar olmadan düşünülemez bile.

Fakat, matematik âleminde Eukleideslik-olmayan geometri⁵¹ kadar dirençle, hatta şiddet ve haketle karşılanmış yeni gelişme azdır. On dokuzuncu yüzyıla gelindiğinde, Eukleides geometrisi iki bin yaşındaydı ve yüzlerce yıldan beri genel eğitimin ana ögesi olmuş bulunuyordu. Aynı zamanda açık seçik düşünmenin ve mantıksal usyürütmenin de

prototipi ve modeliydi. Immanuel Kant⁵², Eukleides geometrisinin beyinlerimizin içine adeta döşenmiş olduğunu, dış dünyanın her birimiz tarafından nasıl görüldüğünün ve görülebilir kılındığının özünü, ana çerçevesini oluşturduğunu düşünüyordu.

Fakat 1829'da Nikolay İvanoviç Lobaçevski⁵³ adlı bir Rus matematikçi, içinde Eukleides geometrisine bir almaşık (alternatif) getirdiği bir makale yayımladı. Eukleides geometrisinin birçok önermesi Lobaçevski'nin modelinde de geçerli kalıyordu: İkizkenar üçgenin taban açıları eşitti, bir üçgenin en uzun kenarı en geniş açısının karşısına rastlıyordu, vb.. Ashnda Eukleides'in *Temel Öğeler*'indeki ilk yirmi sekiz önermenin ortaya konuş ve kanıtlanışları Lobaçevski geometrisinde de aynen geçerlidir; ancak Eukleides geometrisinin en çok bilinen kimi teoremleri doğru değildir: örneğin Pythagoras teoremi ve bir üçgenin iç açıları toplamının 180° olması⁵⁴ gibi. Bu yeni geometride bir üçgenin iç açılarının toplamı sabit bir sayı olmayıp üçgenine göre değişir, ama her durumda 180° den küçüktür.

Lobaçevski kendi geometrisine "Eukleidesçi-olmayan geometri" demiyor, onu "sanal" terimiyle niteliyordu. Bu "sanal" terimini kullanması, geometrisini Eukleides'inkinden daha az gerçek saydığından değildi; bunun nedeni, Eukleidesçi küresel geometrideki birçok matematiksel ifadenin kendi geometrisindeki karşılıklarının, gerçel sayılar yerine sanal sayıların konmasıyla elde edilebilmesiydi.

Lobaçevski'nin çalışması önceleri pek az yankı yarattı; bu, kısmen bu geometriye ad olarak "sanal" geometri terimini seçmesinden, kısmen de makalesini pek tanınmayan bir dergide, üstelik de Rusça olarak yayımlamış olmasından ileri geliyordu. Fakat az da olsa önce yazıyı okuyan Ruslardan, çevrildikten sonra da öteki uluslardan gelen bütün yankı ve tepkiler, hemen hemen söz birliği etmişçesine olumsuzdu.

Eukleidesçi-olmayan geometriyi Lobaçevski'den bağımsız olarak kendi başına bulmuş olan Janos Bolyai adlı genç Macar'ın başına gelenler ise daha da yıkıcıydı. Bolyai'nin babası Wolfgang⁵⁵, Gauss'un kadim dostuydu; Wolfgang'ın 1799'da Macaristan'a dönüşünden sonra da ilişkileri kesilmemiş, iki dost elli yıldan uzun bir süre mektuplaşmışlardı. Oğlunun başarısından gurur duyan Wolfgang, elyazmasının bir kopyasını Gauss'a gönderdi; Gauss'tan gelecek bir "aferin" ya da daha iyisi, Gauss'un matematik âlemindeki sayısız ilişkileri içinde Bolyai'nin çalışmasının adının geçmesi, yetenekli genci çok parlak olabilecek bir matematik kariyerinin başına yerleştirebilirdi. Ama bunun yerine, bu durumda Gauss, karakterinin pek de hayranlık uyandırmayan öteki yanını⁵⁶ gösterdi. Wolfgang'a gönderdiği ünlü yanıtta, bu çalışmaya aferin diyemeyeceğini, zira böyle yaparsa kendini övmüş olacağını açıkladı. Çünkü Gauss aslında Lobaçevski ile Bolyai'nin başardıklarının

büyük bölümünü daha önce kendisi bulmuş⁵⁷, ama çalışmalarını hiç yayımlamamıştı. Bunun nedeni de çalışmanın henüz onun yüksek standartlarını tutturacak olgunluğa erişmiş olmaması değil, Gauss'un bu yeni buluşa karşı gösterileceğini tahmin ettiği olumsuz tepkilerden korkmasıydı. Koşullar böyle olduğuna göre, pekâlâ genç Bolyai'ye övücü birkaç söz söyleyip onu teşvik edebilir ve bundan bir şey yitirmezdi. Olan şu ki, yeni geometrinin tüm ayrıntılarını saptayıp ortaya koymak için harcadığı bütün o çabanın, aslında Gauss'un yıllar önce attığı adımları tekrarlamakla boşa gitmiş olduğunu öğrenmek Bolyai'yi tam anlamıyla yıktı.

İşin ilginç yanı, Gauss'un, yeni geometriyi gerçekten anlayan ve önemini değerlendiren pek az matematikçiden biri olmasıydı. Gerçekte Gauss altmış iki yaşında Rusça öğrenmeye girişmiştir. Bunu kısmen yeni diller öğrenmekten zevk aldığı için, kısmen zihinsel gücünün hâlâ eskisi kadar iyi olduğundan emin olmak istediğinden, kısmen de –anlaşıldığına göre– Lobaçevski'nin eserini aslından okumak amacıyla yapmıştır.

Matematik dünyasının büyük bölümünün Eukleidesçi-olmayan geometri konusunda giderilecek iki büyük kuşkusuna vardı. Birincisi, yeni geometrinin Eukleides'inkine alternatif olarak "yaşayabilir" bir aday olup olmadığıydı. İkincisi ise kendi başına herhangi bir değeri olup olmadığı, yani düpedüz "yaşayabilir" olup olmadığıydı. Bolyai'yle Lobaçevski (ve

Gauss) yeni geometrilerini Eukleides geometrisinin aksiyomlarından yola çıkarak, ama bunlardan birinin –“paralel aksiyomu”nun– yerine onunla tam çelişkin yeni bir aksiyom koyarak geliştirmişlerdi. Eukleidesçi geometrinin bu paralel aksiyomunu kullanmayan bütün teoremleri yeni geometride de otomatik olarak doğru olacaktı. Fakat adı geçen aksiyomu kullanan teoremlerin yerine, Eukleidesçi geometri bağlamında saçma görünebilecek yeni önermeler koymak gerekecekti. Büyük sorun –“yaşayabilirlik” sorunu– yeni aksiyomlar takımının ilerde çelişkilere yol açıp açmayacağıydı; açtığı takdirde kurulan bütün yapının, Eukleidesçi geometrinin tek olanaklı geometri olduğu inancını daha da güçlendirmekten başka, hiçbir değeri olmadığı ortaya çıkacaktı. Bolyai’yle Lobaçevski yeni aksiyom takımlarıyla, ellerindeki geometrinin gerçekten yaşayabilir bir geometri olduğuna ve herhangi bir çelişkiye yol açmayacağına kendilerini inandıracak kadar ileri gitmişlerdi gerçi, ama bunun kanıtı yoktu, bu yüzden de kuşkular dağılmıyordu.

Yeni geometrinin –çelişkisiz olduğu kabul edildikten sonra– öz *değerine* gelince, Lobaçevski bunun bütün bilim için temel bir sorun ortaya çıkardığının pekâlâ bilincindeydi. İçinde yaşadığımız uzay herkesin kabul ettiği gibi “Eukleideslik” miydi, yoksa gerçek dünyanın doğru betimlemesini bize Lobaçevski’nin “sanal geometrisi” mi veriyordu? Gauss’un, üç dağ doruğunun oluşturduğu üç-

genin açılarını ölçmek suretiyle uzayın “Eukleideslik” mi yoksa “Lobaçevskilik” mi olduğunu anlamak için bir deney yaptığına dair yaygın ama yanlış bir inanış vardır. Gauss gerçekten de böyle bir deney yapmıştır, ama bu, uzayın nasıl olduğunu saptamak için değil, bir jeodezi sorunuyla ilgili olarak⁵⁸ yapılmış bir deneydir.

Lobaçevski yeni geometriye ilişkin ilk makalesinin yayımlanmasından sonra da fikirlerini geliştirmeye devam etti. Rusça olarak “Sanal Geometri”⁵⁹ başlıklı yeni bir makale yayımladı. Bunun bir Fransızca çevirisi 1837’de, o zamanlar Avrupa’nın önde gelen matematik yayınlarından biri olan *Crelle Dergisi*’nde⁶⁰ çıktı. İki yıl sonra aynı dergide, Alman matematikçi Ferdinand Minding bugün yalancıküre dediğimiz yüzeyi ilk kez bilim dünyasına sundu. 1840’ta, yine *Crelle Dergisi*’nde, Minding dikkat çekici bir olguya parmak bastı: Bir küresel üçgende kenar uzunluklarıyla açılar arasındaki ilişkileri ifade eden standart formüller alınıp bunlarda kürenin yarıçapının yerine bir sanal sayı konunca, çıkan yeni formüller, bir yalancıküre üzerindeki jeodezik üçgenler⁶¹ için geçerli formüllerin tıpatıp aynısı oluyordu. Minding örnek olarak böyle bir formül⁶² de verdi; bu, ufak bir yazılış farkıyla, Lobaçevski’nin vermiş olduğu bir formülün aynısıydı.

Matematik tarihindeki en büyük iletişim kopukluğu ve kaçırılmış fırsat örneklerinden biri yüzün-

den, Lobaçevski ile Minding'in biribirinin makalelerini okuyamadıkları anlaşılıyordu. Yine anlaşılıyor ki *hiç kimse* de ikisini birden okuyamamış ve 2i ile 2i'yi toplayarak, Lobaçevski'nin "sanal geometri"sinin, belli özellikte bir yüzeye özgü gayet "gerçek" bir geometriden başka bir şey olmadığını farkına varamamış! Başka deyişle, eğer Dünya dev bir yalancıküre biçiminde olsaydı, jeodezi ölçümlerinden normal küresel geometrinin değil Lobaçevski'nin denklemleri çıkacaktı.

Minding'le Lobaçevski'nin çalışmaları arasındaki bu bağlantı eksikliğini daha da ilginç kılan, her ikisinin de özel olarak küresel geometriyle benzerliğe gönderme yapmaları, ancak işlemlerde gerçel sayılar yerine sanal sayılar koymalarıdır; bu bağ ise, Euler'in çağdaşı olan Johann Lambert tarafından elli yıl önce hemen hemen kurulmuş bulunuyordu.

1728'de Alsace'ta doğan Lambert, zamanının en önde gelen Alman matematikçisi⁶³ oldu. Adı, bugün dünyanın dört yanında atlaslarda yaygın biçimde kullanılan birkaç harita projeksiyonunu çağrıştırır. Matematik âlemindeyse daireler konusundaki 2000 yıllık eski sorunu çözmesiyle tanınmıştır: Bir dairenin hem çap hem de çevre değerlerinin tam sayı olmasını sağlayacak ölçü birimleri bulunabilir mi? Örneğin, π yaklaşık değil de tam olarak $\frac{22}{7}$ oranına eşit olsaydı, çapı 7 olan bir dairenin çevresi 22'ye eşit olurdu (oysa gerçekte bunun biraz altındadır). Lambert çapın değerinin

herhangi bir tam sayı olması halinde çevreninkinin de tam sayı olamayacağını kanıtladı. Modern terimleri kullanacak olursak, π *oransız*⁶⁴, yani herhangi iki tam sayının oranına eşit olmayan bir sayıdır. 1786'da yayımlanan iyi bilinen bir başka çalışmada da Lambert Eukleidesçi-olmayan geometrinin kurucusu olmaya çok yaklaştı. Eukleides geometrisinin paralel postülatını almaşık (alternatif) bir postülatla değiştirmenin iki yolu olduğunu kaydediyor, bunlardan ikinci ve üçüncü varsayımlar olarak söz ediyordu. Birinci almaşıkta –yani kendi “ikinci varsayımına” göre– bir üçgenin iç açıları toplamının her zaman, üçgenin alanıyla doğru orantılı bir değer kadar 180° 'den büyük olduğunu gösteriyor ve bir küre üzerindeki jeodezik üçgenlerde tam bu durumun gözlemlendiğini kaydediyordu. Sonra, ikinci almaşıkta –kendi “üçüncü varsayımı”– açılar toplamının yine alanla doğru orantılı bir değer kadar 180° 'den küçük olduğunu gösteriyor ve bu gözleme dayanarak şöyle yazıyordu: “Bundan, üçüncü varsayımın sanal bir küre üzerinde geçerli olduğu sonucunu çıkar-sam yeridir.”

Elbette, tamamiyle haklıydı; sözünü ettiği “haya-li küre” Minding'in yalancıküresinden başka bir şey değildi ve “üçüncü varsayım” da doğrudan doğruya Lobaçevski geometrisine götürüyordu.

Lambert özellikle üçüncü varsayımının en çarpıcı sonuçlarından biri üzerinde durdu: Buna göre, bu

geometride benzer üçgenler diye bir şey olamazdı. Gerçekten de böyle bir yüzeyde aynı açılara sahip iki üçgenin eşdeğer (*congruent*) olmaları gerekir, yani açılar kenarları belirler! Aynı durum yüzyıllar önce İslam matematikçi ve gökbilimcileri tarafından küresel üçgenlerde de fark edilmişti. Örneğin, düzlem üzerindeki bir eşkenar üçgenin her biri 60° olan üç eşit açısı vardır. Herhangi iki eşkenar üçgen benzer üçgenlerdir; sadece ölçek, yani büyüklük küçüklük bakımından farklıdır. Küre üzerindeki bir eşkenar üçgenin de yine üç eşit kenarıyla üç eşit açısı vardır, ancak burada açıların değeri bütün eşkenar üçgenler için aynı değildir. Küçük üçgenlerde açılar 60° 'den pek az büyüktür, ama kenarları kürenin “eşleğinin” dörtte birine eşit büyük üçgenlerde her açı 90° 'dir. Söz konusu küre üzerinde, 60° ile 90° 'lik açı değerleri arasında, açılar verilen bir değere eşit sadece bir eşkenar üçgen vardır. Başka deyişle, açılar eşit olan iki eşkenar üçgen –ister istemez– eşdeğer (*congruent*) dir, yani *hem* açılar *hem de* kenarları eşittir. Bir kürenin üzerinde bir eşkenar üçgeni, düzlem üzerinde yaptığımız gibi, açılar eşit kalmak koşuluyla bir ölçeğe göre büyütüp küçültemeyiz.

Lambert'in “ikinci varsayım” bağlamında kaydettiği özellik buydu. “Üçüncü varsayıma” göre ise bir eşkenar üçgenin yine üç eşit açısı olacak, ancak bunların her biri 60° 'den küçük olacaktır. 60° 'den küçük her açı değeri için, açılar verilen bu değere eşit yalnız ve yalnız bir eşkenar üçgen olabilecek-

tir. Burada da açıları eşit kalmak koşuluyla boyutça büyütölüp küçültülebilecek benzer üçgenler yoktur. Lambert matematikçilerde nadiren görülen bir davranışla, çalışmalarına güç vermiş olan yoğun heyecanı açıkça dile getirirken, “üçüncü varsayımını” kabul etmenin lehinde ve aleyhindeki argümanları şöyle sayar:

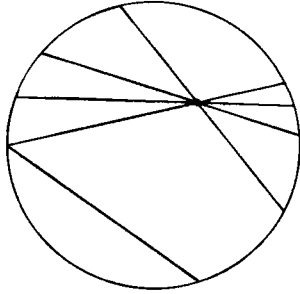
Bu sonuçta insana çok hoş gelen, heyecan verici bir şeyler var; insanı üçüncü varsayımın doğru olmasını dilemeye götüren bir şeyler. Bu üstünlüğe karşın, yine de ben böyle olmasını istemezdim, çünkü bu durumda sayısız sakıncalar ortaya çıkardı. Trigonometri tablolarının genişliği sonsuz olur, şekillerde benzerlik ve oranlılık diye bir şey hiç olmaz, hiçbir şekil tek ve mutlak büyüklüğünden başka bir boyutta tasarlanamazdı; gökbilimcilerin çalışmaları da adamakıllı zorlaşırdı, vb.

Fakat bütün bunlar sevgi ve nefretten kaynaklanan argümanlar olup, ne geometride ne de bütün olarak bilimde yerlerinin olmaması gerekir.

Kendisi aksini söylemekle birlikte, argümanlar üçüncü varsayımına inanması aleyhinde ağır basmış olmalı ki, Lambert sonunda bu varsayımın bir çelişkiye yol açtığına ve dolayısıyla çöpe atılması gerektiğine kendini inandırdı.

Lambert'in varsayım olarak ortaya attığı fikirlerin açıkça dile getirilmesi için, dünyanın yarım yüzyıl Lobaçevski'yle Minding'in makalelerini; ondan sonra da çeyrek yüzyıl daha bu iki makale arasındaki bağlantının kurulmasını beklemesi gerekti. 1868'de İtalyan geometrici Eugenio Beltrami, Lobaçevski ile Minding'in aynı geometrinin iki ayrı şeklini ortaya koyduklarını gösterdi; ayrıca, Lobaçevski'nin geometrisinin aynen Eukleides'ininki kadar "yaşayabilir" olduğunu kanıtlamak suretiyle, bu geometriyi sağlam bir zemine yerleştirdi. Eğer bir gün Lobaçevski'nin aksiyomlarından türeyen herhangi bir çelişkiyle karşılaşılacak olursa, buna benzer bir çelişkinin Eukleidesçi geometrinin içinde de saklanmakta olması gerektiğini gösterdi. Beltrami gösterimlerinde iki yönlü bir yaklaşım kullandı. İlk olarak Lobaçevski'nin formülleriyle yalancıküre gibi sabit negatif eğriliğe sahip herhangi bir yüzeyde geçerli olan formüller arasındaki bağlantıyı kurdu; sonra da Lobaçevski'nin "sanal" dünyasının bir "haritasını" yapmanın yolunu buldu. Beltrami'nin haritası Eukleidesçi normal bir yüzey üzerindeki bir çemberin içine çizilmişti. Bu çemberin kırışları tıpatıp Lobaçevski geometrisinin doğru çizgilerine karşılık gelir. Burada Eukleides'in paralel postülatının geçerli olmadığı, ama Lobaçevski'nin onun yerine koyduğu önermenin doğru olduğu ilk bakışta görülür: Herhangi bir "doğru" ile onun üzerinde herhangi bir nokta veril-

diğinde, bu noktadan geçen ve ilk doğruyla kesişmeyen sonsuz sayıda “doğru” vardır. Beltrami’nin çiziminin aslına tıpatıp benzeyen bir *kopya* değil bir *harita* olduğunu ve orada da, tıpkı bir kürenin haritalarında olduğu gibi, biçim bozulmaları bulunduğunu da unutmamak gerekir. Mercator hari-



Lobaçevski geometrisinin Beltrami modelinde doğru çizgiler tasında, yerküre üzerinde sonlu yarım çemberler olan meridyenler sonsuz dikey düz çizgilerle gösterilir. Beltrami’nin haritasında ise, asıl yüzeydeki sonsuz doğru çizgilere bir çemberin sonlu kırılgıları (doğru parçaları) karşılık gelir. Her iki durumda da, haritayı doğru kullanabilmek için, harita üzerindeki ölçümlerin asıl yüzey üzerindeki ölçümlere nasıl çevrileceğini gösteren belli denklemlere sahip olmak gerekir.

Sözcükleri tam anlamlarıyla kullanacak olursak, Beltrami’nin çizimine haritadan çok “model” demek daha uygun olur, zira “harita” terimi ortada

haritası yapılacak bir yüzeyin var olduğu durumlarda kullanılır. Lobaçevski, geometrisinde geçerli olan kuralları yazmakla birlikte, bu kuralların uygulanabileceği gerçek ve somut bir “oyun alanı” ortaya koyamadı. Üçgenlerle ilgili trigonometrik formüller gibi kimi kuralların yalancıküre gibi sabit negatif eğriliğe sahip bir yüzeydeki jeodezik üçgenler için geçerli olduğu Minding ve Beltrami tarafından gösterildi. Ancak, Lobaçevski geometrisinin öteki özellikleri, örneğin bir doğrunun her iki yönde istendiği kadar uzatılabileceği, doğru değildir; yalancıkürede bu özellik yoktur. Eğer Dünya bir yalancıküre olsaydı, düz Dünya’ya inananların korktuğu gibi, *gerçekten* kenarından aşağıya düşerdik.

On dokuzuncu yüzyılın sonlarında Avrupa’nın iki önde gelen matematikçisi, Alman David Hilbert ile Fransız Henri Poincaré, Lobaçevski geometrisiyle ilgili son birkaç sorunu çözüp kalan kuşkuları gidermekte rol oynamışlardır. Hilbert şu soruyu sordu: Yalancıküre gibi sabit negatif eğriliğe sahip olan fakat yalancıküreden farklı olarak “kenarı” bulunmayan, dolayısıyla Lobaçevski geometrisinin *bütün* özelliklerini destekleyen bir yüzey bulunabilir mi? Bulunabilirse, bu yüzey, Beltrami tarzı modellere başvurmaksızın, söz konusu geometrinin “yaşayabilirlik” sorununa en açık ve net çözümü getirecekti. Hilbert böyle bir yüzeyin olmadığını kanıtladı. Demek ki Loba-

çevski geometrisinin modelleri için başka yere bakmak gerekiyordu.

Poincaré, Beltrami'nin ilk modeline birçok üstünlükleri olan yeni bir model geliştirdi. Onun modeli, üzerindeki açılarının doğru olarak gösterilişi gibi önemli bir özelliği Mercator haritasıyla paylaşır; Beltrami'nin modeli ise böyle değildir. Poincaré'nin modeli zihinde şöyle canlandırılabilir: Normal bir Eukleideslik düzlemi, diyelim yatay bir çizgiyle, ikiye bölelim. Bunun bir yarısının cam ya da plastik gibi saydam bir maddeden yapılmış olduğunu, ama maddenin yoğunluğunun orta çizgiye yaklaştıkça arttığını düşünelim. Geometrinin "çizgileri", ışık ışınlarının bu madde içinde izledikleri yollardır. Temel kırılma kanunları uyarınca bu ışınların kıvrılmaları gerekir; ve yoğunluk tam istenen değerlerde değiştirilirse, ışınlar sınır çizgisine dik yarım çemberler biçiminde yollar izleyeceklerdir. Poincaré, Lobaçevski geometrisinin tam bir modelini elde etmek için bu "harita" üzerindeki ölçümlerin nasıl yorumlanması gerektiğini gösterdi.

Poincaré ayrıca bu modelin, Beltrami'ninki gibi tamamen bir çemberin içine çizilmiş bir değişkesini de geliştirdi. M.C. Escher'in oyma baskılarıyla ün kazanan model de budur. Aslına bakılırsa, Escher'in Lobaçevski yüzeyini "döşemek" için bulduğu yaratıcı düşgücü eseri yol, Poincaré'nin Lobaçevski geometrisine ilişkin haritasının şifresini çözmek için de en açık ve kolay çarelerden birini sağ-

lar. Herkesin aşına olduğu, “Cennet ve Cehennem” ya da “Melekler ile Şeytanlar” adıyla bilinen (resmi adı: Çember Limit IV) resimde, bütün melekler, Lobaçevski düzleminin doğru ölçeğine göre alın-



M.C. Escher'in “Melekler ile Şeytanları”

dıklarında, biribirlerinin tıpatıp kopyasıdır. Çemberin ortasından uzaklaştıkça küçülmeleri, Poincaré'nin haritasından türeyen yapay bir özelliktir; bu harita da, Beltrami'nin haritasında olduğu gibi, gerçek geometrideki sonsuz uzunlukta bir çizgiyi sonlu uzunlukta bir eğri ile temsil eder. Melekler

için geçerli olan, tabii şeytanlar için de geçerlidir: Onlar da Lobaçevski'nin "sanal geometri"sinde tamamen aynı biçim ve boyutta olmakla birlikte resimde boyutça değişiktirler, çünkü Lobaçevski düzleminin herhangi bir haritası gibi Poincaré'nin haritası da uzunlukları ve uzaklıkları ister istemez bozulmaya uğratır.⁶⁵

Beltrami ve Poincaré'nin çalışmalarından sonra, artık Lobaçevski geometrisinin "yaşayabilirliği" konusunda hiçbir sorun kalmadı. O da geometricinin alet çantasındaki normal aletlerden biri haline geldi ve giderek, hem normal Eukleidesçi geometriye, hem de *eliptik geometri* adı verilen, küre üzerindeki geometriyle yakından bağıntılı öteki Eukleidesçi-olmayan geometri türüne karşıt olarak, *hiperbolik geometri* adıyla tanınır oldu.

Hiperbolik geometrinin, matematiğin çok çeşitli ve farklı dallarında son derece yararlı ve kullanışlı olduğu meydana çıktı. En şaşırtıcı yanı da, "Fermat'ın son teoremi" diye bilinen 350 yıllık soruna 1993'te önerilen çözümle ilişkili olmasıdır denilebilir.

Şu sorun hâlâ ortada: Eukleidesçi-olmayan geometrilerin "gerçek" dünyada değeri nedir? Buna yanıt, matematiğin en ileri görüşlerinden biri olan Bernhard Riemann tarafından tüm geometri konularının bir bütün olarak, kökten ve yeni baştan düşünülmesiyle başlayan bir dizi gelişmenin ardından geldi.

Eğri Uzay

*Doğadaki matematikte
şaşkınlık verici bir düşgücü vardır;
Arkhimedes'in düşgücü de
en az Homeros'un ki kadar geniştir.*

Voltaire

Georg Friedrich Bernhard Riemann 1826'da, Gauss'tan elli yıl kadar sonra doğdu. Doğum yeri olan Breselenz köyü, vaktiyle Gauss'un haritası için kadastro çıkarmağa giriştiği aynı Hannover krallığındaydı. Riemann'la birlikte, Euler ve Gauss'u da kapsayan, matematiğin altın çağını simgeleyen matematikçi üçlüsü tamamlanmış olur; birçok kişi için Bach, Beethoven ve Brahms'ın da klasik müziğin doruğunu temsil ettikleri gibi. Bunların matematik ve müzikteki kariyerleri arasında açık farklar olmakla birlikte, arada kültürden kültüre çarpıcı benzerlikler de yok değildir.



Georg Friedrich Bernhard Riemann
(Matematik Enstitüsü, Göttingen)

Euler ve Bach on sekizinci yüzyılda yaşadılar ve o zamanın geleneğine göre, soyluların ya da krallığın patronluğu altında çalıştılar. Gerek kişisel gerek mesleksel yaşamlarında son derece üretici olup geleceğe hem kalabalık aileler hem de ciltler dolu elyazmaları bıraktılar. İlginç bir rastlantıyla, her ikisi de yaşamlarının sonuna doğru görme duyularının zayıflamasına tanık olarak, ömürlerini tam karanlık içinde tamamladılar.

Buna karşılık Beethoven ile Gauss on dokuzuncu yüzyıl başlarının romantik ideallerini kişileştir-

diler. Dokundukları her şeyin bir başyapıt olmasına çalıştılar. Yaşamları ve huyları çok daha neşeli ve daha az karmaşık olan Bach ile Euler bir esere giriştiler mi onu bir oturuşta son biçimiyle ortaya çıkarabiliyorlardı. Beethoven ise bir eseri yayımlamadan önce üzerinde uzun uzun çalışmak ve eseri defalarca yeniden yazmakla ünlüydü. Gauss'un şiarı olan *pauca sed matura* ("az ama olgun") da onun, her fikrin özüne ulaşmak, herhangi bir yazıyı kendi sıkı normlarını tutturanacak düzeye erişmeden yayımlamamak konusundaki saplantısını yansıtır. Bu tutumun sonuçlarından biri, çağdaşlarından bazılarının başına gelen tatsız olaylardır. Birçoğu, Bolyai gibi, bir problem üzerinde yıllarca çalıştıktan sonra verdikleri emeğin meyvesi olarak Gauss'tan kısa ve özlü bir "Ben bunu biliyordum" yanıtıyla yetinmek zorunda kalmışlardır.

Brahms ve Riemann ise, çok daha sağlam biçimde, on dokuzuncu yüzyılın orta ve sonlarındaki dünyada yerlerini almış durumdadırlar. Sık ve kaba sakallarının üstünden bize bakarken, Napoléon döneminin kahramanlara özgü umut ve iddialarından iyice uzaklaşmış görünürler. Her ikisi de yarıdılışça alçakgönüllü olmalarına karşın, kendilerini, çağdaşları tarafından daha önce doruğa çıkmış kişilerin doğal ardılları sayılmak gibi pek imrenilemeyecek bir konumda buldular. Riemann Göttingen'de daha önce Gauss'un makamı olan profesörlüğe atanmakla kalmadı, Gözlemevinde onun kal-

dığı lojmana bile yerleşti. Öte yandan (belki de bu konum nedeniyle) Brahms ile Riemann yetkinlikçi eğilimlerini Beethoven ve Gauss'tan da ileri götürdüler. Brahms bir kuartetini yayımlamaya karar verinceye kadar yirmi yıl çalışıp bir o kadar kuartet yazdı. Beethoven'ın dokuz ve Haydn'ın yüz senfonisine karşılık, yaşamı boyunca yazdığı senfonilerin toplamı sadece dördttür.

Riemann'ın yayımladıklarının azlığı, hele Euler'in o taşkın üretimiyle karşılaştırılınca, daha da çarpıcıdır. Yaşamı boyunca matematiğe yaptığı katkılar, kitaplık raflarında iki santim kadar yer tutan küçük bir karton kapaklı ciltte toplanabilir.

Fakat buna karşın Riemann, derin görüş ve buluşları yalnız matematikte değil tüm dünya görüşümüzde yeni çığırılar açan, bilimde dönüm ve kavşak noktası olan bir kişiliktir. Gauss'un Bolyai'yi övmek istemeyişi onun için istisnadan çok kuraldı. Fakat Riemann'ın doktora tezi kendisine sunulunca buna hemen sahip çıktı; Riemann'm "yaratıcı, aktif ve gerçekten matematiksel zekâsından ve görkemli bir zenginlik taşıyan özgünlüğünden" söz etmekten çekinmedi. Yıllar sonra, Riemann'ın fikirleri olgunlaşıp meyvelerini vermeye başlayınca, Albert Einstein da şöyle yazacaktı: "Sadece Riemann'm yalnız ve anlaşılmamış dehası, son yüzyılın ortalarında, uzayın eski katılığından kurtarılıp fiziksel olaylarda rol oynama yetisinin olanaklı görüldüğü yeni bir uzay tasarımına doğru giden yolu bulmuştu."

Riemann'ın yeni tasarımının özü, Gauss'un bir yüzeyi incelemek için önerdiği biçimde, çevremizdeki uzayı –direkt yolları izleyerek, ölçümler yapıp bulduklarımızı kaydederek ve her türlü basmakalıp ön-tasarımdan kurtulmuş olarak– yoklamak ve araştırmaktı. Yani Einstein'ın daha sonra “düşünce deneyi” adını vereceği işlemi yapmalıydık: baştan başa imgelemimizde tasarlanıp yürütülen bir deney.

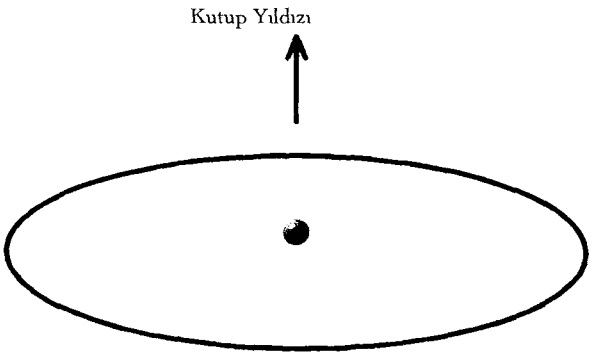
Bu özel “deneyi” anlatmadan önce, düşünce deneylerinin ne olduğu ve fiziksel dünyayı anlamadaki önemli rolleri hakkında birkaç söz söyleyelim. Düşünce deneylerinin rolüne iyi bir örnek, ilkönce Galileo tarafından formüllendirilen ve sonra Newton tarafından fizikteki ünlü “Newton yasalarının” birincisi olarak kabul edilen “eylemsizlik (*inertia*) yasası”⁶⁶ dır. Galileo nesnelerin hareketlerini çeşitli koşullarda dikkatle gözleyip ölçmüş ve sonunda doğru açıklamanın, iki bin yıldan beri kabul edilen standart dogmanın tam tersi olduğu sonucuna varmıştı. Aristoteles'in resmileştirdiği söz konusu dogma, hareketin sürebilmesi için cisme bir kuvvet uygulanmasının gerektiğini ve kuvvet ortadan kalkınca hareketin de durduğunu ileri sürüyordu. Galileo ise, durduracak bir kuvvet *uygulanmadıkça* hareketin sonsuza dek süreceğini söylüyordu. Aristotelesçi inancın bu kadar uzun zaman egemenliğini sürdürebilmesinin tek nedeni ise, Galileo'nin önermesini sınamak için hiçbir gerçek deneyin tasarla-

namayıştıydı. Nesneler, cisimler normal olarak *her zaman* çeşitli kuvvetlerin etkisi altındadırlar: Genel çekim, sürtünme, yerkürenin düşen bir cisim üzerine, yere çarptığı anda uyguladığı kuvvet bunlardan sadece birkaçıdır. Galileo'nin, bütün bu kuvvetlerin ortadan kalktığı bir durumu zihninde tasarlaması gerekiyordu; böyle bir durumda hareketli bir nesnenin hareketini aynı yönde ve aynı hızla sonsuza dek sürdüreceği sonucuna vardı. Onu bu sonuca götüren, dış kuvvetlerin aşamalı olarak azalışının sonuçlarını gözlemiş ve bu azalışa koşturak gerçek ölçüm sonuçlarının kendi ideal deneyinin öngördüğü sonuçlara gittikçe yaklaştığını görmüş olmaktadır. Bu düşünce deneyinin önemi küçümsemez. Newton'un, ikinci ve üçüncü yasalarında, düşüncede "ortadan kaldırılan" kuvvetleri tekrar tabloya yerleştirmesini ve bunların herhangi bir nesnenin hareketine yaptığı tam etkiyi ortaya koymasını o sağlamıştır. Sonuç olarak, Aristoteles'in fiziksel dünya hakkındaki nitel betimlemesi, yerini Newton'un, bugün tüm modern fiziğin temeli olan basit matematiksel denklemlerle ifade edilmiş kesin nicel önermelerine bırakmış oluyordu.

Şimdi burada sunacağımız da, tam olarak Riemann'ın özgün ifadesi değil, onun uzayın biçimini çözümlemek için önerdiği yaklaşımı açıklayan eşdeğer bir düşünce deneyi olacaktır. Örneğin, Dünya'nın yakın çevresindeki uzay kesiminin biçimini incelemek istediğimizi varsayalım. Önce bir yön

–diyelim, Kuzey Kutbundan “yukarı doğru” kuzey yönü– seçer ve bu doğrultuya dikey olan düzlemdeki “uzayın biçimini” araştırırız.

Eşlek boyunca eşit aralıklarla dizilmiş çok sayıda roket olduğunu düşünelim. Verilen bir işaret üzerine bunların hepsi aynı anda fırlatılıyor. Her roket yerden belli bir uzaklığa erişince parlak bir ışık saçmak üzere programlanmıştır. Yeter sayıda roketimiz varsa sonuç, yeryüzünden belli bir uzaklıkta tüm yerküreyi çevreleyen ışıktan dev bir halka (hale) olacaktır. Düşünce deneyimizi tamamlamak için, bu dairenin çevresini ölçebildiğimizi de varsayalım. Uzay gerçekten “Eukleideslik” ise çemberin uzunluğu çapının 2π katı olacaktır. Fakat Riemann’ın görüşüne göre, çemberin uzunluğunun doğru değerini önceden bilmemizin yolu yoktur, zira uzay gerçekte Eukleideslik midir bilmiyoruz.



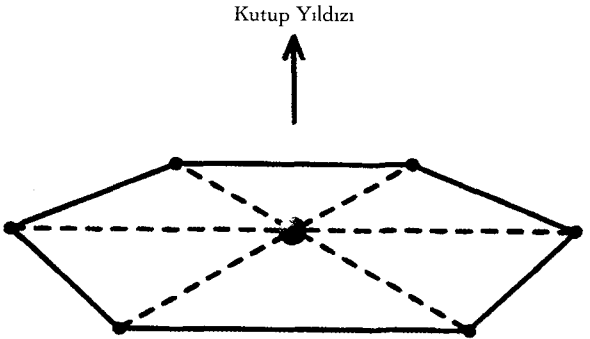
Düşünce deneyimizde eşleği çevreleyen halka (hale)

Aslına bakılırsa bu bakış açısı daha önce Gauss ve Lobaçevski tarafından da dile getirilmişti. Lobaçevski 1820'lerde Eukleidesçi-olmayan düzlem geometrinin olduğu kadar uzay geometrinin de bütün formüllerini geliştirmişti ve bunların arasında, bizim düşünce deneyimizdeki ışıktan çember gibi belli çaptaki bir çemberin uzunluğunu veren bir formül de vardı. Lobaçevski'nin geometrisinde (ki buna *hiperbolik* geometri de denir) söz konusu uzunluk Eukleideslik değer olan " 2π kere yarı-çap"tan, "uzayın eğriliğinin" ölçüsünü veren belli bir değer kadar *büyük* olacaktır. Ancak Riemann, uzayın Eukleideslik ya da Lobaçevskilik olduğunu önceden varsaymak için hiçbir neden bulunmadığına işaret etti; bunlar sadece akla gelen iki seçenektir. Örneğin, ışıktan halkanın uzunluğu pekâlâ Eukleideslik değerden daha *küçük* çıkabilirdi. Riemann bunun böyle olduğu bir örnek de verdi. Bu örneğe denk düşen geometri de Eukleidesçi-olmayan başka bir geometridir; buna bugün "eliptik", "küresel" ya da "Riemann geometrisi" gibi adlar verilmektedir.

Fakat Riemann daha da ileri gitti. Her üç –Eukleides, Lobaçevski ve Riemann– geometride de, çapı verilen bir dairenin çevresi, uzaydaki yeri ne olursa olsun, hep aynı kalıyordu. Bir kez daha Riemann bunun böyle olduğunu varsaymanın hiçbir dayanağı olmadığını ileri sürdü. Dünya'nın yakınlarında uzayın eğriliği, galaksinin merkezine yakın

ya da başka bir galaksideki bir yıldızın çevresindekinden çok farklı olabilirdi. Bu durumlarda da, uzayın eğriliğine ilişkin bir değer yukarıdakiyle aynı birer düşünce deneyiyle, ışıktan halkanın çevresi çapıyla karşılaştırılarak, elde edilebilirdi. Bir yüzeydeki çemberlerin uzunluğunu o yüzeyin eğriliğiyle ilişkilendiren Bertrand ve Puiseux'nün formleri, uzayın eğriliğini de *tanımlamakta*⁶⁷ kullanılabilir. Sıfır eğrilik, yarıçapı r olan dairenin çevresinin $2\pi r$ olduğu anlamına gelir; pozitif eğrilik $2\pi r$ 'den *küçük* (eğrilik ne kadar fazlaysa çevrenin uzunluğu o kadar küçük), negatif eğrilik de $2\pi r$ 'den *büyük* (eğrilik ne kadar fazlaysa uzunluk da o kadar büyük) değerlere karşılık gelir.

Uzayda ölçüm yapma işlemine bir başka yaklaşım da biraz daha farklı bir düşünce deneyi ile anlatılabilir; özünde alışık olduğumuz yer ölçümü



Uzayın eğriliğini belirlemek üzere altı roket arasındaki uzaklıkların ölçülerek roketlerin Dünya'ya olan uzaklıklarıyla karşılaştırılması

(*surveying*) sürecine daha yakın olan bu yaklaşımda, “ışık halkası”nın yerini “üçgenleme” (*triangulation*) alır. Eşlek üzerine eşit aralıklarla dizilmiş altı roket atar ve her roketin iki komşu rokete olan uzaklıklarını sürekli olarak ölçmesini sağlarız. Eğer uzay Eukleideslik ise⁶⁸, roketlerin “yukarı” doğru yolculuklarının herhangi bir anında aralarındaki uzaklık, Dünya’nın merkezinden uzaklıklarına eşit olacaktır. Lobaçevski uzayında roketler arasındaki uzaklık, roketlerin Dünya’ya olan uzaklığından daha hızlı artacak, pozitif eğrilikli uzayda ise roketlerin arasındaki uzaklık, roketler yükseldikçe artan dünya-roket uzaklığından daha yavaş büyüyecektir.

Gauss’un, eğrilik olayını jeodezik üçgenler (ya da bizim meyve bahçemizdeki ağaçların aralıkları!) yoluyla açıklamasında olduğu gibi, Riemann’ın ortaya attığı uzayın eğriliği kavramı da, gerçek ölçümlerin sonuçlarının uzay Eukleideslik olsaydı bulunacak değerlerden nasıl saptığının –ya da sapacağının– açıklanması olarak anlaşılmalıdır.

Uzayın eğriliği konusunda iki yanlış anlama vardır. Birincisi, eğriliğin, “düzlüğe” veya “doğruluğa” karşıt az çok bulanık, *nitel* bir özellik olduğudur. Gerçekte ise eğrilik gayet net ve kesin *nicel* bir kavramdır; uzaydaki her noktayı ve o noktadan itibaren her yönü, ele alınan uzay kesiminin biçimi tarafından belirlenen kesin bir sayı ile betimler. İkinci yanlış anlama da, eğri uzayın anlaşılması ya

da betimlenmesi için, herhangi bir şekilde dördüncü boyutun içine doğru “kıvrılmış” olarak tasarlanmasının gerektiğidir. Bu benzetme, matematikçilerin “dörtboyutlu Eukleideslik uzay” dedikleri şeyle tanışık olanların eğri uzayı gözlerinin önüne getirebilmeleri için yararlı bir yardımcı olabilir. Ne yazık ki dörtboyutlu uzay kavramı popüler bilim ve bilimkurgu yazarları tarafından çoğu kez gizemcil/gizemsel çağrışımlar yapacak biçimde kullanılmıştır. Matematiksel ayrıntıları inceleyip öğrenmemiş olanlar için zihinleri aydınlatmaktan çok bulandırması daha olasıdır. Bir kez daha belirtelim, önemli nokta sadece şudur: Normal üçboyutlu uzayda ölçümler yapıldığında, bunların sonuçları Eukleides geometrisinin öngördüğü sonuçlarla uyuşmayabilir; “eğriliğin” anlamı, bu ölçümlerin Eukleideslik modeldekinden ne ölçüde ve ne yönde saptığından başka bir şey değildir.

Deneyimlerimiz, Eukleides geometrisinin küçük ölçekte uzayın iyi bir betimlemesini sunduğunu doğrular. Fakat bu betimlemenin daha büyük, örneğin galaksilerarası ölçekte de geçerli olduğunu varsaymak için hiçbir nedenimiz yoktur. Bizi, evreni “düz” olarak düşünmeye sevkeden, küçük ölçek için doğru olanın büyük ölçeğe de yayılması veya uzatılmasıdır (*extrapolation*); tıpkı daha önceki bir çağda Dünya’nın düz olduğuna inanılması gibi.

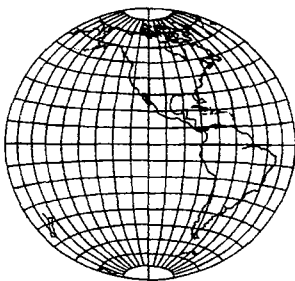
Dünya’nın aslına uygun bir haritasını yapmaya girişip de başaramayışımız, evrenin “haritasını” çı-

karma konusundaki ikilem için de iyi bir benzetme oluşturabilir. Kentlerin veya küçük bölgelerin haritaları küçük ölçekte aslına uygun görünmekle birlikte büyük ölçeklerde önemli biçim bozulmalarına uğrarlar, çünkü hiçbir “düz” harita bir kürenin eğriliğini olduğu gibi veremez. Aynı durum evren için de geçerli olabilir. Düz Dünya’ya koşullanmış olan düşünme biçimimizi artık yenip aşmış olmakla birlikte, düz evren kavramlarıyla düşünme eğilimimizi henüz yenebilmiş değiliz.

Rieman sadece eğri uzay fikrini bulmak ve onun eğriliğinin nasıl hesaplanacağını açıklamakla kalmadı; bütün evren için de alışlagelen Eukleideslik modelden kökten farklı yeni bir model önerdi. Özel olarak, evrenin bir “küresel uzay” biçiminde olması durumunda geçerli betimlemesini verdi. Uzay *sabit pozitif eğriliğe* sahip olduğu takdirde evren böyle bir şey olacaktı.

Riemann’ın evrenini en kolay biçimde betimlemek için, her biri Dünya’nın bir “tarafını” gösteren iki yarımküre olarak çizilmiş Dünya haritasını hatırlamalıyız. Riemann’ın evreni de aynı biçimde tasarlanıp gösterilebilir.

Dünya’nın soldaki kürenin merkezinde bulunduğunu ve bu kürenin içinin de evrenin halen en büyük teleskoplarımızla görebildiğimiz bölümü olduğunu düşünelim. Şimdi de çok uzaklarda, teleskoplarımızın erişemediği bir yerde, sağdaki kürenin merkezinde yer alan ve bu kürenin içindeki

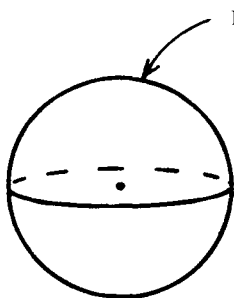


"Yeni Dünya"

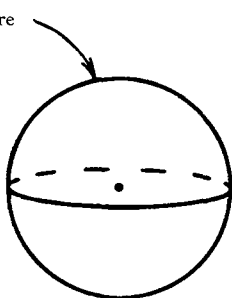


"Eski Dünya"

Dünya'nın iki yarımküresi



"Eski Evren"



"Yeni Evren"

Riemann'ın evreni

her şeyi —ama sadece bunları— görebilen kendi teleskoplarıyla uzayı gözleyen başka bir uygarlık tasarlayalım.

Bu durumda çeşitli seçenekler akla gelebilir: İki küre birbirinden çok uzaklarda olup aralarında —göremedikleri— birçok evren "parçası" bulunabilir; ya da her iki uygarlıktan da gözlemlenebilen bazı galaksiler bulunacak şekilde, ikisi az çok

örtüşebilir. Riemann üçüncü bir olanak önerir: *Hem örtüşmeyebilir hem de birlikte tüm evreni oluşturabilirler.*

Başka deyişle, teleskoplarımızla ulaşabildiğimiz evren bölümü büyük bir kürenin içinde yer alır; bu kürenin dış sınırı, içinde başka bir uygarlığın bulunduğu *öteki taraftaki kürenin* de dış sınırı olabilir. Bu dış sınır, evreni iki kısma ayıran “Eşleksen küre”⁶⁹ olacaktır: bildiğimiz “Eski Evren” ve belki de yirmi birinci yüzyılda bir uzay Kolomb’unun keşfine çıkacağı “Yeni Evren”.

Böyle bir evren tasarımının bize yapay hatta olanaksız görünmesi, Dünya’nın aslına uygun haritalarını yapma girişiminin başarısızlığa mahkûm olmasıyla aynı nedene bağlıdır: Yerkürenin “eğriliği” yüzünden, çizdiğimiz haritalar ancak gerçekliğin çarpık birer resmi olur. İki yarımkürelî tasarımlarımızda haritalarımızı o şekilde çizebiliriz ki, merkezden uzaklıklar aslına uygun olur, fakat o zaman da çizilecek eşmerkezli çemberlerin uzunlukları merkezden uzaklaştıkça artan ölçüde gerçeğinden sapar, zira yerküre yüzeyinin (pozitif) eğriliği, buradaki gerçek çemberlerin bizim düz haritamızın üzerinde onlara denk düşen çemberlerin gösterdiğinden daha küçük olması sonucunu doğurur. Düz haritada söz konusu çemberler gittikçe büyürken, yerküre üzerindeki gerçek çemberler ancak belli bir maksimum değere –(haritadaki sınır çembere tekabül eden) büyük daire de-

ğerine— kadar büyür, sonra çapucu noktasına doğru tekrar küçülmeye başlarlar.

Uzayın da Riemann'ın verdiği anlamda bir pozitif eğriliği varsa, düşünce deneyimizdeki “ışık çemberleri” de aynen bu şekilde davranacaklardır. Eukleideslik uzaydakine göre *daha az çabuk* olmakla birlikte, gittikçe büyüyecek ve evrenin bizim içinde bulunduğumuz bölümünün dış kabuğunda en büyük değere ulaşacaklardır. Sonra küçülmeye başlayacak ve sonunda, evrenin “öteki ucunda” bir noktaya dönüşeceklerdir ki bu, haritamızda sağdaki kürenin merkezi ve evrende bizim çapucu noktamızdır. Burası evrenin bize en uzak noktasıdır. Bir uzay gemisine binip herhangi bir yönde “dosdoğru ileri” yolculuğa çıksaydık, sonunda bu noktaya varırdık. Burada durmayıp yola devam etseydik, çıkış noktamıza geri dönerdik.

Bu evren modelinin, Riemann'ın ayrıca hoşuna giden bir özelliği de, yüzlerce yıllık evrenin “kıyısı” sorununu çözmesidir. Kimi filozoflar evrenin boyutça sınırsız olduğunu, her yöne doğru sonsuza dek yayıldığını düşünmüşlerdi. Bu kuram, Platon'dan Aristoteles'e, Newton'dan Leibniz'e kadar, böyle sorunları ciddiye alan birçok düşünürce ele alınıp akla yakın bulunmayarak reddedildi. Fakat bunun alternatifi de aynı ölçüde kuşkuluydu: Eğer evren sonsuza dek yayılıp gitmiyorsa, —düz Dünya gibi— bir yerde bitmesi gerekirdi. Peki, o zaman o sınırın ötesinde ne vardı?

Riemann'ın modeli, evrenin düz ya da Eukleideslik olduğu varsayımından kaynaklanan bu paradoksu çözer. Eğer evren düz değil de pozitif eğrilikli ve "Riemannlık" ise, boyutça (genişlikçe) sonlu olmakla birlikte hiçbir "kıyıya" veya "sınıra" sahip olmayabilir. Riemann'ın modelinde evrenin her bir parçası, biçimler ve ölçümler açısından, öteki parçalarıyla tamamen aynı görünümündedir.

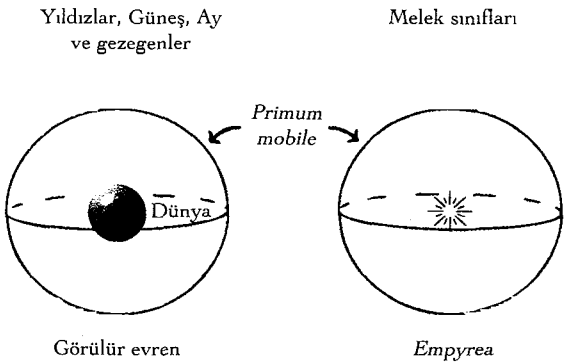
Riemann bu modeli gerçek dünyanın olanaklı bir betimlenişi olarak ilk kez ortaya attığında, bu kavram insanlar tarafından onun "görkemli zenginlikteki" imgeleminin yarattığı bir hayalden fazla bir şey olarak görülmemiş olmalıdır. Bir buçuk yüzyıl sonra bugün bile, Riemann'ın vizyonunu bütünüyle kavrayabilmek için, düşgücümüzü son sınırlarına kadar zorlamamız gerekiyor.

David Hilbert'le ilgili olarak sık sık anlatılan bir fıkra vardır. Hilbert bir gün öğrencilerinden birinin artık derslere gelmediğini fark edip nedenini soruşturur. Söz konusu öğrencinin şair olmak üzere matematiği bıraktığını öğrenince: "İyi yapmış, der, zaten matematikçi olmak için yeterli düşlem gücü yoktu onda..."

Büyük şair Dante de, şiirsel ve matematiksel düşgücünün az görülür bir rastlaşmasıyla, Riemann'ınkiyle çarpıcı benzerlikler gösteren bir evren görüşüne ulaşmıştır. *İlâhi Komedya*'da⁷⁰ evreni iki bölümden oluşmuş olarak betimler. Bir bölümün merkezi Dünya'dadır; Dünya gittikçe büyü-

yenî iç içe kürelerle çevrilidir ve sırasıyla Ay, Güneş, gezegenler ve sabit yıldızlar bu kürelerin üzerinde hareket ederler. Bütün görülür evreni içine alan en dıştaki küre *Primum Mobile* ["İlk Devindirici"] adını taşır. Onun ötesinde *Empyrea* ["Arş-ı Alâ"] bulunur. Dante bunu bir başka küre olarak betimler; burada çeşitli melek sınıfları bir merkez çevresinde iç içe küreler üzerinde dönerler; merkezdeki bir noktadan neredeyse gözleri kör edici parlaklıkta bir ışık yayılır.⁷¹

Şair, Beatrice'nin kılavuzluğunda, yeryüzünden kalkıp görünen evrenin tüm kürelerini geçerek *Primum Mobile*'ye kadar yükselir. Oradan bakınca kendisini *Empyrea* küresinin içini seyreder bulur. *Primum Mobile*'de bakmak için herhangi bir nokta seçmek gerektiğine dair bir işaret yoktur; hangi noktadan bakılırsa bakılsın *Empyrea* küresinin içi-



Dante'nin evreni

nin görülebildiği varsayılabilir. Başka deyişle, *Empyrea*'yı hem görünen evreni dıştan saran hem de onunla bitişik/çakışık bir küre olarak düşünmek durumundayız. Böyleyse, Dante'ye göre evren Riemann'a göre evrenle tıpatıp örtüşmektedir⁷²; sadece dile getirilişlerinde fark vardır.

Riemann'ın evren görüşü, nitel olduğu kadar nicel de olması anlamında, elbette daha "bilimsel"dir. Riemann buradaki eşmerkezli kürelerin alanlarının, dairelerin çevrelerinin, vb. bulunmasını sağlayan formüller de verir.

Dante-Riemann evreninin biçimi, matematikçilerin *küresel uzay* ya da *aşırıküre*⁷³ dedikleri şeydir. Normal küre gibidir, ama bir üst boyuta yükseltilmiş bir küre. Benzetmeler açıktır. Normal bir küre üzerindeki eşmerkezli *daireler* başlangıçta gittikçe genişleyip bir maksimum değere ulaşır, sonra tekrar daralmaya başlarlar. Bunun gibi, bir *aşırıküre* üzerindeki eşmerkezli (normal) *küreler* de aynı şekilde başlangıçta gittikçe büyür, bir maksimum boyaya erişir, sonra tekrar küçülürler. Hem kürenin hem de aşırıkürenin üzerinde, herhangi bir noktadan herhangi bir yöne doğru yola çıkıp "dosdoğru" gidilirse, eninde sonunda başlangıç noktasına geri dönülür. Dahası, çıkış noktası ve yönü ne olursa olsun, yolculuğun toplam uzunluğu aynı olur.

Küre ve aşırıküre herhangi bir büyüklükte olabilirler; boylarını herhangi bir noktadan yapılacak gidiş-gelişin uzunluğu belirler. Aynı uzunluk eğri-

liği de belirler: Dünya turu ne kadar uzunsa eğrilik de o kadar azdır ve geometrisi de Eukleides'in­ine o derece yakındır.

Riemann'ın küresel uzay tasarımı, evrenimizin gerçek şeklinin de böyle bir uzay olarak d   n lebileceği fikriyle birlikte, bilim tarihinde görülen, alışıl­gelmiş dünya görüşünden en özgün ve en kökten kopu lardan biridir. Yirminci yüzyılın önde gelen fizikçilerinden Max Born⁷⁴ şöyle demiştir: "Bu sonlu ama sınırsız uzay fikri, dünyanın ne olduğu konusunda aklın ürettiği en önemli kavramlardan biridir." Tuhaftır, Born bunu derken Einstein'ın bir fikrine gönderme yaptığını sanıyordu, zira Einstein evrenbilim alanındaki çalışmasına, Riemann'dan diğer iki temel fikirle birlikte, bu küresel uzay kavramını da katmı tı; söz konusu öteki iki fikirse, uzayın eğriliği (kıvrılmışlığı) ile dörtboyutlu bir eğri uzayın betimleni iydi. Riemann bütün bu kavramlarla birlikte, daha yirmi ya larındayken, küresel uzaya –modern evrenbilimciler için aynı derecede ilginç–  nemli bir alternatif de bulmuştu: "hiperbolik uzay". Bunları 1854'te, yirmi sekiz yaşındayken, Göttingen'de verdiği bir derste bilim dünyasına sundu. Bugün geriye doğru bakınca, söz konusu dersin modern evrenbiliminin doğuşunu belirlediğini açıkça görebiliyoruz.

Sonradan anlaşıldığına göre, Riemann'da evrenin tam bir tablosunu çizebilmesi için bir anahtar

öge eksikti. Bunun için ise, dünyanın yarım yüzyıl daha, Einstein'ın doğumuna kadar, beklemesi gerekecekti.

Riemann'dan Einstein'a giden yol hiç de dümdüz sayılmazdı. Bu yolda ilk adımlar da yine Riemann'dan geldi. Riemann daha yirmili yaşlarının başındayken, elektrik, manyetizma, ışık ve kütleçekimi olaylarını bağlantılandıran bir birleşik matematiksel kuram geliştirme çabasına girişmişti. Böyle bir "birleşik alan kuramı"nın var olabileceği fikri bile zamanının o kadar önündeydi ki, yüz yıl sonra bile Einstein son yıllarını böyle bir şeyi aramakla boşuna geçirdiği için alay konusu olmuştu.

Riemann'ın ömrü vefa etseydi fikirlerinin nasıl bir çığırda gelişeceğini hiçbir zaman bilemeyeceğiz. Trajik biçimde, kendinden önce Mozart ve Schubert gibi, kırkıncı doğum gününü göremeden öldü. Yaşamının son yılı içinde bir makale yayımlandı: Riemann'ın tüm çabalarına direnmiş olan fiziksel olayları anlayışımızda devrim yapacak, onun birleştirme vizyonunun temel öğelerinden birini gerçekleştirecek ve Riemann'la Einstein arasında önemli bir bağlantı kurduğu anlaşılabilecek olan bir çalışma. Bu buluşların nasıl heyecan verici bir süreçte gerçekleştiği, öykümüzün bundan sonraki bölümünün konusudur.

VI. Bölüm

Görünmez Evren

Ne biçim adamlardır o şairler ki, Jüpiter'den insan gibi bir varlıkmişçasına söz edebilirler de, topaç gibi dönen dev bir metan ve amonyak küresi olduğunu hiç söylemezler.

Richard Feynman

Dünya'nın kendi eksenini etrafında dönmesi ya da Güneş'in çevresinde (yörüngesinde) dolanması gibi doğal olgulara dayanan gün ve yıl gibi zaman bölümlerinin aksine, "yüzyıl" kavramının fiziksel bir temeli yoktur. Daha çok, insan anatomisinin rastlansal bir özelliğine dayalı yapay bir aritmetik ilkesinden türemedir. İnsanlar dünyaya ellerinde dörder parmakla gelmiş olsalardı, hiç kuşkusuz on yerine sekiz tabanlı bir sayı sistemi geliştirmiş olacaktık; bu da bizi, zamanı on yıllara değil "sekiz-yıllara" ve yüzyıl yerine de, sekiz kere sekiz-yıllara, yani altmış dört yıllık bi-

rimlere bölmeye götürecekti. On parmağımızdan esinlenen bütün bu “desimal” sayı sistemiyle ondan türeyen, yılları onyıl, yüzyıl ve binyıllara göre gruptama⁷⁵ âdetimiz bir düzenleyici ilke olarak bize o denli kullanışlı gelmiştir –nitekim bunlara karakterlerine uygun adlar da vermişizdir: Şen Doksanlı Yıllar, Kükreyen Yirmili Yıllar, Fırtınalı Altmışlı Yıllar gibi –ki, bu bölümlemelerdeki keyfilik tamamen gözümüzden kaçır (ABD de gerçek “altmışlı yıllar” kültürü –tabii böyle bir şey sahiden var olduğu ölçüde– daha doğru olarak 1964’ten 1972’ye kadar giden “sekiz-yılı” kapsıyordu). Aynı şekilde, insanlar kırkına (ya da ellisine veya altmışına) merdiven dayamaktan korkarlar; böylece belli bir sayıya, sırf on’un katı olduğundan⁷⁶, hiç de dayanağı olmayan bir anlam ve önem vermiş olurlar.

Bu olumsuz görüşe karşın, on dokuzuncu yüzyıl biliminin kendine özgü ayırt edici bir karakteri olduğu ve evreni “görüp” anlama çabalarımızda anahatar rolü oynadığı söylenebilir. 1800 yılında⁷⁷ meydana gelen iki kritik olay, yüzyılın geri kalan kısmında bilim gündeminin büyük bölümünü belirlemiştir. Bunların birincisi, büyük gökbilimci Sir William Herschel’in kızılötesi ışınlamı, hemen ardından da 1801’de Johann Wilhelm Ritter’in morötesi ışınlamı bulmalarıdır. Bunun sonucu olarak, bilim adamları ışığın mahiyeti hakkında tamamen yeni bir bakış açısı kazandılar. Gözle görülen ışığın iki yanında onun kadar gerçek başka türden ışınlarda da var oldu-

ğunun, fakat bunların –görünmez oldukları için– algılarımızın dışında kaldığının farkına vardılar.

1800 yılının ikinci büyük bilimsel olayı, Alessandro Volta tarafından, bütün elektrik pil ve bataryalarının öncüsü “Volta pili”nin icat edilmesidir. Bununla, ilk kez bilim adamları ellerine temel deneylerini yapabilmek için güvenilir bir elektrik enerjisi kaynağı geçirmiş oluyorlardı. Çok geçmeden elektrik akımı, suyu oluşturunca öğelerine ayırmakta kullanıldı ve beklenmedik biçimde, bu sıvının iki gazdan –hidrojen ve oksijen– oluştuğu ortaya çıktı. Fakat bu alanda ilerlemeler son derece yavaş oluyordu ve elektriğin mahiyet ve özelliklerinin anlaşılması çok zaman alan bir süreçti. Elektrik ışığı gibi pratik uygulamalar ancak yüzyılın sonlarında gerçekleşebildi. Yine yüzyılın sonlarına doğru, yirminci yüzyıl biliminin gelişimine ortam hazırlayan başka keşifler de yapıldı. 1885’te Heinrich Hertz elektrik deşarjları kullanarak, daha sonra “radyo dalgaları” adı verilen yeni tip bir ışınım elde etti. Bunu, biribirine uzak yerler arasında “telsiz” iletişim gibi şaşırtıcı uygulamalar izledi. En garip ve en beklenmedik olanı da kuşkusuz 1895’te Wilhelm Röntgen tarafından X ışınlarının keşfiydi. Röntgen bir cam tüpte oluşturulmuş vakumun (boşluğun) içinden geçen elektrik akımlarıyla deney yaparken, bir tür ışınımın yalnız camdan değil normal olarak opak olan maddelerden de geçerek dışarı sızdığını fark etti. Victoria döneminin tutucu



Bir insanın X ışınlarıyla
alınmış ilk boy resmi.
(Deutsches Museum,
Münih)

insanları giysilerin üzerinden alınmış, gölgeler halinde iç organlarla kenarları net ve keskin biçimde belli olan kemikleri gösteren resimler karşısında şaşırıp şoka uğradılar. Röntgen ve başkaları X ışınlarının tıp alanında taşıyabileceği değeri hemen



James Clerk Maxwell eşi Katherine Mary Dewar'la birlikte, kırk sekiz yaşında zamansız ölümünden birkaç yıl önce (Cambridge Üniversitesi, Cavendish Laboratuvarı).

kavradılar, öyle ki 1900'e gelindiğinde bunların tıpta kullanımı iyice yaygınlaşmış bulunuyordu. Röntgen'in buluşları, 1901'de ilk Nobel fizik ödülünü kazanmasını sağladı.

Daha da şaşırtıcı olan şu ki, hem X ışınları hem de radyo dalgaları, fiziksel gerçekler olarak gözlemlenmelerinden çok önce, matematiksel olarak "keşfedilmiş" bulunuyorlardı. Işın doğrusu, radyo dalgaları tahmin olarak önceden haber verilmiş olduğu içindir ki, Hertz bunların varlığını deneysel olarak doğrulamaya girişmiştir.

Bu devrimci keşiflerin onuru James Clerk Maxwell'e aittir; bu bilgin fiziğin başlıca araştırma alanlarının hepsinde gayet etkin biçimde çalışmalar yürütüyordu: gazlar, akışkanlar, elektrik, manyetizma, optik, vb. Güçlü bir fizik sezgisiyle olağanüstü bir matematik yeteneğini birleştirerek, çok çeşitli fizik olgularını betimleyen kesin denklemler elde edebiliyordu. En ünlü başarısı da, elektrikle manyetizma olaylarını tek bir denklem seti çerçevesinde birleştirmesiydi.

Maxwell'in denklemlerinde⁷⁸, iki yüz yıl önce Newton'un denklemlerinin gezegen hareketleriyle yeryüzündeki mekanik olgular konusunda gösterdiği aynı gizemli ve şaşırtıcı güç, bütün elektrik ve manyetik olguları kapsama gücü vardı. Bu denklemlerde ayrıca yeni ve öngörülmemiş olguları haber verme yeteneği de vardı ki, bunların en önemlisi, çok yüksek bir hızla yayılan elektrikselsel ve

manyetik titreşimlerden oluşan “elektromanyetik dalga” kavramıydı. Maxwell hem elektrikten hem de manyetizmadan deneysel olarak belirlenmiş nicelikler kullanarak, bu dalgaların yayılma hızını hesaplamayı da başardı. Sonuç, ışığın bilinen hızına çok yakın çıktı. Dolayısıyla Maxwell, elektrikle manyetizma için birleşik kuram arayışının yan ürünü olarak, Riemann’ın ışığı öbür iki olguyla bütünleştirme planının bir kısmını da “kazara” gerçekleştirmiş, ışığın da bir tür elektromanyetik ışınım olduğunu bulmuş oluyordu. Buna ek olarak, aynı hızla yayılan fakat farklı frekanslarda titreşen başka elektromanyetik dalgalar da olması gerektiği sonucuna vardı. Bu öngörüsü yirmi yıl sonra Hertz tarafından deneysel olarak doğrulandı. Hertz, Maxwell’in denklemlerinin yeni fizik olgularını önceden haber vermekteki sihirli denebilecek yeteneğini şöyle över: “İnsan bu formüllerin bağımsız bir yaşamları ve kendilerine özgü bir zekâları olduğu; bizden, hatta kendilerini bulandan daha akıllı oldukları duygusuna; onlardan, başlangıçta içlerine konmuş olandan daha fazlasını elde edebiliriz duygusuna kapılmaktan kendini alamıyor.” Maxwell’in, eseri hakkındaki kendi değerlendirmesi ise 1865 başlarında yazdığı bir mektupta daha özlü biçimde şöyle ifade ediliyor: “Elimde, ışığın elektromanyetik kuramıyla ilgili bir makale var; başkası aksini gösterene dek bu makalenin doğruluğuna güvenim tam.”⁷⁹

Ne Maxwell ne Hertz ne de başka herhangi birisi o sıralarda, bu birkaç denklemden geleceğin radyo, televizyon ve radar gibi sanayileriyle sayısız başka bilimsel ve teknolojik uygulamalarının doğup gelişeceğini rüyalarında bile göremezlerdi.

Bu arada X ışınlarının da bir tür elektromanyetik dalga olduğu fark edildi. Bilim adamları yavaş yavaş mikrodalgalar ve gamma ışınları gibi başka elektromanyetik dalga biçimlerini üretmeyi de öğrendiler. Fakat belki de en şaşırtıcı olay, yirminci yüzyılda bütün bu elektromanyetik dalga türlerinin en eski çağlardan beri bizi sarmış olduğunun, dış uzaydan gelip Dünya'nın atmosferini geçerek bizi bombardıman etmekte olduklarının keşfedilmesi idi. Bir fizyoloji cilvesi sonucu, biz bu dalgaların ancak çok küçük bir kesimini görülebilir ışık olarak dolaysızca algılayabiliyoruz; bütün öteki kısımları ortaya çıkarıp görebileceğimiz ya da işitebileceğimiz bir biçime dönüştürmek için özel aletler gerekiyor.

Elli yıl önce Grote Reber "Kozmik Statik Elektirik" başlıklı bir makale yayımlamak suretiyle gökbilimde yeni bir çığır⁸⁰ açtı. Reber, Wheaton-Illinois'teki⁸¹ evinin arka bahçesine kendi yapımı bir radyo teleskop kurmuş ve o konumdan gözlenebilen gökyüzü kesiminin, teleskobuna gelen kozmik statik elektriğin –yani dış uzaydan aldığı elektromanyetik dalgaların– kuvvetindeki değişimleri eğrilerle gösteren bir haritasını çıkarmıştı.

Gökbilimin, yirminci yüzyılın ikinci yarısındaki öyküsü, kızılötesi, morötesi ve X ışınlarını, mikro-dalgaları ve bütün öteki ışıyım biçimlerini “görme-ye” yarayan ve bize evren hakkında yepyeni bir görüntü sunan yeni teleskopların ve diğler aletlerin geliştirilme sürecine sıkı sıkıya bağılıdır. Bugünün gökbilimcisi herhangi bir galaksi, kuasar, kara delik ya da başka derin uzay cismini yalnızca görülen ışıpta gözlemlemek zorunda kalsaydı, kendini gözleri bağılı hissedirdi. Gökte radyo dalgası ve X ışını kaynaklarına dayalı öyle önemli ve etkileyici keşifler yapılmıştır ki, görülen ışık spektrumu içinde bilinen hiçbir nesneye denk düşmezler. Herhangi bir gök cisminin kapsamlı ve ayrıntılı bir “resmi”, elektromanyetik spektrumun olabildiğince geniş bir kesiminden çeşitli dalga boylarında ışıyımlarla alınmış görüntülerini gerekli kılar.

Ancak, görmek ve gözlemlemek anlamaya giden ilk adımlardır sadece. İnsan türü Samanyolu’nu binlerce yıl gözledikten sonra, gördüğü şeyin bize yüzünü değil kenarını gösteren, her biri parlaklıkta Güneş’le kıyaslanabilecek milyarlarca yıldızdan oluşmuş dev bir dönen tekerlek olduğunu ancak fark edebilmiştir. Evrenin kapsamlı ve ayrıntılı bir tablosunu elde etmek için, on dokuzuncu yüzyılın buluşlarıyla yirminci yüzyılın teknolojilerinin sağladığı zengin gözlem yığınınını düzen içinde bütünleştirip yorumlamamızı mümkün kılacak geometrik çerçeveyi de oluşturmak zorundayız.

VII. Bölüm

Geriye Bakış:

Gözlenebilir Evren

Önümüze açtığı ya da aydınlattığı fikirler dünyası, içimizde uyandırdığı tanrısal güzellik ve düzeni seyretme isteği, parçalarının birbirine bağlanışında görülen kusursuz uyum, ilgili olduğu hakikatlerin sonsuz hiyerarşisi ve mutlak kanıtlanmışlığı... bunlar ve başka bu gibi nitelikler matematiğin insanlardan görmeyi hakettiği saygının en sağlam gerekçesini oluştururlar; ve evrenin tüm planı bir harita gibi önümüze yayılmış, insan zihni de yaratılışın bütün şemasını bir bakışta kavrayabilecek yetenekte olsaydı bile, yine de reddedilemez ve çürütülemez olarak kalırlardı.

J.J. Sylvester, On dokuzuncu yüzyıl matematikçilerinden

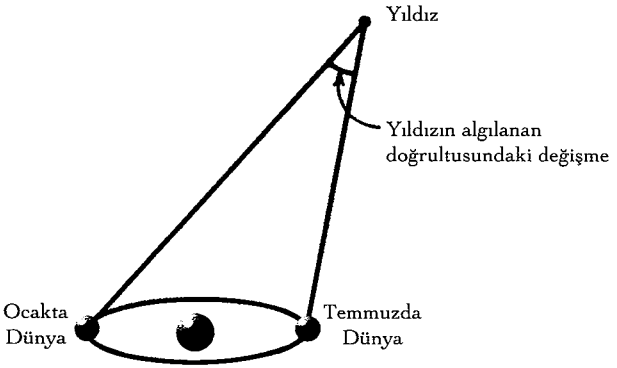
Gerek ilk uygarlıklar gerekse Dante için, hatta nispeten yakın zamanlara kadar çağdaş uygarlık için, yıldızlar, bir tapınağın tavanını süsleyen mücevherler gibi, gökkürenin üzerine saçılmış ışıklı noktalardı. Üç derin görüş, yıldızlı bir gecede yukarı doğru baktığımız zaman gördüklerimizi yorumlama biçimimizde devrim yapmıştır.

İlk olarak kavranan gerçek, örneğin Büyük Ayı gibi takımyıldızlardaki yıldızların sadece düz bir yüzey üzerine yayılmış olmayıp, Dünya'dan ayrı ayrı ve çok farklı uzaklıklarda bulunduklarıydı.

Zihnımızde oluşturduğumuz şekiller bir artalan üzerine çizilmiş uzaklardaki bir kentin silueti gibi görünürse de, gerçekte yıldızlar üçboyutlu uzayda yer alırlar. Uzayın başka bir yerinden ya da galaksimizdeki başka bir gezegenden bakan gözlemciye çok farklı bir görünüm sunarlardı. Örneğin Gemi-ni, “İkizler”, yani Castor ile Pollux, Dünya’dan “ikiz” gibi –hemen hemen aynı parlaklıkta– görünürlerse de, gerçekte Castor “ikizinden” çok daha uzaktadır ve aynı parlaklıkta görünmesi ondan iki kat daha ışık-verici olmasından dolayıdır.

Yıldızların Dünya’dan ayrı ayrı uzaklıklarda bulunabileceği fikri oldukça eskidir; ancak bu uzaklıkların gerçek sayısal değerleri o kadar büyük çıkıyordu ki, gökbilimsel gözlem araçları belli bir dakiklik ve kesinlik derecesine ulaşmadan, yıldızların uzaklıklarını karşılaştırmamanın ve hele ölçmenin, yolu ve çaresi yoktu. Ancak 1838’de gökbilimci ve matematikçi Friedrich Wilhelm Bessel, yerküre altı aylık bir dönemde Güneş çevresindeki yörüngesinin bir ucundan öbür ucuna doğru ilerledikçe, Dünya’ya nispeten yakın bir yıldızın daha uzak yıldızların oluşturduğu artalan üzerinde gözle görülen yer değiştirmesini saptamayı başardı. O zaman, Dünya yörüngesinin genişliğini ve basit bir benzer üçgenler uygulamasını kullanarak, yıldızın uzaklığını kestirmek zor olmadı.

Gökyüzüne ilişkin olarak kavranan ikinci önemli nokta, yıldızların uzaklıkları farklı olduğuna ve



Bir yıldızın algılanan doğrultusundaki değişimin, yıldızın Dünya'ya uzaklığının belirlenmesinde kullanılışı (Resimdeki doğrultu değişmesi gerçeğine göre çok abartılıdır).

ışık da sonlu bir hızla yayıldığına göre, her yıldızdan bize gelen ışığın geçmişte ayrı bir anda yola çıkmış olduğuydu; uzayda “dışarı” bakmakla zamanda “geriye” bakmak bir ve aynı şey oluyordu. Bu, bir yıldız Dünya’dan ne kadar uzaktaysa, ona bakarken zamanda o kadar geride bir anı görüyoruz demektir. Yıldızlar arasındaki uzaklıklarla Dünya üzerindeki uzaklıklar arasındaki ölçü farkı o derece büyüktür ki, burada ölçü birimi olarak mil veya kilometreler kullanışlı değildir; “komşu” saydığımız yıldızlar bile bizden yüz trilyonlarca mil veya kilometre uzaktadırlar. Yıldız uzaklıklarını ışığın bir yılda katettiği uzaklık cinsinden ölçmek daha elverişlidir. Bu şekilde, en yakın yıldızın uzaklığı yaklaşık dört “ışık yılı” olarak ifade edilir. Bir ışık yılı kabaca altı trilyon mil ya da on trilyon kilometre eder.

Üçüncü ve en beklenmedik buluş ise ancak yirminci yüzyılda yapılabildi. Evrenin öteden beri kabul edildiği gibi durağan olmayıp hızlı bir genişleme süreci içinde bulunduğu anlaşıldı.

Genişleyen evren olgusunun keşfine koşut ilginç bir başka olay da, ondan birkaç yıl önce 1912’de, Alman meteoroloğu Alfred Wegener’in, Dünya’nın coğrafyasının da sürekli değişim içinde olduğu yolunda bir kuram ortaya atmasıdır; o bunu “kıtaların sürüklenişi” şeklinde tanımlıyordu. Evrenin genişlemesi kavramı kabul edilip alkışlandıktan çok sonralara kadar Wegener’in kuramı gülünç bulunmağa devam etti. Ancak 1960’larda, ölümünden otuz yıl sonra, kıtaların –denizin üzerindeki buzdağları gibi– yer değiştirmesi olayı da, mekanizmasıyla birlikte belgelenip ölçülebildi.

Genişleyen evrenin keşfi çoğun Edwin Hubble’a atfedilir⁸²; Hubble 1929’da uzak galaksilerin uzaklıklarıyla doğru orantılı hızlarla Dünya’dan uzaklaşır göründüklerine dair gözlemsel kanıtlar ortaya koymuştur. Fakat bu keşfin gerçek öyküsü oldukça farklı ve daha ilginçtir. Kuramla gözlem arasında 1917’den 1929’a kadar on iki yıl süren harika bir karşılıklı oyunun⁸³ öyküsüdür. Evrenin genişlemekte olduğuna dair ilk ipuçları⁸⁴ Albert Einstein ile Hollandalı gökbilimci Willem de Sitter⁸⁵ tarafından 1917’de yayımlanan, evrenbilim konulu kuramsal makalelerde görülür. Her iki makale de, iki yıl önce 1915’te formüle bağlanmış olan, Einste-

in'in genel görelilik kuramına dayanıyordu. Einstein kütleçekiminin işleyişini açıklayan bir dizi denklem kurmuştu; bunları bütün evrenin betimlemesine uygulamaya kalkınca, durağan bir evrenle bağdaşamaz olduklarını gördü. O zaman evrenin durağan olmadığına dair hiçbir kanıt bulunmadığından, Einstein denklemlerine fazladan bir terim ekledi; bununla denklemlerine, zamanla değişmeyen bir evren modeli şeklinde bir çözüm bulmuş oluyordu. De Sitter ise Einstein'ın denklemlerine farklı türden bir çözüm getirdi; bu çözümün bir yanına göre, uzak galaksilerin uzaklıklarına bağlı olarak artan hızlarla Dünya'dan uzaklaşır görünmeleri gerekiyordu. (Hubble da de Sitter'e 1930'da yazdığı bir mektupta, onun kuramsal çalışmasının oynadığı anahtar rolü kabul ediyordu: "Bulutsular arasında bir hız-uzaklık ilişkisinin olabileceği fikri yıllardır havada dolaşıyordu; sanırım bundan söz eden ilk siz oldunuz.").

1917'yle 1929 arasında bir dizi kuramsal ve gözlemsel ilerleme, bilimsel kamuoyunun gittikçe artan bir çoğunlukla genişleyen evren fikrine doğru kaymasına yol açtı. Oyunun baş aktörlerinden biri Vesto M. Slipher'di. Slipher daha 1912'de galaksilerin uzaklıklarını ölçmek için bir program başlatmış, 1922'ye gelindiğinde kırk bir galaksiyi kapsayan bir liste ortaya çıkarmıştı bile. Bir avuç yakın galaksi dışında, listedekilerin hepsi de bizim galaksimizden uzaklaşır görünüyordular.

Aynı yıl, parlak bir Rus bilim adamı olan Aleksandr Friedman⁸⁶, Einstein'ın özgün görelilik denklemlerine –Einstein'ın evrenin genişlemesini önlemek için fazladan eklediği terimi içermeyen– bir çözüm buldu; burada evren art arda genişleme ve kasılma (sıkışma) evrelerinden geçiyordu. Ertesi yıl, zamanının önde gelen matematikçisi Hermann Weyl⁸⁷, görelilik kuramını kullanarak evrenbilime yeni bir yaklaşım geliştirdi; bu da onu doğruca, galaksilerin uzaklıklarıyla orantılı olarak artan hızlarla bizden uzaklaşmalarını içeren bir ilişkiye götürdü.

Bütün bu tartışmalar arasında eksik olan bağlayıcı halka, çok uzaklardaki galaksilerin uzaklıklarını ölçmek için güvenilir bir yoldu. Hubble 1920'li yıllarda enerjisinin büyük kısmını bu soruna odakladı. O sırada dünyanın en güçlü gözlem aracı olan, Kaliforniya'da Mount Wilson'daki 100 inçlik (aynasının çapı 2,5 metreden fazla olan) teleskopla çalışarak, ilk önemli buluşunu 1923'te yaptı: Andromeda galaksisinde, "değişken Cepheid" –ya da "Cepheus-türü değişken yıldız"– adıyla bilinen çok özel ve önemli gök cisimlerinden birini ayırt etmeyi başardı. Cepheus-tipi değişken yıldızlar o sıralarda gök cisimlerinin uzaklıkları konusunda en güvenilir göstergelerdi. Hubble'ın 1923'teki buluşu, eşzamanlı olarak, hem evrenin genişlemesi sorununu açıklığa kavuşturmak, hem de daha temel bir sorunu, "Evrenin yapıtaşları nelerdir?" soru-

nunu bir çözüme bağlamak yönünde atılmış ilk adım işlevi gördü. Bir önceki onyılın büyük bölümünde, galaksimizin boyutları ve tüm evreni kapsayıp kapsamadığı konusunda gayet hararetli bir tartışma sürüp gitmişti. Tartışmanın odak noktası, “bulutsular” adıyla bilinen, teleskopların güçlenmesine koşut olarak gökte sayıları arttıkça artan, bazı silik (“bulutçukları andıran”) ışıklı noktalar-
dı. Gerek galaksimizin boyutlarını, gerek bu “bulutçukların” uzaklıklarını belirlemek son derece zordu ve bunların hepsinin bizim galaksimiz içinde mi yer aldığı, yoksa bazılarının çok daha uzaklarda bulunup bizimki gibi yıldızlardan oluşmuş “ada-evrenler”, yani galaksiler, mi oluşturduğu sorusu yanıtsız kalıyordu. 1918’den önce gökbilimciler galaksimizin boyutlarını olduğundan çok çok aşağıda tahmin ediyorlardı. İlk kez Harlow Shapley⁸⁸, 1918’de, galaksimizin daha önce sanılandan yaklaşık yüz kat daha büyük olduğunu ilan etti; galaksimizin yaklaşık boyut ve biçimini ana hatlarıyla ifade eden fikirler daha sonra doğrulandı ve genel olarak kabul edildi. Fakat galaksimizin gizlerini açığa çıkarmakta kazandığı başarı, Shapley’in başını döndürerek dış galaksiler konusunda yanılmasına neden oldu. Kanıtların, bütün “bulutçukların” bizim galaksimizin içinde yer aldığı, başka deyişle galaksimizin tüm evreni kapsadığı, yönünde daha ağır bastığı kanısına vardı ve bu görüşü savundu.

Böylece, bir süre için, evrenin genişleyip genişlemediği sorunuyla uğraşmak, bu evrenin gerçekten ne olduğunu pek sağlam kavrayamayışımız yüzünden, daha da güçleşti. Ancak Hubble 1923'te, o zamanki adıyla "Andromeda bulutsusu"nu Samanyolu galaksisi sınırlarının çok ötelere yerleştirdiği zaman, konu gerçekten açıklığa kavuşmuş oldu. Bu, amatör gökyüzü seyircileri için de çok önemli bir olaydı, zira Andromeda takımyıldızındaki bu belli belirsiz ışık lekeciği, kuzey yarımküreden çıplak gözle görülebilen, kendi yurt-galaksimizin dışında bulunduğu kanıtlanmış ilk (ve tek) gök cismi oluyordu.

1923'le 1929 arasında Hubble çalışmasına devam ederek daha yirmi üç galaksinin uzaklıklarını saptadı; ayrıca yirmi bir tanesi için de akla yakın tahminler saydığı değerler elde etti. Aynı dönemde, önde gelen iki kuramsal evrenbilimci, Belçika'da Georges Lemaitre ve ABD'de Howard Robertson⁸⁹, Einstein'ın denklemlerine uygun olarak genişleyen bir evrenin, uzak galaksilerin uzaklıklarıyla orantılı hızlarla birbirlerinden uzaklaşmalarını içeren bir özellik taşıması gerektiğini kanıtlayan makaleler yayımladılar. Hubble bir kez belli sayıda galaksi için nispeten güvenilir bir dizi uzaklık değeri elde edince, bunları daha önce Slipher ve başkaları tarafından elde edilen değerlerle karşılaştırmak ve böylece, bugün Hubble yasası olarak bilinen hız-uzaklık ilişkisini sağlam bir temele oturtmak imkânını buldu.

Newton'un evrensel çekim yasasını formüle bağ-
layışından beri, buna benzer hiçbir basit fizik yasa-
sının bu denli akıl durdurucu sonuçlar doğurmadı-
ğını söylersek, büyük olasılıkla doğruyu söylemiş
oluruz. Hubble yasası sadece evrenin evrimini an-
layış biçimimizi değiştirmekle kalmadı, şimdi gör-
mekte olduğumuz şeyi yorumlayışımızı da değiştir-
di. Aslında bu ikisi çözülmezcesine birbirine bağlı-
dır, zira bugün gördüğümüz, evrenin geçmiş tari-
hinden başka bir şey değildir. Algımızdan kaçan
geometrisini betimlemeye çalıştığımız bu "şey" için
belki de özel bir ada ihtiyacımız olacaktır. Buna
ters-evren⁹⁰ (retroverse) diyelim. Ters-evren belli
bir yerden (Dünya'dan) belli bir anda dışarıya
(başka deyişle, geriye) doğru baktığımızda gördü-
ğümüz evren parçasıdır. Bunu "görmek" için de
elimizin altındaki bütün araçlarla; gözle görülen
ışığı, morötesi ve kızılötesi ışınları, mikrodalgaları,
radyo dalgaları, X ve gamma ışınlarını, kısacası bü-
tün elektromanyetik ışınım yelpazesini kullanarak,
"gözlem yaptığımızı" kabul ediyoruz. Sorumuz şu:
Gözlemlediğimiz şeyin gerçek biçimi ne? Ters-ev-
renin geometrisi nasıl bir şey?

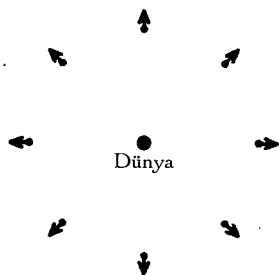
Bu soruya yanıt vermek için Hubble yasasını da-
ha yakından incelememiz gerekiyor. Bu yasa, galak-
silerin yaklaşık olarak uzaklıklarıyla orantılı birer
hızla bizden uzaklaşmakta olduklarını söylüyor.

Hubble yasasını dile getiren cümle üç bölüme
ayrılabilir:

1. Öteki galaksiler bizden uzaklaşıyor.
2. Uzaklaşma hızları kabaca bulundukları uzaklıkla orantılı.
3. Hızlarıyla bizden uzaklıkları arasında değişmez bir oran ("Hubble değişmezi") var.

Bu üç ifadenin ilk ikisinin pratikte ne anlama geldiğini görmek için, bizden kabaca aynı uzaklıkta ve hepsi de ufuk çizgisinin yakınında bulunan belli sayıda galaksiyi göz önüne getirin. Hubble yasasının ikinci cümlesine göre bunların hepsi bizden kabaca aynı hızla uzaklaşmakta olacaktır.

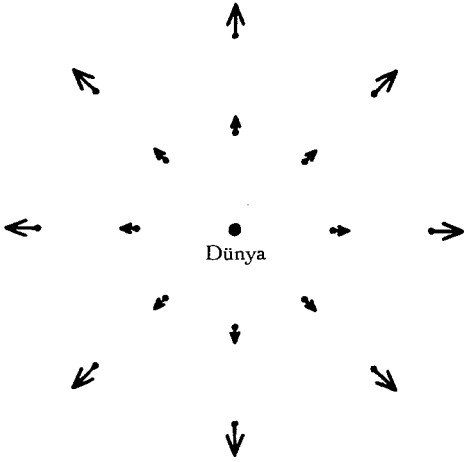
Üçüncü cümle ise, bunların iki katı uzaklıkta olan galaksilerin, bunlara göre iki kat hızlı uzaklaşmakta olacaklarını dile getiriyor.



Dünya'dan aynı uzaklıkta olan ve aynı hızla uzaklaşan galaksiler

Hemen çıkarabileceğimiz sonuç, iç ve dış galaksi halkaları arasındaki uzaklığın da artacağı ve bu

artışın da bizimle iç halka arasındaki uzaklığın artışıyla tastamam aynı oranda olacağıdır. Aynı şekilde, iki değil de eşit aralıklarla birçok halkadan oluşan bir dizi alırsak, her halka bir öncekinden daha



Dünya'dan ilk halkadakilerin iki misli hızla uzaklaşan ikinci galaksi halkası

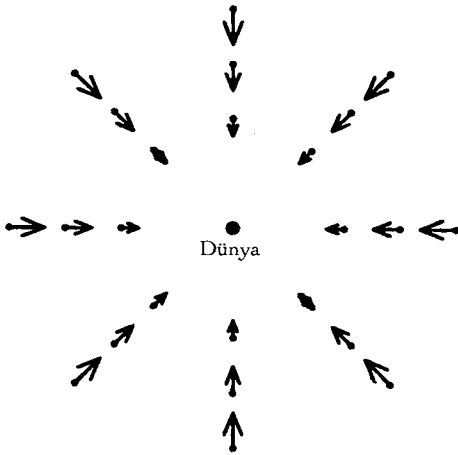
büyük bir hızla bizden uzaklaşmakta, dolayısıyla hepsinin aralarındaki uzaklıklar da aynı oranda büyümekte olacaktır.

Böylece, Hubble yasasından çıkarılacak ilk sonuç, bu yasanın, sadece bizimle öteki galaksiler arasındaki ilişkiyi konu edinmiş olsa bile, öteki galaksilerin de aynı şekilde birbirlerinden uzaklaşmakta olduklarını da –açıkça belirtmeden– içermesidir. Başka deyişle, diğer herhangi bir galaksideki

gözlemciler de, kendi galaksileriyle ilgili olarak, bizim Samanyolu için bulduğumuz aynı "yasa"ya ulaşabileceklerdir.

Hubble yasasının en dramatik sonucu, şu anda bulunduğumuz yere nasıl gelmiş olduğumuz konusunda bize söyledikleridir. Hubble'ın teybini tersine çaliverelim bakalım: Eğer geleceğe doğru baktığımızda galaksiler arasındaki uzaklıklar artmaktaysa, zamanda geriye doğru baktığımızda azalmaları gerekmez mi? Her galaksi halkası geçmişte bize daha yakın olmalıydı. Bu yönde (zamanda geriye doğru) ne kadar ilerlersek, halkalar birbirine o kadar yaklaşacak, o oranda artan bir hızla bize doğru gelmekte olacaklardır.

1929'da Hubble'ın ortaya koyduğu kanıtlar az sayıda ve nispeten yakın galaksilerle sınırlıydı. Aradan geçen yıllarda yapılan binlerce gözlem ölçüm işlemlerini çok genişletip kesinleştirdi ve hız-uzaklık ilişkisinin genel planda doğru olduğunu gösterdi. Halen kabul edilen en iyi tahminlere göre⁹¹, uzaklıkları bir milyar ışık yılı olan galaksiler bizden yaklaşık olarak yılda 1/20 ışık yılı kadar bir hızla uzaklaşmaktadırlar. Şimdilik bu hızın zaman içinde değişikliğe uğraması için hiçbir neden bulunmadığını varsaymak koşuluyla, bu galaksiler geçmişte bize her yıl 1/20 ışık yılı daha yakın olmalıydılar. Şimdi bir milyar ışık yılı uzaklığa varmış olmak için, bizimle aynı noktadan ve yaklaşık yirmi milyar yıl önce yola çıkmış olmaları gerekiyor!



Zamanda geriye gidilirse galaksiler birbirlerine yaklaşıacaktır.

İki milyar ışık yılı uzaklıktaki galaksilere gelince, onlar ötekilere göre iki kat hızlı, yani yılda $1/10$ ışık yılı hızla, uzaklaşmaktadırlar ve geçmişte de bize her yıl bu kadar daha yakındılar. Yirmi milyar yıl önce hep birlikte yola çıkıp yılda $1/10$ ışık yılı hızla birbirinden uzaklaşmak, onları tam bugün bulundukları iki milyar ışık yılı uzaklığa getirmiş olmaktadır.

Tastamam buna benzer bir biçimde, hızın uzaklıkla orantılı olması bizi –dikkat çekici olduğu kadar da tartışılmaz olan– şu sonuca götürüyor: Gözlemlediğimiz her galaksi, yani bütün ters-evrenimiz, yirmi milyar yıl kadar önce bizim galaksimizle aynı yerden yola çıkmış olmalıdır. Başka türlü söylersek, evrenimizi bugünkü konumundan bu-

günkü –ve tabii saptayabildiğimiz ölçüde kesin-
hızlarla geriye doğru “çalıştırdığımızda”, bütün ev-
renin geçmişte yirmi milyar yıl kadar önce kendi
üzerine çöküp sıkıştığını görüyoruz.

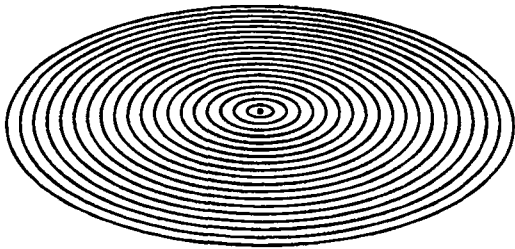
Bu usyürütmemizde daha yakından bakılmayı
hak eden birkaç nokta vardır; fakat bunu yapma-
dan önce, bu çözümlemeden daha hangi sonuçların
çıktığını bir görelim:

Birinci sonuç: *Hiçbir şey yirmi milyar ışık yılın-
dan daha uzakta değildir.* Yirmi milyar büyük bir
sayıdır, bu doğru, ama sonsuz olmadığı da kesin-
dir. Evrenin sonlu mu sonsuz mu olduğuna ilişkin
çağlar kadar eski soru böylece açık seçik bir yanıtla
kavuşuyor: Hubble yasası geçerli olduğu ölçüde
–ki elimizdeki tüm kanıtlar böyle olduğunu göste-
riyor– evren sonludur ve boyutları hakkında açık
seçik bir değere sahibiz.

Elbette “evren” derken burada gözlemlenebilir
evreni, yani ters-evreni kastediyoruz. Evrenin “dış-
arda bir yerlerde” var olan, ama bizim gözlemleye-
mediğimiz parçaları hakkında böyle bir soruyu sor-
manın anlamlı olduğu bile açık değildir. (Yine de
gelecek bölümde bu soruyu sormağa çalışacağız).

İkinci olarak, ters-evrenimizin ufka yakın kesimi-
nin resmine tekrar bakalım. Bir milyar ışık yılı ara-
lıklı eşmerkezli galaksi halkalarıyla işe başlayabiliriz.

Bu resimdeki en dış halka neyi temsil ediyor?
Gözleyebildiğimiz hiçbir şey yirmi milyar ışık yılın-
dan daha uzak olamayacağına göre, resmimizde



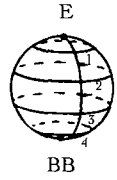
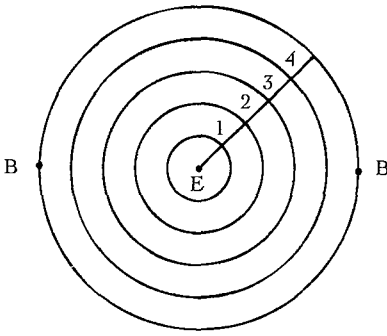
Her galaksi halkası Dünya'ya öncekinden bir milyar ışık yılı daha uzak.

tam tamına yirmi halka olması gerekir ve dış halka üzerindeki her –ve herhangi bir– şey bizden yirmi milyar ışık yılı uzaktadır. Ondan aldığımız ışık ve öteki ışınımın kaynaklarından yirmi milyar yıl önce yayılmışlardır. İyi ama, yirmi milyar yıl önce bütün gözlemlenebilir nesneler kendi üzerlerine çöküp bir tek nokta halinde sıkışmış değiller miydi? Öyleyse en dış halkamız gerçek evrende tek bir noktayı temsil ediyor olmalıdır.

Şimdi görünüşte bir akla aykırı durumla (paradoksla) karşı karşıyayız. Şemamızdaki galaksi halkaları bizden uzaklaştıkça büyür görünüyorlar, ama en son halkanın gerçekte büzüşüp bir nokta haline gelmiş olması gerekiyor! Ne var ki bu paradoks sadece görünüştedir. Çizdiğimiz resmin, aslıyla aynı ölçekte çizilmiş olduğunun –açıkça belirtilmeden– kabul edilmesinden kaynaklanıyor. Gerçek durumda resim öteki galaksilerle bizimki arasındaki uzaklıkları doğru olarak temsil ediyor ki bu, merkezden dış kenara giden her çizgi boyunca ölçeğin

korunmuş olduğu anlamına gelir. Ayrı ayrı her galaksi doğrultusunda yönler de doğru olarak gösterilmiştir. Fakat uzaklıklar ve açılar sadece merkezle ilişkileri bakımından aslına uygundur. Çok uzaklardaki iki galaksi arasındaki uzaklık büyük ölçüde çarpılmış, asıl değerinden sapmış olabilir.

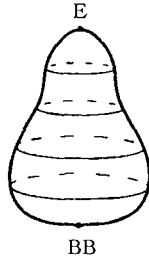
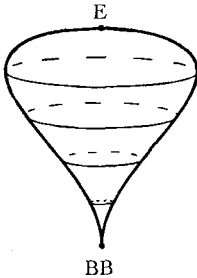
Bu özellikler bize, Dünya yüzeyinin haritasını yapmağa çalışırken karşılaştığımız güçlükleri hatırlatmıyor mu? Çizdiğimiz resim, II. Bölüm’de “üstel” ya da “benmerkezli” harita olarak betimlediğimiz şeyin ta kendisidir. Orada verdiğimiz, dış çemberin yeryüzünde bir noktayı (haritanın merkezinin çapucu noktasını) temsil ettiği o haritada olduğu gibi, buradaki galaksi haritamızda da dış çember evrende tek bir noktayı (yirmi milyar yıl önce gözlemleyebildiğimiz her şeyin yığılmış olduğu noktayı) temsil ediyor. Ufuk düzleminde her yöne doğru bakarak gözlemlediğimiz evren diliminin, hiç olmazsa şematik olarak, küre şeklinde bir biçimi olsaydı, görünürdeki bu paradoks çözülecekti. “Haritamızın” ölçeği merkezden geçen doğrular boyunca korunmuş olduğuna göre, en dıştakinden bir önceki halkada bulunan her şey, dış halkadaki bir noktadan aynı uzaklıktadır. Fakat bütün dış halka zaten tek bir noktaya –yan sayfadaki çizimde BB ile gösterdiğimiz noktaya– karşılık gelmektedir ve görüldüğü gibi ona komşu halka da BB’den sabit bir uzaklıkta bulunan tüm noktalardan oluşmaktadır. Benzer biçimde, en dıştakinden



Bir benmerkezli haritada galaksi halkaları (solda), aynı halkaların bir kürede gösterilmesi (sağda)

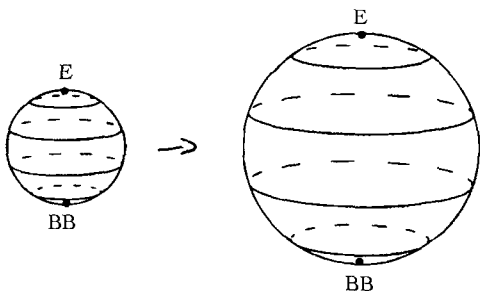
itibaren ikinci halka da BB'den uzaklıkları bunun iki misli olan noktalardan oluşmaktadır.

Fakat evrenin gerçek biçimi küre olmayıp turp veya armut şeklinde de olabilir. Benmerkezli haritanın istediği bütün özellikler aşağıdaki iki şekilde de yerine gelmektedir. Biçimin tam olarak ne olduğunu doğrudan doğruya bilme⁹² olanağımız yoktur, zira uzaklıkları ancak *kendimizden başlayarak* ölçebiliyoruz. Fakat resim ana hatlarıyla açıktır.



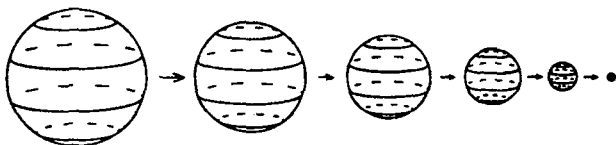
İşte paradoks sayılabilecek bir başka özellik: Hubble yasasına göre iç içe galaksi halkaları üzerindeki noktalar gittikçe artan hızlarla bizden uzaklaşmaktadırlar. Aslında küredeki BB noktasından başka bir şey olmayan dış halka nasıl olur da hem sağa hem de sola doğru kaçabilir?

Yanıt basittir: Kürenin (ya da armudun veya turpun) bütün yüzeyi, şişen bir balon gibi genişlemektedir. Böylece bizimle (yani E ile) BB arasındaki uzaklık da *her yöne doğru* artmaktadır.



Geriye doğru görünüş, şimdi ve daha sonra.

Yine bu resmi zaman içinde geriye doğru yürütmek suretiyle, gittikçe büzülüp sıkışarak sonunda bir nokta halini alan bir balonu gözümüzde canlandırabiliriz.



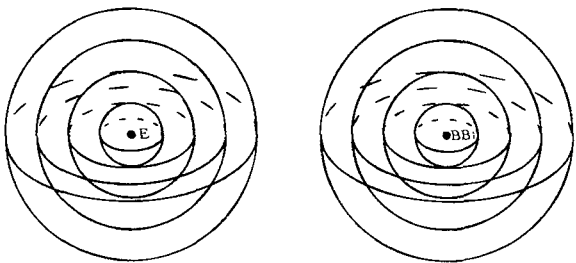
Zamanda geri gidildikçe görünüşün değişmesi.

Bütün bu hikâyenin ana fikri ve düğüm noktası, sözünü ettiğimiz ters-evren diliminin gerçek biçimi ne olursa olsun, bunun *düz* ya da Eukleideslik bir şekil *olmadığıdır*. Öyle olsaydı, çizdiğimiz benmerkezli resim gerçekliğin tam ölçekli bir benzeri olurdu. Fakat böyle bir resimde eşmerkezli galaksi halkaları gittikçe genişleyecektir; oysa gerçek evrende bunlar başlangıçta genişlemekle birlikte, bir an gelip daralmağa başlıyor ve sonunda iyice büzüşüp sıkışarak bir nokta haline geliyorlar. Bu özellik pozitif eğriliğin kesin belirtisidir. Böylece Hubble yasasından çıkarabileceğimiz sonuç dizisinin sonuncusuna gelmiş oluyoruz: Ters-evren Eukleideslik olamaz; en azından bir yerlerinde Riemann'ın verdiği anlamda pozitif eğriliğe sahip olması gerekir.

Tüm ters-evrenin bir resmini elde etmek için de aynı usyürütmeyi izleyecek, ancak bu kez sadece ufuk düzlemi içinde kalmayıp her yöne doğru bakacağız. O zaman, yarıçapı bir milyar ışık yılı olan bir küre üzerindeki tüm galaksilerin yaklaşık yılda $1/20$ ışık yılı kadar bir hızla bizden uzaklaştıklarını görürüz. Bunun iki katı uzaklıktakiler de iki kat daha hızlı olarak uzaklaşırlar ve bu böyle sürüp gider. Daha önce olduğu gibi burada da hayali saati-mizi tersine çalıştırsak, bütün bu iç içe kürelerle aralarındaki her şey de zaman içinde yaklaşık yirmi milyar önceki bir noktaya yığılmak üzere birbirlerine yaklaşacaklardır. Şu sırada görmekte olduğumuz şey, yani her yöne doğru bizden hızla kaçan

galaksiler de akıllara sığmayacak boyutlarda dev bir patlamanın sonrası olarak düşünülebilir: O ünlü, efsanevi büyük patlama, Big Bang! Akla sığmayan başka bir husus da, gözlenebilir evrendeki bütün maddenin bir zamanlar topluigne başı kadar bir noktanın içine sıkışabilmiş olmasıdır. Ama diyecek bir şey yok, eldeki bütün kanıtlar bunun böyle olduğunu gösteriyor. Sonuç olarak, geriye doğru, her biri öncekinden uzak bu galaksi kürelerine baktığımızda, önce her biri öncekinden büyük küreler görürüz; fakat zamanda daha gerilere, Büyük Patlama'ya yakın anlara kadar ulaştığımızda, bu küreler gittikçe küçülmeye başlarlar. Dolayısıyla, bütün ters-evrenimizi iki yarıdan oluşmuş olarak tasarlayabiliriz: Birinci yarıda Dünya'yı saran eş-merkezli kürelerin gittikçe büyüdükları, ikinci yarıda ise gittikçe sıkışıp küçülerek Büyük Patlama'da tek nokta haline geldikleri görülür. İkisi birlikte daha önce de karşımıza çıkmış olan bir geometrik şekli oluştururlar: Aşırıküre. V. Bölüm'de verilen Dante'nin evren görüşüyle bu model arasındaki benzerlik neredeyse tüylerimizi ürpertecek derecedir. Büyük Patlama, Dante'nin çok yoğun bir ışık kaynağı yerleştirdiği konumda yer alır.

Daha ileri gitmeden önce şu soruya da yanıt aramamız gerekir: Bu usyürütmeyi yaparken bizi doğru yoldan saptıracak ve sonuçlarımızı geçersiz kılacak bazı temelsiz varsayımlarda bulunmuş olabilir miyiz?



Bir aşırıküre olarak ters-evren

Yanıt hem “evet” hem de “hayır” olacaktır. Gerçekten de bazı dayanaksız sayıtlarda bulunduk; ancak bunlar, ayrıntılarda biraz düzeltilmeye ihtiyaç gösterebilirler de, genel düzeyde tabloda değişiklik yaratmamaktadırlar.

Kullandığımız ilk ve en temel sayıltı, Hubble yasasının doğru olduğudur. Milyarlarca ışık yılı olarak ifade edilen kozmolojik uzaklıklarla birbirlerinden ayrılan, ışığın birinden ötekine ulaştığı zaman dilimi içinde gittikçe değişen hızlarla hareket eden galaksileri göz önüne aldığımızda, “uzaklık” ve “hız” kavramlarını kesinlikle belirleyip tanımlamak bile daha güç olmaktadır. Zamanımızda fizikçilerin ezici çoğunluğu Hubble yasasının doğruluğuna inanmaktadır; fakat hâlâ birkaç kuşkucu da eksik değildir. Bu yüzden biz de senaryomuzu, eldeki kanıtlara göre en akla yakın açıklama olarak düşünmeli, ilerde köklü bir revizyona yol açabilecek yeni gözlem ve yorumlara da kapıyı açık tutmalıyız. Yine de Hubble yasasından çıkardığı-

mız ana sonuç, yani evrenin kökenlerinin büyük patlama gibi bir olayda bulunduğu fikri, kendisini destekleyecek oldukça inandırıcı fiziksel kanıtlar⁹³ bulabilmektedir.

Kullandığımız ikinci sayıltı, evrenin yaşını kestirmeye çalışırken, galaksilerin bizden uzaklaşma hızlarında zaman içinde değişiklik olmadığı sayıltısıdır. Bu gerçekten dayanaksız bir sayıltıdır, zira galaksiler arasındaki genel çekim kuvvetinin frenleyici bir etki yaparak evrenin genişlemesini yavaşlatabileceğini düşünmemiz gerekirdi. Başka deyişle, galaksilerin kaçış hızları geçmişte şimdi gözlenen hızlardan daha büyük olmalıydı. Evreni zaman içinde geriye doğru "çalıştırırken" bunu da hesaba katınca, evrenin genel tablosunun değişmediğini, fakat Büyük Patlamaya kadarki zaman aralığının daha kısa olduğunu görürüz. Günümüzde kabul edilen tahminler yirmi değil on iki-on beş milyar yıl dolaylarındadır.

Üçüncü sayıltımız, uzaklaşan galaksilerin hızlarına ilişkin olarak Hubble yasasından ta zamanın başlangıcına kadar her ana uygulanabilirmiş gibi söz etmemizdir. Ama durum böyle değildir. Biz ancak Büyük Patlama'yla aramızdaki uzaklığın % 90'ı kadar ötede bulunan galaksileri doğrudan doğruya gözleyebiliyoruz. İçinde bulunduğumuz onyılda devreye giren yeni gözlem araçlarının uyardığı en büyük umutlardan biri, bunların bugünkü teknolojinin erişemediği uzak evren parçalarını

da araştırmamıza olanak sağlayabilecekleridir. Oralarda tam olarak ne bulacağımız kurgulamaya açıktır; ama pek fazla yeni galaksi bulamayacağımız kesin gibidir. Bunun nedeni, açılan evren resmimizin içerdiği en şaşırtıcı özelliklerden biridir. Uzak galaksilerin görünen hareketlerinin gözlenmesinden çıkarılan Hubble yasası, belli bir uzaklıktan ötede galaksi *bulunmadığı* sonucuna yol açmaktadır. Bunun nedeni, buraya kadar betimlediğimiz sırf geometrik senaryolardan çok, büyük patlama senaryosunun fiziksel sonuçlarıyla ilgilidir. Zaman geriye doğru “çalışır”, bu arada galaksiler arasındaki uzaklıklar küçülürken, ortalama sıcaklıkların da yükselmesi gerektiğini görüyoruz. Geçmişe doğru geriledikçe öyle sıcaklıklara ulaşıyoruz ki, bu koşullarda galaksiler var olamayacağı gibi, galaksilerdeki yıldızları oluşturan temel parçacıklar bile yapılarını koruyamayacak, atomlar kendi yapıtaşlarına –serbest elektron, proton ve nötronlara– ayrışacaktır. Bu yüzden, evrenin ilk aşamalarında galaksiler var olamayacak, tabii Hubble yasası da –bizim ifade ettiğimiz şekliyle– anlamsız kalacaktır. Ancak, evrenin genişlemesini açıklamanın –örneğin, parçacıklar arasındaki ortalama uzaklıkların ölçülmesine dayalı– başka yolları da yok değildir. Ne olursa olsun, büyük patlamadan sonra kabaca bir milyonla bir milyar yıl arasında, yani ilk kez galaksilerin oluştuğu dönemde, evrenin tam olarak nasıl bir şey olduğu konusu henüz çözülme-

miş başlıca gizlerden biridir; son zamanlarda devreye sokulması beklenen bir dizi yeni aracın, 2000 yılı dolaylarında bu gizin aydınlatılmasına yardımcı olması umulabilir.

Hemen hemen kesinlikle yanlış olan dördüncü sayıltımız ise, zamanın başlangıcına dek tüm evren oluşum sürecini günün birinde esas anlamda “gör-meyi” başaracak yetenekte olduğumuzdur. Gerçekte, yukarıda söz ettiğimiz fiziksel neden yüzünden, büyük patlamadan sonraki ilk birkaç yüz bin yıllık evreden –ışık, radyo veya diğer– hiçbir türden ışınlamalamayacak olmamız çok güçlü bir olasılıktır. Alabileceğimiz en uzak çıkışlı mesajların şimdi zaten almakta olduğumuz “3 derece mikrodalga artalan ışınlamamı” denen ışınlamamın geldiği evreden çıkma olması akla yakındır, ki bu ışınlamamın büyük patlamadan yaklaşık üç yüz bin yıl sonra yola çıkmış olduğu sanılmaktadır. Geçerli anlayışa göre evrenin bundan daha önceki hali bir bakıma bir yıldızın içi gibi bir şeydi; ışınlamam fotonları daha oluşur oluşmaz ortamca emiliyor, sonuç ışınlamamla parçacıklardan meydana gelmiş opak bir karışım oluyordu; yani, ışınlamamın kaçmasına izin verecek kadar soğuması gereken son derece sıcak bir “ilkel” çorba...

Böylece, bizim ters-evren öykümüz sürpriz bir sonla noktalanmış oluyor. Aniden bir perde inip ardındaki her şeyi bizim gözümüzden sürekli olarak saklıyor. Bu perdenin ilk resmi 1992’de elde edildi: Kolomb’un “Yeni Dünya”ya varışından bu

yana geçen yarım binyılı kutlamak için ne denli uygun bir başarı, değil mi! Söz konusu resim (bak. s. III), bu amaçla özel olarak tasarlanıp imal edilerek COBE (Cosmic Background Explorer) adı verilen uyduya yerleştirilmiş aletlerle yapılan milyonlarca gözlemin sonuçlarını birleştiren, bilgisayarla yapılmış bir “mozayik”tir. COBE 1989 yılı sonlarında, mikrodalga artalan ışıınının bulunmasından tam yirmi beş yıl sonra fırlatıldı. Veri toplayıp çözümleme işlemleri yıllarca sürdü ve sonunda bu resim ortaya çıkarılabildi.

Bu resim, yerel, ulusal, uluslararası, hatta galaktik haberleri kenara iterek, dünyanın dört yanında gazetelerin manşetlerinde yer aldı. Önemli ve heyecan verici bir olaydı bu; dünyanın çocukları ilk kez zamanda geriye, “görülebilir” evrenin başlangıcına doğru bakılarak elde edilmiş bir resmi seyretmek fırsatını buluyorlardı. Resmin biraz bulanık olduğunu kabul etmek gerekse de, önümüzdeki yıllarda gittikçe artacak bir inceleme ve netleşmeye tanık olmamız kesin görünmektedir.

Resmi elde etmek için gereken bütün o ileri teknolojiye –özel uydu, karnında taşıdığı dakik ve narin aletler, uydudan gelen sinyalleri almak için yeryüzüne kurulan ultra-hassas antenler ve toplanan veri yığınını işlemiden geçirebilecek süper güçlü bilgisayarlar– karşın, araştırma ekibinin hâlâ Kolomb zamanındaki haritacıların uğraştığı aynı sorunla karşı karşıya kalmaları da işin “ironik” yanı-

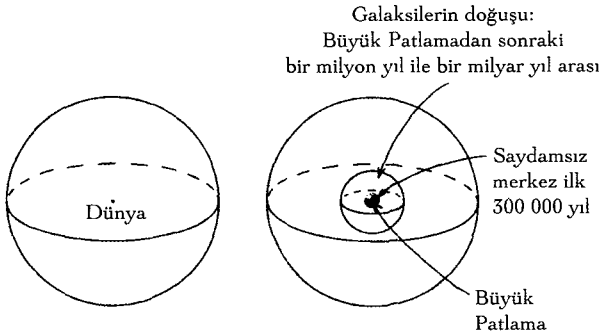
dır: Bir kürenin yüzeyini düz bir kâğıdın üzerine resmetmenin en iyi yolu nedir? Başlangıç evreleri için iki yarımküre çözümünü, Mercator modelini ya da yıllar boyunca önerilmiş birçok uzlaştırmacı modelden herhangi birini benimseyebilirlerdi. Dünya haritalarına bakmayı sevenlerin alışık olduğu bir çözüm seçtiler⁹⁴: küresel yüzeyin bazı yerlerinden kesilip açılarak yayılmış ve bastırılıp düzeltilmiş bir görünüşü. Resmin içine daha ne gibi yeni özelliklerin doldurulacağına bağlı olarak, bunu başka harita tiplerinin izlemesini bekleyebiliriz.

Şimdi perdenin kalkmaktayken alınmış bir resmine sahip olmamız, onun ardında veya ötesinde neler olduğunu göremeyişimizden doğan düşkünlüğümüzün hafiflemesine yardımcı oluyor. Ne olursa olsun, fazla üzülmemize neden yoktur. Bir kere, başlangıca kadar giden yolun % 99,99'unu görebiliyoruz. İkinci olarak, doğrudan doğruya gözlemlediklerimize ve fizik yasaları hakkındaki bilgilerimize dayanarak, perdenin arkasında –hiç olmazsa büyük patlamanın hemen yakınına dek– evrenin “neye benzediği” konusunda pek çok bilgiyi çıkarsama yoluyla elde edebiliyoruz. Üçüncü olarak, evrenin en erken evrelerinden elektromanyetik ışıınım alamamakla birlikte, bu dönemden dolaysız “mesaj” almak için daha en az iki olası yol vardır. Bunların birincisi *nötrino* adı verilen özel bir parçacığın kullanılmasıdır. Geçerli standart büyük patlama kuramı, bu süreçte çok büyük sayılarda –evrendeki her

atom başına yüz milyon kadar– nötrinonun uzaya saliverilmesini öngörmektedir. Ne yazık ki, evren tarihinin en erken çağlarında saliverilen nötrinoların bugün yakalanabilmelerini mümkün kılan aynı özellik, onların aranıp bulunmasını da son derece zorlaştırmaktadır; zira nötrinolar normal maddenin içinden, X ışınlarının kumaştan geçişinden bile daha kolayca geçip giderler. Şimdiye dek birkaç nötrino detektörü yapılmış ve bunlar, Güneş'in çekirdeğinden ve uzak *süpernovalardan* kaynaklanan nötrinoların gelişini kaydetmek suretiyle, başarılı olduklarını da kanıtlamışlardır. Ancak, evrenin kökenlerinden bu yana o kadar yolu aşarak gelenlerin saptanması için, bugün elimizde bulunanlardan çok daha ince ve duyarlı bir düzenek gerekmektedir ki, bu gelecek binyılın projelerindendir. Evrenin başlangıcından dolaysız bilgi almanın öteki yolu gerçekleşmeye çok daha yakın olabilir. 1994'te "kütleçekimi dalgalarını" ortaya çıkarmak amacıyla LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory) adı verilen uluslararası bir proje başlatılmıştır. Bu kütleçekimi dalgaları uzayın eğri (veya kıvrımlı) kumaşı üzerindeki küçük titreşim veya kırışıklıklar olarak tasarlanabilir. LIGO projesi⁹⁶ çeşitli kaynaklardan –ki bunlardan biri de evrenin büyük patlamadan sonraki ilk saniyenin bir kesiri içindeki durumu olabilir– gelen böyle "dalgacıkları" yakalayabilecek şekilde düşünülmüştür. ABD'deki LIGO, İtalya'da Pisa kenti

yakınlarında bir Fransız-İtalyan karma ekip tarafından kurulan VIRGO (bu ad, Başak [VIRGO] burcundaki galaksi kümesinden alınmıştır) ile eşgüdüm içinde çalışacaktır.

Fakat bu projelerin gerçekleşmesi henüz geleceğin işidir. Buna karşılık halen elimizdeki araçlarla öyle bir resim elde etmiş bulunuyoruz ki bu, belki de, birçok ayrıntısı daha sonra tamamlanacak olsa bile, bu haliyle de ana hatlarıyla olgulara dayanabilir görünen kaba bir taslaktan başka bir şey değildir. Bu resim –halen elimizdeki en iyi ters-evren resmi– ortasında küçük bir kürecik oyulmuş bir aşırı-küredir. Bugün elimizdeki aletler bu küçük topun dış yüzeyini (mikrodalga artalan ışınlamının



kaynağı) az-çok ayrıntılı biçimde incelememize olanak vermekte ve bu incelemenin sonuçları kuramsal öngörülerle pek güzel uyuşmaktadır. Merkezi büyük patlama olan bu minik topu saran daha büyükçe bir küre (galaksilerin doğum yeri) da-

ha vardır ki burada bugünkü aletlerimiz son derece yetersiz kalmaktadır. Halen yavaş yavaş aşırı-küremizin (Dünya'dan beş altı milyar ışık yılı uzaklıktaki galaksilere denk düşen) sol yarısının gittikçe daha ayrıntılı bir resmini elde etmekteyiz ve araştırmacı parmaklarımızı daha ötelere, sağ yarının içine de sokmuş bulunmaktayız. Her şey gösteriyor ki, binyılın sonunda bir zamanlar akla bile getirilemeyen gerçekten "küresel" bir resim hedefine, Dünya' küresinin değil evren küresinin resmine, ulaşabileceğiz.

VIII. Bölüm

Bir Başka Boyut

Doğa bilimleri tarihinin bütün o dönemeçli, dolambaçlı akışı içinde hiç değişmeden kalan tek etken, matematiksel düşgücünün taşıdığı belirleyici önemdir.

Freeman J. Dyson

Albert Einstein⁹⁶ her bakımdan gerçeğinden daha büyük bir kişiydi. 1951’de Princeton Üniversitesinde, Bernhard Riemann’ın en özgün tasarımlarından birinin –“Riemann yüzeyi”nin⁹⁷– yüzüncü yıldönümünü kutlamak için düzenlenen bir konferansta, katılımcılar bir sabah onun, hemen tanınıveren görünümü içinde, toplantı salonunda en ön sıradaki koltuklardan birinde oturduğunu gördüler. İleri Araştırmalar Enstitüsü’ndeki bürosundan, birkaç kutlama sözcüğü de ben söyleyeyim diye çıkıp gelmişti. Görünümünün en çarpıcı yanı, darmadağınık ak saçları hesaba ka-



Einstein 1951'de Princeton'daki Riemann yüzeyi konferansı sıralarında (Amerikan Fizik Enstitüsü, Niels Bohr Kütüphanesi)

tılmadan bile yanındakilerden yüzde elli daha büyük görünen başıydı. Einstein o toplantıda Riemann'a olan büyük borcundan ve Riemann'ın verimli fikirlerinin hâlâ üzerinde çalışılıp yayılmağa devam ettiğini görmekten ne kadar mutlu olduğundan filan söz etti. Aslında o konferansın konusu olan Riemann yüzeyleri, Einstein'ın kendi görelilik kuramına temel aldığı Riemann geometrisiyle ancak uzaktan ilişkiliydi; fakat otuz yıl kadar sonra fizikçiler "sicimler kuramı" (*theory of strings*) denilen bir modelde Riemann yüzeyleri için anlamlı bir kullanım alanı buldular; bu kuram, evrenin en küçük ölçekte, atomaltı düzeydeki temel işleyiş biçimini anlamak amacına yönelik yeni bir girişimi temsil ediyordu.

Einstein'ı sıradan insanlardan bu denli başka ve ayırık kılan şey kısmen, kişiliğinin ayırt edici özelliği olan kabarık ve dağınık saçlarının da gösterdiği gibi, genel kabul görmüş "hakikatlere" ve uzlaşımaya dayalı yerleşik bilgelige hayatı boyunca meydan okumuş olmasıdır. Kuvvetli kanıları vardı ve onlara bağlı kalmanın bayağı cesaret istediği durumlarda bile, eylemlerini o kanılara dayandırmaktan çekinmezdi. İki kuşak sonraki Stephen Hawking gibi Einstein da, modern fiziğin karmaşık ve soyut dünyasında kendini rahat ve evinde hissedenden parlak bir kuramsal zekâyâ sahip olmakla birlikte, gerçek yaşamın somut karmaşıklığıyla da cebelleşip çok yüksek ters olasılıklara ve olumsuz koşulla-

ra karşı bile mücadeleye girişmeye hazır ve istekli idi. Hawking'in mücadelesi, kendisini daha kariyerinin başında vurup sakat bırakan bir hastalığa karşıydı. Einstein içinse hasım, kendi dışındaki politikaydı; bu durum onu I. Dünya Savaşında militarist Almanya'ya karşı çıkan bir militan barışçı olmaya sevketti; yıllar sonra, ciddi bir kişisel tehlikeyi de göze alarak, Hitler'e de karşı çıktı. Ayrıca gerek Einstein gerekse Hawking üstlerine gelen saldırılara karşı savaşımalarını gösterişle ve kahramanlık taslayarak değil, daha çok babacan bir inatçılıkla verdiler ve bütün mücadele boyunca dikkate değer bir mizah duygusunu hiç yitirmediler. Einstein'ın acı acı gülen özdeyişleri ve aforizmaları⁹⁸, akla gelebilecek her türlü inanç ve kanıyı desteklemek üzere, adeta cımbızla seçilip bağlam-ıçi veya bağlam-dışı olarak uluorta kullanılır oldu (hâlâ da böyledir): "Tanrının evrenle kumar oynayacağına [zar atacağına] inanmam." (kuantum kuramının getirdiği olasılığa dayalı yorum için); "Rabbimiz ince fikirlidir, ama cin fikirli değildir."; "Bilimsiz din kör, dinsiz bilim topaldır." gibi.

Fakat kişisel nitelikleri ve huyu suyuyla ne kadar sempatik olursa olsun, Einstein'ın tarihteki yeri gerçekliğin ne olduğu konusundaki gerçekten devrimci sezgi ve kavrayışlarına dayanır. Fizikçiler için yirminci yüzyıl 1905'te, Einstein üç ünlü makalesini yayımladığı zaman başlamıştır, ki bunların ikisi gerçek dünyanın "neliği" hakkında içimize

kök salmış olan en derin inançlarımızın bir kısmını altüst etmiştir.

İlk makale, daha sonra Einstein'ın "özel görelilik kuramı"⁹⁹ olarak bilinen görüşlerini dile getiriyordu. Einstein burada, "eşzamanlılık" kavramını artık bırakmamız gerektiğini savunuyordu: Gerek pratik gerekse kuramsal nedenlerle, bizim dünyamızdaki bir olayla Andromeda galaksisindeki bir olayın "aynı zamanda" meydana geldiğini söylemenin hiçbir anlamı yoktu. Eşzamanlılığı yitirişimizle birlikte Einstein bir cismin uzunluk, hız ve kütle ölçümleri gibi temel kavramların da göreliliğini söylüyordu. Yani, bu konularda iki gözlemci, kendi "referans çerçevelerine" bağlı olarak, ayrı ayrı ama her ikisi de geçerli ölçüm sonuçlarına varabilirlerdi.

Einstein'ın görelilik kuramı çok geçmeden her çeşit olumlayıcı önermeye "her şey görelidir" formülüyle karşı çıkmaya yarayan bir mecazi ifade olup çıktı. Fakat gerçekte bu kuramda anlamsal gevşeklik ve saptırmaya veya dil sürçmesine yer yoktur. Zaman, uzay ve kütle ölçümleri kullanılan aletlerin sağlayabildiği en yüksek dakiklik ve kesinlik derecesine kadar yürütülür, sonra Einstein'ın formüllendirdiği kesin matematiksel yasalar kullanılarak başka herhangi bir gözlemcinin yaptığı ölçümlerin sonuçları kestirilebilir. Einstein'ın kuramına ilişkin her türlü anlamsal gevşeklik veya kayganlık, bu kuramı siyasal, sosyal ve ahlâksal alanlara aktarma çabasından doğmaktadır.

Einstein'ın 1905 yazılarından, kendi alanında özel görelilik kuramından daha devrimci olanı ise, ışık "fotonu" kavramının açıklandığı makaledir. Bu makale kuantum kuramının temellerinden biri olmuştur; bu kuram da, görelilikle birlikte, önceki fizik kuramlarından tamamen yeni ve köktenci bir kopuşu temsil etmektedir. Aslına bakılırsa, kuantum kuramı geleneksel olarak Max Planck'a atfedilirse de, enerjinin gerçekte kesintisiz değil "kuantum-laşmış" olarak, yani belli büyüklükte parçacık veya tanecikler (*kuantum*'lar) halinde geldiğini ilk savunanın Einstein olduğu da rahatça öne sürülebilir¹⁰⁰. Planck'ın ise *kuantum*'ları fiziksel bir gerçeklikten ziyade hesaplarında kullandığı matematiksel bir kolaylık sağlama aracı olarak tasarlamış olduğu anlaşılmaktadır.

Einstein kuantum kuramının ortaya çıkışındaki rolünden dolayı hak ettiğinden daha az "kredi" almışsa da, sonraki kuşaklar aslında onun olmayan bir fikri ona yakıştırmak suretiyle bu eksikliği bol bol telafi etmişlerdir. Bu, fiziksel evrenin kumaşı (dokusu) olarak *dörtboyutlu uzay-zaman sürekliliği* fikridir. Bu fikrin sahibi, zamanın matematikçileri içinde en özgünlerinden biri olan Hermann Minkowski'dir¹⁰¹. Einstein'ın özel görelilik hakkındaki makalesini okuyan Minkowski, uzay ile zamanın ayrı ayrı ölçümleri gözlemciye "göre" (ona bağımlı) olmakla birlikte, bunların belli bir bileşiminin gözlemciden bağımsız olacağının çabucak far-

kına vardı. Ünlü –ve biraz da ölçüyü kaçıran üslupta– bir bildiriyle, şöyle buyurdu: “Bundan böyle kendi başına uzay ve kendi başına zaman kavramları gittikçe silikleşip birer hayalete dönüşecek, sadece ikisinin bir tür birleşimi bağımsız bir gerçeklik olarak varlığını koruyabilecektir.”

Evrene dörtboyutlu yaklaşımın altında yatan tartışma konularını anlamak için, *ters-evreni* daha genel (küresel) bir açıdan incelemek gerektir. Tanımına göre, ters-evren belli bir (dünya) an(ın)da gözlenebilir olan her şeyden oluşturulmuştur. Fakat aynı gözlemleri bundan bir yıl, on yıl ya da yüz yıl sonra da yaptığımız takdirde, ters-evrenin resmi her defasında farklı olacaktır. Einstein’den önce bu resimlerin “aynı evrenin daha sonraki tarihlerdeki durumunu” gösterdiği söylenecekti. Ancak, uzayla zamanın birbirine çözülemezcesine bağlı olması bu betimlemeyi, evrenin genişlemesinin keşfinden önce bile, yanlış veya yetersiz kılıyordu. Bugünse şunun bilincine varıyoruz: Art arda çekilen bu fotoğrafların her biri evrenin daha önce görünmeyen bir kesimini görmemize olanak vermektedir. Bundan bir yıl sonra alacağımız mikrodalga artalan ışı-nımı, şimdi “gördüğümüz” kaynaklardan bir ışık yılı daha uzaktaki noktalardan geliyor olacaktır. Tam anlamıyla, görüş ufkumuzu her yıl genişlettiğimizi söyleyebiliriz. Küresel bir resim oluşturmak için, uzay ve zaman içine yayılan daha büyük bir evren tasarlamalıyız. Dünya’dan yapılacak her yıl-

lık ölçümleme, evrenden ince bir dilimi ortaya çıkarmaktadır. Umudumuz, bir dizi (belli sayıda) böyle dilimlerden tüm evrenin biçimini çıkarsamaya çalışmaktır. Bir elmanın içinden birkaç dilimi inceleyerek bütün elmanın biçim ve bileşimini ortaya çıkarmağa çalışmak gibi. Eğer dilimler göbekten geçmiyorsa, bir göbeğin var olduğunu, hele hele varsa neye benzediğini bilmemizin yolu yoktur. Bunun gibi, evrenin bütününü zihnimizde kurmak amacıyla, halen gözleyebildiğimiz ters-evrenden ötesini “görmek” için yapacağımız her girişim en azından kısmen spekülatif olmak zorundadır. Global bir resim elde etmek için en yaygın yaklaşım, evrenin elma gibi değil de soğan gibi olduğunu ve birbirlerini izleyen ters-evrenlerin her defasında soğandan soyulan birer katman olduğunu; evrenin bu katmanlarının ayrıntılarda farklı olsalar da genel yapı bakımından birbirlerine benzediklerini varsaymaktır.

Evrenin elmadan çok soğan gibi bir şey olduğu varsayımından genellikle *kozmojik ilke* olarak söz edilir. Bu deyim, bizim buradan gördüğümüz şeyin, herhangi bir yerdeki başka gözlemcilerin görecekleri şeyin de örneği (benzeri) olduğu kavramını ifade eder. Ayrıca başka bir kavramı daha içerir: Yeteri kadar büyük bir ölçekte (yeteri kadar uzaktan) bakıldığında, evrenin dokusu taneli veya pütürlü değil, düz ve homojendir. Başka deyişle, maddenin aralarında büyük boşluklar bulunan yıl-

dız ve galaksiler halinde yoğunlaşması, kütlesinin büyük bölümünün atomların çekirdeklerinde toplandığı, atomların da birleşerek molekülleri oluşturduğu bir gaz veya sıvının mikroskop-altı yapısı gibidir. Atomik ölçeği bırakıp kendi insan ölçeğimize döndüğümüz zaman, söz konusu gaz veya sıvıyı taneli değil homojen, farklılaşmamış bir madde olarak algılarız. Aynı şekilde kozmolojik ilke de, yeterince geniş bir bakış açısından bakıldığında, tek tek galaksilerin, genel yapısıyla birörnek olan bir maddenin –evrenin maddesinin veya dokusunun– atomları gibi olduğunu dile getirir.

Einstein'ın kozmolojik ilkeye inanmak için en az iki nedeni vardı. Birincisi: Evrenin bizimkinden tamamen farklı başka bölgeleri bulunması sahiden akla yakın olsa bile, buraların nasıl bir görünüme sahip olabileceğini tahmin şansımız hemen hemen sıfırdır. Evrenin bütün parçalarının birbirine benzermesi olasılığı, herhangi bir parçasının –ötekilerden ayrı olarak– örneğin küflü peynirden yapılmış olması olasılığından ölçülemeyecek kadar yüksektir.

İkincisi: Evrenin göremediğimiz parçalarının bizimkinden farklı olmalarını beklemek için herhangi bir nedenimiz olmadığına göre, birörnekliğin her yerde baskın olması en yüksek olasılıktır. Andromeda galaksisindeki “uğraşdaşlarımız” kendi ters-evrenlerinin bir ölçüde bizimkiyle örtüştüğünü keşfedeceklerdir; fakat onların görüp de bizim göremediğimiz ya da bizim görüp de onların göreme-

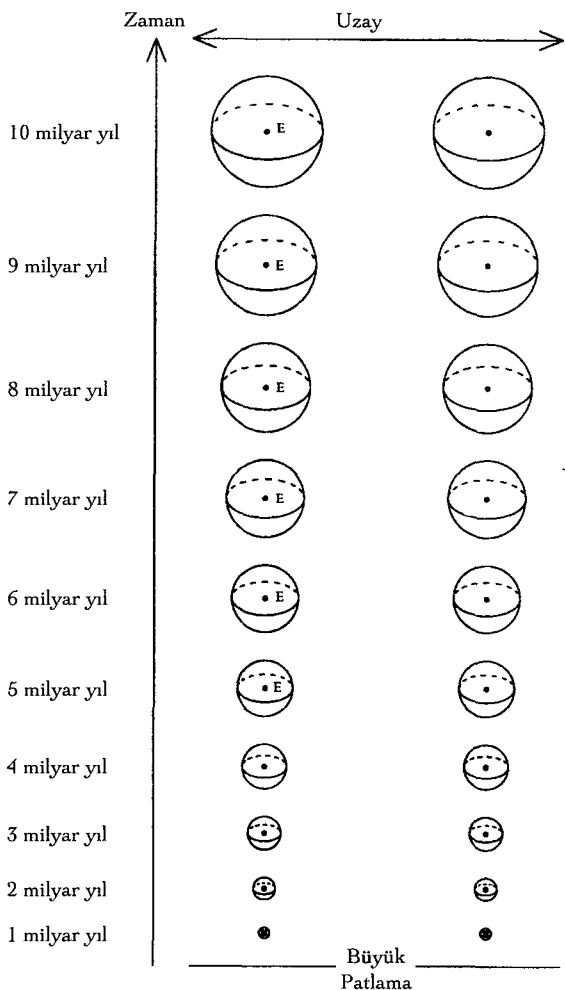
diği şeylerin her iki tarafın da gördüklerinden herhangi bir bakımdan farklı olduğundan kuşkulandırmak için nedenimiz yoktur.

Durum, yerkürenin ancak bazı küçük parçalarının gezilip görülmüş olduğu zamanlarda, –bunlara dayanarak– bütününe biçimini anlama çabalarımıza çok benzemektedir. Yerkürenin bilinen parçalarına bakarak, kalan bölümün de aynı genel küresel biçimde olması bize en güçlü olasılık gibi görünüyordu. Bilindiği gibi bu inancımız doğru çıkmıştır.

Bu ve başka nedenlerle, Einstein özel görelilik kuramını genişleterek Minkowski'nin "dörtboyutlu uzay-zaman sürekliliği"ni de içeren "genel görelilik kuramı" haline getirdiği ve bu genel kuramını tüm evreni betimlemekte kullanmağa çalıştığı zaman, evren modeli olarak zaman içinde evrilen bir aşırıküreyi seçmeye karar verdi. Bunu Hubble yasası ve sonuçlarının keşfinden önce yapmış olduğundan, seçiminin bazı gerekçelerinin temelsiz olduğuna anlaşıldı. Ancak, beş yıl sonra, 1922'de, Rus matematikçi Aleksandr Friedman Einstein'ın modelinin daha iyileştirilmiş bir şeklini kurdu. Friedman'ın modelinde de Einstein'ınkinden olduğu gibi evrenin üçboyutlu bir uzay bileşeniyle –tekboyutlu– bir zaman bileşeni vardır ve uzay bileşeni zamanın her anında Riemann'ın "küresel uzay" ya da "aşırıküre" biçimini gösterir. İki model arasındaki en önemli fark, Friedman modelinin evrenin genişlemesine izin vermesidir ki bu daha sonra Hubble ta-

rafından doğrulanmıştır. Başka deyişle, aşırıkürenin boyutları zaman ilerledikçe büyümekte, zaman geriye çevrilince de sıfıra doğru küçülmektedir. “Büyük patlama” terimi çoğu kez evrenin boyutlarının sıfır olduğu başlangıç anını ifade etmek için kullanılır; fakat büyük patlama fiziksel bir gerçeklikten çok kullanışlı bir soyutlama¹⁰² olarak yorumlanmalıdır. Fiziksel gerçeklik, bugün yapabildiğimiz en iyi tahmine göre, evrenin bir zamanlar tasarlanamayacak kadar yoğun ve sıcak bir “ilkel ateş topu” halinde sıkışıp büzülmüş olduğudur. Belli bir noktadan sonra, bizim fizik anlayışımız böyle bir ateş topunun yaratabileceği bütün olguları ve bunların etkileşimlerini kavrayabilecek yetekte değildir. Bu yüzden büyük patlamayı da zaman çizgisinde bir başlangıç değeri olarak düşünüyor ve ancak büyük patlamadan sonrası için fiziksel evrenden söz edebiliyoruz. O zaman resim nispeten basittir. Eğer “dışardan bir gözlemci” bütün olayı bir video kamerayla filme alsaydı, filmde art arda gelen karelerde boyutça gittikçe büyüyen bir dizi aşırıküre görülecekti.

İmdi, aşırıküreler de, normal küreler gibi, neresinden bakarsanız bakın aynı görünürler. (Bu yüzden de kozmolojik ilkeye inananlar için ideal seçimlerdir.) Onların resmini çizmek istersek, ortasına kendimizi koyduğumuz bir eşmerkezli harita yaparız; bunu yaparken, başka gözlemcilerin de kendi bulundukları yeri merkez alan kendi harita-



Küresel bir evrenin ömrünün ilk on milyar yılı. Büyük patlamadan başlayarak birer milyar yıl arayla çekilmiş enstantaneler. Her enstantanede uzay bir aşırıküre olup boyutları zamanla sürekli biçimde büyür. ("E", yerkürenin merkezindeki bir elektronu gösterir).

larını yapmakta serbest olduklarını bir an bile unutmayız. Hadi öyleyse, Dünya'nın merkezindeki bir atoma bağlı bir elektron seçip, bu elektronu merkez alan ve –günümüzden başlayarak– büyük patlamanın bir saniye sonrasına kadar giden bütün aşırıkürelerin bir haritasını yapalım. Bu andan önce elektronlar yaratılır yaratılmaz hemen yok olduklarından, seçtiğimiz elektronun tarihini bu noktadan öteye izleyemeyiz.

Büyük patlamadan sonraki her anda evrendeki bütün parçacıklar –o ana tekabül eden– bir aşırıkürenin içine dağılmaktadır (bu aşırıküreyi, her zamanki yöntemimizle, bir çift normal kürenin içleri şeklinde gösteriyoruz). Büyük patlamadan bugüne kadar, biribirlerini izleyen aşırıkürelerin boyutları düzenli olarak artmıştır.

Bu resmi tam anlamıyla değerlendirebilmek için, bir kürenin ya da herhangi bir yüzeyin haritada belli bir noktayı merkez alan dairelerle temsil edildiğini hatırlayalım. Kürenin veya herhangi bir yüzeyin eğriligi, bu dairelerin çevrelerinin merkezden uzaklaştıkça büyüyüş biçimlerine yansır. Riemann'a göre, uzayın eğriligi (kıvrımı) da buna benzer bir şekilde tanımlanabilir. Şimdi bir sonraki adımı atarak, büyük patlamadan eşit “uzaklıkta” olan bütün parçacıkların (üçboyutlu) bir aşırıküre üzerinde yer aldığı bir evren tanımlamış bulunuyoruz (burada “büyük patlamadan uzaklık” sadece zaman cinsindendir). Bundan çıkaracağımız ge-

nel evren tablosu ancak dörtboyutlu bir şey olarak betimlenebilir; gerçi onu bütünlüğü içinde resimleyemeyiz, ama yine de, büyük patlamadan sonraki her t zaman aralığına denk düşen aşırıkürelerin boyut ve biçimlerini vermek suretiyle, tam olarak betimleyebiliriz.

Uzayla zamanın birleştirilerek dörtboyutlu bir şey sayılması fikri hayli eski bir fikirdir. 1764'te yayımlanan ünlü Fransız Ansiklopedi'sinin "boyut" maddesinde açıkça yer alır. Fakat orada öylesine ortaya atılan, herhangi bir şekilde arkası aranmadan söylenip unutulmuş bir fikirden ibarettir. Ancak özel görelilik kuramının Minkowski tarafından yorumlanmasından sonradır ki, dörtboyutlu uzayın matematiği somut fiziksel problemleri çözmekte kullanılabilecek bir biçim altında dile getirilebilmiştir. Einstein genel görelilik kuramını formüle bağlarken, uzay-zamanın eğriliğini de işin içine sokarak ve genel çekim olayının etkilerinin bu eğriliğinden nasıl çıkarsanacağını açıkça göstererek, uzayla zamanı birbirine bağlayan düğümü daha da sıkımtırmıştır.

İşte bu noktada Einstein Riemann'dan esinlenmiştir. Riemann'ın vizyonu üç boyutla sınırlı değildi; dört ve daha çok boyuta dek uzanıyordu ve Riemann buraya eğrilik kavramını getirip bunu hesaplamak için açık denklemler veriyordu. Einstein'ın dehası, önce Riemann'ın denklemlerinin uzay-zaman için de kullanılabileceğini, sonra da

bu yüzden uzay-zamanın geometrisinin fiziği etki-
leyeceğini görmesindedir. Bu sonuncu kavram
gerçekten devrimciydi, zira daha önceki bütün bi-
limsel kuramlarda uzay sadece durağan ve edilgen
bir artalan¹⁰³, yani oyunun oynandığı sahne olarak
görülüyordu. Einstein'ın formüllendirilişine göre,
hem ışınım hem de maddesel nesneler uzay-zama-
nın geometrisi tarafından belirlenen yollar (yörün-
geler) boyunca hareket ederler. Bir anlamda “ge-
nel çekim geometridir” dense yeridir. Einstein bu
fikri yirminci yüzyılın başlarında ortaya attığı hal-
de, fikir bugün bile gizemliliğini büyük ölçüde ko-
rumaktadır. Newton'un genel çekim açıklamasının
da önerildiği zaman aynı şekilde şaşkınlık yarattı-
ğını ve benimsenmesi için en az o kadar zaman ge-
rektiğini hatırlamak, burada bize yardımcı olabilir.
Gerçekten Newton'un genel çekim yasası da ne
kadar yakından bakılırsa o kadar tuhaf ve uçuk bir
fikir gibi görünür. [Düşünün bir kere:] Herhangi
iki nesne birbirine çekici bir kuvvet uyguluyor ve
bu kuvvet her nasılsa, uçsuz bucaksız boş uzayı
aşarak anında Güneş ve Ay'dan Dünya'ya, yıldız-
dan yıldıza, galaksiden galaksiye ulaşıveriyor! Za-
manın birçok ünlü bilim adamı bu fikri “voodoo
(büyücülük) fiziği” sayarak ciddiye almayı reddet-
mişti. Zaten Newton'un kendisi de bu süreçte ça-
lışan düzeneği anlamadığını itiraf ediyor, bütün
yaptığının çekim altındaki herhangi bir nesnenin
hareketlerini hesaplamayı sağlayacak matematik

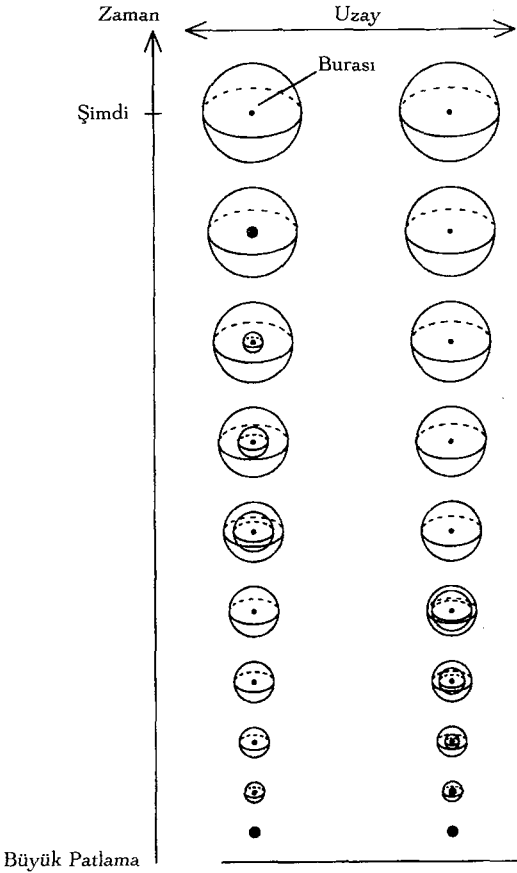
yasalarını ortaya koymak olduğunu belirtiyordu. Bu gizemli çekim “kuvvetinin” işini nasıl gördüğünü aydınlatmayı ise memnuniyetle gelecek kuşaklara bırakıyordu.

Bu perspektiften bakılınca, Einstein’ın bazı yö-
rüngeleri kayıran çarpık uzay kavramı akla o ka-
dar da yabancı görülmeyebilir.

Genel çekimin neden aslında kılık değiştirmiş bir eğrilik (kıvrımlılık) olduğunu görmek için, yukarıda yüzeyler ve cisimler için betimlediğimiz eğriliğin anahtar özelliklerinden birini hatırlamamız gerekiyor. İki boyut içinde, bir noktayı merkez alan dairelerin çevrelerinin, merkezden uzaklaştıkça düzlem üzerindeki göre daha yavaş mı, daha hızlı mı, yoksa aynı hızla mı büyüdüğünü ölçüyorduk (bu da bize eğriliğin pozitif mi, negatif mi, yoksa sıfır mı olduğunu gösteriyordu). Üç boyut içinde, bir noktayı merkez alan kürelerin boyutlarını kullanan benzer bir ölçüm yine bize eğriliğin değerini veriyordu. Dörtboyutlu uzay-zamanda ise, elimizde büyük patlamadan belli “uzaklıklarda” aşırıküreler vardır ve bunlar uzaklık arttıkça boyutça büyümektedirler. Dolayısıyla, bunların büyüme *oranı* da uzay-zamanın eğriliğinin (çarpıklığının) doğal ölçüsünü verecektir. Öte yandan, aşırıkürelerin büyüme oranı, çekim kuvvetinin evrenin genişlemesini yavaşlatan frenleyici etkisine bağlıdır. Böylece, çekimin artması, aşırıkürelerin büyümesinin zamanla yavaşlaması ve eğriliğin art-

ması gibi terimlerin hepsi aynı olguyu dile getirmenin ayrı yolları olmaktadır.

Bu resmi bir kez elde edince, zamanda geriye doğru bakışımızın fiziksel sınırlarından kurtulabilir ve matematiğin, evrenin geleceğini kestirmesine izin verebiliriz; tıpkı Newton yasalarının, Güneş sisteminin gelecekteki “gidişatının” ayrıntılı bir betimlemesine olanak sağlaması gibi... Zaman geçtikçe, evrenin genişlemesiyle birlikte galaksiler arasındaki uzaklıklar artar ve aralarındaki çekim kuvvetleri zayıflar. Bu, uzay-zamandaki eğriliğin (çarpıklığın) azaldığı ve biribirini izleyen aşırıkürelerin daha yavaş bir oranla büyüdükları anlamına gelir. Bu durumda iki olasılık ortaya çıkar. Birincisi, aşırıkürelerin, gittikçe daha yavaş olmakla birlikte, sonsuza dek büyümeye devam etmeleridir. İkincisi ise bir maksimum boyuta ulaştıktan sonra tekrar büzölüp küçülmeye başlamalarıdır; tıpkı Dünya yüzeyinde Kuzey Kutbundan başlayıp gittikçe büyüyerek Eşlekte maksimum boylarına ulaşan, sonra Güney Kutbuna doğru tekrar küçülmeye başlayan paralel daireleri gibi... Evren bir gün böyle bir büzülme veya kasılma evresine girerse, galaksiler arasındaki uzaklıklar kısalmağa başlayacak, genel çekim kuvveti büyüyecek, eğrilik artacak, aşırıküreler gittikçe artan bir hızla büzülecek ve sonunda halk arasında “büyük sıkışma” diye bilinen olayla bir nokta haline geleceklerdir. O zaman bütün evrenin, ilk yarı ömrü boyunca gittikçe büyüyen ve



Büyük patlamadan bugüne, tüm evrenin bir parçası olarak, halen bildiğimiz ters-evren. Burada evren büyük patlamadan sonra zaman geçtikçe büyüyen bir üçlü-küreyle gösterilmiştir. Gözlenebilir evren, yani ters-evren ise, bugünden geriye (yukarıdan aşağıya) doğru baktığımızda, gittikçe büyüyen bir (normal) küreler dizisidir. Bu küre büyüye büyüye üçlü-kürenin soldaki kısmından sağdakine geçer ve bu kez gittikçe küçülerek büyük patlama anında bir nokta haline gelir.

öteki yarı ömründe de gittikçe küçülen bir dizi aşırıküreden oluşan bir haritasını çizebiliriz. Bu durumda bütün uzay-zaman bir tür süper-aşırıküre oluşturacaktır: yani matematikçilerin “dörtboyutlu küre” ya da kısaca “dörtlü küre” adını verdikleri, dörtboyutu bulunan bir şey...

Evren hakkında bugünkü bilgimiz, geleceğimizde bir büyük sıkışma mı olacağı, yoksa evrenin sonsuza dek genişlemeye devam mı edeceği konusunda kesin bir şey söylemeye yeterli değildir. Fakat her iki olasılıkta da, geriye doğru son kez bir göz atıp (üçboyutlu) ters-evrenimizin (dörtboyutlu) tüm evren resminin içinde nasıl yer aldığını görmek, zahmetine değecektir. Evrenin yaşamının ilk evresi (başlangıçtaki genleşme evresi) her iki durumda da hemen hemen aynı gibi görüldüğüne göre, evrenin bir dörtlü-küre olarak haritasını çizip içine halen tanıdığımız ters-evreni yerleştirebiliriz.

IX. Bölüm

Biçimler Galaksisi

*Güçlüdür yaptığı büyü
Bu soyutlamaların imgelerle
Kuşatılmış zihinlere.*

William Wordsworth, "The Prelude"

Einstein'in en ünlü sözlerinden biri şöyledir: "Evren konusunda en anlaşılmaz olan şey, evrenin anlaşılabilir olmasıdır." Başka türlü söyleyecek olursak, fiziksel dünyanın pek çok yönü basit fizik yasalarının ya da açık ve kısa matematik formüllerinin içine yerleştirilebildiği halde, bilemediğimiz husus bunun neden böyle olması gerektiğidir. Açıklanması daha da zor olan nokta ise, yaratıcı zihinlerden sadece soyut bir buluş olarak fışkırmış görünen kimi matematiksel kavramların, fiziksel dünyayı betimlemek için tam ihtiyaç duyulan araçlar olduklarının, akıllara sihiri getirecek

kadar şaşırtıcı bir şekilde ortaya çıkmasıdır. Bu olgu¹⁰⁴ yirminci yüzyılın büyük fizikçilerinden Eugene Wigner tarafından “matematiğin doğa bilimlerindeki akla aykırı işe yararlığı” olarak dile getirilmiştir. Bunun çarpıcı bir örneği, konik kesitler, yani elips, parabol ve hiperbol denen eğrilerdir; bunlar ilk olarak MÖ 400 dolaylarında eski Yunan matematikçileri tarafından, görünür bir pratik neden olmaksızın incelenmişlerdir. Bu kuram, iki bin yıl sonra Kepler tarafından Dünya’nın Güneş çevresindeki yörüngesinin bir elips olduğunun anlaşılmasına kadar bilimde uygulama alanı bulamadı. Kepler’in buluşu daha sonra Newton tarafından kuyruklu yıldızları ve Güneş sistemine giren diğer cisimleri de kapsayacak şekilde geliştirilip genişletildi; bunların yörüngeleri de birer elips, parabol veya hiperbol olabiliyordu. Newton ayrıca yer kürenin biçiminin de küresel olmayıp daha çok elips gibi (*elipsoidal*) olduğunu da göstermiştir.

Yine antik çağdan gelen başka bir biçimin de bilimde –bu olayda, kimyada– pratik bir uygulamaya kavuşmak için daha çok beklemesi gerekmiştir. 1985’te Harold Kroto ve Richard Smalley işbirliği yaparak, yeni bulunmuş bir karbon türünün moleküler yapısını belirlediler; bu yeni türde altmış karbon atomu nasılsa bir araya gelip bağlanarak tek bir molekül oluşturuyordu. Bu molekülün yapısı başlangıçta büyük bir sırdı. Ama araştırılınca, bunun MÖ üçüncü yüzyılda Arkhimesdes tarafından

betimlenen bir biçime sahip olduğu anlaşıldı. Bu biçim, bugün bir futbol topunun üzerindeki örüntü olarak dünyanın her tarafında çok iyi bilinen, beşgen ve altıgenlerin simetrik bir düzenlenişinden ibarettir. Böyle desenlerin [ünlü mimar] Buckminster Fuller tarafından jeodezik kubbeler inşasında kullanılmasından esinlenen Kroto ve Smalley yeni moleküle ve daha sonra analiz edilen buna benzer başka moleküllere *buckminsterfulleren*'ler adını verdiler. Bu terim daha sonra –iyi ki dünyada hem merhamet hem de mizah duygusu sahibi olanlar da var!– “*buckyballs*”¹⁰⁵ şeklinde kısaltıldı. Bunlar şimdi, pratik uygulamalar ufukta görünürken, yoğun araştırmalara konu olmaktadır.

Eğri (çarpık) uzaydan Riemann'ın aşırıküresine, buraya dek ele alınan matematiksel kurgular evrenimizi açıklayıp anlamak konusunda değerlerini



Bir futbol topunun üzerinde beşgen ve altıgenlerin simetrik olarak düzenlenişi. “Buckyballs” adı verilen altmış atomlu moleküllerin yapısını aydınlatan örüntü.

şimdiden kanıtlamışlardır. Çoğu yirminci yüzyılda ortaya çıkan, matematiksel düşgücünün daha başka yaratıları ise modern bilime uygulanabilirliklerini henüz tam gösterebilmiş değillerdir; ancak bunun da fazla gecikmeyeceğini gösteren güçlü belirtiler vardır.

Yeni matematiksel kurguları yaratmanın tek bir yolu varsa, o da soyutlama sürecidir. Bunun en iyi tanınan ve en önemli örneklerinden biri de “sayı” kavramıdır. Sayılar doğada sayı olarak karşımıza çıkmaz. Elmalarla portakalları toplayamazken, elmaların *sayısıyla* portakalların *sayısını toplayabileceğimizi* ve böylece kümedeki toplam meyve sayısını doğru olarak elde edebileceğimizi düşünebilmek bile başlı başına önemli bir buluştur. Dahası, toplamanın kuralları evrensel olup, sayıların başlangıçta ilişkili olduğu şu ya da bu nesneden bağımsızdırlar. Somut nesnelerin sayılarından soyut olarak “sayı”ya atlamanın ne denli zor olduğu, Japonca gibi bazı dillerin bugün bile çeşitli nesnelerin sayılarını ifade ederken her nesne için ayrı ayrı terimler kullanmalarından açıkça anlaşılmaktadır.

Soyutlama süreci çeşitli şekillerde işler. En başta, evrensellik gücü vardır; tek bir kuralın çok çeşitli durum ve koşullara uygulanmasını sağlar. Üç kere beşin on beşe eşit olması tanesi beş dolarlık üç biletin toplam ederini bulmakta kullanılabildiği gibi, üçe beş birim bir masanın üzerini cilalamak için ne kadar vernik gideceğini belirlemeye de yarar.

Aritmetiğin beylikleşip sıradanlaşması, ayrı ayrı nesnelerin ayrı ayrı sayılarından oluşan karmakarışık yumağın içinden bir “sayı” kavramını çıkarmayı başarmanın nasıl bir deha eylemi olduğunu gözlerden saklamaktadır.

Soyutlamanın sunduğu ikinci üstünlük, çoğu kez karmakarışık olabilecek bir duruma açıklık ve netlik getirmesidir. Örneğin, Eukleides’in yazılarında “nokta” ve “çizgi” kavramları, soyutlamayla çıkarıldıkları gerçek hayattaki eşdeğer nesnelerden (damlacık, lekecik, iplik, “çızık” gibi) çok daha saydam ve daha basit kurallara tabi kılınmışlardır. Elbette burada basit kuralları soyutlamalarımıza uygulayarak elde ettiğimiz sonuçların, bunları gerisin geri gerçek dünyadaki nesnelere uygulamaya kalktığımızda geçerli olmaması tehlikesi de vardır. Ancak, Wigner’in “matematiğin akıldışı işeyararlığı” derken kastettiği dikkate değer olgu da zaten söz konusu sonuçların gerçek dünyada da doğru çıkmasıdır.

Soyutlamanın üçüncü büyük üstünlüğü, düşgücümüzün istediği yerlerde serbestçe gezip dolaşarak gerçekliğin –gerçek dünyada herhangi bir karşılığı olan veya olmayan– yeni ve alternatif şekillerini tasarlaması için bize büyük bir özgürlük sağlamasıdır. Örneğin, “sayı” kavramı binlerce yıldan beri kullanılmaktaydı ki, bir an geldi, “negatif sayı” kavramı da adeta sınanmak üzere matematiğe sokuldu. Bu fikir önce büyük bir dirençle karşılaştı,

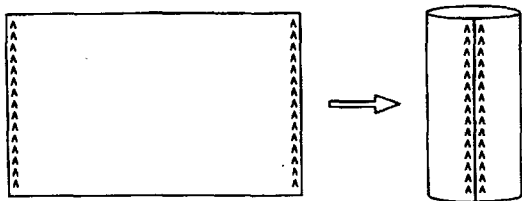
zira normal sayılara göre daha yüksek bir soyutlama düzeyini temsil ediyordu. Beş sayısı beş nesneden oluşan bir kümeyle ya da beş birimlik bir uzunlukla ilişki kurularak açıkça anlaşılabilirdi. “Eksi beş” hiçbir somut nesneye karşılık gelmediği halde onu da bir “sayı” saymak, kurmacayı bir adım ileri götürüyordu. Bugün negatif sayıları kullanmağa, onlarla işlem yapmağa o kadar alışmış bulunuyoruz ki, ilk ortaya atıldıklarında ne derece sorunlu göründüklerini kavramamız bayağı zor olmaktadır.

Matematiğin, sayılar veya Eukleideslik geometri gibi doğrudan doğruya gerçek dünyadan alınmış soyutlamalara dayanan bölümlerinin gerçek dünya problemlerine uygulanabilmesinde şaşılacak bir şey olmasa gerektir. Ama Wigner “matematiğin akıldışı işeyararlığı” şeklindeki ifadesiyle, bunun üstünde, matematiğin en anlaşılmaz, soyutlamaların üst üste yığıldığı en karmaşık kesimlerinin de uygulanabilir olduğunu kastetmektedir. Örneğin, negatif sayı kavramı yavaş yavaş sindirildikten sonra, ondan daha olanaksız görünen bir başka kavram ortaya atıldı: aritmetiğin temel kurallarına aykırı olarak, karesi bir negatif sayı olan yeni bir tür “sayı”. Bu yeni şeye “sanal sayı” adı verildi ve bu “sayılar” daha da büyük bir dirençle karşılandılar. Fakat gerektiği gibi yorumlanıp anlaşılnca onlar da matematikçinin alet çantasında standart bir araç olarak yerlerini aldılar ve fiziğin ve mü-

hendisliğin geniş alanlarının vazgeçilmez bir bileşeni oldular.

Şimdi de daha “uçuk” türden başka soyutlamalar betimlemeye çalışalım. Bunlardan biri bazen “soyut yüzey”, bazen de, daha belirleyici terimlerle, “ikiboyutlu manifold” adı verilen şeydir. Belki de “ısmarlama yüzey” denseydi daha uygun olurdu, zira eczanelerde hazır olarak bulunmayan, fakat sipariş üzerine ve verilen özelliklere göre çeşitli maddelerden yapılan “ısmarlama ilaçlar” gibi bu ısmarlama yüzey de kafamızda tanımlayıp var ettiğimiz soyut bir şeydir. Bunun gerçek dünyada bir karşılığı olabilir de olmayabilir de.

Böyle bir yüzeyi “ısmarlamak” (tasarlamak) için birkaç yol vardır. Bunların en basit ve en kullanışlılarından biri, örneğin dikdörtgen gibi iyi bilinen bir şekli alıp, bunun karşılıklı iki kenarının gerçekte yeni hayali yüzeyin bir –ve aynı– kenarı olduğunu kabul etmektir: sanki iki kenar birbirine tutkalla yapıştırılmış gibi. Örneğin, dikdörtgenin karşılıklı iki kenarının çakıştığını kabul edersek, Pac-Man gibi ilk dönemlerdeki kimi video oyunları için alan olarak kullanılan bir soyut yüzey elde ederiz; burada, ekranın sağ kenarından dışarı çıkan bir şekil aynı anda sol kenarından içeri girer. Video oyunlarından çok önce de aynı fikir bir tür satranç oyununa uygulanmıştı. Bu oyunda normal satrancın bütün kuralları geçerli olmakla birlikte tahtanın sağ ve sol kenarları aynı sayılıyordu; dolayısıyla



la sağ kenardaki bir kareden “dışarı” oynanan bir taş (bu mümkündü) hemen sol kenardaki karelerden birinde ortaya çıkıyordu. Bu oyuna “silindirik satranç” deniyordu; nedeni de basitti: Üzerinde oynandığı soyut yüzey, gerçek dünyada da var olan çok tanıdık bir yüzeyden, silindir yüzeyinden, başka bir şey değildi. (Kâğıttan bir dikdörtgen kesip karşılıklı iki kenarı üst üste gelecek şekilde kıvrırırsak bir silindir elde ederiz ki, bu tam tamına soyut olarak tanımladığımız yüzeyin modelidir.)

Aynı fikir, hafif bir değişikliklerle, ancak 1858’te düşünülebilen başka bir yüzeyi yaratır: *Möbius şeridi*. Burada da yine bir dikdörtgenle yola çıkılır ve bunun karşılıklı iki kenarının yüzey üzerinde aynı çizgi olduğu kabul edilir, ancak bu kez kenarlar birbirine ters olarak, yani soldakinin alt ucu sağdakinin üst ucuna –ve bunun tersi– gelecek şekilde çakıştırılır. Peki, bu hayali Möbius yüzeyi gerçek dünyada herhangi bir yüzeye denk düşer mi? Bu durumda bu sorunun yanıtı, belki biraz şaşırtıcı olarak, “bazen”dir. Uzun ve dar bir dikdörtgenle işe başlarsak, bunu kâğıttan kestikten sonra, yu-

karıda belirtildiği gibi iki dar kenar birbirine göre ters olarak üst üste gelecek şekilde, şeridi yarım tur bükerek iki ucu çakıştırır veya yapıştırırız. Ama eğer dikdörtgenimiz bir kare veya buna yakın bir şekilde, bunu iki kenar yukarıdaki gibi ters olarak üst üste gelecek biçimde kıvrıramayacağımız için, bu durumda gerçek dünyada karşılığı olmayan mükemmel bir soyut Möbius şeridi elde etmiş oluruz. Başlangıçtaki dikdörtgenin biçimi ne olursa olsun Möbius şeridinin özelliklerini ekrana yansıtabilecek bir video oyunu programlamak hiç de zor olmadığına göre, her boyda ve her biçimdeki Möbius şeritleri aynı sanal gerçekliği paylaşıyorlar demektir. Matematiksel açıdan bütün Möbius şeritleri eşit yaratılmışlardır ve geometrik özellikleri, somut birer fiziksel yüzey olarak gerçekleşip gerçekleşmediklerinden bağımsız olarak, kolaylıkla belirlenebilir.

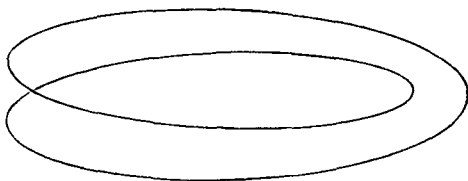
Bir kez bu işin püf noktası kavranınca, her türlü yeni yüzeyler tasarlanabilir. Aslında silindirden bir adım ötesi, *hiçbir durumda* gerçek karşılığı olmayan bir yüzeydir. Fakat bu adımı atmadan önce biraz durup şu soruyu sormak yararlı olacaktır: Söz konusu “ısmarlama yüzeyler” gerçekte “ısmarlama” (verilen siparişe göre yapılmış) mı, yoksa –bir yerde zaten var olduklarından– sadece “keşfedilmiş” mi oluyorlar?

Bu sorun, matematikçilerin kendi inceleme konularını (sayılar, kesirler, oransız sayılar, sanal sa-

yılar, daireler, küreler, aşırıküreler, sözdeküreler, vb.) “icat” mı yoksa “keşif” mi ettikleri konusunda sürüp gitmekte olan daha geniş kapsamlı tartışmanın bir parçasıdır. Möbius şeridi de bu konuda iyi bir örnektir. Möbius şeridi, genel olarak, kâğıttan bir şerit kesilip bükülerek iki ucu yapıştırılmak suretiyle elde edilen ve kimi paradoksal özelliklerini de bu bükülüştan alan, en öz ve tipik yapay nesne olarak görülür. Örneğin bu şeridin bir yüzünün ortasından sarı, öbür yüzünün ortasından mavi birer çizgi çizmek isterseniz, bunun mümkün olmadığını görürsünüz; çünkü “öbür yüz” yoktur. Sarı çizginize herhangi bir noktadan başlayıp ilerleyerek çıkış noktanıza vardığınızda, asla bir kenara veya sınıra rastlamadan yüzeyin her iki “yüzünü” de geçmiş olduğunuzu görürsünüz. Başka deyişle, Möbius şeridi bir anlamda sadece bir yüzü olan bir yüzeydir. Şeridin “kenarları” için de aynı şey geçerlidir; yakından incelenince iki kenarın aslında kesintisiz tek bir kenar olduğu görülür. Bu gözlem, şeridi ortasından boyuna ikiye bölmek istediğiniz zaman çarpıcı biçimde doğrulanır: Kesme işleminin sonunda, elinizde öncekinin yarı genişliğinde tek bir şerit kaldığını görürsünüz.

Bu garip davranışlar genel olarak Möbius şeridinin, bir sabun köpüğünün oluşturduğu küre veya Dünyamızın elipsoidal biçimi gibi “gerçek” yüzeylerin aksine, makas ve tutkalla meydana getirilen “yapay” bir şey olmasına bağlanır. Fakat doğanın

da bir Möbius şeridi yaptığına tanık olmak isterse-
niz, bir teli –aşağıdaki gibi– iki halka oluşacak şe-
kilde bükerek sabunlu su dolu bir leğene daldırma-
nız yeter. Teli sudan çektiğinizde, iki parça halinde
ince bir sabun zarıyla kaplı olduğunu görürsünüz:
Bir parça dairenin ortasına, öteki ise kenarları
oluşturan iki telin arasma gerilmiştir. Ortadaki

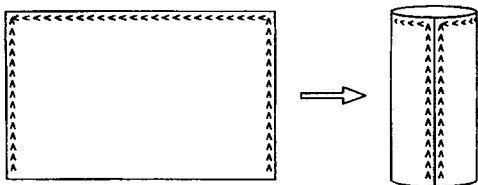


İki halkalı kıvrım

parçayı (örneğin kuru parmağınızı değdirerek)
patlatırsanız, elinizde bütün paradoksal özellikle-
riyle bir Möbius şeridi kalır. Sabun yerine bir sıvı
plastik madde kullanmak suretiyle, adını verebile-
ceğiniz herhangi bir yüzey kadar “gerçek” bir doğa
yapımı bozulmaz Mobius şeridi yaratılabilir. Buna
göre August Möbius bir anlamda kendi adı verilen
bu yüzeyi “icat” etmiş, bir başka anlamda ise fizik-
sel Dünya’da –en azından potansiyel olarak– zaten
var olan bir yüzeyi “keşfetmiş” olmaktadır.

Matematikçilerin bulup çıkardıkları bir başka
yüzey tasarımı da yine bir dikdörtgenle başlar. Bu
durumda, sağ ve sol kenarların bir ve aynı çizgi ol-
duğuna karar verdikten başka, üst ve alt kenarların

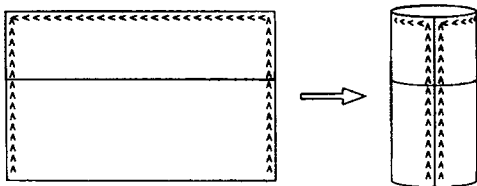
da yine aynı çizgi olduğunu tasarlarız. Bir kez daha, böyle bir yüzeyin sanal gerçekliğini, uzay gemilerinin sağ kenardan kaybolup sol kenardan ve üst kenarda kaybolup alt kenardan tekrar ortaya çıktıkları bir uzay serüveni şeklinde bir video oyunu yazılımıyla kanıtlayabiliriz. Böyle bir yüzeyin “gerçek” gerçekliğini sınamak içinse, bir dikdörtgenin iki dikey kenarını bir silindir oluşacak şekilde üst üste getirmekle işe başlanır (Şek. 1). O zaman başlangıçta dikdörtgenin üst ve alt kenarları olan çizgiler, artık silindirin üst ve alt yüzeylerini çevrele-



Şekil 1

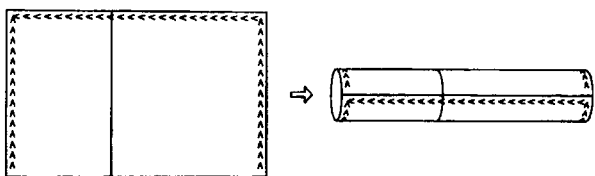
yen bir çift çember olurlar. Bu iki çemberi üst üste getirebilmek için silindiri çekiştirip uzatmaksızın halka haline gelecek şekilde bükmenin bir yolunu bulmak gerekir. Sezgimizle fark edebilir ve matematiksel olarak da kanıtlayabiliriz ki böyle bir kurgu mümkün değildir. Buna karşın, bu özel nesne bir soyut yüzey olarak uzun ve sağlıklı bir yaşam süregelmıştır. *Düz torus* adıyla tanınır. “Torus” terimi bu yüzeyin birçok bakımdan kalın bir simidin

yüzeyiyle aynı olduğunu belirtir. Örneğin, başlangıçtaki dikdörtgenin iki dikey kenarını birleştiren doğru çizgi bu yüzeyde bir çember olacaktır; yüzeyimizi gerçekleştirmeye çalışırken ilk adım olarak dikdörtgeni silindir oluşturmak üzere büküğümüz sırada bunu açıkça görebiliriz (Şek. 2). Aynı şekilde, üst kenarı alt kenara bağlayan doğru çizgi de



Şekil 2

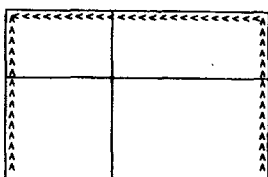
yüzeyimizde yine bir çember olacaktır (Şek. 3). (Dikdörtgeni öbür yönde, üst kenar alt kenarla çakışacak şekilde, bükmekle işe başlayabiliriz.)



Şekil 3

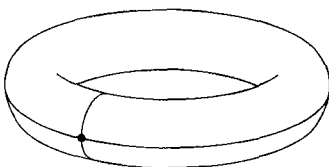
Bir yatay çizgiyle bir dikey çizgi ancak bir noktada kesiştiklerine göre, yüzeyimizde de bir noktada kesişen iki çemberimiz olacaktır (Şek. 4). Bu durum bir simidin yüzeyinde kolayca meydana ge-

lebilir, ama örneğin bir kürenin üzerinde gerçekleşemez. (Kürenin üzerindeki bir çember küreyi iki



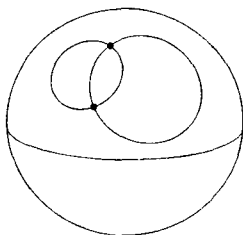
Şekil 4

bölüme ayırır bu çemberi bir kez kesen başka bir çember mutlaka ikinci kez de kesmek zorundadır).



Bir torusun üzerinde iki çember bir noktada kesişebilirler.

Bükülmüş (kıvrılmış) olan normal bir *torus*'a, yani simide karşıt olarak, düz *torus* adının da gös-



Bir kürenin üzerinde bir noktada kesişen iki çember mutlaka ikinci bir noktada daha kesişmek zorundadırlar.

terdiği gibi, kıvrılmış değildir. Normal Eukleidesçi geometrinin kuralları bu yüzeydeki üçgenlere ve öteki şekillere uygulanabilir. *Düz torus*'un normal bir yüzey olarak uzayda mevcut olmamasına karşın, Riemann'ın aşırıküresindeki yaratıklar arasında *bulunabilmesi* ilginçtir. Bu durum ilk olarak İngiliz matematikçi William Kingdon Clifford tarafından fark edilmiştir. Bunun sonucu olarak da bir aşırıkürenin içindeki *düz torus*'a "Clifford *torus*'u"¹⁰⁶ adı verilir.

Şu birkaç örnek, matematikçilerin böyle sanal yüzeylerin de doğada rastladıklarımız kadar ilginç olabileceklerini bir kez farkedince kafalarından çıkardıkları pek çok ve çeşitli hayali yüzeyler hakkında bir fikir verebilir. Özellikle ilginç başka örnekler de, "cross-cap" ya da "izdüşümsel düzlem", "Klein şişesi" ve "üçüncü cinsten Klein eğrisi" gibi adlar taşırlar. Son ikisi adlarını Almanya'nın önde gelen matematikçilerinden, on dokuzuncu yüzyılın sonlarına doğru geometriye yeni bir canlılık getiren Felix Klein'dan almıştır.

Soyut yüzeyler için kullanılan, oldukça ağdalı "ikiboyutlu manifold" gibi terimlerin bir olumlu yanı, soyutlama ve genelleme sürecinde atılacak bir sonraki mantıksal adımın yolunu göstermesidir: "üçboyutlu manifoldlar" ya da kısaltılmış şekliyle "üçlü manifoldlar". Bir kez daha, en iyi anlatımın örneklerle yapılacağını düşünüyoruz.

Dört duvar, taban ve tavanla çevrili normal bir odayı gözünüzün önüne getirin. Sonra holografik (üçboyutlu) bir video oyunu düşünün. Burada üçboyutlu uzay gemileri rasgele dolaşıyor ve ara sıra bir duvardan dışarı çıkıp aynı anda karşı duvarda, çıktıkları noktanın tam karşısına rastlayan noktadan tekrar içeri giriyorlar; aynı şekilde, tavandaki bir noktadan dışarı çıkıp onun tam altına rastlayan tabandaki bir noktadan hemen içeri giriyorlar. Bu özel olarak tasarlanmış dünyanın içindeki herkes ve her şey de aynı biçimde davranıyor. İşte bu durumda, içinde bulundukları sanal gerçeklik bir “üçlü *torus*”tur. Yani iki boyuttaki düz *torus*’un tam benzeri ve karşılığı bir üçboyutlu manifold.

Üçlü manifolda bir başka örnek de daha önce karşılaştığımız Riemann aşırıküresidir ki buna “üçlü-küre” adı da verilir.

Bu soyutlamalar ormanında daha derinlere dalmadan önce, bu kafadan tasarımılanmış üçlü manifoldların gerçek dünyada karşılıkları olup olmadığı sorulabilir. Yanıt, “galiba var” şeklindedir. Yirminci yüzyıl kozmologları (evrenbilimcileri), aralarında büyük patlamadan hemen sonraki evrenin biçimine en iyi uyan birini bulmak amacıyla, bir dizi üçlü manifoldu inceleyip durmaktadırlar. Hem üçlü küre hem de üçlü *torus* bu konuma adaydır. Aslında üçlü *torus* sonlu ve sonsuz evrenler arasında seçim gibi eski bir ikilemden çıkmak için bir yol da

sağlamaktadır. Bu ikilemin modern şeklini biraz ayrıntılı bir açıklamak yerinde olacaktır.

Evrenin yapısını ele almadan önce soyutlama alanında bir adım daha ileri gidip, üçlü manifoldlardan dörtboyutlu ya da dörtlü manifoldlara atlamalıyız. Einstein'ın genel görelilik kuramının temel savı şudur: Her nerede genel çekim işe karışırsa—ister Dünya çevresinde bir yapay uydunun, ister Güneş çevresinde bir gezegenin yörüngesini; ister bir çift yıldızın biribiri etrafındaki yörüngelerini; ister bir kara deliğin yakın çevresinin veya bütün evrenin yapısını hesaplamak isteyelim— orada sistemimizi, genel çekimi eğriliğin (*curvature*) içine kodlanmış olarak içeren dörtboyutlu ve eğri (*curved*) bir uzay-zaman biçiminde kurmamız gerekir.

Eğer büyük patlama öncülünü kabul ediyorsak—ki çeşitli fiziksel kanıtlama biçimleri bunu doğrular görünmektedir— o zaman, zamanı büyük patlamayla başlamış gibi ölçmek ve uzayı da (zorunlu olarak) büyük patlamadan sonraki her an için ayrı ve zaman ilerledikçe evrilen bir üçlü manifold olarak tasarlamak suretiyle, uzay-zaman sürekliliğinin “uzay” ve “zaman” bileşenlerini birbirinden ayırabiliriz. Böyle bir senaryo Einstein'ın önerdiği evren modelidir ve burada uzay bir üçlü küre biçimindedir. Bu modelde evrenin eğriliği pozitiftir. Öte yandan, evrenin eğriliğinin sıfır olması da pekâlâ mümkündür. Böyleyse, başka bir modele varırız ki, bunda uzay büyük patlamadan sonraki her anda

bir üçlü küre olacak yerde, çok daha alışık olduğumuz bir şekil, yani Eukleideslik uzay olacaktır. Burada zaman ilerledikçe uzay genişler, galaksiler gittikçe birbirlerinden uzaklaşır. Sonсуza dek devam eden bu sürece “açık evren” denir. Buna karşıt olarak, uzayla zamanın her ikisinin de sonlu olduğu evrene de “kapalı evren” denir. Kapalı bir evren için temel model, 1922’de Aleksander Friedman’ın önerdiği modeldir. Friedman’ın modeli de Einstein’inki gibi Riemann’ın küresel uzayına dayanır. Fakat Friedman’ın modelinde evren bir genişleme evresinden geçerken genişlemenin hızı yavaş yavaş azalır ve gelecekteki bir noktada genişleme tamamen durur; o zaman genel çekim kuvveti uzayı tekrar sıkışmaya, büzölmeye zorlar ve sonunda evren “büyük sıkışma” (*big crunch*) diye anılan bir “içepatlama” ile kendi üzerine çöker.

Modern kozmolojinin “açık evreni”, büyüklükçe sonsuz, geçmişte bir noktada başlayan ve sonсуza dek devam eden eski evren görüşünden o kadar da farklı değildir. Aradaki tek gerçek fark, evrenin artık durağan olmayıp galaksiler birbirlerinden uzaklaştıkça her an genişlemekte olmasıdır. Modern açık evren tasarımının ortaya çıkardığı asıl güçlük, kozmik ölçekte bakıldığında, –eski efsanelerde Zeus’un kafasından doğrudan doğruya yetişkin bir kişilik olarak fırlayıveren Athena gibi– daha büyük patlama anında bütün özellikleriyle ve sonsuz büyüklüğüyle, bir anda ortaya çıkıvermiş

görüntüsü vermesidir. Olabilir evrenlerden birinin soyut matematiksel modeli olarak bu şema pekâlâ kabul edilebilir; onu çürütecek şöyle ya da böyle bir fiziksel kanıt da yoktur. Yine de çağlar boyu bu konuya derinlemesine kafa yoranların birçoğu, sonsuz bir evrenin fiziksel bir gerçeklikten ziyade soyut bir model olarak bize daha anlamlı geldiği¹⁰⁷ sonucuna varmışlardır.

Her iki evrenin en iyi yanlarını kendinde toplayan bir model de geliştirebiliriz: Açık evrenden sonsuz zamanı ve (gittikçe yavaşlayarak da olsa) sürekli olarak genişleyen uzayı alırız; zamanın herhangi bir noktasında da uzay, kapalı evrendeki gibi, sonlu olur. Sorun şu ki, uzay-zaman sürekliliğinin mahiyeti hakkında bazı doğal sayıltıları kabul edip Einstein'ın genel görelilik denklemlerini de uygulayacak olursak, pozitif eğrilikli uzay-zaman durumunda, hem uzayda hem de zamanda sonlu olan küresel modele varırız; uzay-zamanın eğriliğinin sıfır olması durumunda ise zaman sonsuz olarak akıp gider, uzay da verilen herhangi bir anda düz ya da Eukleideslik olarak kalır.

Fakat bu ikilemden bir çıkış yolu vardır. Matematiksel düşgücünün armağanlarından biri de, Eukleideslik uzay gibi “düz”, sıfır eğrilikli, fakat büyüklükçe sonlu bir üçlü manifold kurabilmektir: üçlü *torus*. İki boyutlu bir düz *torus*'un herhangi bir parçası nasıl Eukleideslik bir düzlemde ayırt edilemezse, bir üçlü *torus*'un herhangi bir parçası

da aynı şekilde normal Eukleideslik üçlü-uzayın kendine denk düşen parçasından ayırt edilemez. Fakat üçlü *torus* büyüklükçe sonludur ve herhangi bir yönde yeteri kadar uzun süre gidilirse sonunda, tıpkı üçlü-kürede olduğu gibi, çıkış noktası dolaylarına geri dönmüş olur.

Böylece, açık ve kapalı evren modellerine bir üçüncü alternatif getirmiş oluyoruz: boyutça sonlu ama zamanda sonsuza dek giden yarı-açık evren. Bugünkü bilgilerimize dayanarak bunların herhangi birini ötekilere yeğlememiz için yeterli temel yoktur.

Daha başka soyut manifoldlar ve başka olabilir evren modelleri de vardır. Önemli bir modeller takımı "hiperbolik düzlem" den, yani Lobaçevski ve Bolyai'nin betimledikleri Eukleideslik-olmayan geometri alanından türemiştir. Gerçi Hilbert'in ünlü bir teoremi, normal Eukleideslik uzayda hiperbolik düzleme karşılık gelen hiçbir gerçek yüzey bulunmadığını söyler; ama hiperbolik düzlem, soyut bir yüzey olarak, matematik ve fiziğin birçok alanlarında son derece verimli bir rol oynamıştır.

Hiperbolik düzlemde de, normal Eukleideslik düzlemdeki gibi, üçgenlerimiz, dörtgenlerimiz ve öteki çokgenlerimiz vardır. Bu çokgenlerle de, dik-dörtgenden Möbius şeridi ve düz *torus* yapmak için oynadığımız türden oyunlar oynayıp şaşkınlık verici ve büyüleyici bir sürü yeni soyut yüzey oluşturabiliriz. Bunların kimisinin, sözde küre gibi,

uzayda gerçek yüzeyler olarak karşılıkları vardır, kimisinin ise yoktur.

Lobaçevski kendini ikiboyutlu Eukleideslik-olmayan geometriyle sınırlamamış, üçboyutlu uzayı da aynı açıdan incelemişti. Sonuç, “hiperbolik uzay”dır, yani Riemann’ın verdiği anlamda negatif eğrilikli bir üçboyutlu manifold. Hiperbolik uzayda çok duvarlı odalar vardır ve tıpkı Eukleideslik uzayda bir odadan bir l *torus* oluşturduğumuz gibi, hiperbolik uzaydaki bu odalardan da birçok yeni l manifoldlar üretebiliriz. “Hiperbolik manifoldlar” denilen bu soyut şekillerin incelenmesi, yirminci yüzyılın ikinci yarısında geometrinin en etkin biçimde çalışılan alanlarından biri olmuştur.

Kozmologlar (evrenbilimciler) pozitif ve sıfır eğrilikli evren modellerinin yanı sıra negatif eğrilikli başka modeller de öne sürmüşlerdir. Bunların da, zamanda genişleyerek sonsuza dek ileri giden ve büyük patlamadan sonraki her anda uzayın bir hiperbolik manifold –yani negatif eğrilikli bir üçboyutlu manifold– olduğu açık evrenler oldukları görülmektedir. Genellikle kabul gören sayılı, uzayın büyüklükçe sonsuz olup bütünüyle hiperbolik uzaydan oluştuğu şeklinededir; ancak matematikçilerin keşfettikleri boyutça sonlu birçok hiperbolik manifoldlardan biri¹⁰⁹ de aynı derecede geçerli bir seim¹⁰⁸ olabilir.

Riemann’ın başlangıçtaki görüşü bir buçuk yüzyıl içinde evrilerek işte buralara geldi. Uzayın bi-

çimini betimleyecek bir matematiksel dil bulmak girişimiyle işe başlayan Riemann eğri (kıvrımlı) uzay ve üçboyutlu manifold kavramlarını da yarattı. Sonra bu kavramları dört ve daha çok boyutlu manifoldlara da genelledi ve bu bağlamda “eğrilik” ile ne kastedilmesi gerektiğini açıkladı. Fikirleri matematikçilerce ele alınıp geliştirildi ve böyle manifoldların birçok örneği yaratılıp özellikleri incelendi; böylece Riemann geometrisi diye bilinen geniş bir matematik alanı ortaya çıktı. Yirminci yüzyılda Riemann geometrisindeki gelişmeler evrenin gizlerini açığa çıkarma girişimleriyle el ele yürüdü. Matematikçilerin kafalarından çıkardıkları soyut manifoldlar, gerçeklik üzerine gözlemlerle sınanması gereken olası modeller sağlamaya devam etmektedir.

Fizikçiler dört ve daha çok boyutta düşünüp çalışmaya yavaş yavaş alışmaktayken, matematikçiler daha da garip –hatta tuhaf– görünen başka alanlara taşınmaktadırlar. 1918’de, Einstein’ın pozitif eğrilikli dörtboyutlu uzay-zaman modelini bilim dünyasına sunuşunun ertesinde, Alman matematikçi Felix Hausdorff o zamana dek hiç üstünde durulmamış bir olasılık ortaya attı: *fraksiyonel* boyut. Hausdorff’un bu yeni kavramının önemi ilk anda göze çarpmadıysa da fikirlerinin işe yararlığı arttıkça bunlar yavaş yavaş kabul görmeye başladı ve sonunda matematiğin yeni bir dalı olarak coşkunlukla kucaklandılar. Fakat Hausdorff’un fraksiyo-

nal boyut kavramı matematik dünyasının dışında ancak 1975'te tanındı. IBM'de çalışan matematikçi Benoit Mandelbrot¹¹⁰ fraksiyonel boyutlu nesneler hakkında yazdığı bir kitapta bu nesneler için "fraktal" terimini kullandı ve çok önemli bir noktaya işaret etti: Fraktaller yalnız matematikçilerin aşırı çalışmaktan ısınmış düşgüçlerinin ürünü olmayıp doğada da istisnadan çok kuraldılar. Geçen yirmi yıl zarfında fraktallerle ilgili uygulamalar kimya ve madencilikten tutun da filmler için hayali mekân ve manzaralar üretimine kadar pek çok alana yayıldı.

Hausdorff'un başlangıçta boğuştuğu sorun, matematikçileri çağlar boyu uğraştırmış olan bir problemdi: Verilen herhangi bir yüzeyin alanı nasıl belirlenir? Sezgiyle bilinen alan kavramı yeterince açıktır. Altı üstü, örneğin, bir yüzeyi boyamak için ne kadar boyaya ihtiyaç olacağı gibi bir sorundur. Eğer söz konusu alan normal dört köşeli bir odanın duvarlarıyla tavanından oluşuyorsa, her dört köşeli parçanın alanı, genişliğiyle yüksekliğinin çarpımından ibaret olacaktır. Sekizgen tavanlı sekiz köşeli bir oda için hesaplama biraz daha karmaşıkça olmakla birlikte, yine de kurallı ve oldukça yalındır. Fakat, ya küresel bir kubbeyi boyamak için gereken boya miktarını bulmak istiyorsanız? Ya da çeşitli İtalyan kiliselerinin yumurta biçimli kubbelerini? Ya da Gaudi'nin Barselona'daki serbest formlu mimarlık eserlerinden birini? Ya da bir transatlantiğin dış yüzünü? Basit yü-

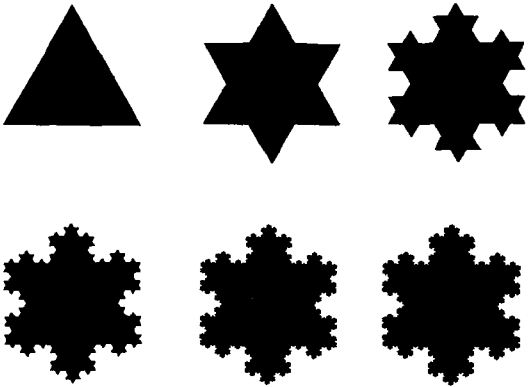
zeylerden ne kadar uzaklaşırsa, alan sorunu da o kadar karmaşıklar, daha “dikenli” olur. On dokuzuncu yüzyıl boyunca genel olarak yüzeylerin alanlarını belirlemek konusunda birtakım yollar öne sürülmüştü; ama her yeni öneriyle birlikte önerilen yöntemin zayıf noktalarını gösteren örnekler de hemen bulunuyorlardı.

Daha basit ama benzer bir problem de bir eğrinin uzunluğunu belirlemektir. Bunun çözümü hemen hemen ele geçmiş gibi görünürken, on dokuzuncu yüzyılın sonlarında ve yirminci yüzyılın başlarında gayet garip bir olgu gözlemlenecekti. Eğrilere ve yüzeylere ne kadar yakından bakılırsa bunların o kadar karmaşıklarlaştığı anlaşıldı. Geometrik sezgiye sağlamca güvenilebileceğine dair safdillane inançlara son darbe, inceleme konusu nesnenin eğri mi yoksa yüzey mi olduğunun bile açık olmadığı birtakım örneklerin keşfinden geldi. 1890’da İtalyan matematikçi Peano tarafından bulunan ve “Peano eğrisi” adıyla bilinen böyle bir örnek, çizimine bakılırsa bir eğri gibi görünmekle birlikte, bir karenin içindeki her noktadan geçer. İmdi, bunun uzunluğundan mı söz etmek gerekir, yoksa alanından mı?

Geleceğin fraktal kuramının ilkörneği (arketipi) olan bir örnek, matematikçi Helge von Koch tarafından 1904’te, matematik ve gökbilime adanmış yeni bir süreli yayının ilk cildinde tartışılmıştır. Buna genellikle “kar tanesi eğrisi” ya da “Koch eğ-

risi” adı verilir. Hem altı kenarlı simetrisi hem de dantele benzer kenar çizgisiyle insana kar tanesini hatırlatır.

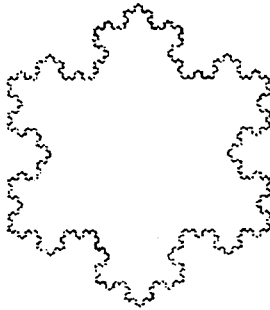
Koch’un soyut kar tanesini çizme yöntemi, gerçek doğada kar tanesini oluşturan sürece çok benzer. Bu bir “organik büyüme” (*accretion*) sürecidir: Bir çekirdek başlar; bundan altı simetrik kristal çıkar (“doğar”), bunlardan da başka kristaller filizlenir ve bu böyle sürüp gider. Koch’un soyut kar tanesi de göz önünde aynen böyle canlandırılabilir, yalnız üst üste eklenen “kristaller” daha basit bir şekil olan eşkenar üçgenlerdir. Her aşamada eklenen üçgenlerin kenarları, –üzerlerine eklendikleri– bir önceki üçgenlerin kenarlarının üçte birine eşittir. Ortadaki çekirdek henüz altı kenarlı simetri göstermeyen tek bir büyük eşkenar üçgen olarak düşünülebilir. Fakat ilk aşamadan sonra,



Von Koch’un kar tanesinin “gelişiminin” ilk altı aşaması.

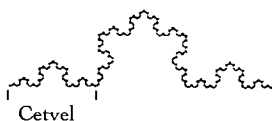
her kenarın ortasına kenarları onun üçte birine eşit birer üçgen eklenince, altı köşeli düzgün bir yıldız elde edilir. Sonraki aşamada bu yıldızın her düz kenarından aynı şekilde, onun üçte birine eşit kenarlı bir küçük üçgen “filizlenir” ve bu süreç sonsuza dek kendini tekrarlar. Sonuç, Koch’un kar tanesidir; “kar tanesi eğrisi” de bu şeklin dantelli kenar çizgisidir.

Fraksiyonel boyut kavramına götüren araştırma çizgisinin başında ilk kıvılcımı çakan sorun, bir kar tanesi eğrisinin toplam uzunluğunun nasıl belirlenebileceğiydi. Bu soruyu yanıtlamak için, toplam uzunluğu ölçmeye yarayan “cetvel” olarak eğrinin parçalarından birini kullanabiliriz. Eğri biribirinin aynı on iki parçadan oluştuğundan, bu parçalardan birini cetvel olarak kullanıyorsak, demek ki toplam uzunluk on iki “birim” olacaktır. Fakat eğrinin sadece üst üçte birinin uzunluğunu belirlemek istersek, bir problem ortaya çıkar. Bu kısım bizim “cet-



Kar tanesi eğrisi.

velimizin" tıpatıp aynı dört kopyasından oluştuğuna göre, dört birim uzunlukta olması gerekir. Fakat bu uzunluk başka bir yoldan da hesaplanabilir: Ölçeğini üç misline yükselterek cetvelimizi büyütürsek, eğrinin *bütün üst üçte birinin* tam bir kopyasını elde ederiz. Bu, eğrinin üst kısmının uzunluğunun, cetvelin üç katı olduğunu, başka deyişle dört değil üç birime eşit olduğunu, gösterir.



Kar tanesi eğrisinin üst üçte biri.

Bu görünüşteki paradoksa iki olası çözüm vardır. On dokuzuncu yüzyılda standart yanıt sayılabilecek olan birincisine göre, "cetvelin" kendi uzunluğu sonsuz olduğundan eğrinin üst üçte birinin uzunluğu da sonsuzdur; bunu üç defa sonsuz veya dört defa sonsuz saymamız hiçbir şeyi değiştirmez.

Hausdorff'un çözümü bu yaklaşımdan tamamen ayrı bir nitelik gösterir. Ona göre sorun "kar tanesi eğrisinin" aslında bir "eğri" olmamasıdır. Eğri, tekboyutlu bir şeydir, yüzey de ikiboyutludur. Koch'un tasarladığı "eğri" ise aslında *fraksiyonel boyutlu* bir nesnedir, diyordu Hausdorff ve boyutu da bir ile iki arasında bir yerdedir... Boyutun tam ve kesin değerini yakalamanın bir yolu, bunu bir

ölçekleme (bir ölçeğe göre büyütüp küçültme, *scaling*) olarak düşünmektir.

New York'taki Özgürlük Anıtı inşa edilirken, önce küçük ölçekte bir modeli yapılmıştır. Heykeli bu modelden doğrudan doğruya normal boyutlarına "ölçeklemek" çok riskli bir işlem olacaktı. Heykeltıraş, her biri heykeli öncekine göre biraz büyüten ("ölçekleyen") bir dizi ara model yapmağa karar verdi. Böyle dikkatli olmanın bir nedeni, ölçeğin her ikiye katlanışında hacmin (oylunun) –dolayısıyla ağırlığın– sekizle çarpılmasıydı; taşıyıcı iskeletin –anıtın enine kesit alanına bağlı olan– taşıma kuvveti ise bu sırada ancak dört kat artıyordu. Bu durumda kaçınılmaz sonuç, tasarladığınız şekil ne olursa olsun, yeterince büyük bir ölçekte inşa etmeye kalktığınızda, bunun mutlaka kendi ağırlığı altında çökeceğiydi. Bir mayısböceği fil kadar büyük olsaydı asla yerden kalkamazdı, çünkü bacakları ağırlığını taşıyamazdı.

Özgürlük Anıtına dönersek, heykelin boyunu iki katına çıkardığınız zaman, üzerindeki her eğrinin uzunluğunu ikiye, heykelin tüm yüzeyini kaplayacak boyanın miktarını dörde ve inşa işinde gereken malzemenin miktarını da sekize katlamış olursunuz. Genel olarak, bir nesnenin boyunu belli bir ölçeğe göre büyüttüğünüzde, üzerindeki her eğrinin uzunluğu aynı ölçekle, her yüzeyin alanı aynı ölçeğin *karesiyle* ve nesnenin hacmi de aynı ölçeğin *küpüyle* orantılı olarak büyür.

Ölçeklemeyle arasındaki bu ilişki, boyut kavramının asıl özünü anlamamıza yardım eder. Eğri, uzunluğunun tam olarak verilen ölçek kadar değişmesi anlamında, *tekboyutludur*. (Çapı 1 olan bir çemberin uzunluğu π , çapı 3 olan çemberinki ise 3π 'dir.) Yüzey, ölçek katsayısının *karesi* kadar değiştiği için, *ikiboyutludur*. (Yarıçapı 1 olan dairenin alanı π , yarıçapı 3 olan daireninki ise 9π 'dir.) Cisim *üçboyutludur*, çünkü hacmi ölçek katsayısının *küpüyle* orantılı olarak büyüyüp küçülür. Buna başka bir açıdan bakacak olursak, *boyut* dediğimiz şey, aslında "ölçeklenen" nesnede istenen büyüklüğü elde etmek için gereken ölçek katsayısının *üs değerinden* (*exponent*) başka bir şey değildir.

Kar tanesi eğrisi olayında, cetvelimizin garip bir özelliği vardı: Üç katsayısına göre "ölçeklendiğinde" (üç defa büyütüldüğünde), "boyu" dört katına çıkıyordu, çünkü ilk cetvelin tıpatıp eşi dört parçadan oluştuğu görülüyordu. Eğer gerçekten bir "eğri" olsaydı, boyunun da aynı üç katsayısı kadar uzaması gerekirdi. İkiboyutlu olsaydı, boyu üçün *karesi* kadar, yani dokuz kat artmalıydı. Bu nedenle Hausdorff kar tanesi eğrisinin boyutunun birden *büyük*, fakat ikiden *küçük* olduğuna karar verdi. Aslında bu boyut için tam bir değer¹¹ de verdi: 1,25'in biraz üstünde bir değer.

Bütün bunlar günlük somut gerçeklerden –hatta sahici bir kar tanesinin gerçekliğinden bile– çok uzak şeyler olarak görülebilir. Fakat kozmolojide

tartışılan temel sorunlardan birine sıkı sıkıya bağlı oldukları ortaya çıkıyor: “kozmozlojik ilke”nin ta kendisi, yani galaksilerin evrendeki global dağılımını dile getiren ilke. Kozmozlojik ilkeye göre, yeterince büyük bir ölçekte (yeterince uzaktan) bakıldığında, madde kütesinin evrendeki dağılımı “homojenleştirilmiş” süt gibidir: Kaymak bir yana sulu madde bir yana ayrılmış olmayıp, nereye bakarsanız bakın hep aynı kıvamdadır. Tabii evrene daha küçük ölçeklerde bakılınca durumun böyle olmadığı açıktır. Ötede beride yıldızlar ve yıldız kümeleri, galaksiler ve galaksi kümeleri ve bunlardan oluşmuş süper-kümeler vardır.

Gökbilimci ve kozmozlog (evrenbilimci) Gérard de Vaucouleurs 1970’te yayımlanan “Hiyerarşik Bir Kozmozloji İçin Savunma” adlı ünlü makalesinde, yıldızların ve galaksilerin kümeleşmesinin evrenin her yerinde –ölçek ne olursa olsun– sürüp gittiği sonucuna varmak için nasıl neden yoksa, galaksilerin dağılımının sonunda “homojenleşmiş” bir madde gibi tek bir kıvama geleceğini varsaymak için de aynı şekilde yeterli neden olmadığını ileri sürdü. Kendi zamanında elde edilebilmiş olan gözlem verilerini temel alarak, galaksilerin dağılımını sayısal olarak da hesapladı. Daha sonra Mandelbrot bu hesabı, evrendeki bütün galaksilerin geometrisinin, boyutu 1,25’in birazcık altında (kar tanesi eğrisininkinden biraz küçük) olan bir fraktal biçimini temsil ettiğı şeklinde yorumlamıştır.¹¹²

Vaucouleurs'ün makalesinden bu yana geçen çeyrek yüzyıl içinde, kısmen büyük ölçekte homojenleşme mi, yoksa yerel olarak yoğunlaşma ve kümeleşme mi sorununu sonuca bağlamak amacıyla, gittikçe daha geniş kapsamlı gökyüzü gözlem ve haritaları yapıldı. 1985'te Harvard Üniversitesinin Smithsonian Astrofizik Gözlemevinde Margaret Geller, John Huchra ve Valerie de Lapparent daha farklı türden bir göksel harita işlemini tamamladılar. Göğün şerit gibi uzun ve ince bir bölgesini alıp, bunun derinlik boyutuna odaklanmış, bu şeritteki her galaksinin bizden ne kadar uzakta olduğunu belirleyen, ölçümler yaptılar. Daha üçboyutlu sayılabilecek bu gökyüzü incelemesinin en çarpıcı sonucu evrende yeni bir büyük ölçekli yapılaşma gibi görünen bir şeyin varlığı oldu: Üzerinde birçok galaksinin kümелendiği ince bir "zar"la çevrili, fakat içlerinde pek az galaksi bulunan büyük "kabarıcıklardan" oluşmuş bir tür sabun köpüğü görünümü. Aynı ekip ilk bölgeye komşu başka şeritlerde yapılan sonraki gözlemlerde ilk buluşlarını doğrular görünen daha başka haritalar da yaptı. Bu şeritler bir araya getirilip gökyüzünün oldukça geniş bir kesiminin üçboyutlu bir resmi elde edilince, o zamana dek bulunanlardan çok daha büyük ölçekte bir galaksi yoğunlaşmasının varlığı açıkça ortaya çıktı. Araştırmacıların haritasının tüm genişliği boyunca uzanan bu yoğunlaşmaya "büyük duvar" adı verildi; bu "duvar" evrenin yeterince büyük ölçek-

te “homojen” olduğu konusunda daha çok kuşku duyulmasına yol açtı. Sonuç olarak, fraktal bir evren modeli hâlâ olasılık dışı değildir. Öte yandan, evren için önerilen fraktal yapıyı, oldukça “homojenlik” gösteren mikrodalga artalan ışınlamı da dahil, bütün gözlem sonuçlarıyla bağdaştırma girişimleri¹¹³ pek o kadar başarılı olmamıştır.

Elbette evrenin yapısı konusunda, homojenlik ve fraktallığın yanı sıra başka olasılıklar da vardır. Asıl heyecan verici olan, gözlem tekniklerinin son derece hızlı gelişmesidir, öyle ki matematikçiler ve evrenbilimciler evrenin biçim ve dokusuna ilişkin bu ve öteki sorulara pek yakında kesin yanıtlar verebilecek gibi görünmektedirler.

Fakat bütün bunlar olurken bile geometriciler yeni geometriler yaratmağa devam ediyorlar: her biri, içinde daha önce hiç akla gelmemiş türlerin barındığı, “biçim” ve “boy” gibi kavramların bile yeni anlamlar kazandığı, kendine göre büyüleyici birer dünya olan yeni geometriler... Geçmişten çıkarılacak ders şudur: Her matematiksel yaratıya bir kullanım yolu bulmak için ne kadar beklememiz gerekeceğini ya da gerçek dünyada bu fırsatın nerede çıkacağını önceden söyleyemeyiz. Bir yandan beklerken bir yandan da geometri alanındaki üç bin yıllık yaratıcı çabayı bir ağaç (*Geometree*) biçiminde zihnimizde canlandırabiliriz: kökleri daha da derinlere giden ve dalları yüzlerce yıllık buluş ve yaratıcılığın ürünlerini temsil eden bir ağaç...

Dünya'ya uygulansın uygulanmasın, bu ağacın dalları ve yemişleri, insanın düşgücünün dikkat çekici bir ürünü olarak seyredilmeye değer. Yeni bir binyılın sonuna yaklaşırken, "Geometri-ağaç" gür ve sağlıklı, tüm yapraklarıyla yemyeşil, bütün kızıl- lağaçlardan (*sequoialardan*) daha yaşlı ve en az on- lar kadar da görkemlidir.

Sondeyiş

Kendine özgü ilginç görüşleriyle tanınan parlak zekâlı Amerikan bilim adamı Richard Feynman¹¹⁴ fizikle matematiğın oluşturduğu çiftin bilim sahnesinde, kâh birbirlerine sımsıkı sarılıp adeta ayırt edilemez hale gelerek, kâh birbirinden döne döne uzaklaşıp belli bir mesafeden karşılıklı baygın baygın göz süzerek yaptıkları karmaşık figürlü ve sonu gelmez dansı yakından seyreden, bu konularda uzman biriydi. *The Character of Physical Law*¹¹⁵ (Fizik Yasaları Üzerine) adlı eserinde şöyle yazmıştı: “[Bilimsel] yasalarımızın her biri bayağı karmaşık ve anlaşılması zor matematik dilinde söylenmiş birer matematik cümlesidir... Bu neden böyle? En küçük bir fikrim bile yok.” Ve daha aşağıda: “Matematik bilmeyenlerin, doğanın en derinlerindeki güzelliğini gerçek anlamda kavrayıp duyumsayabilmesi çok zordur.”

Bu kitapta, matematik ülkesinin içinde bizi doğanın bir yönünün –kozmosun doğasının– seyredebileceğı bakış noktasına götüren bir yol açmağa çalıştım. *Kozmos* derken, en büyük ölçekte düzen, yapı ve biçime sahip olan, bütünlüğü içinde evreni kastediyorum. Bunun biçimi matematik dili olma-

dan betimlenemez, hatta fark edilemez bile. Fizik yasalarını anlamak amacıyla matematik öğrenmek, yabancı bir dilde yazılmış düz veya şiirsel yazıların özel tad ve rayihalarının biraz olsun zevkine varmak için o dili yeter derecede öğrenmekten pek farklı bir şey değildir. Ama bunu gerçekleştirmeye çalışırken, insanın söz konusu dilin kendisine tutulduğu da olabilir. Matematğin birçok dalı için de durum böyledir. En başta çevremizdeki dünyanın özniteliğini derinlemesine kavrayabilmek için yaratılmış olan matematik dili, kullanıldıkça kendine özgü bir yapı ve düzen geliştirmiş, kendine özgü bir güzellik ve büyüleyicilik kazanmıştır. Matematiğin bu ikili özelliğinin (kendi iç güzelliği ile dış dünyanın gizli yapısını açıklama gücünün) bu öyküde gözler önüne serilebildiğini umuyorum.

Yardım ve Katkılar, Teşekkürler

En başta James L. Adams'a şükran borçluyum; kendisi yıllar önce şu soruya dikkatimi çekmişti: Matematik bu kadar güzel bir konu olduğu halde, nasıl oluyor da öğrenciler, dört yıl üniversiteye gitmelerine ve birçok da matematik dersi almalarına karşın, bir türlü bunu keşfedemiyorlar? James'le ben bu durumu düzeltmek üzere bir proje başlattık. Sandy Fetter'in de katılmasıyla, Stanford Üniversitesinde "Bilim, Matematik ve Teknolojinin Doğası" adıyla bir ders programı hazırladık. Burada, konularımızın her birinin özünü ve aralarındaki çeşitli türden bağlantıları öğrencilere kavratmağa çalışıyorduk. Bu kitap da işte bu dersin gökbilim ve evrenbilime ayrılmış olan bölümünden doğdu. Bu bölümde gökbilimsel gözlem araçları teknolojisi, astrofizik bilimi, görelilik kuramı ve –matematiksel konular olan– geometriyle topolojinin nasıl el ele vererek hep birlikte bugün evrenin bütünü hakkında zihnimizde yer etmiş olan ilginç resmi oluşturduklarını gösteriyorduk. Başlangıçtaki planlama aşamalarından dersin kendisine ve bugün elinizdeki şu kitaba kadar bana gösterdikleri sürekli destek ve konukseverlik-

lerinden dolayı Jim ve Marian Adams'a ayrıca teşekkür borçluyum.

Bu kitabın yazılış sürecinin çeşitli evrelerinde önemli roller oynamış olan bazı kişilere özellikle şükranlarımı sunuyorum:

Matematik ve gökbilim tarihi hakkında, özellikle eski Yunanlılarla ilgili soruları yanıtlamak gerektiğinde, hep yanımda bulduğum Wilbur Knorr'a;

Evrenbilim konusunda yaptığımız aydınlatıcı konuşmalar ve yazma metnin ilk versiyonlarına ilişkin çeşitli önermeler, düzeltmeler ve yorumlar için, Michael Barall'a;

Tüm yazmayı okudukları, birçok değerli yorumları ve başka çeşitli yardımları için, Paul Alpers, Gordon Godberson, David Hoffman ve Henry Landau'ya;

Özellikle kütüphaneci olarak yaptıkları başta olmak üzere çeşitli yardımları için Jo Butterworth'a; yine kütüphanecilik bakımından destek için Ralph Moon'a ve yerinde bir görüşle matematik ile gökbilimi bir kütüphanede birleştirmiş olan Berkeley'deki Kaliforniya Üniversitesi kütüphane sistemine;

Sık notlarla dolu olan elyazmasının her yeni aşamasını, sabır ve uzmanlıkla açık seçik ve yanlışsız basım yazısına dönüştürdükleri için, Elizabeth Katznelson ve Sharlene Pereira'ya;

Doğru, açıklayıcı ve çekici resim ve çizimler yaratmak için gösterdiği olağanüstü çaba için, Susan Bassein'e;

Kitabın tüm yayımlanış süreci boyunca bilgi ve uzmanlığıyla öneri ve yardımlarda bulunarak yetkin bir ticari temsilci hizmetinin de ötesine geçtiği için, Jill Kneerim'e;

Kitabın yazılış, baskıya hazırlanış ve üretilişinin tüm ayrıntılarıyla yorulmaksızın uğraştığı ve metnin son şeklinde benimsenen bazı önerileri için, Anchor'daki editörüm Roger Scholl'a.

Bu kitabın tasarımı dan gerçekliğe geçmesi için ş u ya da bu şekilde yardımlarını gördüğüm birçok kişi arasından özellikle ş u dostlara teşekkür etmek isterim: Wendy Lesser, Gayle Greene, Diane Middlebrook, Carl Djerassi, Barrett O'Neill, Alexander Fetter, Hermann Karcher, Robert Jourdain, Nancy Shaw, Bud Squier, Judy Squier, Freda Birnbaum, Arlene Baxter, Julie Driscoll, William Blackwell, Joe Christy, Jean-Pierre Bourguignon ile, gerek Stanford Üniversitesindeki, gerek Berkeley'de Matematik Araştırmaları Enstitüsündeki birçok meslektaş ve görevli personel; ayrıca, yerinde ve akıllıca soruları, ilgi veya ş aşkınlık ifade eden sözleri kitabı yazarken bana rehber ve esin kaynağı olan birçok öğrencim...

Son olarak, hem bu kitaba kaynaklık eden dersin hem de kitabın hazırlanması sırasında cömert finansal desteklerini esirgemeyen Sloan Vakfı'na da büyük ş ükran borcum vardır.

Notlar

Bu kitapta kullanılan alıntılarının birçoğu için kaynak olarak aşağıdaki kitaplardan yararlandım:

Cole, K.C. *Sympathetic Vibrations: Reflections on Physics as a Way of Life*. New York: William Morrow, 1985 (220 sayfada Feynman'dan yapılan alıntı).

Moritz, Robert Edouard. *Memorabilia Mathematica: The Philomath's Quotation Book*. New York: Macmillan, 1914. Yeni basım: Mathematical Association of America, 1993.

Schmalz, Rosemary. *Out of the Mouths of Mathematicians: A Quotation Book for Philomaths*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America, 1993.

VIII. Bölüm'deki Dyson'dan yapılan alıntının kaynağı: "Mathematics in the Physical Sciences", *Scientific American*, Eylül 1964.

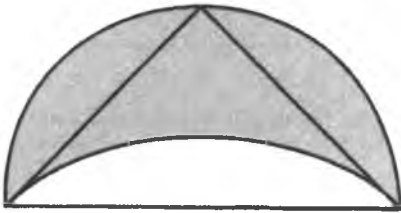
Önsöz

1. Buluşla ilgili açıklama, araştırmayı yürüten ekibin başı olan, Berkeley'den George Smoot tarafından yapılmıştır.
2. Evrenin evrimindeki bu aşama için kullanılan teknik terim *dekuplajdır* ("[birleşik] birimlerin ayrılması, ayrışım"). "Uzay o anda başladı" demek, nesneler arasındaki boşluk anlamında uzayın, başka deyişle "dış uzayın", bu *dekuplaj* anından önce mevcut olmadığı anlamına gelir. Fakat uzaysal ölçümler, tıpkı bugün Güneş'in içinde olduğu gibi, bu evrede de mümkündü.
3. Resim sadece evrenin tarihinde belli bir anı göstermesi anlamında bir "enstantane" sayılabilir; "çekilme" (oluşturulma) yöntemi bakımından "şıpşaklıktan" çok uzaktır. Son derece ileri ve karmaşık istatistik yöntemleri kullanılarak yığınlarla ham verinin işleminden ge-

çirilmesi ve yaklaşık 6000 matematik denkleminin çözülmesinden sonra sonuçların resim biçimine dönüştürülmesiyle elde edilmiştir.

I. Bölüm

4. Bak. Otto Neugebauer'in *The Exact Sciences in Antiquity* adlı eseri. Brown University Press, Providence, 1957.
5. Bize ulaşan en eski geometrik tanıtılama (ispat, *proof*) örneklerinden bazıları MÖ V. yüzyıla dayanır. Bunlardan, Khioslu (Sakızlı) Hippokrates'e atfedilen birisi, aşağıdaki şekilde hilal biçimindeki tarımalı bölgenin alanı için tam bir değer bulunabilmesi gibi şaşırtıcı bir olguya ilişkindir. Hippokrates bu alanın şekildeki üçgenin alanına eşit olduğunu kesin olarak tanıtlamıştır.



Daha fazla bilgi için, bak. Wilbur Knorr'un *The Ancient Tradition of Geometric Problems* adlı kitabı, Dover, New York, 1993, s. 26-32.

6. Burada zikredilen bilgilerin çoğu *Oxford Classical Dictionary*'de bulunabilir.
7. Çemberlerin büyüleyiciliği bazı durumlarda insanlarda saplantıya varmıştır. Gerek Ptolemaios (Batlamyus) gerek Copernicus Güneş sistemi modellerini çember üstüne çember yığarak kurmuşlar, Kepler bile derleyip biriktirdiği bir sürü kanıt karşın gerçeği uzun süre göremeyerek, ancak neden sonra gezegen yörüngelerinin daire değil elips olduğunu anlayabilmiştir. (Bu öykünün çok güzel bir yeniden anlatımı için bak. Arthur Koestler'in *The Watershed* adlı kitabı, Anchor, New York, 1960; yeni basımı: The University Press Of America, 1984.)
8. Aristoteles'in *Gökyüzü Üzerine* adlı eserinden; 2. Kitap, 14. Bölüm.
9. Yerküre üzerinde bir noktanın *enlemi*, onun Eşlektten uzaklığının ölçüsüdür. Eşlekte sıfırdan başlayıp kutuplarda 90 olmak üzere de-

rece cinsinden ifade edilir. Enlemleri gösteren *paralel daireleri* verilen enlemlerde eşleğe paralel olarak çizilen çemberlerdir.

10. Yılın öteki iki kritik günü, ilkbahar ve sonbahar ılımlarıdır (*equinoxes*). Bu günlerde Güneş tam doğu noktasından doğup tam batı noktasından batar. Bütün öteki günlerde ise doğu noktasının ya güneyinde (kışın) ya da kuzeyinde (yazın) başka bir noktadan doğar; gnomon'un gölgesinin ucu da kışın kuzeye yazın güneye doğru kıvrılan bir yol çizer. Ilımlarda ise gölgenin ucu doğu-batı doğrultusunda bir doğru çizer.
11. Eratosthenes'in hesabında en "can alıcı" nokta şudur: Güneş'in Dünya'ya uzaklığı bu hesaplamaya giren bütün öteki uzaklıklara kıyasla o kadar büyüktür ki, belli bir anda Dünya'daki herhangi iki noktadan görülen Güneş'in doğrultuları -ölçümlerde akla gelebilecek en ileri dakiklik aransa bile- aynı sayılabilir. Başka deyişle, İskenderiye'den ve Assuan'dan güneşe giden doğrular paralel kabul edilebilir. Farklı olan, her iki noktadaki "dikey" doğrultudur ve bu fark da zaten yerkürenin eğriliğini yansıtır. Çok okunan bazı kitaplarda (Lloyd A. Brown, *The Story of Maps*, Brown and Co. Boston, 1949, s. 31; Simon Berthon ve Andrew Robinson, *The Shape of the World*, Rand McNally, Chicago, 1991, s. 23) Eratosthenes'in yöntemi anlatılırken kullanılan resim ve çizimler yerküre üzerindeki iki noktadan Güneş'in doğrultularını -dikeye göre- belirgin biçimde farklı olarak gösterir ve hesaplamaya ana etken olarak bu iki doğrultu arasındaki açının girdiğinin açıkça anlaşılmasına çalışırlar. Gerçekte İskenderiye'den ve Assuan'dan geçen güneş doğrultularının dikey doğrultuyla yaptıkları açılar arasındaki fark bir derecenin binde birinin de hayli altındadır.
12. Eratosthenes'in amaç ve usullerinin, kaynaklara yapılan göndermelerle birlikte, modern bir tartışımı için bak. Bernard R. Goldstein, "Eratosthenes ve Yerkürenin Ölçülmesi", *Historia Mathematica* 11 (1984), s. 411-16.
13. Dairenin bir başka temel özelliği de, üzerindeki küçük bir yay parçasından bütününün belirlenebilmesi ya da çıkarsanabilmesidir. Eratosthenes'in İskenderiye ile Assuan arasındaki küçük yaydan Dünya'nın tüm çevresini çıkarsayabilmesini sağlayan da bu özelliktir. Aynı özelliğe Proust da, *A la Recherche du Temps Perdu* (Geçmiş Zaman Peşinde) adlı eserinde değinmektedir: "...onun

deyimleri de aynı entelektüel genişliğe sahip bütün öteki insanların belli bir dönemde kullandıkları ifadelerdi; nasıl ki bir çemberin küçük bir yayı onun tüm çevresini betimler ve sınırlar, bunun gibi, [bu tür bir] “süzme” deyim de bize [bütün o entelektüel çevreyi anlama] olanağı sağlar.”

14. I Krallar 7:23: “Erimiş madenden Deniz’i yaptı. Bir kenardan ötekine on arşın geliyordu, biçimi yuvarlaktı. ... ve otuz arşınlık bir ip [bunu] çepeçevre sarabilirdi.”

Bu parça bazıları tarafından, Kitabı Mukaddes’e göre π ’nin değerinin tam 3’e eşit olduğu şeklinde yorumlanmıştır. Ancak, böyle bir yorum bir noktayı gözden kaçırmaktadır: Şimdi olduğu gibi o zaman da normal davranış, ölçüm sonuçlarını belli bir amaca göre uygun görülen kesinlik derecesine “yuvarlamaktır”.

15. İslâm dönemi matematik ve gökbilimi konusunda başlıca kaynağım, J. L. Berggren, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, Springer, New York, 1986’dır. J. L. E. Dreyer’in klasik eseri *A History of Astronomy from Thales to Kepler* de yararlı olmuştur.
16. El-Kâşi’nin ileri sürülen amacı ne olursa olsun, π ’nin değerini git-tikçe daha büyük bir kesinlikle hesaplama dürtüsünün aslında zaman ve coğrafya sınırlarını aştığı görülüyor. Virgülden sonraki hane sayısına göre aşılan kesinlik derecelerini gösteren bazı kayıtlar aşağıda verilmiştir:

Beş (hane)	V. yüzyıl	Tsu Ch’ung-chih	Çin
On	1424	El-Kâşi	Semerkand
Yüz	1706	John Machin	Londra
Bin	1949	J. W. Wrench	ABD
On bin	1957-58	G. E. Felton	Londra
		F. Genuys	Paris
Yüz bin	1961	Daniel Shanks	Washington,
		& J. W. Wrench	D.C.
Bir milyon	1974	J. Guilloud	Paris
		& M. Bouyer	
On milyon	1985	Kanada	Tokyo
Yüz milyon	1987	Kanada	Tokyo
Bir milyar	1989	David & Gregory	New York
		Chudnowsky	
		Kanada	Tokyo

Richard Preston'un, *The New Yorker* dergisinin 1992 Nisan sayısında çıkan " π Dağları" başlıklı makalesi, Chudnowsky kardeşlerin yaşam ve çalışmalarını ve o zamana göre bir rekor olan, π 'nin değerini iki milyardan fazla haneye kadar hesaplayışlarının öyküsünü anlatmaktadır.

İlgili birçok konuyu ele alan, hayli özgün ve kişisel olmakla birlikte çok ilginç ve rahat okunan bir başka kitap da Petr Beckman, *A History of π* , St. Martin's Press, New York, 1974'tür.

17. Zū Chôngzhi şeklinde de yazılır. M.S. 429-500. Bu bilginin ve başka Çinli matematikçilerin başarıları hakkında daha fazla bilgi için bak. Lî Yan ve Dû Shfràn, *Chinese Mathematics: A Concise History*. Ayrıca, Joseph Needham, *Science and Civilisation in China*.

II. Bölüm

18. Kolomb'un yolculuklarıyla büyük coğrafi keşifler çağında yapılan öteki yolculuklar konusunda başlıca başvuru kaynağım, Samuel Eliot Morison'un *Admiral of the Ocean Sea: A Life of Christopher Columbus* adlı eseridir (Little, Brown, Boston, 1942). Bu konudaki birçok popüler kitap arasında şunlar da sayılabilir: Björn Landström, *Columbus*, Macmillan, New York, 1967; Daniel J. Boorstin, *The Discoverers*, Vintage Books, New York, 1985; Lloyd A. Brown, *The Story of Maps*, Little, Brown, Boston, 1949; ve Simon Berthon & Andrew Robinson, *The Shape of the World*, Rand McNally, Chicago, 1991. Bu kitaplara aşağıdaki notlarda da yapılan bazı özgül göndermelerde sadece yazarların adları anılmaktadır.
19. Bu kitaba Ptolemaios'un verdiği özgün ad *Büyük Matematik Sentezi*'dir. Bak. O. Pedersen, *A Survey of the Almagest*, Odense, Danimarka, Üniversite Yayınları, 1974.
20. Sacrobosco ve Küre konusunda ana kaynağım, Lynn Thorndike, *The Sphere of Sacrobosco and Its Commentators*, University of Chicago Press, Chicago, 1949'dur.
21. Ptolemaios fazla ayrıntıya girmemekle birlikte, öyle görünüyor ki belli bir anı tam olarak belirlemek için o zaman tutulan en olası yol, örneğin Dünya üzerinde eşitli yerlerde aynı anda meydana gelen ay tutulması gibi, bir gök olayını kullanmaktı. Böyle bir anda gökteki çeşitli yıldızların yerlerinin -ayrı yerlerden- saptanıp kay-

dedilmesi, Ptolemaios'un söz ettiği ayrı doğuş zamanlarının belirlenmesi sonucuna götürebilirdi. Aslına bakılırsa, burada söz konusu edilen durumda pekâlâ kuram gözlemden önce gelmiş de olabilir. Ptolemaios'un öne sürdüğü, belli bir enlemden gözlenebilen yıldızlar daha kuzeydeki başka bir enlemden görülemediğine göre Dünya yüzeyinin kuzeyden güneye dışbükey kıvrımlı olduğu şeklindeki kanıt, ondan yüzlerce yıl önce Aristoteles tarafından da zikredilmiştir (*Gökyüzü üzerine*, 2. Kitap, 14. Bölüm. Burada Dünya'nın küre biçiminde olması gerektiğine ilişkin başka nedenler de verilmektedir). Yıldızları taşıyan küre küresel bir Dünya'nın çevresinde dönüyormuş gibi tasarlandığından, belli bir yıldızın ufukta ilk belirlediği anın, doğu-batı doğrultusunda gözlem yerine bağlı olacağı sonucu kaçınılmaz olmaktadır. Sırası gelmişken, Kolomb da Karayipler Denizinde keşfettiği adaların boylamını, ilk kez bir Ay tutulmasının yerel saatini dikkatle not etmek yoluyla belirleyebilmişti. Bak. Morison, s. 655.

22. Kolomb'un önerisine yapılan bu itiraz, oğlu Fernando tarafından aktarılmıştır. Bak. Landström, s. 39.
23. Junta'nın kimlerden oluştuğu konusunda, bak. Morison, s. 69.
24. İkinci koşulla özgül olarak anlatılmak istenen, harita üzerindeki açıların yerküre üzerinde karşılıkları olan açılara eşit olduğudur. Bu özelliğe sahip bir haritaya "biçimleri koruyucu" ya da "eşbiçimli" (*conformal*) denir. Örneğin, yeryüzünde iki yol belli bir açıyla kesişiyorsa, harita üzerinde bu yolları temsil eden çizgilerin de aynı açıyla kesişmesi gerekir. Bu özelliğin birinci özellik -yani yeryüzündeki bir kuzey-güney çizgisinin haritada dikey bir çizgiyle gösterilmesiyle- birleştirilmesi, doğu-batı doğrultusundaki çizgilerin yatay olarak çizileceği ve bütün pusula yönlerinin de harita üzerinde aynı şekilde gösterileceği sonucunu doğurur.
25. Bunun neden böyle olduğunu görmenin bir yolu şudur. Kuzey-güney doğrultusu haritada dikey yöne karşılık geldiğine göre, yeryüzündeki her meridyen de harita üzerinde dikey bir çizgiyle gösterilecek demektir. Pusula yönleri doğru olarak gösterildiğine göre, herhangi bir noktadaki doğu-batı doğrultusu da haritada yatay doğrultuya karşılık gelecektir. Dolayısıyla Dünya üzerindeki her paralel dairesi de haritada bir yatay çizgiye denk düşecektir. Ha-

ritada böyle biribirine yakın iki paralel çizgi arasındaki uzaklığın Dünya üzerinde bunlara tekabül eden iki enlem dairesi arasındaki uzaklığa bölünmesi (oranı) haritanın dikey yöndeki ölçeğini verecektir ki, bunun belli bir enlem dairesi boyunca her noktada aynı olması gerekir. (Tam doğru ifadesiyle, çizgiler gittikçe biribirine yaklaştığından, bu oranın limiti alınmalıdır.) Fakat lineer cebirden çok iyi bilinen bir kural gereğince, bir noktada yönler korunuyorsa, bu noktada yatay ölçeğin dikey ölçeğe eşit olması gerekir. Dolayısıyla, yatay doğrultudaki ölçek belli bir enlem dairesinin her noktasında aynıdır.

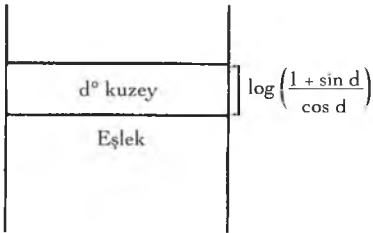
26. Mercator haritasının altında yatan fikir şudur: Yeryüzündeki kuzey-güney doğrultusunun haritamızda dikey doğrultuya karşılık gelmesini istiyorsak, her merdiyenin orada bir dikey çizgiyle gösterilmesi gerekir. Her iki meridyen eşleği keserken biribirinden en uzakta bulunup kutuplara doğru gidildikçe biribirlerine yaklaştıklarına, buna karşılık haritada onları temsil eden dikey çizgiler paralel olup biribirinden sabit uzaklıkta kaldıklarına göre, meridyenler arasındaki doğu-batı uzaklığı harita üzerinde Eşlekten kutuplara doğru gittikçe çekilip uzatılacak demektir. Mercator'un kafasındaki ana fikir, yönlerin doğru çıkmasını sağlamak için, harita üzerinde meridyenler boyunca uzaklıkların da meridyenler arasındaki uzaklıklarla tam aynı oranda çekilip uzatılması gerektiği idi. Başka deyişle, aynı noktadaki yatay ve dikey uzama değerlerinin aynı olması gerekir. Mercator'un yaptığı, bu özelliğe olabildiğince uyan bir harita çizmek olmuştur.

Mercator haritasına temel olan matematik işlemlerin öyküsü için, F. V. Rickey & Philip M. Tuchinsky'nin *Mathematics Magazine*, c. 53 (1980), s. 162-66'daki makalesine bakınız.

27. Haritanın çerçevesi için, X eksenini yatay Y eksenini dikey olan normal dik açılı koordinat sistemini kullanacak olursak, eşleği X (absisi) eksenini üzerine yerleştirebiliriz. Bu durumda herhangi bir noktanın absisi (X değeri) boylamının belli bir katı, ordinatı (Y değeri) ise şu ifadenin bir katı olacaktır:

$$\log \left(\frac{1 + \sin d}{\cos d} \right)$$

Burada d , enlemin (eşleğin kuzeyi için pozitif, güneyi için negatif olarak alınan) derece cinsinden değeridir. Kutuplarda bu denklemin değeri sonsuz olur ki, Mercator haritasına yöneltilen belli başlı iki eleştirinin biri bundan kaynaklanır. Birincisi, bu harita her iki kutup çevresinde belli bir bölgeyi ister istemez dışında bırakır; ikincisi, Eşlektten uzaklık arttıkça boyutlar ve alanlar sürekli artan bir oranda büyürler. Fakat bu iki kusur metinde betimlenen basit silindrsel projeksiyonda da, hem de daha büyük ölçüde, görülür.



28. Logaritma 1614'te John Napier tarafından icat edilmiştir.
29. İntegral hesabı, sürekli değişen bir niceliğin değişiminin toplam ("yığılmış", *cumulative*) değerini bulmakta kullanılan bir matematik tekniğidir. Örneğin, elimizde sabit ölçekli bir harita varsa, yeryüzündeki gerçek uzaklıkları, haritada ölçülen uzaklıkları ölçek faktörüyle çarparak elde edebiliriz (ölçeğin her yerde hemen hemen aynı olduğu küçük bölgeler için zaten böyle yapılır). Oysa Mercator haritasında ölçek faktörü enlemle birlikte değişir. Yeryüzünde tam kuzeye doğru gitmek, harita üzerinde, sürekli değişen bir ölçekle, dikey doğrultuda yükselmeye karşılık gelir. Haritadaki "yığılmış" (*cumulative*) yükseklik artışı, ölçek faktörünün "integrali" olarak hesaplanır ve sonuç yukarıda verilen cebirsel ifade olur.
30. Her gemici haritasının bir Mercator haritası olduğunun kanıtı, böyle haritalar için daha önce kaydettiğimiz özelliğe bağlıdır: ölçeğin yatay çizgiler boyunca sabit olması. Bundan başka, önceki notta da gördüğümüz gibi, bu ölçeğin her enlem için kesin değeri kolayca saptanabilir. O zaman, açılarının korunabilmesi için, kuzey-güney ölçeğinin de her enlemde doğu-batı ölçeğine eşit olması gerekir. Bu, harita üzerindeki dikey koordinatın (ordinatın) yeryüzündeki enleme göre değişme oranını da bilebiliriz anlamına gelir;

bu değerin, $1/\cos d$ 'nin bir katı olduğunu görmüştük. Sonra açık formül, Mercator haritasında da gördüğümüz gibi, integrasyon (integral alma) yoluyla elde edilir.

31. Euler'in, bir küre yüzeyinin hiçbir parçasının tam ölçekli bir haritasının yapılamayacağını gösteren kanıtı, bunu "Küresel bir yüzeyin düzlem üzerinde gösterilmesine dair" başlıklı bir makalede St. Petersburg Bilimler Akademisine sunduğu 1775 yılına dayanır. Makale Latince yazılmış olup Euler'in bütün eserleri arasında (seri 1, cilt 28, s. 248-75) yayımlanmıştır. Euler'in, makalenin 251-53. sayfalarındaki kanıtı klasik bir "olmayana ergi" yoluyla kanıtlama (*proof by contradiction*) örneğidir. Euler tam ölçekli bir haritanın mümkün olduğunu varsayar; bu varsayıma dayalı birtakım hesaplamalar yaparak çelişkili bir sonuca ulaşır; bundan da başlangıçtaki varsayımın -tam ölçekli haritanın varlığının- yanlış olması gerektiği sonucu çıkar.
32. Örneğin, United States Geological Survey (ABD Jeolojik Ölçümleme Dairesi) yayımladığı haritalarda on altı ayrı projeksiyon kullanılır. Kullanılan haritalar ve tarihsel evrim için, bak. John P. Snyder, *Map Projections Used by the U.S. Geological Survey*, Geological Survey Bulletin 1532, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 1983. Yüz kadar ayrı harita tipini kapsayan daha geniş bir koleksiyon, her biri için resimler ve denklemlerle birlikte, John P. Snyder & Philip M. Voxland'ın şu eserinde görülebilir: *An Album of Map Projections*, U.S. Geological Survey Professional Paper 1453, U.S. Gov. Printing Office, Washington, D.C., 1989.
33. Bak. J. L. Berggren, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, Springer, New York, 1986, s. 10 ve daha çok ayrıntı için, Berggren, "Al-Biruni on Plane Maps of the Sphere", *Journal for the History of Arabic Science*, cilt 6, 1982, s. 47-80; özell. s. 67.

III. Bölüm

34. Beethoven 16 Aralık 1770'te Bonn'da, Gauss ise 30 Nisan 1777'de Brunswick'te doğdular. İkisi arasındaki benzerlikler (V. Bölüm'de biraz daha ayrıntılı olarak verilmiştir) fiziksel özelliklerini de kapsar: Her ikisi de sağlam yapılı, kısa boylu ve tıknazdırlar; ayrıca ikisi de yoksul ailelerde doğmuş, aşırı sert ve hırçın babaların keyfi baskılarından çok çekmişlerdir.

35. Bu Latince unvan çoğu kez Gauss'un "Matematikçiler Prensi" diye adlandırılmasına da neden olmuştur. Matematikçiler arasında, tarih boyunca Gauss'la aynı düzeye konabilecek sadece iki matematikçinin çıktığı kanısı yaygındır ki bunlar da Arkhimedes ile Newton'dur.
36. Telgrafın tarihi ve Gauss'la yardımcısı Weber'in rolleri hakkında bak. W. K. Bühler'in Gauss: *A Biographical Study* adlı eseri, Springer, New York, 1981.
37. Bu eğrinin denklemi $y = e^{-x^2}$ dir. Öteki yaygın adı ise "normal dağılım eğrisi" dir.
38. Öykünün çeşitli anlatılışlarında çeşitli sayı dizileri kullanılır, ama hepsi aynı temel ilkeye dayanır.
39. Genel problem bir *aritmetik dizinin*, yani art arda gelen iki terimin farkının sabit bir d sayısı kadar olduğu bir dizinin, toplamını bulmaktır.
40. Yerkürenin kutuplardan geçen arakesiti yaklaşık olarak bir elips şeklindedir; bunun kısa çapı (Kuzey Kutbundan Güney Kutbuna kadar olan uzaklık) 7900 mil (12 711 km), uzun çapı (Dünya'nın Eşlekteki çapı) ise 7926 mil (12 753 km) dir.
41. Dünya'nın Eşlekteki çevresi 25 000 milden biraz kısa olduğundan ve tam bir çemberde de 360° bulunduğundan, Eşlekte bir derecelik yayın (1 yay derecesinin) $360 \div 25\,000$ 'in biraz altında, yani 70 milden (112 km'den) biraz küçük olduğu anlaşılır.
42. Çeşitli eğri/eğrilik kavramlarının incelenmesi, matematiğin *diferansiyel geometri* adıyla bilinen dalının ana konusunu oluşturur. Verilen bir eğride, her noktadaki eğrilik, eğrinin bu nokta yakınındaki kesimine en iyi uyan çember yayının yarıçapının tersi olarak tanımlanır. Bir yüzey içinse her noktada iki *ana eğrilik* söz konusudur; bunlar verilen noktadaki eğriliğin -yüzeyin o noktadan geçen dikey bir düzlemle kesilmesiyle elde edilen eğrilerin- maksimum ve minimum değerleri olarak tanımlanır. (Bu eğrilerin eğriligi de, eğrinin yer aldığı yüzeye teğet olan düzlemin hangi tarafında bulunduklarına göre, pozitif veya negatif işaret alır.) Gauss eğriligi bu ana eğriliklerin çarpımıdır. Bu eğrilik eğer bir noktada

pozitif ise, o noktanın yakınlarında yüzey, -küre veya elipsoidde olduğu gibi- o noktaya teğet olan düzlemin bir tarafında yer alır. Negatif ise yüzey -verilen noktanın "belinde" yer aldığı kum saati şeklinde bir yüzeyde olduğu gibi- teğet düzlemi keser.

43. Birçok kişi için "jeodezik" sözcüğü Buckminster Fuller ile onun ünlü kubbesini çağrıştırır. Jeodezik kubbelerin ilginç bir betimlemesi için bak. "Geodesics, Domes and Spacetime", 3. Bölüm, *Science à la Mode*, Tony Rothman, Princeton University Press, Princeton, 1989.

44. Yarıçapı r olan bir küre üzerindeki bir jeodezik (her kenarı bir büyük daire yayı olan) üçgenin iç açıları toplamı s , alanı da A ise, alan formülü şöyledir:

$$A = \pi r^2 \left(\frac{s}{180} - 1 \right)$$

(Bu formül ilk kez 1629'da Belçikalı (Flaman) matematikçi Albert Girard tarafından yayımlanmıştır. Alan A 'yı ve açıların toplamı s 'yi ölçmek suretiyle, bu denklem kürenin yarıçapı r 'yi bulmakta kullanılabilir.)

45. Gauss'un verdiği tam denklem bir yüzey integralini içerir. Eğer s herhangi bir yüzeydeki jeodezik üçgende derece cinsinden açıların toplamı ise,

$$s = 180 + \frac{180}{\pi} \int K dA$$

Burada K , Gauss eğriliğini gösterir ve integral de üçgenin içinden alınır. Düzlemde $K = 0$ 'dır ve herhangi bir üçgen için $s = 180^\circ$ buluruz. r yarıçaplı bir küre üzerinde $K = 1/r^2$ dir ve $\int K dA = A/r^2$ olur (A , üçgenin alanı olmak üzere). O zaman $s = 180 (1 + A/\pi r^2)$ 'dir ki bu yukarıda bir küresel üçgen için verilen Girard denkleminin aynısıdır. Genel olarak, pozitif eğrilikli bir yüzeyde, $K > 0$, $\int K dA > 0$ 'dır ve açıların toplamı 180° 'den büyüktür. Negatif eğrilik $K < 0$ olmasını gerektirir ve s de 180° 'den küçüktür.

46. Pratikte, elde başka olanaklar varsa, eğriliğin sadece yüzeyde yapılacak ölçümlerle saptanması pek istenmez, çünkü bu yol, bir üç-

genin alanı veya bir dairenin çevresi gibi çok dakik ve çoğu kez yapılması güç ölçümler gerektirir. Fakat bunun kuramsal olarak mümkün olması önemli sonuçlar doğurur: tam ölçekli haritalar yapmanın olanaksızlığı gibi. Ayrıca, Riemann konusuna gelince göreceğimiz gibi, başka çarenin bulunmadığı durumlar da olabilir.

47. Böyle bir çemberin teknik adı *jeodezik çember* (ya da daire) dir.
48. Bertrand ile Puiseux'nün formülleri, herhangi bir yüzeyde bir p noktasındaki Gauss eğriliği için aşağıdaki ifadeyi verir. Söz konusu yüzeyde, merkezi p olan r yarıçaplı çemberin uzunluğu $L(r)$ olsun. Bu durumda,

$$\frac{3}{\pi} \frac{2\pi - L(r)}{r^3}$$

ifadesi, r çok küçük olduğu zaman, yüzeyin p noktasındaki eğriliğinin değerine çok yakındır. Eğriliğin tam değeri bir limitle hesaplanır:

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{3}{\pi} \frac{2\pi r - L(r)}{r^3}$$

Eğrilik pozitifse $K > 0$ 'dır; o zaman $L(r)$ çemberi Eukleideslik değer olan $2\pi r$ 'den kısa kalır. $K < 0$ ise $L(r)$ 'nin $2\pi r$ 'den büyük olması demektir. $L(r)$ için iyi bir yaklaşık değer $2\pi r - K\pi r^3/3$ olabilir.

49. Gauss'un makalesinin başlığı "*Disquisitiones Generales Circa Superficies Curvas*", yani "Eğri Yüzeyler Hakkında Genel Araştırmalar"dı. Hem özgün metni hem de İngilizce çevirisi, daha önceki çalışmalar ve sonraki gelişmelerin yetkin bir dökümüyle birlikte, Peter Dombrowski'nin "*Disquisitiones Generales Circa Superficies Curvas*"tan 150 yıl sonra" adlı çalışmasında yayımlanmıştır: *Astérisque* 62, Société Mathématique de France, Paris, 1979.

IV. Bölüm

50. *Bütün sanal sayılar i'nin gerçel sayılarla çarpımından elde edilir: $2i, \sqrt{3}i, -i$, vb. Karmaşık sayılar ise gerçel ve sanal sayıların toplamlarıdır, $2 + 3i$ gibi.*
51. Eukleideslik-olmayan geometriye ilişkin bütün konular hakkında yetkin bir kaynak, B. A. Rosenfeld'in şu eseridir: *A History of*

52. *Saf Aklın Eleştirisi* adlı eserinde Immanuel Kant, Eukleideslik geometriyi a priori bilgi, yani deneye dayalı olmayıp dünyayı algılayış tarzımızın bir parçası olarak niteler. Kant'ın Eukleideslik geometri hakkındaki görüşlerinin daha ayrıntılı bir tartışımı için, Richard J. Trudeau'nun *The Non-Euclidean Revolution* (Birkhäuser, Boston, 1987) adlı eserinin 3. Bölümü ile Michael Friedman'ın *Kant and the Exact Sciences* (Harvard University Press, Cambridge, 1992) adlı eserinin Birinci Bölümüne bakınız.
53. Bazı okurlar Tom Lehrer'in "Lobaçevsky" adlı şarkısını ve onun - Lobaçevski'ye atfedilen- "Çalıntıyı yap" şeklindeki nakaratını duymuş ve "acaba Lobaçevski bunu hak etmek için ne yapmış?" diye düşünmüş olabilirler. Bu sorunun yanıtı "Hiçbir şey"dir. Sadece adı şarkının ölçü ve uyağına denk gelmiştir, o kadar...
54. Aksiyomatik açıdan Eukleideslik geometriyi Eukleideslik-olmayan geometriden ayıran, Eukleides'in beşinci postülatının statüsüdür. Eukleides'in kullandığından farklı ama ona eşdeğer başka bir biçim altında, bu postülat verilen bir doğruya kendi üzerinde bulunmayan bir noktadan geçen yalnız bir tek paralel çizgi çizilebileceğini belirtir. Ayrıca bu özelliğin, bir üçgenin iç açıları toplamının 180° olması koşuluna eşdeğer olduğu da görülür. Lobaçevski Eukleides'in beşinci postülatının yerine, bir doğruya üzerinde bulunmayan bir noktadan *birden çok* paralel çizilebileceğini söyleyen başka bir postülat koyar; bunun da bir üçgenin iç açıları toplamının 180° 'den *küçük* olması özelliğine eşdeğer olduğu görülür.
55. Wolfgang, Janos Bolyai'nin babasının bazı durumlarda kullandığı Almanca adıdır. Asıl Macarca adı, sıkça kullanıldığı görülen Farkas'tır.
56. Gauss'un karakterinin bu yönü, yine kendisine çağ açıcı bir buluşunu gösteren, ama soğukça baştan savılan genç ve parlak bir matematikçiyle ilgili başka bir olayda da ortaya çıkar. Bu kez genç dâhi yirmi üç yaşındaki Norveçli Niels Henrik Abel'dir. Abel cebir alanında, cebirsel denklemlerin çözümlerine ilişkin en temel problemlerden birini çok şaşırtıcı biçimde sonuca bağlamıştı. An-

tik çağdan beri, $x^2 - 3x + 4 = 0$ şeklindeki her ikinci dereceden (*quadratic*) denklemin açık-seçik bir formüle göre çözülebileceği bilinmektedir. $x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 0$ şeklindeki üçüncü dereceden (*cubic*) denklemler ise çok daha zor çıkmış ve on altıncı yüzyıla dek böyle denklemleri çözmek için genel bir yöntem -yani çözüm sonucunu katsayılar cinsinden ifade etmenin bir yolu- bulunamamıştır. $ax^2 + bx + c = 0$ şeklindeki ikinci derece denklemleri için genel çözüm ifadesi, $x = \left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac} \right) / 2a$ 'dır. x 'le başlayıp daha küçük kuvvetlerle devam eden dördüncü dereceden bir denklem de açık seçik olarak çözülebilir; fakat sıra beşinci dereceden denklemlere gelince, 300 yıllık çaba hiçbir sonuç vermemiştir. Abel ise önce bir çözüm bulduğunu sandı, fakat yaptığı hesaplarda bir hatâ olduğunu fark edip araştırınca şaşkınlık verici bir durumla karşılaştı: Çözümün olanaksız olduğunu kanıtlamıştı. Gauss'un, değeri anılayacak kadar yakından bakmayı reddettiği anlaşılan başyapıt sayılacak buluş işte buydu.

57. Gauss bu konuda hiçbir şey yayımlamamışsa da, bize ulaşan bir dizi mektubunda bu alandaki araştırmalarının genişliği açıkça görülmektedir.
58. Bak. "The Myth of Gauss' Experiment on the Euclidean Nature of Physical Space", Arthur I. Miller, *Isis* 63 (1972), s. 345-48.
59. Gönderme yapılan çalışmanın asıl adı: N. Lobatschewsky (adının birkaç yazılışından biri), *Géométrie imaginaire*, *Crelle's Journal*, cilt 17 (1837), s. 295-320.
60. Derginin tam adı *Crelle's Journal der Mathematik*'tir. August Leopold Crelle matematik tarihinde dikkate değer, belki de benzeri olmayan bir kişiliktir. Mesleği mühendislik olmakla birlikte, olayların gidişini etkileyecek kadar bilgi/beceriye ve enerjiye sahip bir matematik tutkunuydu. Mesleki yaşamında Almanya'nın ilk demiryolunu yapmakla görevlendirilmişti. 1828'den başlayarak Prusya Eğitim Bakanlığına matematik danışmanı oldu ve bu nitelik ve yetkileriyle matematiğin okullarda nasıl kavranıp öğretileceği konusunda büyük ölçüde etkili olmayı başardı. Matematiğin sadece uygulamaları açısından görülüp önemsenmesinin yanlış olduğuna, gerek gelişiminde gerekse sunuluş biçiminde matematiğin kendi "içsel" yapısına ilişkin düşüncelerin birinci planda tutulması gerektiğine inanıyordu.

1826'da sadece matematiğe adanmış olan yeni dergisini kurdu. Yayınına çarpıcı biçimde Abel'in bir dizi makalesiyle başladı; bunların arasında genel beşinci derece denklemlerinin çözülemezliğini kanıtlayan o büyük buluş da vardı.

61. Aslında Minding açıkça sözdeküreden bahsetmez, sadece aynı denklemlerin sabit negatif eğrilikli herhangi bir yüzey üzerindeki jeodezik üçgenler için geçerli olduğunu söyler. Sabit negatif eğrilikli yüzeylere açık örnekler içinse önceki yıl yayımladığı makalesine gönderme yapar ki, bu örneklerin arasında sözdeküre (yalan-cıküre) de vardır.

62. Minding'in *Crelle's Journal*, cilt 20 (1840), s. 323-27'deki makalesinin 324. sayfasında, Minding'in verdiği formül şudur:

$$\cos a\sqrt{k} = \cos b\sqrt{k} \cos c\sqrt{k} + \sin b\sqrt{k} \sin c\sqrt{k} \cos A$$

Burada a, b ve c sabit k eğriliğine sahip bir yüzeydeki bir üçgenin kenar uzunluklarını, A da a kenarının karşısındaki açıyı gösterir. Eğer yüzey R^2 yarıçapında bir kürenin yüzeyi ise, $k = 1/R^2$ olur ve çıkan formül küre üzerindeki üçgenin iyi bilinen formülüdür. Eğer yüzey $k = -1$ negatif eğriliğindeyse, $\sqrt{k} = \sqrt{-1} = i$ olur; $\cos ix = \cosh x$, $\sin ix = \sinh x$ ifadeleri ($\cosh x$ ve $\sinh x$, x 'in hiperbolik cosinüs ve sinüsü demektir) kullanılarak şu denklem elde edilir:

$$\cosh a = \cosh b \cosh c - \sinh b \sinh c \cos A$$

Bu denklem, Lobaçevski'nin 1837 tarihli *Crelle's Journal*'deki makalesinin 296. sayfasının başında verilen ifade (*notation*) yerine konduktan sonra, aynı makalenin 298. sayfasındaki (10) numaralı denkleme dönüşür. Bu durumda a, b ve c, sabit Gauss eğriliği $K = -1$ olan bir yüzeydeki bir üçgenin kenarları, A da yine a kenarının karşısına düşen açıdır. Bu denklem trigonometriyle uğraşanların aşına olduğu şu formülün Eukleideslik-olmayan benzeridir:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

63. Aslında Lambert zamanının tek ünlü Alman matematikçisiydi. 1777'de, Gauss'un doğduğu yıl öldü ve ölümüyle Gauss çalışmaya başlayıncaya kadar Almanya'da bir tek büyük matematikçi bile kalmamış oldu. Almanya'nın on sekizinci yüzyıl sonlarında matematik bakımından bir çöl iken şaşkınlık verici biçimde on doku-

zuncu yüzyıl ortalarında bir dünya merkezine dönüşmesinin öyküsü yakınlarda çıkan bir kitapta anlatılmaktadır: *Möbius and His Band*; edit. John Fauvel, Raymond Flood ve Robin Wilson, Oxford University Press, Oxford, 1993.

64. π sayısının *oransız* olduğuna ilişkin oldukça kısa bir modern kanıt için bak. Ivan Niven, *Irrational Numbers*, Carus Mathematical Monographs, No. 11, Mathematical Association of America, 1956, s. 19-21.
65. Lobaçevski yüzeyinin bir düzleme aktarılmış halini temsil eden bütün haritalarda biçim bozulmasının kaçınılmaz olmasının nedeni, Gauss'un, tam doğru haritaların eğriliği de koruması gerektiğine dair teoremidir. Lobaçevski'nin geometrisi negatif eğrilikli bir yüzeyin geometrisi demek olduğundan, burada tam ölçekli bir haritanın da negatif eğriliğe sahip olması gerekir. Oysa düzlemin (kâğıdın) eğriliği sıfırdır, dolayısıyla düzlem üzerinde tam ölçekli bir harita da olanaksızdır.

V. Bölüm

66. Galileo'nun eylemsizlik yasasını bir düşünce deneyi ışığında gündeme getirmek fikri Albert Einstein ve Leopold Infeld'in *The Evolution of Physics* (Simon & Schuster, New York, Touchstone Edition, s. 5-11) adlı eserinden alınmıştır. Sırası gelmişken belirtelim, Einstein ile Infeld'in, 1938'de yayımlanan ve alt başlığı *From Early Concepts to Relativity and Quanta* ("İlk Kavramlardan Göreliliğe ve Kuantumlara") olan bu kitabı, fiziğin temel kavramlarını teknik olmayan bir dille anlatma ve açıklama bakımından hâlâ bir başyapıt niteliğindedir.
67. Eğer $L(r)$ Eşlek düzleminde r yarıçaplı dairenin çevresi ise, "yerkürenin Eşlek düzleminde uzayın eğriliği" yaklaşık olarak şudur:

$$\frac{3}{\pi} \frac{2\pi - L(r)}{r^3}$$

Bu ifade r yarıçapının nasıl seçildiğine pek az bağlıdır. Bir dizi daire seçerek, değerin r 'ye anlamlı ölçüde bağlı olmadığı alan içinde kalıp kalmadığımızı görebiliriz. Eşlek düzleminde uzayın eğriliğinin kuramsal olarak tam değeri bir limit değerdir:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{3}{\pi} \frac{2\pi r - L(r)}{r^3}$$

Bu, Bertrand ve Puiseux'nün formülüne göre, $L(r)$ 'nin belli bir noktayı merkez alan r yarıçaplı bir dairenin çevresi olduğu bir yüzeyde, bu yüzeyin söz konusu noktadaki eğriliğiyle aynı değerdir.

68. Normal (Eukleideslik) geometride, belli bir noktayı merkez alan bir çember üzerindeki eşit aralıklı altı nokta, altı eşkenar üçgenden oluşan bir düzgün altıgen oluşturur; komşu iki nokta arasındaki uzaklık da noktaların her birinin merkezden uzaklığına eşittir.



69. Bu terminolojinin gerekçesi şudur: Yerküreyi doğu ve batı değil de kuzey ve güney yarımkürelere bölünmüş olarak düşünürsek, ikisinin sınır çemberleri kürenin üzerinde -kuzey yarımkürelilerin bir taraftan, güney yarımkürelilerin de öteki taraftan seyrettikleri- aynı büyük daire -yani Eşlek- olur.
70. Alıntılanan pasaj, *Cennet*'in 28. Kanto'sundandır (sat. 1-129).
71. Charles S. Singleton çevirisi, Princeton University Press, Princeton, 1975. Dante tam olarak şöyle diyor: "...ışıklar saçan bir nokta gördüm, öyle parlaktı ki ışığı, bakan gözler kamaşır, kapanırdı;" (Rekin Teksoy çevirisi, Oğlak, İstanbul, 1998, s. 760. ç.n.)
72. Dante'nin *İlâhi Komedya*'sındaki evren betimlemesinin Riemann'ın "küresel uzayı" ile aynı biçime sahip olduğu şeklinde yorumlanabileceği, birbirinden bağımsız olarak birçok kişinin dikkatini çekmiştir. Benim bildiğim kadarıyla bunu en erken fark eden, *Klassische Stücke der Mathematik* (Orell Füssli, Zürich, 1925, s. 53-59) adlı eserinde Andreas Speiser'dir. Daha ayrıntılı bir analiz, "Dante and the 3-sphere" başlıklı makalede (*American Journal of Physics*, cilt 47 (1979), s. 1031-35) Mark Peterson tarafından yapılmıştır. Bu konuda ve sonlu-sonsuz evren tartışması hak-

kında, daha fazla bilgi için, bak. Rudy Rucker, *Infinity and the Mind*, Bantam, New York, 1983, s. 16-23.

73. Matematikçiler, düzlem, küp ya da kürenin “bir üst boyutlu” türlerinden söz ederken “aşırıdüzlem”, “aşırıküp” ve “aşırıküre” gibi deyimler kullanırlar. Çoğu kez bundan öte ayrıca söz konusu cismin “bir üst boyutlu” bir uzayda yer aldığı sayılıtısı da işe karışır. Dört-boyutlu Eukleideslik uzay en kolay şekilde koordinatlar yoluyla betimlenebilir. Düzlemde noktaların bir çift koordinatla (x ve y), uzayda ise üç koordinatla (x , y ve z) belirlenmesi gibi, dörtboyutlu uzayda da noktalara belirleyici olarak dört gerçel sayı (örneğin, -1 , 2 , $\sqrt{3}$, π) verilir ve bunlara ilgili noktanın “koordinatları” denir. $x^2 + y^2 = r^2$ denklemi düzlemde r yarıçaplı bir daireyi belirler; $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ denklemi uzayda r yarıçaplı bir küreyi belirler; $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = r^2$ denklemi ise “Eukleideslik dörtlü-uzayda” r “yarıçaplı” bir “aşırıküreyi” tanımlar. Aşırıkürelerin birçok özellikleri bu denklemden kolaylıkla çıkarsanabilir, fakat aşırıküreyi incelemek için dörtlü-uzayı kullanan bir modele gereksinim yoktur.

74. Buradaki metin, *Jubilee of Relativity Theory (Fünfzig Jahre Relativitätstheorie)*'de yapılan konuşmalardan alınmıştır. (Helvetica Physica Acta'ya IV nolu Ek olarak yayımlanmış; Birkhäuser Verlag, Basel, 1956, s. 254).

VI. Bölüm

75. Nancy K. Miller'in *Changing Subjects*'deki “Decades” başlıklı denemesine bakınız. Yay. Gayle Greene & Coppelia Kahn, Routledge, New York, 1993, s. 31-47.

76. Politika, jeodezi ve ondalık sayı sisteminin akla gelmedik bir çakışması, bugünkü ölçü birimlerimize nasıl vardığımızı anlatan öyküye en garip dipnotlardan birini düşürmüştür. *Metre*, Eşlekle Kuzey Kutbu arasındaki uzaklığın on milyonda biri olarak tanımlanmıştır. Başka deyişle, Dünya'nın kutuplar üzerinden ölçülen çevresi kırk milyon metre olarak tanımlanmıştır. 1791'de, hükümetçe finanse edilen ilk “büyük bilim” projesi denebilecek bir girişim çerçevesinde, Paris üzerinden Manş Denizi'nden Akdeniz'e uzanan meridyen yayının tam uzunluğunu belirlemek için bir jeodetik harita çıkarma çalışması başlatıldı. Bu ölçümler daha sonra, -tıpkı bin yıl önce El-Harezmi'nin kullandığı yöntemle göre- birtakım

gökbilimsel ölçümlerden de yararlanılarak, bir enlem derecesinin uzunluğunu hesaplamakta kullanılacaktı. Eşlekten kutba kadar doksan enlem derecesi bulunduğuna göre, elde edilen rakam bir metrenin uzunluğunu -toplam uzaklığın on milyonda biri- belirlemeye yarayacaktı. Bugün bütün dünyada benimsenen ölçü birimlerine giden yolda başvurulmuş akıl yürütme ve entrikaların daha zengin ve ayrıntılı bir öyküsü John Heilbron'un "The Politics of the Meter Stick" başlıklı yazısında bulunabilir: *American Journal of Physics* cilt 57 (1989), s. 988-92.

77. On dokuzuncu yüzyılın 1 Ocak 1800'de mi yoksa 1 Ocak 1801'de mi başladığı, -ister inanın ister inanmayın- sürekli bir tartışma konusudur. Yakın tarihli incelemeler için, bak. Hillel Schwartz, *Century's End*, Doubleday, 1990 ve Stephen Jay Gould'un "Dousing Diminutive Dennis'Debate" başlıklı makalesi, *Natural History*, Nisan 1994, s. 4-12.

78. Popüler tişört sloganını yansılayacak olursak:

Ve Tanrı şöyle dedi:

$$\begin{array}{ll} \nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} & \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} = 0 & \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \end{array} \quad \dots \text{ve ışık oldu}$$

Maxwell denklemlerinin çeşitli yazılış şekilleri vardır. Buradaki özel şekilde, E elektrik alanıyla H manyetik alanı arasındaki beklenmedik simetri açıkça kendini gösteriyor. Dört denklem birleştirilmek suretiyle, her E ve H alanının ayrı ayrı, uzayda yayılan bir dalganın hareketini yöneten "dalga denklemini" sağladığı gösterilebilir.

79. Maxwell'in keşfinin önemi ancak zaman geçtikçe artmıştır. 1938'de Einstein'la Infeld *The Evolution of Physics* adlı kitaplarında şöyle yazıyorlardı: "Işık hızıyla yayılan bir elektromanyetik dalganın kuramsal olarak keşfi bilim tarihindeki en büyük başarılarından biridir." Maxwell hakkında daha fazla bilgi için, bak. L. Campbell & W. Garnett, *The Life of James Clerk Maxwell*, Londra, 1882; ve bilime katkılarının güzel bir anlatımını da içeren kısa bir yaşam öyküsü için, C. W. F. Everitt, *James Clerk Maxwell, Physicist and Natural Philosopher*, Scribners, New York, 1975.

80. Radyo-telefon yayınlarındaki statik elektrik parazitlerinin kaynağını araştırırken uzaydan gelen radyo dalgalarını ilk tanılayan Karl Jansky'dir. 30'lu yılların başlarında Jansky bu girişimin (enterferansm) kaynağını daha dakik ve kesin olarak saptamağa çalıştı ve bunun büyük ölçüde Samanyolu'ndan geldiği sonucuna vardı. Ne var ki, ne kendisi ne de başka biri bu ilk buluşların üzerine gitmediler, ta ki Reber -kendi eli ve parasıyla- otuz bir fit (yaklaşık 9,5 metre) çapındaki ilk yönlendirilebilir radyo "çanak antenini" kurup gökyüzünün radyo frekanslarında sistematik bir taramasını yapınca dek.
81. Wheaton, Reber'in radyo mühendisi olarak çalıştığı Chicago'nun banliyölerinden biridir. "Cosmic Static" başlıklı makalesinin tam referansı şöyledir: *Astrophysical Journal*, cilt 100, 1944, s. 279-87. Radyo-astronominin daha sonraki tarihi şu eserde anlatılmaktadır: Gerrit L. Verschur, *The Invisible Univers Revealed: The Story of Radio Astronomy*, Springer, New York, 1987. Modern gökbilimin kullandığı bütün araçların ve bunların bize neler söylediğinin yetkin bir incelemesi, Herbert Friedman, *The Astronomer's Universe: Stars, Galaxies and Cosmos*, Ballantine Books, New York, 1990'da görülebilir.

VII. Bölüm

82. Hubble'ın yaşamı ve bilime katkıları hakkında daha fazla bilgi için, bak. Donald E. Osterbrock, Joel A. Gwinn & Ronald S. Brashear, "Edwin Hubble and the Expanding Universe", *Scientific American*, Temmuz 1993, s. 84-89.
83. Evrenin genişlemesi kavramının yerleşmesine ve Hubble yasasının formüllendirilmesine giden yolda atılan adımların tartışıldığı benim bildiğim en iyi çalışmalardan biri, P. J. E. Peebles'in *Principles of Physical Cosmology* adlı yakın tarihli kitabıdır (Princeton Univ. Press, Princeton, 1993, s. 77-82). 82-93. sayfalarda Hubble yasasını destekleyen gözlemsel kanıtların aynı şekilde tam ve sağlam bir tartışması da vardır. Bir başka yetkin serimleme de Edward R. Harrison'un *Cosmology: The Science of the Universe* (Cambridge University Press, 1981) adlı eserinin 10. Bölümüdür. Pek çok tarihsel ayrıntı, özellikle onlarca yıl süren, "sarmal bulutların" bizim galaksimizin içinde mi yer aldıklarını, yoksa kendi başlarına birer "ada-evren" mi olduklarını saptama girişimleri için,

bak. Robert W. Smith, *The Expanding Universe: Astronomy's "Great Debate" 1900-1931*, Cambridge University Press, 1982. Son olarak, aynı konunun ilk tartışmalara katılan biri tarafından yapılmış çok güzel ve canlı bir sunumu için, bak Arthur Eddington, *The Expanding Universe*, Cambridge University Press, 1933. (Yeni çıkışı 1987.)

84. Genişleyen evren fikri aslında kuramla gözlemin bir karışımıdır. Bunun gözlemlilik bileşeni uzak galaksilerden gelen ışığın [tayfındaki çizgilerin], tayfin (spektrumun) kırmızı ucuna doğru kayması ve galaksi ne kadar uzaktaysa kaymanın da o kadar büyük olmasıdır. Kuramsal bileşeni ise bu kaymanın bir tür Doppler etkisi olarak yorumlanarak, söz konusu galaksilerin bizden, uzaklıkları büyüdükçe aynı oranda artan hızlarla uzaklaşmakta olduklarının göstergesi sayılmasıdır. Kırmızıya kaymanın 1917'de De Sitter tarafından kuramsal olarak öngörülmesinden sonra, bu konu H. N. Russel ve Harlow Shapley gibi önde gelen gökbilimciler tarafından, en az 1920'ler gibi erken bir tarihte, aktif biçimde tartışma konusu olmuştur (bak. Smith, s. 175-76). 1923-25 döneminde, Ludvik Silberstein ve Knut Lundmark tarafından, kızıla kayma ile uzaklık arasında eldeki gözlem verilerine dayalı olarak bir ilişki kurmağa çalışan makaleler yayımlanmıştır (bak. Smith, s. 175-78). Bütün bunlar, De Sitter'in 1917 tarihli öngörüsünün önce gerçekliğini sonra da anlamını açıkça ortaya koymak için 1920'ler boyunca gösterilen gerek kuramsal gerek gözlemsel öteki çabalarla birlikte ele alınınca, Hubble'ın bu ilişkiyi 1929'da birdenbire buluverdiği şeklindeki miti[n neden ortada dolaştığını] daha da anlaşılmasız kılan koskoca bir çalışma bütünü oluşturmaktadırlar.
85. Einstein ve De Sitter'in makaleleri, evrenbilim konusunda diğer bazı yol açıcı yazılarla birlikte, *Cosmological Constants* adlı kitapta yeniden yayımlanmıştır (edit. Jeremy Bernstein & Gerald Feinberg, Columbia University Press, New York, 1986).
86. Friedman hem ilgi alanı sıradışı genişlikte bir bilim adamı, hem de çok aktif ve renkli bir kişilikti; 30'lu yaşlarında, tehlikeli bir balon uçuşundan sonra indiği sapa ve ucra bir bölgede tutulduğu tifo hastalığından öldü. Uzun ve tam bir yaşam öyküsü yakınlarda İngilizceye çevrilmiştir: Alexander A. Friedmann: *The Man Who Made the Universe Expand*; yazarlar: Edvard A. Tropp, Viktor

Ya. Frenkel & Artur D. Çernin; çev.: Alexander Dron & Michael Burov, Cambridge University Press, 1993. Friedman asıl ününü, Einstein önce Friedman'ın hesaplarının yanlış olduğunu sandığını basılmış bir yazısında belirtip, sonra da bu düşüncesinden caymak zorunda kalarak, yine basılmış bir yazısında onun haklı olduğunu kabul ettiği zaman kazanmıştır.

87. Weyl, Princeton'daki yetkeli ve saygın İleri Araştırmalar Enstitüsü'nün kuruluşundan sonra, Einstein'la birlikte bu kurumun temel direklerinden biri olmuştur.
88. Shapley'in galaksi modeli hakkında, Smith'in eserinin 2. Bölümüne bakınız.
89. Lemaître, Robinson ve bunların bilime katkıları konusunda daha fazla bilgi için, bak. Harrison'un *Cosmology*'si.
90. Ters-evren için daha çok kullanılan terimler "geri yönelik ışık konisi" ya da "sıfır-koni"dir (*null cone*). Fakat bu terimler biraz farklı biçimde de kullanılabilir. (Ters-evren, uzay-zamanın, yani gerçek evrenin bir parçasıdır; "ışık küresi" ya da "sıfır-küre" ise çoğun uzay-zamanın içinde değil, ona "teğet uzay" denen şeyde yer almış olarak düşünülür.)
91. Hubble değişiminin tam değeri hakkında bazı görüş ayrılıkları vardır. Fakat genel olarak önerilen değerlerin en büyüğü en küçüğünün yaklaşık iki katı kadardır; dolayısıyla olası değerler yelpazesi hayli sınırlıdır. Ne olursa olsun, tam değer belirsizliği, burada çizilen genel resmin doğruluğunu etkilemez. Bu sorunlardan bazılarının yakın tarihli bir tartışımı için, bak. John P. Huchra, "The Hubble Constant", *Science*, cilt 256 (17 Nisan 1992), s. 321-25.
92. Ufuk boyunca çepeçevre bakınca gördüğümüz -halka biçimindeki- evren diliminin şeklini saptamak konusunda hem kuramsal hem de pratik problemler vardır. Pratik düzeyde, görüş alanımızdaki herhangi iki nokta arasındaki uzaklığı ölçmemize olanak yoktur. İki noktaya doğru görüş doğrultularımızın arasındaki açıyı doğrudan doğruya ölçebilir, her birinin bizden uzaklığını da tahmin edebiliriz. Bu iki uzaklıkla aralarındaki açıyı bilmek, düzlem geometride bir üçgenin "kenar-açı-kenar" verilerini bilmek gibidir. Üçgenin üçüncü kenarının uzunluğu, gözlemlediğimiz iki nok-

ta arasındaki uzaklık olacaktır. Eğer Eukleides geometrisi geçerli olsaydı, bilinmeyen uzaklığı standart trigonometri formülleri ("kosinüs yasası") ile kolayca belirleyebilirdik. Aynı şekilde, eğer hiperbolik ya da eliptik geometri uygulanabilir olsaydı, bilinen formüller her durumda aradığımız yanıtı sağlardı. Sorun şu ki, hangi geometrinin geçerli olduğunu önceden bilmiyoruz; bu durumda yapmağa çalıştığımız da, elimizden gelen bütün ölçümleri uygulayarak bunlardan söz konusu geometri hakkında olabildiğince çok veri çıkarsamaktır; tıpkı Gauss'un, belli bir yüzeyin geometrisi hakkında mümkün olduğu kadar çok bilgiyi, bu yüzeyin üzerinde ölçümler yaparak elde etmeyi önerirken yaptığı gibi...

Kuramsal açıdansa, Einstein'ın genel görelilik kuramını kabul edecek olursak, "uzaklık" ve "zaman" kavramlarının bile kesinlikle tanımlanamadığı ve ancak bunların belli bir bileşiminin değişmez bir anlama sahip olduğu görülür. Tam olarak bizim "ters-evren" adını verdiğimiz şeye -yani belli bir anda ışık veya başka herhangi bir elektromanyetik ışınım yoluyla bizim için "görünür" olan noktaların oluşturduğu bütüne- karşılık gelen "sıfır küre" ya da "geri-dönük ışık küresi" denen şey boyunca bu bileşimin değeri sifıra eşittir. Bu yüzden, ters-evren üzerindeki eğrilerin uzunluklarını ölçmek genel görelilik bağlamında olabilir görünmemektedir.

Yine de durum başlangıçta görüldüğü kadar çaresiz sayılmaz. Neyin ölçülüp ölçülemeyeceğine dair genel görelilik kuramınca konulan kural ve kısıtlamalar, yine Gauss'un bir yüzeyi ölçümlemesi ya da Riemann'ın uzayın geometrisini betimleyişi gibi, sistemin içinden yapılacak ölçümlere ilişkindir. Evrenin bütünü düşünüldüğünde, mümkün olan ölçümlerin ancak evrenin içinden yapılabilecek ölçümler olduğu kanıt gerekmeksizin apaçık belli gibi görünür. Fakat hem kuramda hem de uygulamada, ölçümlerimizi evrenimizin dışında yer alan bir "olayı" referans (gözlem veya başlangıç noktası) alarak yapmanın bir yolu olduğu görülmektedir; bu olay büyük patlamadır. Büyük patlama sık sık uzay-zamanda bir tekillik (*singularity*) olarak düşünülür; bu da onun uzay-zamanın bir noktası olmadığı gerçeğini gözden kaçırmaya neden olur. Fakat büyük patlama, uzay-zamanın bütün noktaları için gönderme yapılabilecek, dışarda ve sabit bir noktadır.

Yirminci yüzyıl evrenbilimi evrenin biçimini belirlemeye çalışırken genellikle, uzayın büyük patlamadan başlayarak zaman için

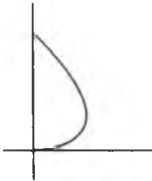
de evrilmesi fikrine dayalı, dörtboyutlu uzay-zamanlar şeklinde evren modelleri kurmaya ağırlık verdi. Bu modellerde “zaman” iyi tanımlanmıştır: büyük patlamadan başlayan zaman. Burada yine büyük patlama uzay-zamanın bir noktası değil, sadece zaman için bir sıfır (başlangıç) noktası sağlayan dışarda bir noktadır; tıpkı “mutlak sıfırın” (Kelvin ölçeğindeki sıfır) gerçek dünyada ulaşılabılır bir sıcaklık derecesi olmamakla birlikte, bütün öteki sıcaklıklar için gönderme yapılabilecek (başlangıç olarak alınabilecek) ölçek dışı bir nokta olması gibi. Söz konusu kuramsal modeller kurulduğu sırada açıkça görülememiş olmakla birlikte, bu modellerde anlaşıldığı şekliyle zamanı ölçmek için dolaysız bir deneysel yolumuz bile vardır: kozmik mikrodalga artalan ışıınının sıcaklığını ölçmek. Evren genleştikçe artalan ışıını da “soğur” ve verilen herhangi bir modelde bunun sıcaklığı büyük patlamadan beri geçen zamanla ilişkilendirilebilir. Bu ışıınının sıcaklığını doğrudan doğruya ölçebildiğimize göre, bundan zamanın bir ölçümünü de türetebiliriz.

Gerçek evrenimizde erişebildiğimiz (ama genel göreliliğin bir parçası olarak değil) mikrodalga artalan ışıınının sağladığı, aynı bağlamda bir başka yarar da “bugünkü evreni” -yani, uzay-zamanın, dünya zamanının belli bir anına, “şimdi”ye, denk düşen uzay bileşenini- betimlememize olanak vermesidir. Evrenin herhangi bir noktasında zamanı ölçmek için kullanacağımız “saat”, artalan ışıınının sıcaklığıdır; “bugünkü evren” de, uzay-zamanın, bu sıcaklığın şimdi Dünya’da ölçtüğümüz değeriyle aynı değeri taşıdığı bütün noktalarından oluşur.

Hubble Yasası çoğu galaksilerin uzaklaşma hızlarıyla uzaklıkları arasındaki bir ilişki olarak tanımlanır; daha açıkçası, hızın uzaklığa oranı sabit bir değerdir. Ne var ki, ne “hız” ne de “uzaklık” dolaysız gözlemle belirlenebilir değildir. Ölçülebilen, her galaksinin ışığındaki tayf çizgilerinin kırmızıya kaymasıdır; sonra kuram kullanılarak kızıla-kayma hıza çevrilir. “Uzaklığa” gelince, Hubble yasasının modern yorumlarının çoğunda galaksiler arasındaki uzaklık “şimdiki uzaklık” olarak alınır ve bununla bunların bugünkü evrende birbirlerinden ne kadar uzakta oldukları kastedilir. Bugünkü evren yukarıda anlattığımız şekilde, kozmik artalan ışıını yoluyla, açıkça tanımlanabilirse de, bugünkü uzaklıkları belirlemek için buna benzer bir yol yok gibi görünmektedir. Uzayın

zamanla evrildiği fikrine dayalı her evren modeli kendine özgü bir “uzayda bugünkü uzaklık” kavramı içerir ve her modelde Hubble yasası, bu modeldeki bugünkü uzaklığa göre değerlendirilmiş “uzaklık” ve “hız”lar için geçerli olur.

Standart evren modellerinden biri *Einstein-De Sitter modeli* denen modeldir; bunda uzay Eukleidesliktir ve belli bir ivmeyle genişler. Bu modelde ters-evrenin tam biçimini betimleyebiliriz. Ters-evren haritamızda, ufuk düzleminde yer alan ve bizden belli bir uzaklıkta bulunan bütün galaksileri temsil eden bir çember çizmiştik. Bu galaksilerin geçmişte belli bir andaki durumlarını görmekte olduğumuza göre, bu çember (Einstein-De Sitter modelinde) Eukleideslik uzayda yer alır ve uzunluğu $2\pi r$ 'dir. Burada r , Eukleideslik uzayda, şimdi görmekte olduğumuz ışık yola çıktığı anda galaksilerle aynı anda Dünya'nın konumu arasındaki uzaklıktır. Gerekli hesapları yaparak, sivri ucu yukarı doğru bir topaca çok benzeyen bir yüzey elde ederiz. Bu, $x = 3 [z^{2/3} - z]$, $0 \leq z \leq 1$ denklemini sağlayan eğrinin z eksenine etrafında döndürülmesinden elde edilen yüzeydir. Büyük patlamadan bugüne geçen zamanı T ile gösterirsek, $t = Tz$ şimdi bize ulaşan ışığın büyük patlamadan sonra belli bir galaksiden çıktığı anı, $r = Tx$ de o sırada bizimle söz konusu galaksi arasındaki uzaklığı gösterir.



$X = 3 [Y^{2/3} - Y]$, $0 \leq Y \leq 1$ eğrisi



Bu eğrinin Y eksenine etrafında döndürülmesinden oluşan yüzey

Einstein-de Sitter modelinde, ufuk boyunca her yöne bakılınca görülen ters-evrenin biçimi

93. Bak. örneğin, Joseph Silk, *The Big Bang*, W. H. Freeman, New York, 1989; 4. Bölüm: “Evidence for the Big Bang” (“Büyük Patlama’nın kanıtları”). En inandırıcı fiziksel kanıt parçacıklarından ikisi, kozmik mikrodalga artalan ışınımının varlığının ve deuterium ile helyumun evrendeki dağılımının kuramsal olarak öngörü-

lüp gözlemlerle de doğrulanmış olmasıdır. Her iki tahmin de büyük patlamalı bir senaryoda evrenin ilk anlarının olası fiziğine dayalıdır ve şimdiye dek hiç kimse bu gözlemlere başka bir inandırıcı açıklama seçeneği sunamamıştır.

94. Kullanılan harita “Hammer projeksiyonu” ya da “Hammer-Aitoff Projeksiyonu” denen projeksiyondur; Dünya’yı bir elipsin içinde gösterir. Yerkürenin bir Hammer haritası II. Bölüm’de verilmiştir.
95. LIGO projesiyle ona ilişkin fizik konularının gayet sürükleyici bir anlatımı için, bak. Kip S. Thorne & W. W. Norton, *Black Holes & Time Warps: Einstein’s Outrageous Legacy*, New York, 1994.

VIII. Bölüm

96. Burada anlatılan olay, Riemann yüzeyleri konusunda çalışan bir doktora öğrencisi olarak Princeton’daki konferansa katılmış olan yazarın kişisel anılarına dayalıdır.
97. Riemann yüzeyleri, IX. Bölüm’de tartışılan “soyut yüzeyler”in ilk örnekleridir. Bu kavram yıllar geçtikçe evrime uğramıştır; ancak, Riemann’ın başlangıçta tanımladığı gibi, normal düzlemde birkaç “nüsha” almak suretiyle oluşturulurlar. Uzayda birbirlerine paralel bir dizi düzlem ya da -daha somut biçimde- üst üste konmuş birkaç yaprak kâğıt şeklinde tasarlanabilirler. Bunların, belli doğrular boyunca kesildikten sonra, gerçekte mümkün olmayan ama soyut olarak pekâlâ yapılabileceği kabul edilen, öncekinden başka şekillerde birbirlerine bağlanabileceğine “hükmedilir”. (IX. Bölüm’de anlatılan soyut yüzey örneklerine bakınız.) En yalın Riemann yüzeyi örneği iki “yapraktan” -iki “nüsha” düzlemde- oluşur. Her ikisi de bir noktadan başlayıp sonsuza dek giden aynı ışın boyunca kesilir, sonra “ters-yüz edilerek”, üst düzlemdeki kesiğin her iki kenarı alttaki kesiğin karşıt kenarlarına gelecek şekilde, birbirine bağlanır. Bu Riemann yüzeyinin -gerçel ve sanal sayıların birleşimi olan- karmaşık sayılarla bunların kareköklerinin incelenmesinde çok yararlı olduğu anlaşılmıştır.
98. Ronald W. Clark’ın Einstein: *The Life and Times* (World Publishing, New York, 1971) adlı eseri Einstein’ın bilimsel ve özel yaşamını anlatırken birçok çarpıcı söz ve özdeyişlerine de yer verir. Sık sık anılan “Tanrının evrenle kumar oynadığına inanmam”

cümlesi kendisinden sahici bir alıntı gibi görünmüyor (bak. Clark, s. 430). "*Subtle is the Lord...*" ("İnce fikirlidir Tanrı...") cümlesi Einstein'ın şu sözlerini İngilizceye çevirme denemesidir: "*Raffiniert ist der Herrgott, aber boshaft ist er nicht*". Din ve bilim üstüne Einstein'ın görüşlerini tamamlayan görüşler hakkında, bak. Papa Johannes Paulus II'nin konuşması: *Theory and Observational Limits in Cosmology*, Specola Vaticana, Vatican City, 1987, s. 17-19.

99. Einstein'ın "Devinen cisimlerin elektrodinamiği hakkında" başlıklı özgün makalesinin çevirisi, *The Principles of Relativity* adlı dizide çıkmıştır (Dover, New York, 1952). Gayet rahat ve zevkle okunan bir metin olup, temel matematiğe aşina olanlar için konuyu belki de birçok "popüler" anlatım kadar, hatta onlardan daha da iyi açıklamaktadır.
100. Einstein'ın kuantum süreksizliği kavramını asıl ortaya atan kişi olduğu, Thomas Kuhn tarafından, *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity, 1894-1912* (University of Chicago Press, 1987) adlı kitabında, gayet etkili biçimde savunulmuştur.
101. Minkowski'nin özel görelilik kuramını dörtboyutlu uzay-zaman terimleriyle yorumlayışı Eylül 1908'de Almanya'da Köln'de bir konferans biçiminde sunulmuştur. "Space and Time" başlığını taşıyan bir İngilizce çevirisi *The Principles of Relativity* dizisinde bulunabilir (Dover, New York, 1952).
102. Bak. Hubert Reeves'in "Birth of the myth of the birth of the universe" ("Evrenin doğuşu mitinin doğuşu") başlıklı makalesi, *New Windows on the Universe*, cilt 2, edit. F. Sanchez & M. Vazquez, Cambridge University Press, Cambridge, 1990, s. 141-49.
103. Bu alanda Einstein'ın başlıca öncüsü, 3 Mart 1879'da Einstein'ın doğumundan tam on bir gün önce 33 yaşında ölümüyle bilime katkıları zamansızca yarıda kesilen parlak İngiliz matematikçi William Kingdon Clifford'dur. Clifford Riemann'dan derin biçimde etkilenmişti. Riemann'ın eğri yüzey ve bununla ilişkili kavramlar hakkındaki temel makalesinin İngilizce çevirisinin yayınını hazırladı, hem bilimsel toplantılarda hem de halka açık konferanslarda Riemann'ın fikirlerini yaymağa çalıştı. *The*

Common Sens of the Exact Sciences adlı kitabının IV. Bölümü "On the Bending of Space" ("Uzayın Bükülmesine Dair) bir bölüm içerir; burada eğri uzay kavramının güzel bir açıklaması vardır ve şu cümleyle sona erer: "Hatta pekâlâ 'maddenin devinimi diye adlandırdığımız olayda gerçekten ne olup bittiğini' de bu uzayın eğriliği (bükülmesi) olgusuna bağlayacak kadar ileri gidebiliriz." (Durum aslında biraz daha karışıkçadır, zira Clifford'un kitabı ölümünden sonra Karl Pearson'un çalışmasıyla yayımlanmış, IV. Bölüm'ün tümünü de Pearson yazmıştır. Ancak, yukarıda alıntılanan pasaja düşülen bir dipnotta "Bu dikkate değer *olabilirlik* ilk kez Profesör Clifford tarafından 1870'te Cambridge Philosophical Society'ye sunulan bir makalede (*Mathematical Papers*, s. 21) önerilmiştir" denmektedir.) Ne olursa olsun, Riemann ve Clifford olasılıkla uzayın eğriliğini fiziksel olgulara bağlamanın olabilirliğini sezmişlerdi; Einstein'a ise bu bağlanmayı bilim diliyle ifade edecek bir dizi kesin matematik denklem kurmak kalıyordu. (1900'de yayımladığı makalede uzayın eğriliği kavramını gayet ciddiye alan ve eğri uzayda yıldız parallaksları gibi nicelikler bile hesaplayan Karl Schwarzschild'i de burada anmak yerinde olur. Schwarzschild daha sonra Einstein'ın genel görelilik denklemlerine ilk çözümü bulmuştur.)

X. Bölüm

104. Einstein bu sorunu 27 Ocak 1921'de Prusya Bilimler Akademisinde bir konferansta da ele almıştır: "Bu noktada, çağlar boyu araştırmacı zihinleri rahatsız etmiş olan bir bilmece karşımıza çıkıyor: Nasıl oluyor da, alt tarafı insan düşüncesinin deneyimden bağımsız bir ürünü olan matematik gerçeklikteki nesnelere bu denli hayranlık verici biçimde uygun düşebiliyor?"
105. "Buckyball"lerin matematiği üstüne güzel ve yetkin bir makale, Fan Chung & Shlomo Sternberg'in "Mathematics and the Buckyball" başlıklı yazısıdır: *American Scientist*, cilt 81 (Ocak-Şubat 1993), s. 56-71.
106. $x = \cos u \cos v$, $y = \cos u \sin v$, $z = \sin u \cos v$, $w = \sin u \sin v$, $0 \leq u \leq 2\pi$, $0 \leq v \leq 2\pi$ denklemleri, $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 1$ aşırıküresi üzerinde yer alan bir yüzeyi belirler; bu yüzey bir Clifford *torus*'udur.

107. Evrenin sonlu mu yoksa sonsuz mu olduğu sorunu çağlar boyunca tartışılmıştır. Tartışmanın eski çağlardan başlayarak Newton ve Leibniz döneminden geçip bugüne gelen evriminin ana çizgileri, Alexandre Koyré'nin *From the Closed World to the Infinite Universe* (Johns Hopkins Press, Baltimore, 1957) adlı kitabında başarıyla ortaya konmuştur. Yirminci yüzyıl evrenbilimi tartışmanın terimlerinde değışiklik yapmakla birlikte onu hiç de sona erdirmiş değildir. Bak. örneğin, J. D. North, *The Measure of the Universe*, Clarendon Press, Oxford, 1965, özellikle 17. Bölüm. Fiziksel olarak sonsuz bir evrenin doğuracağı sonuçların analizine yönelik daha yakın tarihli bir deneme de G. F. R. Ellis & G. B. Brundrit'in "Life in the Infinite Universe" ("Sonsuz evrende yaşam") başlıklı yazısıdır (*Quarterly Journal of the Royal Astronomical Society*, 20 (1979), s. 37-41). Evrenin kökeninin büyük patlamada bulunmasının, bu olayla ortaya çıkan şeyin boyut ve içerik bakımından sonlu olacağı fikrine güçlü destek sağlayacağı sanılabilir. Ancak, hayli şaşırtıcı biçimde, bugün önde gelen evrenbilimcilerin fikirleri resmiyete kaçılmadan yoklanınca, önemli bir çoğunluğun sonsuz bir uzay boşluğuna dağılmış sonsuz sayıda yıldız ve galaksi içeren fiziksel olarak sonsuz bir evren fikrini kabul etmekte hiçbir sorun görmediği meydana çıkmaktadır. *Gözlenebilir* evren sonlu olduğuna ve gözlem sınırlarımızın ötesindeki şeyin genişlik bakımından sonlu mu sonsuz mu olduğunu belirlemek için günün birinde deneysel bir yol bulunup bulunamayacağı da kuşkulu olduğuna göre, tartışmanın bilimsel olmaktan çok felsefi ya da metafiziksel olduğu ileri sürülebilir. Bu konuların en ciddi ve derin yorumcularından biri G. F. R. Ellis'tir; bak. onun "Major Themes in the Relation between Philosophy and Cosmology" ("Felsefeyle Evrenbilim Arasındaki İlişkide Ana Temalar") başlıklı makalesi (*Memorie della Societa Astronomica Italiana* 62 (1991), s. 553-605). Bu konulardan birçoğunun biraz fantezist de olsa ilginç bir tartışımı, Rudy Rucker'in *Infinity and the Mind* adlı kitabında bulunabilir (Bantam, New York, 1983).
108. Evrenin olası biçimi bağlamında hiperbolik ve diğer manifoldların tartışımı için, bak. William P. Thurston & Jeffrey R. Weeks, "The Mathematics of Three-dimensional Manifolds", *Scientific American*, Temmuz 1984, s. 108-20.

109. Uzamsal olarak sonsuz bir evrene düz veya hiperbolik manifoldlar biçiminde sunulan alternatif modeller evrenbilimde genel olarak “küçük evrenler” ya da “dönemsel (periyodik) evrenler” diye anılır. Böyle modellerin kimi özellikleri ile, evrenimiz gerçekte bir düz torus veya hiperbolik manifold biçiminde ise bunu nasıl ortaya çıkarabileceğimiz hakkında aşağıdaki makalelere bakılabilir: Charles C. Dyer, “An Introduction to Small Universe Models”; G. F. R. Ellis, “Observational Properties of Small Universes”; ve R. B. Partridge, “Observational Constraints on ‘Small Universes’”; bunların hepsi *Theory and Observational Limits in Cosmology* adlı ciltte yer almaktadır (Proceedings of the Vatican Observatory Conference held in Castel Gandolfo, edit. W. R. Stoeger, S. J.; Specola Vaticana, Vatican City, 1987, s. 467-88.)
110. Mandelbrot’un kitabının aslı Fransızca yazılmıştı; İngilizceye bir çevirisi 1977’de çıktı. Güncelleştirilmiş bir biçimi: *The Fractal Geometry of Nature* by Benoit B. Mandelbrot, W. H. Freeman, New York, 1983.
111. Bir şeklin boyutu d ise, bu şekli 3 faktörüyle “ölçeklemek” (3 misli büyötmek), şeklin ölçülerini 3^d ile çarpmak sonucunu verir. Bir eğri için, $d = 1$ alırsak, faktör (çarpan) 3’tür. Bir yüzey için, $d = 2$ ile, çarpan 3^2 , yani 9’dur. Üçboyutlu bir şekil için çarpan 3^3 , yani 27’dir. Kar tanesi eğrisi söz konusu olduğunda ise, “boyut” ya da ölçü 4 faktörüne göre büyür. Dolayısıyla $3^d = 4$ ’tür, bu da $d \log 3 = \log 4$ ya da $d = (\log 4) / (\log 3)$ anlamına gelir ki, kar tanesi eğrisinin tam boyutudur.
112. Bak. *The Fractal Geometry of Nature*, Böl. 9: “Fractal View of Galaxy Clusters”.
113. 1990’ların başlarına kadar ortaya çıkan bütün kanıtları gözönüne alan ayrıntılı bir serimleme için, bak. P. J. E. Peebles, *Principles of Physical Cosmology*, Princeton University Press, Princeton, 1993, s. 209-24: “Fractal Universe and Large-Scale Departures from Homogeneity”.

Sondayış

114. Richard Feynman’ın karakteri, özyaşam öyküsü niteliğindeki denemesi *Surely You’re Joking, Mr. Feynman*’da (Bantam,

New York, 1986) ve yakında çıkan yaşam öyküsü *Genius*'ta (James Gleick, Vintage, New York, 1993) kendini ortaya koyar.

115. *The Character of Physical Law*, M. I. T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1967, s. 39 ve s. 58 (*Fizik Yasaları Üzerine*, Çev. Nermin Arık, TÜBİTAK Popüler Bilim Kitapları, Ankara 1995). Benzer görüşler yirminci yüzyılın bir başka önde gelen fizikçisi olan Paul Dirac tarafından da dile getirilmiştir; Dirac şunu da ekler: "Bir fiziksel yasanın matematiksel güzelliği olması gerekir." Bak. "P. A. M. Dirac and the Beauty of Physics" başlıklı makale, *Scientific American*, Mayıs 1993, s. 104-9.

- Abel, Niels Henrik, 221, 222
Algoritma, 18
Andromeda bulutsusu, 128
Arap rakamları, 19
Aristoteles, 8, 15, 29, 95, 96, 105, 212, 216
Arkhimedes, 16, 18, 91, 172, 220
Assuan, 10, 12, 13, 14, 213
Aşırıküreler, 108, 140, 141, 160, 161, 163, 164, 166, 168, 170,
180, 185, 186, 228, 238
Ay tutulmaları, 8, 58, 215, 216
- Babil (Babilonya), 2, 3, 16
Bach, Johann Sebastian, 91, 92, 93
Beethoven, Ludwig van, 49, 50, 91, 92, 93, 94, 219
Beltrami, Eugenio, 85, 86, 87, 88, 89, 90
Bertrand, Joseph, 68, 70, 71, 99, 222, 227
Bessel, Friedrich Wilhelm, 122
Biruni, El, 219
Bolyai, János, 77, 78, 79, 93, 94, 190, 223
Bolyai, Wolfgang, 77, 223
Born, Max, 109
Bouyer, M., 214
Brahms, Johannes, 91, 93, 94
Buckminsterfullerene'ler, 173
"Buckyballs", 173, 238
Bulutsular, V, 125, 127, 230
Büyük daireler (küresel çemberler), 64
"Büyük duvar" (galaksilerden), 201
Büyük İskender, 9
Büyük Patlama (*Big Bang*), II, VIII, 140-148, 161-164, 166,
186-188, 191, 233-236, 239
Büyük Sıkışma (*Big Crunch*), 168, 170, 188

Castor (yıldız), 122
Cebir, 3, 19, 217, 218, 223
"Cennet ve Cehennem" (Escher), 89
Cepheid değişken yıldızları, 126
Ceres (asteroid), 51
Charles V (Şarlken; Kutsal Roma İmp.), 36, 227, 240
Chudnowsky kardeşler, 214, 215
Clifford, William Kingdon, 185, 237, 238
COBE (Cosmic Background Explorer, "Kozmik Artalan Araştırmacısı"), 145
Copernicus, Nikolaus, 212

Çan eğrisi (Çan biçimli eğri), 52, 51
Çekim, 129, 142, 164-168, 187, 188

Dante Alighieri, 106, 107, 121, 227
De Sitter, Willem, 124, 125, 231, 235
Doppler etkisi, 231
Düz torus, 182, 184, 185, 186, 189, 190, 240

Eğrilik (*curvature*), 47, 62, 66-71, 99, 100, 106, 107, 164, 166, 168, 189, 191, 192, 220, 221, 225, 226
Einstein, Albert, VIII, 94, 95, 109, 110, 124-128, 151-157, 159, 164, 166, 171, 187-189, 192, 226, 229, 231-238
Einstein-de Sitter modeli, 235
El Micistî (*Almagest*, Batlamyus [Ptolemaios]), 24
Elektromanyetik ışınım (radyasyon), 117, 129, 146, 233
Eratosthenes, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 25, 27, 29, 57, 66, 213
Escher, M.C., 88, 89
Eski Dünya, 31, 103
"Eski Evren", 104, 188
Eukleides , III, 3-6, 24, 26, 56, 60, 61, 75-80, 82, 85, 88, 90, 97, 98, 100-105, 138, 175, 176, 185, 188, 189, 190, 191, 222-228, 233, 235
Eukleides geometrisi, 6, 56, 60, 75, 76, 77, 82, 101, 233
Eukleideslik-olmayan geometri, 75, 190, 191, 223
Euler teoremi, 43, 45, 68
Euler, Leonhard, 42, 43, 45, 52, 68, 91, 92, 93, 219
Eylemsizlik (*inertia*) yasası, 95, 226

Felton, G.E., 214
Fermat'ın son teoremi, 90
Feynman, Richard, 111, 205, 211, 240
Fotonlar, 144

Fraksiyonel boyut, 192, 193, 196, 197
 Fraktaller, 193, 194, 200, 202
 Fransız Ansiklopedisi, 164
 Friedman, Aleksander, 126, 160, 188, 231, 232
 Fuller, Buckminster, 173, 221

 Galileo Galilei, 95
 Gauss, Carl Friedrich, 49-54, 77, 78, 80, 92, 98, 219, 220, 224, 225
 Gauss dağılımı, 51, 52
 Gauss eğriliği, 62, 63, 67, 68, 220, 221, 222, 225
 Geller, Margaret, 201
 Genel çekim (*gravity*), 96, 142, 164, 165, 166, 168, 187, 188
 Genuys, F., 214
 "Geometree" ("Geometri ağacı"), 202
 Gerçel (*real*) sayılar, 75, 76, 81, 222
 Girard, Albert, 221
 Gnomon, 10-13, 213
 Guilloud, J., 214

 Hammer projeksiyonu, 43, 236
 Hammurabi, 3
 Hardy, Thomas, 1
 Harezmi, El-, 19, 228
 Hata eğrisi, 52
 Hausdorff, Felix, 192, 193, 197, 199
 Hawking, Stephen, 153, 154
 Haydn, Joseph, 94
 Herschel, Sir William, 112
 Hertz, Heinrich, 113, 116, 117, 118
 Hilbert, David, 87, 106, 190
 Hindu aritmetiği, 19
 Hiperbolik düzlem, 190
 Hiperbolik geometri, 90, 98
 Hiperbolik manifoldlar, 191, 240
 Hiperbolik uzay, 109, 191
 Hiperboller, 172
 Hiperboloid üzerinde eğrilik, 62
 Hipparkhos, 25
 Hitler, Adolf, 154
 Hollywoodlu John (Sacrobosco), 26
 Homeros, 91
 Hubble, Edwin, 124, 230
 Hubble değişmezi, 130, 232
 Hubble yasası, 128-134, 138, 139-143, 160, 230, 234, 235
 Huchra, John, 201, 232

İntegral hesabı, 39, 221

Jansky, Karl, 230

Jeodezik kubbeler, 173, 221

Jeodezik üçgenler, 68, 80, 82, 87, 100, 225

João II (Portekiz Kralı), 30

Junta dos Matemáticos, 30

Kanada, 214

Kant, Immanuel, 76, 223, 227

Kar tanesi, eğrisi, 194-200, 240

Kâşî, El, 18

Kepler, Johannes, 172, 212, 214

Khioslu (Sakızlı) Hippokrates, 212

Klein, Felix, 185

Klein şişesi, 185

Kline, Morris, 49

Koch eğrisi (kar tanesi eğrisi), 194

Koch, Helge von, 194, 195, 196, 197

Kolomb, Kristof (Columbus, Christopher), 23, 26-31, 144, 145
215, 216

Kozmolojik ilke, 158, 159, 161, 200

Kozmos, VI, 205

Kremer, Gerhard (Mercator), 35, 36, 37

Kroto, Harold, 172, 173

Kuantum kuramı, 154, 156

Kutup Yıldızı (Kuzey Yıldızı), 7, 9, 57, 97, 99

Küçük gezegenler, 51

Küresel geometri, 56, 60, 76, 81

Küresel uzay, 102, 108, 109, 160, 188, 227

Küresel üçgen, 65, 80, 83, 221

Lambert, Johann, 81-85, 225

Lapparent, Valerie de, 201

Leibniz, Gottfried Wilhelm, 105, 239

Lemaitre, Georges, 128

Lobaçevski, Nikolay İvanoviç, 76-85, 87-90, 223, 225, 226

Logaritma, 39, 218

Lundmark, Knut, 231

Machin, John, 214

Mandelbrot, Benoît, 193, 200, 240

Manyetik alan, 51

Maxwell denklemleri, 229

Maxwell, James Clerk, 115, 117, 118

Me'mun, El (halife), 19

Mercator projeksiyonu, 36, 41

Mısır, 2, 3, 9, 10, 16

Millay, Edna St. Vincent, 5

Minding, Ferdinand, 80, 81, 82, 85, 87, 225

Minkowski, Hermann, 156, 160, 164, 237

Morse, Samuel, 51

Möbius, August, 181, 226

Möbius şeridi, 178, 179, 180, 181, 190

Negatif sayılar, 73, 74, 75, 176

Newton, Sir Isaac, 50, 56, 57, 95, 96, 105, 116, 129, 165, 172, 220, 239

Niven, İvan, 226

Nötrinolar, 147

Ölçekleme, 198, 199, 240

Özbekistan, 19

Pac-Man, 177

Papa Johannes Paulus II, 237

Paraboller, 172

Paralel aksiyomu (postülası), 79

Peano, Giuseppe, 194

Peano eğrisi, 194

Pearson, Karl, 238

Pi (π), 16

Piazzi, Giuseppe, 51

Planck, Max, 156

Platon (Eflatun), 105

Poincaré, Henri, 87, 88, 89, 90

Pollux (yıldız), 112

Primum Mobile (İlk Devindirici), 107

Proust, Marcel, 213

Ptolemaios, 24-29, 36, 213, 215, 216

Puiseux, Victor, 68, 70, 99, 222, 227

Pythagoras, 2, 3, 4, 76

Reber, Grote, 118, 230

Riemann, Georg Friedrich Bernhard, 90-94, 98, 104, 106, 108, 109, 110, 164, 186, 192, 222, 238

Riemann yüzeyleri, 151, 153, 236

Ritter, Johann Wilhelm, 112

Robertson, Howard, 128
Röntgen, Wilhelm, 113, 115, 116
Russel, H. N., 231

Sacrobosco (John of Hollywood), 26, 27, 215
Samanyolu, V, 119, 128, 132, 230
Sanal (*imaginary*) sayılar, 75, 76, 81, 179, 222, 236
Schwarzchild, Karl, 238
Semerkand, 16, 18, 19, 214
Shanks, Daniel, 214
Shapley, Harlow, 127, 231, 232
Sicimler (*strings*) kuramı, 153
Silberstein, Ludvik, 231
Slipher, Vesto M., 125, 128
Smalley, Richard, 172, 173
Smithsonian Astrofizik Gözlemevi, 201
Smoot, George, III, 211
Soyutlamalar, 75, 161, 171, 174, 176, 185, 186, 187
Sözdeküre, 71, 180, 225
Stadion, 15
Sylvester, J. J., 121

Ters-evren, 129, 133, 134, 139, 140, 144, 148, 157-159, 170,
232-235,
Timurlenk, 18
Topoloji, 34, 207
Torus, 182, 184, 185, 186, 189, 190, 238, 240
Trigonometri, 25, 84, 225, 233
Tsu Ch'ung-chih, 18, 214

Uluğ Bey, 18

Üçgenleme, 55, 56, 65, 100

Vaucouleurs, Gérard de, 200, 201
Venüs, 58
Volta, Alessandro, 113
Voltaire, 91

Weber, Wilhelm, 51, 220
Wegener, Alfred, 124
Weyl, Hermann, 126, 232
Wheaton (Illinois), 118, 230
Wigner, Eugene, 172, 175, 176

Wordsworth, William, 171

Wrench, J. W., 214

Wright, Edward, 39

X ışınları, 113, 115, 116, 118, 119, 147

Yalancıküre, 71, 80-85, 87, 225

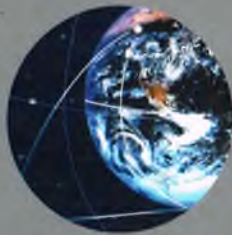
Yengeç Dönencesi, 12, 13

Yeni Dünya, V, 31, 47, 103, 144

"Yeni Evren", 104

Yerküre, III, 1, 2, 9, 10, 15, 17, 20, 23, 24, 32, 36, 40, 46, 56, 57,
61, 65

Günümüzde Dünya'nın düz olduğuna inanan pek az kişi kalmıştır; buna karşılık çoğu insan Dünya'yı hâlâ düz bir evren tasarımıyla düşünmeye devam etmektedir. Uzay düz değildir. Bunu tasarlamamız güç olsa da, uzayın gerçekte eğri olduğu konusunda sağlam kanıtlara sahibiz. 1955 yılından bu yana Stanford Üniversitesi'nde matematik profesörü olan, 1990'dan beri de Kaliforniya Berkeley'deki Matematik Bilimleri Araştırma Enstitüsü'nün müdür yardımcılığını yürüten Robert Osserman, elinizdeki kitapta fazla bir matematik bilgisi gerektirmeden, okura, evreni ölçüp biçmenin matematiksel yöntemlerini gösteriyor.



ISBN 975-403-287-4



Fiyatı: 7.500.000 TL (KDV DAHİL)

Basılı fiyatından farklı satılamaz